

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

*FACULTE DE TECHNOLOGIE*

*DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE*



*FILIERE : AUTOMATIQUE*

*OPTION: AUTOMATIQUE ET SYSTEMES*

---

***MEMOIRE DE FIN D'ETUDE***  
***En vue de l'obtention du diplôme de :***  
***MASTER ACADMIQUE***

**Thème**

---

***Approche de commande tolérante aux défauts d'un UAV de type quadrotor***

---

Présenté par :

***BEN AMARA Hayet***

Devant le jury composé de :

**Président :** Pr. BOURAS Mounir  
**Encadreur :** Dr. BENYOUNES Abdelhafid  
**Co-Encadreur :** Mr. OUAHABI Mohamed Said  
**Examineur :** Dr. OUAGUENI Fayssal

Année universitaire 2024/2025

N° d'ordre : GM/...../2025

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# **Remerciement**

*Avant tout, je rends grâce à Dieu, dont l'aide et la bénédiction m'ont permis d'accomplir ce projet et de finaliser ce mémoire, fruit de plusieurs années de persévérance, d'efforts soutenus et de travail acharné tout au long de mon parcours universitaire.*

*J'exprime ma profonde gratitude à mon encadrant, **Dr. Abdelhafid BENYOUNES**, pour la qualité de son encadrement, ses orientations judicieuses et son suivi constant durant la réalisation de ce travail. Il a été un modèle de compétence scientifique, de rigueur et de générosité.*

*Mes remerciements les plus chaleureux vont également à mon co-encadrant, **Mr. Mohamed Said OUAHABI**, pour son accompagnement attentif, son écoute et son soutien indéfectible à chaque étape de ce projet.*

*J'adresse aussi mes sincères remerciements aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour avoir accepté d'en assurer l'évaluation.*

*Enfin, je remercie l'ensemble des enseignants du **Département de Génie Électrique et d'Electronique**, ainsi que toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement de ce projet.*

***Merci à vous tous***

## **Dédicace**

*À celle qui a semé dans mon âme les graines de la force et de la patience, à ma chère mère, femme au grand cœur et au regard bienveillant, dont l'amour silencieux a soutenu chacun de mes pas. Que ce modeste fruit soit le modeste reflet de ton infinie grandeur.*

*À mon cher père, pour ses prières discrètes, son soutien indéfectible et sa fierté silencieuse.*

*Merci d'avoir toujours cru en moi, même dans mes silences.*

*À mes deux étoiles brillantes, Dounia et Selsabil Ben Amara, mes sœurs, mes compagnes de route et mes piliers dans la vie. Votre présence illumine mes jours et les emplit d'une tendresse éternelle.*

*À mes chères amies, compagnes de route et gardiennes de mes secrets, merci pour vos rires qui ont allégé le poids des jours, vos paroles d'encouragement et votre foi constante en mes rêves.*

*À tous ceux qui m'ont soutenue et accompagnée, je dédie humblement ce travail, fruit de sacrifices, de longues nuits, et d'efforts imprégnés d'amour et de sincérité.*

***BEN AMARA HAYET***

## ***Résumé :***

Ce mémoire traite du développement d'une stratégie de contrôle robuste et tolérante aux défauts pour un drone quadrotor évoluant dans un environnement incertain et potentiellement sujet à des défaillances. Le travail s'articule autour de deux volets principaux : la modélisation dynamique et le contrôle non linéaire du quadrotor, suivis par la détection de fautes et la conception d'une commande tolérante aux pannes.

Des techniques de commande avancées telles que linéarisation par retour de sortie (feedback linearization), le backstepping et la commande par mode glissant sont mises en œuvre afin de garantir la stabilité du système et un bon suivi de trajectoire. La détection de défauts repose sur l'utilisation d'observateurs non linéaires, notamment un observateur en mode glissant.

Les résultats de simulation démontrent l'efficacité et la robustesse des méthodes proposées, même en présence de défauts au niveau des capteurs ou actionneurs, ainsi que sous l'effet de perturbations extérieures. Cette recherche contribue à l'amélioration de la fiabilité et de l'autonomie des drones dans des applications réelles.

## ***Mots-clés :***

Quadrotor, Contrôle non linéaire, Commande tolérante aux défauts, Détection de défaut, Observateur par mode glissant, commande par mode glissant (SMC).

## ***Abstract:***

This thesis addresses the development of a robust and Fault-Tolerant control strategy for a quadrotor drone operating in an uncertain environment and potentially subject to failures. The work is structured around two main parts: the dynamic modelling and nonlinear control of the quadrotor, followed by fault detection and the design of a Fault-Tolerant controller.

Advanced control techniques such as feedback linearization, backstepping, and sliding mode control are implemented to ensure system stability and accurate trajectory tracking. Fault detection is based on the use of nonlinear observers, particularly a sliding mode observer.

Simulation results demonstrate the effectiveness and robustness of the proposed methods, even in the presence of sensor or actuator faults, as well as under external disturbances. This research contributes to enhancing the reliability and autonomy of drones in real-world applications.

## ***Keywords:***

Quadrotor, Nonlinear control, Fault-Tolerant control, Fault detection, sliding mode observer (SMO), Sliding mode control (SMC).

## الملخص:

يتناول هذا البحث تطوير إستراتيجية تحكم قوية ومتحملة للأعطال لطائرة رباعية المراوح تعمل في بيئة غير مؤكدة ومعرضة لاحتمال حدوث أعطال. يركز العمل على محورين رئيسيين: النمذجة الديناميكية والتحكم غير الخطي للطائرة الرباعية، يليه الكشف عن الأعطال وتصميم نظام تحكم متحمل للأعطال.

تم اعتماد تقنيات تحكم متقدمة مثل التحكم بالخطية العكسية والتحكم بطريقة الخطوات المتتالية والتحكم بالوضع الانزلاقي، وذلك لضمان استقرار النظام وتحقيق تتبع دقيق للمسارات المرجعية. أما عملية الكشف عن الأعطال فقد اعتمدت على استخدام مراقبات غير خطية، وبالأخص المراقب بالوضع الانزلاقي.

أظهرت نتائج المحاكاة فعالية وموثوقية الطرق المقترحة، حتى في حال وجود أعطال على مستوى الحساسات أو المشغلات، وكذلك تحت تأثير الاضطرابات الخارجية. وتساهم هذه الدراسة في تعزيز الموثوقية والاستقلالية للطائرات الرباعية في التطبيقات العملية.

## الكلمات المفتاحية:

الطائرة الرباعية، التحكم غير الخطي، التحكم المتحمل للأعطال، الكشف عن الأعطال، المراقب بالوضع الانزلاقي، التحكم بالوضع الانزلاقي.

# SOMMAIRE

|                                                                                        |                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <i>Remerciement</i> .....                                                              |                                     |
| <i>Dédicace</i> .....                                                                  |                                     |
| SOMMAIRE.....                                                                          |                                     |
| LIST DES FIGURES .....                                                                 |                                     |
| LIST DES TABLAUX.....                                                                  |                                     |
| <i>Abréviations et acronymes</i> .....                                                 |                                     |
| <i>Symboles</i> .....                                                                  |                                     |
| Introduction générale .....                                                            | <b>Error! Bookmark not defined.</b> |
| Chapitre I : Modélisation d'un Quadrotor                                               |                                     |
| I.1. Introduction .....                                                                | 4                                   |
| I.2. Définition des UAVs .....                                                         | 4                                   |
| I.3. Historique.....                                                                   | 4                                   |
| I.3.1. Les premiers quadrotor .....                                                    | 4                                   |
| I.3.2. Les travaux de recherche récents sur les quadrotors .....                       | 7                                   |
| I.4. État de l'art sur les drones aériens (quadrotor).....                             | 10                                  |
| I.4.1. Classification des drones .....                                                 | 10                                  |
| I.4.2. Application des drones .....                                                    | 13                                  |
| I.4.3. Instrumentation des UAVs .....                                                  | 14                                  |
| I.5. Modélisation Dynamique du Quadrotor .....                                         | 15                                  |
| I.5.1. Description générale du quadrotor.....                                          | 15                                  |
| I.5.2. Les possibilités de vol du quadrotor .....                                      | 16                                  |
| I.5.3. Modélisation dynamique du Quadrotor.....                                        | 19                                  |
| I.5.4. Matrice de rotation.....                                                        | 20                                  |
| I.5.5. Mouvement de translation et de rotation.....                                    | 21                                  |
| I.5.6. Equations de mouvement de translation.....                                      | 25                                  |
| I.5.7. Equations de mouvement de rotation .....                                        | 25                                  |
| I.5.8. Contraintes non holonomes .....                                                 | 26                                  |
| I.5.9. Dynamique du rotor .....                                                        | 26                                  |
| I.6. Représentation d'état .....                                                       | 27                                  |
| I.7. Conclusion.....                                                                   | 28                                  |
| Chapitre II : Synthèse Des Lois De Commande Avancée                                    |                                     |
| II.1. Introduction.....                                                                | 30                                  |
| II.2. Modèle du Quadrotor développé sous Matlab .....                                  | 31                                  |
| II.3. La Commande par Linéarisation par retour de sortie (Feedback linearization)..... | 34                                  |

|                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| II.3.1. Synthèse de la commande.....                                                                                                  | 34 |
| II.3.1. 1. Le difféomorphisme du sous-système d'orientation.....                                                                      | 35 |
| II.3.1. 2. Le difféomorphisme du sous-système de position.....                                                                        | 37 |
| II.3.2. Les résultats de simulation.....                                                                                              | 38 |
| II.4. La commande selon la méthode de backstepping.....                                                                               | 41 |
| II.4. 1. Synthèse de la commande.....                                                                                                 | 41 |
| II.4. 2. Les résultats de simulation.....                                                                                             | 43 |
| II.5. Analyse des signaux de commande générés par les stratégies de commande (Analyse des signaux de commande ( $U_1$ à $U_4$ ))..... | 46 |
| II.6. La commande par mode glissant (SMC).....                                                                                        | 46 |
| II.6.1. Choix de la surface de glissement.....                                                                                        | 47 |
| II.6.2. Conditions d'existence du régime glissant.....                                                                                | 48 |
| II.6.2.1. Approche directe.....                                                                                                       | 48 |
| II.6.2.2. Approche de Lyapunov.....                                                                                                   | 48 |
| II.6.3. Phénomène de Chattering (broutement).....                                                                                     | 49 |
| II.6.4. Synthèse de la commande SMC.....                                                                                              | 49 |
| II.6.5. Les résultats de simulation.....                                                                                              | 51 |
| II.7. Conclusion.....                                                                                                                 | 54 |
| Chapitre III : Concepts et principes de la commande tolérante aux défauts                                                             |    |
| III.1. Introduction.....                                                                                                              | 57 |
| III.2 Quelques définitions de base.....                                                                                               | 58 |
| III.3. Classification des défauts.....                                                                                                | 58 |
| III.3.1. Selon leurs caractéristiques temporelles.....                                                                                | 58 |
| III.3.1.1. Défaut brusque (biais).....                                                                                                | 58 |
| III.3.1.2. Défaut intermittent (valeurs aberrantes).....                                                                              | 58 |
| III.3.1.3. Défaut graduel (dérives).....                                                                                              | 58 |
| III.3.2. Selon leurs types.....                                                                                                       | 59 |
| III.3.2.1. Défauts de capteurs.....                                                                                                   | 59 |
| III.3.2.2. Défauts d'actionneurs.....                                                                                                 | 59 |
| III.3.2.3. Défauts du Système.....                                                                                                    | 59 |
| III.3.3. Selon leur influence.....                                                                                                    | 59 |
| III.3.4. Défaillances structurelles.....                                                                                              | 60 |
| III.4. Différents modes de fonctionnement d'un système.....                                                                           | 60 |
| III.5. Méthodes de détection et de diagnostic de pannes.....                                                                          | 60 |
| III.6. Système tolérant aux défauts.....                                                                                              | 61 |
| III.7. Stratégies de contrôle tolérant aux pannes.....                                                                                | 61 |
| III.8. Modélisation des défauts.....                                                                                                  | 63 |
| III.9. Notions fondamentales sur le diagnostic de défauts.....                                                                        | 63 |

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| III.10. Classification des méthodes de diagnostic.....               | 64 |
| III.11. Principe de génération de résidus à base d'observateurs..... | 66 |
| III.12. Observateurs à modes glissants.....                          | 66 |
| III.13. Conclusion .....                                             | 68 |

#### Chapitre IV : Commande tolérante Active Aux défauts (AFTC)

|                                                                                         |                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| IV.1. Introduction .....                                                                | 70                                  |
| IV.2. Commande tolérante active aux défauts basés sur la SMC.....                       | 70                                  |
| IV.3. Conception de la commande à mode glissant.....                                    | <b>Error! Bookmark not defined.</b> |
| IV.4. Observateur avec estimation par mode glissant.....                                | 71                                  |
| IV.5. Commande tolérante aux défauts basée sur l'observateur à mode glissant (SMO)..... | 72                                  |
| IV.6. Résultats de simulation.....                                                      | 72                                  |
| IV.7. Conclusion.....                                                                   | 76                                  |
| Conclusion générale .....                                                               | 76                                  |
| Références bibliographiques .....                                                       | 82                                  |

# ***LIST DES FIGURES***

| <b>Figure</b> | <b>Titre de figure</b>                                | <b>Page</b> |
|---------------|-------------------------------------------------------|-------------|
| Figure I.1    | Bréguet Richet Gyroplane 1907                         | 4           |
| Figure I.2    | Oemichen 1920                                         | 5           |
| Figure I.3    | Le Quadrotor de Bothezat 1922                         | 5           |
| Figure I.4    | Convertawings Model A 1956                            | 6           |
| Figure I.5    | Le Mesicopter                                         | 7           |
| Figure I.6    | Le Quadrotor STARMACII                                | 7           |
| Figure I.7    | Le Quadrotor OS4                                      | 8           |
| Figure I.8    | Catégories des drones                                 | 10          |
| Figure I.9    | Classification selon le mode de propulsion            | 11          |
| Figure I.10   | (a) Mono rotor; (b) Birotor                           | 11          |
| Figure I.11   | (a) Tri rotor; (b) Quadrotor                          | 12          |
| Figure I.12   | Structure générale d'un quadrotor                     | 15          |
| Figure I.13   | Illustration du mouvement vertical                    | 16          |
| Figure I.14   | Illustration du mouvement de roulis                   | 16          |
| Figure I.15   | Illustration du mouvement de tangage                  | 17          |
| Figure I.16   | Illustration du mouvement de lacet                    | 17          |
| Figure I.17   | Illustration du mouvement de translation              | 18          |
| Figure I.18   | Géométrie du quadrirotor                              | 19          |
| Figure I.19   | Les axes de rotation                                  | 20          |
| Figure I.20   | Schéma de rotor (mcc)                                 | 26          |
| Figure II.1   | Illustration de la structure de commande du quadrotor | 29          |
| Figure II.2   | Modèle de simulateur développé                        | 31          |
| Figure II.3   | Bloc de commande                                      | 31          |
| Figure II.4   | Trajectoire désirée                                   | 32          |

|               |                                                                                        |    |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure II.5   | Trajectoire globale du quadrotor en 3D                                                 | 38 |
| Figure II.6   | Mouvement en Z et en angle lacet et leurs signaux de commande respectivement U1, U4    | 38 |
| Figure II.7   | Mouvement en X et en Y et leurs signaux de commande respectivement U2 et U3            | 39 |
| Figure II.8   | Trajectoire globale du quadrotor en 3D                                                 | 42 |
| Figure II.9   | Mouvement en Z et en angle lacet et leurs signaux de commande U1, U4                   | 43 |
| Figure II.10  | Mouvement en X et en Y et leurs signaux de commande U2, U3                             | 44 |
| Figure II.11  | Convergence du système glissant                                                        | 46 |
| Figure II.12  | Phénomène de chattering                                                                | 48 |
| Figure II.13  | Position (X, Y, Z)                                                                     | 50 |
| Figure II.14  | Attitude ( $\phi, \theta, \psi$ ) SMC Complet Sinus                                    | 51 |
| Figure II.15  | Les signaux de la commande par mode glissant                                           | 51 |
| Figure II.16  | Variation du Surfaces de Glissement (mouvement d'orientation ( $\phi, \theta, \psi$ )) | 52 |
| Figure II.17  | Variation du Surfaces de Glissement (mouvement de translation (x, y, z))               | 52 |
| Figure II.18  | Trajectoire 3d du quadrotor                                                            | 53 |
| FigureIII.1   | Principe d'un système de commande tolérante aux défauts                                | 57 |
| Figure III.2  | Classification des défauts selon leur évolution temporelle                             | 58 |
| Figure III.3  | Les défauts actionneurs, capteurs et composants                                        | 59 |
| Figure III.4  | Représentation additive et multiplicative des défauts                                  | 59 |
| Figure III.5  | Répartition des défauts selon le comportement temporel                                 | 59 |
| Figure III.6  | Classification des approches de la commande tolérante aux défauts                      | 60 |
| Figure III.7  | Schéma de principe d'une loi de commande FTC passive                                   | 61 |
| Figure III.8  | Schéma d'une commande tolérante aux défauts active                                     | 61 |
| Figure III.9  | Procédure de détection, localisation et d'identification des défauts                   | 63 |
| Figure III.10 | Diagnostic à base de modèle                                                            | 64 |
| Figure III.11 | Structure des résidus directionnels                                                    | 64 |
| Figure III.12 | Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs                     | 65 |

|               |                                                                                                           |    |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure III.13 | Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant                                                       | 66 |
| Figure IV.1   | Le défaut injecté dans le signal de commande $U_2$ sans FTC                                               | 74 |
| Figure IV.2   | Réponse en position (x, y, z) suite à l'injection du défaut dans $U_2$ sans FTC                           | 74 |
| Figure IV.3   | Réponse des angles d'Euler ( $\varphi, \theta, \psi$ ) après l'injection du défaut dans $U_2$<br>sans FTC | 75 |
| Figure IV.4   | Le défaut injecté dans le signal de commande $U_2$ avec FTC                                               | 75 |
| Figure IV.5   | Réponse en position (x, y, z) suite à l'injection du défaut dans $U_2$ avec FTC                           | 76 |
| Figure IV.6   | Réponse des angles d'Euler ( $\varphi, \theta, \psi$ ) après l'injection du défaut dans $U_2$<br>avec FTC | 76 |

## ***LIST DES TABLAUX***

| <b>Figure</b> | <b>Titre de Tableau</b>                                    | <b>Page</b> |
|---------------|------------------------------------------------------------|-------------|
| Tableau I.1   | Quelques projets sur les Quadrotors                        | 9           |
| Tableau II.1  | Paramètres mécaniques et électrique du modèle du quadrotor | 32          |
| Tableau II.2  | Coefficients de gains $k_i$                                | 37          |
| Tableau II.3  | Coefficients de gains $\alpha_i$                           | 42          |

# *Abréviations et acronymes*

UAV: Unmanned Aerial Vehicle.

SMC : Commande par Mode Glissant.

VTOL : Véhicules aériens à décollage et atterrissage verticaux.

IMU : Unité de Mesure Inertielle.

OS4 : Omni directional Stationary Flying Outstretched Robot/Robot Volant Stationnaire Omnidirectionnel à Structure Déployée.

FTC : Commande tolérante aux défauts.

FTCA : Commande Tolérante aux Défauts Active.

FTCP : Commande Tolérante aux Défauts Passive.

DDL : Degré de liberté.

E/S : Entrées/Sorties.

FDI : Détection et Isolement des Défauts.

VSC : Commande non linéaire à structure variable.

# *Symboles*

|             |                                         |
|-------------|-----------------------------------------|
| $F$         | Force de poussée                        |
| $\Omega$    | Vitesse de rotation dans le repère fixe |
| $v$         | linéaire dans le repère fixe            |
| $R$         | Matrice de rotation                     |
| $T$         | Matrice de transformation               |
| $\xi$       | Vecteur de position                     |
| $\phi$      | Angle de roulis                         |
| $\theta$    | Angle de tangage                        |
| $\psi$      | Angle de lacet                          |
| $\omega$    | Vitesse de rotation de moteur           |
| $d\omega$   | Vitesse de rotation désirée des moteurs |
| $\omega$    | Erreur entre $\omega$ et $d\omega$      |
| $\tau$      | Couple d'entrée des moteurs             |
| $u$         | La commande                             |
| $x$         | Variable d'état                         |
| $d x$       | Etat désiré                             |
| $e$         | Erreur de poursuite                     |
| $s$         | Surface de glissement                   |
| $t$         | Variable de temps                       |
| $i \lambda$ | Paramètres de la surface de glissement  |
| $V$         | Fonction de Lyapunov                    |
| $i k$       | Paramètres de design de backstepping    |
| $y$         | Variable de sortie                      |
| $r y$       | Trajectoire désirée                     |
| $f$         | Défaut                                  |
| $a f$       | Défaut d'actionneur                     |
| $s f$       | Défaut de capteur                       |

---

# **Introduction générale**

---

Au cours des dernières décennies, les véhicules aériens sans pilote (UAV – *Unmanned Aerial Vehicles*) ont connu un développement spectaculaire, suscitant un intérêt croissant dans les domaines civil, industriel et militaire. Grâce à leur flexibilité opérationnelle, leur faible coût et leur capacité à exécuter des missions complexes dans des environnements variés, ils se sont imposés comme des outils incontournables dans de nombreuses applications modernes. Parmi les différentes configurations d’UAV, le quadrotor occupe une place prépondérante en raison de sa structure mécanique simple, de sa manœuvrabilité exceptionnelle et de sa capacité à réaliser un décollage et un atterrissage vertical (VTOL – *Vertical Take-Off and Landing*) [1]. Ces atouts lui permettent d’assurer des missions variées telles que la surveillance environnementale, la cartographie, la recherche et le sauvetage, l’inspection d’infrastructures ou encore la livraison de charges légères.

Cependant, cette apparente simplicité structurelle masque une dynamique hautement non linéaire, multivariable et sous-actionnée, ce qui rend le contrôle du quadrotor particulièrement complexe. En effet, le système ne dispose que de quatre commandes indépendantes pour contrôler six degrés de liberté, ce qui engendre un fort couplage entre les mouvements de translation et de rotation. De plus, la présence de perturbations externes, d’incertitudes paramétriques et de défaillances potentielles des actionneurs ou des capteurs accentue la difficulté du contrôle. Dans ces conditions, garantir la stabilité, la précision du suivi de trajectoire et la robustesse du système devient un enjeu majeur pour la recherche actuelle [2].

Afin d’assurer un fonctionnement sûr et fiable, même en présence de pannes, la commande tolérante aux défauts (FTC – *Fault Tolerant Control*) s’est imposée comme une approche incontournable dans le domaine du contrôle des systèmes dynamiques avancés. Cette approche vise à maintenir les performances du système malgré la survenue de défauts internes ou externes. On distingue généralement deux grandes catégories de stratégies FTC:

- La FTC passive, basée sur des lois de commande robustes capables de tolérer certaines perturbations sans nécessiter de détection explicite des défauts ;
- Et la FTC active, qui intègre des mécanismes de détection, d’isolation et d’estimation des défauts (FDI – *Fault Detection and Isolation*) afin d’adapter dynamiquement la loi de commande.

Si la FTC passive offre une simplicité de mise en œuvre, elle demeure limitée face à des pannes importantes. À l’inverse, la FTC active, plus complexe, permet une reconfiguration intelligente du système et une meilleure adaptabilité face à des conditions de fonctionnement dégradées. Cependant, sa mise en œuvre exige des observateurs précis et des algorithmes de diagnostic efficaces pour garantir une estimation fiable des défauts en temps réel [3].

Dans ce contexte, le présent travail s’inscrit dans le cadre de la conception d’une stratégie de commande robuste et tolérante aux défauts appliquée à un quadrotor UAV. L’objectif principal est de développer une architecture de commande capable de maintenir la stabilité et les performances du système même en présence de perturbations et de défaillances partielles. Pour cela, une combinaison entre la commande par mode glissant (SMC – *Sliding Mode Control*), reconnue pour sa robustesse face aux incertitudes, et l’observateur en mode glissant (SMO – *Sliding Mode Observer*), permettant la détection et l’estimation des défauts, a été proposée. Cette combinaison vise à exploiter la complémentarité entre la robustesse du SMC et la capacité de diagnostic du SMO pour concevoir une commande tolérante efficace et réactive.

La structure de ce mémoire est organisée comme suit :

- Le premier chapitre est consacré à la modélisation dynamique non linéaire du quadrotor à partir des équations de Newton–Euler. Cette étape permet de décrire le comportement translationnel et rotationnel du système et d’identifier les interactions entre ses sous-systèmes.
- Le deuxième chapitre présente une étude et une simulation de plusieurs techniques de commande non linéaires, à savoir la linéarisation par retour de sortie, la commande Backstepping et la commande par mode glissant (SMC). Ces méthodes sont évaluées en termes de stabilité, de robustesse et de précision du suivi de trajectoire.
- Le troisième chapitre propose un état de l’art détaillé sur la commande tolérante aux défauts (FTC), mettant en évidence les principes fondamentaux, les typologies (passive et active) ainsi que les approches les plus pertinentes dans la littérature récente.
- Le quatrième chapitre est dédié à la mise en œuvre d’une commande tolérante active aux défauts (AFTC) basée sur un observateur à mode glissant (SMO). L’objectif est de détecter et d’estimer les pannes d’actionneurs en temps réel afin d’adapter la loi de commande et de compenser les effets des défauts détectés.

Enfin, la conclusion générale résume les principaux résultats obtenus et met en évidence plusieurs perspectives pour les travaux futurs, notamment la validation expérimentale sur un prototype réel, la prise en compte de pannes multiples et l’intégration de techniques d’intelligence artificielle pour améliorer l’auto-adaptation et la résilience du contrôleur.

# ***Chapitre I : Modélisation d'un Quadrotor***

---

## I.1. Introduction

Les drones, également appelés UAVs (*Unmanned Aerial Vehicles*), désignent des aéronefs sans pilote embarqué. Ils sont largement utilisés dans les domaines civils et militaires pour exécuter des missions complexes dans des environnements hostiles, réduisant ainsi les risques humains [4].

Grâce à leur capacité à embarquer divers équipements (caméras, capteurs, dispositifs de communication), les UAVs sont employés dans des opérations de reconnaissance, de collecte de données, voire de combat [5]. La commande efficace de ces robots volants requiert une modélisation dynamique rigoureuse, prenant en compte à la fois les effets gyroscopiques et les forces aérodynamiques. Ce mémoire s'intéresse particulièrement à une catégorie spécifique de drones : le quadrotor, un drone à quatre rotors.

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord les UAVs, leurs différentes classifications ainsi que leurs principaux domaines d'application. Ensuite, nous nous concentrons sur la modélisation dynamique du quadrotor, en intégrant plusieurs éléments cruciaux tels que les frottements induits par les moments aérodynamiques, les forces de traînée le long des axes X, Y, Z, et les effets gyroscopiques, comme mis en évidence dans l'étude de [6] pour un prototype expérimental développé au LISV (Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles) en France.

Nous abordons également les contraintes non holonomes, souvent négligées mais essentielles pour une description réaliste du comportement du système. Cette approche nous a permis d'aboutir à une représentation d'état plus complète, plus fidèle au comportement réel d'un drone en vol.

## I.2. Définition des UAVs

Les véhicules aériens sans pilote, ou UAV (*Unmanned Aerial Vehicles*), sont des systèmes volants capables d'exécuter des missions de manière autonome ou semi-autonome, tout en transportant des charges utiles adaptées à leurs objectifs opérationnels [7]. Ils se distinguent par leur automatisation partielle ou totale et leur capacité à évoluer dans des environnements aériens sans intervention humaine directe.

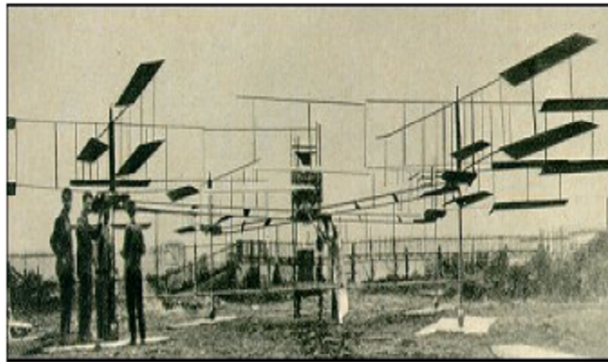
Dans le cadre de cette étude, l'attention est portée spécifiquement sur les UAVs de type quadrotor, qui représentent une catégorie populaire de drones multirotors. Ces plateformes, particulièrement répandues dans les domaines civil, académique et militaire, se caractérisent par leur manœuvrabilité, leur stabilité en vol stationnaire et leur structure relativement simple. Elles sont notamment utilisées dans des missions de surveillance, de cartographie, ou de recherche et sauvetage. Il convient de noter que, bien qu'une terminologie plus large englobe parfois d'autres types de véhicules autonomes (terrestres, maritimes ou sous-marins), cette classification sort du cadre de notre étude, qui reste strictement centrée sur les systèmes aériens. Le choix du quadrotor comme objet d'étude repose sur sa pertinence dans les travaux récents de commande avancée et sa compatibilité avec des techniques de modélisation non linéaire.

## I.3. Historique

### I.3.1. Les premiers quadrotor

L'évolution des quadrotors peut être retracée à travers deux grandes générations de conception. La première génération visait principalement le transport de passagers et représentait l'une des premières tentatives réussies de véhicules aériens à décollage et atterrissage verticaux (VTOL). Ces prototypes se distinguaient par leur envergure imposante, mais présentaient des performances limitées en raison de plusieurs contraintes techniques, notamment l'encombrement, la faible efficacité des moteurs disponibles à l'époque, ainsi que les matériaux de fabrication peu adaptés aux exigences de l'aéronautique moderne.

Le tout premier quadrotor connu est le Gyroplane n°1, également appelé « Breguet-Richet », développé en 1907 par les frères français Louis et Jacques Breguet, en collaboration avec le professeur Charles Richet comme illustré dans la figure I.1 [8].



**Figure I.1.** Bréguet Richet Gyroplane 1907 [8].

Ce prototype historique marque une étape fondatrice dans le développement des aéronefs à rotors multiples, bien qu'il soit resté expérimental et limité dans ses capacités opérationnelles.

