

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE

OPTION : ELECTROMECHANIQUE

Proposé et dirigé par : MR.TORKI ZOHIR

Présenté par : LAHOUASSA FAYÇAL, TABAKHI ABDELMALEK

Thème :

*Réglage de position de l'inducteur de sustentation magnétique
appliquée dans les systèmes de Maglev*

Résumé :

Le présent travail nous a permis d'aborder la lévitation qui est une technique faisant appel aux effets électromagnétique. Nous avons ciblé la mise en œuvre de cette technique par l'étude d'une structure en investissant essentiellement les fonctions de lévitation et de guidage par des électroaimants dont les armatures travaillent en attraction.

A cet effet, nous avons adaptés une approche analytique basée sur des modèles représentatifs pour le calcul des inductions et pour déterminer enfin les forces de lévitation et de guidage en fonction de l'entrefer entre l'armature mobile et l'armature fixe ainsi que le décalage entre ces dernières.

Le système de lévitation est de type EMS basé sur l'attraction commandé, pour ce faire on a étudié le problème de réglage de la position du système à sustentation magnétique.

Mots clés :

Lévitation magnétique, Sustentation magnétique, Maglev, Transrapid,
Dérivé de l'énergie magnétique.

SOMMAIRE

NOTATION

Page

INTRODUCTION GENERALE.....	1
-----------------------------------	----------

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LA LEVITATION MAGNETIQUE

I.1 Introduction a la lévitation magnétique.....	3
I.2 La lévitation par des aimants supraconducteurs.....	3
I.2.1 La supraconductivité.....	3
I.2.2 L'effet Meissner – Ochsensfeld.....	4
I.3 La lévitation par des courants induits.....	5
I.4 Le levitron.....	6
I.5 Lévitation par les électroaimants.....	7
I.6 Application de la lévitation magnétique.....	8
I.6.1 Le MAGLEV.....	8
I.6.2 Le MAGLEV sur rail.....	9
I.7 Les techniques adoptées dans les systèmes de MAGLEV.....	9
I.7.1 Le système de MAGLEV base sur la répulsion électrodynamique (EDS)...	10
I.7.1.1. Principe de fonctionnement	10
I.7.1.2 Technique de la lévitation.....	10
I.7.1.3. La propulsion du véhicule.....	11
I.7.1.4. Le guidage latéral.....	12
I.7.2. Le système de MAGLEV base sur la suspension magnétique (EMS).....	12
I.7.2.1 Principe de fonctionnement.....	13
I.7.2.2 Architecture de swiss-metro.....	14
I.7.2.3 contrôle vertical dans le système HSST.....	15
I.4.Conclusion	16

CHAPITRE II : APPROCHE ANALYTIQUE

II.1 Introduction.....	17
II.2 La méthode de la dérivée de l'énergie.....	17
II.2.1 Généralité.....	17
II.2.2 Calcul de la force magnétique.....	17
II.3 Etude de la structure électro-aimant en forme de U avec rail.....	19
II.4 MODELISATION DU SYSTEME.....	20
II.4.1 Description du système	20
II.4.2 Modèle simplifié.....	21
II.4.3 Présentation de l'allure des lignes du flux.....	22
II.4.4 Modèle avec flux de fuite	26
II.4.5 Modèle avec les effets de frange	28
II.5 La force latérale	29
II.6 Modèle électrique et dynamique.....	32
II.6.1 Modèle électrique	32
II.6.2 Modèle dynamique.....	32
II.7 Evaluation des forces en fonction des principaux paramètres.....	33
II.7.1 Les deux force en fonction de l'entrefer « δ » et le décalage « x ».....	33
II.7.2 La force de guidage et courant pour différent valeurs de l'entrefer « δ »...34	34
II.6. Conclusion	36

CHAPITRE III : GENERALITES SUR LA THEORIE DES SYSTEMES

III.1 Introduction.....	37
III.2 Généralités sur les systèmes non linéaires.....	37
III.2.1 Représentation d'un système automatique.....	37
III.2.2 Les systèmes linéaires.....	37
III.2.3 Nature des signaux d'entrée et de sortie.....	38
III.2.4 Structure de commande.....	38
III.2.4.1 Commande en boucle ouverte (BO).....	38
III.2.4.2 Commande en boucle fermée (B. F).....	38
III.2.5 Eléments fondamentaux des systèmes asservis.....	39
III.3 Représentation d'état des systèmes dynamiques	39
III.4 Régulation des systèmes.....	40

III.4.1 Les correcteurs	40
III.4.1.1 Correcteur proportionnel – intégral (PI).....	40
III.4.1.2 Correcteur proportionnel -dérive (PD).....	41
III.4.1.3 Correcteur PID	42
III.5 Performances d'un système asservi	42
III.6 Systèmes non linéaires	43
III.6.1 Classification de la non linéarité.....	43
III.7 Linéarisation des systèmes non linéaires	44
III.7.1 Modèle graphique	44
III.7.2 Modèle analytique	45
III.8 Technique de linéarisation par retour d'état.....	47
III.8.1 Rappels mathématiques	47
III.8.1.1 Gradient d'une fonction scalaire	47
III.8.1.2 Matrice de Jacobi d'une fonction	48
III.8.1.3 Dérivée de lie.....	48
III.8.2 Systèmes non linéaires multi entrée multi sorties (MIMO)	48
III.8.3 Principe de la technique de linéarisation par retour d'état.....	49
III.8.4 Notion de degré relatif	51
III.8.5 Dynamique des systèmes linéaires.....	53
III.9 Commande par retour d'état plus observateur	54
III.10. Conclusion.....	56

CHAPITRE IV : LA COMMANDE PAR RETOUR D'ETAT

IV.1 Introduction	57
IV.2 Analyse de commande.....	58
IV.2.1 Linéarisation de modèle de conduite.....	58
IV.2.2 Elaboration de schémas blocs.....	59
IV.2.3 Proposition d'une commande.....	61
IV.2.3.1 Système électro-aimant et rail.....	61
IV.2.3.2 Hacheur.....	62
IV.2.3.3 Capteur de position.....	63
IV.2.3.4 Système global.....	63
IV.2.4 Stabilité on correction proportionnel.....	63
IV.2.5 Représentation par variable d'état.....	65
IV.2.6 Application à l'électro-aimant	66
IV.2.7 Commandabilité et observabilité.....	67

