

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

Faculté de technologie

Département de Génie Mécanique



Domaine : science technologie

Filière : Génie Mécanique

Option : CONSTRUCTION MECANIQUE

Mémoire présente pour l'obtention
Du diplôme de master académique

Par :

Kerfali Amina Nawal & Boussaadia Imane

Intitulé

Etude numérique de flexion des poutres
composites

Soutenu devant le jury composé de :

Dr. Hocine Makri

Université de M'sila

Président

Dr. Latrache Mohamed

Université de M'sila

Encadreur

Dr. Horia Benkherbecch

Université de M'sila

Examineur

Année universitaire : 2020/2021

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



DEDICATE:

الى من قال فيهما الحق: "واخفض لهما جناح الذل من الرحمة وقل رب
ارحمهما كما ربياني صغيرا"

[24] الاسراء

**A tous ceux qui étaient esclavage, miséricorde, sagesse,
tolérance et compassion,**

Ses traits de personnalité sont leur mode de vie.

**À une âme qu'ils ont faite, donnée, endurée, sacrifiée, et leurs
prières sincères resteraient Nabra illuminera nos vies.**

Nos parents.

**A qui nous cherchons leur satisfaction et travaillons pour leur
justice autant que nous le pouvons**

**C'est un moyen pour ceux sur les mains desquels nous avons
appris des lettres**

**La première vie... nos mères... les plus attentionnées. Prières et
dons. Que Dieu prolonge mes vies**

Que leur vie soit en bonne santé à nos chers parents

**Ceux qui étaient à nos côtés et sont restés avec nous avec un
cœur et un risque, que Dieu vous bénisse**

Ils sont en bonne santé.

A nos frères et sœurs

**A la plus belle famille de Boussadia et Kerfali, que Dieu nous
honore avec eux. Ceci provient de certaines de vos plantes.**

A nos chers professeurs

A nos amis avec qui nous avons passé notre voyage scolaire

**A une personne chère à notre cœur qui nous a aidé, nous lui
souhaitons le meilleur dans sa vie scientifique et pratique**

**Aux employés de l'Université Mohamed Boudiaf,
notamment de la Faculté de Technologie**

**Et à tous ceux qui nous ont aidés avec les paroles aimables et
les prières.**

REMERCIEMENTS

Louange à Dieu, Seigneur des mondes, par son souvenir, les cœurs sont rassurés, les péchés sont pardonnés par sa miséricorde, les fautes sont couvertes par sa générosité, et par sa force la détresse et les barrières sont soulagées, et les prières et la paix. Sur le prophète illettré Muhammad, que les prières et la paix de Dieu soient sur lui, et sur son Dieu et tous ses compagnons.

قوله تعالى
"ولئن شكرتم لازيدنكم".
وقوله صلى الله عليه وسلم
ومن لم يشكر الناس لم يشكر الله

Tout d'abord, nous adressons nos plus sincères remerciements et notre appréciation à l'Université de Mohamed Boudiaf (Faculté des Sciences et Technologies) pour les efforts qu'elle fournit au service de ses étudiants.

Nous adressons nos sincères remerciements et notre gratitude à l'honorable Dr. Latrache Mohamed de la Faculté des sciences et technologies de l'Université de M'sila, qui a été pour nous un professeur vertueux et un guide intelligent lors de la préparation de cette recherche.

Notre respect, notre appréciation et nos remerciements pour son effort avec nous, que nos langues sont incapables de mentionner et notre plume est incapable d'écrire. Que Dieu le récompense de tout le meilleur.

Nous remercions les professeurs qui ont jugé l'étude.

Nous remercions sincèrement toute notre famille, nos sœurs et nos amis qui nous ont donné un coup de main et un soutien pour créer l'atmosphère appropriée.

Sommaire

dedicace	
remerciements	
Sommaire	
Liste des Figures	
Liste des tableaux	
INTRODUCTION GENERALE	I

Chapitre I : Généralité sur les matériaux composites

I.1 Introduction :	3
I.2 Définition de la matériaux composites	3
I.3. Intérêt des matériaux composites	4
I.4. Différents types de matériaux composites	4
I.4.1. Matériaux composites de grande diffusion	4
I.4.2 Matériaux composites de hautes performances	4
I.5. Constituants des matériaux composites :	4
I.5.1 La matrice :	6
I.5.1.1. Les résines thermodurcissables :	7
I.5.1.2. Les résines thermoplastiques	7
I.5.1.3. Les matrices naturelles	7
I.5.1.4. Résines époxydes :	8
I.5.1.5. Phénoplastes ou phénols-formols :	8
I.5.1.6. Les résines thermostables :	8
I.5.2. Renfort :	8
I.5.2.1. Différents types de renfort.....	9
I.5.2.2. Fibres de verre :	10
I.5.2.3. Fibres de carbone :	11
I.5.3. L'interface :	12
I.6. Propriétés des matériaux composites	12
I.7. Architecture des matériaux composites	12

I.7. 1. Les monocouches	12
I.7. 2. Les stratifiés	12
I.7. 3. Les sandwichs	13

Chapitre II : Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

II.1. Introduction	15
II.2. Comportement Élastique d'un Matériau Composite Unidirectionnel	15
II.2.1. Modules effectifs	15
II.2.1.1. Concept d'homogénéisation	15
II.2.1.2. Modules homogénéisés	16
II.2.2. Lois de Hooke pour un composite unidirectionnel.....	17
II.2.2.1. Constitution d'un matériau composite unidirectionnel.....	17
II.2.2.2. Matrices de rigidité et de souplesse	18
II.2.3. Approches théoriques de la détermination des modules d'élasticité.....	18
II.2.3.1. Problème – Diverses approches	18
II.2.3.2. Bornes sur les modules d'élasticité.....	20
II.2.3.3. Approches simplifiées.....	22
II.2.3.3.1. Module d'Young longitudinal.....	22
II.2.3.3.2. Module d'Young transverse.....	24
II.2.3.3.3. Coefficient de Poisson longitudinal	26
II.2.3.3.4. Module de cisaillement longitudinal	27
II.2.3.4. Équations d'Halpin-Tsai	29
II.3. Comportement Élastique d'un Matériau Composite Orthotrope	30
II.3. 1. lois de Hooke pour un composite orthotrope.....	30
II.3. 1.1. Composite orthotrope.....	30
II.3. 1.2. Matrices de rigidité et de souplesse	31
II.3. 2. Constantes de rigidité et de souplesse en fonction des modules de l'ingénieur.....	32
II.3. 2.1. Constantes de souplesse	32
II.3. 2.2. Constantes de rigidité.....	32
II.3. 2.3. Restriction sur les coefficients d'élasticité	33

II.4. Essais mécaniques :	34
II.5. Essai de flexion.....	35
II.6. Flexion des Poutres	35
II.6. 1. Introduction.....	35
II.6. 2. Théorie classique des stratifiés	36
II.6. 2.1. Expressions générales	36
II.6. 2.2. Flexion 3-points	41
II.6. 3. Flexion des poutres sandwiches.....	44
II.6. 3.1. Expressions générales	44

Chapitre III : Simulation de flexion trois points

III.1 Introduction	46
III.2 Application I : Détermination des flèches maximales	46
Exemple 1 : Poutre sur deux appuis simples avec une charge concentrée au milieu.....	46
Exemple 2 : Poutre sur deux appuis simples avec une charge uniforme q sur toute la longueur	48
III.3 Application II : Simulation d'essai de flexion (3 points) pour un matériau orthotrope unidirectionnelle avec ANSYS apdl.	49
Conclusion	58
Références bibliographie.....	59
Résumé	

Liste des Figures

Figure I.1 : Composition d'un matériau composite	3
Figure I.1 : Constituants d'un composite.....	5
Figure I.2 : matériaux composites	6
Figure I.3 : Différentes familles de matrices	6
Figure I.4 : Principaux matériaux de renfort	8
Figure I.5 : Différents types de fibres de verre (documentation Ahlstrom)	9
Figure I.6 : Différentes familles du renfort.....	10
Figure 1.7 : Structure d'un composite stratifié.....	13
Figure 1.8 : Structure composite sandwich.....	14
Figure II.1 : Homogénéisation d'un matériau hétérogène.	16
Figure II.2 : Composite unidirectionnel.	17
Figure II.3 : Arrangement hexagonal et cellule élémentaire.	19
Figure II.4 : Arrangement carré et cellule élémentaire.....	19
Figure II.5 : Arrangement carré décalé et cellule élémentaire.	20
Figure II.6 : Représentation schématique de l'arrangement réel des fibres.....	20
Figure II.7 : Arrangement aléatoire de fibres.	21
Figure II.8 : Arrangement hexagonal de fibres de mêmes diamètres.	21
Figure II.9 : Schéma simplifié d'une traction longitudinale.	23
Figure II.10 : Loi des mélanges pour le module d'Young longitudinal.....	24
Figure II.11 : Schématisation par couches d'un composite unidirectionnel.	25
Figure II.13 : Schéma par couches d'une traction longitudinale.	27
Figure II.14 : Schéma par couches d'un essai de cisaillement longitudinal.	28
Figure II.15 : Déformations en cisaillement de la matrice et de la fibre.	28
Figure II.16 : Couche de matériau composite orthotrope.....	30
Figure II.17 : Test de flexion 3 points	35
Figure II.18 : Élément de poutre.....	36
Figure II.19 : Effet du couplage flexion-torsion dans le cas de la flexion d'une poutre constituée d'un matériau stratifié.	37

Figure II.20 : Sollicitation d'une poutre en flexion 3-points.....	42
Figure II.21 : Divers empilements étudiés.	43
Figure III.1 : géométrie de la poutre modélisée	46
Figure III.2 : Poutre isotrope simplement appuyée avec une force centrée	47
Figure III.3 : Modélisation de l'essai de flexion de la poutre simplement appuyée avec une force centrée.	47
Figure III.4 : Modélisation de l'essai de flexion de la poutre simplement appuyée avec une charge répartie.	48
Figure III.5 : Modélisation de l'essai de flexion de la poutre simplement appuyée avec une charge répartie.	48
Figure III.6 : Géométrie de la poutre	49
Figure III.7 : Géométrie de l'élément SOLID186.....	50
Figure III.8 : Maillage de la poutre.	50
Figure III.9 : Condition aux limites.....	51
Figure III.10 : Application de la force centrée.	51
Figure III.11 : la flèche correspondante a l'orientation des fibres dans la poutre unidirectionnelle d'une seule couche	53
Figure III.12 : Diagramme des valeurs des flèches en fonction d'orientation des fibrées.....	53
Figure III.13 : présente la flèche correspondante a nombres des couches dans la poutre unidirectionnelle.....	56
Figure III.14 : Diagramme des valeurs des flèches en fonction de nombres des couches	56

Liste des tableaux

Tableau I.1: Caractéristiques des résines thermodurcissables.....	7
Tableau I.2 : Caractéristiques mécaniques des fibres de verre	11
Tableau I.3 : Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone	11
Tableau II.1 : Valeurs de E_T / E_m pour diverses valeurs du rapport E_f / E_m et de la fraction V_f de fibres.....	26
Tableau III.1 : Dimensionnement et les caractéristiques mécaniques de la poutre.	46
Tableau III.2 : Résultats numériques et théoriques de la flèche.	47
Tableau III.3 : Résultats numériques et théoriques de la flèche.	49
Tableau III.4 : caractéristiques mécaniques de la poutre orthotrope	49
Tableau III.5: Valeurs des flèches dans les différentes orientations.....	53
Tableau III.5 : Valeurs des flèches dans les différents nombres des couches	56



INTRODUCTION
GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Depuis les années 80, l'essor des technologies modernes impose l'utilisation de matériaux novateurs présentant des propriétés mécaniques élevées et adaptées à leur utilisation ainsi qu'une faible masse volumique. Les matériaux composites répondent à ces exigences. Ils sont typiquement constitués de renforts, sous forme de fibres tissées, et d'une matrice polymère. Leur mise en forme se fait par laminage. Il en résulte alors une structure hétérogène et anisotrope dont les propriétés sont supérieures à celles de chacune de ses composantes prises séparément. De par leur faible densité, leur grande résistance et leur excellente durabilité, ces matériaux ont d'abord été utilisés comme éléments structuraux dans le domaine aéronautique. Grâce à la diminution de leurs coûts de production, ces matériaux sont aujourd'hui utilisés dans une large gamme de domaines dont les transports terrestres (automobile, secteur ferroviaire), la construction, les énergies (pales d'éoliennes) ou les loisirs (ski, surf). Leur résistance à la corrosion en fait également un matériau privilégié pour la construction navale.

Dans les années 90, de nouveaux matériaux composites ont émergé dans le paysage industriel. Les matériaux composites ne cessent d'évoluer vers des produits qui sont d'un côté soit les moins coûteux possible soit les plus performants, ou bien les deux à la fois et de l'autre côté ils doivent satisfaire les nouvelles exigences notamment celles relatives au respect de l'environnement.

Les nouvelles recommandations techniques, les exigences environnementales et économiques, ont conduit les constructeurs à disposer des éléments de structure capables de dissiper de l'énergie. Le comportement mécanique de ces structures sous chargement est conditionné par leurs éléments de contreventement (éléments porteurs), aussi bien en fonction de leurs caractéristiques statiques et dynamiques et les résistances des matériaux constitutifs. Ceci contribue de plus en plus au développement de nouvelles techniques de conception, en utilisant les matériaux composites, qui permettent grâce à la conjugaison des performances mécaniques, d'améliorer le comportement à la flexion des éléments composites.

Une multitude de matériaux naturels, les uns rigides mais légers, comme les os, les autres souples mais résistants, comme le bois, doivent leurs propriétés mécaniques à leur **structure composite**. Ces matériaux font partie de la famille des composites puisqu'ils comprennent des **fibres** noyées dans une **matrice** de nature différente. A titre d'exemple ; Le bois contient des fibres de cellulose souples et résistantes en traction, associées à une matrice de lignine qui les enveloppe et assure la continuité structurale. Sa structure fibreuse se manifeste par le fil du bois.



INTRODUCTION GENERALE

Un matériau composite peut être défini d'une manière générale comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs. On appelle maintenant de façon courante "matériaux composites" des arrangements de fibres, les **renforts** qui sont noyés dans une **matrice** dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible.

Le but de ce travail est donc d'analyser l'essai de flexion et l'étude porte exclusivement sur les matériaux composites, il est à noter que l'étude expérimentale et numérique de flexion des poutres composites.

Les principaux objectifs de ce travail sont résumés comme suit :

- * le premier chapitre est une recherche bibliographique touchant des généralités sur les matériaux composites puis ses comportements, et la théorie des poutres, ainsi que les essais de flexion.
- * le deuxième chapitre a les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites.
- * le troisième chapitre est une étude expérimentale aura consacré le choix des matériaux et les essais de flexion.
- * dans le dernier chapitre on présente une simulation numérique sur les poutres composites. Premièrement, une analyse statique sur une poutre composite est chargée par des différentes valeurs des forces, une deuxième analyse afin de simuler cette poutre.



CHAPITRE I :

GÉNÉRALITÉ SUR LES
MATÉRIAUX COMPOSITES

I.1 Introduction :

Le développement de nouveaux matériaux est soumis aux besoins des utilisateurs (constructeurs). Ceux-ci veulent toujours des matériaux plus performants, plus économiques et qui durent plus longtemps. Les chercheurs sont le plus souvent amenés à optimiser les solutions déjà utilisées, mais dans certains cas, ils doivent complètement repenser le problème et envisager de " nouveaux matériaux ". En effet, on ne découvre plus de nouveaux matériaux, mais on crée plutôt des nouvelles associations de matériaux. L'un des résultats de cette association est l'aboutissement à un matériau composite, qui fait le sujet de notre étude. Il existe différentes familles de matériaux : les métaux, les plastiques, les composites, etc...

Les matériaux composites ne sont pas une nouveauté, ils ont tous temps été utilisé par l'homme.

I.2 Définition de la matériaux composites

Un matériau composite est constitué de deux ou plusieurs matériaux dont les propriétés individuelles se combinent pour former un matériau hétérogène ayant des performances globales fortement améliorées. (Source Action Composite) Bien qu'il existe différentes sortes de matériaux composites (comme par exemple, le béton, la boue, le contreplaqué...), ce terme s'adresse plus particulièrement aux pièces plastiques constituées d'une matrice polymère et d'un élément renforçant de type fibres tel que défini dans la Figure I.1.[1]

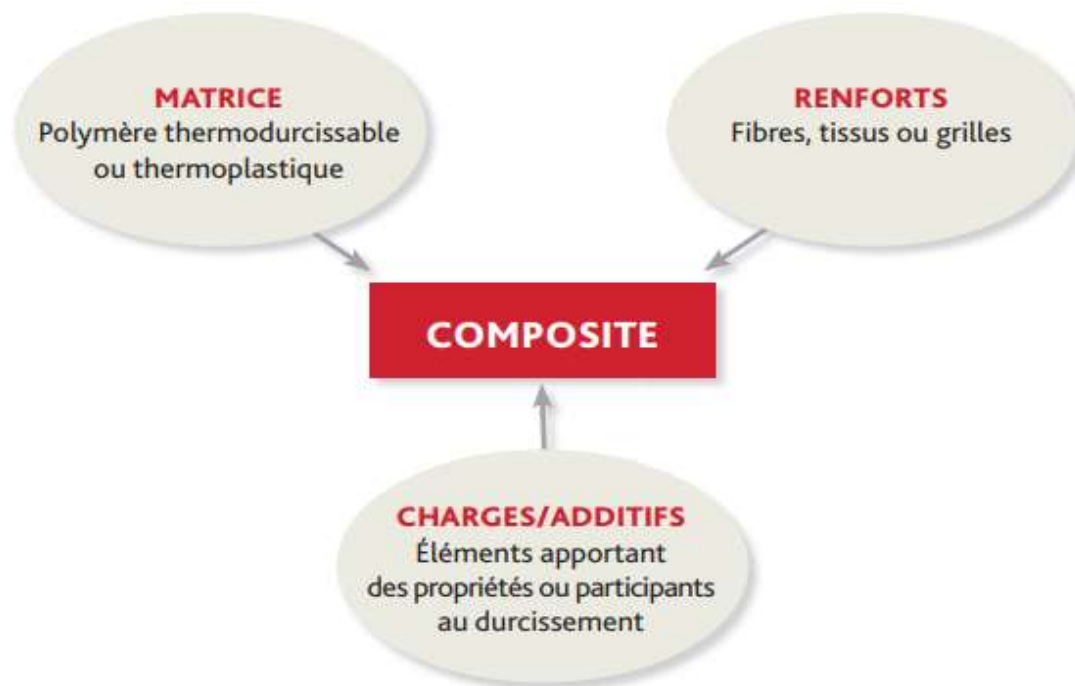


Figure I.1 : Composition d'un matériau composite. [1]

I.3. Intérêt des matériaux composites : [2]

L'utilisation des matériaux composites est générée par leurs principales caractéristiques :

- ❖ L'allégement des structures.
- ❖ La bonne tenue en fatigue.
- ❖ La résistance à la corrosion.

I.4. Différents types de matériaux composites :[2]

On distingue deux types de composites : les composites de grandes diffusions et les composites hautes performances.

I.4.1. Matériaux composites de grande diffusion :

Les matériaux composites à grande diffusion offrent des avantages essentiels, qui sont : Optimisation des coûts par diminution des prix de revient, leur composition de polyester avec des fibres de verre longues ou courtes (sous forme de mat ou tissu) et la simplicité du principe d'élaboration du matériau (moulage par contact, SMC et injection)

I.4.2 Matériaux composites de hautes performances :

Les matériaux composites à hautes performances sont utilisés dans le domaine d'aéronautique où le besoin d'une grande performance déduite des hautes valeurs ajoutées. Les renforts sont plutôt des fibres longues. Le taux de renfort est supérieur à 50%.

Ces composites sont élaborés par les procédures suivantes :

- ❖ Drapage autoclave, enroulement filamentaire, RTM.
- ❖ Beaucoup de procédés encore manuels.
- ❖ MM, CMC.

I.5. Constituants des matériaux composites :

Nous présentons les différents types d'éléments constituant un matériau composite employés dans l'industrie. Pour un matériau composite plastique c'est l'association de deux constituants qui sont les renforts et les matrices.