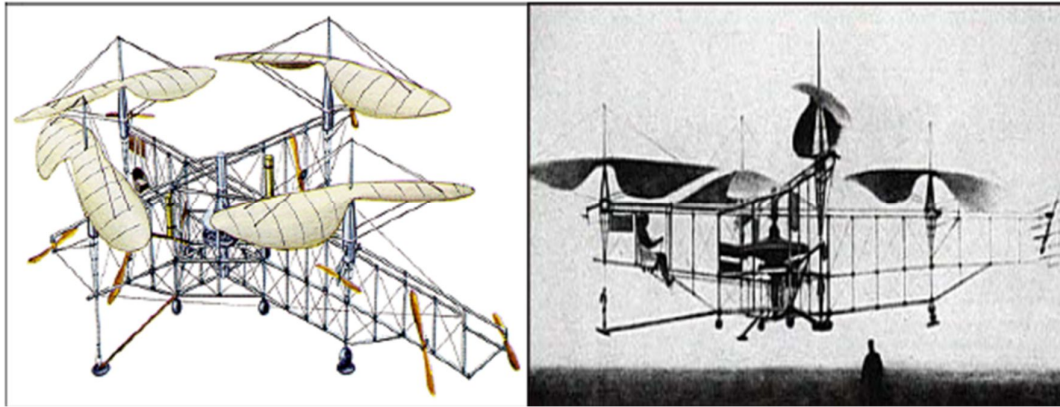
Le décollage du Gyroplane n°1 a eu lieu le 24 août 1907 [8]. Bien que pesant 578 kg, l'appareil parvint à s'élever à environ 60 centimètres du sol. Cependant, en raison de son extrême instabilité, quatre personnes durent le maintenir en vol pour éviter tout basculement. Malgré ces limites, cet essai fut reconnu par l'Académie des sciences française comme le premier décollage motorisé vertical avec un homme à bord [8].

Sur le plan technique, le Gyroplane n°1 était propulsé par un moteur Antoinette de 45 chevaux-vapeur (CV), entraînant quatre rotors de 8 mètres de diamètre, disposés en deux paires rotatives en alternance. Chaque rotor était constitué de quatre ailes biplans. Le pilote était positionné au centre de la structure, directement en dessous du moteur [9].

En 1908, une version améliorée, le Gyroplane n°2, fut mise au point. Ce second prototype était équipé d'un moteur Renault plus puissant, développant 55 CV. Malgré cette avancée, l'aéronef fut endommagé lors d'un atterrissage brutal. Bien qu'il ait été réparé, les essais ultérieurs menés par les frères Breguet ne conduisirent à aucun résultat concluant [9].

En 1920, l'ingénieur français Étienne Œmichen, alors employé par la société Peugeot, initia des travaux pionniers sur la conception d'aéronefs à voilures tournantes. Au total, il développa six prototypes différents, dont un quadrotor de grande envergure, construit en 1922. Cet appareil, d'un

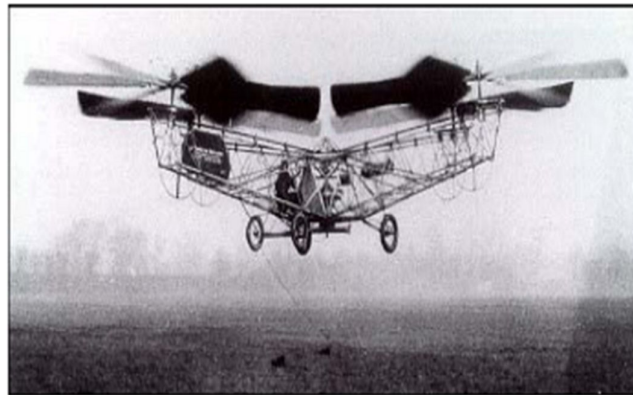
poids de 800 kg, était équipé de quatre rotors de tailles différentes — deux de 7,60 mètres et deux de 6,40 mètres de diamètre —, tous actionnés par un moteur Gnome Rhône d'une puissance de 135 kW (voir la figure I.2) [8].



**Figure I. 2.** Oemichen 1920 [8].

Ce quadrotor se distingua par une stabilité et une contrôlabilité remarquable pour l'époque. En 1924, Oemichen réalisa un vol couvrant 360 mètres, marquant une avancée importante dans l'histoire des hélicoptères multirotors. Il mena plus de mille essais en vol au cours de la décennie [8].

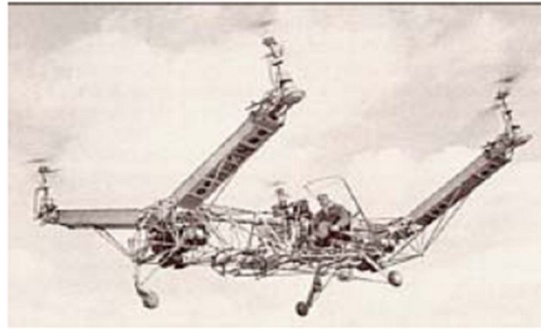
Parallèlement, aux États-Unis, une autre plateforme VTOL fut développée par George de Bothezat et Ivan Jerome pour le compte de l'armée américaine. En 1921, ils conçurent un imposant quadrotor à Dayton, Ohio. La figure I.3 illustre ce prototype [8].



**Figure I.3.** Le Quadrotor de Bothezat 1922 [8].

Ce drone pesait 1 678 kg et possédait six hélices réparties sur quatre bras. Malgré plus de 100 essais en vol, le prototype présentait des limitations importantes en matière de stabilité et de manœuvrabilité, ce qui entraîna son abandon [8].

Dans les années 1950, aux États-Unis, la société Convertawings développa un quadrotor innovant dans l'État de New York. Ce drone, illustré dans la figure I.4, utilisait des rotors de 5,92 mètres et intégrait des ailes fixes pour augmenter la portance [8].



**Figure I.4.** Convertawings Model A 1956 [8].

Propulsé par deux moteurs de 90 CV chacun, il utilisait la commande par modulation différentielle de poussée, ce qui représentait une avancée technologique. Malgré des essais réussis, le projet fut abandonné faute d'intérêt commercial.

Malgré les premières expérimentations prometteuses du début du XXe siècle, la configuration quadrotor est restée relativement marginale jusqu'au début des années 1980. Ce n'est qu'à partir de cette période que cette architecture a suscité un regain d'intérêt au sein de la communauté scientifique et industrielle. Plusieurs chercheurs ont alors commencé à explorer les applications potentielles du quadrotor dans le domaine des mini-drones, en raison de ses avantages structurels et fonctionnels.

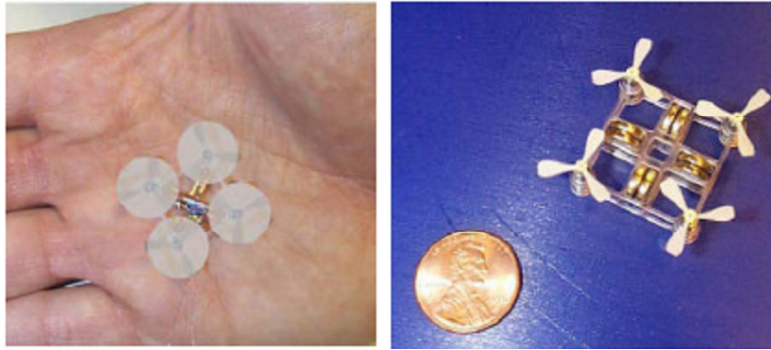
En effet, la configuration quadrotor se distingue par sa simplicité mécanique, son coût de fabrication relativement faible, ainsi que sa capacité à emporter une charge utile significative par rapport à sa taille. Ces caractéristiques en font une plateforme attrayante pour de nombreuses applications civiles, militaires et scientifiques, notamment dans les domaines de la surveillance, de la cartographie, de la recherche environnementale et de la robotique mobile.

### **I.3.2. Les travaux de recherche récents sur les quadrotors**

Avec les avancées technologiques en miniaturisation des capteurs, en électronique embarquée et en puissance de calcul, une nouvelle génération de quadrotors a émergé. Ces drones modernes, conçus comme véhicules aériens sans pilote (UAV), sont dotés de systèmes de commande sophistiqués assurant leur stabilité et autonomie. Cette évolution a stimulé un intérêt croissant pour les problématiques de modélisation et de commande, donnant lieu à de nombreux projets de recherche, qu'ils soient basés sur des plateformes commerciales (Draganflyer, HMX4, etc.) ou sur des conceptions originales. L'enjeu réside souvent dans le compromis entre la conception mécanique et les algorithmes de commande [10].

#### **I.3.2.1. Le projet Mesicopter (1999-2001)**

Le Mesicopter, également appelé Meso-Scale, est un nano-quadrotor électrique d'une envergure de 1,5 cm et d'une masse de 40 g, capable de voler de manière autonome grâce à une alimentation intégrée via des batteries miniatures. Développé par une équipe de l'Université de Stanford en collaboration avec Intel, SRI et la NASA, ce projet vise à créer un micro-véhicule aérien adapté aux missions de recherche atmosphérique et d'exploration planétaire. Ce robot miniature, hautement technologique, représente une avancée significative dans la catégorie des drones de très petite taille, utilisés pour des mesures scientifiques précises [11], comme illustré dans la figure I.5.



**Figure I.5.** Le Mesicopter [11].

### I.3.2.2. Le projet STARMAC 2007

Le projet STARMAC (Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent Control), développé au sein du département d'Aéronautique et d'Astronautique de l'Université de Stanford, constitue une plateforme de recherche avancée dédiée à l'étude de la commande multi-agents pour drones autonomes [12], comme illustré dans la figure I.6.



**Figure I.6.** Le Quadrotor STARMACII [12].

Les quadrotors du projet STARMAC sont des plateformes autonomes développées à l'Université de Stanford pour tester des algorithmes de coordination multi-véhicules en milieu extérieur [12]. Ils répondent à plusieurs exigences clés, notamment une navigation sûre, un suivi autonome de trajectoires, une perception avancée de l'environnement grâce à divers capteurs, la communication inter-drones et avec une station au sol, ainsi que l'exécution en temps réel des algorithmes embarqués. Équipés de moteurs brushless Axi 2208, ces drones utilisent des capteurs GPS, IMU et ultrasons. Leur architecture de commande est répartie sur deux niveaux : une commande bas niveau assurée par une carte Robostix (Atmega128) pour le contrôle moteur, et une commande haut niveau gérée par un ordinateur Crossbow Stargate 1.0 pour la planification et la coordination.

### I.3.2.3. Le projet OS4 (2003-2007)

Au Laboratoire des Systèmes Autonomes (ASL) de l'EPFL (Suisse), plusieurs projets ont porté sur l'étude de modèles commerciaux d'hélicoptères. L'un des résultats notables est le développement du quadrotor OS4 (Omnidirectional Stationary Flying Outstretched Robot), conçu pour assurer une autonomie complète en milieu encombré. Le projet a intégré de manière conjointe les aspects de conception et de commande, permettant une optimisation mutuelle entre architecture mécanique et stratégie de contrôle [13], comme illustré dans la figure I.7.



**Figure I.7.** Le Quadrotor OS4 [13].

Le quadrotor OS4 est équipé de tous les systèmes nécessaires pour un vol autonome complet, comprenant :

1. Une unité de mesure inertielle 3DM-GX1 pour la détection de l'attitude,
2. Un capteur de position basé sur la vision, avec une caméra CCD miniature et une marque au sol,
3. Cinq capteurs à ultrasons SRF10, dont quatre pour l'évitement des obstacles et un pour la mesure de l'altitude,
4. Un ordinateur embarqué Geode1200 (266 MHz, 128 Mo de RAM) pour l'implémentation en temps réel des algorithmes de commande.

Le tableau suivant présente un récapitulatif des projets les plus emblématiques dans la conception de quadrotors :

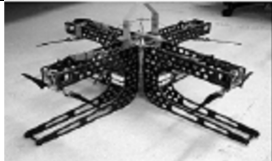
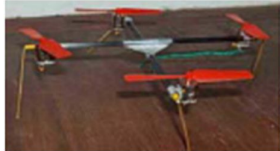
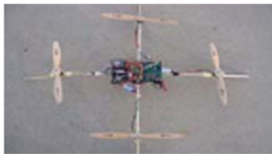
| Projets                               | Université                                                    | Plateforme                                                                            |
|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| Le X4-Flyer<br>[Pounds, 2004]         | Université National<br>Australienne                           |    |
| Le X4-Flyer<br>[Guenard, 2005]        | CEA<br>France                                                 |    |
| Le Quadrotor du<br>Projet Quentin     | Ecole Pour<br>L'Informatique et Techniques<br>Avancées France |    |
| Le Quadrotor Scott<br>D. Hanford 2005 | Université de<br>Pennsylvanie Australie                       |    |
| P. Tournier's<br>Thèse                | MIT<br>USA                                                    |  |

Tableau I.1. Quelques projets sur les Quadrotors.

## I.4. État de l'art sur les drones aériens (quadrotor)

Le rêve de voler représente l'un des défis majeurs ayant marqué l'histoire de l'humanité, suscitant de nombreuses tentatives ambitieuses souvent accompagnées d'échecs répétés [14].

### I.4.1. Classification des drones

Les drones peuvent être classés selon divers paramètres tels que leurs dimensions, leur mode de propulsion ou encore leur système de commande [14].

#### I.4.1.1. Selon la taille

Il est possible de classer les drones en plusieurs catégories distinctes, en fonction de leurs caractéristiques techniques et de leurs usages. Parmi celles-ci, on retrouve :

- **HALE (Haute Altitude Longue Endurance)** : Ces drones, généralement dotés d'une voilure fixe, sont conçus pour opérer à haute altitude sur de longues durées, pouvant aller de 12 à 48 heures. Ils sont principalement utilisés pour la surveillance et la collecte continue de données [14].
- **MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance)** : Destinés aux missions de longue portée à une altitude moyenne, ces drones de grande taille présentent une autonomie significative. Certains modèles sont armés, ce qui implique une supervision humaine, notamment pour la prise de décision concernant l'usage de l'armement ou l'interruption de la mission [14].
- **Micro-drones** : Ces appareils de très petite taille, dont les dimensions varient de quelques centimètres à une dizaine de centimètres, sont caractérisés par une charge utile limitée. Alimentés le plus souvent par des moteurs électriques, ils sont adaptés au vol en intérieur [14].
- **Mini-drones** : De faible poids et de dimensions modestes (quelques kilogrammes, avec une envergure pouvant atteindre 1 à 2 mètres), ces drones disposent d'une autonomie restreinte, allant généralement de 10 à 30 minutes. Ils sont privilégiés pour l'observation d'espaces difficilement accessibles. La figure I.8 illustre les différentes catégories de drones mentionnées [14].

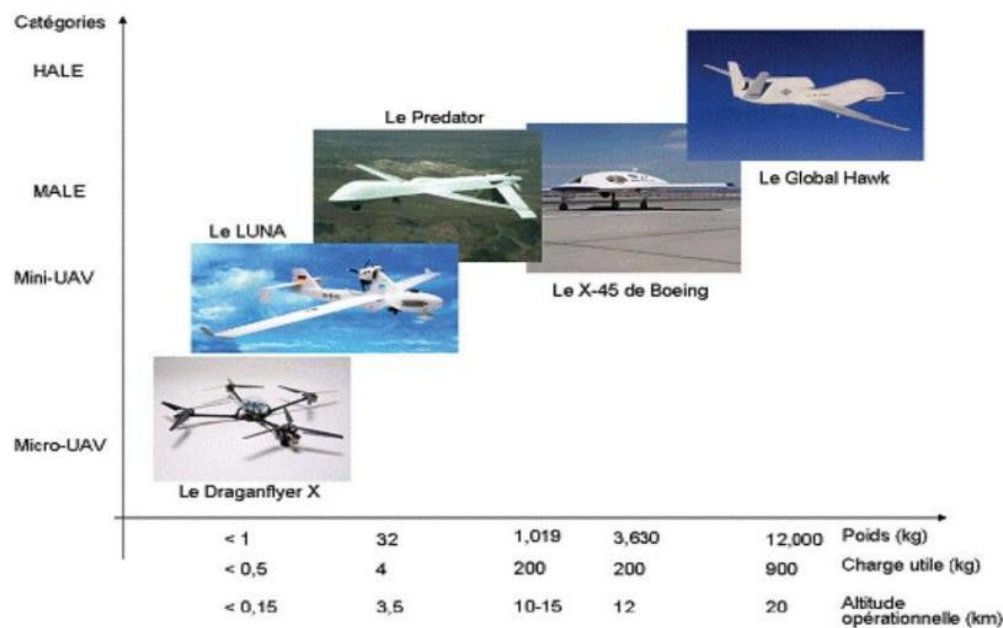


Figure I.8. Catégories des drones [14].

#### I.4.1.2. Classification selon le mode de propulsion

Une autre approche de classification repose sur le mode de fonctionnement des drones. On distingue ainsi trois grandes catégories [14]:

- Les drones à voilure fixe : équipés d'ailes rigides similaires à celles des avions, ils sont optimisés pour le vol en ligne droite sur de longues distances.

- Les drones à ailes battantes : imitent le vol des oiseaux ou des insectes en battant des ailes pour se déplacer.
- Les drones à voilure tournante : munis de rotors assurant à la fois la portance et la propulsion, ces drones sont capables de décollages et d'atterrissages verticaux ainsi que de vols stationnaires à basse altitude. La Figure I.9 illustre quelques exemples représentatifs de drones à voilure fixe, à voilure tournante et à ailes battantes.



Figure I.9. Classification selon le mode de propulsion [14].

#### I.4.1.3 .Drones à voilures tournantes

Les drones à voilure tournante peuvent être répartis en quatre sous-catégories principales [15] :

- **Les mono-rotors** : caractérisés par la présence d'un seul rotor principal assurant la propulsion et la portance. Cette catégorie comprend notamment les modèles convertibles, comme illustré dans la figure I.10(a).
- **Les birotors** : cette configuration inclut différents types d'agencements à deux rotors. L'exemple classique est l'hélicoptère, muni d'un rotor principal et d'un rotor de queue. Certains dispositifs sans plateau cyclique, autres que les hélicoptères, utilisent des ailerons pour orienter les rotors. Il existe également des systèmes avec deux rotors alignés sur un même axe, tournant en sens opposé, accompagnés d'ailerons placés dans le flux d'air généré par les rotors, comme illustré dans la figure I.10(b).

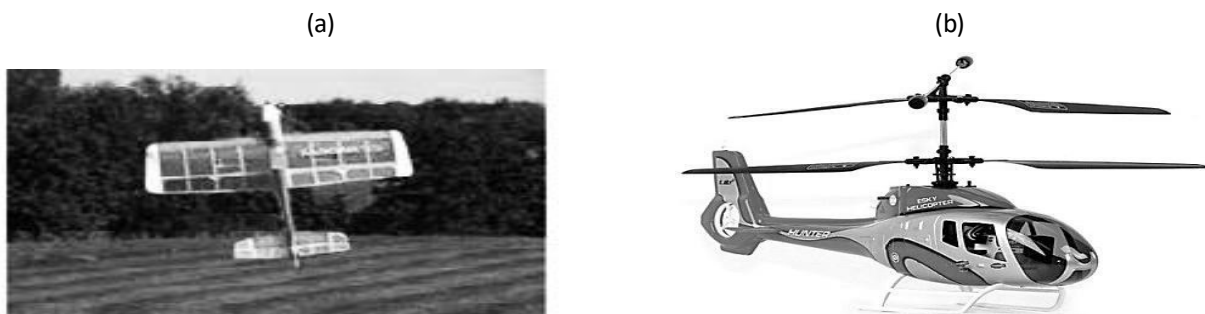
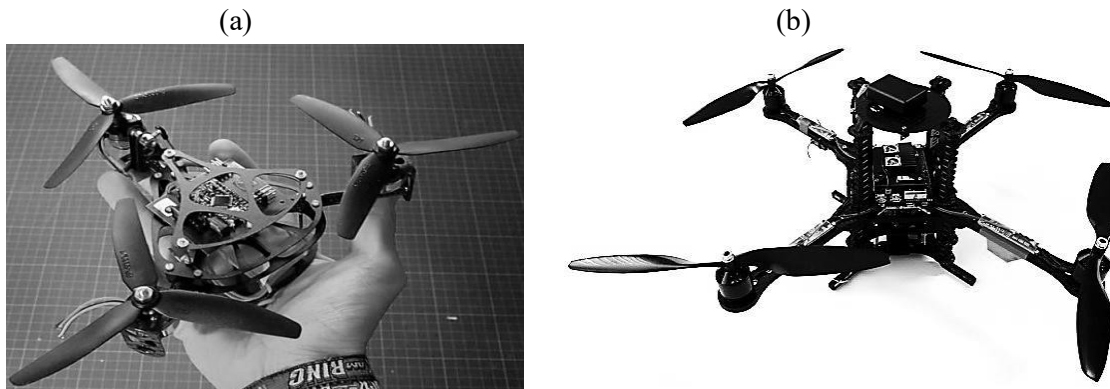


Figure I.10. (a) Mono rotor; (b) Birotor [15].

- **Les tri-rotors** : Moins stables en vol que les quadrotors, les tri-rotors (voir la figure I.4 a) disposent de deux rotors avant tournant en sens opposé pour contrôler le tangage, et d'un rotor arrière chargé de réguler le roulis.
- **Les quadrotors** : Cet appareil, illustré en la figure I.4 b, est muni de quatre rotors situés aux extrémités d'une structure en forme de croix. Ces rotors génèrent la portance nécessaire au décollage vertical.

Leur fonctionnement repose sur une configuration où deux rotors tournent dans le sens horaire, tandis que les deux autres tournent en sens inverse. Cette disposition permet le contrôle de plusieurs mouvements : la poussée verticale (gaz), les inclinaisons selon l'axe longitudinal ou transversal (roulis et tangage), ainsi que la rotation sur l'axe vertical (lacet).



**Figure I.11.** (a) Tri rotor; (b) Quadrotor [15].

Tous les mouvements du quadrotor seront abordés en détail dans la section consacrée à la modélisation. Ce type de drone présente plusieurs avantages par rapport à d'autres plateformes, notamment une mécanique relativement simple, une grande manœuvrabilité, ainsi qu'une capacité de décollage et d'atterrissage verticaux. Le contrôle de l'appareil s'effectue exclusivement par la variation de la vitesse de rotation de ses quatre moteurs. Grâce à cette configuration, il peut évoluer à proximité d'obstacles, ce qui est difficilement réalisable pour d'autres types de drones. L'agilité du quadrotor, combinée à une bonne interconnexion de ses composants, lui confère une dynamique efficace, et ses quatre rotors permettent de supporter une charge utile relativement importante.

Cependant, cette plateforme souffre de certaines limitations, notamment une autonomie restreinte en raison de sa consommation énergétique élevée. De plus, son décollage exige une attention particulière à la répartition des masses et au poids total de l'appareil.

#### I.4.2. Application des drones

Les applications des drones, ou UAV (*Unmanned Aerial Vehicles*), varient considérablement selon le domaine d'utilisation. Dans le secteur militaire, leur emploi demeure généralement confidentiel en raison de la nature stratégique des missions. Ils sont principalement utilisés pour [15] :

- Assurer une meilleure protection des troupes en fournissant des informations en temps réel.
- Appuyer la prise de décisions tactiques, en transformant non seulement la conception des opérations aériennes, mais aussi les fondements mêmes des opérations interarmées.

- Réaliser des missions de reconnaissance, d'espionnage et d'interception de communications.

Dans le secteur civil, les drones connaissent une large adoption dans des domaines variés [16] :

- Recherche et sauvetage dans des zones inaccessibles ou à haut risque telles que les régions montagneuses, les océans ou les sites industriels dangereux ;
- Surveillance et inspection, notamment pour l'évaluation de dommages, la détection de frontières, la lutte contre les incendies de forêt, la surveillance des lignes à haute tension, des zones reculées ou maritimes, ainsi que la mesure de la pollution atmosphérique et marine ;
- Cartographie et suivi environnemental, y compris l'élaboration de cartes routières, la surveillance du trafic, l'observation des ressources naturelles, des sites archéologiques, des oléoducs, gazoducs et matières dangereuses.

#### I.4.3. Instrumentation des UAVs

Au cours des dernières années, les drones ont connu une croissance significative, portée par les progrès rapides dans le domaine des capteurs, de l'électronique embarquée et de la miniaturisation. L'amélioration de la performance énergétique, notamment via les batteries plus légères et plus efficaces, a également contribué à accroître leur autonomie.

- **Le pilote automatique**

Considéré comme le centre de contrôle du drone, l'autopilote garantit la stabilité et, dans de nombreux cas, la navigation autonome de l'appareil. Il se présente sous forme de circuits imprimés miniaturisés intégrant le processeur principal, des capteurs, de la mémoire, ainsi qu'un ensemble d'interfaces, dont le GPS. Installé près du centre de gravité du drone, il agit comme un lien entre le récepteur radio et les actionneurs, exécutant un logiciel préprogrammé de gestion du vol.

- **Les batteries**

L'un des défis majeurs en aéronautique sans pilote réside dans la gestion énergétique. L'autonomie de vol dépend étroitement du choix des batteries et des moteurs. Les batteries au lithium-polymère (LiPo) sont particulièrement appréciées pour leur densité énergétique élevée et leur taux de décharge adapté aux besoins des drones.

- **La propulsion**

Les drones utilisent différents systèmes de propulsion, dont des moteurs électriques ou thermiques issus du modélisme. Le recours aux moteurs électriques est courant, notamment grâce aux avancées dans la réduction du poids et l'augmentation de l'efficacité énergétique. Deux principaux types de moteurs électriques sont utilisés:

- Moteur à courant continu avec balais, plus simple mais moins durable.
- Moteur brushless (sans balais), plus efficace et plus fiable.

- **Les hélices**

Les hélices assurent la conversion de l'énergie mécanique en poussée. Les multicopters utilisent des paires d'hélices tournant dans des sens opposés (horaire et antihoraire). Leur conception doit être adaptée au type de vol pour éviter toute instabilité. Les matériaux utilisés varient selon le coût et la

performance : plastique (nylon), bois (souvent du hêtre) et fibre de carbone. Certaines hélices sont pliables afin de faciliter le transport et réduire les risques de dommages [17].

- **Les capteurs**

Les capteurs jouent un rôle fondamental dans la stabilité et l'autonomie du drone. Ils traduisent des grandeurs physiques en signaux exploitables par le système de contrôle. Les paramètres généralement mesurés incluent:

- La position (coordonnées géographiques et altitude).
- La vitesse linéaire selon les trois axes.
- La vitesse angulaire (rotation autour des axes).
- L'attitude (roulis, tangage et lacet).

## I.5. Modélisation Dynamique du Quadrotor

La conception d'un contrôleur de vol nécessite une compréhension approfondie de la dynamique du véhicule aérien, notamment à travers l'élaboration de ses équations de mouvement. Cette modélisation est essentielle non seulement pour concevoir des algorithmes de commande adaptés, mais également pour garantir que les simulations du comportement du drone reproduisent fidèlement les conditions réelles de vol. En raison des nombreux phénomènes physiques influençant leur comportement tels que les forces aérodynamiques, la gravité, les effets gyroscopiques, les frottements et les moments d'inertie, les quadrotors sont considérés comme l'un des systèmes de vol les plus complexes [18]. Cette complexité est amplifiée par le fait que chacun de ces effets se manifeste différemment selon le mode de vol. Ainsi, le modèle dynamique d'un quadrotor doit être adapté à la mission assignée ainsi qu'à l'environnement opérationnel défini en amont par l'utilisateur.

### I.5.1. Description générale du quadrotor

Le quadrotor est un aéronef à voilure tournante doté de quatre rotors, disposant de six degrés de liberté dans l'espace : trois rotations (roulis, tangage, lacet) et trois translations (sur les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ ) [19]. Les rotors sont généralement positionnés aux extrémités d'une structure en croix, tandis que l'électronique de commande est centralisée au point d'intersection, comme illustré dans la figure I.12. Pour maintenir la stabilité autour de l'axe de lacet, deux hélices doivent tourner dans le sens horaire et les deux autres dans le sens antihoraire. Afin d'assurer un contrôle efficace, chaque paire de rotors tournant dans le même sens est placée de manière diagonale. Le contrôle du mouvement s'effectue par la modulation de la vitesse des moteurs, permettant ainsi le déplacement vertical, les inclinaisons latérales (roulis), longitudinales (tangage), ainsi que la rotation autour de l'axe vertical (lacet) [20]. Malgré ses six degrés de liberté, le quadrirotor ne dispose que de quatre actionneurs indépendants, ce qui en fait un système sous-actionné.

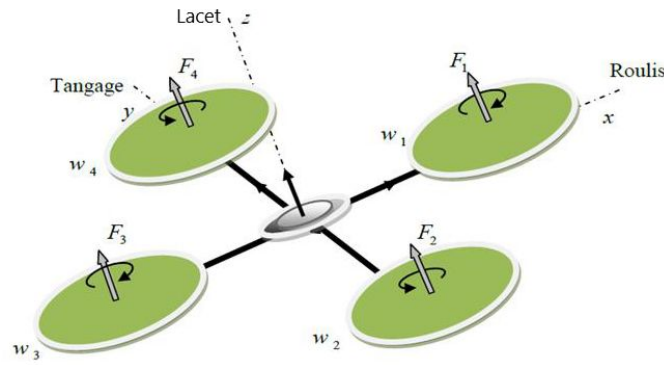


Figure I.12. Structure générale d'un quadrotor [20].

### I.5.2. Les possibilités de vol du quadrotor

Dans un hélicoptère classique, la rotation du rotor principal engendre un couple de réaction qui, s'il n'est pas compensé, entraîne une rotation inverse du fuselage. Ce déséquilibre est généralement corrigé par un rotor de queue produisant une poussée latérale, bien qu'il ne contribue pas directement à la portance. À l'inverse, un quadrirotor dispose de quatre rotors, répartis symétriquement, dont deux tournent dans le sens horaire et deux dans le sens antihoraire, neutralisant ainsi les couples de réaction. Toute la puissance délivrée est ainsi exploitée pour la génération de poussée [21]. Le contrôle du mouvement s'effectue en modulant la vitesse des rotors, modifiant ainsi la poussée produite par chacun. Ce principe permet au quadrotor d'incliner son châssis et de se translater selon la direction souhaitée. Néanmoins, comme dans le cas de l'hélicoptère, le mouvement est intrinsèquement couplé : une translation nécessite une inclinaison, donc un roulis ou un tangage, ce qui implique que toute modification de vitesse d'un rotor affecte simultanément plusieurs degrés de liberté.