IV.2.8 Retour d'état	68
IV.2.9 Observateur d'état.....	70
IV.3 Simulation et résultats	72
IV.4 Résultat de simulation.....	73
IV.5 Conclusion.....	74
CONCLUSION GENERALE.....	75
ANNEX.....	76
REFERENCE BIBLIOGRAPHIE.....	85

Table de figures

CHAPITRE I

Fig.I.1 Le Swissmetro.....	3
Fig.I.2. Effets Meissner.....	4
Fig.I.3 Aimant en lévitation au dessus d'une pastille supraconductrice.....	5
Fig.I.4 Exemple de lévitation d'un corps diamagnétique.	5
Fig.I.5 Le Lévitron.....	6
Fig.I.6 expérience de lévitation par électro-aimant Boule en sustentation.....	7
Fig.I.7 l'allure de la force en fonction de l'entrefer δ	8
Fig.I.8 : Principe de fonctionnements de Maglev.....	9
Fig.I.9 Technique de lévitation dans les systèmes de répulsion électrodynamique.....	10
Fig.I.10 : Technique de lévitation dans les systèmes EDS, cas de l'équilibre.....	11
Fig.I.11 : Technique de lévitation dans les systèmes EDS.....	11
Fig.I.12. Technique de propulsion dans les systèmes de répulsion électrodynamique.....	12
Fig.I.13. Technique de guidage latérale dans les systèmes de répulsion électrodynamique.....	12
Fig.I.14. Véhicule TRANSRAPID.....	13
Fig.I.15 : position de l'électro-aimant (a) sans excitation (b) avec excitation.....	13
Fig.I.16. Système de suspension magnétique (Le Transrapid).....	14
Fig.I.17 Coupe du véhicule SWISS METRO.....	15
Fig.I.18 principe de fonctionnement dans système HSST.....	15

CHAPITRE II

Fig.II.1 : L'électro-aimant en forme de "U" avec rail large plat.....	19
Fig.II.2 : L'électro-aimant en forme de "U" avec rail étroit plat.....	20
Fig.II.3 : L'électro-aimant en forme de « U » avec rail en forme « U ».....	20
Fig.II.4 : Dimension de l'électro-aimant avec rail.....	21
Fig.II.5 : Schéma magnétique équivalent d'un modèle simplifié.....	22
Fig.II.6: schéma électrique du bobinage de l'électro-aimant.....	22
Fig.II.7: Différents trajectoires de les lignes du flux.....	22

Fig.II.8: Variation de l'énergie magnétique en fonction du courant I (A).....	24
Fig. II.9: variation de l'énergie en fonction de l'entrefer δ (mm).....	24
Fig. II.10 : Equipotentiels de la force électromagnétique en fonction de l'entrefer et du courant en grandeurs relatives.....	26
Fig.II.11 présentation schématique de l'électro-aimant de sustentation magnétique avec flux de fuite.....	26
Fig.II.12 : schéma magnétique équivalent d'un électro-aimant avec flux de fuite.....	27
Fig.II.13 : présentation schématique de l'électro-aimant de sustentation magnétique avec flux de frange.....	28
Fig. II.14 : Schéma magnétique équivalent de l'électro-aimant avec flux de fuite et flux de frange.....	29
Fig. II .15 : distribution des lignes de champs lors d'un déplacement de l'électro-aimant par rapport au rail (a), perméances correspondantes (b).....	30
Fig.II.16 : l'inductance de système en 3D.....	31
Fig.II.17 : schéma bloc d'un EA de sustentation magnétique par attraction.....	33
Fig.II.18 : La force de lévitation et de guidage avec rail étroit plat	34
Fig.II.19 : La force de lévitation et de guidage avec rail en forme de "U".	34
Fig.II.20 : La force de guidage avec force de lévitation constante en fonction de " δ ", cas d'un électro-aimant en forme de "U" avec rail en forme de "U"	35
Fig.II.21 : Le courant d'alimentation avec force de lévitation constante en fonction de " δ ", cas d'un électro-aimant en forme de "U" avec rail en forme de "U".....	36

CHAPITRE III

Fig.III.1 : schéma fonctionnel d'un système automatique.....	37
Fig.III.2 : Structure de la commande en boucle ouverte.....	38
Fig.III.3 : Structure de commande en boucle fermée.....	39
Fig.III.4 : Schéma –bloc de la représentation d'état.....	40
Fig.III.5.A : correcteur PI, B : correcteur IP.....	41
Fig.III.6 : Les différents types de non linéarité.....	43
Fig.III.7 : principe de linéarisation autour d'un point de fonctionnement.....	45
Fig.III.8 : principe de linéarisation de long d'une trajectoire.....	46
Fig.III.9 : Structure retour d'état plus observateur.....	54
Fig.III.10 : diagramme structurel du retour d'état plus observateur.....	56

CHAPITRE IV

Fig.IV.1 : asservissement de sustentation magnétique.....	57
Fig.IV.2 : asservissement complet de la sustentation magnétique.....	58
Fig.IV.3 : Action de l'électro-aimant.....	59
Fig.IV.4 : modèle complet du système.....	61
Fig.IV.5 : l'allure du courant dans l'enroulement de l'électroaimant en sustentation.....	62
Fig.IV.6 : réponse indicielle de H_B (p).....	69
Fig.IV.7 : schéma de bloc de simulation de réglage par retour d'état.....	72
Fig.IV.8 : signal de position.....	73
Fig.IV.9 : signal de retour d'état.....	73
Fig.IV.10 : signale d'observation.....	74