Le renfort se présente sous forme de fibres continues ou discontinues dont le rôle est d'assurer la résistance mécanique du matériau composite. La matrice assure la protection chimique et la répartition de la charge mécanique appliquée à la structure. Ces deux éléments constitutifs principaux reçoivent des additifs ou charges qui sont des produits qui peuvent être incorporés à la résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou en réduire le coût (catal **Figure I.1** : Constituants d'un composite

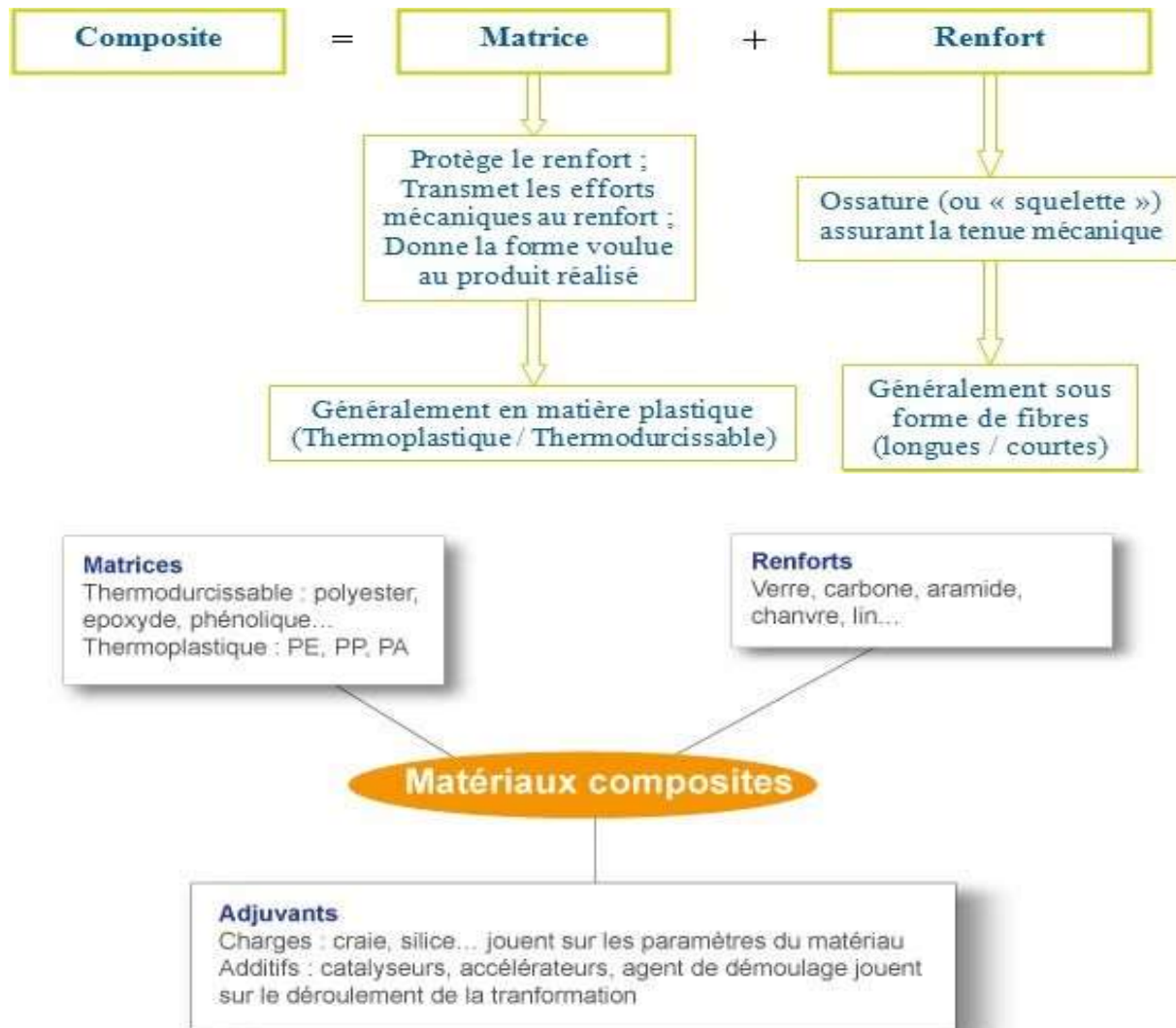


Figure I.1 : Constituants d'un composite

Les matériaux composites sont constitués principalement :

- ❖ D'une matrice à laquelle sont ajoutés, dans certains composites des charges, D'un renfort.
- ❖ D'une interface.

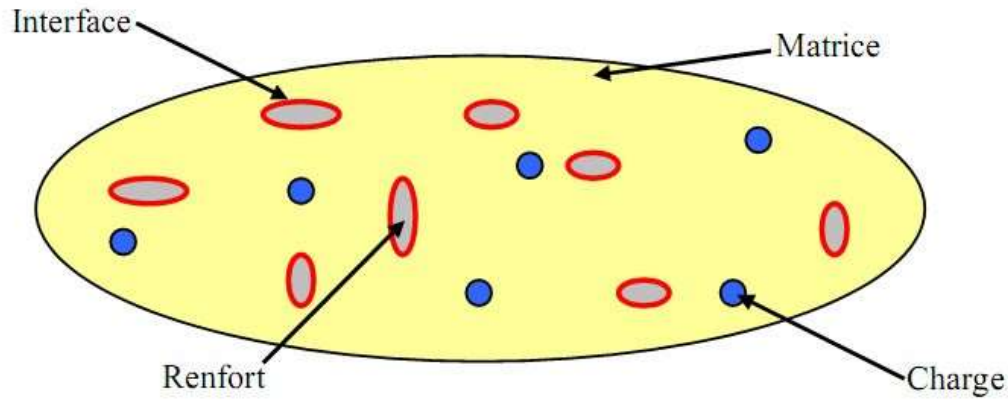


Figure I.2 : matériaux composites [3]

I.5.1 La matrice : [4]

La matrice permet de lier les fibres du renfort fibreux entre elles, ainsi que de répartir les efforts (résistance à la compression ou à la flexion). La matrice est facilement déformable et assure la protection chimique des fibres. Généralement, c’est un polymère ou une résine organique. On peut retrouver dans l’organigramme ci-dessous, les différentes familles de matrices :

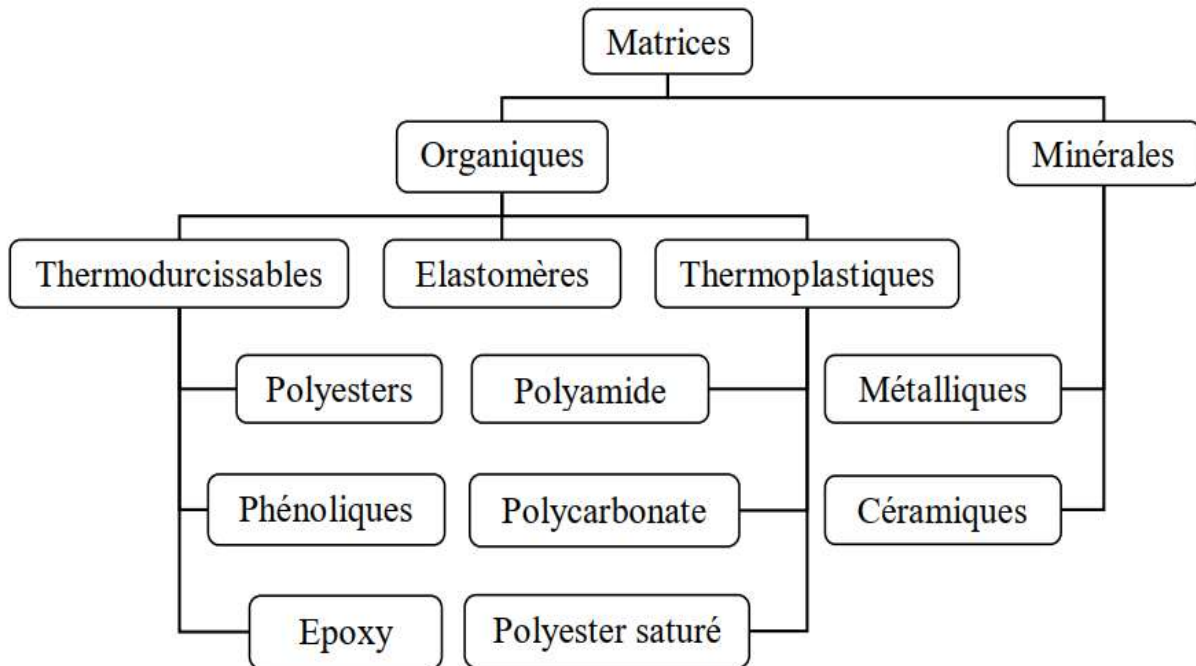


Figure I.3: Différentes familles de matrices

Les résines les plus employées dans les matériaux composites sont les résines thermodurcissables et les résines thermoplastiques.

I.5.1.1. Les résines thermodurcissables :

Les résines thermodurcissables sont des polymères, qui, après un traitement thermique ou physico-chimique (catalyseur, durcisseur), se transforment en des produits essentiellement infusibles et insolubles. Ces résines ont donc la particularité de ne pouvoir être mises en forme qu’une seule fois [03].

I.5.1.2. Les résines thermoplastiques : [4]

Les résines thermoplastiques sont des solides généralement solubles, formés de chaînes distinctes bien compactées, liées entre elles par des seules liaisons secondaires (force de van der Waals, liaisons d’hydrogène) et mis en forme par chauffage et refroidissement [04].

Une comparaison entre quelques caractéristiques des résines thermodurcissables et celles des résines thermoplastiques est présentée dans le tableau 1 :

Matrices	Thermoplastiques	Thermodurcissables
Etat de base	Solide prêt à l’emploi	Liquide visqueux à polymériser
Stockage matière de base	illimité	Réduit
Mouillabilité des renforts	difficile	Aisée
Moulage	Chauffage+refroidissement	Chauffage continu
Cycle	long	Court
Tenue au choc	Assez bonne	Limitée
Tenue thermique	réduite	Meilleure
Chute et déchets	recyclables	Perdus

Tableau I.1: Caractéristiques des résines thermodurcissables

I.5.1.3. Les matrices naturelles : [4]

Ce sont des matériaux synthétisés par les êtres vivants, animaux et microorganismes. La famille la plus importante est celle des polysaccharides comme l’amidon, la cellulose la lignine [05].

I.5.1.4. Résines époxydes :

Le terme époxyde désigne une grande variété de pré-polymères comportant un ou plusieurs motifs époxydiques dont les principales applications concernent les matériaux composites (matrice époxyde avec des renforts en fibre de verre ou de carbone) [07].

I.5.1.5. Phénoplastes ou phénols-formols :

Les phénoplastes sont des matières thermodurcissables obtenues par polycondensation d'un phénol et d'un aldéhyde avec élimination d'eau et formation d'un réseau tridimensionnel [10].

I.5.1.6. Les résines thermostables :

Elles se distinguent essentiellement des autres résines par leurs performances thermiques. Les résines thermostables sont développées surtout dans les domaines de l'aviation et de l'espace [06].

I.5.2. Renfort :

Les renforts peuvent être d'origine minérale (verre, bore, céramique...) ou organique (carbone ou aramide). Les fibres les plus employées sont les fibres de verre, les fibres de carbone sont privilégiées.

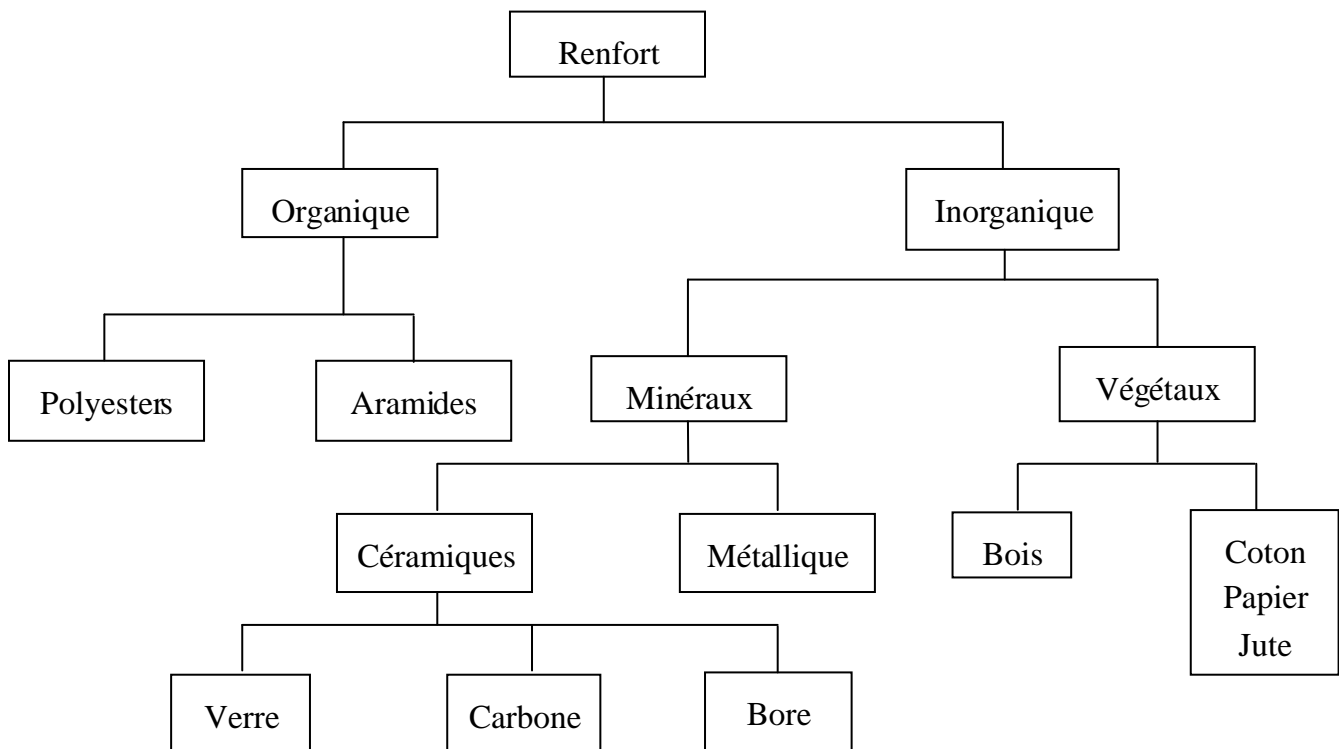


Figure I.4: Principaux matériaux de renfort [3]

I.5.2.1. Différents types de renfort : [4]

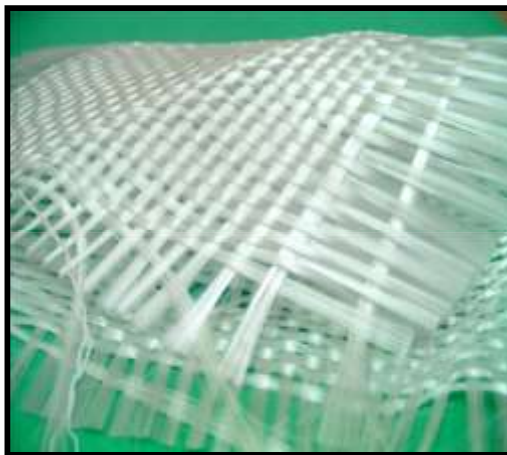
Les renforts les plus utilisés se présentent sous forme de fibres ou formes dérivées et constituent une fraction volumique de matériau composite généralement comprise entre 0.3 et 0.7.

Les renforts fibres se présentent sous diverses formes commerciales.

- ❖ Sous forme de roving (fils, mèches, etc. ...) : le roving est un assemblage de fils de bases parallèles groupés sans torsion.
- ❖ Sous forme de tissus (tissus taffetas, toiles, serge, etc. ...) : le tissu est formé par l'entrecroisement perpendiculaire des roving. Les tissus de roving peuvent peser jusqu'à 800 g/m².
- ❖ Sous forme de mat (a fil coupé, a fil continu): le mat est un matelas de fils coupés ou continu à ensimage plastique, agglomérés par un liant à solubilité rapide ou lente dans la résine.



a – Roving de verre



b – Tissu de verre
verre



c – Mat de

Figure I.5: Différents types de fibres de verre (documentation Ahlstrom)

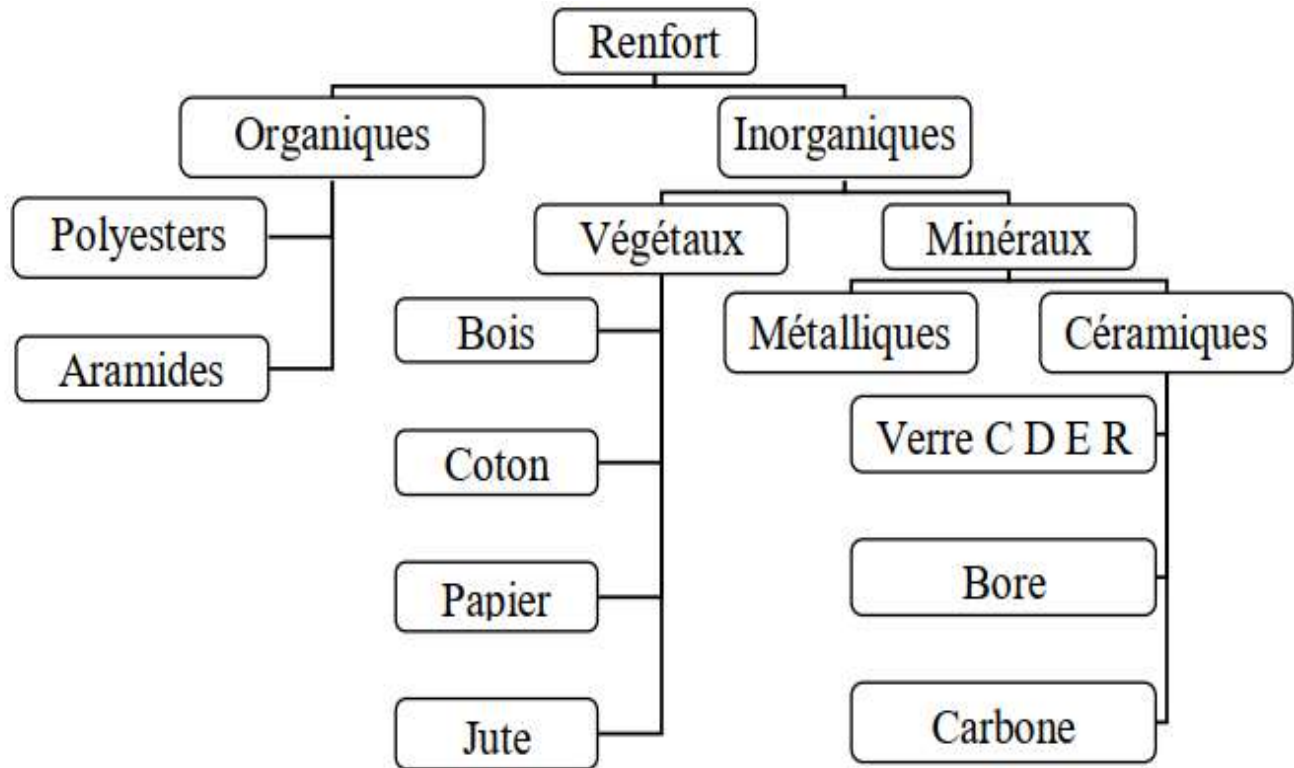


Figure I.6: Différentes familles du renfort. [4]

I.5.2.2. Fibres de verre :

Elles sont en général fabriquées à partir de la fusion et de l'extrusion de silice associée à divers oxyde (alumine, alcalins, alcalinoterreux). On distingue différents types de fibre :

- ❖ Verre E : le plus courant, il possède de bonnes propriétés diélectriques.
- ❖ Verre D : il est destiné aux applications de construction ou électronique, en raison de ses propriétés diélectriques supérieures aux autres fibres de verre.
- ❖ Verre C : il est très résistant chimiquement et est principalement utilisé pour les applications anticorrosion.
- ❖ Verre R ou S : il est destiné pour les applications haute performance du fait de sa résistance en traction et son module d'élasticité supérieurs aux autres fibres de verre.

Les fibres de verre sont fragiles et sensibles à l'abrasion. Pour cette raison, elles sont revêtues d'une résine ou ensimage qui a pour fonction de protéger les fibres mais qui favorise également l'adhésion de la matrice.

Les caractéristiques mécaniques des fibres de verre décrites ci-dessus sont résumées dans le Tableau 2.

Caractéristiques	Type E	Type D	Type C	Type R	Type S
Résistance en traction (MPa)	3500	2450	2800	4650	4650
Module en traction (GPa)	73,5	52,5	70	86,5	86,5
Allongement à la rupture (%)	4,5	4,5	4.0	5.,3	5,3

Tableau I.2 : Caractéristiques mécaniques des fibres de verre [13]

I.5.2.3. Fibres de carbone :

Les fibres de carbone sont pour la plupart obtenues à partir d’une fibre précurseur de type polyacrylonitrile (PAN). Ces fibres subissent une étape d’oxydation pour faire réticuler le PAN et le rendre ainsi moins « fusible » en vue des traitements thermiques ultérieurs.

Elles sont ensuite soumises à une seconde étape, qui peut être une carbonisation à 1500°C ou à une graphitisation à 3000°C. Pendant cette étape, les fibres sont maintenues sous tension afin de conserver l’orientation de la structure moléculaire.

Dans le premier cas, on obtient des fibres haute résistances ou HR, et dans le deuxième cas, on obtient des fibres haut module ou HM (Tableau 3). Il existe également des fibres de module intermédiaire, appelée intermédiaire modulus ou IM. Elles peuvent ensuite passer dans un électrolyte ou subir une oxydation pour créer des groupements polaires, destinés à favoriser l’enzymage. Il existe différents traitements de surface pour les fibres de carbone.

Caractéristique	Fibres HR	Fibres HM	Fibres IM
Résistance en traction (MPa)	3400-4500	2000-2500	4800
Module en traction (GPa)	230-250	390-450	296
Allongement à la rupture (%)	1.4-1.8	0.5-0.6	2
Résistance en compression (MPa)	2200-2800	1300-1700	–

Tableau I.3 : Caractéristiques mécaniques des fibres de carbone

Les fibres de carbone continues sont disponibles sous diverses formes de mèches de 3000 à 24000 filaments, de fibres coupées, de rubans ou bien encore de tissus, qu'ils soient uni ou multidirectionnels. Elles présentent des caractéristiques spécifiques élevées comme leur haut module en traction. Elles ont également un coefficient de dilatation très faible, une conductivité thermique élevée. En revanche, certains inconvénients demeurent comme leur résistance limitée aux chocs, une faible résistance à l'abrasion.