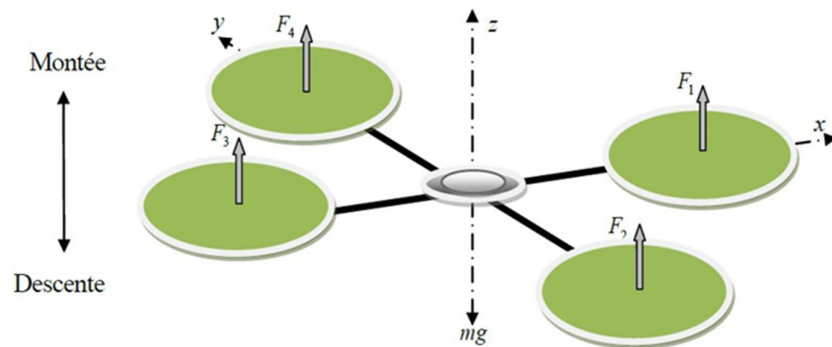
Ainsi, bien que le système ne dispose que de quatre actionneurs, il est capable de contrôler six degrés de liberté grâce à ce couplage dynamique.

Les principaux types de mouvements que le quadrotor peut effectuer sont :

- Le mouvement vertical (ascension ou descente),
- Le roulis (inclinaison latérale),
- Le tangage (inclinaison avant/arrière),
- Le lacet (rotation autour de l'axe vertical),
- La translation horizontale (déplacement selon les axes x et y).

#### 1. Mouvement vertical

Il est obtenu lorsque les quatre rotors génèrent une poussée équivalente, perpendiculaire au sol. Si cette force est égale au poids de l'appareil, celui-ci reste en vol stationnaire. Une poussée supérieure provoque une montée, tandis qu'une poussée inférieure entraîne une descente comme illustré dans la figure I.13.

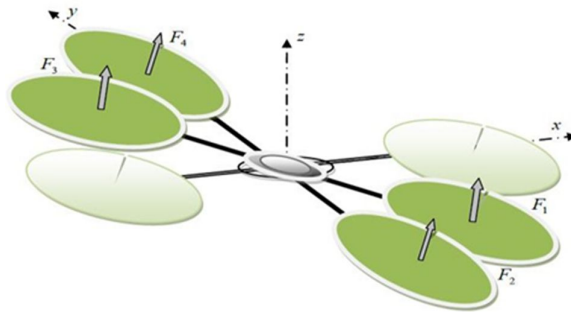


**Figure I.13.** Illustration du mouvement vertical [21].

## 2. Mouvement de roulis

Le mouvement de roulis correspond à une rotation du quadrotor autour de son axe longitudinal (axe  $x$ ). Ce mouvement est obtenu en générant une différence de poussée entre les rotors latéraux, généralement le rotor 2 et le rotor 4, ce qui induit un couple autour de l'axe  $x$  (la figure I.14).

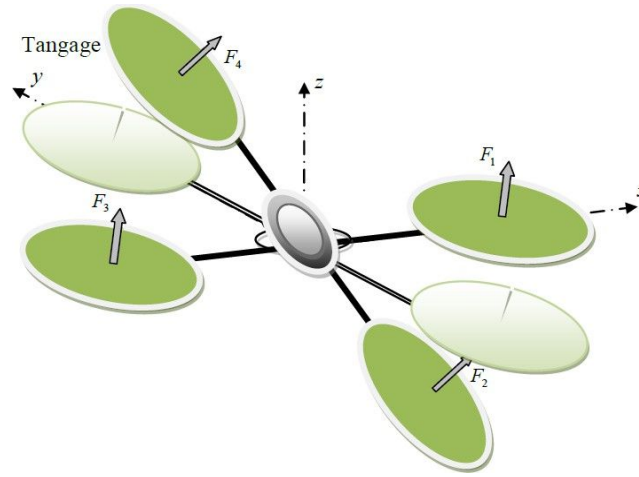
Ce type de rotation provoque une inclinaison latérale du drone, modifiant ainsi la direction de la portance. En conséquence, une composante horizontale de la poussée apparaît, entraînant simultanément une translation le long de l'axe  $y$ . Ainsi, le roulis est intrinsèquement couplé au déplacement latéral du quadrotor.



**Figure I.14.** Illustration du mouvement de roulis [21].

## 3. Mouvement de tangage

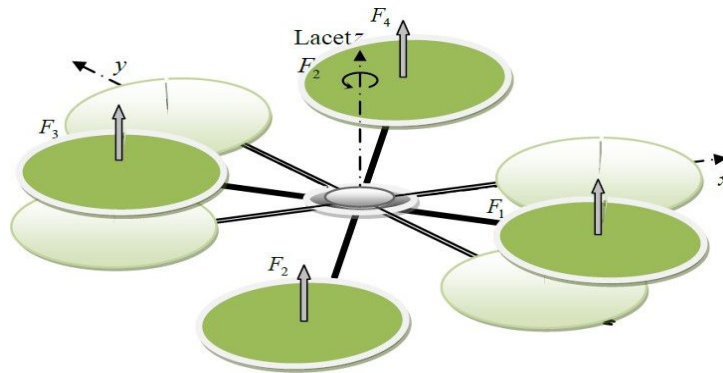
Le tangage correspond à une rotation autour de l'axe transversal ( $y$ ), obtenue par une différence de poussée entre les rotors avant (1) et arrière (3), comme illustré à la figure I.15. Cette rotation incline le drone vers l'avant ou l'arrière, générant une translation le long de l'axe  $x$ .



**Figure I.15.** Illustration du mouvement de tangage [21].

#### 4. Mouvement de lacet

Le lacet est une rotation autour de l'axe vertical ( $z$ ), obtenue en créant une différence de vitesse entre les rotors  $\{1,3\}$  et  $\{2,4\}$ , comme illustré à la figure I.16. Ce mouvement résulte non pas de la poussée, mais du couple de réaction induit par la rotation des hélices. Pour maintenir la stabilité verticale, la variation de poussée dans une paire doit être compensée par l'autre.



**Figure I.16.** Illustration du mouvement de lacet [21].

#### 5. Mouvements de translation

La translation horizontale, illustrée en figure I.17, s'obtient par une inclinaison du drone via le tangage ou le roulis. Une augmentation globale de la poussée est alors nécessaire pour maintenir la portance verticale constante tout en générant une force le long de l'axe  $x$  ou  $y$ .

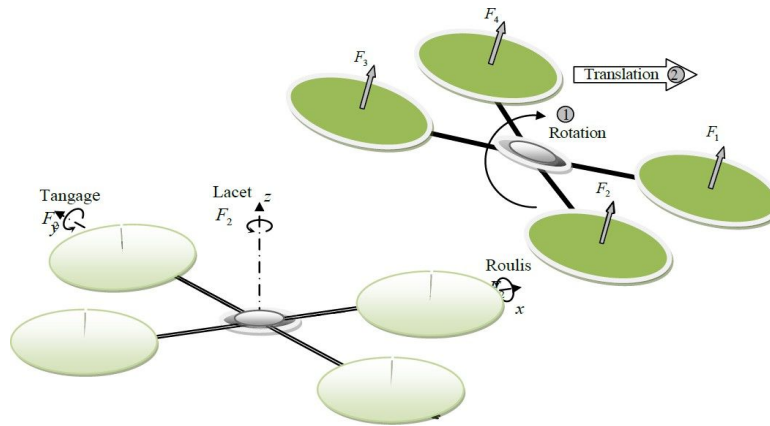


Figure I.17. Illustration du mouvement de translation [21].

### I.5.3. Modélisation dynamique du Quadrotor

La modélisation d'un drone volant, tel qu'un quadrotor, s'avère complexe en raison de sa dynamique fortement non linéaire et entièrement couplée. Pour simplifier l'analyse, plusieurs hypothèses sont formulées [14] :

- La structure du quadricoptère est supposée rigide et symétrique, ce qui permet d'approximer la matrice d'inertie par une matrice diagonale.
- Les hélices sont considérées comme rigides, en négligeant les déformations dues à leur rotation.
- Le centre de gravité est situé à l'origine du repère lié à la structure du drone.
- La portance et la traînée générées par chaque rotor sont supposées proportionnelles au carré de la vitesse de rotation, en accord avec les principes aérodynamiques.

Pour établir le modèle dynamique, deux repères sont introduits [14]:

- Un repère inertiel  $R^m$  attaché au sol.
- Un repère mobile  $R^b$  lié au drone.

La transformation entre ces deux repères est décrite par une matrice de rotation  $T$ , qui encode l'orientation et la position du drone dans l'espace.

On choisit la convention d'axes suivants, comme illustrée en figure I.18

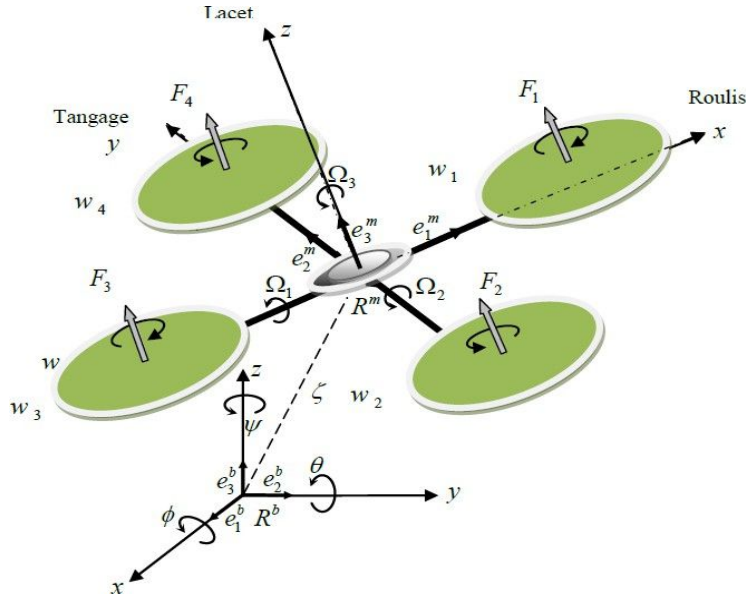


Figure I.18. Géométrie du quadrotor [14].

$$T = \begin{bmatrix} R & e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I-1})$$

Avec  $R$  la matrice de rotation (décrit l'orientation de l'objet mobile),  $e = [x \ y \ z]^T$  est le vecteur de position. Pour déterminer les éléments de la matrice de rotation  $R$ , on utilise les angles d'Euler [14].

#### I.5.4. Matrice de rotation

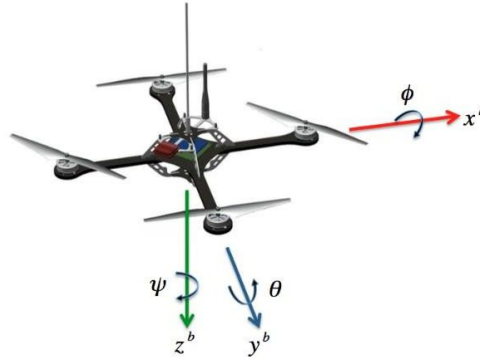
La matrice de rotation  $R$  permet de décrire l'orientation d'un corps rigide dans l'espace. Il s'agit d'une matrice orthogonale de déterminant 1, soit [14] :

$$\det(R) = 1 \quad \text{et} \quad RR^T = R^T R = I$$

Elle résulte du produit successif de trois rotations selon les axes principaux, connues sous le nom d'angles d'Euler :

- Roll (roulis) : rotation autour de l'axe  $x$ , notée  $\phi$ , avec  $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ .
- Pitch (tangage) : rotation autour de l'axe  $y$ , notée  $\theta$ , avec  $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ .
- Yaw (lacet) : rotation autour de l'axe  $z$ , notée  $\psi$ , avec  $-\pi < \psi < \pi$ .

Ce système permet de représenter la posture d'un drone dans l'espace à tout instant.



**Figure I.19.** Les axes de rotation [14].

$$R(\psi, \theta, \varphi) = \text{rot}(z, \psi) \cdot \text{rot}(y, \theta) \cdot \text{rot}(x, \varphi)$$

$$\text{- Rotation de l'axe } x : \quad \text{rot}(x, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ 0 & \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (\text{I-2})$$

$$\text{- Rotation de l'axe } y : \quad \text{rot}(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{I-3})$$

$$\text{- Rotation de l'axe } Z : \quad \text{rot}(z, \varphi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I-4})$$

Alors la matrice de rotation est :

$$R(\psi, \theta, \varphi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\varphi s\theta c\psi - s\psi c\varphi & c\varphi s\theta c\psi + s\psi s\varphi \\ s\psi c\theta & s\varphi s\theta s\varphi + c\psi c\theta & c\varphi s\theta s\varphi - s\psi c\varphi \\ -s\theta & s\varphi c\theta & c\varphi c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I-5})$$

Avec c est cos et s est sin

### I.5.5. Mouvement de translation et de rotation

#### I.5.5.1. Effets physiques agissants sur le quadrotor

##### Les forces

Les forces agissant sont Plusieurs forces influencent le comportement dynamique du quadrotor [14] :

- **Poids (force gravitationnelle)**

Le poids du système s'écrit :

$P = m g$ , Où  $m$  : est la masse totale du drone et  $g$  : l'accélération gravitationnelle.

- **Poussée générée par les rotors**

Chaque moteur génère une force de poussée perpendiculaire au plan de rotation de son hélice, proportionnelle au carré de sa vitesse angulaire :

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (I-6)$$

Pour  $i = \overline{1:4}$ , et  $b$  le coefficient de portance, dépendant de la géométrie des pales et des conditions aérodynamiques.

- **Forces de traînée**

Deux types de traînée sont à considérer :

- Traînée sur les hélices : elle s'exprime par :

$$T_h = d\omega^2 \quad (I-7)$$

Où  $d$  est le coefficient de traînée aérodynamique des hélices.

- Traînée sur le châssis : provoquée par le déplacement du corps du drone dans l'air, elle est modélisée selon les axes (x, y, z) comme suit :

$$F_t = K_{ft}v \quad (I-8)$$

où  $K_{ft}$  est un coefficient de traînée de translation, et  $v$  est la vitesse linéaire du centre de gravité.

## Les moments

Moments agissant sur le quadrotor sont plusieurs couples influencent la dynamique du drone, résultant des effets de poussée, de traînée et des phénomènes gyroscopiques [14].

### ➤ Moments dus à la poussée des rotors

Les différences de poussée entre les paires de rotors génèrent des moments autour des axes principaux [14] :

**Autour de l'axe x (roulis) :** Ce moment provient de l'écart de poussée entre les rotors 2 et 4 :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (I-9)$$

Où  $l$  est la distance entre le centre du drone et un rotor.

**Autour de l'axe y (tangage) :** Ce moment résulte de la différence de poussée entre les rotors 1 et 3 :

### ➤ Moments dus à la traînée

- **Autour de l'axe z (lacet)**

Ce couple est induit par la différence des couples de traînée générés par les rotors [14] :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (I-10)$$

Avec  $d$  le coefficient de traînée rotative.

- **Moment aérodynamique global**

Représentant la résistance au mouvement de rotation, il est modélisé par [14] :

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad (\text{I-11})$$

où  $K_{fa}$  est le coefficient de frottement aérodynamique et  $\Omega$  la vitesse angulaire totale.

### I.5.5.2. Effet gyroscopique

L'effet gyroscopique désigne la résistance d'un objet en rotation à toute modification de l'orientation de son axe de rotation. Ce phénomène, central dans le fonctionnement des gyroscopes utilisés notamment en navigation aérienne découle directement des lois de la dynamique du mouvement rotatif [14].

Dans un quadrotor, deux types de moments gyroscopiques peuvent être distingués :

- Moment gyroscopique des hélices : Il provient de la rotation propre de chaque rotor. Lorsqu'un changement d'orientation est appliqué, cette rotation engendre un couple gyroscopique qui s'oppose à ce changement. Ce moment est exprimé par [14] :

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \wedge J_r [0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \quad \omega_i]^T \quad (\text{I-12})$$

Avec  $J_r$  est l'inertie de système.

-Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor : il est donné par la relation suivante [14] :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \cdot \Omega \quad (\text{I-13})$$

Avec  $J$  est l'inertie de système.

D'après la formulation de Newton-Euler, on a [14] :

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = v \\ m \ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J \dot{\Omega} = -M_{gm} + M_f - M_a - M_{gh} \end{cases} \quad (\text{I-14})$$

Avec

$\zeta$  : Est le vecteur de position du quadrotor.

$m$  : la masse totale du quadrotor.

$\Omega$  : La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe.

$R$  : La matrice de rotation.

$\wedge$  : Le produit vectoriel.

$J$  : matrice d'inertie symétrique de dimension  $(3 \times 3)$ , elle est donnée par [14] :

$$J = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{I-15})$$

$S(\Omega)$  : Est la matrice antisymétrique ; pour un vecteur de vitesse

$\Omega = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3]^T$ , elle est donnée par [14] :

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I-16})$$

$F_f$  : Est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par [14] :

$$F_f = R \times [0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i]^T \quad (\text{I-17})$$

$$F_i = b\omega_i^2 \quad (\text{I-18})$$

$F_t$  : La force de traînée selon les axes (x, y, z), elle est donnée par [14] :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{fx} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{fy} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{fz} \end{bmatrix} \dot{\zeta} \quad (\text{I-19})$$

$K_{fx}, K_{fy}, K_{fz}$  : Les coefficients de traînée de translation,

$F_g$  : Force de gravité, elle est donnée par [14] :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (\text{I-20})$$

$M_f$  : Moment provoqué par les forces de poussée et de traînée [14] :

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{I-21})$$

$M_a$  : Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par [14] :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I-22})$$

$K_{fax}, K_{fay}, K_{faz}$ : Les coefficients des frottements aérodynamiques.

### I.5.6. Equations de mouvement de translation

On a [14] :

$$m\ddot{\zeta} = F_f + F_t + F_g \quad (\text{I-23})$$

On remplace chaque force par sa formule, on trouve [14] :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{fx}\dot{x} \\ K_{fy}\dot{y} \\ K_{fz}\dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (\text{I-24})$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation [14] :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi)(\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{fx}}{m}\dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)(\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{fy}}{m}\dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}(c\phi c\theta)(\sum_{i=1}^4 F_i) - \frac{K_{fz}}{m}\dot{z} - g \end{cases} \quad (\text{I-25})$$

### I.5.7. Equations de mouvement de rotation

On a [14]:

$$J\dot{\Omega} = -M_{gh} - M_{gm} - M_a + M_f \quad (\text{I-26})$$

On remplace chaque moment par la formule correspondant, on trouve [14] :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left( \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\quad - \begin{bmatrix} K_{fax}\dot{\phi}^2 \\ K_{fay}\dot{\theta}^2 \\ K_{faz}\dot{\psi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I-27})$$

On obtient alors les équations différentielles définissant le mouvement de rotation [14] :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta}\dot{\psi}(I_z - I_y) - J_r \Omega_r \dot{\theta} - K_{fax}\dot{\phi}^2 + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x) + J_r \Omega_r \dot{\phi} - K_{fay}\dot{\theta}^2 + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \ddot{\psi} = -\dot{\phi}\dot{\theta}(I_y - I_x) - K_{faz}\dot{\psi}^2 + d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases} \quad (\text{I-28})$$

Avec :

$$\bar{\Omega}_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \quad (\text{I-29})$$

En conséquence, le modèle dynamique complet qui régit le quadrirotor est le suivant [14] :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{I_r}{I_x} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{I_r}{I_y} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\theta} \dot{\phi} - \frac{K_{fc}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = -\frac{K_{fx}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fy}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{ft}}{m} \dot{z} - g + \frac{\cos(\phi) \cos(\theta)}{m} u_1 \end{cases} \quad (\text{I-30})$$

Avec :

$$\begin{cases} u_x = (c\phi c\psi s\theta + s\phi s\psi) \\ u_y = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \end{cases} \quad (\text{I-31})$$

Et :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I-32})$$

### I.5.8. Contraintes non holonomes

L'introduction des contraintes non holonomes permet de mieux comprendre le couplage entre les différents états dynamiques du système. En se basant sur les équations de mouvement en translation selon les axes x, y et z, on peut formuler une contrainte non holonome exprimée par [14] :

$$\begin{cases} \phi_d = \arcsin(u_x \sin(\psi_d) - u_y \cos(\psi_d)) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{(u_x \cos(\psi_d) + u_y \sin(\psi_d))}{\cos(\phi_d)}\right) \end{cases} \quad (\text{I-33})$$

### I.5.9. Dynamique du rotor

Le rotor se compose d'un moteur à courant continu couplé à une hélice via un réducteur. La dynamique de ce moteur est décrite par le modèle suivant [14] :

$$\begin{cases} u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \\ e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \\ J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f \cdot \omega_m(t) \\ C_m(t) = K_t \cdot i(t) \end{cases} \quad (\text{I-34})$$

Avec :

$u(t)$  = Tension du moteur [V]

$e(t)$  = Force contre électromotrice du moteur [V]

$i(t)$  = Intensité dans le moteur [A]

$C_m(t)$  = Couple exercé par le moteur [N.m]

$C_r(t)$  = Couple résistant sur l'axe moteur [N.m]

$\omega_m(t)$  = Vitesse angulaire du moteur [rad/s]

$R$  = Valeur de la résistance [ $\Omega$ ]

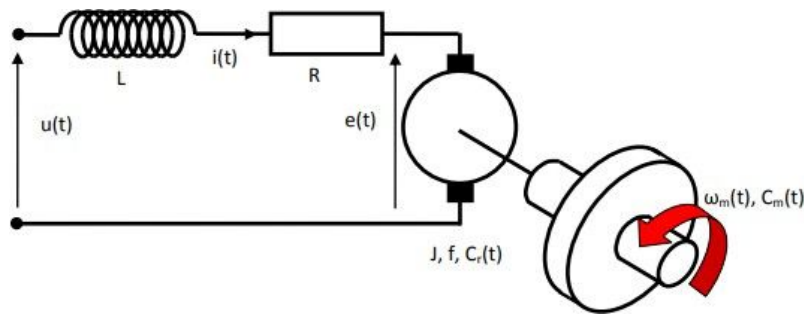
$L$  = Valeur de l'inductance [H]

$K_e$  = Coefficient de la force contre électromotrice [V/(rad/s)]

$J$  = Inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur [kg.m<sup>2</sup>]

$f = 0,01$  = Paramètre de « frottement fluide » total [N.m.s]

$K_t$  = Constante de couple [N.m/A]



**Figure I.20.** Schéma de rotor (mcc) [14].

## I.6. Représentation d'état

Un système physique peut être modélisé par différentes représentations d'état selon les variables choisies. Dans le cadre du quadrotor, nous adoptons la représentation suivante du vecteur d'état [22] :

$$X = [\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z}]^T$$

$$= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]^T$$

On obtient la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \Omega_r x_4 + b_1 u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \Omega_r x_2 + b_2 u_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 \\ \dot{x}_7 = \dot{x}_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos(\phi)\cos(\theta)}{m} u_1 - g \end{array} \right. \quad (\text{I-35})$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(I_y - I_z)}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{J_r}{I_x}, a_4 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{J_r}{I_y} \\ a_7 &= \frac{(I_x - I_y)}{I_z}, a_8 = -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{ftx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{fty}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{ftz}}{m}, b_1 = \frac{l}{I_x} \\ b_2 &= \frac{l}{I_y}, b_3 = \frac{l}{I_z}. \end{aligned}$$

## I.7. Conclusion

Ce chapitre constitue une introduction fondamentale à la compréhension des défis liés au contrôle des drones de type quadrotor. Nous avons d'abord abordé l'évolution historique des drones et leurs différentes classifications, en mettant l'accent sur la diversité de leurs applications dans les domaines militaire et civil. Ensuite, nous avons présenté les caractéristiques structurelles et dynamiques des quadrotors, en soulignant les spécificités de ce type d'aéronef en termes de stabilité et de commande.

Dans la dernière partie du chapitre, nous avons traité la modélisation dynamique du quadrotor, en mettant en évidence sa complexité due à sa nature non linéaire, au nombre insuffisant d'actionneurs par rapport aux six degrés de liberté, ainsi qu'aux effets aérodynamiques variables [23]. Nous avons montré que cette modélisation constitue une étape incontournable pour la conception d'algorithmes de commande efficaces, notamment dans le cadre des systèmes tolérants aux défauts.

À partir des bases théoriques présentées, ce chapitre ouvre la voie à l'étude et à la conception des lois de commande avancées, qui feront l'objet du chapitre suivant, dans le but d'améliorer les performances du système et d'assurer sa stabilité dans des conditions de fonctionnement variées.

***Chapitre II :***  
***Synthèse Des Lois De***  
***Commande***  
***Avancée***

---

## II.1. Introduction

Le quadrotor est un aéronef à voilure tournante dont le contrôle constitue un défi majeur en raison de sa dynamique intrinsèque : le système est non linéaire, multivariable et fortement sous-actionné. En effet, seules quatre entrées de commande ( $U_1$  à  $U_4$ ) permettent de maîtriser six degrés de liberté, ce qui rend la synthèse de lois de commande à la fois délicate et stratégique [24].

L'objectif du contrôle est d'assurer le suivi précis des trajectoires de référence dans les trois dimensions spatiales  $(x, y, z)$ , tout en stabilisant l'orientation du véhicule, notamment l'angle de lacet  $\bullet$ . Pour répondre à cette exigence, une stratégie hiérarchique a été adoptée, fondée sur la décomposition du système global en deux sous-systèmes :

- Un sous-système externe dédié à la commande de position  $(x, y)$ .
- Et un sous-système interne assurant la stabilisation de l'attitude  $(\bar{\phi}, \bar{\theta}, \bullet)$  et de l'altitude  $(z)$ .

Étant donné que les positions  $x$  et  $y$  ne sont pas directement accessibles via les entrées, des commandes virtuelles  $U_x$  et  $U_y$  sont introduites. Ces dernières permettent de générer, à travers les contraintes non holonomes, les angles de consigne  $\bar{\phi}_d$  et  $\bar{\theta}_d$ , nécessaires pour atteindre les positions cibles  $x_f$  et  $y_f$ .

Ce chapitre est consacré à la présentation et à la mise en œuvre des lois de commande non linéaire permettant d'assurer la stabilité et la robustesse du quadrotor, tout en garantissant un suivi précis de sa position et de son orientation dans l'espace.

Le schéma associé à cette architecture met en évidence l'interaction entre les différentes boucles et lois de commande utilisées :

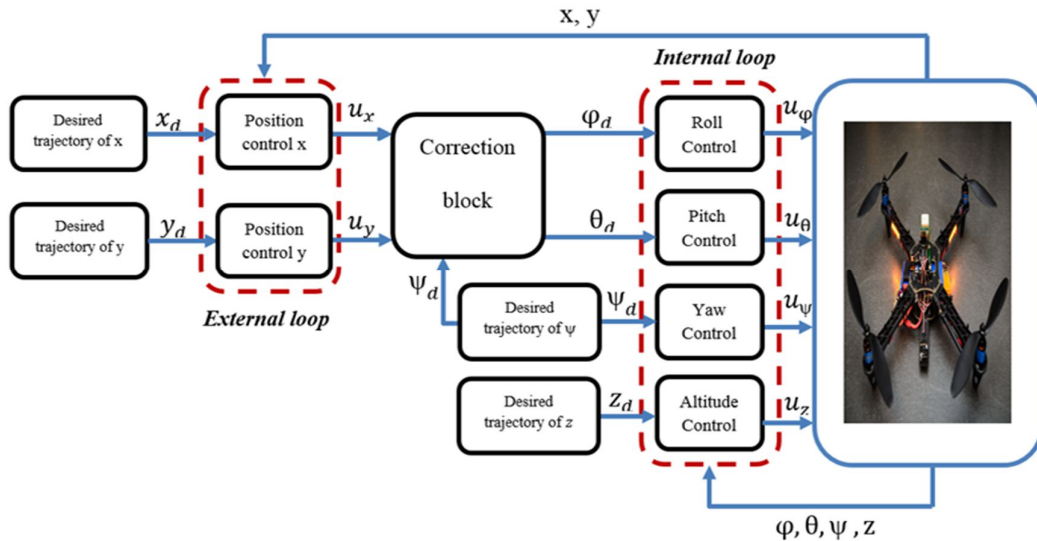


Figure II.1. Illustration de la structure de commande du quadrotor.

Ce schéma illustre la structure hiérarchique du système de commande adopté. L'architecture est composée de deux boucles principales : une boucle externe, responsable du contrôle de position dans le plan horizontal (axes  $x$  et  $y$ ), et une boucle interne, dédiée à la stabilisation de l'attitude

$(\bar{\phi}, \bar{\theta}, \bar{z})$  et de l'altitude ( $z$ ).

La boucle externe génère des commandes virtuelles ( $U_x, U_y$ ), converties en angles de consigne  $(\bar{\phi}_d, \bar{\theta}_d)$  en tenant compte de l'orientation en lacet  $\psi_d$ . Ces consignes sont ensuite transmises à la boucle interne, qui assure la régulation dynamique à l'aide de lois de commande indépendantes sur chaque axe.

Cette organisation modulaire permet de simplifier la conception du contrôleur tout en assurant une bonne séparation entre la régulation de la trajectoire et celle de l'orientation.

Les techniques de commande non linéaire exploitées dans cette étude sont les suivantes :

- La Commande par la méthode de Linéarisation par retour de sortie.
- La Commande par la méthode de Backstepping.
- La Commande par la méthode des Modes Glissants.

Le choix de ces approches n'est nullement arbitraire. Il repose sur les avantages significatifs qu'elles offrent, notamment :

1. L'assurance de la stabilité au sens de Lyapunov.
2. Une meilleure robustesse face aux perturbations ainsi qu'une bonne dynamique dans le suivi des trajectoires de référence.
3. La prise en compte explicite de toutes les non-linéarités inhérentes au système.

## II.2. Modèle du Quadrotor développé sous Matlab

Le modèle du Quadrotor simulé a été implémenté dans MATLAB/Simulink. Principalement, le modèle est constitué de plusieurs blocs, dont chacun désigne une partie fonctionnelle du système globale du Quadrotor. Chaque bloc est décrit par un ou plusieurs fichiers Matlab.