ABREVIATIONS ET NOMENCLATURES

LIM	: Moteur linéaire à induction.
LSM	: Moteur linéaire synchrone.
Maglav	: Train à lévitation magnétique.
HSST	: High-speed surface technology.
EMS	: Electromagnétique suspension.
EDS	: Electro-dynamique suspension.
EA	: Electro-aimant.
$P_{\text{équi}}$: La perméance équivalente.
Fe-Si	: Alliage fer silicium.
$F_{\text{lév}}$: La force de lévitation magnétique.
F_{gui}	: La force de guidage latérale.
μ_r	: Perméabilité relative.
μ_0	: Perméabilité à vide.
$\mu_{\text{Fe-Si}}$: Perméabilité relative de l'alliage fer silicium.
μ_{acier}	: Perméabilité relative de l'acier.
P_{td}	: Les flux de fuites des têtes de l'acier.
P_{en}	: Les flux de fuites d'encoches.
P_c	: La perméance équivalente du circuit magnétique de l'électro-aimant.
P_r	: La perméance équivalente du circuit magnétique du rail.
P_{δ}	: La perméance équivalente dans l'entrefer.
P_{fr}	: La perméance équivalente des flux de frange.
δ	: L'entrefer entre l'armature fixe et l'armature mobile de l'électro-aimant.
X	: Le décalage latéral de l'armature mobile par rapport à l'armature fixe sur le rail.
Ψ	: Flux magnétique.
N	: Nombre de spires de la bobine d'excitation.
I	: Courant continu d'excitation.
U	: Tension continue aux bornes de la bobine d'excitation.
τ_e	: constante de temps électrique.
τ_m	: constante de temps mécanique.
A, B, C	: Matrices de modèle du système.

Introduction générale

La lévitation magnétique est une technique que permet la suspension d'objets par l'effet champ électromagnétique sans support mécanique.

Il y a plusieurs applications qui ont vu le jour dans les années 90 avec l'avènement d'aimants supraconducteurs, et les facilités de la commande introduite par l'électronique de puissance et les techniques de régulation qui ont contribué au développement des techniques de la lévitation magnétique. Elle a investi le système de transport terrestre (le maglev et le trans-rapide, suisse métro).

Notre travail consiste en une contribution à l'étude de la lévitation magnétique tout en faisant ressortir les différents éléments intervenant dans la conception de système de lévitation magnétique appliquée à la propulsion électromagnétique.

Dans notre travail, nous adoptons une démarche conceptuelle pour étudier les différents paramètres déterminant les performances d'un tel système. Elles concernent la force de lévitation et la force de guidage du corps à entraîner.

Les deux fonctions de lévitation et de guidage sont assurées par des électroaimants, formés par deux armatures l'une fixe, appelées rail et l'autre mobile. C'est sur cette dernière que s'exerce la force de lévitation traduite par une force d'attraction entre les deux armatures.

Dans notre démarche, nous avons procédé par une approche analytique appuyée par une étude faisant appel à l'outil théorique de commande et de conception électromagnétique, l'étude porte sur différents systèmes de lévitation, ces derniers se distinguent par la forme des deux armatures ferromagnétiques qui les constituent.

La démarche adoptée dans notre étude est traduite par les différents chapitres qui composent notre mémoire.

Dans le premier chapitre, présentons le principe de la lévitation magnétique tout en donnant un aperçu sur les différentes techniques permettant ce type de fonction. Les techniques sont appuyées par des exemples d'applications,

L'application de la technique de la lévitation au transport terrestre "LE MAGLEV".

Cette application est étudiée en analysant les systèmes qui mettent en œuvre la technique de lévitation avec le guidage tout en assurant la propulsion de véhicule.

Dans le deuxième chapitre, nous proposons une structure assurant les trois fonctions ; la lévitation, le guidage et la propulsion de l'objet avec une analyse fonctionnelle des différents éléments qui les composent, concerne l'approche théorique pour le dimensionnement de l'électroaimant de lévitation dont la forme et les dimensions sont fixées. Nous avons adopté la forme de "U" pour l'armature mobile de l'électroaimant, des modèles magnétique et électrique de cette dernière sont établis.

Le troisième chapitre nous a fait la théorie des systèmes. Dans ce qui nous introduit brièvement quelques généralités qui traitent l'étude des systèmes asservis linéaires continus et quelques notions avec un rappel mathématique qui traitent l'étude des systèmes non linéaires.

Le quatrième chapitre on a fait la commande de lévitation magnétique. Est pour cela on a choisies la commande par retour d'état.

I.1 INTRODUCTION A LA LEVITATION MAGNETIQUE

En physique, la lévitation est une technique permettant de soustraire un objet soumis à l'action de la pesanteur par l'intermédiaire des différents procédés électrostatique et électrodynamique [1].

La lévitation du Swiss-metro est complexe car, à part le déplacement du train, tous les degrés de liberté est instable. Plus concrètement, sans un contrôle très précis de tous les électroaimants servant à sa sustentation, le train à une forte tendance naturelle à venir se coller à son rail.



Fig.I.1 : Le Swissmetro.

Lorsque nous cherchons à faire léviter un objet, obtenir sa stabilité relève d'un véritable casse-tête. Il suffit de prendre deux aimants en répulsion et tenter de les faire tenir l'un au-dessus de l'autre. Nous arrivons aisément à obtenir un équilibre, mais cet équilibre est instable. En 1839 S. Earnshaw a démontré qu'une particule polarisée ne pouvait être stable dans un champ statique. Son théorème a depuis été étendu aux dispositifs à aimants et comprenant des matériaux ferromagnétiques [2].

Un autre procédé peut être assurer la lévitation magnétique consiste à utiliser un matériau diamagnétique. Contrairement à un matériau ferromagnétique qui conduit les lignes de champ, un matériau diamagnétique les repousse.

I.2 LA LEVITATION PAR DES AIMANTS SUPRACONDUCTEURS

I.2.1 La supraconductivité

La supraconductivité est la capacité qu'ont certains métaux à transporter un courant électrique sans dissipation d'énergie par effet Joule. La résistance électrique du matériau est donc nulle.