I.5.3. L'interface :

L'utilisation d'une couche interface permet d'assurer la compatibilité entre le renfort et la matrice. Qui se forme spontanément lorsque deux phases sont mises en présence l'un de l'autre au moment de l'élaboration du matériau et qui se maintient entre ces deux phases pendant toute la vie du matériau, l'interface n'est pas simplement une simple discontinuité entre les deux phases du matériau hétérogène ou leur juxtaposition

I.6. Propriétés des matériaux composites :[5]

Au final, les matériaux composites se différencient des matériaux classiques par un fort module d'Young, une faible masse volumique et une bonne tenue en fatigue. Ils ont l'avantage d'avoir une limite élastique très élevée, de ne pas se corroder et de résister aux produits chimiques courants tels que les graisses, huiles, peintures, etc. De plus, les techniques de mise en forme par moulage permettent la réalisation de pièces complexes. Cependant, leur résistance aux impacts est souvent plus faible que celle de matériaux métalliques classiques. Enfin, ils sont plus sensibles à la chaleur et à l'humidité.

I.7. Architecture des matériaux composites : [5]

I.7. 1. Les monocouches

Les monocouches sont les éléments de base des structures composites. Des fibres unidirectionnelles placées dans le plan médian sont emprisonnées dans une matrice polymère Ils sont caractérisés par le type de renfort utilisé : des fibres longues (unidirectionnelles ou non), courtes, sous forme de tissus, de rubans...

I.7. 2. Les stratifiés

Les stratifiés sont formés par l'empilement de monocouches unidirectionnels, chacun ayant une orientation θ propre par rapport aux axes principaux de la structure (**Figure 1.1**).

Un choix judicieux de la séquence d'empilement et des différentes orientations permettra d'obtenir des propriétés mécaniques adaptées au champ de contrainte subi par la structure.

Il existe différentes classes de stratifiés :

- ❖ Équilibré : le stratifié compte autant de couches orientées selon l'angle $+\theta$ que l'angle
- ❖ Symétrique : les couches du stratifié sont disposées de manière symétrique par rapport au plan moyen
- ❖ Antisymétrique : les couches du stratifié sont disposées de manière antisymétrique par rapport au plan moyen
- ❖ Croisé : le stratifié compte autant de couches orientées à 0° qu'à 90° .
- ❖ Hybride : les couches successives du stratifié comportent des fibres de natures différentes.

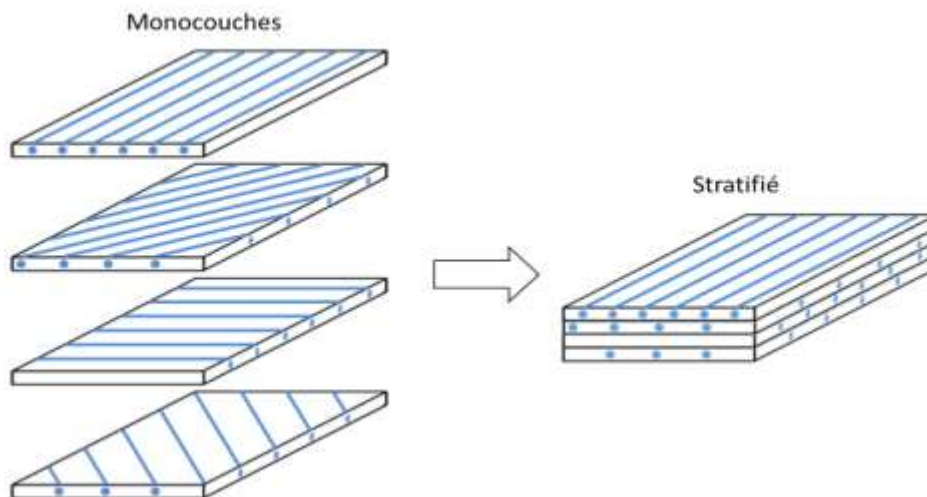


Figure 1.7 : Structure d'un composite stratifié.

I.7. 3. Les sandwichs

Le principe des matériaux composites sandwichs consiste en l'association d'une âme épaisse et de faible masse volumique et de deux peaux minces à fort module. L'objectif est de constituer une structure conciliant légèreté et rigidité. La théorie de la résistance des matériaux montre que la rigidité en flexion est proportionnelle au cube de l'épaisseur. Ainsi, dans un sandwich, le rôle de l'âme est d'accroître le module du stratifié en augmentant significativement son second moment de surface (via l'épaisseur) par l'ajout d'un matériau de faible densité. Lorsqu'une telle structure est sollicitée en flexion, la peau supérieure est globalement chargée en compression, la peau inférieure en traction, et l'âme en cisaillement. Ainsi, l'un des principaux critères de sélection du matériau d'âme sera sa résistance au cisaillement. De plus, l'âme doit être

capable de supporter des charges de compression afin d'éviter le flambage des peaux suite à un plissement de celles-ci.

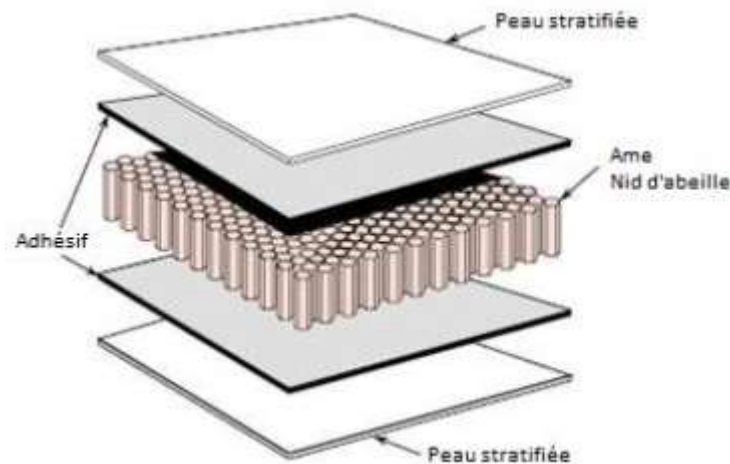


Figure 1.8 : Structure composite sandwich

Les âmes sont classées en deux catégories : les âmes pleines pouvant être constituées de différents bois, mousses, résines chargées et les âmes creuses, essentiellement des nids d'abeilles et des profilés en alliage métallique léger (souvent aluminium), papier Kraft (enduit de résine ou non), papier polyamide de type Nomex, et autres. Les critères de sélection du matériau d'âme seront la résistance au cisaillement, en flexion, au choc, à la compression, ... ou encore sa résistance au feu, à l'eau ou ses propriétés acoustiques d'isolation (cas des mousses). Les peaux rigides sont quant à elles, pour des composites de moyennes et hautes performances, des stratifiés à matrice thermodurcissable contenant des renforts fibreux de verre, de carbone ou d'aramide.

Pour des structures portantes, des feuilles métalliques d'aluminium ou d'acier seront privilégiées tandis que des matériaux tels que du bois, du laminé ou du contreplaqué serviront pour des structures à faibles performances.

Dans le but de répartir les efforts entre âme et peaux et ainsi d'obtenir le maximum de performance des structures sandwichs, il est également nécessaire de soigner l'interface âme/peaux. L'assemblage est réalisé par collage grâce à des résines compatibles avec les matériaux.



CHAPITRE II :

LES MÉTHODES DE
CARACTÉRISATION
MÉCANIQUE DES
MATÉRIAUX COMPOSITES

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

II.1. Introduction

Les stratifiés sont constitués de couches de matériaux composites unidirectionnels ou de composites à base de tissus. Généralement, les tissus sont constitués de fils unidirectionnels croisés à 90°. L'un dans le sens chaîne, l'autre dans le sens trame. Ces couches possèdent trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux. [6]

II.2. Comportement Élastique d'un Matériau Composite Unidirectionnel : [7]

II.2.1. Modules effectifs

II.2.1.1. Concept d'homogénéisation

À une échelle suffisamment fine, tous les matériaux sont hétérogènes, même les matériaux dits homogènes. Pour s'en convaincre, il suffit de partir de l'échelle des atomes et des molécules. Si les matériaux usuels de l'ingénieur devaient être caractérisés à cette échelle d'observation, la tâche serait insurmontable. Pour contourner cette difficulté, l'ingénieur introduit l'hypothèse de continuité de la matière. Cette hypothèse implique un concept de moyenne statistique, dans lequel la constitution réelle du matériau est idéalisée en considérant le matériau comme étant continu. Une fois le modèle de continuité admis, le concept d'homogénéité s'en déduit. Un milieu homogène est alors caractérisé par des propriétés identiques en chaque point.

Dans le cas d'une phase 1 dispersée dans une phase 2 (figure II.1), il existe généralement une dimension caractéristique de l'hétérogénéité. Par exemple, dans le cas d'un matériau composite à fibres, cette dimension sera la distance moyenne entre les fibres. Cette dimension est en fait une description idéalisée d'une répartition statistique au sein du matériau hétérogène réel. D'autre part, il existe généralement une échelle de dimension δ à laquelle les propriétés du matériau peuvent être moyennées avec une bonne approximation. Ceci signifie que, dans ce cas, les propriétés mesurées sur un échantillon de dimension δ sont indépendantes de l'endroit (du point) du matériau où a été prélevé l'échantillon. Dans le cadre d'un tel concept, le matériau peut alors être considéré comme étant effectivement

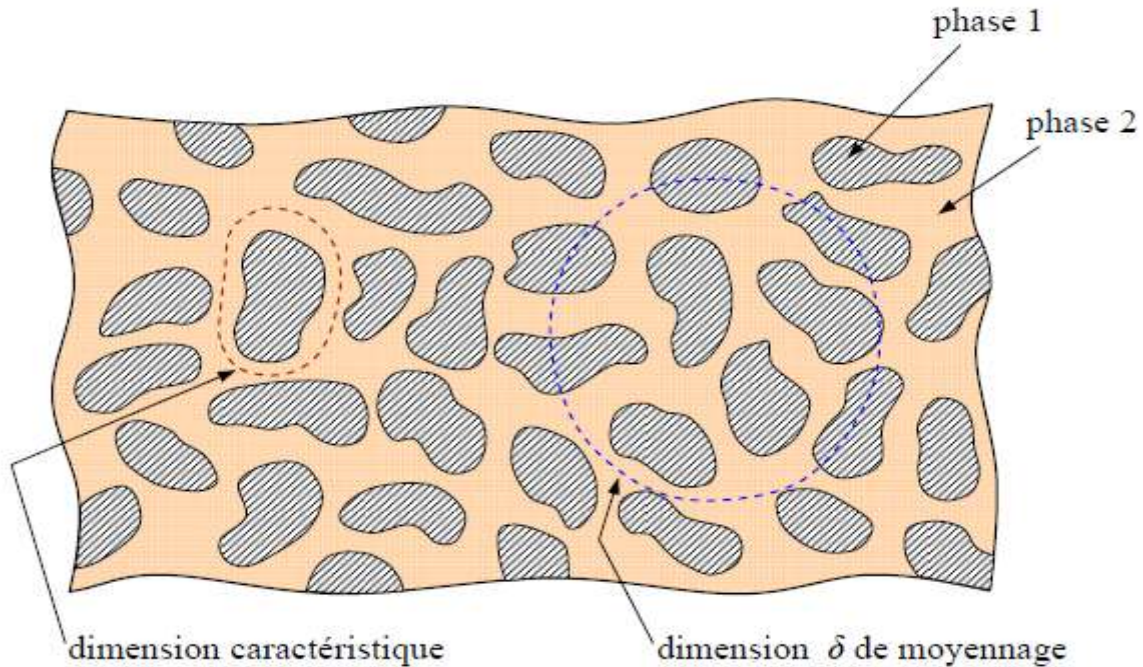


Figure II.1 : Homogénéisation d'un matériau hétérogène.

II.2.1.2. Modules homogénéisés

Le concept d'homogénéisation étant introduit, il est maintenant possible d'exprimer les propriétés mécaniques homogénéisées du matériau hétérogène. Ces propriétés sont déterminées sur un élément de volume V de dimension δ . Cet élément de volume est appelé élément de volume représentatif du matériau. Des conditions de contraintes et déformations étant imposées à la frontière de cet élément de volume, la contrainte moyenne (matrice des contraintes) sur le volume représentatif est définie par :

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_i(x_k) dV \quad i = 1, 2, 6 \dots \quad (1)$$

et la déformation moyenne par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_j(x_k) dV \quad i = 1, 2, 6 \dots, \quad (2)$$

où σ_i et ε_j sont les éléments des matrices des contraintes et déformations au point x_k , et dV l'élément entourant le point x_k . Ces relations sont tout à fait générales et permettent d'expliciter les constantes de rigidité C_{ij} et de souplesse S_{ij} par les expressions

$$\bar{\sigma} = C_{ij} \bar{\varepsilon}_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (3)$$

Et

$$\bar{\varepsilon}_i = S_{ij} \bar{\sigma}_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (4)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

C'est dans ce concept d'homogénéisation que seront par la suite considérées les constantes de rigidité et de souplesse.

Ainsi, pour déterminer les propriétés homogénéisées d'un matériau hétérogène, il est nécessaire de calculer la contrainte et la déformation moyennes sur le volume représentatif à l'aide de (1) et (2), puis d'en déduire les constantes de rigidité ou de souplesse à l'aide de (3) et (4). Si ce problème apparaît simple à résoudre dans son principe, il est en fait particulièrement complexe dans la pratique. En effet, pour appliquer les expressions (1) et (2), il est nécessaire de trouver au préalable les solutions exactes des champs des contraintes et des déformations, $\sigma_i(\xi_k)$ et $\varepsilon_{ij}(\xi_k)$, en chaque point du matériau hétérogène. Ces solutions exactes ne peuvent être obtenues que dans le cas de modèles géométriques simples et idéalisés, et plus ou moins éloignés de la réalité.

II.2.2. Lois de Hooke pour un composite unidirectionnel

II.2.2.1. Constitution d'un matériau composite unidirectionnel

Un composite unidirectionnel est constitué de fibres parallèles disposées dans une matrice (figure II.2a). Ce type de matériau constitue la configuration de base des matériaux composites à fibres, d'où l'importance de son étude. La cellule élémentaire d'un tel matériau peut être considérée, en première approximation, comme constituée (figure II.2b) d'une fibre entourée d'un cylindre de matrice, à base circulaire ou mieux hexagonale. Nous reviendrons sur cet aspect.

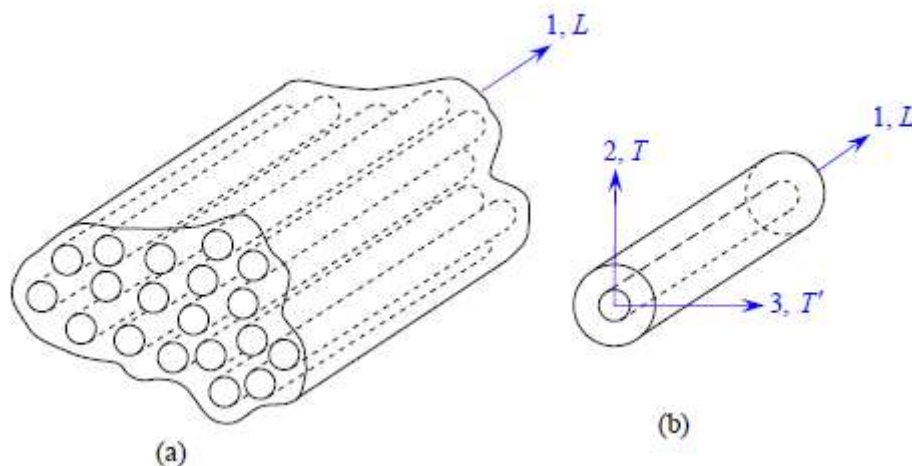


Figure II.2 : Composite unidirectionnel.

Cette cellule possède un axe de révolution, que nous noterons l'axe 1. Cette direction parallèle aux fibres est appelée direction longitudinale, et pour cette raison l'axe 1 est également noté l'axe L. Toute direction normale aux fibres est appelée direction transversale, et le composite est considéré comme étant

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

isotrope transverse : il est isotrope dans le plan normal à la direction 1. Le plan transverse sera repéré par les directions 2 et 3, notées également T et T', ces directions étant équivalentes.

II.2.2.2. Matrices de rigidité et de souplesse

Le comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel peut être décrit en introduisant soit les constantes de rigidité C_{ij} , soit les constantes de souplesse S_{ij} . Compte tenu des résultats établis, la loi de Hooke s'écrit suivant l'une des deux formes matricielles, la forme directe.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ou la forme inverse :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Les matrices de rigidité et de souplesse sont inverses l'une de l'autre, et le comportement élastique d'un matériau composite unidirectionnel est donc caractérisé par 5 coefficients indépendants :

$$\text{Où} \quad \begin{matrix} C_{11}, & C_{12}, & C_{22}, & C_{23}, & C_{66}, \\ S_{11}, & S_{12}, & S_{22}, & S_{23}, & S_{66}. \end{matrix}$$

II.2.3. Approches théoriques de la détermination des modules d'élasticité

II.2.3.1. Problème – Diverses approches

Le problème de la détermination des modules d'élasticité d'un composite unidirectionnel consiste à rechercher les expressions de ces modules (5 modules indépendants) en fonction des caractéristiques mécaniques et géométriques des constituants : modules d'élasticité de la matrice et des fibres, fraction volumique de fibres, longueur des fibres, etc. Nous nous limiterons dans ce paragraphe à l'étude des composites à fibres continues. Les propriétés mécaniques des fibres et de la matrice seront caractérisées par leurs modules d'élasticité (modules d'Young et coefficient de Poisson), notés respectivement E_ϕ , ν_ϕ , E_μ , ν_μ . La résolution du problème posé n'est pas simple, et d'autre part la solution n'est pas

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

unique. Nous présentons dans ce paragraphe une rapide synthèse du problème et de sa complexité. Le lecteur intéressé par une synthèse plus exhaustive pourra se reporter au travail critique et bibliographique effectué sur ce sujet par C.C. Chamis et G.P. Sendeckyj.

La complexité du problème peut être illustrée simplement en considérant le problème de la détermination de l'arrangement des fibres dans le composite unidirectionnel. En effet, ce matériau est constitué de fibres continues parallèles dont la proportion est imposée et caractérisée par la fraction volumique V_f de fibres. Dans la pratique, il n'existe pas qu'une seule possibilité d'arrangement des fibres, mais une infinité de possibilités. Par exemple, si les fibres sont réparties régulièrement, elles pourront être réparties suivant une maille hexagonale (figure II.3), une maille carrée (figure II.4), une maille carrée décalée (figure II.5), etc. Les cellules élémentaires correspondantes sont reportées sur ces mêmes figures. La répartition des fibres suivant une maille carrée et celle suivant une maille carrée décalée ont la même cellule élémentaire. Ces deux répartitions diffèrent simplement par une rotation de 45° des directions principales des contraintes appliquées. Dans la pratique, lors de la fabrication d'un matériau composite unidirectionnel, les fibres sont le plus souvent réparties d'une manière aléatoire, plutôt que suivant un arrangement régulier. La répartition observée peut alors être schématisée par la représentation de la (figure II.6): certaines fibres sont entièrement entourées de matrice, alors que d'autres peuvent se toucher. L'analyse théorique devra alors en tenir compte. D'un point de vue analytique, la solution réelle sera intermédiaire entre la solution trouvée dans le cas où toutes les fibres sont isolées les unes des autres, et la solution qui serait obtenue dans le cas où toutes les fibres seraient en contact.

L'ensemble des considérations précédentes montre donc les difficultés qui interviennent lors de l'approche théorique relative à la détermination des modules. Les méthodes utilisées peuvent être classées suivant trois types : recherche de bornes (expressions limites) en utilisant les théorèmes variationnels de l'énergie, recherche de solutions exactes, approches semi-empiriques.

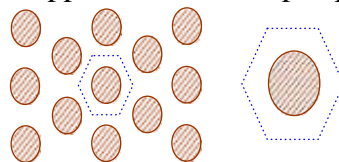


Figure II.3 : Arrangement hexagonal et cellule élémentaire.

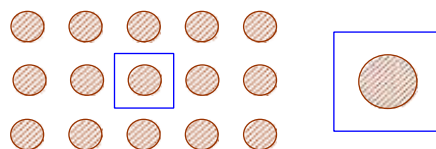


Figure II.4 : Arrangement carré et cellule élémentaire.

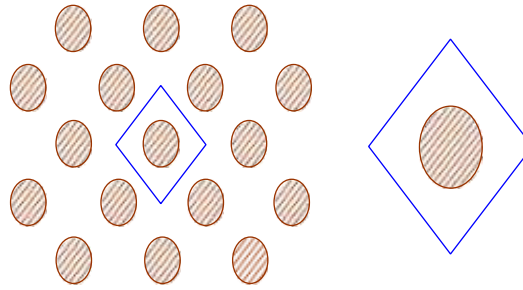


Figure II.5 : Arrangement carré décalé et cellule élémentaire.

Dans la recherche d'expressions limites, les théorèmes vibrationnels de l'énergie, sont utilisés pour déterminer des bornes supérieures et inférieures des modules d'élasticité. Toutefois, ces approches conduisent dans bien des cas à des bornes trop éloignées pour être utilisées dans la pratique.

La recherche de solutions exactes est généralement complexe, et ne peut être abordée que dans le cas de schémas simplifiés (géométrie simplifiée de la cellule élémentaire, conditions simples imposées sur les frontières de la cellule, etc.). La résolution peut être abordée soit par une méthode analytique, soit par une méthode numérique de type éléments finis.