La simulation commence avec le chargement du trajet à partir des positions ainsi que l'angle de lacet désirées et les affecter au le bloc nommé « pilotage » (voir Fig. II.2). Ces données sont ensuite utilisées dans le bloc « commande » dont ses sorties sont envoyées vers le bloc « dynamique de rotor » afin de générer les estimations de vitesse des rotors. Ces estimations sont utilisées par la suite dans le bloc « aérodynamiques » qui donne en sortie les forces et les moments de chaque hélice. Ces dernières forces sont utilisées dans le bloc « dynamique du système » pour calculer les douze nouveaux Etats du quadrotor. Un bloc supplémentaire est ajouté pour afficher les résultats obtenus. Le schéma bloc ci-dessous présente le modèle de simulation développé :

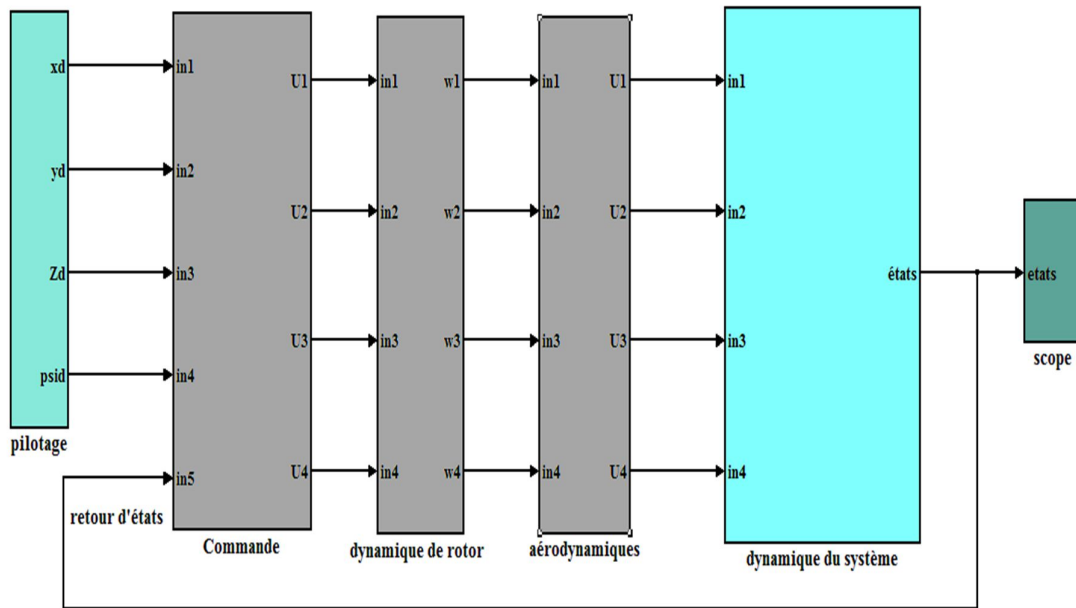


Figure II.2. Modèle de simulateur développé.

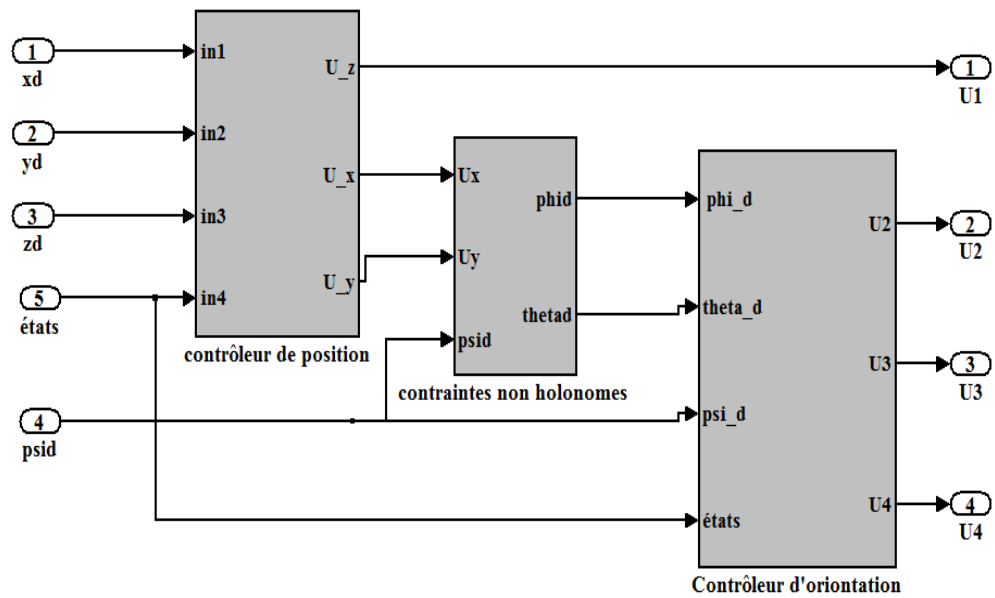
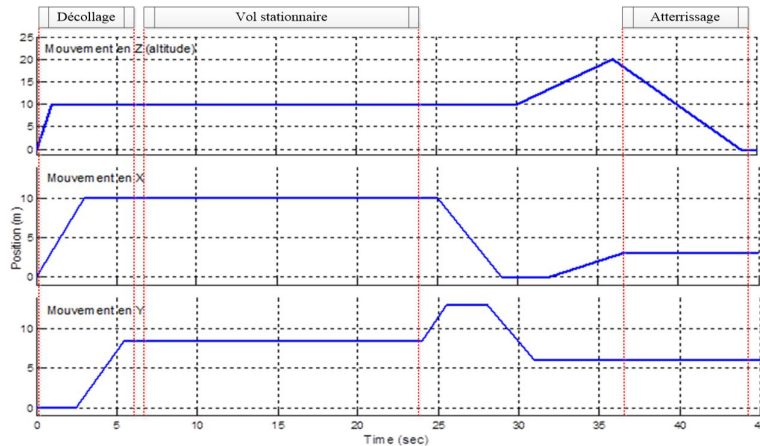


Figure II.3. Bloc de commande.

| Paramètre | Désignation                                                                   | Valeur                                                    |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| $K_p$     | Coefficient de portance                                                       | $2.9842 \times 10^{-5} N.m/rad/s$                         |
| $K_d$     | Coefficient de traînée                                                        | $3.2320 \times 10^{-7} N.m/rad/s$                         |
| $m$       | Masse du quadrotor                                                            | 486g                                                      |
| $d$       | Distance entre le centre de masse du système et l'axe de rotation des moteurs | 25cm                                                      |
| $J$       | Matrice d'inertie du quadrotor                                                | $diag(3.8278; 3.8288; 7.6566) \times 10^{-3} N.m/rad/s^2$ |
| $K_{fa}$  | Coefficients des frottements aérodynamiques                                   | $diag(5.5670; 5.5670; 6.3540) \times 10^{-4} N/rad/s$     |
| $K_{ft}$  | Coefficients des forces de traînées selon (X,Y,Z)                             | $diag(5.5670; 5.5670; 6.3540) \times 10^{-4} N/m/s$       |
| $J_r$     | L'inertie du rotor                                                            | $2.8385 \times 10^{-5} N.m/rad/s^2$                       |
| $K_e$     | Constante du couple électrique                                                | 0.0216                                                    |
| $C_s$     | Frottement sec                                                                | $5.3826 \times 10^{-3}$                                   |
| $K_r$     | Constante du couple de charge                                                 | $3.4629 \times 10^{-7}$                                   |

**Tableau II.1.** Paramètres mécaniques et électrique du modèle du quadrotor.

La trajectoire était choisie de manière que le quadrotor puisse faire les trois principales missions d'aviation : le décollage, l'atterrissage, et le vol stationnaire. Afin d'avoir une meilleure observation sur les performances réelle de notre quadrotor, la durée de vol est choisie de 45 secondes, et les valeurs initiales des angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  sont respectivement :  $(0^\circ, 0^\circ, 20^\circ)$ . La figure ci-dessous présente la trajectoire désirée :



**Figure II. 4.** Trajectoire désirée.

## II.3. La Commande par Linéarisation par retour de sortie (Feedback

### linearization)

La technique de linéarisation par retour de sortie a été largement exploitée dans divers domaines, notamment pour le suivi de sorties dans les systèmes dynamiques non linéaires, y compris les systèmes à décollage et atterrissage vertical (VTOL) utilisés dans la robotique aérienne [25]. Toutefois, cette approche présente certaines limitations, car elle n'est applicable qu'à une catégorie restreinte de systèmes, à savoir ceux qui présentent un déphasage minimal.

La méthode de linéarisation par retour de sortie constitue une stratégie de commande puissante et flexible dédiée aux systèmes non linéaires. Elle vise à transformer ces systèmes en équivalents linéaires à travers une série de transformations dynamiques appropriées. Cette technique permet ainsi d'appliquer des lois de commande linéaires classiques à des systèmes initialement non linéaires, tout en assurant une meilleure maîtrise de leur comportement dynamique.

Cette méthode repose principalement sur deux éléments fondamentaux :

- Une transformation non linéaire des coordonnées permettant de reformuler le système sous une forme linéaire équivalente.
- Une commande par retour d'état appliquée au système transformé afin de garantir les performances souhaitées en termes de stabilité et de suivi.

### II.3.1. Synthèse de la commande

À partir du modèle dynamique du système exprimé sous forme d'état (équation I.35), on définit alors la fonction  $F(x)$  comme suit :

$$F(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 \\ x_4 \\ a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 \\ x_6 \\ a_2 x_4 + a_8 x_6^2 \\ x_8 \\ a_8 x_6 \\ x_{10} \\ a_{10} x_{10} \\ x_{12} \\ a_{11} x_{12} \end{pmatrix} \quad (\text{II-1})$$

Pour mettre en œuvre la commande par linéarisation par retour, il est nécessaire, dans un premier temps, de définir le vecteur de sortie  $Y$ , lequel est formulé comme suit :

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_7 \\ x_9 \\ x_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{II-2})$$

Les ordres relatifs associés au sous-système d'orientation sont déterminés afin d'évaluer le nombre de dérivées nécessaires pour faire apparaître l'influence explicite des entrées dans les équations de sortie :

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 \\ \dot{y}_1 &= \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{y}_1 &= \ddot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 \end{aligned} \quad (\text{II-3})$$

Ainsi, le degré relatif associé à cette sortie est donné par :  $r_1=2$

$$\begin{aligned} y_2 &= x_3 \\ \dot{y}_2 &= \dot{x}_3 = x_4 \\ \ddot{y}_2 &= \ddot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 \end{aligned} \quad (\text{II-4})$$

De la même manière, le second degré relatif est également égal à :  $r_2=2$

$$\begin{aligned} y_3 &= x_5 \\ \dot{y}_3 &= \dot{x}_5 = x_6 \\ \ddot{y}_3 &= \ddot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 \end{aligned} \quad (\text{II-5})$$

Par conséquent, le troisième degré relatif est déterminé comme suit :  $r_3=2$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 6 = n_1 \quad (\text{II-6})$$

Avec  $n_1$  représentant l'ordre du sous-système d'orientation, on en déduit l'absence de dynamique de zéros dans ce sous-système.

### II.3.1. 1. Le difféomorphisme du sous-système d'orientation

$$\begin{aligned} z_1^1 &= L_{f^0} h_1(x) = h_1(x) = y_1 = x_1 \\ z_2^1 &= L_f h_1(x) = L_f(x_1) = x_2 \\ z_1^2 &= h_2(x) = x_3 \\ z_2^2 &= L_f h_2(x) = x_4 \\ z_1^3 &= h_3(x) = x_5 \\ z_2^3 &= L_f h_3(x) = x_6 \end{aligned} \quad (\text{II-7})$$

Alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_1^1 = x_1 \\ z_2^1 = x_2 \\ z_1^2 = x_3 \\ z_2^2 = x_4 \\ z_1^3 = x_5 \\ z_2^3 = x_6 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \dot{z}_1^1 = \dot{x}_1 = x_2 = z_2^1 \\ \dot{z}_2^1 = \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4 + b_1 U_2 = v_1 \\ \dot{z}_1^2 = \dot{x}_3 = x_4 = z_2^2 \\ \dot{z}_2^2 = \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2 + b_2 U_3 = v_2 \\ \dot{z}_1^3 = \dot{x}_5 = x_6 = z_2^3 \\ \dot{z}_2^3 = \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 U_4 = v_3 \end{array} \right. \quad (\text{II-8})$$

$$\text{tel que } \left\{ \begin{array}{l} v_1 = -k_1 z_1^1 - k_2 z_2^1 \\ v_2 = -k_3 z_1^2 - k_4 z_2^2 \\ v_3 = -k_5 z_1^3 - k_6 z_2^3 \end{array} \right. \quad (\text{II-9})$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_3 & -k_4 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_5 & -k_6 \end{bmatrix} \quad (\text{II-10})$$

Il convient de souligner que la synthèse des différentes lois de commande stabilisantes est réalisée à travers une stratégie de placement de pôles.

Les pôles sélectionnés dans ce cadre sont les suivants :

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= -2 \pm 0.01j \\ p_{3,4} &= -3 \pm 0.05j \\ p_5 &= -1, p_6 = -\frac{3}{2} \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

Suite au calcul des différents polynômes caractéristiques et à l'étape d'identification, les coefficients  $k_i$  obtenus sont les suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = 10^{-4} \\ k_2 = 4 \\ k_3 = 9.0025 \\ k_4 = 6 \\ k_5 = \frac{3}{2} \\ k_6 = \frac{5}{2} \end{array} \right. \quad (\text{II-12})$$

En procédant à une identification terme à terme entre le système d'équations (II.8) et celui de (II.9), on obtient les trois lois de commande correspondant au sous-système d'orientation, formulées comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_2 = -\frac{1}{b_1} (k_1 x_1 + k_2 x_2 + a_1 x_4 x_6 + a_2 x_1^2 + a_3 \bar{\Omega} x_4) \\ U_3 = -\frac{1}{b_2} (k_3 x_3 + k_4 x_4 + a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega} x_2) \\ U_4 = -\frac{1}{b_3} (k_5 x_5 + k_6 x_6 + a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2) \end{array} \right. \quad (\text{II-13})$$

Les degrés relatifs associés au sous-système de translation sont déterminés afin d'évaluer le nombre de dérivées nécessaires pour faire apparaître l'effet direct des entrées sur les sorties correspondantes :

$$\begin{aligned}
y_4 &= x_7 \\
\dot{y}_4 &= \dot{x}_7 = x_8 \\
\ddot{y}_4 &= \dot{x}_8 = a_9 x_8 + U_x \frac{U_1}{m}
\end{aligned} \tag{II-14}$$

Ainsi, le degré relatif correspondant est :  $r_4 = 2$

$$\begin{aligned}
y_5 &= x_9 \\
\dot{y}_5 &= \dot{x}_9 = x_{10} \\
\ddot{y}_5 &= \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + U_y \frac{U_1}{m}
\end{aligned} \tag{II-15}$$

De même, le cinquième degré relatif est donné par :  $r_5 = 2$

$$\begin{aligned}
y_6 &= x_{11} \\
\dot{y}_6 &= \dot{x}_{11} = x_{12} \\
\ddot{y}_6 &= \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} U_1 - g
\end{aligned} \tag{II-16}$$

Enfin, le sixième degré relatif est également égal à :  $r_6 = 2$

$$r_4 + r_5 + r_6 = 6 = n_2 \tag{II-17}$$

Étant donné que  $n_2$  représente l'ordre du sous-système de translation, on en conclut l'absence de dynamique de zéros dans ce dernier.

### II.3.1. 2. Le difféomorphisme du sous-système de position

De manière analogue à ce qui a été effectué pour le sous-système d'orientation, le difféomorphisme associé au sous-système de translation est déterminé comme suit :

$$\begin{aligned}
z_1^4 &= L_{f^0} h_4(x) = h_4(x) = y_4 = x_7 \\
z_2^4 &= L_f h_4(x) = L_f(x_7) = x_8 \\
z_1^5 &= h_5(x) = x_9 \\
z_2^5 &= L_f h_5(x) = L_f(x_9) = x_{10} \\
z_1^6 &= h_6(x) = x_{11} \\
z_2^6 &= L_f h_6(x) = L_f(x_{11}) = x_{12}
\end{aligned} \tag{II-18}$$

$$\left\{ \begin{aligned}
\dot{z}_1^4 &= \dot{x}_7 = x_8 = z_2^4 \\
\dot{z}_2^4 &= \dot{x}_8 = a_9 x_8 + U_x \frac{U_1}{m} = v_4 \\
\dot{z}_1^5 &= \dot{x}_9 = x_{10} = z_2^5 \\
\dot{z}_2^5 &= \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + U_y \frac{U_1}{m} = v_5 \\
\dot{z}_1^6 &= \dot{x}_{11} = x_{12} = z_2^6 \\
\dot{z}_2^6 &= \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} U_1 - g = v_6
\end{aligned} \right. \tag{II-19}$$

$$\text{Telque } \begin{cases} v_4 = -k_1 z_1^4 - k_2 z_2^4 \\ v_5 = -k_3 z_1^5 - k_4 z_2^5 \\ v_6 = -k_5 z_1^6 - k_6 z_2^6 \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

En réutilisant les mêmes pôles préalablement sélectionnés pour la stabilisation du sous-système d'orientation, on obtient les résultats suivants :

$$\begin{cases} U_x = -\frac{m}{U_1} (k_1 x_7 + k_2 x_8 + a_9 x_8) & \text{telque } U_1 \neq 0 \\ U_y = -\frac{m}{U_1} (k_3 x_9 + k_4 x_{10} + a_{10} x_{10}) & \text{telque } U_1 \neq 0 \\ U_1 = -\frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} (k_5 x_{11} + k_6 x_{12} - g) & \text{telque } \cos x_1 \cos x_3 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

### II.3.2. Les résultats de simulation

Dans cette simulation, les coefficients des gains  $k_i$ , utilisés ont été déterminés par la méthode de placement de pôles. Le tableau ci-dessous présente les valeurs numériques de ces coefficients :

|                  | $k_i$    | Valeur |
|------------------|----------|--------|
| Angle<br>roulis  | $k_1$    | 64     |
|                  | $k_2$    | 13.7   |
| Angle<br>tengage | $k_3$    | 64     |
|                  | $k_4$    | 13.7   |
| Angle<br>lacet   | $k_5$    | 4.3    |
|                  | $k_6$    | 3.55   |
| Position<br>X    | $k_7$    | 6      |
|                  | $k_8$    | 4.2    |
| Position<br>Y    | $k_9$    | 6      |
|                  | $k_{10}$ | 4.2    |
| Position<br>Z    | $k_{11}$ | 4.3    |
|                  | $k_{12}$ | 3.55   |

**Tableau II. 2.** Coefficients de gains  $k_i$ .

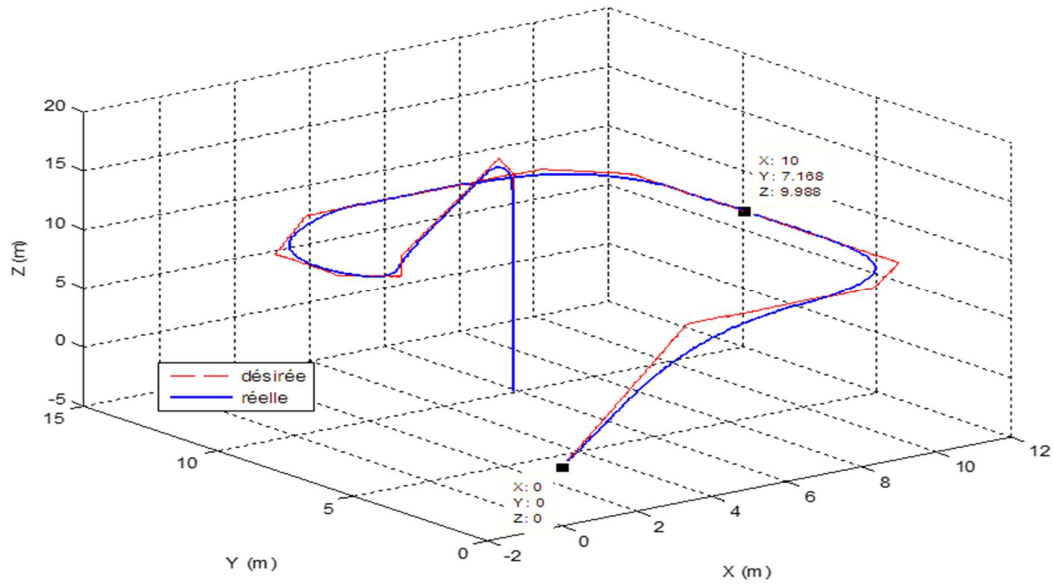


Figure II.5. Trajectoire globale du quadrotor en 3D.

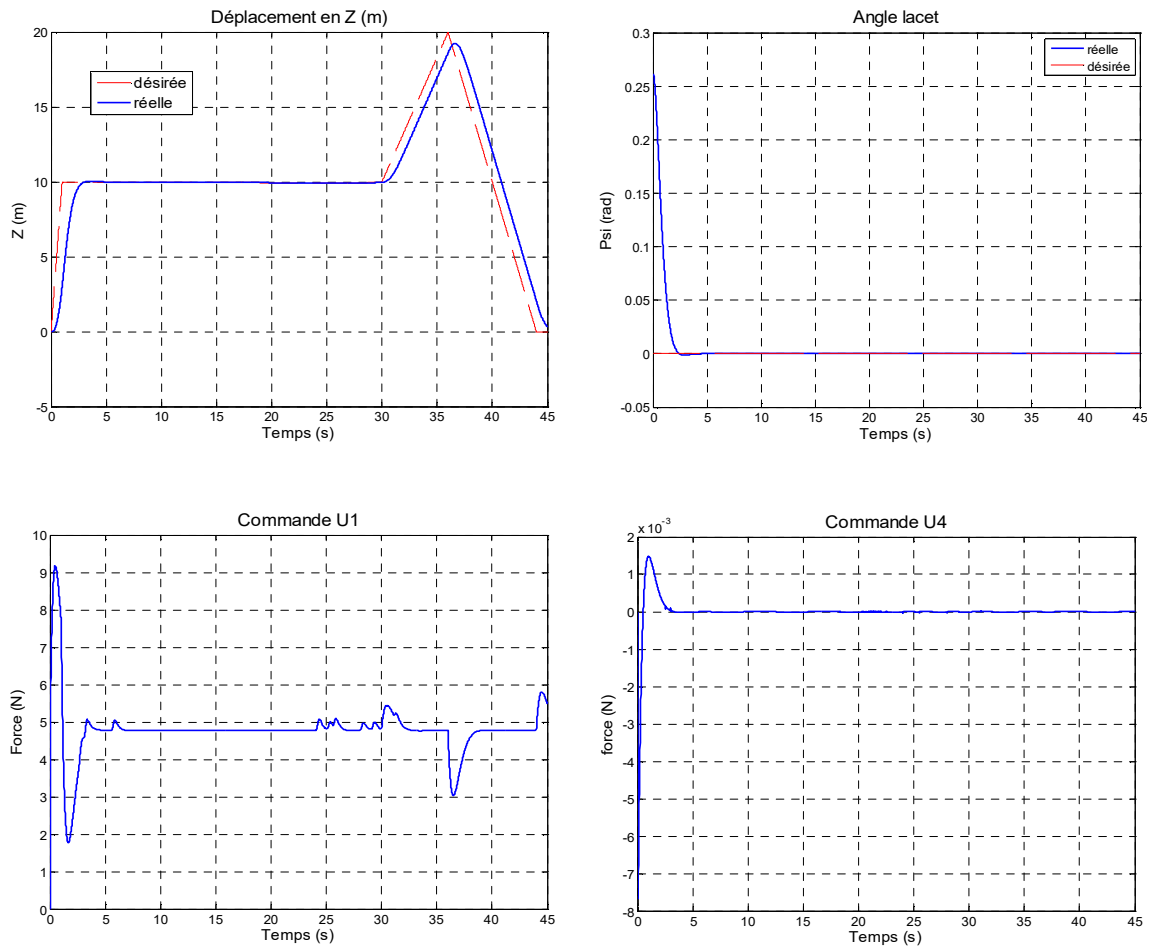
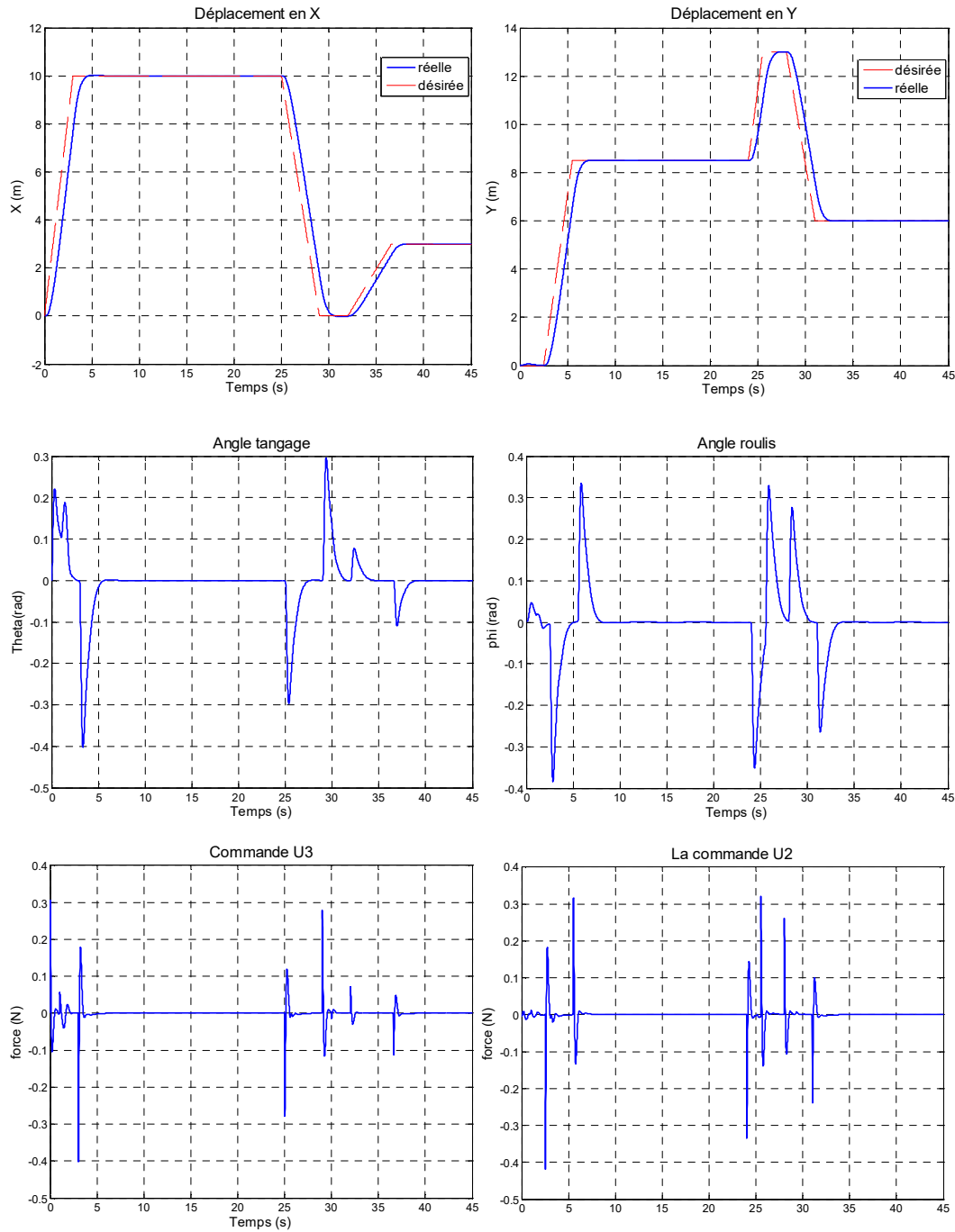


Figure II.6. Mouvement en Z et en angle lacet et leurs signaux de commande respectivement U1, U4.



**Figure II.7.** Mouvement en X et en Y et leurs signaux de commande respectivement U2 et U3.

### Interprétation

Les résultats de simulation obtenus par la commande par linéarisation montrent que le quadrotor suit correctement la trajectoire de référence en 3D, avec une bonne stabilité et une précision satisfaisante. Les signaux de commande restent bornés, ce qui confirme l'efficacité et la robustesse de cette approche.

À la lumière des résultats obtenus, les conclusions suivantes peuvent être tirées :

- La commande par linéarisation par retour constitue une approche générale, mais elle ne permet pas de prendre en compte l'ensemble des non-linéarités inhérentes au système.
- La synthèse des lois de commande stabilisantes via le placement de pôles s'avère délicate dans ce contexte, notamment en raison de l'intolérance aux dépassements, qui peuvent être critiques, voire dangereux, en phase d'atterrissage ce qui peut concrètement se traduire par un crash.
- Un mauvais choix de pôles peut compromettre la performance du système et nécessiter une nouvelle stratégie de synthèse.

## II.4. La commande selon la méthode de backstepping

La méthode de commande backstepping a été introduite par Kanellakopoulos et al. en 1991 [26], s'inspirant des travaux antérieurs de Feurer & Morse (1978), Tsinias (1989), ainsi que de Kokotovic et Sussmann (1989). Cette approche propose une procédure systématique pour la conception de contrôleurs destinés aux systèmes non linéaires. Le principe fondamental de cette méthode repose sur la détermination d'une loi de commande assurant que la dérivée d'une fonction de Lyapunov définie positive reste strictement négative, ce qui garantit la stabilité du système. La stratégie consiste à décomposer le système initial en une série de sous-systèmes imbriqués, classés selon un ordre décroissant. La fonction de Lyapunov est alors construite de manière récursive, en partant du sous-système le plus interne vers l'extérieur.

L'objectif principal de cette technique est de concevoir, par étapes successives, une commande qui assure la stabilité globale du système [26]. Contrairement à plusieurs autres méthodes de commande, la technique du backstepping ne requiert pas de conditions restrictives liées aux non-linéarités du système.