Ce phénomène a été découvert en 1911 par le physicien hollandais **ONNES** qui avait refroidi du mercure à 4 K (-269 °C) dans l'hélium liquide. En 1933, **MEISSNER** et **OSCHENFELD** ont découvert qu'un matériau en état de supraconduction opposait un champ magnétique très puissant à un champ magnétique extérieur auquel il était soumis [3].

I.2.2 L'effet Meissner – Ochsenfeld

En 1933, Meissner et Ochsenfeld ont découvert une propriété supplémentaire des supraconducteurs: l'effet Meissner. Ils ont montré que les supraconducteurs, pour une température (T) inférieure à T_C , possèdent non seulement une résistance électrique nulle mais également un comportement de diamagnétique idéal. En d'autres termes, cela signifie qu'en dessous de T_C , les supraconducteurs sont imperméables aux champs magnétiques (H). L'effet Meissner constitue la base du phénomène de lévitation magnétique [3].

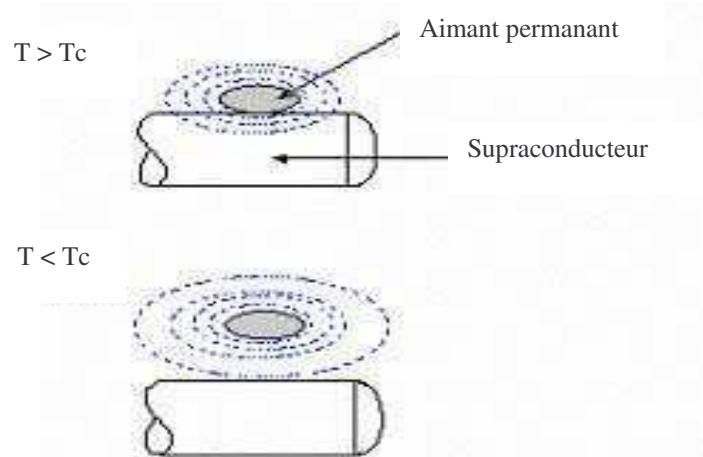


Fig.I.2 : Effets Meissner

On peut considérer le supraconducteur comme un diamagnétique puisque les courants induits en son sein engendrent un flux qui s'oppose au flux qui les a créés. Il est ainsi possible de faire léviter un aimant au-dessus d'une pastille supraconductrice figure (I.3).



Fig.I.3 : Aimant en lévitation au dessus d'une pastille supraconductrice.

Au Japon, un train expérimental plane à une vitesse de 400 km/h sur des bobines supraconductrices. Malheureusement pour fonctionner, un supraconducteur doit être refroidi à l'azote ou à l'hélium liquide, ce qui engendre un surcroît de complexité.

L'expérience la plus spectaculaire reste la lévitation d'un animal figure (I.4), dans un champ magnétique. En effet, contrairement à l'idée reçue, tout être vivant est légèrement diamagnétique. Soumis à un gradient de champ intense (sous 18 T) nous pouvons donc tous léviter. Un parc d'attraction pourrait investir dans des bobines supraconductrices géantes capables de nous faire voler [4].



Fig.I.4 : Exemple de lévitation d'un corps diamagnétique.

I.3 LA LEVITATION PAR DES COURANTS INDUITS

Un autre moyen de détourner le théorème d'Earnshaw, et d'obtenir une lévitation stable, consiste à utiliser des champs alternatifs. Prenons l'exemple d'une bobine en lévitation (flotte) au dessus d'une plaque en cuivre.

Le principe est le même que celui du moteur à induction :

- la bobine crée un champ alternatif,
- le champ pénètre dans la plaque de cuivre,
- des courants sont induits dans la plaque,
- ces courants, soumis au champ magnétique, subissent la force de Laplace et soulèvent la bobine.

L'inconvénient majeur de cette méthode vient de la puissance importante qu'il est nécessaire de fournir à la bobine. Cette puissance engendre un échauffement important de la partie conductrice (cuivre) et de la bobine. Pour cette raison cette méthode n'est utilisée de manière industrielle que dans des fours à induction. En effet, lorsque le matériau conducteur à chauffer est soumis à des champs variables, il se crée en son sein une force qui a tendance à le

Repousser loin de l'inducteur. Ceci permet de ne pas avoir de contact entre le métal en fusion et le creuset qui risque de le polluer.

I.4 LE LEVITRON

Pour cela il n'est pas utile d'avoir un champ intense, un supraconducteur ou des courants induits. Nous utilisons juste l'effet gyroscopique [5]. C'est ainsi que nous pouvons trouver dans le commerce, des toupies capables de tourner quelques minutes à plusieurs centimètres au-dessus d'un socle magnétique, la lévitation est assurée grâce au mariage des effets magnétiques et gyroscopique figure (I .5).



Fig.I.5 : Le Lévitron.

Ce type de suspension est donc très simple à mettre en œuvre mais à deux inconvénients :

- l'équilibre obtenu n'est pas très stable.
- la partie suspendue doit obligatoirement être en rotation.

Enfin, il existe un moyen d'obtenir la lévitation d'un objet avec uniquement deux aimants.

I.5 LEVITATION PAR LES ÉLECTROAIMANTS

Si l'on considère maintenant les électroaimants, aucune différence par rapport aux aimants permanents. Lorsqu'on oppose deux électroaimants puissants dont les champs magnétiques sont contraires, on obtient bien une lévitation très nette, mais il reste toujours un problème de stabilité. Il est donc ici également nécessaire de contrôler cette lévitation.

Pourtant, ce système est tout de même utilisé, et l'on ne peut que citer l'exemple de la boule en sustentation au-dessous d'une bobine figure (I.6), Et l'exemple du train en sustentation magnétique en allemand, le Transrapid qui lévite grâce à des forces d'attraction commandées développées par des électro-aimants.

L'expérience la plus populaire sur la lévitation magnétique est l'expérience de lévitation d'une boule en acier [6], où la boule lévite dans l'air de quelques millimètres au-dessous d'un électro-aimant. Le champ électromagnétique de cette bobine est électroniquement commandé pour créer une force magnétique d'attraction compensant le poids de la boule et pour la tenir en position stable.