Enfin, les méthodes semi-empiriques permettent d'aboutir à des relations facilement adaptables à la pratique, mais ne permettent pas une réelle prédiction des propriétés. Elles restent donc descriptives.

Dans les paragraphes suivants, nous abordons certains éléments de ces diverses approches.

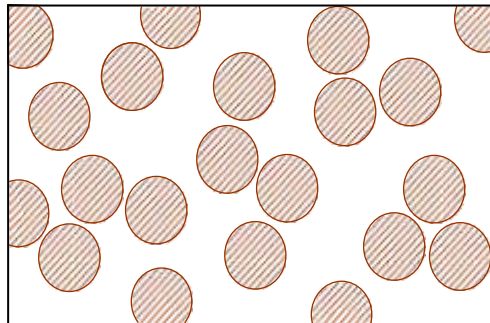


Figure II.6 : Représentation schématique de l'arrangement réel des fibres.

II.2.3.2. Bornes sur les modules d'élasticité

La détermination de bornes sur les modules d'élasticité utilise les théorèmes vibrationnels de l'énergie. Dans une approche déplacements, le théorème de l'énergie potentielle totale permet de trouver les bornes supérieures, alors que le théorème de l'énergie potentielle complémentaire permet, dans le cadre d'une approche contraintes, d'accéder aux bornes inférieures.

Parmi les divers travaux effectués dans ce cadre, nous citerons d'une part les travaux de Z. Hashin et R. Hill, effectués dans le cas de fibres de différents diamètres réparties au hasard (figure II.7) mais

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

avec une proportion donnée en volume. D'autre part, Z. Hashin et B.W. Rosen ont effectué des travaux analogues dans le cas de fibres de diamètres identiques réparties suivant un arrangement hexagonal (figure II.8), L'écriture des expressions trouvées est facilitée en introduisant les modules de compression latérale (sans déformation longitudinale) K_m et K_f , respectivement de la matrice et des fibres. Ces modules sont liés aux modules de compressibilité (k_m, k_f) et aux modules de cisaillement (G_m, G_f) par les expressions :

$$K_j = k_i + \frac{G_i}{3}, \quad i = m, f. \quad (7)$$

Les modules (k_m, k_f) et (G_m, G_f) s'expriment eux-mêmes (tableau 7.1) à l'aide des modules d'Young (E_m, E_f) et coefficients de Poisson (ν_m, ν_f) de la matrice et des fibres selon :

$$k_j = \frac{E_i}{3(1-2\nu_i)} \quad i = m, f. \quad (8)$$

$$G_j = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \quad i = m, f. \quad (9)$$

Soit, finalement :

$$K_j = \frac{E_i}{2(1-2\nu_i)(1+\nu_i)} \quad i = m, f. \quad (10)$$

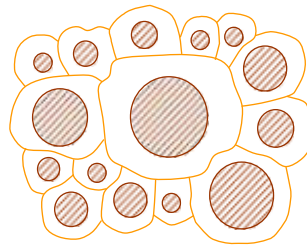


Figure II.7 : Arrangement aléatoire de fibres.

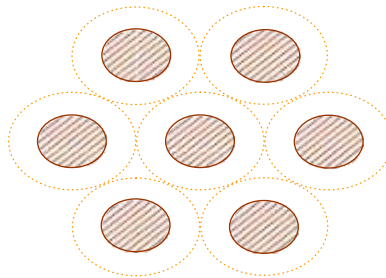


Figure II.8 : Arrangement hexagonal de fibres de mêmes diamètres.

En reprenant les notations introduites, les limites sur les cinq modules indépendants, obtenues par Z. Hashin et R. Hill sont données par les expressions :

$$K_m + \frac{V_f}{\frac{1}{K_f - K_m} + \frac{1 - V_f}{K_m + G_m}} \leq K_L \leq K_f + \frac{1 - V_f}{\frac{1}{K_m - K_f} + \frac{V_f}{K_f + G_f}} \quad (11)$$

$$G_m + \frac{V_f}{\frac{1}{G_f - G_m} + (1 - V_f) \frac{K_m + 2G_m}{2G_m(K_m + G_m)}} \leq G_{TT'} \leq G_f + \frac{1 - V_f}{\frac{1}{G_m - G_f} + V_f \frac{V_f K_f + 2G_f}{2G_f(K_f + G_f)}} \quad (12)$$

$$G_m + \frac{V_f}{\frac{1}{G_f - G_m} + \frac{1 - V_f}{2G_m}} \leq G_{LT} \leq G_f + \frac{1 - V_f}{\frac{1}{G_m - G_f} + \frac{V_f}{2G_f}} \quad (13)$$

$$\frac{V_f(1 - V_f)}{\frac{V_f}{K_m} + \frac{1 - V_f}{K_f} + \frac{1}{G_m}} \leq \frac{E_L - E_f V_f - E_m(1 - V_f)}{4(\nu_f - \nu_m)^2} \leq \frac{V_f(1 - V_f)}{\frac{1 - V_f}{K_f} + \frac{V_f}{K_m} + \frac{1}{G_f}} \quad (14)$$

$$\frac{V_f(1 - V_f)}{\frac{V_f}{K_m} + \frac{1 - V_f}{K_f} + \frac{1}{G_m}} \leq \frac{\nu_{LT} - \nu_f V_f - \nu_m(1 - V_f)}{(\nu_f - \nu_m) \left(\frac{1}{K_m} - \frac{1}{K_f} \right)} \leq \frac{V_f(1 - V_f)}{\frac{1 - V_f}{K_f} + \frac{V_f}{K_m} + \frac{1}{G_f}} \quad (15)$$

II.2.3.3. Approches simplifiées

Des expressions simplifiées et pratiques des modules peuvent être obtenues en faisant une approche très simplifiée du comportement mécanique de la cellule élémentaire du matériau composite unidirectionnel. Nous développons ces expressions dans le présent paragraphe.

II.2.3.3.1. Module d'Young longitudinal

Le module d'Young longitudinal est déterminé dans un essai de traction longitudinale (figure II.9). L'hypothèse simplificatrice est de supposer une déformation uniforme et identique dans la fibre et dans la matrice. Si Δl est l'allongement de la cellule

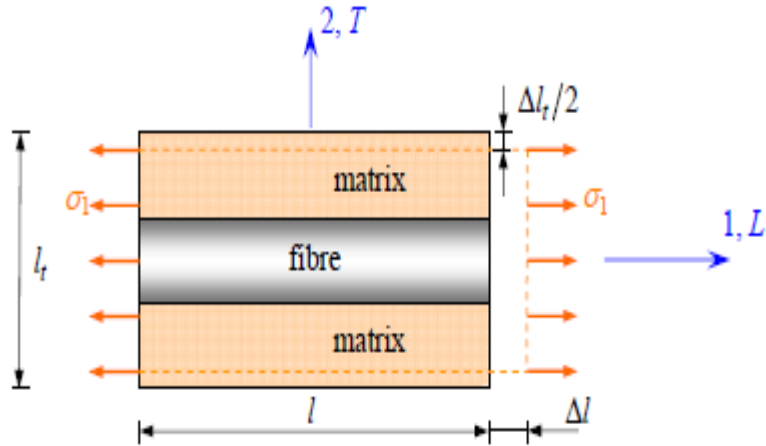


Figure II.9 : Schéma simplifié d'une traction longitudinale.

(Identique à celui de la fibre et de la matrice), la déformation longitudinale imposée à la cellule est :

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l}{l}$$

Où l est la longueur de cellule considérée. L'identité des déformations dans la fibre et dans la matrice impose :

$$\varepsilon_f = \varepsilon_m = \varepsilon_1 \quad (16)$$

Si la fibre et la matrice ont un comportement élastique, les contraintes dans la fibre et la matrice sont exprimées par :

$$\sigma_f = E_f \varepsilon_1, \quad (17)$$

$$\sigma_m = E_m \varepsilon_1 \quad (18)$$

La charge totale appliquée est :

$$F_1 = \sigma_f S_f + \sigma_m S_m \quad (19)$$

où S_f et S_m sont respectivement les aires des sections droites de la fibre et de la matrice. Si S est l'aire de la section droite de la cellule moyenne, la contrainte moyenne $\sigma_1 = F_1/S$ s'écrit :

$$\sigma_1 = \sigma_f V_f + \sigma_m (1 - V_f) \quad (20)$$

Cette contrainte moyenne est liée à la déformation de la cellule par le module d'Young longitudinal :

$$\sigma_1 = E_L \varepsilon_1 \quad (21)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

La combinaison des relations (9.79) à (9.81) conduit à l'expression du module d'Young longitudinal :

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f) \quad (22)$$

Cette expression est connue sous le nom de loi des mélanges pour le module

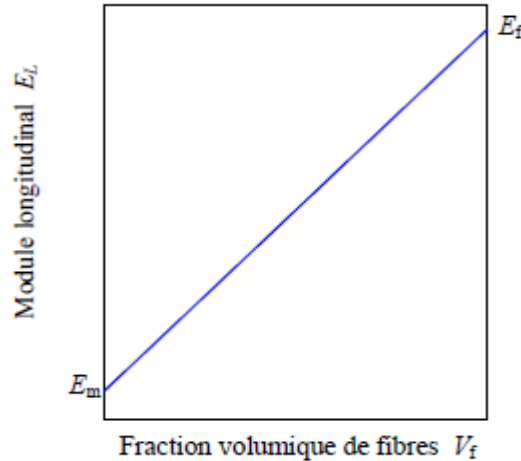


Figure II.10 : Loi des mélanges pour le module d'Young longitudinal.

D'Young dans la direction des fibres. Cette loi des mélanges est schématisée sur la (figure II.10). La variation du module est linéaire entre les valeurs E_m module de la matrice et E_f module des fibres, lorsque la fraction volumique V_f de fibres varie de 0 à 1.

II.2.3.3.2. Module d'Young transverse

Le module d'Young transverse est déterminé dans un essai de traction transverse où le composite est chargé suivant la direction normale aux fibres. Une expression simplifiée de ce module peut être obtenue dans un schéma simpliste à deux dimensions. Dans un tel schéma, une tranche de matériau composite, d'épaisseur donnée, est considérée comme étant constituée (figure II.11) de couches successives, possédant alternativement les propriétés des fibres et de la matrice. La hauteur des couches doit simplement vérifier :

$$V_f = \frac{h_f}{h_f + h_m} \quad \text{et} \quad 1 - V_f = \frac{h_m}{h_f + h_m} \quad (23)$$

La charge F_2 imposée suivant la direction transverse est transmise intégralement dans la fibre et dans la matrice, imposant des contraintes égales :

$$\sigma_m = \sigma_f = \sigma_2 \quad (24)$$

Il en résulte que les déformations respectives de la fibre et de la matrice dans la direction transverse s'écrivent :

$$\epsilon_f = \frac{\sigma_2}{E_f}, \epsilon_m = \frac{\sigma_2}{E_m} \quad (25)$$

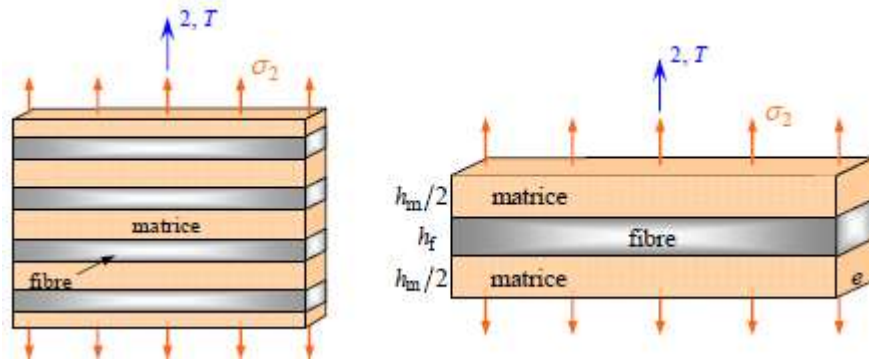


Figure II.11 : Schématisation par couches d'un composite unidirectionnel.

L'allongement transverse d'une cellule élémentaire résulte des allongements cumulés dans la fibre et la matrice. Soit :

$$\Delta l_2 = \epsilon_f h_f + \epsilon_m h_m$$

et la déformation transverse s'écrit :

$$\epsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{h_f + h_m} = \epsilon_f \frac{h_f}{h_f + h_m} + \epsilon_m \frac{h_m}{h_f + h_m}$$

Soit :

$$\epsilon_2 = \epsilon_f V_f + \epsilon_m (1 - V_f) \quad (26)$$

Cette déformation est liée à la contrainte imposée sur la cellule, par le module transverse :

$$\sigma_2 = E_T \epsilon_2 \quad (27)$$

La combinaison des expressions (25) à (27) conduit à l'expression du module transverse :

$$\frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1-V_f}{E_m} \quad (28)$$

Cette expression est connue sous le nom de loi inverse des mélanges et peut être réécrite, en rapportant le module transverse au module d'Young de la matrice, suivant une relation sans dimension sous la forme :

$$\frac{E_T}{E_m} = \frac{1}{1 + \left(\frac{E_m}{E_f} - 1\right) V_f} \quad (29)$$

Le tableau II.1 donne les valeurs de E_T / E_m pour trois valeurs du rapport E_f / E_m . Il est à noter que, par exemple dans le cas d'un rapport $E_f / E_m = 100$, un volume de fibres de 50 % est nécessaire pour atteindre un module d'Young transverse double

Tableau II.1 Valeurs de E_T / E_m pour diverses valeurs du rapport E_f / E_m et de la fraction V_f de fibres.

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

E_f/E_m	V_f									
	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	1
5	1	1,19	1,47	1,67	1,92	2,27	2,78	3,57	4,17	5
10	1	1,22	1,56	1,82	2,17	2,70	3,57	5,26	6,90	10
100	1	1,25	1,66	1,98	2,46	3,25	4,80	9,17	16,81	100

Du module de la matrice. Ce résultat montre que les fibres participent peu au module transverse. La variation du module ET en fonction de la fraction volumique de fibres est reportée pour plusieurs valeurs (5, 10, 100) du rapport E_f/E_m .

II.2.3.3. Coefficient de Poisson longitudinal

Pour déterminer le coefficient de Poisson longitudinal ν_{LT} , nous reprenons le schéma précédent dans lequel le composite unidirectionnel est schématisé par couches successives. Le coefficient ν_{LT} est déterminé dans un essai de traction longitudinale, schématisé sur la (figure II.12). Ce schéma diffère de la modélisation de la cellule élémentaire : modélisation de la fibre et de la matrice sous forme cylindrique modélisation par couches sur la (figure II.13).

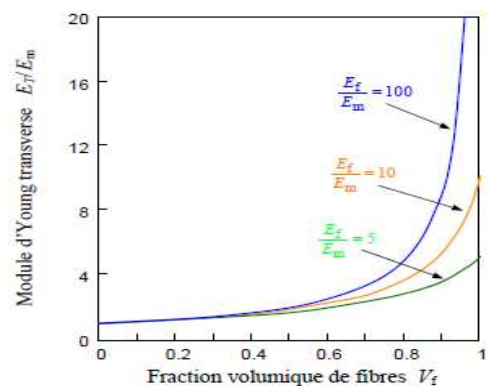


Figure II.12 : Variation du module ET en fonction de la fraction volumique V_f de fibres.

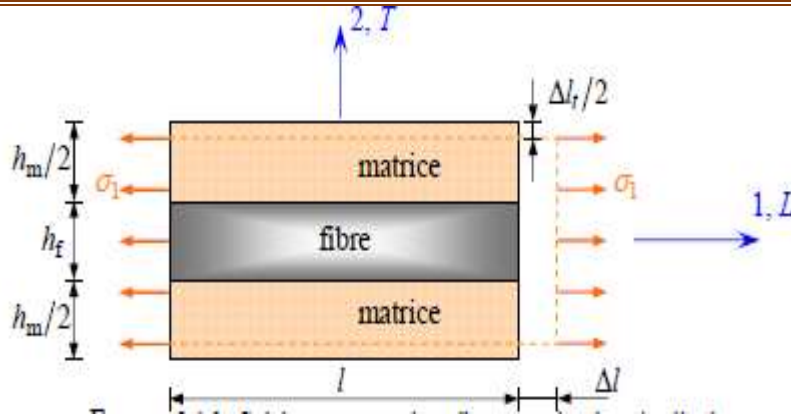


Figure II.13 : Schéma par couches d'une traction longitudinale.

Fibre et matrice subissent des déformations identiques. Il en résulte que les déformations transverses dans la matrice et dans les fibres s'écrivent :

$$\varepsilon_{2m} = -\nu_m \varepsilon_1$$

$$\varepsilon_{2f} = -\nu_f \varepsilon_1.$$

L'allongement transverse de la cellule élémentaire est :

$$\Delta l_t = -\nu_m \varepsilon_1 h_m - \nu_f \varepsilon_1 h_f$$

et la déformation transverse s'écrit :

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta l_t}{h_f + h_m} = -[\nu_m(1 - V_f) + \nu V] \varepsilon_1$$

D'où l'expression du coefficient de Poisson :

$$\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m(1 - V_f) \quad (30)$$

Cette expression est la loi des mélanges pour le coefficient de Poisson longitudinal. La variation de ν_{LT} en fonction de la fraction volumique de fibres est linéaire entre ν_m et ν_f . Dans la pratique, les valeurs de ν_m et ν_f sont assez proches (Voisines de 0,3). Le coefficient de Poisson ν_{LT} restera donc également proche de cette valeur.

II.2.3.3.4. Module de cisaillement longitudinal

Le module de cisaillement longitudinal GLT est déterminé dans un essai de cisaillement longitudinal schématisé sur la (figure II.14), en utilisant à nouveau la modélisation par couches du composite unidirectionnel. Les contraintes en cisaillement dans la fibre et dans la matrice sont égales, du fait des contraintes τ imposées sur la cellule. Les déformations en cisaillement de la fibre et de la

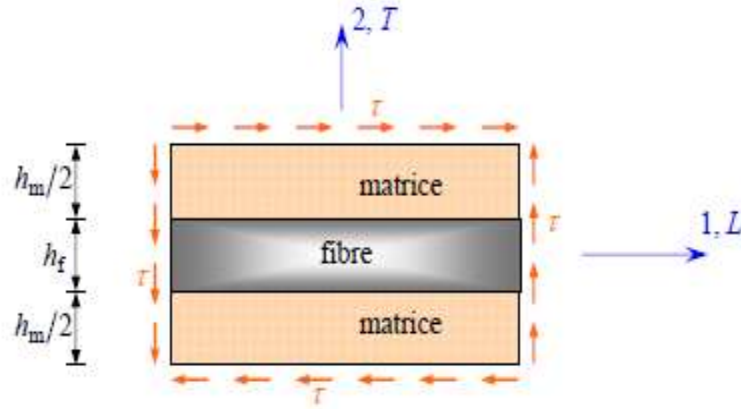


Figure II.14 : Schéma par couches d'un essai de cisaillement longitudinal.

Matrice s'expriment donc suivant :

$$\gamma_f = \frac{\tau}{G_f} \quad \text{et} \quad \gamma_m = \frac{\tau}{G_m} \quad (31)$$

Les déformations induites dans la fibre et dans la matrice (figure II.15) sont :

$$\delta_f = h_f \gamma_f \quad \text{et} \quad \delta_m = h_m \gamma_m$$

La déformation totale de la cellule (figure II.15) est :

$$\delta = \delta_f + \delta_m = h_f \gamma_f + h_m \gamma_m$$

Et l'angle de cisaillement de la cellule est déterminé par l'expression :

$$\gamma = \frac{\delta}{h_f + h_m} = \gamma_f V_f + \gamma_m (1 - V_f) \quad (32)$$

Cet angle est lié à la contrainte de cisaillement par le module de cisaillement

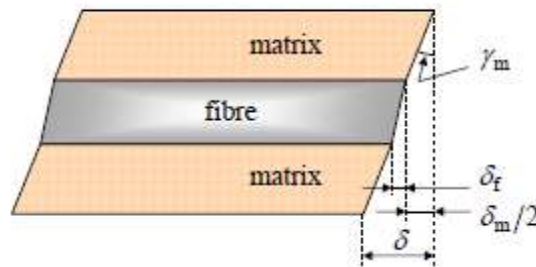


Figure II.15 : Déformations en cisaillement de la matrice et de la fibre.

Longitudinal GLT suivant la relation :

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{LT}} \quad (33)$$

En combinant les expressions (31) à (33), nous obtenons :

$$\frac{1}{G_{LT}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{1-V_f}{G_m} \quad (34)$$

Cette expression a une forme identique à celle obtenue (28) pour le module d'Young transverse. Les mêmes considérations peuvent être transposées ici.

II.2.3.4. Équations d'Halpin-Tsai

À partir des résultats obtenus dans les analyses théoriques (paragraphe 2,3,3), J.C. Halpin et S.W. Tsai ont proposé des équations générales et simples de formulation. Les modules d'un matériau composite unidirectionnel sont exprimés :

— par la loi des mélanges pour le module EL et le coefficient ν_{LT} :

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f)$$

$$\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f)$$

— et par l'expression générale suivante pour les autres modules :

$$\frac{M}{M_m} = \frac{1+\xi\eta V_f}{1-\eta V_f} \quad (35)$$

Expression dans laquelle :

$$\eta = \frac{(M_f/M_m)-1}{(M_f/M_m)+\xi} \quad (36)$$

- M_f le module correspondant des fibres : E_f , G_f ou ν_f ;
- M_m le module de la matrice : E_m , G_m ou ν_m .

Le facteur ξ est une mesure du renforcement des fibres et dépend de la géométrie des fibres, de l'arrangement des fibres et du type d'essai (donc du module considéré).