### II.4.1. Synthèse de la commande

Étant donné que la méthode backstepping s'articule autour d'un algorithme de commande récursif, les différentes étapes de calcul s'organisent comme suit :

- Toutes les erreurs de poursuite sont formulées selon l'expression suivante :

$$z_i = \begin{cases} x_{id} - x_i / i \in \{1,3,5,7,9,11\} \\ x_i - \dot{x}_{(i-1)d} - \alpha_{(i-1)} z_{(i-1)} / i \in \{2,4,6,8,10,12\} \end{cases} \quad (\text{II-22})$$

Avec

$$\alpha_{(i)} > 0 \forall i \in [1,12]$$

- L'ensemble des fonctions de Lyapunov utilisées dans cette approche adopte la forme suivante :

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} z_i^2 & / i \in \{1,3,5,7,9,11\} \\ \frac{1}{2} (z_{i-1} + z_i^2) & / i \in \{2,4,6,8,10,12\} \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

#### II.4.1.1. Démonstration

Pour  $i=1$  :

$$\begin{cases} z_1 = x_{1d} - x_1 \\ V_i = \frac{1}{2} z_i^2 \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{x}_{1d} - \dot{x}_2) \quad (\text{II-25})$$

En appliquant le théorème de Lyapunov, et plus précisément la condition  $\dot{V}_i \leq 0$ , la stabilisation de  $z_1$  peut être assurée par l'introduction d'une nouvelle commande virtuelle notée  $x_2$ :

$$x_2 = \dot{x}_{1d} + \alpha_1 z_1 \text{ Avec } \alpha_1 > 0 \quad (\text{II-26})$$

L'équation (II.45) se réécrit alors sous la forme suivante :

$$\dot{V}_1(z_1) = -\alpha_1 z_1^2 \quad (\text{II-27})$$

Considérons à présent le changement de variable suivant :

$$z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - x_1 - \alpha_1 z_1 \quad (\text{II-28})$$

Pour  $i = 2$  :

$$\begin{cases} z_2 = x_2 - \dot{x}_{1d} - x_1 - \alpha_1 z_1 \\ V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \end{cases} \quad (\text{II-29})$$

$$\dot{V}_2 = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \quad (\text{II-30})$$

Tel que :

$$\dot{z}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 x_4 \bar{\Omega} + b_1 U_2 - \ddot{x}_{1d} - \alpha_1 \dot{z}_1$$

La loi de commande  $U_2$  est alors déduite de manière à satisfaire la condition  $\dot{V}_2 < 0$ , garantissant ainsi la stabilité du système.

$$U_2 = \frac{1}{b_2} \{-a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 + \ddot{\phi}_d + \alpha_1 (\dot{\phi}_d - x_2) - z_1 z_2 + z_1\}$$

Le terme  $\alpha_2 z_2$  est introduit dans le but d'assurer la stabilisation de  $z_1$ . Les mêmes étapes sont ensuite répétées pour déterminer les lois de commande  $U_3 U_4 U_x U_y$  et  $U_1$  [27].

$$\begin{cases} U_3 = \frac{1}{b_2} \{-a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 \bar{\Omega} x_2 + \ddot{\theta}_d + \alpha_3 (\dot{\theta}_d - x_2) - \alpha_4 z_4 + z_3\} \\ U_4 = \frac{1}{b_3} \{-a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \alpha_5 (\dot{\psi}_d - x_6) - \alpha_6 z_6 + z_5\} \\ U_x = \frac{m}{U_1} \{-a_9 x_8 + \ddot{x}_d + \alpha_7 (\dot{x}_d - x_8) - \alpha_8 z_8 + z_7\} / U_1 \neq 0 \\ U_y = \frac{m}{U_1} \{-a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + \alpha_9 (\dot{y}_d - x_{10}) - \alpha_{10} z_{10} + z_9\} / U_1 \neq 0 \\ U_1 = \frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} \{g - a_{11} x_{12} + \ddot{z}_d + \alpha_{11} (\dot{z}_d - x_{12}) - \alpha_{12} z_{12} + z_{11}\} / \cos x_1 \cos x_3 \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II-31})$$

### II.4. 2. Les résultats de simulation

Pour cette simulation, les coefficients des gains  $\alpha_i$  utilisés ont été déterminés par la méthode de placement de pôles. Le tableau ci-dessous présente les valeurs correspondantes.

|               | $\alpha_i$    | Valeur |
|---------------|---------------|--------|
| Angle roulis  | $\alpha_1$    | 5      |
|               | $\alpha_2$    | 2.6    |
| Angle tangage | $\alpha_3$    | 7      |
|               | $\alpha_4$    | 2.6    |
| Angle lacet   | $\alpha_5$    | 2      |
|               | $\alpha_6$    | 1.405  |
| Position X    | $\alpha_7$    | 2      |
|               | $\alpha_8$    | 1      |
| Position Y    | $\alpha_9$    | 2      |
|               | $\alpha_{10}$ | 1      |
| Position Z    | $\alpha_{11}$ | 0.001  |
|               | $\alpha_{12}$ | 1.7    |

Tableau II. 3. Coefficients de gains  $\alpha_i$ .

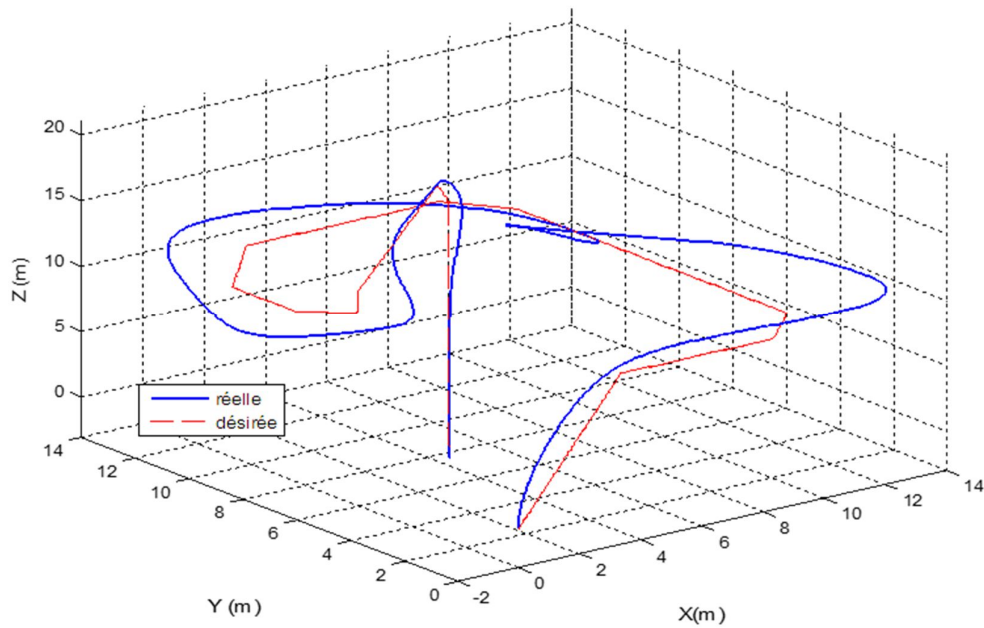
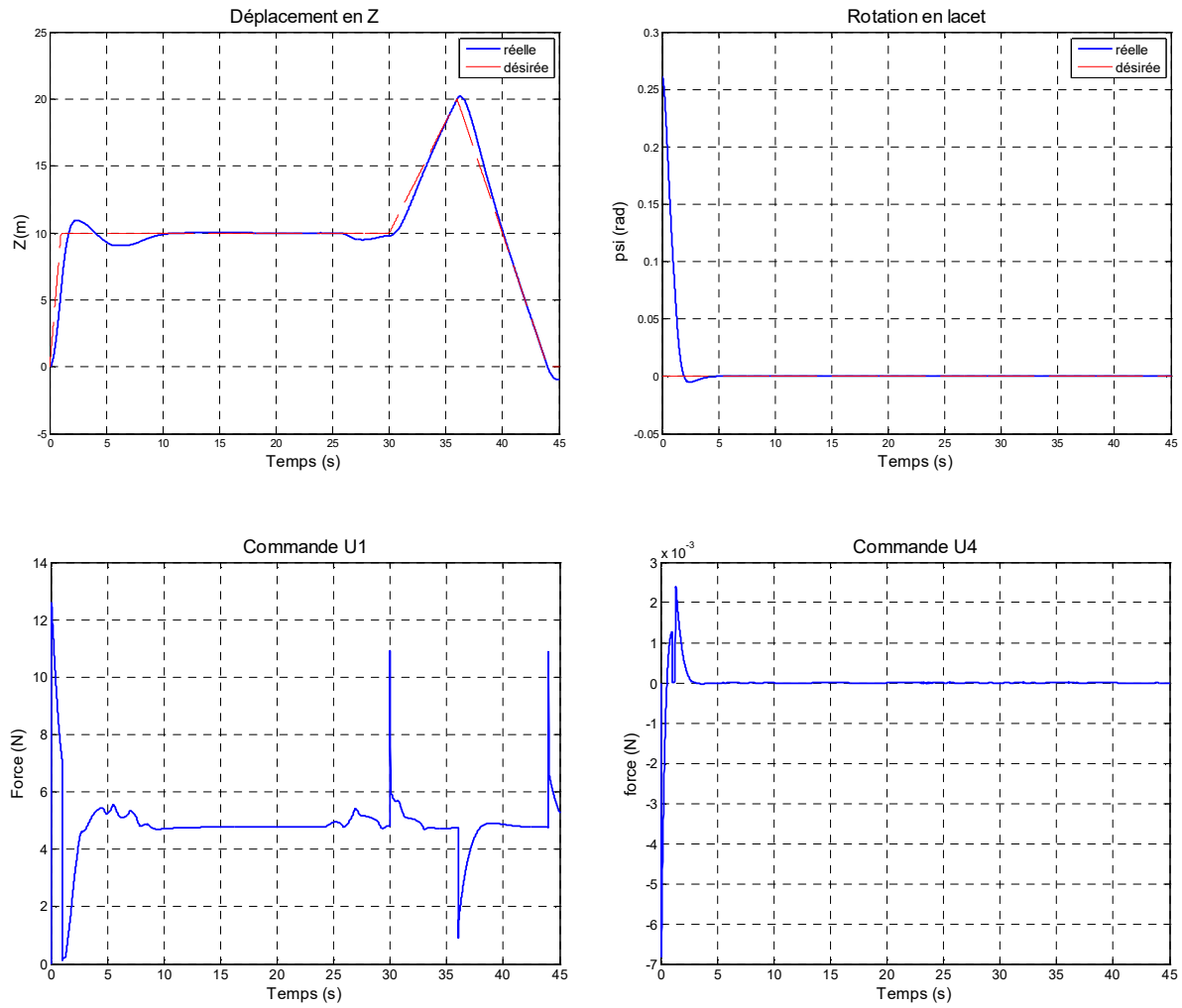
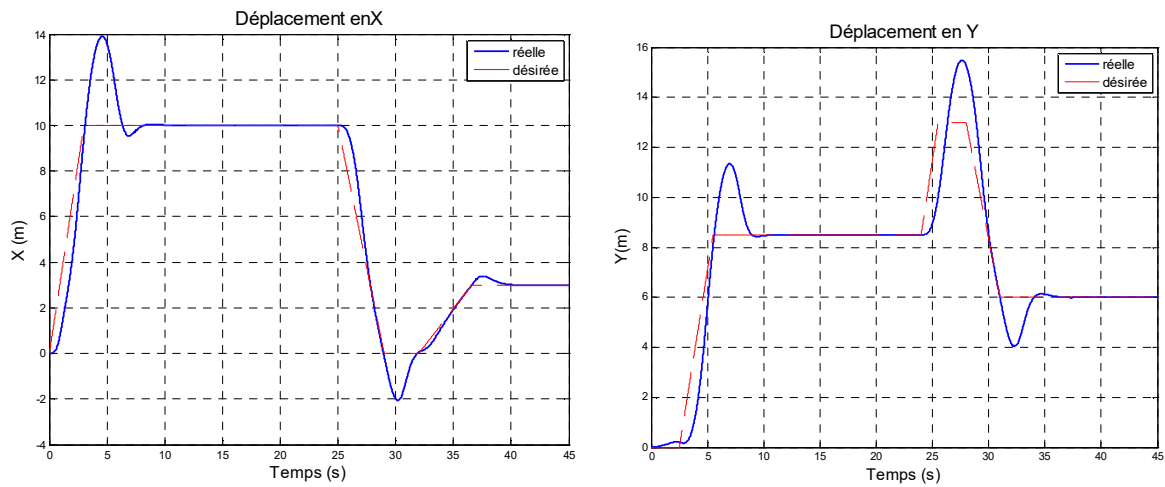
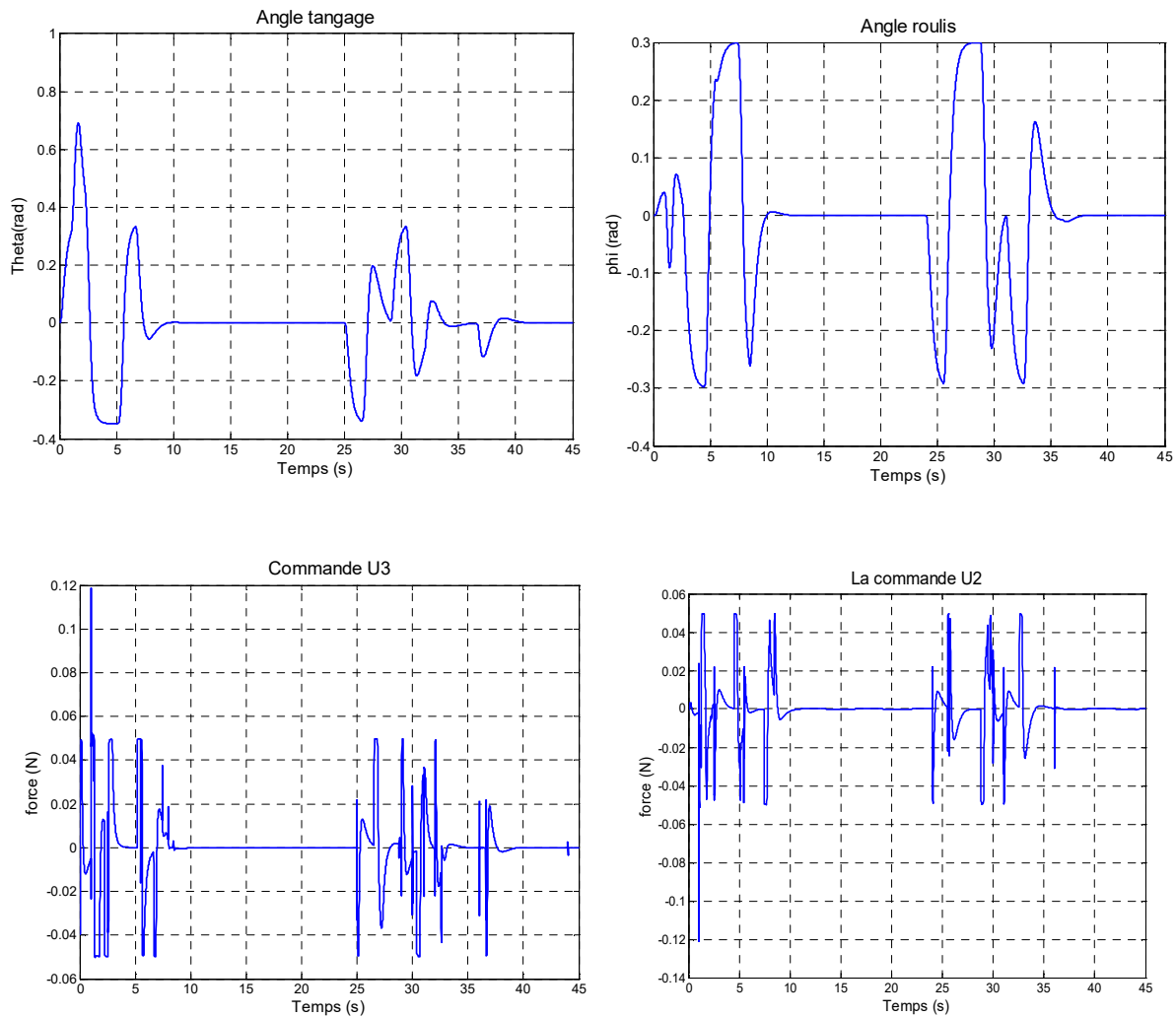


Figure II.8. Trajectoire globale du quadrotor en 3D.



**Figure II.9.** Mouvement en Z et en angle lacet et leurs signaux de commande U1, U4.





**Figure II.10.** Mouvement en X et en Y et leurs signaux de commande U2, U3.

### Interprétation

Les résultats de simulation mettent en évidence que la commande Backstepping permet au quadrotor d'assurer un suivi satisfaisant des trajectoires en 3D (axes X, Y, Z) avec une bonne précision. Les angles d'attitude convergent vers leurs consignes et les signaux de commande ( $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$ ,  $U_4$ ) restent bornés et physiquement acceptables. Ces performances confirment la robustesse et l'efficacité de la stratégie proposée pour la stabilisation et le suivi de trajectoire du quadrotor.

À la lumière des résultats obtenus, les conclusions suivantes peuvent être formulées :

- La méthode backstepping constitue une stratégie de commande garantissant la stabilité du système au sens de Lyapunov.
- Les lois de commande issues de cette approche tiennent compte de l'ensemble des non-linéarités du système ainsi que de la dynamique des trajectoires de référence.

- Cette technique offre une grande flexibilité dans la conception et l'implémentation des commandes.
- Toutefois, le choix des coefficients  $\alpha_i$  peut s'avérer délicat. Bien qu'ils soient choisis strictement positifs, une mauvaise sélection peut compromettre la stabilité du système. Même lorsque la stabilité est assurée, des valeurs inappropriées de  $\alpha_i$  peuvent engendrer des signaux de commande excessivement énergétiques.

## II.5. Analyse des signaux de commande générés par les stratégies de commande (Analyse des signaux de commande ( $U_1$ à $U_4$ ))

L'analyse des signaux de commande pour les deux stratégies révèle des comportements cohérents avec la dynamique du quadrotor. Pour la commande par Linéarisation par retour de sortie (Feedback linearization), les signaux  $U_1$  (poussée totale) et  $U_4$  (moment de lacet) présentent une réponse stable et bien amortie. L'altitude est atteinte progressivement, sans pics ni oscillations significatives, tandis que l'orientation autour de l'axe vertical est maintenue avec précision. Les signaux  $U_2$  et  $U_3$ , associés respectivement au roulis et au tangage, réagissent de manière symétrique et fluide aux variations de position horizontale, traduisant une bonne performance du système en translation. En revanche, pour la commande par Backstepping, les signaux affichent des réponses plus vives, notamment  $U_1$ , qui montre une impulsion initiale importante liée au décollage rapide. Les signaux  $U_2$  et  $U_3$  présentent également une intensité de commande plus élevée, surtout au début du vol, ce qui reflète la sensibilité de cette approche aux gains choisis. Toutefois, l'ensemble des signaux converge vers des valeurs stables une fois la phase transitoire terminée, confirmant la robustesse de la méthode malgré une sollicitation initiale plus marquée. Globalement, les deux techniques assurent la stabilité du quadrotor, avec un contrôle efficace sur l'altitude, l'orientation et les mouvements horizontaux. La différence principale réside dans la dynamique de réponse : plus douce pour la linearization, plus agressive mais rapide pour le Backstepping.

## II.6. La commande par mode glissant (SMC)

La commande par mode glissant (Sliding Mode Control – SMC) est une méthode de commande non linéaire à structure variable (Variable Structure Control – VSC), qui s'est imposée comme une approche robuste face aux incertitudes des systèmes dynamiques. Son développement a débuté dans les années 60 en ex-URSS et en ex-Yougoslavie, mais ce n'est qu'à partir des années 80 que cette technique a gagné en notoriété et en application dans les systèmes complexes [28].

Dans les systèmes réels, le comportement du système physique diffère souvent de son modèle mathématique, en raison de phénomènes non modélisés, de variations paramétriques ou de perturbations externes. Ces incertitudes rendent nécessaires des techniques de commande robustes, capables de maintenir les performances malgré ces écarts. Le SMC répond parfaitement à ce besoin grâce à deux propriétés fondamentales : une forte robustesse face aux incertitudes internes [29], et une excellente capacité de rejet des perturbations.

Le principe du SMC repose sur la définition d'une surface de glissement dans l'espace des états, que le système doit atteindre en temps fini, puis suivre dynamiquement. Pour cela, la commande est conçue en deux composantes principales :

$$u_i = u_{ieq} + u_{isw}$$

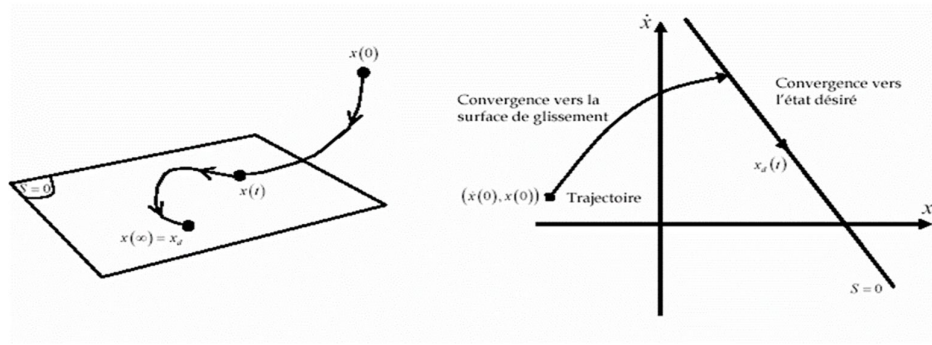
Où:

- ✓  $u_{ieq}$  représente le terme équivalent, assurant le comportement souhaité en régime établi (commande continue).
- ✓  $u_{isw}$  désigne le terme de commutation, souvent défini sous une forme discontinue  $k_i \cdot \text{sign}(s_i)$ , ou bien adoucie par  $k_i \cdot s_i$  afin de limiter le phénomène de chattering.

La conception du contrôleur en mode glissant suit deux étapes :

1. Définir une surface de glissement  $s_i(x)$  liée aux objectifs dynamiques (position, orientation...).
2. Élaborer une loi de commande qui force l'état du système à converger vers cette surface, puis à y rester.

Dans le cadre de cette étude, cette structure est appliquée aux commandes réelles ( $U_1, U_2, U_3, U_4$ ), ainsi qu'aux commandes virtuelles ( $u_x, u_y$ ), afin d'assurer un contrôle précis des sous-systèmes de translation et de rotation du quadrotor.



**Figure II.11.** Convergence du système glissant [29].

### II.6.1. Choix de la surface de glissement

Afin de mettre en œuvre cette stratégie de commande de manière rigoureuse, il convient tout d'abord de définir une surface de glissement adaptée, élément central de la dynamique souhaitée.

La surface de glissement  $s(x)$  est généralement construite à partir de l'erreur entre l'état réel du système et sa référence. Elle peut prendre une forme linéaire ou non linéaire, en fonction de la nature du système et des performances recherchées, à condition de garantir la propriété d'attractivité vers cette surface.

Pour un système d'ordre  $r$ , Slotine propose une formulation générale de la surface de glissement comme suit :

$$s(x) = \left( \frac{\partial y}{\partial x} + \lambda \right) r^{-1} e(x) \quad (\text{II-32})$$

où:

- $e$  : est l'erreur de suivi entre l'état réel et l'état désiré  $e(x) = X - X_d$ .

- $\lambda > 0$  est un paramètre scalaire réglant la pente de la surface.
- $r$  est le degré relatif du système, c'est-à-dire le nombre de dérivations nécessaires pour faire apparaître explicitement la commande dans la dynamique de sortie.

Autrement dit, la difficulté dans la mise en œuvre du SMC réside dans la capacité à linéariser dynamiquement l'erreur afin de garantir que  $s(x) \rightarrow 0$  selon une dynamique stable.

L'objectif est donc de forcer le système à adopter un comportement équivalent à celui d'un système linéaire autonome stable.

### II.6.2. Conditions d'existence du régime glissant

Pour garantir l'efficacité de la commande par mode glissant, il est essentiel que les trajectoires du système atteignent effectivement la surface de glissement définie. Cette exigence, connue sous le nom de condition d'attractivité, constitue une étape clé dans la conception du contrôleur [30].

Deux approches principales permettent de vérifier cette condition. : L'approche directe et L'approche basée sur la fonction de Lyapunov.

#### II.6.2.1. Approche directe

L'approche directe, introduite par Emelyanov et Utkin, constitue l'une des premières méthodes développées pour assurer l'attractivité de la surface de glissement [30]. Bien que cette approche soit de nature globale, elle ne garantit pas nécessairement un temps d'accès fini à la surface, ce qui peut être une limitation dans certaines applications dynamiques.

Le principe repose sur la variation du signe de la dérivée de la fonction de glissement  $\dot{s}(x)$  en fonction du signe de  $s(x)$ . Plus précisément, la condition d'attractivité s'exprime par les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} \dot{s}(x) > 0 \text{ lorsque } s(x) < 0 \\ \dot{s}(x) < 0 \text{ lorsque } s(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{II-33})$$

Cette règle assure que les trajectoires du système se dirigent vers la surface  $s(x)=0$  quel que soit leur point de départ. Toutefois, dans les systèmes à entrées multiples comme le quadrirotor, cette condition devient difficile à mettre en œuvre, car elle nécessite une analyse indépendante pour chaque direction de commande, ce qui complique la synthèse du contrôleur.

#### II.6.2.2. Approche de Lyapunov

L'approche de Lyapunov constitue une méthode rigoureuse et largement utilisée pour analyser la stabilité des systèmes non linéaires, notamment dans le cadre du contrôle par mode glissant [30]. Elle repose sur la définition d'une fonction scalaire  $V(x)$ , continue, dérivable et définie positive, qui associe à chaque état du système une "énergie" virtuelle.

Le principe consiste à choisir une loi de commutation telle que la dérivée temporelle de cette fonction soit strictement négative, ce qui garantit la convergence de l'état du système vers la surface de glissement. La condition de stabilité s'écrit donc :

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ avec } V(x) > 0 \quad (\text{II-34})$$

Une forme classique de la fonction de Lyapunov utilisée dans le cadre du SMC est :

$$V(x) = \frac{1}{2} S(x)^2 \quad (\text{II-35})$$

Pour que cette fonction décroisse, il suffit de s'assurer que le produit  $s(x) \cdot \dot{s}(x)$  soit strictement négatif :

$$S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (\text{II-36})$$

Cette condition implique que l'évolution du système réduit progressivement l'erreur dynamique représentée par  $s(x)$ , assurant ainsi non seulement l'attractivité, mais également la stabilité du régime glissant dans un cadre mathématiquement fondé.

### II.6.3. Phénomène de Chattering (broutement)

Le caractère discontinu de la commande en mode glissant engendre souvent un phénomène indésirable appelé chattering [30], se manifestant par de petites oscillations rapides autour de la surface de glissement. Ce comportement, illustré dans la figure II.10, peut nuire à la stabilité et aux performances du système.

Pour atténuer cet effet, plusieurs approches ont été proposées, telles que le remplacement de la fonction de commutation par une version continue (comme la fonction SAT), la fuzzification ou encore l'utilisation de commandes en mode glissant d'ordre supérieur.

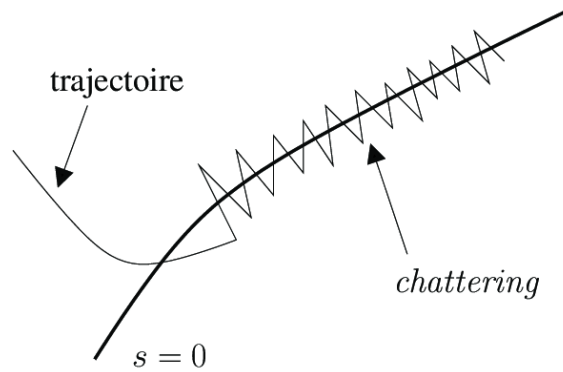


Figure II.12. Phénomène de chattering [30].