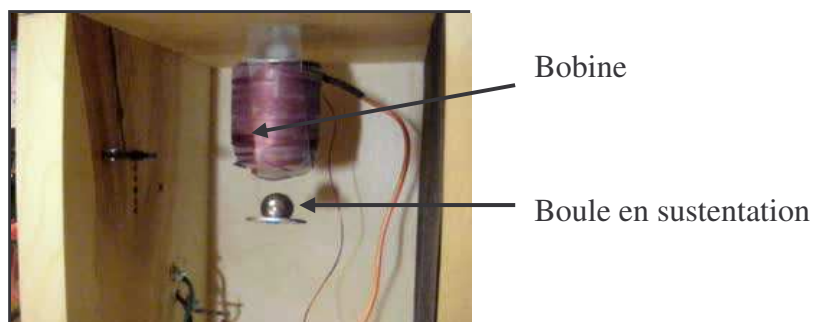


Fig.I.6 : expérience de lévitation par électro-aimant (Boule en sustentation).

La force magnétique pour compenser le poids de la boule est donnée par :

$$F_{\text{mag}} = K \frac{I^2}{\delta^2} \quad (\text{I.1})$$

Où

I : est le courant qui alimente l'électro-aimant ;

δ : est l'espace entre la boule et l'électro-aimant ;

K : constant.

L'équation de dynamique de sustentation est donné par :

$$F_{\text{mag}} - F_{\text{mg}} = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (\text{I.2})$$

La force est diminuée lorsque la distance entre la bobine et la boule augmente, comme montrée sur la figure (I.7).

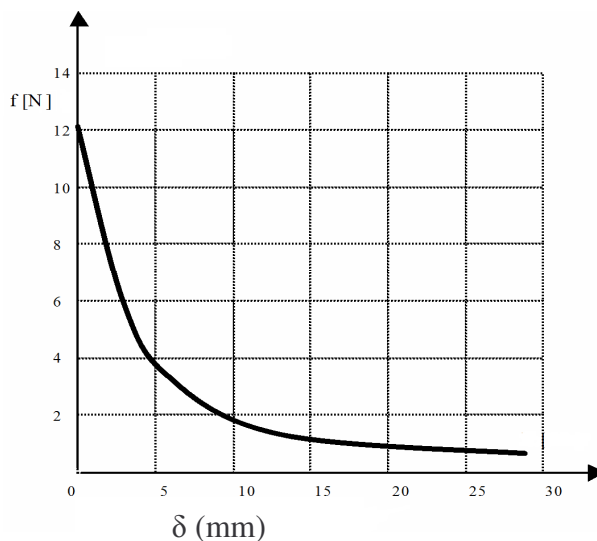


Fig.I.7 : l'allure de la force en fonction de l'entrefer " δ ". [7]

I.6 APPLICATION DE LA LEVITATION MAGNETIQUE

On peut citer quelques applications industrielles de la lévitation magnétique :

I.6.1 LE MAGLEV

Le MagLev (Magnétique lévitation train) fut un rêve depuis longtemps pour les ingénieurs, il combine les aimants supraconducteurs et la technologie de moteur linéaire, pour assurer un fonctionnement parfait à vitesse élevée, avec grande sûreté et fiabilité.

Le MagLev est un système dans lequel le véhicule fonctionne en lévitation sur une voie de guidage en employant des forces électromagnétiques, pour la propulsion et la lévitation, par l'intermédiaire des différents procédés électrostatique et électrodynamique.

Il y a réellement deux systèmes qui sont fonctionnels: le Maglev Japonais (Magnetic lévitation train), et le TransRapid allemand (système de transport rapide allemand) [8].

I.6.2 Le Maglev sur rail

Son fonctionnement est basé sur un principe très simple : deux pôles magnétiques semblables se repoussent tandis que deux pôles magnétiques contraires s'attirent.

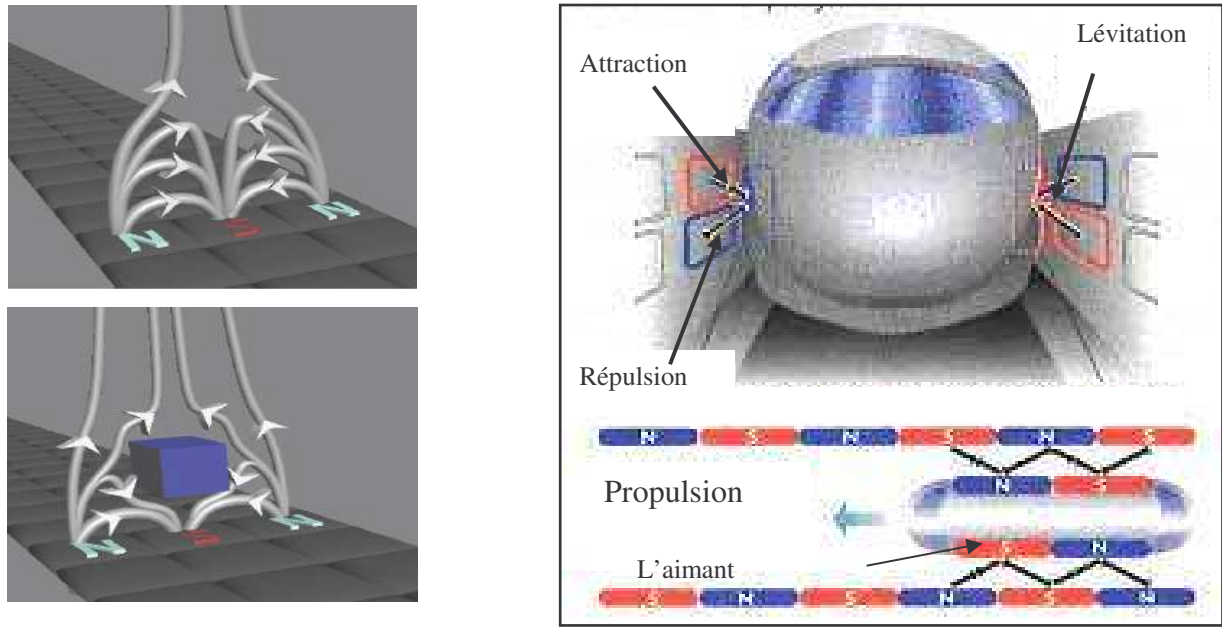


Fig.I.8 : Principe de fonctionnements de Maglev.