Si la simplicité des relations est effectivement séduisante, l'application à la conception n'est en fait que théorique. En effet, la difficulté d'utilisation de la relation (35) réside dans la détermination de valeurs appropriées de ξ . Les valeurs de ce facteur ne peuvent être déterminées que par comparaison avec une solution analytique (nous sommes alors ramenés à la résolution du problème d'élasticité), ou par ajustement avec des courbes expérimentales.

Par exemple, J.C. Halpin et S.W. Tsai obtiennent un excellent accord avec les résultats obtenus par D.F. Adams et D.R. Doner par une méthode de différences finies appliquée au cas de fibres

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

cylindriques réparties suivant un arrangement carré et pour une fraction volumique de fibres de 0,55, en prenant :

- $\xi = 2$ pour déterminer le module ET,
- $\xi = 1$ pour déterminer le module GLT.

Une discussion plus approfondie et relative à la comparaison entre l'expression (35) et diverses solutions exactes (analytiques ou numériques) est développée dans la référence [14]. Finalement, l'ensemble des résultats montre que si la relation (35) est bien adaptée à une description des propriétés du matériau composite unidirectionnel, elle ne permet pas de résoudre le problème de la prévision de ces propriétés. Ces considérations montrent donc la limitation de formules semi-empiriques du type (35), pour une application à la conception des structures en matériaux composites.

Comportement Élastique d'un Matériau Composite Orthotrope

II.3. Comportement Élastique d'un Matériau Composite Orthotrope :[7]

II.3. 1. lois de Hooke pour un composite orthotrope

II.3. 1.1. Composite orthotrope

Les stratifiés sont constitués de couches de matériaux composites unidirectionnels ou de composites à base de tissus. Généralement, les tissus sont constitués de fils unidirectionnels croisés à 90° : les uns dans le sens chaîne, les autres dans le sens trame. Ces couches possèdent trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux, et se comportent d'un point de vue élastique comme un matériau orthotrope. Les directions principales (1, 2) seront prises respectivement suivant la direction chaîne et la direction trame ; ces directions seront également notées L et T (figure II.16), La direction 3 orthogonale au plan de la couche sera également notée T'.

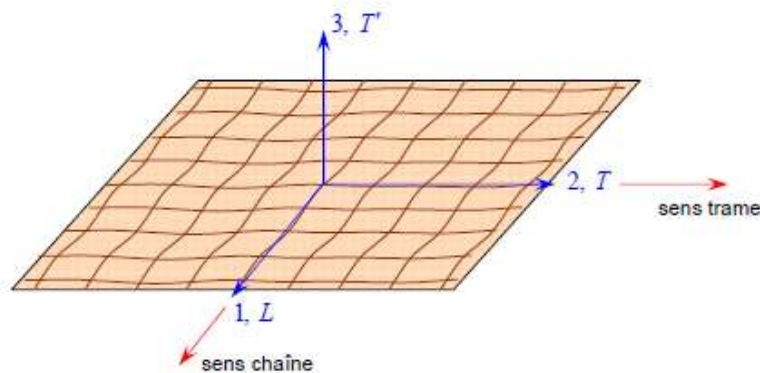


Figure II.16 : Couche de matériau composite orthotrope.

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

II.3. 1.2. Matrices de rigidité et de souplesse

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est décrit en introduisant soit les constantes de rigidité C_{ij} , soit les constantes de souplesse S_{ij} . Compte tenu des résultats établis au la loi de Hooke s'écrit suivant l'une des formes matricielles :

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est donc caractérisé par 9 coefficients indépendants :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (37)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{22}, C_{23}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66},$

ou

$S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{22}, S_{23}, S_{33}, S_{44}, S_{55}, S_{66}.$

Les matrices de rigidité et de souplesse étant inverses l'une de l'autre, nous avons :

Avec

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}^2}{\Delta S}, & C_{12} &= \frac{S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}}{\Delta S} \\ C_{22} &= \frac{S_{33}S_{11} - S_{13}^2}{\Delta S}, & C_{33} &= \frac{S_{11}S_{22} - S_{12}^2}{\Delta S}, \\ C_{13} &= \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{\Delta S}, & C_{23} &= \frac{S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}}{\Delta S} \\ C_{44} &= \frac{1}{S_{44}}, & C_{55} &= \frac{1}{S_{55}}, & C_{66} &= \frac{1}{S_{66}}, \end{aligned} \quad (39)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

Avec

$$\Delta S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}^2 - S_{22}S_{13}^2 - S_{33}S_{12}^2 + 2S_{12}S_{23}S_{13}$$

Les relations inverses donnant les coefficients de souplesse en fonction des coefficients de rigidité sont obtenues en intervertissant les rôles de C_{ij} et S_{ij} .

Le composite unidirectionnel est un cas particulier de matériau orthotrope dit orthotrope de révolution, pour lequel :

$$\begin{aligned} C_{13} &= C_{12}, & C_{44} &= \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \\ C_{33} &= C_{22}, & C_{55} &= C_{66}, \end{aligned} \quad (40)$$

Et

$$\begin{aligned} S_{13} &= S_{12}, & S_{44} &= 2(S_{22} - S_{23}) \\ S_{33} &= S_{22}, & S_{55} &= S_{66} \end{aligned} \quad (41)$$

II.3. 2. Constantes de rigidité et de souplesse en fonction des modules de l'ingénieur

II.3. 2.1. Constantes de souplesse

Les expressions des constantes de souplesse s'obtiennent sans difficulté à partir des expressions établies au paragraphe précédent, soit :

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_1}, & S_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1}, & S_{13} &= -\frac{\nu_{13}}{E_1}, \\ S_{22} &= \frac{1}{E_2}, & S_{23} &= -\frac{\nu_{23}}{E_2}, & S_{33} &= \frac{1}{E_3}, \\ S_{44} &= \frac{1}{G_{23}}, & S_{55} &= \frac{1}{G_{13}}, & S_{66} &= \frac{1}{G_{12}}. \end{aligned} \quad (42)$$

II.3. 2.2. Constantes de rigidité

Les expressions des constantes de rigidité en fonction des modules de l'ingénieur s'obtiennent à partir des relations (39) et (42), soit :

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & C_{12} &= \frac{\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23}}{E_2E_3\Delta} = \frac{\nu_{12} + \nu_{32}\nu_{13}}{E_1E_3\Delta}, \\ C_{13} &= \frac{\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} = \frac{\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23}}{E_1E_2\Delta}, & C_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} \end{aligned} \quad (43)$$

$$C_{13} = \frac{\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta} = \frac{\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13}}{E_1 E_2 \Delta}, \quad C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}$$

$$C_{44} = G_{23}, C_{55} = G_{13}, C_{66} = G_{12},$$

Avec

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3}$$

II.3. 2.3. Restriction sur les coefficients d'élasticité

Si une seule contrainte suivant un axe principal est appliquée au matériau, la déformation suivant cette direction est de même signe que la contrainte. Il en résulte que :

$$s_{11}, s_{22}, s_{33}, s_{44}, s_{55}, s_{66} > 0 \quad (44)$$

ou en terme de modules d'ingénieur :

$$E_1, E_2, E_3, G_{23}, G_{13}, G_{12} > 0 \quad (45)$$

De même, si l'on impose au matériau une seule déformation suivant un axe principal, la contrainte qui en résulte dans cette direction a le même signe que la déformation imposée. Il en résulte que :

$$C_{11}, C_{22}, C_{33}, C_{44}, C_{55}, C_{66} > 0, \quad (46)$$

et compte tenu de (43) :

$$1 - \nu_{23}\nu_{32} > 0, \quad 1 - \nu_{13}\nu_{31} > 0, \quad 1 - \nu\nu > 0 \quad (47)$$

Et

$$1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} > 0 \quad (48)$$

Puisque la matrice S est définie positivement (déterminant positif), le travail thermodynamique étant positif. Cette même propriété associée aux relations

(43) implique également :

$$\begin{aligned} |S_{23}| &< \sqrt{S_{22}S_{33}}, \\ |S_{13}| &< \sqrt{S_{11}S_{33}}, \\ |S_{12}| &< \sqrt{S_{11}S_{22}} \end{aligned} \quad (49)$$

En utilisant les relations de symétrie et les conditions (47) peuvent également s'écrire :

$$\begin{aligned}
 |v_{21}| &< \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}, |v_{12}| < \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} \\
 |v_{32}| &< \sqrt{\frac{E_3}{E_2}}, |v_{23}| < \sqrt{\frac{E_2}{E_3}} \\
 |v_{13}| &< \sqrt{\frac{E_1}{E_3}}, |v_{31}| < \sqrt{\frac{E_3}{E_1}}
 \end{aligned} \tag{50}$$

De même en reportant les relations de symétrie dans la condition (48), nous obtenons :

Les deux dernières conditions peuvent être regroupées pour obtenir :

$$2v_{21}v_{32}v_{13} < 1 - v_{21}^2 \frac{E_1}{E_2} - v_{32}^2 \frac{E_2}{E_3} - v_{13}^2 \frac{E_3}{E_1} < 1 \tag{51}$$

Les deux dernières conditions peuvent être regroupées pour obtenir :

$$(1 - v_{32}^2 \frac{E_2}{E_3})(1 - v_{13}^2 \frac{E_3}{E_1}) - r_{v_{21}} \sqrt{\frac{E_1}{E_2}} + v_{32}v_{13} \sqrt{\frac{E_2}{E_1}})^2 > 0 \tag{52}$$

Enfin, la condition précédente peut être réarrangée de manière à obtenir des bornes sur le coefficient de Poisson :

$$\begin{aligned}
 -[v_{32}v_{13} \frac{E_2}{E_1} + (1 - v_{32}^2 \frac{E_2}{E_3})^{1/2} (1 - v_{13}^2 \frac{E_3}{E_1})^{1/2} \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}] &< v_{21} < \\
 -[v_{32}v_{13} \frac{E_2}{E_1} - (1 - v_{32}^2 \frac{E_2}{E_3})^{1/2} (1 - v_{13}^2 \frac{E_3}{E_1})^{1/2} \sqrt{\frac{E_2}{E_1}}] &
 \end{aligned} \tag{53}$$

II.4. Essais mécaniques :

Les essais mécaniques sont l'étape indispensable pour accéder aux grandeurs caractéristiques des matériaux, du module d'Young à la limite d'élasticité, en passant par la ténacité ou la résistance à la fatigue, et ce dans des conditions variables, par exemple de température ou de vitesse de sollicitation.

Le propos de ce document est de présenter les techniques expérimentales les plus couramment utilisées, aussi bien dans les laboratoires universitaires qu'industriels, pour caractériser le comportement mécanique des matériaux. Les techniques abordées seront : les essais uni axiaux (quasi statiques et dynamiques), les essais multiaxiaux, les mesures d'indentation, les essais de fatigue et les techniques gravitant autour du phénomène de rupture. En outre, les annexes apportent un complément sur les méthodes de mesure de la déformation et de la contrainte. [8]

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

II.5. Essai de flexion

L'essai de flexion 3 points permet également de mesurer la résistance à la rupture d'un matériau. Une barrette du matériau à tester est placée sur deux appuis et l'on applique au centre de la barrette une force croissante jusqu'à rupture. Comme l'essai de compression, l'essai de flexion ne permet généralement pas d'atteindre la rupture des matériaux ductiles.

L'essai de flexion est surtout adapté aux matériaux fragiles, cet essai se caractérise par la simplicité du montage de l'éprouvette et sa géométrie simple (peu ou pas d'usinage). Lors du test, la partie supérieure est en compression et la partie inférieure en traction. [9]

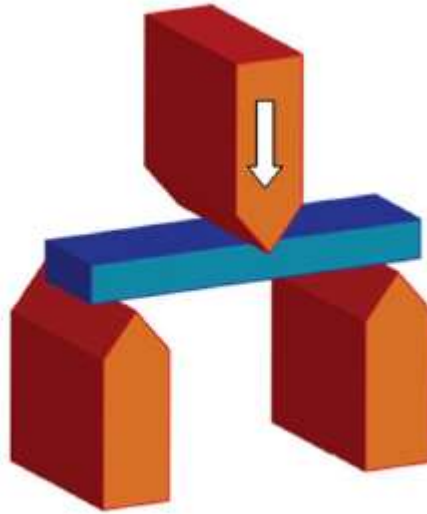


Figure II.17 : Test de flexion 3 points

II.6. Flexion des Poutres : [7]

II.6. 1. Introduction

L'importance de développer une analyse sur le comportement en flexion des poutres est liée d'une part à l'utilisation des poutres comme éléments de base dans la réalisation des structures, et d'autre part à la caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux stratifiés et des matériaux sandwiches à partir d'essais de flexion réalisés sur des éprouvettes en forme de poutres.

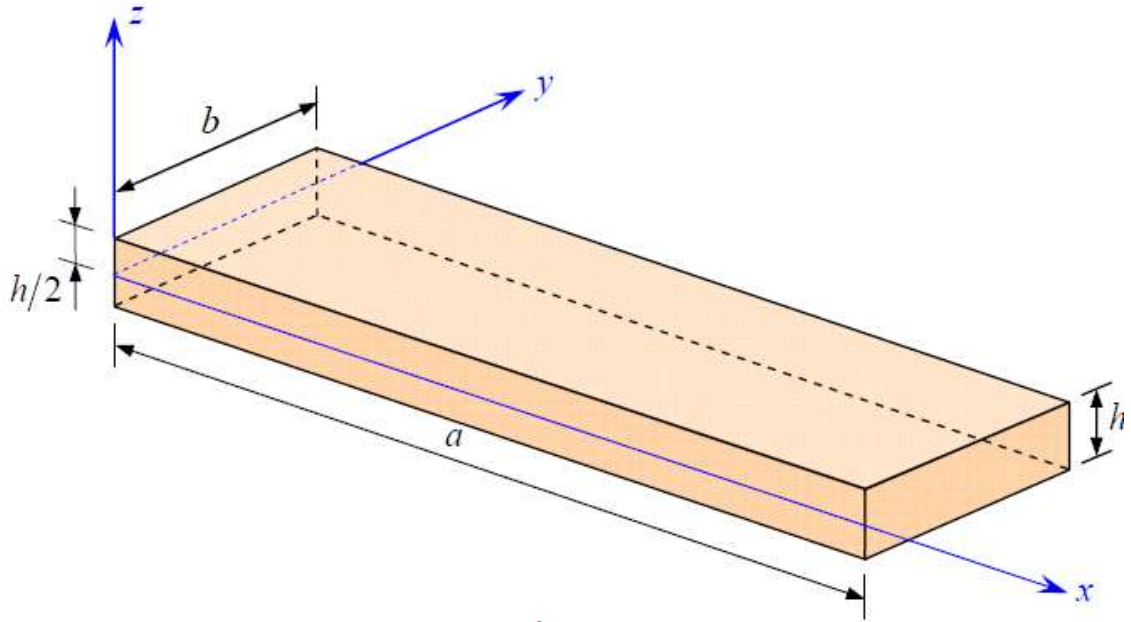


Figure II.18 : Élément de poutre

II.6. 2. Théorie classique des stratifiés

II.6. 2.1. Expressions générales

Dans le cas d'une flexion pure d'un stratifié symétrique, l'équation se réduit à :

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (54)$$

Où κ_x , κ_y et κ_{xy} sont définis :

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}(x, y), \quad \kappa_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}(x, y), \quad \kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}(x, y) \quad (55)$$

L'équation (54) peut être écrite sous la forme inverse suivant :

$$\begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & D_{16}^* \\ D_{12}^* & D_{22}^* & D_{26}^* \\ D_{16}^* & D_{26}^* & D_{66}^* \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (56)$$

Où D_{ij}^* sont les éléments de la matrice inverse de $[D_{ij}]$:

$$D_{11}^* = \frac{1}{\Delta}(D_{22}D_{66} - D_{26}^2), \quad D_{16}^* = \frac{1}{\Delta}(D_{12}D_{26} - D_{16}D_{22}),$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

$$D_{26}^* = \frac{1}{\Delta} (D_{12}D_{16} - D_{26}D_1) \quad D_{12}^* = \frac{1}{\Delta} (D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66}), \quad (57)$$

$$D_{22}^* = \frac{1}{\Delta} (D_{11}D_{66} - D_{16}^2), \quad D_{66}^* = \frac{1}{\Delta} (D_{11}D_{22} - D_{12}^2),$$

et Δ est le déterminant de la matrice $[D_{ij}]$:

$$\Delta = D_{11}D_{22}D_{66} + 2D_{12}D_{16}D_{26} - D_{11}D_{26}^2 - D_{22}D_{16}^2 - D_{66}D_{12}^2.$$

La théorie des poutres fait l'hypothèse que, dans le cas d'une flexion suivant l'axe x , les moments de flexion et de torsion M_y et M_{xy} sont nuls :

$$M_y = 0, M_{xy} = 0 \quad (58)$$

Les relations (55) et (56) conduisent donc à :

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = D_{11}^* M_x \quad (59)$$

Enfin, la théorie des poutres fait l'hypothèse supplémentaire que la flèche n'est fonction que de x :

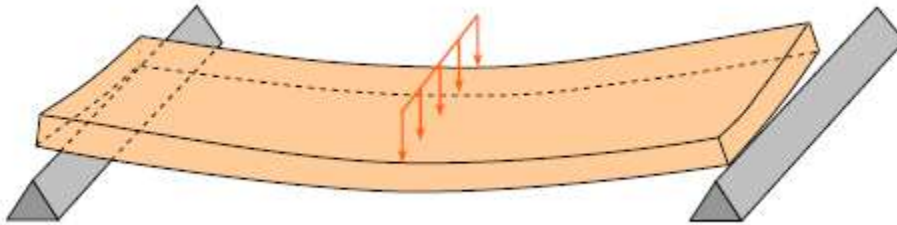


Figure II.19 : Effet du couplage flexion-torsion dans le cas de la flexion d'une poutre constituée d'un matériau stratifié.

$$w_0 = w_0(x) \quad (60)$$

La plus grande attention doit toutefois être apportée à cette dernière hypothèse. En effet, les équations (55) et (56) montrent que les courbures κ_y et κ_{xy} sont fonctions du moment de flexion M_x , soit :

$$\kappa_y = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = D_{12}^* M_x, \quad (61)$$

$$\kappa_{xy} = -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = D_{16}^* M_x.$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

Ces relations montrent que la flèche w_0 dépend a priori de la variable y . Cet effet est particulièrement important dans le cas d'éprouvettes de flexion de laboratoire, de forme plus proche d'une lame que d'une poutre. Il en résulte que la flexion et la torsion induites par les termes D_{12}^* et D_{16}^* dans les équations (61) tendent à produire un décollement partiel de la poutre sur ses supports (figure. II.19) Cet effet est toutefois négligeable dans le cas où le rapport longueur sur largeur (L/b) est suffisamment élevé. Dans cette hypothèse (60), l'équation (59) s'écrit :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -D_{11}^* M_x \quad (62)$$

Il est usuel d'écrire cette équation sous la forme :

$$\frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{M}{E_x I} \quad (63)$$

en introduisant :

— le module E_x de flexion de la poutre :

$$E_x = \frac{12}{h^3 D_{11}^*} \quad (64)$$

— le moment quadratique I de la section droite de la poutre par rapport au plan (x, y) :

$$I = I_{xy} = \frac{bh^3}{12} \quad (65)$$

— le moment M de flexion :

$$M = b M_x \quad (66)$$

Compte tenu des hypothèses faites, réduit ici à :

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + q = 0 \quad (67)$$

En tenant compte de (62) et (63), cette équation s'écrit :

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = D_{11}^* q \quad (68)$$

Ou

$$\frac{d^4 w_0}{dx^4} = \frac{p}{E_x I} \quad (69)$$

Avec

$$p = bq \quad (70)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

L'équation différentielle (68) en w_0 a la même forme obtenue dans le cas d'une flexion cylindrique. Les deux équations diffèrent par les coefficients introduits : D_{11}^* dans la flexion de poutre et $11D_{11}$ (stratifié symétrique) dans le cas de la flexion cylindrique.

D'autre part, la quatrième équation des plaques s'écrit ici :

$$\frac{dM_x}{dx} = Q_x \quad (71)$$

Où

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad (72)$$

En posant :

$$Q = bQ_x \quad (73)$$

Les contraintes dans la couche k du stratifié s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} Q_{11}^k & Q_{12}^k & Q_{16}^k \\ Q_{12}^k & Q_{22}^k & Q_{26}^k \\ Q_{16}^k & Q_{26}^k & Q_{66}^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (74)$$

En notant, pour simplifier, Q_{ij}^k les coefficients de rigidité Q'_{ij} de la couche k , rapportés aux axes de la plaque. D'où :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= z(Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{yy}^k &= z(Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) M_x \\ \sigma_{xy}^k &= z(Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) M_x \end{aligned} \quad (75)$$

Les expressions de ces contraintes peuvent être réécrites, en introduisant M et I , sous la forme :

$$\sigma_{xx}^k = a_{xx}^k \frac{M}{I} z \quad (76)$$

$$\sigma_{yy}^k = a_{yy}^k \frac{M}{I} z \quad (77)$$

$$\sigma_{xy}^k = a_{xy}^k \frac{M}{I} z \quad (78)$$

avec:

$$a_{xx}^k = (Q_{11}^k D_{11}^* + Q_{12}^k D_{12}^* + Q_{16}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12}$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

$$a_{yy}^k = (Q_{12}^k D_{11}^* + Q_{22}^k D_{12}^* + Q_{26}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12} \quad (79)$$

$$a_{xy}^k = (Q_{16}^k D_{11}^* + Q_{26}^k D_{12}^* + Q_{66}^k D_{16}^*) \frac{h^3}{12}$$

Les expressions précédentes des contraintes ne sont correctes qu'à une distance assez éloignée ($> h$) des bords de la poutre. Les résultats précédents ne sont donc applicables qu'au cas de poutres ayant un rapport blh assez élevé. D'autre part, dans le cas de poutres en matériau homogène, les relations (79) associées et conduisent à $a_{xx} = 1$ et $a_{yy} = a_{xy} = 0$. Les équations (76) à (78) se réduisent aux équations de la théorie classique des poutres.