### II.6.4. Synthèse de la commande SMC

Les lois de commande obtenues dans le cadre de cette approche garantissent la stabilité du système au sens de Lyapunov. Elles sont formulées de manière à assurer l'attractivité de la surface de glissement et la convergence des trajectoires du système vers celle-ci. Ces lois prennent la forme suivante, conformément aux résultats présentés dans [31] :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_2 = \frac{1}{b_1} \{-k_1 \text{sign}(S_\phi) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 x_4 \bar{\Omega} + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 e_2\} \\ U_3 = \frac{1}{b_2} \{-k_2 \text{sign}(S_\theta) - a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4^2 - a_6 x_2 \bar{\Omega} + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 e_4\} \\ U_4 = \frac{1}{b_3} \{-k_3 \text{sign}(S_\psi) - a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6^2 + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 e_6\} \\ U_x = \frac{m}{U_1} \{-k_4 \text{sign}(S_x) - a_9 x_8 + \ddot{x}_d + \lambda_4 e_8\} / U_1 \neq 0 \\ U_y = \frac{m}{U_1} \{-k_5 \text{sign}(S_y) - a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + \lambda_5 e_{10}\} / U_1 \neq 0 \\ U_1 = \frac{m}{C x_1 C x_3} \{-k_6 \text{sign}(S_z) - a_{11} x_{12} + \ddot{z}_d + \lambda_6 e_{12} + g\} / C x_1 C x_3 \neq 0 \end{array} \right. \quad \text{Tel que } (\lambda_i, \lambda_i) \in \mathcal{R}^{+2} \quad (\text{II-37})$$

### II.6.4.1. Démonstration des expressions de commandes

Soient définies les erreurs de poursuite comme suit :

$$\begin{cases} e_i = x_{id} - x_i \\ e_{i+1} = \dot{e}_i \end{cases} i \in [1,11] \quad (\text{II-38})$$

On en déduit les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} &\begin{cases} e_1 = x_{1d} - x_1 \\ e_2 = \dot{e}_1 \end{cases} \begin{cases} e_2 = x_{2d} - x_2 \\ e_3 = \dot{e}_2 \end{cases} \begin{cases} e_3 = x_{3d} - x_3 \\ e_4 = \dot{e}_3 \end{cases} \\ &\begin{cases} e_4 = x_{4d} - x_4 \\ e_5 = \dot{e}_4 \end{cases} \begin{cases} e_5 = x_{5d} - x_5 \\ e_6 = \dot{e}_5 \end{cases} \begin{cases} e_6 = x_{6d} - x_6 \\ e_7 = \dot{e}_6 \end{cases} \\ &\begin{cases} e_7 = x_{7d} - x_7 \\ e_8 = \dot{e}_7 \end{cases} \begin{cases} e_8 = x_{8d} - x_8 \\ e_9 = \dot{e}_8 \end{cases} \begin{cases} e_9 = x_{9d} - x_9 \\ e_{10} = \dot{e}_9 \end{cases} \\ &\begin{cases} e_{10} = x_{10d} - x_{10} \\ e_{11} = \dot{e}_{10} \end{cases} \begin{cases} e_{11} = x_{11d} - x_{11} \\ e_{12} = \dot{e}_{11} \end{cases} \end{aligned}$$

Les surfaces de glissement adoptées s'écrivent comme suit :

Pour  $r=2 \Rightarrow S(x) = \lambda x e(x) + \dot{e}(x)$

$$\begin{aligned} \begin{cases} S_\phi = \lambda_1 e_1 + e_2 \\ S_\theta = \lambda_2 e_3 + e_4 \\ S_\psi = \lambda_3 e_5 + e_6 \\ S_x = \lambda_4 e_7 + e_8 \\ S_y = \lambda_5 e_9 + e_{10} \\ S_z = \lambda_6 e_{11} + e_{12} \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} e_1 = (\phi_d - \phi) \\ e_3 = (\theta_d - \theta) \\ e_5 = (\psi_d - \psi) \\ e_7 = (x_d - x) \\ e_9 = (y_d - y) \\ e_{11} = (z_d - z) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} e_2 = \dot{e}_1 \\ e_4 = \dot{e}_3 \\ e_6 = \dot{e}_5 \\ e_8 = \dot{e}_7 \\ e_{10} = \dot{e}_9 \\ e_{12} = \dot{e}_{11} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} S_\phi = e_2 + \lambda_1 e_1 \\ S_\theta = e_4 + \lambda_2 e_3 \\ S_\psi = e_6 + \lambda_3 e_5 \\ S_x = e_8 + \lambda_4 e_7 \\ S_y = e_{10} + \lambda_5 e_9 \\ S_z = e_{12} + \lambda_6 e_{11} \end{cases} \quad (\text{II-39}) \end{aligned}$$

Considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(S_\phi) = \frac{1}{2} S_\phi^2 \quad (\text{II-40})$$

Si la dérivée de la fonction de Lyapunov vérifie la condition  $\dot{V}_2(S_\phi) < 0$ , il en découle que le produit  $S_\phi \dot{S}_\phi < 0$ . Par conséquent, la condition nécessaire pour garantir le mode de glissement est satisfaite, assurant ainsi la stabilité du système au sens de Lyapunov.

Soit :

$$\begin{aligned}
\dot{S}_\phi &= -k_1 \text{sign}(S_\phi) \\
&= \ddot{x}_{1d} - \dot{x}_2 + \lambda_1 \dot{e}_1 \\
&= -a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 - b_1 U_2 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 (\dot{\phi}_d - x_2)
\end{aligned} \tag{II-41}$$

Alors :

$$U_2 = \frac{1}{b_1} \{ -k_1 \text{sign}(S_\phi) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 e_2 \} \tag{II-42}$$

À partir de l'équation (II-42), on obtient :

$$\begin{cases} U_{2attractive} = \frac{-k_1}{b_1} \text{sign}(S_\phi) \\ U_{2equivalente} = \frac{-1}{b_1} (a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega} x_4 - \ddot{\phi}_d - \lambda_1 e_2) \end{cases}$$

Les mêmes étapes sont systématiquement appliquées pour déterminer  $U_3$ ,  $U_4$ ,  $U_x$ ,  $U_y$  ainsi que  $U_1$ .

### II.6.5. Les résultats de simulation

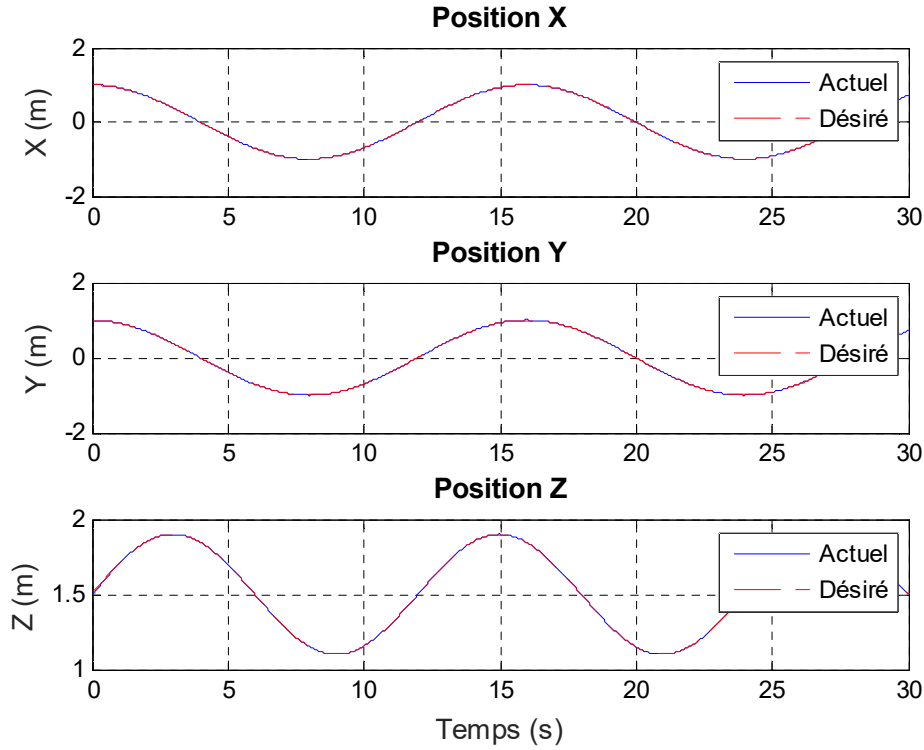


Figure II.13. Position (X, Y, Z).

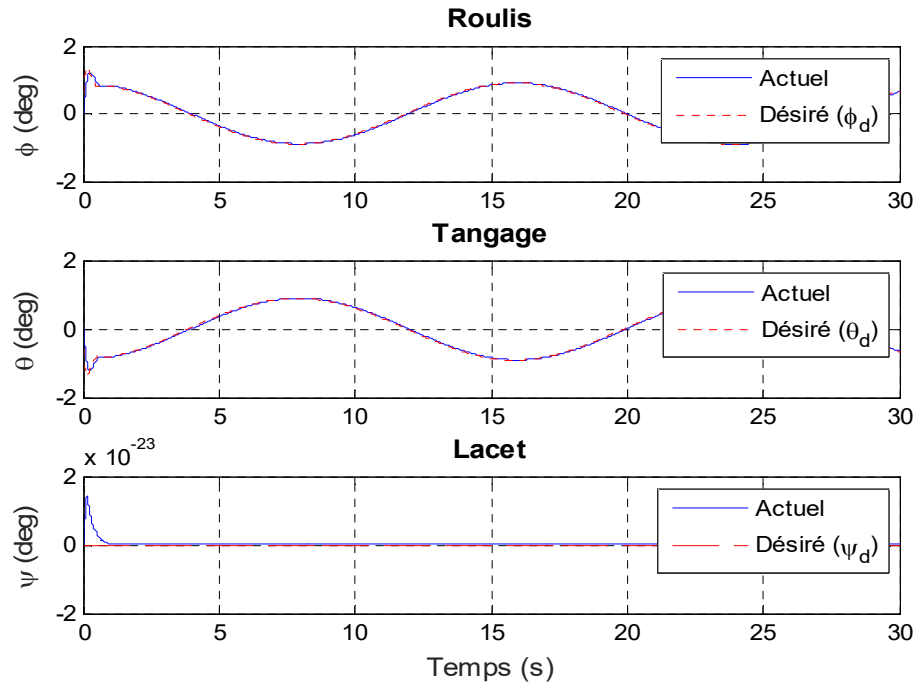
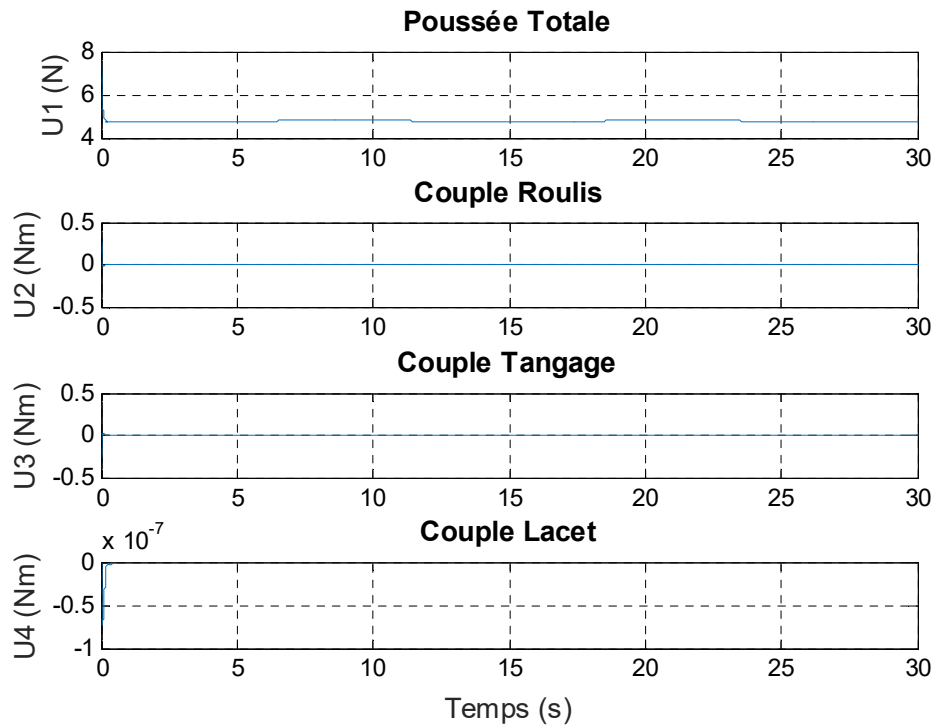
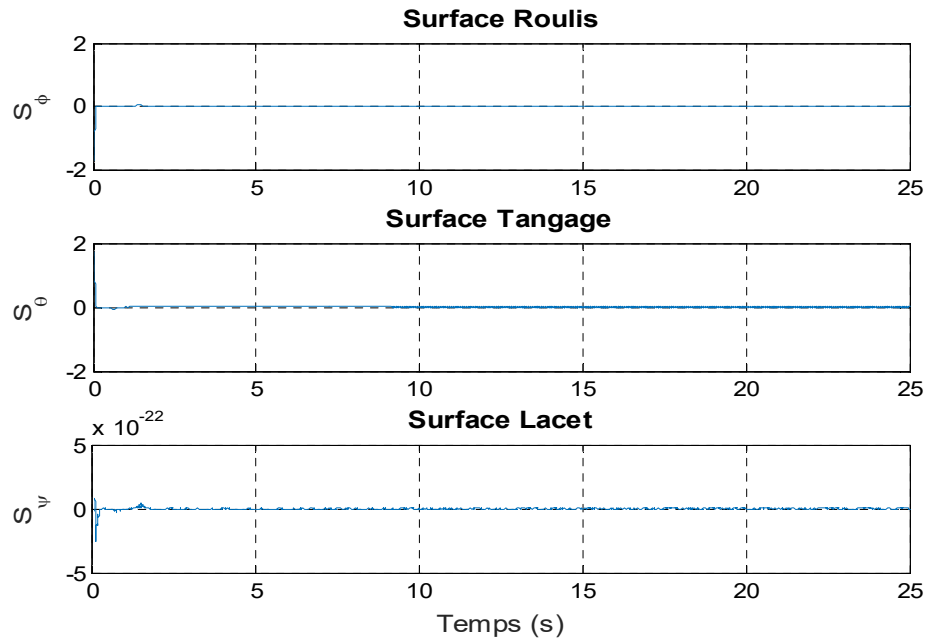
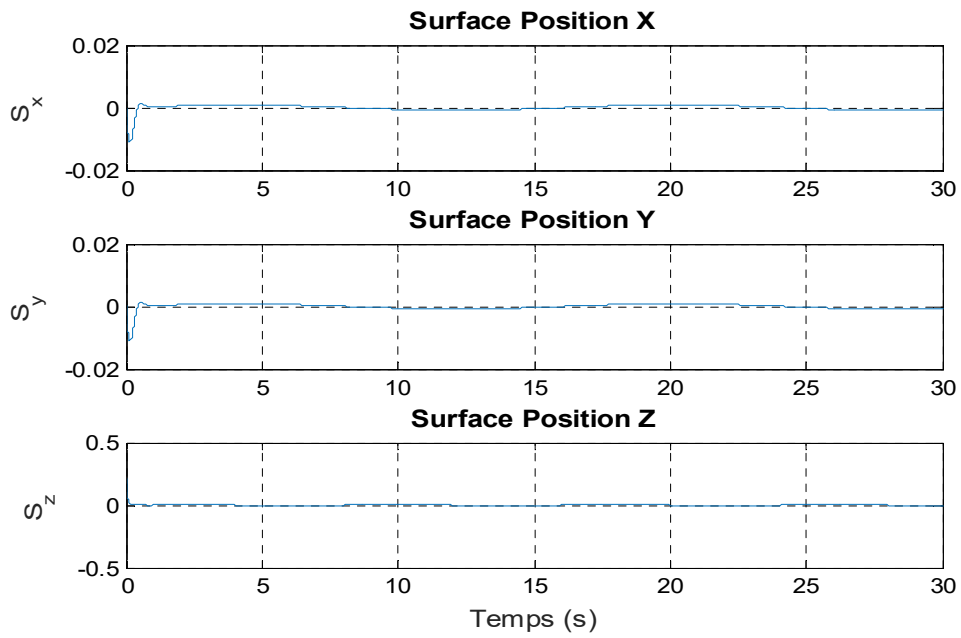
Figure II.14. Attitude ( $\phi, \theta, \psi$ ) SMC Complet Sinus.

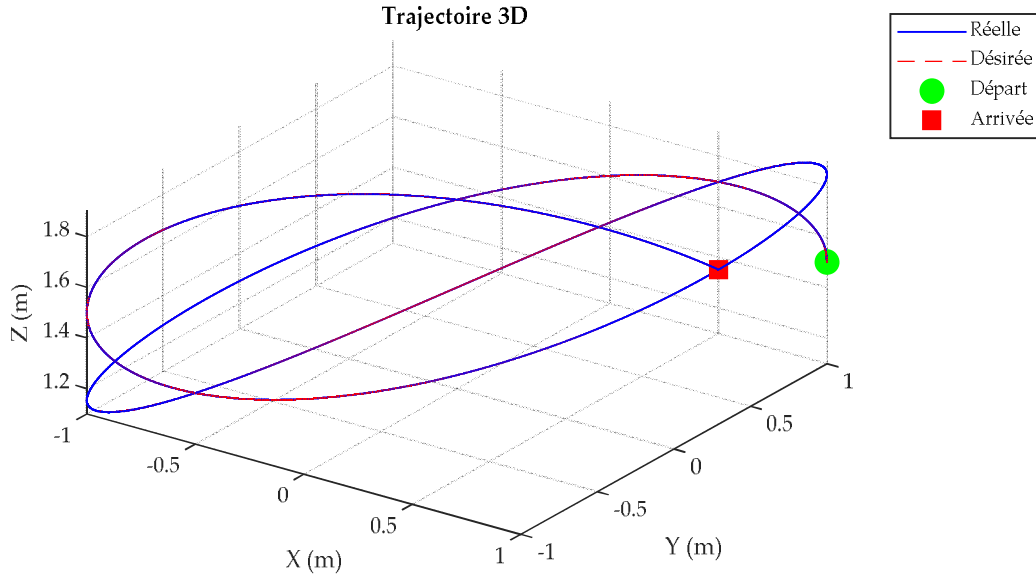
Figure II.15. Les signaux de la commande par mode glissant.



**Figure II.16.** Variation du Surfaces de Glissement (mouvement d'orientation ( $\phi, \theta, \psi$ )).



**Figure II.17.** Variation du Surfaces de Glissement (mouvement de translation ( $x, y, z$ )).



**Figure II.18.** Trajectoire 3d du quadrotor.

### Interprétation

Les résultats de simulation montrent que la commande par mode glissant (SMC) assure un suivi satisfaisant des trajectoires de position ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ) ainsi que des angles d'attitude ( $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ). Les courbes réelles suivent de près les trajectoires de référence avec une erreur transitoire faible et une bonne précision en régime permanent. Les signaux de commande restent bornés malgré les commutations inhérentes au SMC, ce qui garantit la faisabilité pratique. Enfin, les surfaces de glissement convergent rapidement vers zéro, confirmant la stabilité et la robustesse de la loi de commande face aux incertitudes et perturbations.

## II.7. Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs méthodes de commande non linéaire ont été étudiées pour le pilotage du quadrotor. Après une présentation générale des approches de linéarisation par retour de sortie et de backstepping, l'accent a été mis sur la commande par modes glissants (SMC), reconnue pour sa robustesse et sa capacité à garantir la stabilité du système malgré les perturbations et incertitudes. Les résultats de simulation ont confirmé que le SMC assure un suivi de trajectoire précis et une bonne réjection des perturbations, ce qui en fait une solution particulièrement adaptée aux systèmes dynamiques complexes comme le quadrotor. Cette analyse met en évidence les limites des commandes classiques et justifie la nécessité d'une approche tolérante aux défauts, qui fera l'objet du chapitre suivant.

Cette seconde partie du mémoire s'intéresse à une dimension essentielle dans la commande des systèmes autonomes : la robustesse face aux défauts. Alors que la première partie a porté sur la modélisation du quadrotor et la synthèse de lois de commande non linéaires, cette section s'attache à développer une stratégie globale de détection, d'isolation et de compensation des défauts. Dans un premier temps, nous présentons les fondements du diagnostic basé sur modèle, avec un intérêt particulier pour les techniques utilisant des observateurs pour la génération de résidus sensibles aux anomalies. Ces résidus constituent l'outil principal pour la détection et l'isolation des défauts (FDI). La seconde étape porte sur la conception d'une commande tolérante aux défauts (FTC), capable de maintenir les performances du système en dépit des défaillances détectées. Une attention particulière est portée à la complémentarité entre les modules FDI et FTC, afin d'aboutir à une architecture de commande robuste et fiable, adaptée aux environnements incertains ou dégradés.

# ***Chapitre III :***

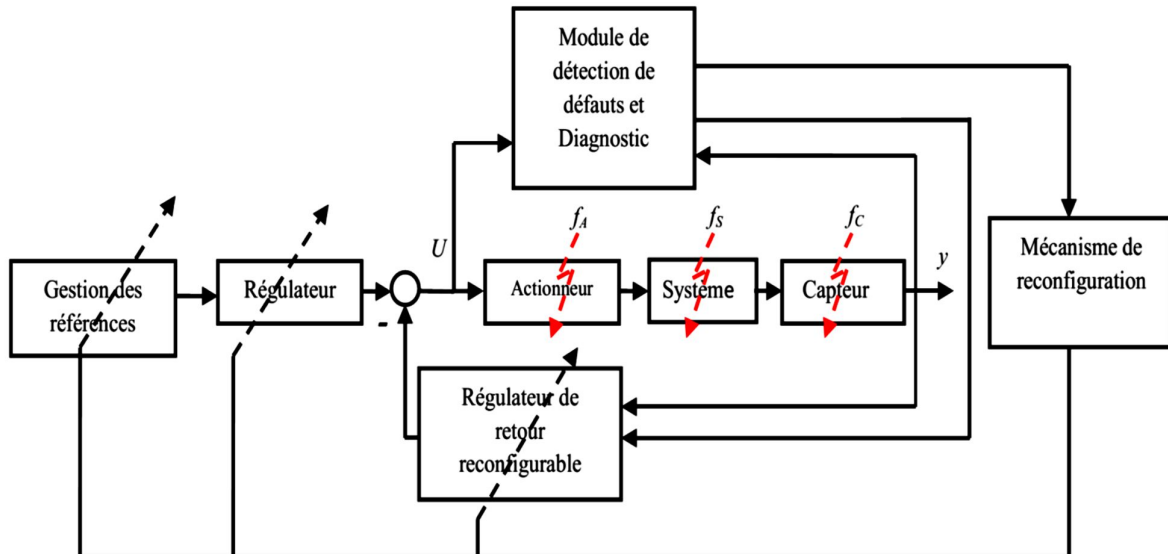
## ***Concepts et principes de la commande tolérante aux défauts***

### III.1. Introduction

La commande tolérante aux défauts (FTC) s'impose comme une solution clé pour améliorer la fiabilité et la sécurité des systèmes dynamiques, notamment dans les domaines critiques tels que l'aéronautique, les satellites ou les véhicules autonomes. Son objectif est de maintenir stabilité et performances malgré les défaillances des capteurs, actionneurs ou sous-systèmes. Deux approches principales existent : la FTC passive, basée sur des stratégies robustes face à des défauts prédéfinis, et la FTC active, plus flexible, qui s'appuie sur la détection, le diagnostic et la reconfiguration en temps réel, mais exige des algorithmes puissants et une forte capacité de calcul [32]. Ce chapitre introduit les concepts fondamentaux, les définitions, la classification des défauts ainsi que les principales approches de commande tolérante, constituant la base théorique du développement du contrôleur FTC appliqué au quadrotor.

### III.2. Objectifs de la commande tolérante aux défauts

Dans les systèmes dynamiques modernes comme les UAV, l'accroissement de la complexité structurelle s'accompagne d'exigences de fiabilité, sécurité et disponibilité. La commande tolérante aux défauts (FTC) constitue une réponse clé, car elle permet de maintenir la stabilité et des performances acceptables même en présence de défaillances (capteurs, actionneurs ou sous-systèmes) [33]. Contrairement aux lois de commande classiques, limitées au fonctionnement nominal, les stratégies FTC compensent dynamiquement les effets des défauts par des approches adaptatives ou reconfigurables. Si la tolérance était historiquement assurée par la redondance matérielle, cette solution reste coûteuse et contraignante. D'où l'essor des méthodes analytiques basées sur la détection et la reconfiguration automatique des lois de commande. L'objectif fondamental est double : garantir la stabilité en fonctionnement normal et assurer une dégradation contrôlée en cas de défaut. Comme illustré dans la figure 1.1, une architecture typique intègre un module de diagnostic (FDI) et un mécanisme de reconfiguration. Les recherches récentes ont abouti à des approches passives et actives capables de gérer des scénarios complexes et dynamiques, renforçant ainsi la résilience des systèmes embarqués intelligents [34].



**Figure III.1.** Principe d'un système de commande tolérante aux défauts [34].

### III.3. Quelques définitions de base

Les systèmes industriels peuvent subir des perturbations imprévues affectant leurs performances [35], d'où la nécessité de mécanismes de diagnostic efficaces.

- **Défaut** : Un défaut est l'incapacité d'un ou plusieurs paramètres du système à remplir correctement les fonctions attendues, selon les performances spécifiées.
- **Défaillance** : Il s'agit d'une perte partielle ou totale de fonctionnalité, empêchant le système de remplir sa mission telle que prévue.
- **Panne** : État dans lequel le système devient totalement incapable d'assurer sa fonction, en raison d'une ou plusieurs défaillances.
- **Dégradation** : Détérioration progressive des performances fonctionnelles d'un équipement, sans arrêt complet du service, mais avec une efficacité réduite.
- **Anomalie** : Est tout écart par rapport au fonctionnement normal du système, souvent signe précurseur d'un défaut ou d'une défaillance.
- **Reconfiguration** : Adaptation de la commande ou de la structure du système afin de compenser une panne ou d'en limiter les effets.
- **Résidu** : Signal sensible aux écarts entre le comportement réel et attendu, utilisé comme indicateur d'anomalie.
- **Détection** : Il s'agit d'identifier de manière rapide et fiable la présence d'un défaut dans le système, en localisant précisément le moment de son apparition.
- **Isolation** : Cette étape vise à déterminer les caractéristiques du défaut détecté, en identifiant son type, sa localisation exacte ainsi que l'instant où il s'est produit.
- **Identification** : Elle consiste à caractériser en détail l'amplitude et la nature du défaut, tout en estimant son impact sur le comportement global du système.

### III.4. Classification des défauts

Les défauts d'un système, issus des actionneurs, capteurs ou de la structure, se manifestent par biais, dérives ou valeurs aberrantes et sont classés en additifs ou multiplicatifs [36], ce qui nécessite l'utilisation d'une commande tolérante.

#### III.4.1. Selon leurs caractéristiques temporelles

Les défauts se classent en trois catégories : instantanés, intermittents et progressifs [36].

##### III.4.1.1. Défaut brusque (biais)

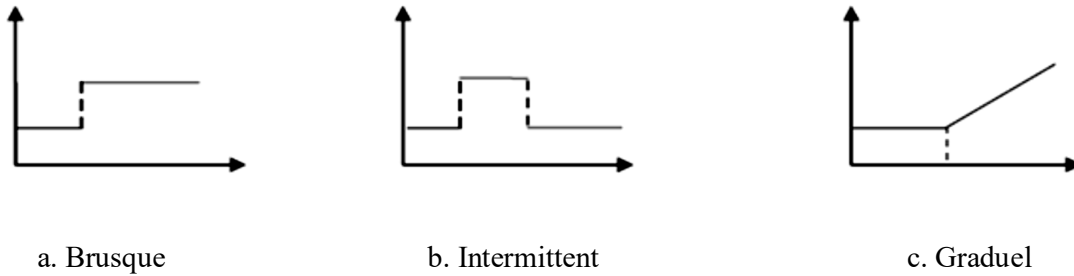
Apparition soudaine avec amplitude constante, souvent due à des dommages matériels, impactant la stabilité ou la performance du système (fig. III.2.a).

##### III.4.1.2. Défaut intermittent (valeurs aberrantes)

Est un défaut brusque caractérisé par des retours aléatoires du signal à sa valeur normale, souvent dus à des faux contacts ou coupures d'alimentation (fig. III.2.b).

##### III.4.1.3. Défaut graduel (dérives)

Augmentation lente de l'amplitude due au vieillissement des composants, difficile à détecter mais généralement moins critique (fig. III.2.c).



**Figure III.2.** Classification des défauts selon leur évolution temporelle [36].

### III.4.2. Selon leurs types

Les défauts peuvent survenir en différents points du système et se classent en plusieurs catégories selon leur emplacement [37] :

#### III.4.2.1. Défauts de capteurs

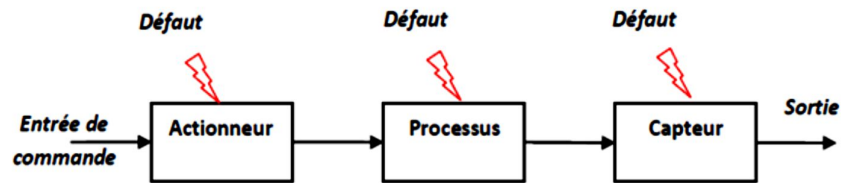
Les défauts de capteurs faussent les mesures (biais, dérives, pertes de sensibilité ou blocages), compromettant ainsi la qualité de la commande [37] (fig. III.3).

#### III.4.2.2. Défauts d'actionneurs

Les défauts d'actionneurs altèrent les signaux de commande (perturbations additives ou multiplicatives) et peuvent provoquer une surconsommation énergétique ou une perte totale de contrôle [37] (fig. III.3).

#### III.4.2.3. Défauts du Système

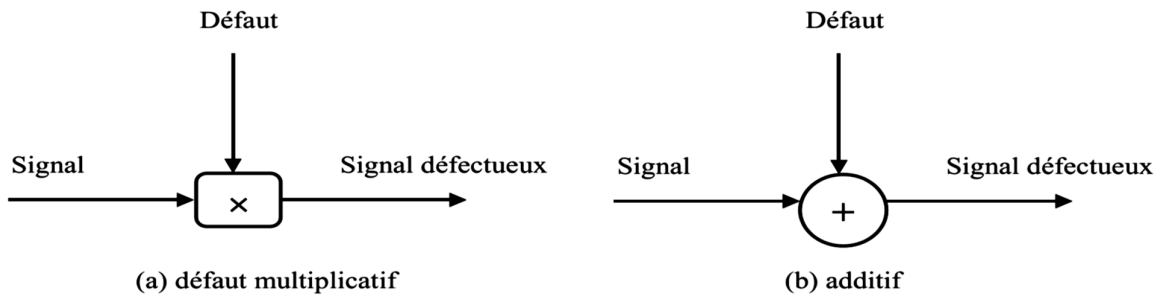
Les défauts du système, liés à ses composants internes, modifient la dynamique par des perturbations additives ou multiplicatives et peuvent compromettre sa stabilité [37] (fig. III.3).



**Figure III.3.** Les défauts actionneurs, capteurs et composants [37].

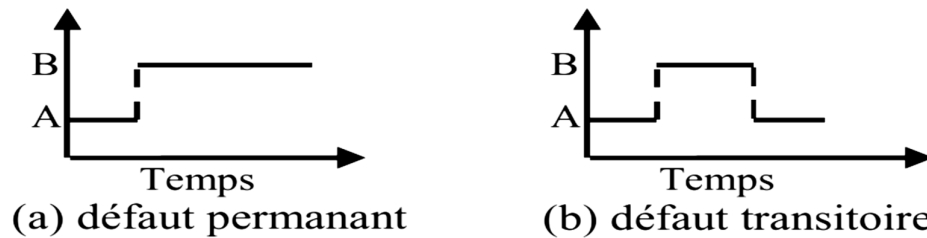
### III.4.3. Selon leur influence

Les défauts se divisent en deux catégories : additifs, indépendants des entrées de commande (souvent liés aux capteurs ou actionneurs), et multiplicatifs, dépendants des entrées et affectant la dynamique du système, comme illustré en fig. III.4 [36].



**Figure III.4.** Représentation additive et multiplicative des défauts [36].

Les défauts se classent en permanents, dus à une panne totale d'un composant, et transitoires, liés à un dysfonctionnement temporaire comme sous l'effet de radiations magnétiques (fig. III.5).