Ainsi, le système a besoin d'une grande source de courant électrique pour alimenter des électroaimants afin de créer le champ magnétique nécessaire à la lévitation.

Sur la base du train, des électroaimants sont installés pour lui permettre d'être soulevé au-dessus des rails métalliques à une distance d'environ 10 cm.

I.7 LES TECHNIQUES ADOPTEES DANS LES SYSTÈMES DE MAGLEV

Afin de permettre au MagLev d'entrer en lévitation et d'être propulsé, les ingénieurs disposent de deux méthodes de propulsion avec lévitation magnétique [9].

Il existe deux procédés pour assurer les fonctions de la lévitation et de la propulsion dans le MagLev, il s'agit la répulsion électrodynamique (EDS) et le suspension magnétique (EMS).

I.7.1 Le système de MagLev basé sur la répulsion électrodynamique (EDS)

I.7.1.1. Principe de fonctionnement

La répulsion électrodynamique est basée sur la répulsion entre les éléments embarqués sur le train et des plaques conductrices (ou des bobines court-circuitées) situées sur la voie de guidage figure (I.8), l'avantage de ces bobines est de réduire la puissance dissipée.

L'entrefer (la distance sol train) peut être égale 10 cm si les aimants supraconducteurs sont suffisamment puissants.

Pour bien expliquer le principe de MagLev, on y décrit trois principes fondamentaux qui assurent la fonction de MagLev.

I.7.1.2 Technique de la lévitation

Les enroulements en forme de huit a la particularité de créer deux pôles Nord et sud. Ces polarités sont créés par les courants induits qui y circulant lors du passage de l'aimant supraconducteur.

La lévitation est assurée par un doublet effet d'interaction entre l'aimant supraconducteur et l'enroulement " 8 ". Il s'agit d'une répulsion et une attraction verticale simultanément figure (I.9), cette double action verticale permet de maintenir le véhicule en position d'équilibre de lévitation. [10].

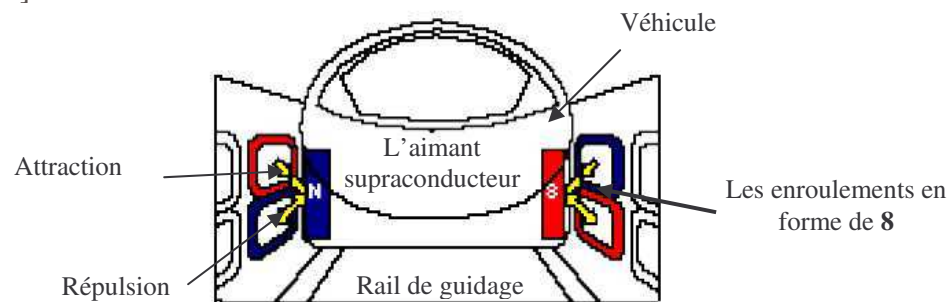


Fig.I.9 : Technique de lévitation dans les systèmes de répulsion électrodynamique

Phase A

À l'état d'équilibre ; les deux flux produits par le circuit huit sont égaux, et la somme de ces Flux est nulle, donc Force de attraction = Force de répulsion, et maintenir le véhicule en lévitation stable à distance de 10 cm [11].

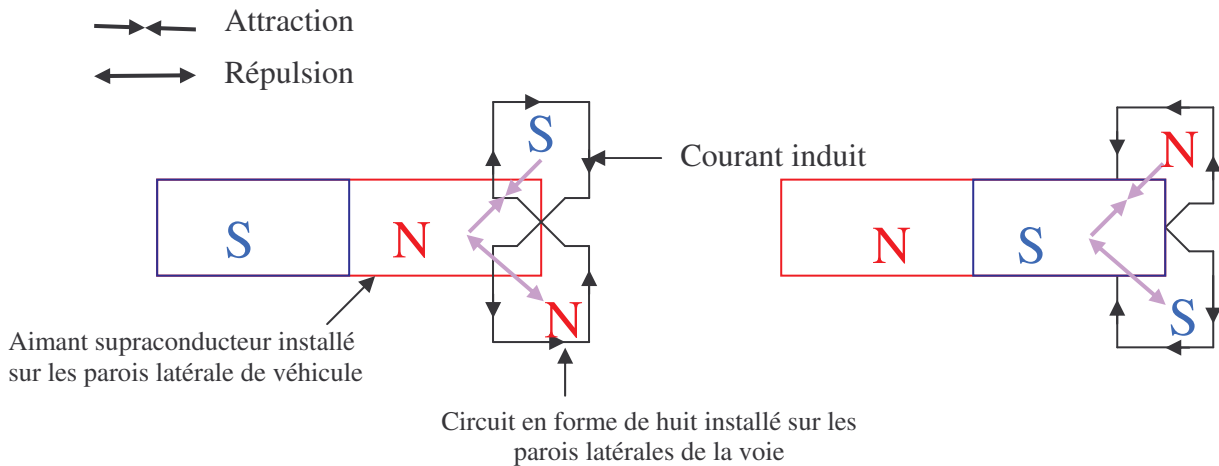


Fig.I.10 : Technique de lévitation dans les systèmes EDS, cas de l'équilibre.

Phase B

Lorsque le véhicule soumis a la force de pesanteur, il faut noter que toujours le chariot de véhicule cherche à la basse position de la position d'équilibre.