La contrainte de cisaillement dans les couches se déduit de l'équation d'équilibre soit :

$$\frac{d\sigma_{xz}^k}{dz} = -\frac{d\sigma_{xx}^k}{dx} = -a_{xx}^k \frac{1}{I} \frac{dM}{dx} z$$

D'où :

$$\sigma_{xz}^k = -\frac{Q}{2I} a_{xx}^k (z^2 + c_k) \quad (80)$$

Les constantes c_k dans chaque couche sont déterminées en annulant σ_{xz} sur les faces supérieure et inférieure, et en assurant la continuité de σ_{xz} entre chaque couche.

Dans le cas d'une poutre constituée d'un matériau homogène, nous avons $a_{xx} = 1$ et la contrainte de cisaillement transverse s'annule sur les faces inférieure et supérieure : $\sigma_{xz} = 0$ pour $z = \pm hl/2$. Il en résulte :

$$\sigma_{xz} = \frac{Qh^2}{8I} \left[1 - 4\left(\frac{z}{h}\right)^2\right] = \frac{3Q}{2bh} \left[1 - 4\left(\frac{z}{h}\right)^2\right] \quad (81)$$

La contrainte de cisaillement est maximum pour $z = 0$, soit :

$$\sigma_{xz}(z = 0) = \tau_0 = \frac{3Q}{2bh} \quad (82)$$

La relation (80) peut alors être réécrite sous la forme :

$$\sigma_{xz}^k = -a_{xx}^k \tau_0 \left[4\left(\frac{z}{h}\right)^2 + d_k\right] \quad (83)$$

Où d_k sont de nouvelles constantes à déterminer en assurant la continuité de σ_{xz} dans l'épaisseur de la poutre. Pour une poutre constituée d'un matériau homogène, la relation (83) se réduit à (81), soit :

$$\sigma_{xz}^k = \tau_0 \left[1 - 4\left(\frac{z}{h}\right)^2\right] \quad (84)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

II.6. 2.2. Flexion 3-points

Nous considérons (figure II.20) une poutre en flexion 3 points. La symétrie du problème conduit à ne considérer qu'une moitié de poutre. Le moment de flexion s'exprime par la relation :

$$M = -\frac{Px}{2}, 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (85)$$

où P est la charge totale exercée au milieu de la poutre. En reportant cette expression dans (63), il vient :

$$\frac{d^2w_0}{dx^2} = \frac{Px}{2E_xI}, 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (86)$$

Dans le cas d'appuis simples, les conditions aux frontières sont pour $x = 0$:

$$M = 0, w_0 = 0 \quad (87)$$

D'autre part, la symétrie impose que, pour $x = Ll/2$:

$$\frac{dw_0}{dx} = 0 \quad (88)$$

L' intégration de (86) associée aux conditions (87) et (88) conduit à :

$$w_0 = -\frac{Pl^2}{48E_xI} x \left[3 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right] \quad (89)$$

La flèche w_c au centre de la poutre ($x = Ll/2$) s'écrit :

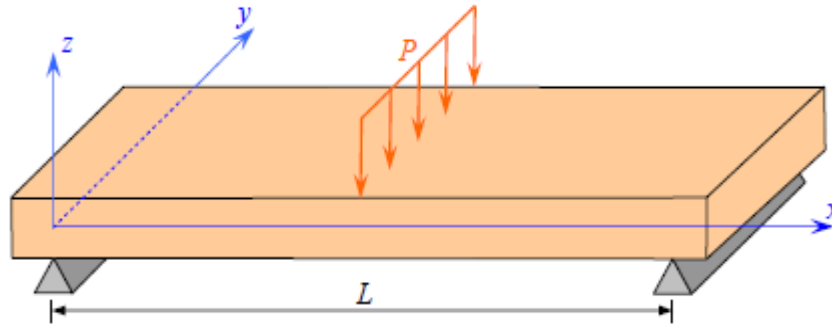


Figure II.20 : Sollicitation d'une poutre en flexion 3-points.

$$w_c = \frac{PL^3}{48E_x I} = \frac{PL^3}{48b} D_{11}^* \quad (90)$$

Cette relation peut être utilisée pour déterminer soit le module de flexion de la poutre, soit le coefficient D_{11}^* , connaissant la flèche w_c au centre pour une charge imposée P :

$$E_x = \frac{PL^3}{48I w_c} = \frac{PL^3}{4bh^3 w_c} \quad (91)$$

$$D_{11}^* = \frac{48b w_c}{PL^3} \quad (92)$$

Les contraintes dans la couche k s'écrivent d'après (76) à (78) :

$$\sigma_{xx}^k = -6a_{xx}^k \frac{P}{bh^3} xz,$$

$$\sigma_{yy}^k = -6a_{yy}^k \frac{P}{bh^3} xz \quad (93)$$

$$\sigma_{xy}^k = -6a_{xy}^k \frac{P}{bh^3} xz$$

Ces contraintes sont maximales pour $x = Ll/2$, soit :

$$\sigma_{xx}^k = -3a_{xx}^k \frac{PL}{bh^3} Z$$

$$\sigma_{yy}^k = -3a_{yy}^k \frac{PL}{bh^3} Z \quad (94)$$

$$\sigma_{xy}^k = -3a_{xy}^k \frac{PL}{bh^3} Z$$

Dans le cas d'une poutre en matériau homogène isotrope : $a_{xx} = 1$, et la contrainte normale s'écrit :

$$\sigma_{xx} = -\frac{3PL}{bh^3} Z \quad (95)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

La contrainte de traction maximale est atteinte sur la face inférieure ($z = -hl/2$), et s'exprime suivant :

$$\sigma_{xx \text{ max}} = \sigma_0 = \frac{3PL}{2bh^2} \quad (96)$$

Les contraintes dans la couche k d'un stratifié peuvent donc s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= -2a_{xx}^k \sigma_0 \frac{Z}{h} \\ \sigma_{yy}^k &= -2a_{yy}^k \sigma_0 \frac{Z}{h} \\ \sigma_{xy}^k &= -2a_{xy}^k \sigma_0 \frac{Z}{h} \end{aligned} \quad (97)$$

Comme exemple, nous considérons un stratifié symétrique, constitué de huit couches de même épaisseur et d'orientations 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° . Pour chaque couche, les caractéristiques suivantes d'un composite unidirectionnel à fibres de verre sont utilisées :

$$E_L = 45GPa, \quad E_T = 10GPa, \quad G_{LT} = 4,5GPa, \quad \nu_{LT} = 0,3 \quad (98)$$

Trois séquences d'empilement sont considérées (figure II.21), La variation de la contrainte normale σ_{xx} (97) à travers l'épaisseur est rapportée, pour ces trois empilements. La contrainte est rapportée à la valeur maximale σ_0 atteinte dans le cas d'un matériau homogène. Pour comparaison, la variation de la contrainte dans le cas d'un matériau homogène est également reportée. Les résultats obtenus mettent clairement en évidence l'influence de l'empilement des couches. La contrainte maximale n'est atteinte dans la couche externe que dans le cas où les couches orientées à 0° sont externes. Il en résulte que la charge à la rupture sera fortement influencée par l'empilement utilisé.

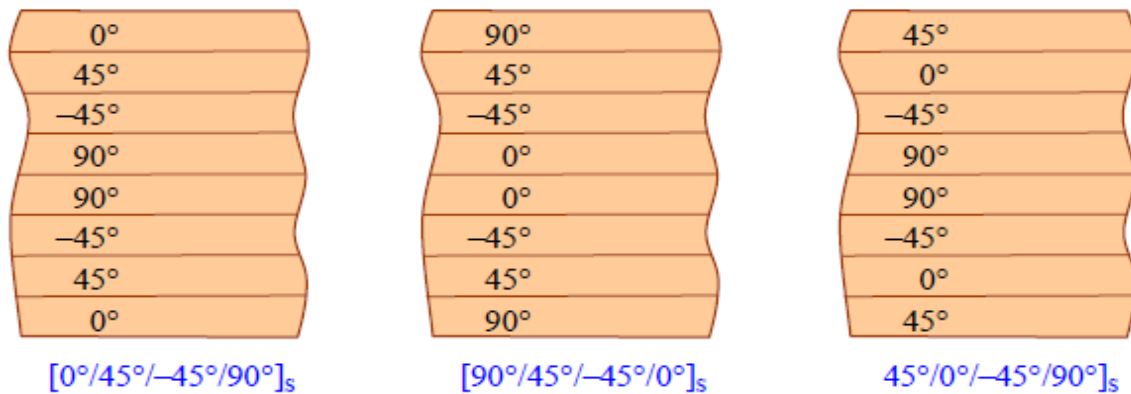


Figure II.21 : Divers empilements étudiés.

II.6. 3. Flexion des poutres sandwiches

II.6. 3.1. Expressions générales

La similitude de comportement entre les plaques sandwichs symétriques et les stratifiés symétriques avec cisaillement transverse permet de transposer les résultats obtenus, la flexion de poutres en matériaux sandwichs. En effet, dans le cas d'une flexion pure, l'équation des matériaux sandwichs se réduit à :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (99)$$

Et

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (100)$$

avec

$$\begin{aligned} \kappa_x &= \frac{\partial \phi_x}{\partial x}, \kappa_y = \frac{\partial \phi_y}{\partial y}, \kappa_{xy} = \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \\ \gamma_{yz}^a &= \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y, \gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x \end{aligned} \quad (101)$$

La comparaison des expressions (99), (100) confirme la possibilité de transposer à la flexion des poutres sandwichs les résultats obtenus pour les fonctions ϕ_x , ϕ_y et w_0 . Outre les différences entre les expressions des coefficients D_{ij} et F_{ij} , la différence essentielle entre les deux types de matériaux se situe au niveau de la distribution des contraintes.

Pour illustrer cet aspect, nous reprenons le sandwich symétrique considéré deux peaux identiques dont les axes d'orthotropie sont parallèles aux axes x et y de la poutre et d'une âme dont les axes principaux 1-2 sont parallèles aux axes x et y . Les contraintes en membrane dans la couche k de la peau supérieure ou inférieure soit :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^k &= \pm Q_{11}^k \frac{h}{2} \frac{d\phi_x}{dx} \\ \sigma_{yy}^k &= \pm Q_{12}^k \frac{h}{2} \frac{d\phi_x}{dx} \\ \sigma_{xy}^k &= 0 \end{aligned} \quad (102)$$

Chapitre II Les méthodes de caractérisation mécanique des matériaux composites

Le signe+ tant associé à la peau supérieure et le signe-à la peau inférieure. En appliquant ce résultat au cas de la flexion 3-points où la fonction ϕ_x , nous obtenons

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^k &= \mp Q_{11}^k \frac{Ph}{4E_x I} x = \mp \frac{Ph}{4b} D_{11}^* Q_{11}^k x \\ \sigma_{yy}^k &= \mp Q_{12}^k \frac{Ph}{4E_x I} x = \mp \frac{Ph}{4b} D_{11}^* Q_{12}^k x \\ \sigma_{xy}^k &= 0\end{aligned}\quad (103)$$

Les contraintes sont maximales pour $x = Ll/2$, en particulier la contrainte normale σ_{xx}^k s'écrit :

$$\sigma_{xx}^k = \mp \sigma_0 \frac{hh_t^2}{12} D_{11}^* Q_{11}^k \quad (104)$$

Où l'expression σ_0 a été introduite en (96).

La contrainte de cisaillement transverse peut ensuite être obtenue à partir de l'équation d'équilibre, ce qui conduit à :

Soit en intégrant :

$$\frac{\partial \sigma_{xz}^k}{\partial z} = \pm Q_{11}^k \frac{Ph}{4E_x I} = \pm \frac{Ph}{4b} D_{11}^* Q_{11}^k. \quad (105)$$

$$\sigma_{xz}^k = \pm Q_{11}^k D_{11}^* \frac{Ph}{4b} (z + c_k) \quad (106)$$

Où

$$\sigma_{xz}^k = \mp \tau_0 Q_{11}^k D_{11}^* \frac{hh_t^2}{6} \left(2 \frac{z}{h_t} + d_k\right) \quad (107)$$

En introduisant la contrainte τ_0 défini. Les constantes c_k ou d_k sont déterminées en annulant σ_{xz} sur les faces supérieure et inférieure, et en assurant la continuité de σ_{xz} entre chaque couche. La contrainte de cisaillement σ_{xz}^a constante dans l'âme peut être obtenue à partir de (106) ou (107) par continuité à l'interface peau-âme.



CHAPITRE III :

**SIMULATION DE FLEXION
TROIS POINTS**

III.1 Introduction

Le logiciel ANSYS (Figure III.1) a été développé par Dr. John Swanson, fondateur de la société ANSYS Inc. qui a son siège à Houston, PA, USA. Il s'agit d'un outil de développement en analyse d'ingénierie. La méthode utilisée est celle des éléments finis. Il est utilisé dans des domaines allant de l'automobile et l'électronique à l'aérospatiale et la chimie. Le logiciel ANSYS permet la modélisation de structures, produits, composants ou systèmes et d'étudier leurs réponses physiques telles que les niveaux de contraintes, les distributions de température ou l'effet de champs électromagnétiques [X].

III.2 Application I : Détermination des flèches maximales

Nous modélisons deux exemples concernant la détermination des flèches des poutres, le premier présente une poutre isotrope simplement appuyée avec une force centrée dans le milieu, et la même poutre avec une charge réparties dans le deuxième exemple.

Le tableau III.1 montre le dimensionnement et les caractéristiques mécaniques de la poutre.

L (mm)	b (mm)	h (mm)	E (Pa)	F (N)	Q (N/m)
500	20	10	2 E 11	1000	5

Tableau III.1 : Dimensionnement et les caractéristiques mécaniques de la poutre.

La géométrie de la poutre est illustrée dans la figure III.1



Figure III.1 : géométrie de la poutre modélisée

Dans les deux exemple le moment d'inertie est donné par la relation suivante.1

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (1)$$

Exemple 1 : Poutre sur deux appuis simples avec une charge concentrée au milieu

La formule théorique de la flèche est donnée par la relation (2) de la poutre de la figure (III.2).

$$Flèche_{max} = -\frac{FL^3}{48EI} \quad (2)$$

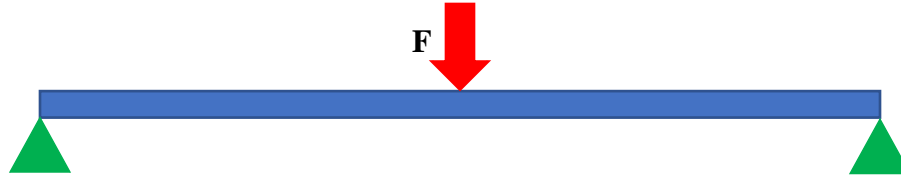


Figure III.2 : Poutre isotrope simplement appuyée avec une force centrée

La modélisation est réalisée par ANSYS Workbench (Figure III.3).

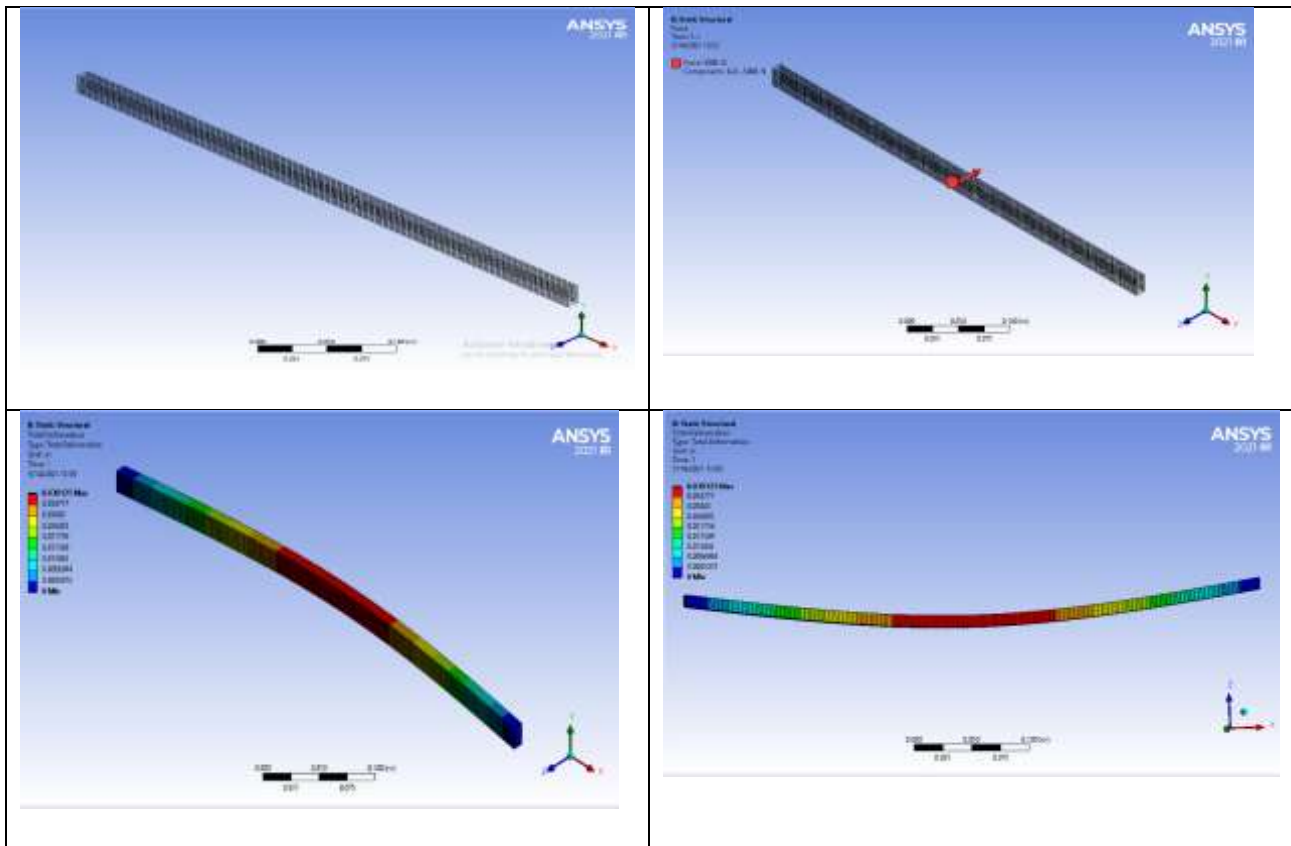


Figure III.3 : Modélisation de l’essai de flexion de la poutre simplement appuyée avec une force centrée.

Le tableau III.2 montre les résultats numériques et théoriques, les résultats numériques sont validés les résultats théoriques.

	Flèche (m)
Théorique	3.9743e-002
Élément finis (ANSYS Workbench)	3.9125e-002

Tableau III.2 : Résultats numériques et théoriques de la flèche.

Exemple 2 : Poutre sur deux appuis simples avec une charge uniforme q sur toute la longueur

La formule théorique de la flèche est donnée par la relation (3) de la poutre de la figure (III.4).

$$(3) Flèche_{max} = -\frac{5qL^3}{384EI}$$

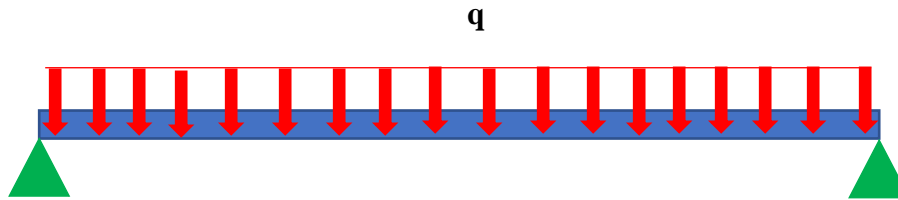


Figure III.4 : Modélisation de l’essai de flexion de la poutre simplement appuyée avec une charge répartie.

La figure III. 5 présente la modélisation avec ANSYS Workbench.

Le tableau III.3 illustre les résultats numériques et théoriques, les résultats numériques sont validés les résultats théoriques.