**Figure III.5.** Répartition des défauts selon le comportement temporel [36].

#### III.4.4. Défaillances structurales

Les défaillances structurales sont des altérations physiques (fissures, ruptures, corrosion...) affectant l'intégrité des composants, pouvant perturber la dynamique du système ou la stabilité d'un UAV, et nécessitent une détection avancée par surveillance structurale.

### III.5. Différents modes de fonctionnement d'un système

Un système industriel peut fonctionner en mode nominal (performances normales), dégradé (mission partielle avec performances réduites) ou en mode de défaillance (dysfonctionnement empêchant toute mission) [37].

### III.6. Méthodes de détection et de diagnostic de pannes

#### III.6.1. Méthodes basées sur des modèles

Les méthodes de détection de pannes basées sur des modèles comparent les mesures réelles aux prédictions d'un modèle mathématique [38] afin de générer des résidus révélant d'éventuelles anomalies.

#### III.6.2. Méthodes basées sur les données (Data-Driven)

Les méthodes de détection de pannes basées sur les données exploitent l'apprentissage automatique et l'analyse de mesures historiques ou en temps réel [39] pour identifier des anomalies sans recourir à un modèle mathématique explicite.

#### III.6.3. Approches hybrides

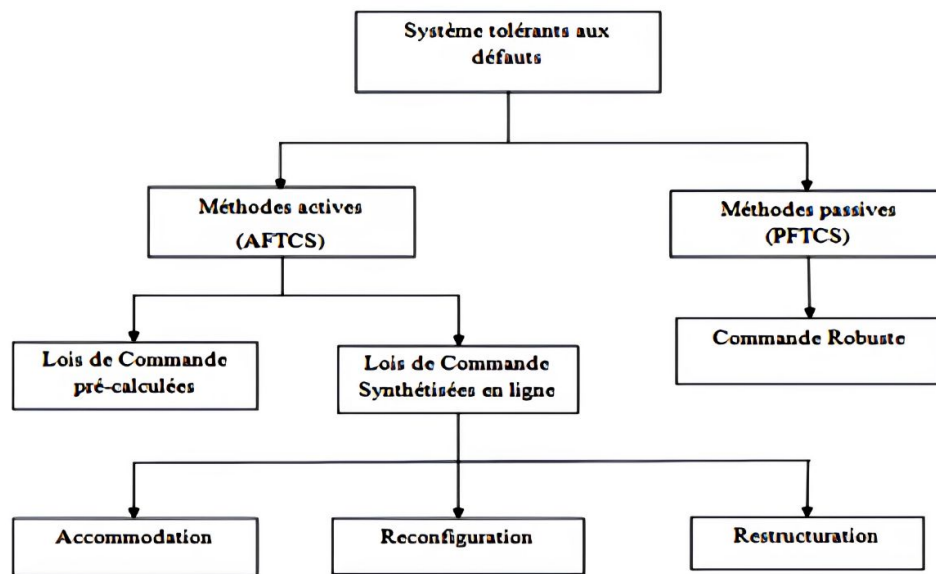
Les approches hybrides combinent les méthodes basées sur des modèles physiques et celles orientées données [40] afin de tirer parti de la rigueur analytique et de la flexibilité de l'intelligence artificielle. Elles renforcent la robustesse du diagnostic face aux incertitudes, aux non-linéarités et aux bruits de mesure, ce qui les rend particulièrement adaptées aux systèmes complexes et critiques comme les UAVs.

### III.7. Système tolérant aux défauts

Un système tolérant aux défauts vise à maintenir la stabilité et la fiabilité malgré les anomalies [41], en adaptant la commande pour compenser les pannes (capteurs, actionneurs) et préserver les performances et la sécurité.

### III.8. Stratégies de contrôle tolérant aux pannes

Les stratégies de commande tolérante aux pannes se divisent en deux catégories : passive, robuste à des défauts prédéfinis sans reconfiguration, et active, qui s'appuie sur la détection et le diagnostic pour ajuster dynamiquement la commande [36].



**Figure III.6.** Classification des approches de la commande tolérante aux défauts [36].

#### III.8.1. FTC Passif

La commande tolérante passive repose sur des contrôleurs robustes capables d'assurer le fonctionnement du système malgré certains défauts [36], sans détection ni reconfiguration. Toutefois, elle reste limitée, car elle ne peut traiter qu'un ensemble restreint de pannes connues dès la conception.

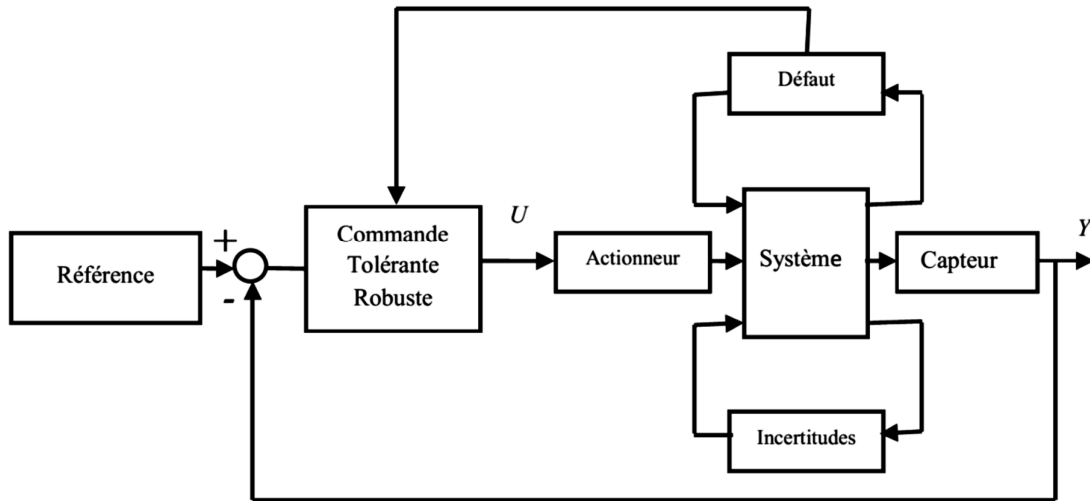


Figure III.7. Schéma de principe d'une loi de commande FTC passive [36].

### III.8.2. FTC Actif

La commande tolérante active agit après la détection des défauts grâce à un module de diagnostic et un module de reconfiguration [42], permettant d'adapter le régulateur pour compenser les anomalies et préserver la stabilité, avec parfois une légère dégradation des performances.

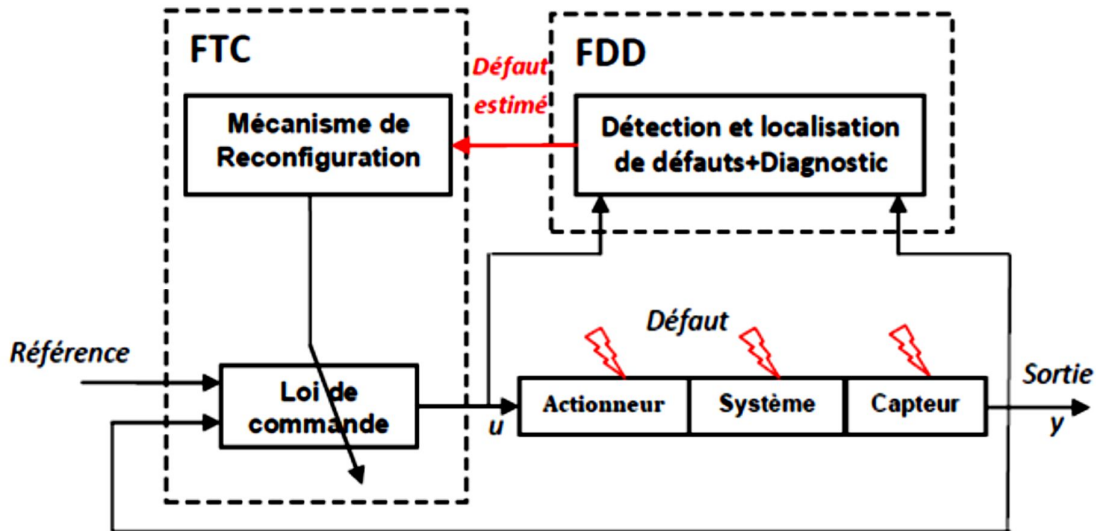


Figure III.8. Schéma d'une commande tolérante aux défauts active [42].

Les lois de commande active s'inspirent de deux lois de commande [43] :

#### a) Régulateurs préétablis (précalculées)

Utilise des régulateurs spécifiques pour chaque mode de fonctionnement ou défaut identifié. Elle devient cependant peu pratique lorsque les scénarios de pannes sont nombreux, ce qui conduit à

privilégier la synthèse de nouvelles lois en temps réel.

### b) Lois de commande générées en temps réel

Adaptent la commande en temps réel selon le type et l'intensité du défaut, en appliquant l'accommodation, la reconfiguration ou la restructuration du système.

#### b.1. Accommodation des défauts

Ajuste en temps réel les paramètres du régulateur ou ajoute une commande corrective pour les défauts de faible amplitude, sans modifier la structure du système.

#### b.2. Reconfiguration du système

Modifie la structure du régulateur ou remplace les composants défaillants lorsque l'accommodation n'est pas suffisante pour maintenir les performances.

#### b.3. Restructuration du système

Consiste en une refonte complète de la structure et des paramètres de commande lorsque l'accommodation et la reconfiguration ne suffisent pas à gérer les défauts.

## III.9. Modélisation des défauts

Dans un système linéaire en espace d'état considère : les défauts d'actionneurs comme des signaux additifs aux entrées, les défauts de capteurs comme des signaux additifs aux sorties, et les défauts du système ou composants comme une dynamique supplémentaire via une matrice de distribution [44]. Le système défaillant s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)) + Hf_p(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) \end{cases} \quad (\text{III-2})$$

Où  $f_a(t)$ ,  $f_c(t)$  et  $f_p(t)$  désignent respectivement les défauts liés aux actionneurs, aux composants, et aux capteurs. Ces signaux sont de dimensions  $f_a(t) \in R^m$ ,  $f_p(t) \in R^c$ , et

$f_c(t) \in R^p$ . La matrice H est appelée matrice de distribution des défauts de type composant  $f_p(t)$ .

### III.9.1. Modélisation en présence des perturbations

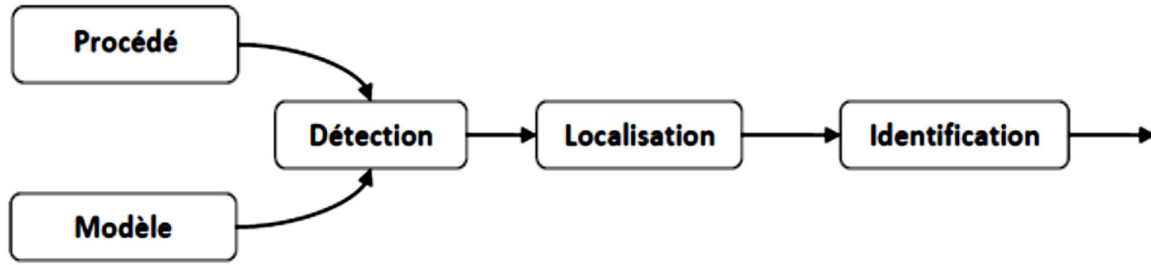
Considère que le système subit à la fois des défauts, des incertitudes et des perturbations (ou bruits) traités comme des entrées inconnues, influençant sa dynamique globale :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)) + Hf_p(t) + Ed_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) + d_c(t) \end{cases} \quad (\text{III-3})$$

Où  $d_a(t) \in R^d$  et  $d_c(t) \in R^p$  représentent respectivement les perturbations et les bruits affectant le système. La matrice E est appelée matrice de distribution des perturbations  $d(t)$ .

## III.10. Notions fondamentales sur le diagnostic de défauts

Le diagnostic de défauts consiste à détecter, localiser et identifier les éléments défectueux dans un système dynamique, selon trois phases successives [36], fig. III.8).



**Figure III.9.** Procédure de détection, localisation et d'identification des défauts [36].

### III.10.1. Détection des défauts

Consiste à identifier rapidement la présence et l'instant d'apparition d'un défaut dans le système [36].

### III.10.2. Localisation des défauts

Consiste à identifier le composant affecté et le moment du défaut, en utilisant des résidus structurés ou directionnels sensibles aux anomalies spécifiques [36].

### III.10.3. Identification des défauts

Évalue leur intensité et leur évolution temporelle afin de permettre la mise en œuvre de stratégies de commande tolérantes [36].

#### Remarque III.1

La localisation est complexe car une panne peut résulter de plusieurs défauts simultanés, rendant difficile l'identification exacte de sa source.

#### Remarque III.2

L'identification du défaut n'est réalisée que si une reconfiguration de commande est nécessaire, car certains systèmes se limitent à la détection et à la localisation.

## III.11. Classification des méthodes de diagnostic

Les méthodes de diagnostic se classent en deux grandes catégories [40] : basées sur un modèle, utilisant une description mathématique du système, et sans modèle, reposant sur des données expérimentales ou des techniques d'apprentissage.

### III.11.1. Méthodes avec modèle mathématique

Utilisent une description analytique du système pour générer et analyser des résidus [37], permettant de détecter, localiser et reconstruire les défauts, et soutiennent la reconfiguration de la commande.

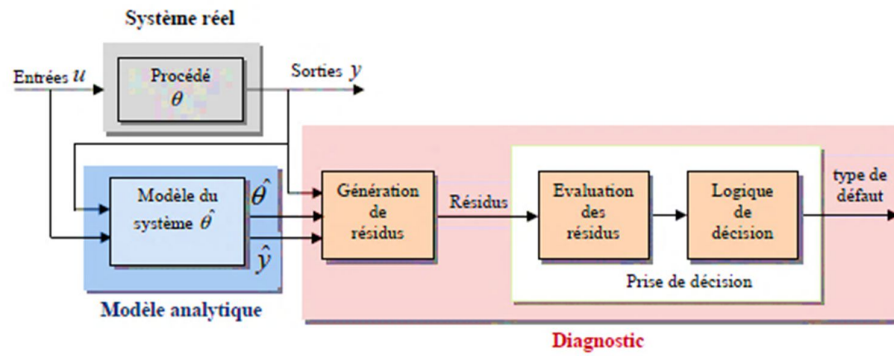


Figure III.10. Diagnostic à base de modèle [40].

- **Génération des résidus**

Crée des signaux sensibles uniquement aux défauts, servant à les détecter, mais leur robustesse peut être affectée par des perturbations ou des incertitudes de modélisation [45] :

**a) Génération d'un ensemble de résidus structurés**

Organise les résidus en sous-ensembles associés à chaque défaut, facilitant l'identification précise du défaut correspondant [45].

**b) Génération de résidus directionnels**

Orienté les vecteurs résidus selon chaque défaut, permettant d'isoler un défaut en comparant la direction du vecteur observé à celle attendue [45]. (Voir figure III.10).

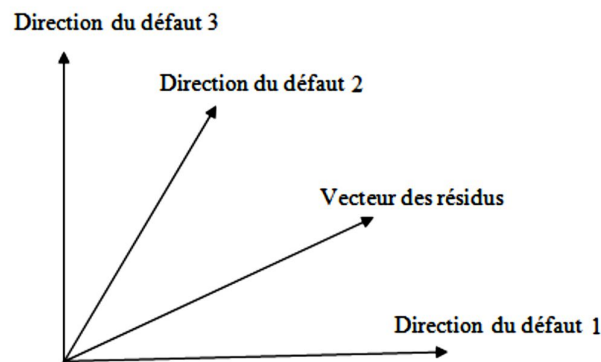


Figure III.11. Structure des résidus directionnels [45].

- **Prise de décision**

Interprète les résidus pour détecter et, si possible, localiser les défauts, en classant les comportements résiduels selon différents scénarios, avec une efficacité mesurée par les taux de fausses alarmes et de non-détection [36] :

### III.11.1.1. Méthode d'estimation paramétrique

Cette méthode d'estimation des paramètres détecte les défauts en comparant les paramètres dynamiques estimés du système avec leurs valeurs normales [46], mais elle nécessite une excitation continue et peut être complexe pour des systèmes stationnaires ou dangereux.

### III.11.1.2. Méthode fondée sur l'espace de parité

Utilise la redondance analytique des équations d'état pour générer des résidus sensibles aux défauts [46], en projetant les mesures sur un espace de parité inaccessible au système sain.

### III.11.1.3. Méthode fondée sur un observateur (estimation de l'état)

Compare les sorties estimées par un modèle d'état aux sorties réelles pour générer des résidus [46], permettant de diagnostiquer les défauts via un modèle parallèle ajusté.

### III.11.2. Méthodes indépendantes d'un modèle mathématique du système

Reposent sur l'expérience ou l'analyse de données pour détecter les défauts, incluant les réseaux de neurones, la logique floue, les approches neuro-floues, les systèmes experts et le traitement du signal.

## III.12. Principe de génération de résidus à base d'observateurs

Estime les sorties du système et calcule leur écart avec les mesures réelles [47], produisant des résidus flexibles et robustes aux perturbations tout en restant sensibles aux défauts.

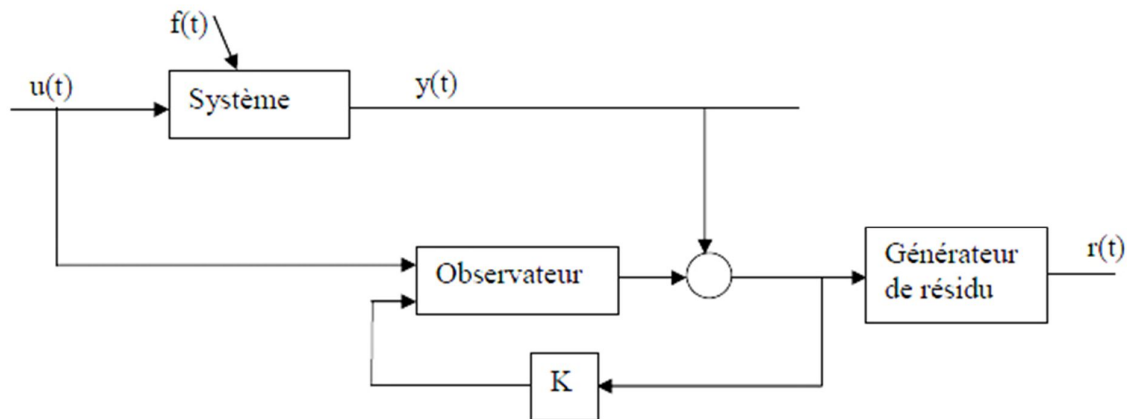


Figure III.12. Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs [47].

## III.13. Observateurs à modes glissants

Utilisent des fonctions discontinues pour contraindre le système à converger vers une surface de glissement, renforçant ainsi la robustesse face aux incertitudes paramétriques.

Dans ce cadre, les dynamiques étudiées correspondent aux erreurs d'observation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ . À partir de l'état initial  $e(0)$ , la convergence se déroule en deux étapes :

1. **Mode d'atteinte** : La trajectoire des erreurs converge rapidement vers la surface de glissement, où l'écart entre sorties mesurées et estimées devient nul, assurant une dynamique stable et réactive. ( $e_y = y - \hat{y}$ ).
2. **Mode de glissement** : les erreurs évoluent sur la surface selon des dynamiques contrôlées, garantissant leur annulation complète.

La synthèse d'un observateur à modes glissants pour un système non linéaire affine d'ordre  $n$  suit les étapes décrites par [48] :

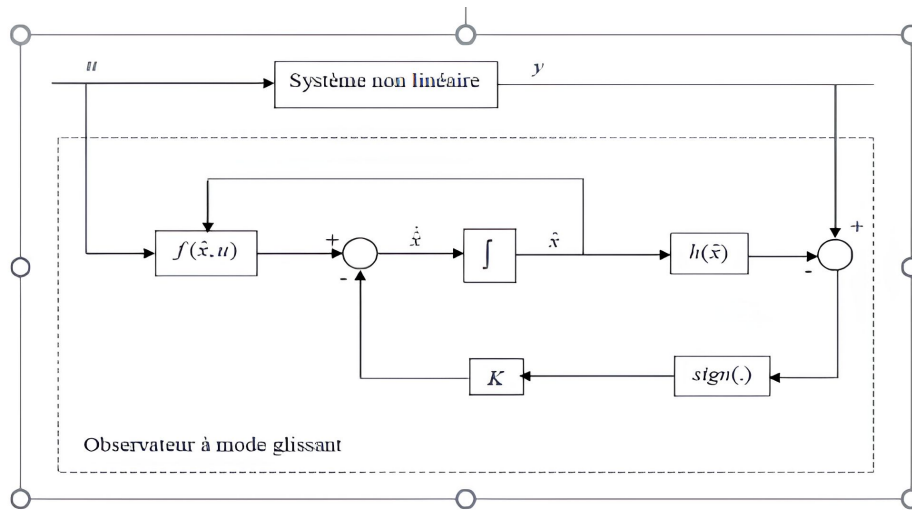
$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u), & x \in \mathbb{R}^n \\ y = h(x), & y \in \mathbb{R}^p \end{cases} \quad (\text{III-4})$$

L'observateur à modes glissants est défini par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x}, u) - K\Gamma_s \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (\text{III-5})$$

avec:

- $K$  : matrice de gain ( $n \times p$ ).
- $\Gamma_s$  : vecteur ( $p \times 1$ ) défini par  $\Gamma_s = [\text{sign}(\hat{y}_1 - y_p) \dots \text{sign}(\hat{y}_1 - y_p)]^T$ .
- $e = \hat{x} - x$  : vecteur des erreurs d'observation.
- $S = e_y = \hat{y} - y$  : surface de glissement.



**Figure III.13.** Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant [48].

L'observateur à modes glissants doit respecter deux conditions clés pour garantir que l'état estimé converge vers l'état réel :

1. **Condition du mode d'atteinte** : elle garantit l'attractivité de la surface de glissement  $S=0$ , de dimension  $p$ . Cette surface est dite attractive si la fonction de Lyapunov
2.  $V(x) = S^T X S$  Respecte la condition  $\dot{V}(x) < 0$  si  $S \neq 0$ .
3. **Condition du mode glissant** : durant cette phase, la matrice des gains correctifs est ajustée de manière à vérifier la condition d'invariance :

$$\begin{cases} \dot{S} = 0 \\ S = 0 \end{cases}$$

En mode glissant, le système initial d'ordre  $n$  est réduit à un ordre  $n-p$ , et ces deux conditions fondamentales déterminent la conception et le fonctionnement de l'observateur à modes glissants.

### III.14. Conclusion

Ce chapitre a présenté les fondements et les approches de la commande tolérante aux défauts, en distinguant les stratégies passives et actives ainsi que les méthodes de diagnostic associées. Il a mis en évidence les défis liés à la robustesse, à la complexité et à l'adaptabilité des systèmes, justifiant le recours à des approches intégrées pour garantir fiabilité et résilience. Ces notions serviront de cadre théorique pour la conception du contrôleur tolérant appliqué au quadrotor dans le chapitre suivant.

***Chapitre IV :***  
***Commande tolérante***  
***Active Aux défauts***  
***(AFTC)***

---

### IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la conception d'une commande tolérante active aux défauts pour un quadrotor. La stratégie repose sur une commande par mode glissant (SMC) associé à une unité de diagnostic et d'identification des défauts (FDI) basée sur un observateur de type mode glissant enrichi par un terme de glissement. Cette unité permet de détecter et d'estimer en temps réel la gravité des défaillances [49]. À partir de ces informations, une reconfiguration des lois de commande est réalisée afin de compenser la perte de performance. Deux approches sont considérées : l'addition et la mise à l'échelle des lois de commande. Enfin, des simulations sous SIMULINK mettent en évidence la robustesse et l'efficacité de la méthode proposée face à différentes situations de défauts.

### IV.2. Commande tolérante active aux défauts basés sur la SMC

Dans cette section, nous présentons la conception d'une commande tolérante active aux défauts (AFTC) fondée sur la commande par mode glissant (SMC). Le contrôleur SMC, introduit précédemment dans le Chapitre II (Équation II-37), constitue le contrôleur de base du système. Grâce à ses propriétés de robustesse face aux incertitudes et aux perturbations externes, il assure la stabilité du quadrotor dans des conditions nominales.

Pour permettre au système de rester performant en présence de défaillances, une unité de Détection et d'Isolation des Défauts (FDI) a été intégrée. Cette unité est réalisée à l'aide d'un Observateur en Mode Glissant (SMO), qui permet de détecter et d'estimer la magnitude des défauts affectant les actionneurs.

L'estimation du défaut fournie par le SMO est ensuite utilisée pour adapter dynamiquement la commande, en ajustant les lois de contrôle de manière à compenser la perte d'efficacité causée par la défaillance.

Les sections suivantes détaillent la conception de l'observateur à mode glissant et expliquent son intégration dans le schéma de commande global, montrant comment les informations issues du FDI sont exploitées pour construire une stratégie de commande tolérante aux défauts efficace.

### IV.3. Conception de l'observateur à mode glissant

La dynamique du système quadrotor en présence de défauts peut s'exprimer sous la forme suivante

[50] :

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u(t) + f(t) \quad (\text{IV-1})$$

Où  $f(t)$  est une fonction de défaut variant dans le temps. Tous les défauts sont ici représentés comme un défaut additif, plutôt que par des modifications dans les matrices d'état du système.

Un observateur approprié pour ce système défectueux est la forme augmentée :

$$\dot{\tilde{X}} = f(\tilde{X}) + g(\tilde{X})u(t) + v(t) + L(Y - \tilde{Y}) \quad (\text{IV-2})$$

$$\tilde{Y} = C\tilde{X} \quad (\text{IV-3})$$

Où  $\tilde{Y}$  est la sortie estimée du système,  $C_{12 \times 12}$  est un vecteur constant dont les éléments alternent entre 0 et 1,  $L$  est le vecteur de gain de l'observateur, et  $v(t)$  est l'estimateur du défaut variant dans le temps. Comme première étape, on conçoit l'observateur pour un cas sans défaut (sans le terme  $v(t)$ ).

La dynamique de l'erreur est :

$$\dot{e} = \dot{X} - \dot{\tilde{X}} = f(X) - f(\tilde{X}) + [g(X) - g(\tilde{X})]u - L(Y - \tilde{Y}) \quad (\text{IV-4})$$

On note  $e_y = Y - \tilde{Y}$  et on choisit comme fonction de Lyapunov :  $V = \frac{1}{2} e_y^2$

Le gain de l'observateur  $L$  est choisi de façon à rendre la dérivée de  $V$  définie négative :

$$\dot{V} \leq 0 \Rightarrow e_y \dot{e}_y = -\eta e_y^2 \quad (\text{IV-5})$$

Ce qui conduit à :

$$f(X) - f(\tilde{X}) + [g(X) - g(\tilde{X})]u - L e_y = -\eta e_y \quad (\text{IV-6})$$

D'où :

$$L = \frac{f(X) - f(\tilde{X}) + [g(X) - g(\tilde{X})]u}{e_y} + \eta \quad (\text{IV-7})$$

Où  $\eta$  est un paramètre positif influençant la vitesse de convergence de l'erreur de sortie.

#### IV.4. Observateur avec estimation par mode glissant

Une fois l'observateur sans défaut conçu, on l'augmente avec un terme de mode glissant chargé d'estimer en ligne la grandeur du défaut ((IV-2).

Le terme  $v$  se décompose en deux parties :

$$v = v_{eq} + v_{dis} \quad (\text{IV-8})$$

- $v_{eq}$  (partie équivalente) : maintient l'estimation sur la surface de glissement.
- $v_{dis}$  (partie discontinue) : amène l'estimation vers la surface de glissement.

La surface de glissement est définie par l'erreur d'estimation :

$$S = e = X - \tilde{X} \quad (\text{IV-9})$$

L'objectif est de maintenir  $e = 0$  malgré la présence du défaut.

Quand  $\dot{e} = 0$ , on obtient :

$$v_{eq} = f(X) - f(\tilde{X}) + [g(X) - g(\tilde{X})]u - L e_y + \dot{f}(t) \quad (\text{IV-10})$$

La partie discontinue est choisie :

$$v_{dis} = -k \operatorname{sign}(S) \quad (\text{IV-11})$$

Pour réduire le bruit de commutation (chattering), on remplace la fonction signe par une fonction de saturation :

$$v_{dis} = -k \operatorname{sat}(S) \quad (\text{IV-12})$$

### IV.5. Commande tolérante aux défauts basée sur l'observateur à mode glissant (SMO)

Lorsqu'une défaillance se produit dans le quadrotor, sa magnitude est estimée à l'aide de l'observateur à mode glissant (SMO) présenté précédemment. Cette estimation du défaut est ensuite exploitée pour adapter la commande et maintenir le suivi de la trajectoire désirée, malgré la présence de la panne [51].

La dynamique du système défectueux peut s'écrire comme suit :

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u_R(t) + f(t) \quad (IV-13)$$

Où  $u_R(t)$  est la commande restante après la perte partielle.

$$u_R = u - u_f \quad (IV-14)$$

Où  $u_f$  représente la perte d'efficacité due à un défaut dans la loi de commande  $u$ .