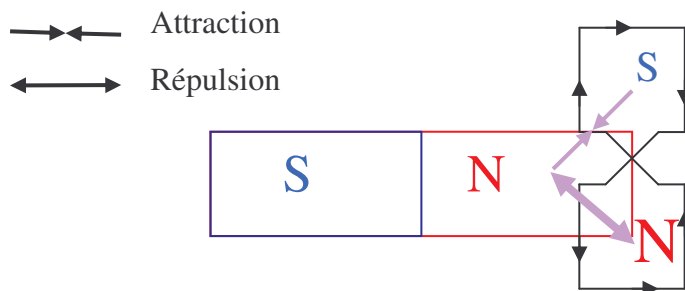


Fig.I.11 : Technique de lévitation dans les systèmes EDS

Cas de décalage le véhicule vers le bas.

I.7.1.3. La propulsion du véhicule.

Les enroulements de propulsion situés sur les parois latérales des deux côtés de la voie de guidage figure (I.12) sont alimentées par courant alternatif triphasé, créant un champ magnétique glissant sur la voie de guidage. Une force répulsive et une force d'attraction induite entre les aimants supraconducteurs sont responsables de la propulsion du véhicule.

Les aimants de supraconducteurs à bord, sont attirés et poussés par le champ glissant pour propulser le véhicule de MagLev. IL s'agit d'un fonctionnement similaire à celui du LSM [8].

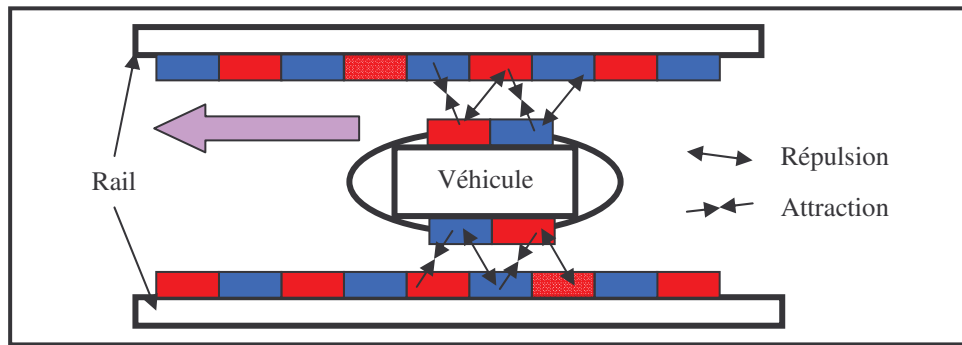


Fig.I.12 : Technique de propulsion dans les systèmes de répulsion électrodynamique.

I.7.1.4. Le guidage latéral

L'interaction de l'aimant supraconducteur avec les enroulements en forme de '8' se traduit aussi par une action latérale qui assure le guidage du véhicule le long de la voie. Cette force de guidage est produite par la composante horizontale de l'induction magnétique résultant de la réaction des enroulements [11].

Les références [11] et [12] contiennent la conception et la modélisation des deux techniques.

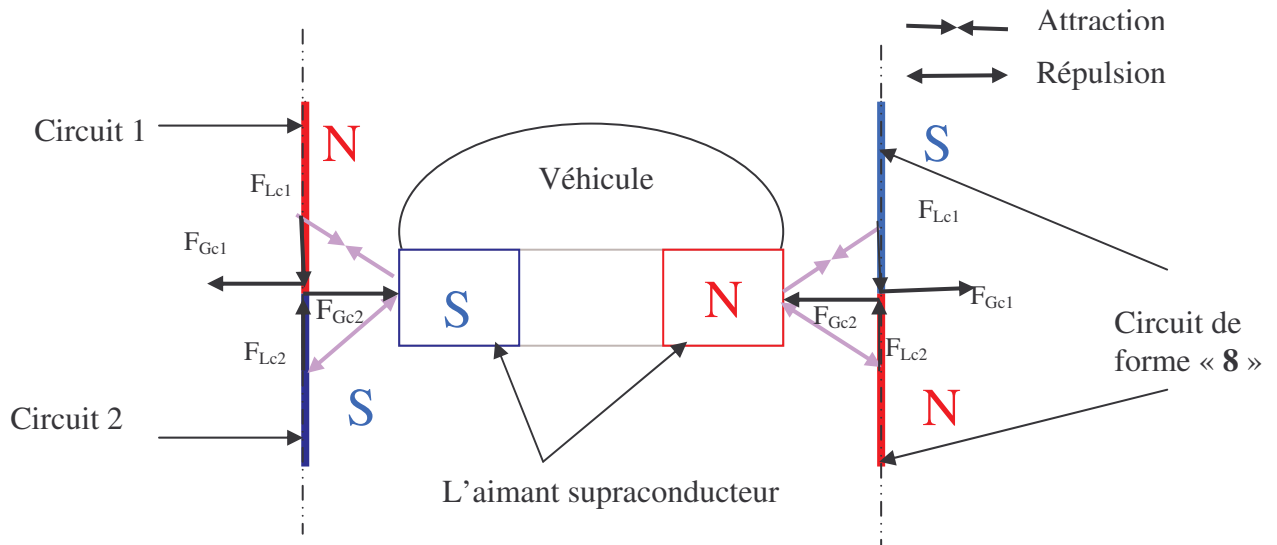


Fig.I.13 : Technique de guidage latérale dans les systèmes de répulsion électrodynamique.

I.7.2. Le système de MagLev basé sur la suspension magnétique (EMS)

Une autre architecture [13] figure (I.14) de MagLev est proposée qui assure donc :

- La lévitation magnétique ;
- La propulsion ;
- Le guidage.