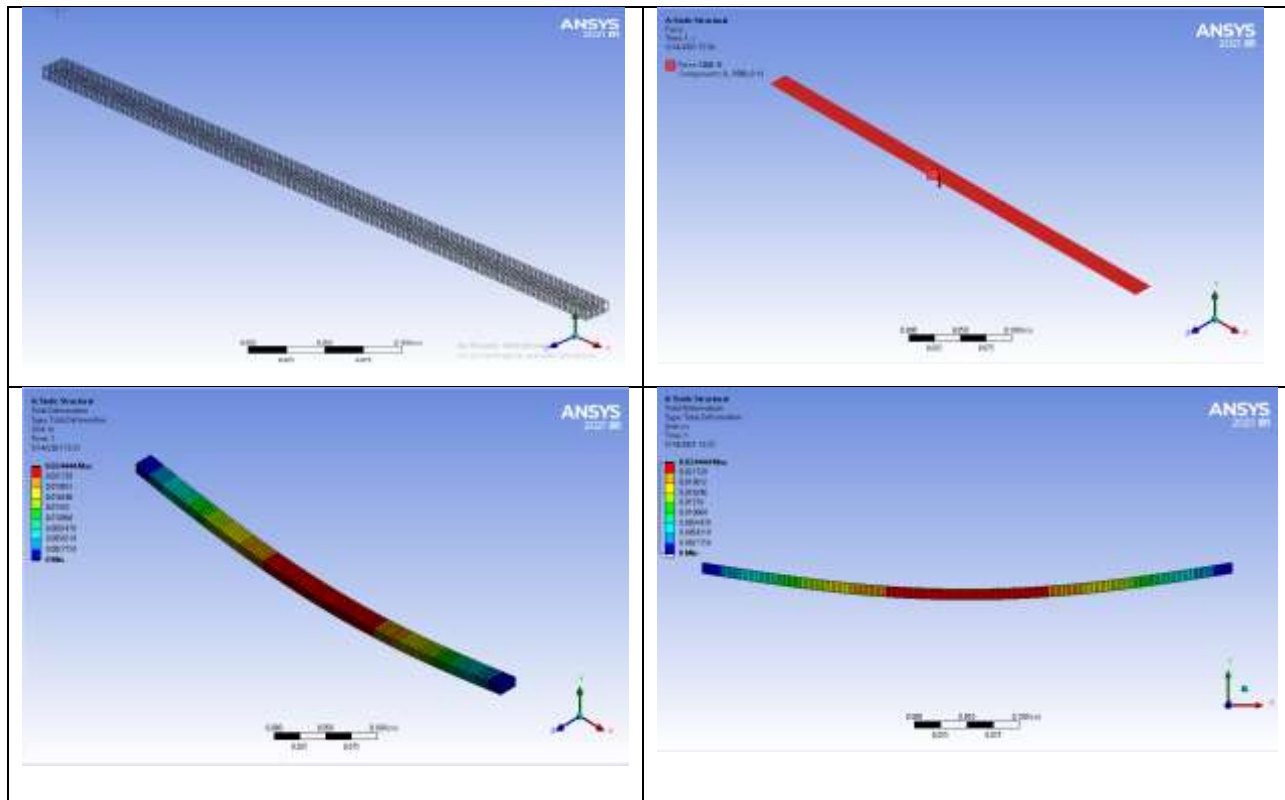


Figure III.5 : Modélisation de l’essai de flexion de la poutre simplement appuyée avec une charge répartie.

	Flèche (m)
Théorique	2.5127e-002
Elément finis (ANSYS Workbench)	2.4444e-002

Tableau III.3 : Résultats numériques et théoriques de la flèche.

III.3 Application II : Simulation d’essai de flexion (3 points) pour un matériau orthotrope unidirectionnelle avec ANSYS apdl.

Les fonctionnalités du logiciel ANSYS apdl corrélatives au calcul des structures en matériaux composites par la méthode des éléments finis ont été usées pour amener la déflexion des poutres étudiées.

A- Géométrie :

Ce travail évoque la simulation par le code ANSYS apdl d’une poutre de longueur 60 mm et d’épaisseur 1mm solide élastique en matériaux composite (figure III.6).

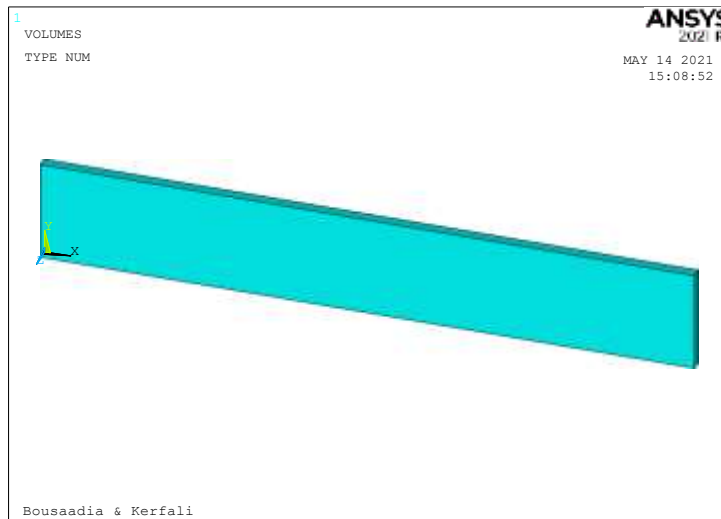


Figure III.6 : Géométrie de la poutre

B- Choix du matériau

Les caractéristiques mécaniques de la poutre sont présentées dans le tableau III.4.

E1 (Pa)	E2 (Pa)	E3 (Pa)	G1 (Pa)	G2 (Pa)	G3 (Pa)	Nu	Rho
119e9	8.67e9	8.67e9	5.18e9	3.29e9	3.29e9	0.31	1550

Tableau III.4 : caractéristiques mécaniques de la poutre orthotrope

C- Choix d'élément finis

L'élément SOLID186 multicouches (Figure III.7) de la bibliothèque du ANSYS apdl est utilisé pour simuler la poutre composite, l'élément SOLID186 qui possède 20 nœuds (I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, A, B) et trois DDL (UX, UY, UZ).

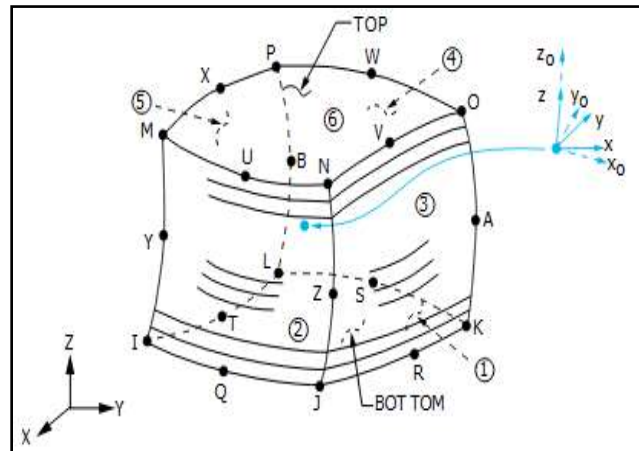


Figure III.7 : Géométrie de l'élément SOLID186

D- Maillage

La géométrie de la poutre (Figure III.6) est maillée par l'élément SOLID186 à 3872 éléments, chaque élément du taille 5 e-3 m (Figure III.8).

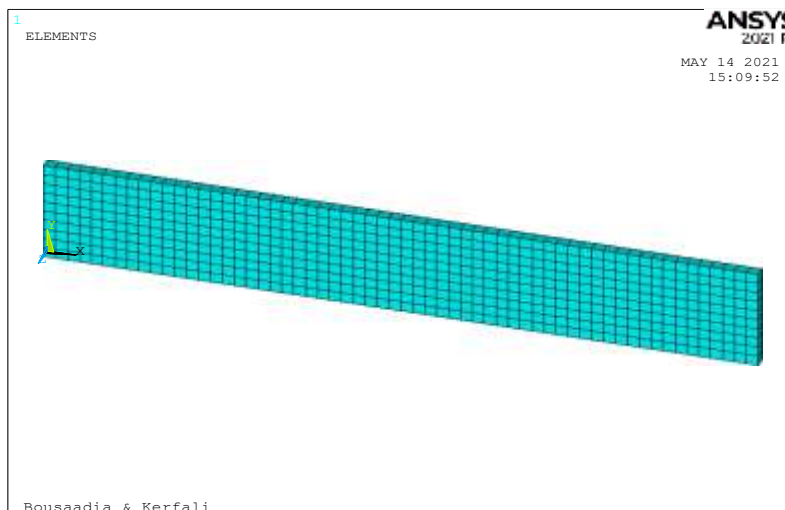


Figure III.8 : Maillage de la poutre.

E- Conditions aux limites

Le type de conditions aux limites utilisé dans ce travail est donné comme suit ; (Encastrement-Encastrement) qui est considéré autour des deux bords de la poutre.

La figure III.9 montre la fixation des trois degrés de libertés (DDL) (UX, UY, UZ) au niveau des nœuds du côté gauche de la poutre.

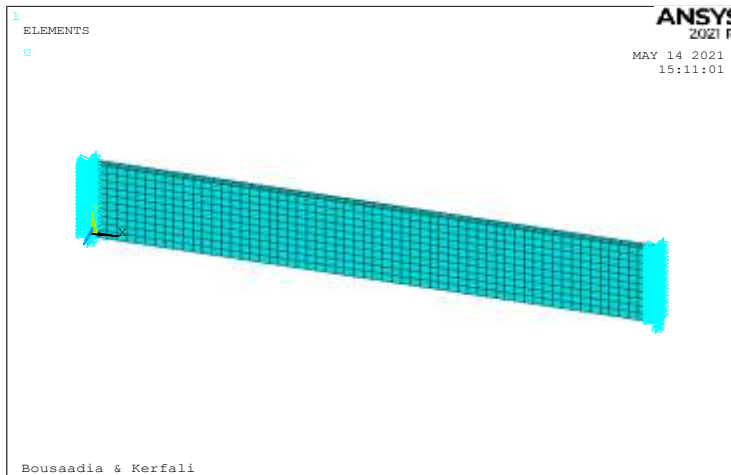


Figure III.9 : Condition aux limites

F- Application de la force F

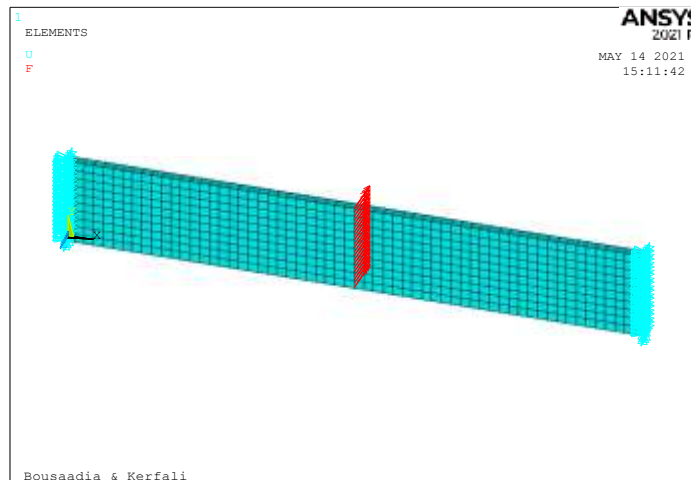


Figure III.10: Application de la force centrée.

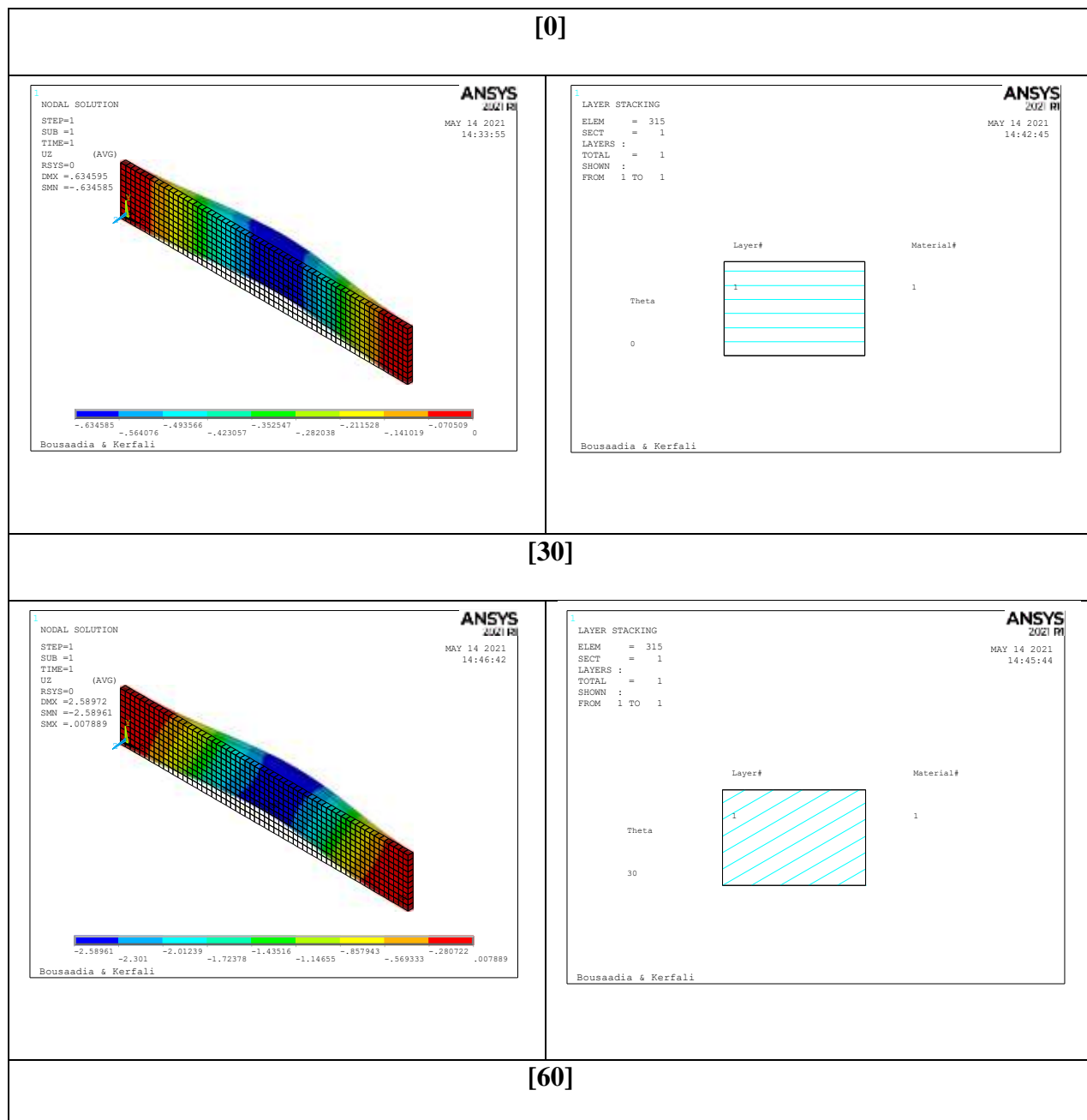
La présente analyse de la plaque composite orthotrope est une étude statique, nous allons appliquer une force $F=100\text{ N}$ au milieu de la poutre (Figure III.10)

G- Résultats

La figure III.11 présente la flèche correspondante a l'orientation des fibres dans la poutre unidirectionnelle d'une seule couche.

Le tableau III.5 montre les valeurs des flèches dans les différentes orientations.

La figure III.12 présente le diagramme des valeurs des flèches en fonction d'orientation des fibrées.



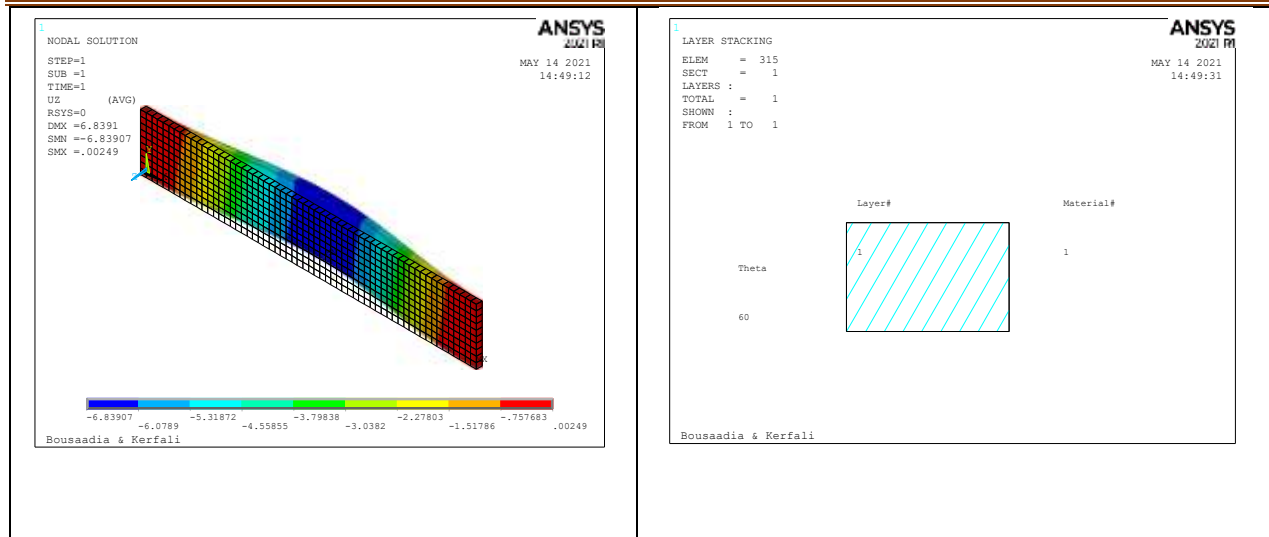


Figure III.11 : la flèche correspondante a l'orientation des fibres dans la poutre unidirectionnelle d'une seule couche

Tableau III.5 montre les valeurs des flèches dans les différentes orientations

Angles	[0]	[30]	[60]
Flèches (mm)	0.634585	2.58961	6.83907

Tableau III.5 : Valeurs des flèches dans les différentes orientations

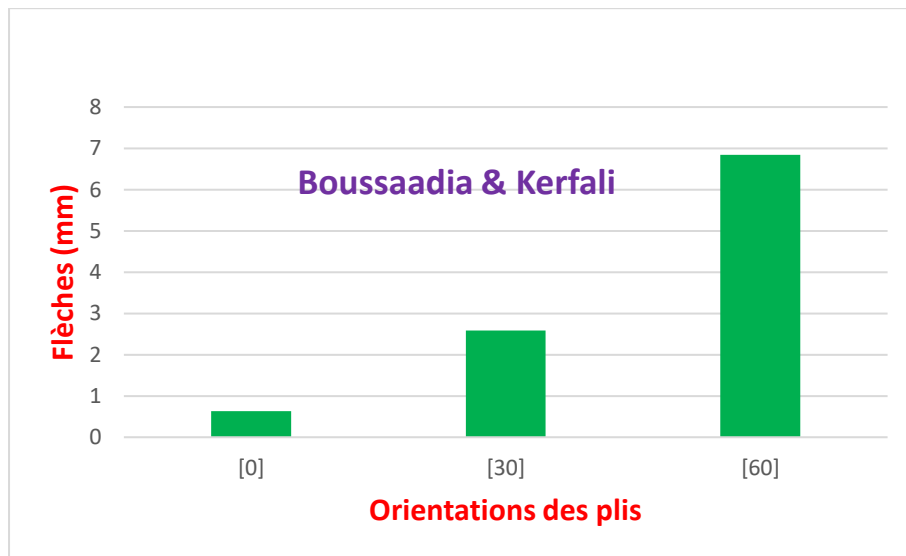


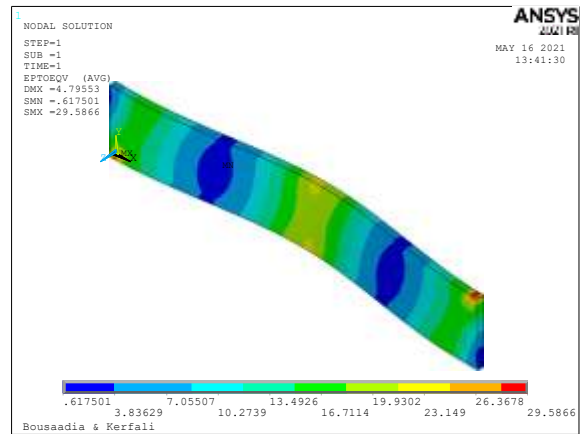
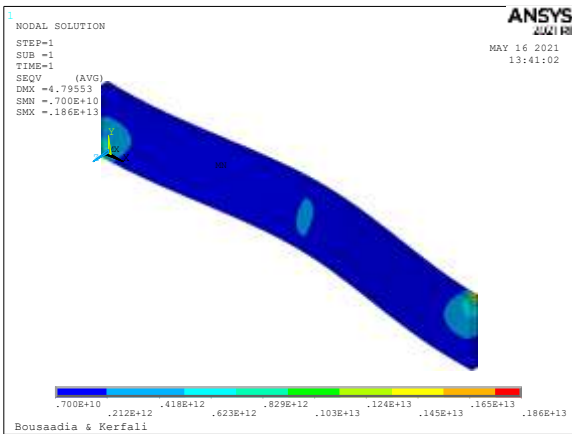
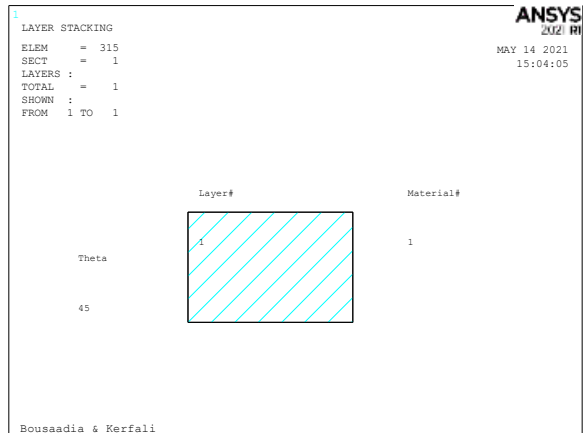
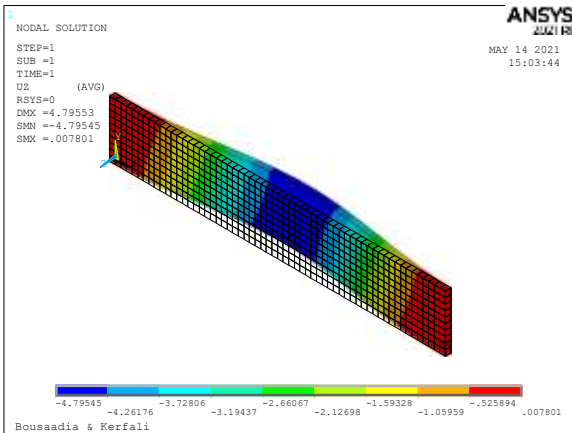
Figure III.12 : Diagramme des valeurs des flèches en fonction d'orientation des fibrées

La figure III.13 présente la flèche correspondante a nombres des couches dans la poutre unidirectionnelle.