La relation entre les commandes  $U$  et les vitesses des moteurs  $\Omega_i$  est donnée par :

$$U = \Gamma \Omega \quad (IV-15)$$

En présence d'un défaut, cette relation devient :

$$U_R = \Gamma_R \Omega = [\Gamma - \Gamma_f] \Omega \quad (IV-16)$$

Avec  $\Gamma_f$  la matrice des défauts, proportionnelle aux pourcentages de défaillance  $f_i$  de chaque actionneur. Ainsi, on peut écrire :

$$\Gamma_f = \Gamma I F \quad (IV-17)$$

Et la commande défectueuse sera donné par :

$$U_f = \Gamma I F \Omega \quad (IV-18)$$

Finalement, la commande compensée qui permet au système de tolérer les défauts est obtenue en ajoutant la commande résiduelle et la commande de compensation :

$$U = U_R + U_f \quad (IV-19)$$

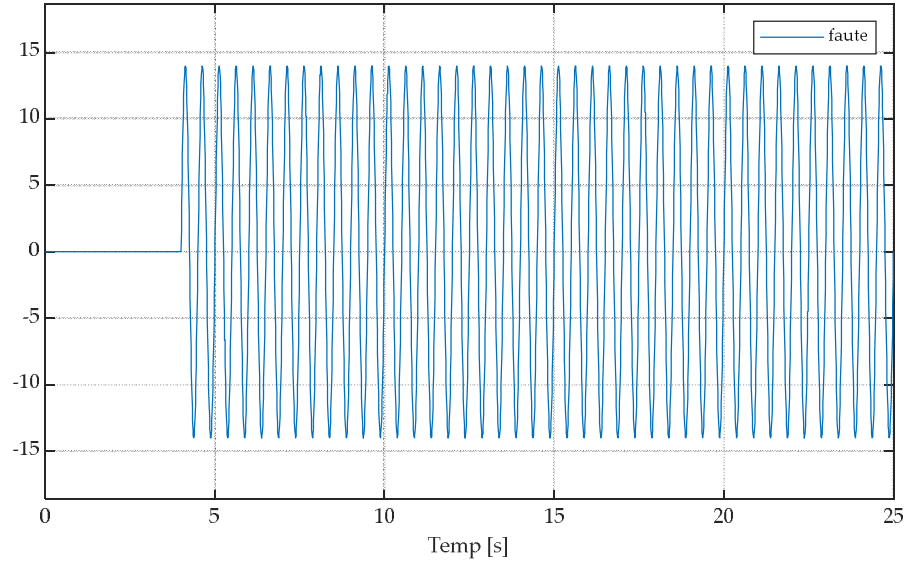
Où  $U$  représente la commande optimale capable de piloter le quadrotor en présence de défaut, et  $U_R$  désigne la commande résiduelle générée sous défaut mais dépourvu de propriétés de tolérance aux défauts.

### IV.6. Résultats de simulation

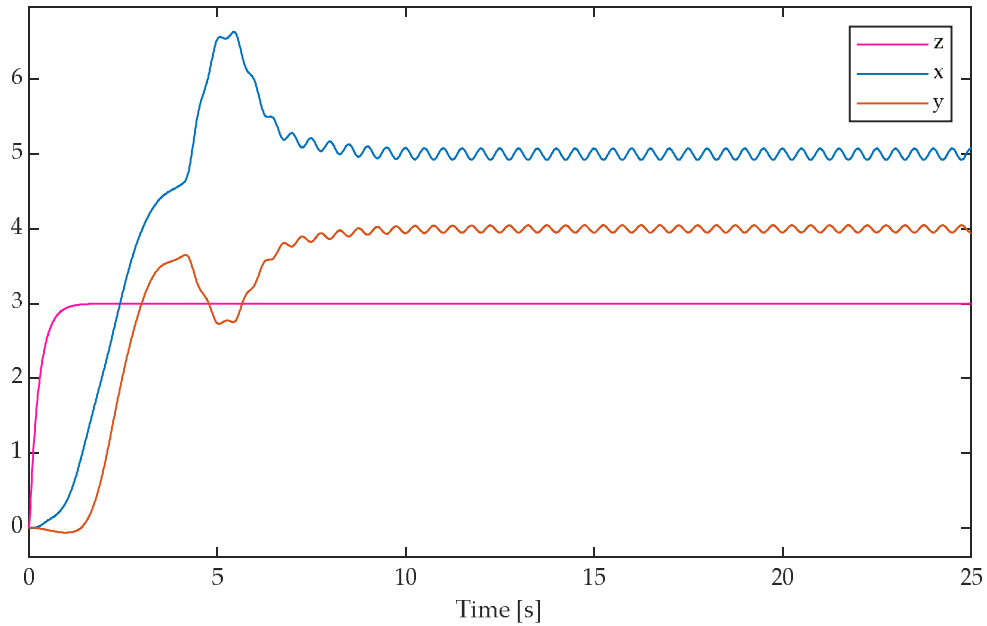
La commande par mode glissant conçu dans la section précédente est utilisée pour piloter l'attitude du Quadrotor ainsi que ses variables d'altitude ( $z, \phi, \theta$ ) dans l'environnement SIMULINK.

Les résultats présentés sur les Figures IV.1–IV.6 comparent la réponse du quadrotor après injection d'un défaut sinusoïdal dans la loi de commande  $U_2$  sans et avec la commande tolérante aux défauts (FTC) basé sur l'observateur SMC.

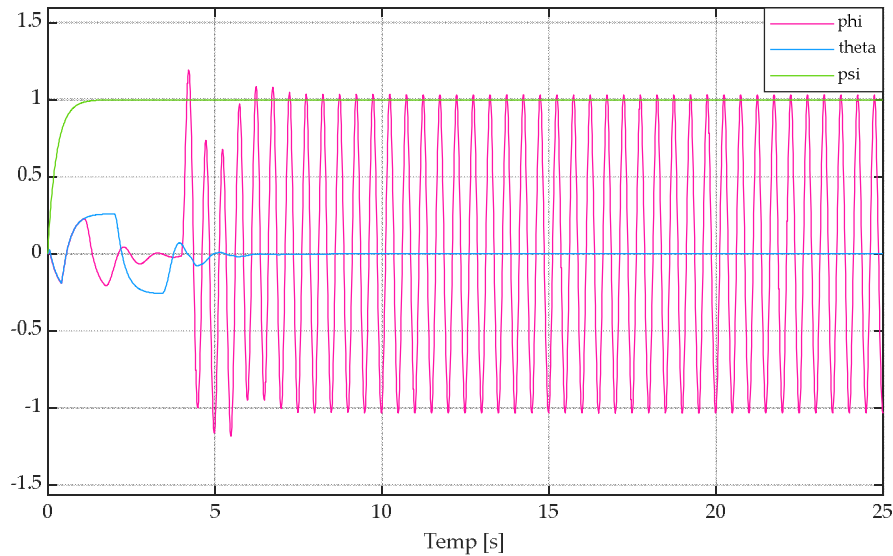
#### IV.6.1 En présence de défaut sans FTC :



**Figure IV.1.** Le défaut injecté dans le signal de commande  $U_2$  sans FTC.



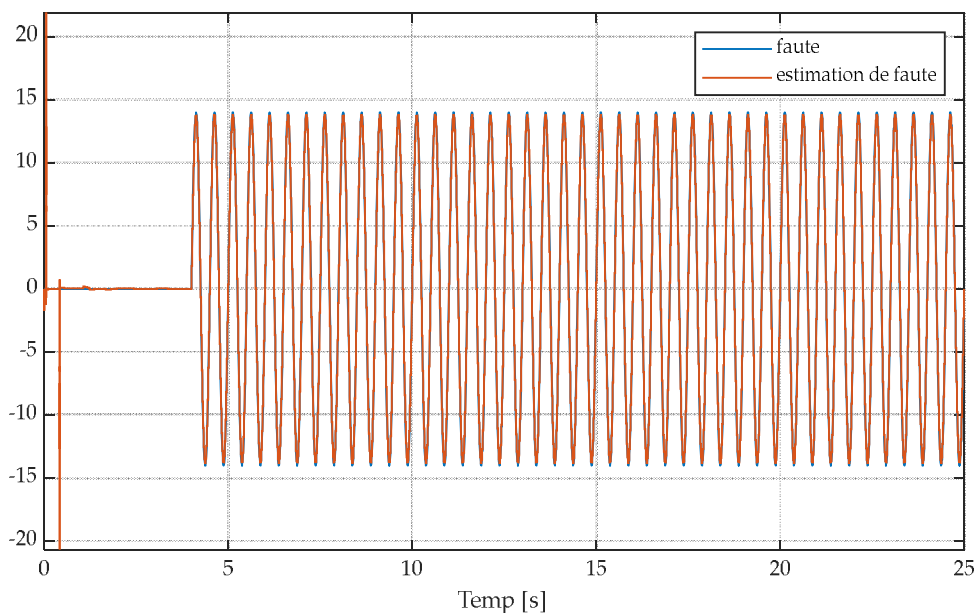
**Figure IV.2.** Réponse en position ( $x, y, z$ ) suite à l'injection du défaut dans  $U_2$  sans FTC.



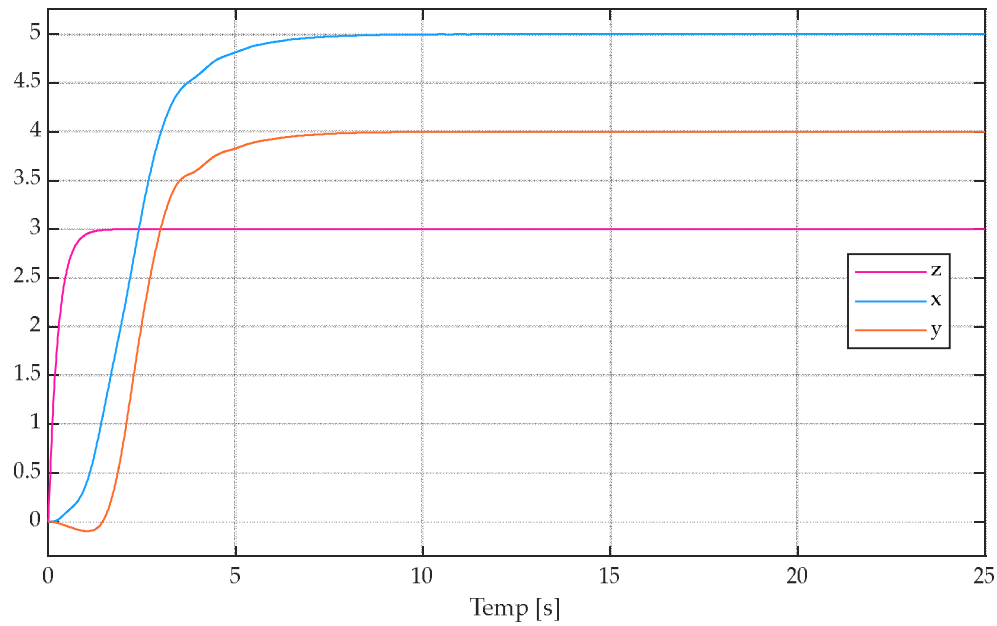
**Figure IV.3.** Réponse des angles d'Euler ( $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) après l'injection du défaut dans  $U_2$  sans FTC.

Figure IV.1 illustre la forme du défaut appliqué : un signal sinusoïdal introduisant une perte d'efficacité locale dans l'action de commande. Sur la Figure IV.2, qui montre la réponse en position ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) sans FTC, on observe que l'effet du défaut se manifeste principalement sur les composantes  $x$  et  $y$  par de petites oscillations sinusoïdales ; la composante  $z$  reste relativement peu affectée, ce qui est cohérent avec la nature et la direction de la commande  $U_2$ . La Figure IV.3 illustre angles d'Euler ( $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) sans FTC) met en évidence une forte perturbation de l'angle  $\psi$  : de larges oscillations apparaissent lorsque le défaut agit sur  $U_2$ , traduisant une mauvaise compensation de l'asymétrie d'action des actionneurs et une propagation importante du défaut vers la dynamique d'attitude.

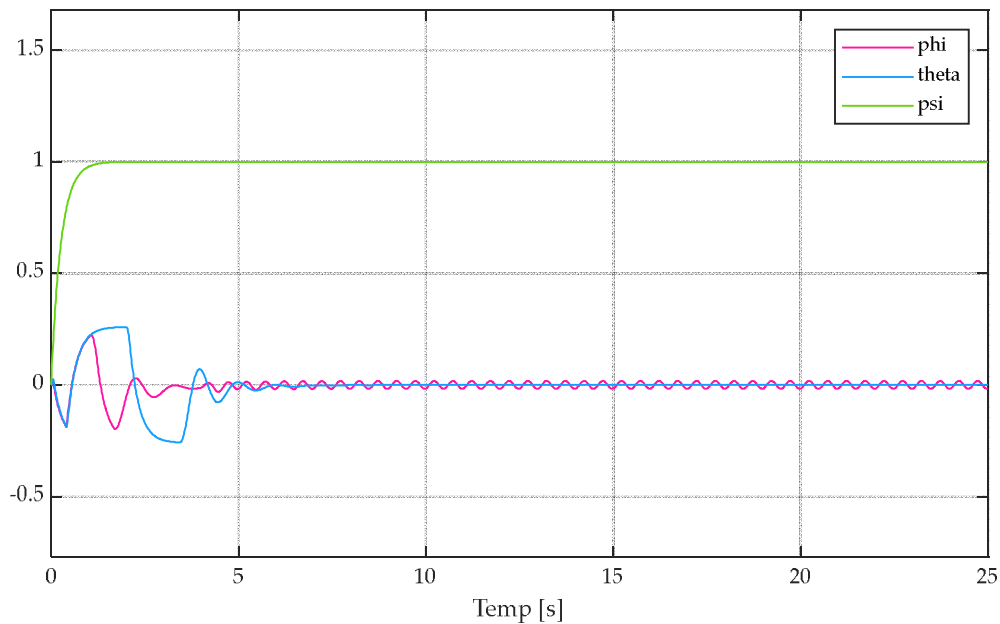
#### IV.6.2. En présence de défaut avec FTC :



**Figure IV.4.** Le défaut injecté dans le signal de commande  $U_2$  avec FTC.



**Figure IV.5.** Réponse en position ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) suite à l'injection du défaut dans  $U_2$  avec FTC.



**Figure IV.6.** Réponse des angles d'Euler ( $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ ) après l'injection du défaut dans  $U_2$  avec FTC.

La Figure IV.4 présente la même injection de défaut mais en présence du FTC basé sur l'observateur SMC : on y a trouvé la courbe du défaut injecté superposée à l'estimation fournie par l'observateur. L'estimation suit fidèlement le défaut après son injection à  $t=4$  s ; les pointes observées en début de simulation correspondent à la phase transitoire de l'observateur (erreur d'estimation initiale et action de commutation propre au SMC), puis l'estimateur converge rapidement vers la valeur du défaut.

Grâce à cette estimation, la loi de commande peut compenser la perte d'efficacité détectée : la Figure IV.5 montre que, avec FTC, les petites oscillations précédemment visibles sur  $x$  et  $y$  ont disparu, ce

qui atteste d'une restauration efficace du comportement de position. De même, la Figure IV.6 indique que les larges oscillations de  $\varphi$  sont fortement atténuées avec le FTC ; seules subsistent de faibles oscillations négligeables sur le plan pratique.

En conclusion, l'observateur SMC permet une estimation rapide et précise du défaut injecté, et l'utilisation de cette estimation pour adapter la commande élimine les perturbations significatives causées par le défaut. Les performances de position et d'attitude sont rétablies de manière satisfaisante : le FTC proposé apparaît donc efficace pour tolérer la perte d'efficacité injectée dans  $U_2$ .

#### IV.7. Conclusion

Dans ce travail, nous avons développé une commande tolérante active aux défauts basée sur la commande par mode glissant appliquée au quadrotor. L'approche proposée intègre une unité de diagnostic et d'identification des défauts (FDI), reposant sur un observateur à mode glissant par un terme de glissement, permettant à la fois l'estimation des états et la détection/estimation des défauts.

Les simulations réalisées sous SIMULINK ont démontré que, malgré le caractère sous-actionné du système, la commande active assure une précision de suivi accrue et une robustesse remarquable face aux défaillances. Les résultats obtenus confirment l'efficacité de la méthode proposée et ouvrent la voie à une implémentation sur le quadrotor, envisagée comme perspective future de ce travail.

---

# Conclusion générale

---

Au cours des dernières décennies, les véhicules aériens sans pilote (UAV) ont connu un développement considérable, notamment dans le domaine des aéronefs à décollage et atterrissage vertical (VTOL). Parmi eux, le quadrotor occupe une place centrale en raison de sa structure simple, de sa manœuvrabilité élevée et de sa capacité à exécuter des missions variées, allant de la surveillance et de la cartographie jusqu'à l'assistance en milieu hostile. Cependant, cette simplicité structurelle cache une complexité dynamique importante : le quadrotor est un système hautement non linéaire, multivariable et sous-actionné, ce qui rend le contrôle de sa stabilité et le suivi précis de trajectoire particulièrement délicats.

C'est dans ce contexte que s'inscrit le travail présenté dans ce mémoire. L'objectif principal a été de concevoir et de valider une stratégie de commande robuste et tolérante aux défauts pour un quadrotor, capable de maintenir la stabilité du système et la précision du suivi de trajectoire, même en présence de perturbations externes ou de défaillances partielles des actionneurs.

Dans un premier temps, nous avons procédé à la modélisation complète du quadrotor. En nous basant sur la formulation de Newton–Euler, nous avons établi un modèle dynamique non linéaire décrivant à la fois la translation et la rotation du véhicule autour des trois axes de l'espace. Cette modélisation a permis de mettre en évidence la forte interdépendance entre les variables d'état ainsi que le caractère sous-actionné du système, dans lequel quatre commandes seulement doivent assurer le contrôle de six degrés de liberté. Ce constat a orienté la suite du travail vers l'élaboration d'une structure de commande hiérarchique, séparant la régulation d'attitude (angles d'Euler) et celle de position.

Le deuxième chapitre a été consacré à l'étude et à la simulation de trois techniques de commande non linéaire : la linéarisation par retour de sortie, la commande Backstepping et la commande par mode glissant (SMC). Ces approches ont été testées sous l'environnement MATLAB/Simulink afin d'évaluer leur comportement en termes de stabilité, de robustesse et de précision de suivi. Les résultats obtenus ont montré que la commande par mode glissant se distingue par sa robustesse face aux incertitudes du modèle et aux perturbations, tout en offrant un temps de réponse rapide et une bonne précision de poursuite. En raison de ces performances, cette méthode a été retenue comme base du contrôleur principal dans la suite de l'étude.

Le troisième chapitre a constitué une transition vers le domaine de la commande tolérante aux défauts (FTC). Dans cette partie, nous avons présenté les concepts théoriques et les principes fondamentaux de cette approche, en distinguant deux familles principales :

- La FTC passive, qui repose sur des lois de commande robustes capables de maintenir la stabilité sans nécessiter de diagnostic des défauts,

- Et la FTC active (AFTC), qui intègre des mécanismes de détection, d'isolation et d'estimation des défauts (FDI) afin d'adapter la loi de commande en fonction de la nature et de l'intensité du défaut détecté.

Cette étude conceptuelle a permis de mettre en lumière les avantages et les limites de chaque stratégie. La FTC passive offre une solution simple et rapide à mettre en œuvre, mais elle montre ses limites en cas de défaillances importantes. À l'inverse, la FTC active, bien que plus complexe, permet une réaction adaptative et intelligente du système face aux anomalies. Ces constats nous ont conduit à privilégier une approche active, mieux adaptée aux exigences de stabilité et de performance du quadrotor.

Dans le quatrième chapitre, nous avons développé et appliqué une commande tolérante active aux défauts (AFTC) combinant un contrôleur par mode glissant (SMC) et un observateur en mode glissant (SMO). Le SMO a été utilisé pour détecter et estimer les défauts en temps réel, en évaluant les pertes d'efficacité des actionneurs. Les informations fournies par l'observateur ont ensuite été exploitées par le contrôleur tolérant aux défauts afin d'ajuster dynamiquement la loi de commande et de compenser les effets des pannes détectées.

Les résultats de simulation obtenus sous MATLAB/Simulink ont confirmé la robustesse et l'efficacité de la méthode proposée. Lors de l'injection d'un défaut sur le canal de commande  $U_2$ , le système sans stratégie tolérante a montré une dégradation notable du suivi de trajectoire et des oscillations importantes sur les positions  $(x, y)$  et l'angle de lacet  $\psi$ . En revanche, l'application de la commande tolérante (AFTC basée sur SMO) a permis de restaurer la stabilité et la précision du suivi. Le quadrotor a maintenu une trajectoire stable malgré la présence du défaut, démontrant la capacité du contrôleur à s'adapter aux variations des actionneurs et à compenser efficacement les pertes de performance.

Ainsi, le travail réalisé a permis de démontrer la complémentarité entre la robustesse du SMC et la capacité de diagnostic du SMO. Cette combinaison a donné lieu à une architecture de commande fiable, capable de maintenir la stabilité et la performance du quadrotor face aux pannes et perturbations. L'ensemble des résultats obtenus montre que la stratégie développée représente une solution prometteuse pour le contrôle des UAV, alliant robustesse, adaptabilité et simplicité de mise en œuvre.

En termes de perspectives, plusieurs axes de recherche peuvent être envisagés. Une première étape consisterait à réaliser une implémentation expérimentale sur un prototype réel afin de valider les performances du contrôleur dans un environnement physique soumis à des incertitudes plus importantes. Ensuite, l'extension du schéma de commande à la gestion de pannes multiples ou simultanées pourrait constituer un prolongement intéressant. Enfin, l'intégration de techniques d'intelligence artificielle, telles que les réseaux de neurones ou les algorithmes d'apprentissage en

ligne, offrirait la possibilité de doter le contrôleur d'une capacité d'auto-adaptation et d'anticipation face aux défaillances futures.

En conclusion, ce mémoire a permis d'apporter une contribution significative à la conception de lois de commande robustes et tolérantes aux défauts pour les UAV. Les résultats obtenus démontrent qu'une approche combinant contrôle par mode glissant et observateur en mode glissant constitue une solution efficace pour garantir la stabilité et la fiabilité du quadrotor. Cette étude ouvre la voie à des systèmes aériens plus intelligents, autonomes et sécurisés, répondant aux exigences croissantes de la robotique aérienne moderne.

---

## Références bibliographiques

---

## ***Références bibliographiques***

- [1] Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J., & Staroswiecki, M. (2016). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer.
- [2] Bouabdallah, S., Murrieri, P., & Siegwart, R. (2004). Design and control of an indoor micro quadrotor. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 4393–4398.
- [3] Mahony, R., Kumar, V., & Corke, P. (2012). Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 19(3), 20–32.
- [4] Futura-Sciences. (2022, 21 September). Definition | Drone - UAV - Unmanned Aerial Vehicle. [www.futura-sciences.com](http://www.futura-sciences.com).
- [5] C.A. Patel, «Building a Test Bed for mini-Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle with protective Shroud », Master Thesis of Science, Graduate School of Wichita, USA July 2006.
- [6] Akira Sato. Research, development and civil application of an autonomous, unmanned helicopter. Unmanned Vehicle Systems International, [www.uvs-international.org](http://www.uvs-international.org).
- [7] C.A. Patel, «Building a Test Bed for mini-Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle with protective Shroud », Master Thesis of Science, Graduate School of Wichita, USA July 2006.
- [8] All the world's Rotorcraft, [www.aviastar.org](http://www.aviastar.org).
- [9] European Aeronautic Defence and Space Company, EADS N.V.  
[http://www.eads.net/1024/fr/eads/history/airhist/1900-1909/Breguet1\\_1907.html](http://www.eads.net/1024/fr/eads/history/airhist/1900-1909/Breguet1_1907.html)
- [10] Scott D. Hanford, « A small semi-autonomous rotary-wing unmanned air vehicle » A Thesis in Aerospace Engineering, The Pennsylvania State University, USA, 2005.
- [11] I. Kroo, F. Prinz, «The Mesicopter: A miniature rotorcraft concept – phase ii interim report», Stanford university, USA, 2000.
- [12] S. L. Waslander, «Multi-Agent systems design for aerospace applications», the degree of doctor of philosophy, Stanford University, USA, June 2007.
- [13] S. Bouabdallah, «Design and control of quadrotors with application to autonomous flying », thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, suisse, 2007.
- [14] Benyounes, A. (2021). *Approches de l'intelligence artificielle pour la commande robuste des drones de type quadrotor* [Mémoire de Master, Université Mohamed Boudiaf de M'sila].
- [15] Abdellah Mokhtari and A. Benallegue, "Dynamic Feedback Controller of Euler Angles and Wind parameters estimation for a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle "International Conference on

Robotics and Automation, USA, April 2004. European Aeronautic Defence and Space Company, EADS N.V.

[16] I. Kroo, F. Prinz, “The Mesicopter: A miniature rotorcraft concept – phase ii interimreport”, Stanford university, USA, 2000.

[17] S. L. Waslander, «Multi-Agent systems design for aerospace applications», the degree of doctor of philosophy, Stanford University, USA, June 2007.

[18] H. Bouadi, and M. Tadjine “Nonlinear observer design and sliding mode control for four rotors helicopter” Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology, Venice, Italy, Vol. 25, pp. 225-230, 2007.

[19] A. Tayebi, and S. Mcgilvray “Attitude stabilisation of a four-rotor aerial robot”, Proceedings of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, December 2004.

[20] L. Gautier, B. Hamilton, J. Hazebrouck, and T. Tournette “Pilotage d’un quadri-rotor via un-FPGA”, Tuteur ESIEE engineering, Journées pédagogiques, 2008.

[21] L. Besnard “Control of à quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer”, Master Thesis, Alabama university, 2006.

[22] H. Bouadi, M. Bouchoucha, and M. Tadjine “Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor” Engineering Letters, London, England, Vol. 15, No. 2, pp. 15-24, 2007.

[23] Rami AbouSleiman, Dan Korff, Ermal Gjioni, and Hong Chul Yang, “The Oakland University Unmanned Aerial Quadrotor System”, for the 2008 AUVSI UAS Student Compétition.

[24] S. Bouabdallah and R. Siegwart, 2005 “Backstepping and sliding mode techniques applied to an indoor micro quadrotor” Proceeding of the 2005 IEEE, ICRA, Barcelona, Spain, April.

[25] A. Isidori, Nonlinear control systems, Springer Verlag, 1995.

[26] A.R. Benaskeur, “Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la Commande décentralisée des systèmes non linéaires”, Thèse doctorat, Université Laval, Québec, Février 2000.

[27] H. Bouadi, M. Bouchoucha, M. Tadjine “Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Backstepping for an UAV Type-Quadrotor” Proceeding of 6 th IFAC Symposium on IAV, Toulouse, France 2007.

[28] V. Bregeault, “Quelques contributions à la théorie de la commande par modes glissants”, thèse de doctorat, École centrale de Nantes, 2010.

[29] « All the word’s Rotorcraft », <http://www.aviastar.org>.

- [30] M. fays, Long paul, M. blumenfeld Guillaume, « Conception et réalisation d'un hélicoptère à rotor coaxiaux contrarotatifs pour le concours micro drones ONERA/DGA », projet industriel et de recherche, Institut Polytechnique des sciences Avancées, France 2008.
- [31] H. Bouadi, M. Bouchoucha, M. Tadjine “Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor” Engineering Letters Vol.15, No.2, London, England 2007.
- [32] H. Niemann, and J. Stoudtrup “Passive fault tolerant control of double inverted pendulum a case study example”, Proceedings of the 5th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS'03, Washington, D.C., USA, 2003.
- [33] Wu, N. E. (2001). *Fault-Tolerant control systems: An overview*. Proceedings of the American Control Conference.
- [34] Zhang, Y., & Jiang, J. (2003). *Bibliographical review on reconfigurable Fault-Tolerant control systems*. Annual Reviews in Control, 27(2), 173–187.
- [35] Belkhiat, D. E. C. (2011). *Diagnostic d'une classe de systèmes linéaires à commutations : Approche à base d'observateurs robustes* (Thèse de doctorat). Université de Reims Champagne Ardenne.
- [36] Djeghali, N. (2013). *Observation, diagnostic, et commande de la machine asynchrone* (Thèse de doctorat, spécialité automatique). Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- [37] Khebbache, H. (2012). *Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires. Application : Système UAV de type Quadrirotor* (Mémoire de Magister). Université Ferhat Abbas de Sétif.
- [38] Patton, R. J., Frank, P. M., & Clark, R. N. (2000). *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Springer.
- [39] Venkatasubramanian, V., Rengaswamy, R., Yin, K., & Kavuri, S. N. (2003). *A review of process fault detection and diagnosis Part III: Process history-based methods*. Computers & Chemical Engineering, 27(3), 327–346.
- [40] Isermann, R. (2006). *Fault-Diagnosis Systems: An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Springer.
- [41] Guenab, F. (2007). *Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : Synthèse d'une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la faisabilité des composants* (Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, spécialité Automatique).
- [42] Ikni, S. (2011). *Diagnostic de pannes et commande tolérante aux fautes d'un robot manipulateur télé-opéré* (Mémoire de magistère, Département d'Électronique, Université de Batna).
- [43] Guenab, F. (2007). *Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : Synthèse d'une méthode de reconfiguration et/ou de restructuration intégrant la faisabilité des composants* (Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 1, spécialité automatique).

- [44] Laleg, T. M. (2004). *Contribution aux méthodes de diagnostic à base d'observateurs et à la commande tolérante aux défauts : Application à la machine asynchrone et au robot SCARA* [Thèse d'ingénieur, École Nationale Polytechnique d'Alger].
- [45] Mohammedi, M. M. (2014). *Commande tolérante aux défauts de la machine asynchrone à double alimentation* (Mémoire de Magistère, Département de Génie Électrique).
- [46] Khenfer, R. (2015). *Détection et isolation de défauts combinant des méthodes à base de données appliquées aux systèmes électro-énergétiques* (Thèse de doctorat, Département d'Électrotechnique).
- [47] Adrot, O. (2004). *Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante* (Thèse de doctorat). Institut National Polytechnique de Lorraine.
- [48] Slotine, J.-J. E., Hedrick, J. K., & Misawa, E. A. (1987). On sliding observers for nonlinear systems. *Proceedings of the American Control Conference*, 1, 1794–1800.
- [49] R. Youssef et H. Peng, « Système de contrôle tolérant aux pannes à découplage par modes glissants par morceaux », *American Journal of Applied Sciences*, vol. 7, n° 1, pp. 102–109, 2010.
- [50] J. Wu, Z. Weng, Z. Tian et S. Shi, « Contrôle tolérant aux pannes pour les systèmes à retard incertain basé sur le contrôle en mode glissant », *KYBERNETIKA*, vol. 44, no. 5, p. 617 – 632, 2008.
- [51] A. Merheb, H. Noura et F. Bateman, « Contrôle passif tolérant aux pannes d'un drone quadrirotor utilisant un contrôle en mode glissant régulier et en cascade », dans 2e Conférence internationale sur le contrôle et les systèmes tolérants aux pannes, SysTol'13, Nice, France, octobre 2013.
- [52] T. Li, Y. Zhang et B. Gordon, « Contrôle passif et actif non linéaire tolérant aux pannes d'un véhicule aérien sans pilote quadrirotor basé sur la technique de contrôle par mode glissant », *Actes de l'Institution des ingénieurs mécaniciens, partie I : Journal des systèmes et du contrôle Ingénierie*, pp. 1–12, octobre 2012.