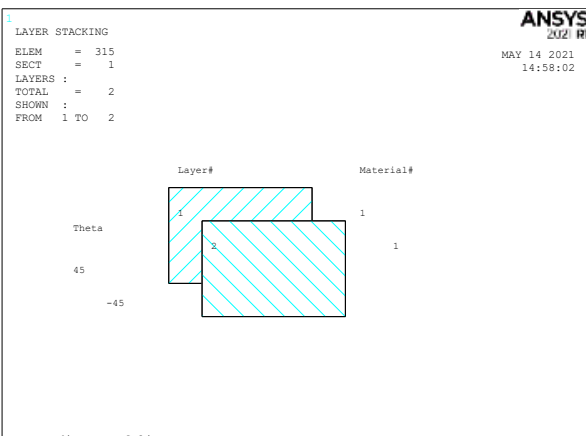
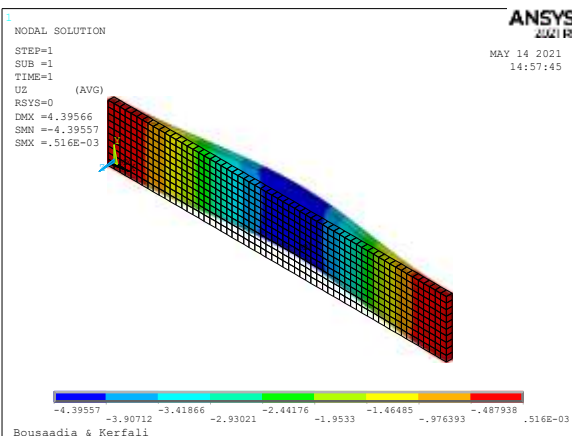
Le tableau III.5 montre les valeurs des flèches dans les différents nombres des couches.

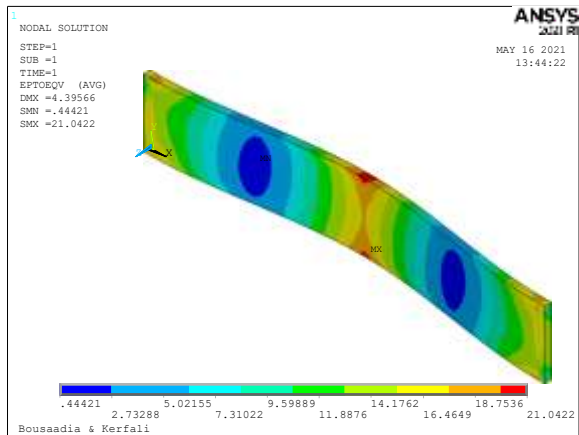
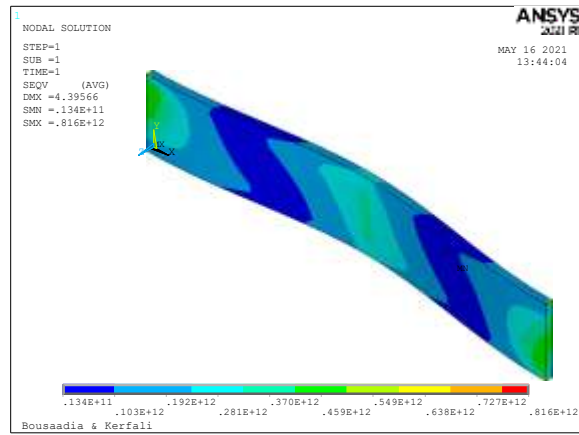
La figure III.14 présente le diagramme des valeurs des flèches en fonction de nombres des couches.

[45]



[45,-45]





[45,-45,45]

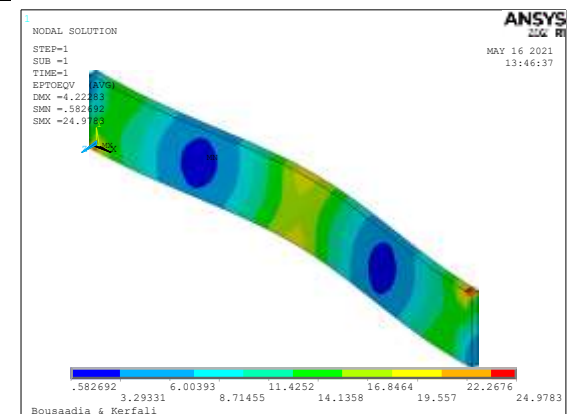
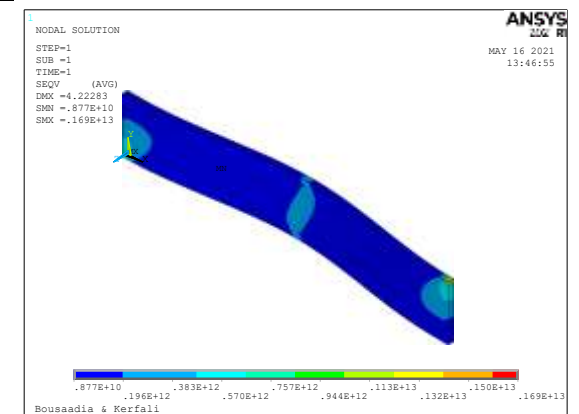
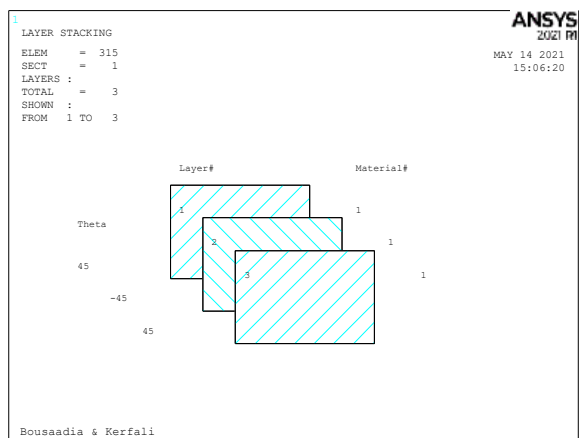
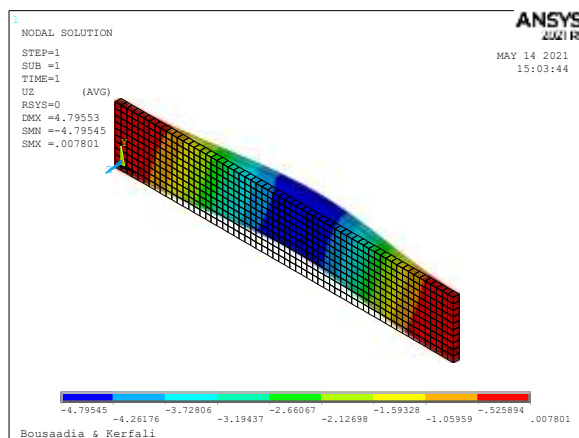


Figure III.13 : présente la flèche correspondante a nombres des couches dans la poutre unidirectionnelle

Tableau III.5 montre les valeurs des flèches dans les différents nombres des couches

Angles	[45]	[45,-45]	[45,-45,45]
Flèches (mm)	4.79545	4.39566	4.22275

Tableau III.5 : Valeurs des flèches dans les différents nombres des couches

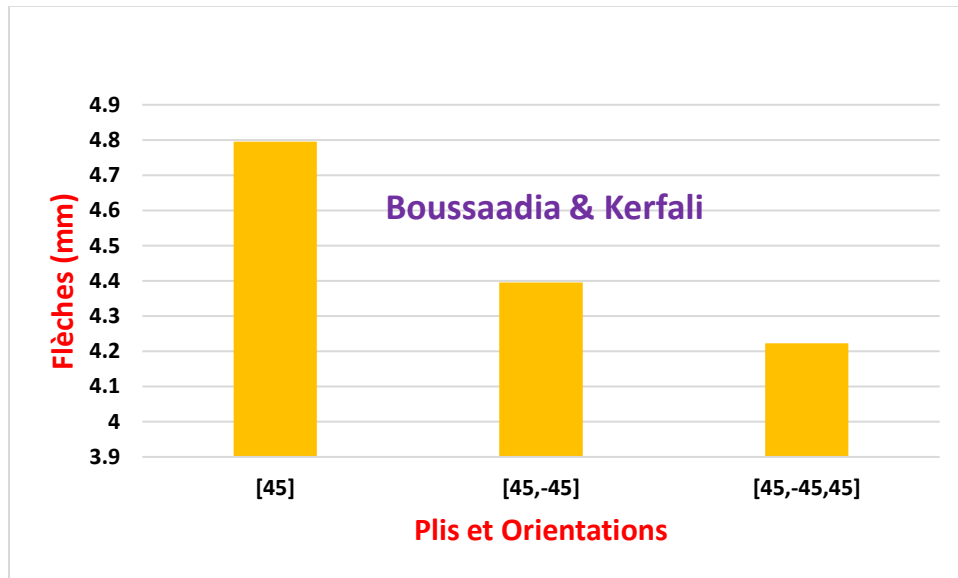
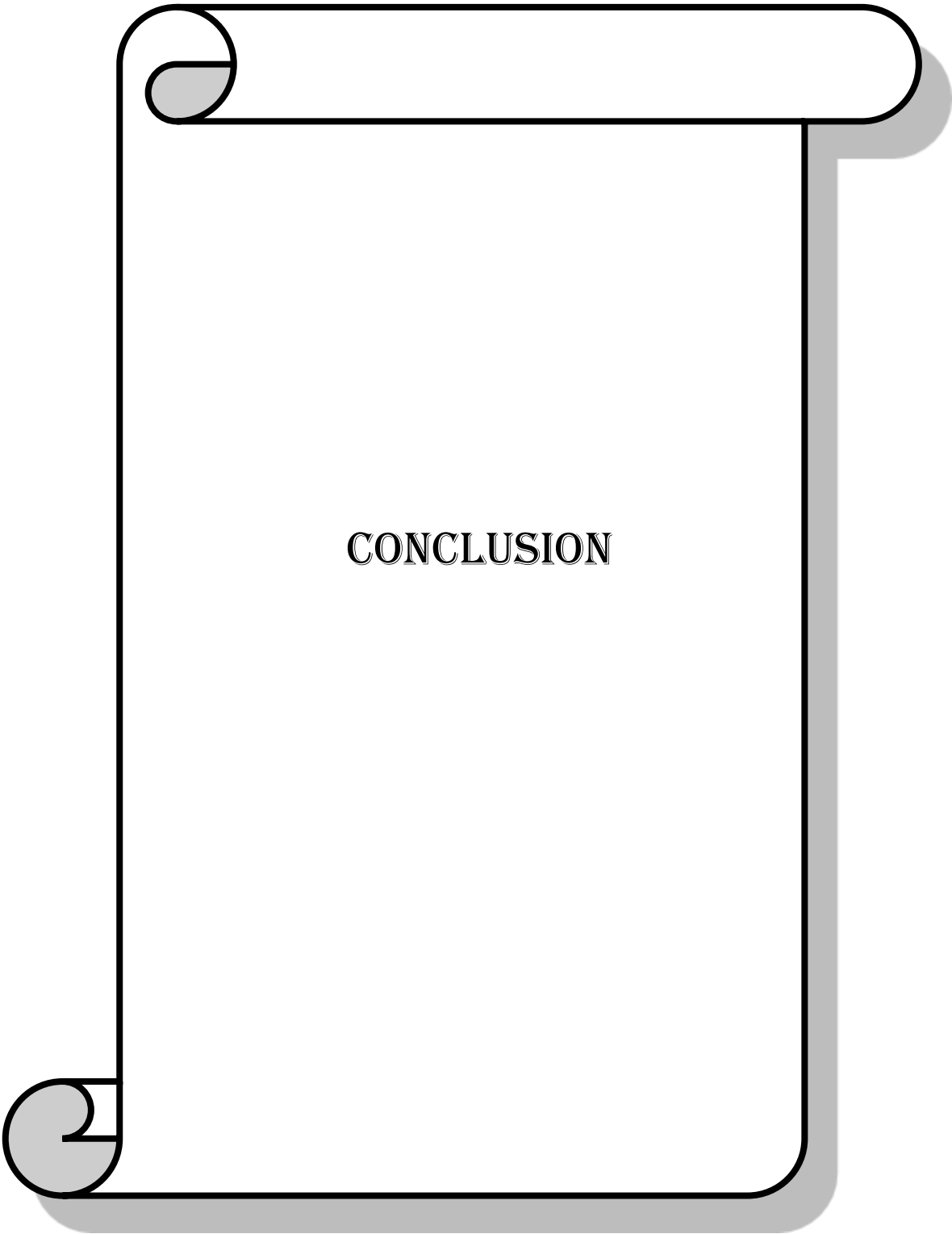


Figure III.14 : Diagramme des valeurs des flèches en fonction de nombres des couches

D’après l’analyse numérique par la simulation avec ANSYS apdl de flexion trois points les valeurs de déflexion maximale (La flèche) varient proportionnellement avec les valeurs de l’angle d’orientation (Diagramme de la figure III.12), et la grande valeur de la flèche (~7 mm) est correspondante avec la valeur de l’angle 60°.

Dans la deuxième étude les valeurs varient disproportionnellement avec le nombre des couches, et la grande valeur de la flèche (~4.8 mm) est correspondante avec le cas d’une seule couche.



CONCLUSION

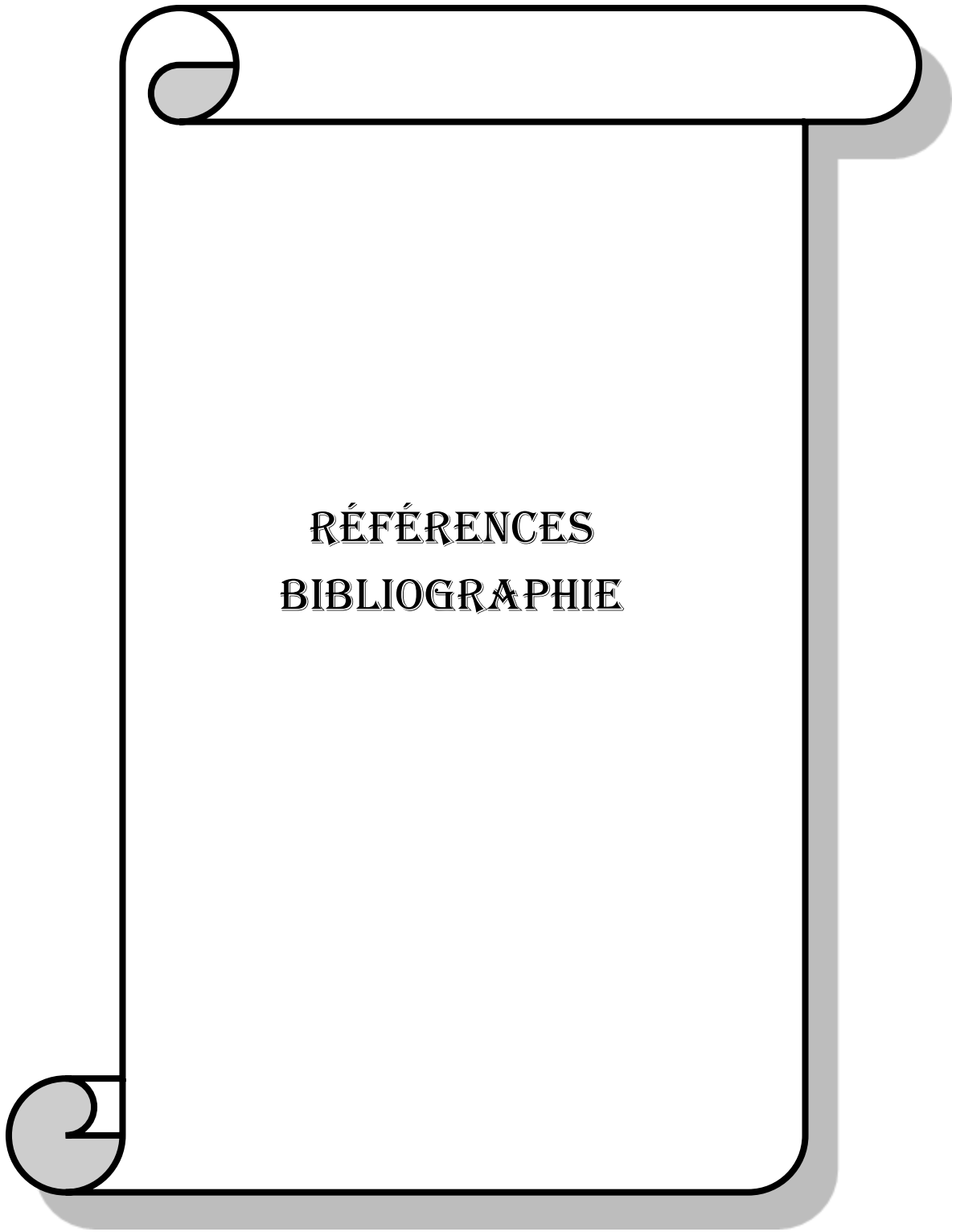
Conclusion

Conclusion

L'objectif principal de ce travail est de modéliser et simuler l'essai de flexion trois points pour un matériaux isotrope et orthotrope, cette étude permet d'avoir un comparatif entre les valeurs de la flèche en fonction d'orientation des angles des fibres et le nombres des couches.

La deuxième partie a été entaillée par une formulation théorique caractérisant les propriétés mécanique les matériaux composites, cette analyse a été basée sur la théorie d'élasticité des structures.

La dernière partie de ce mémoire a été sainte à deux applications pour valider les résultats théoriques de la flèche d'une poutre isotrope, et un exemple illustratif avec une étude paramétrique pour mettre en évidence les effets des orientations des fibres et nombres des couches sur la déflexion maximale (flèche) des poutres orthotropes unidirectionnelles.



RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIE

Références bibliographie

Références bibliographie

- [1] : Les matériaux composites, édité avec le concours de l'Éducation nationale, ANFA / Édition 2014.
- [2] : Mr. METTOUCHI LOTFI, Influence de la charge particule de cuivre et du renfort couches de fibres de verre sur le comportement mécanique d'un composite, Université Mouloud Mammeri.
- [3] : KAOUCHE Naima, prise en compte du vieillissement et de l'endommagement dans le dimensionnement de structures en matériaux composites, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, 2016.
- [4] : DJEBLOUN Youcef, étude de la rupture en mode I d'ouverture des matériaux composites, université mohamed khider biskra, 2004.
- [5] : HOREL François, modélisation analytique de l'amortissement des poutres composites sandwich contenant des couches viscoélastiques, UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL, 2013
- [6] : Belkacemi Chérifa, Etude expérimentale du comportement mécanique des stratifiés à renfort en matière végétale, université de Boumerdes, 2006.
- [7] : Jean-Marie Berthelot, Mécanique des Matériaux et Structures Composites, Le Mans, France
- [8] : Marc Blétry, Méthodes de caractérisation mécanique des matériaux, 2006
- [9] : B. JACQUOT, Propriétés mécaniques des Biomatériaux utilisés en Odontologie, Support de Cours, 2009.

Résumé

Les matériaux composites multicouches sont devenus très utilisés dans plusieurs domaines industriels, en l'occurrence : l'aéronautique, l'automobile, les constructions navals et le génie civil. L'utilisation de ce type de matériaux nécessite des études approfondies afin de mieux comprendre leur comportement.

A cet effet, il est indispensable de mettre en place des outils de modélisations numériques performants, tel que, la méthode des éléments finis, où dans les dernières décennies elle s'est montrée comme étant un outil numérique très robuste. Le travail présenté dans ce document a été réalisé dans le cadre d'une étude de recherche visant à simuler le comportement mécanique d'un matériaux composites carbone / époxy et un sandwich d'une d'Honeycomb Afin d'obtenir les données nécessaires à la modélisation par éléments finis, un essai de flexion visant à déterminer les propriétés mécaniques.

ملخص

أصبحت المواد المركبة متعددة الطبقات مستخدمة على نطاق واسع في العديد من المجالات الصناعية، في هذه الحالة: الطيران والسيارات وبناء السفن والهندسة المدنية. يتطلب استخدام هذا النوع من المواد دراسات متعمقة من أجل فهم سلوكهم بشكل أفضل. لهذا الغرض، من الضروري إعداد أدوات النمذجة الرقمية الفعالة، مثل طريقة العناصر المحدودة، حيث أثبتت في العقود الماضية أنها أداة رقمية قوية للغاية. تم تنفيذ العمل المقدم في هذه الوثيقة كجزء من دراسة بحثية تهدف إلى محاكاة السلوك الميكانيكي لمادة مركبة كربونية / إيبوكسية وشظيرة من قرص العسل من أجل الحصول على البيانات اللازمة لنمذجة العناصر المحدودة، وهو اختبار التدفق لتحديد الخواص الميكانيكية.