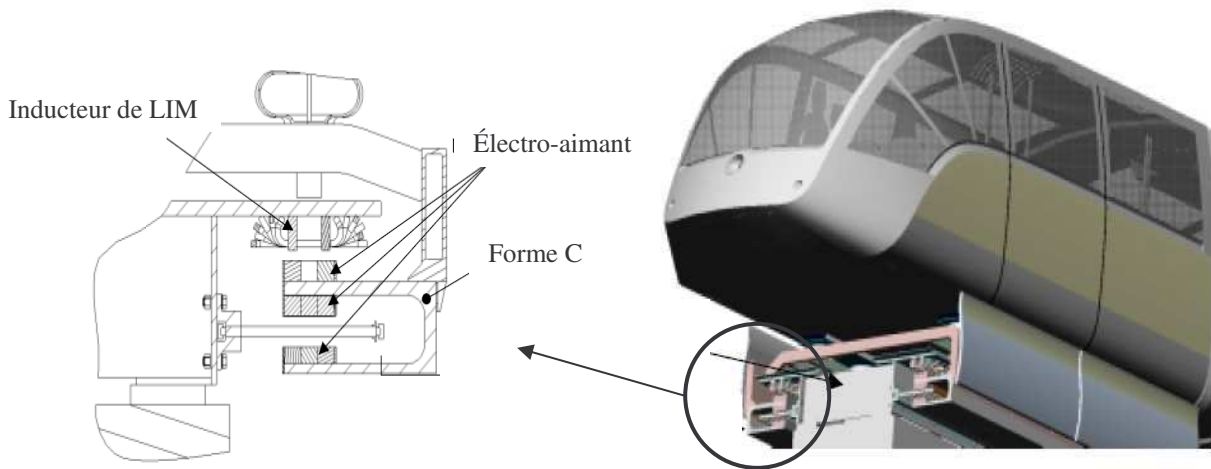


Fig.I.14 : Véhicule TRANSRAPID [13].

Ce type de système est composé de :

- **Electro-aimants** : Ils sont commandés électroniquement, et sont placés sur les deux cotés du véhicule.
- **Chariot solidaire au véhicule** : ce chariot est maintenu en sustentation grâce à des électro-aimants qui les portes. La partie du circuit magnétique qui solidaire au rail de guidage (armature plat) assurant la fermeture du flux.

Le chariot comporte plusieurs modules assurant la lévitation, le guidage, la propulsion. Chaque module est compose de quatre électro-aimants [13].

I.7.2.1 Principe de fonctionnement

Au repos, quand les électro-aimants ne sont pas excités le chariot qui porte le véhicule repose sur le rail. Par contre il est soulevé après excitation des électro-aimants.

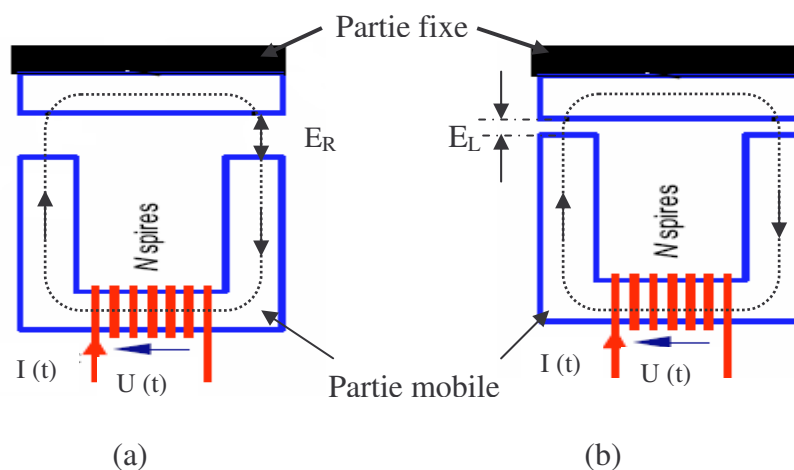


Fig.I.15 : Position de l'électro-aimant (a) sans excitation (b) avec excitation.

La lévitation du chariot est traduite par la valeur de l'entrefer entre le corps principal de l'électro-aimant et le circuit de fermeture de flux magnétique.

Cet entrefer de lévitation (E_L) qui est moins important que celui correspondant au repos (E_R) est de l'ordre de 10mm.

On représenté un système de sustentation magnétique, appliquée à la traction électrique en allemand (le Transrapid) figure (I.16).

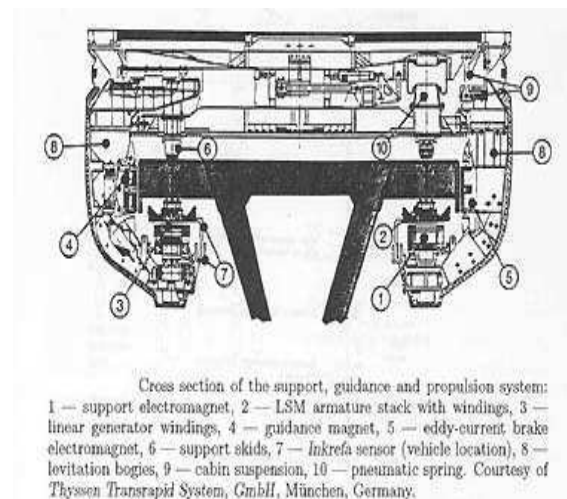
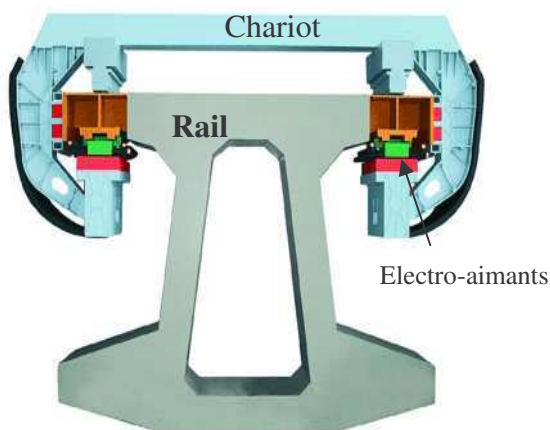


Fig.I.16. Système de suspension magnétique (Le Transrapid).

I.7.2.2 Architecture de SWISS-METRO

Dans le cas d'un objet en lévitation dans un champ magnétique, c'est à dire flottant sans contact, les efforts doivent être générés et contrôlés suivant les six degrés de liberté. Soit trois translations (T_x , T_y , T_z) et trois rotations (R_x , R_y , R_z). Prenons l'exemple du projet SWISSMETRO un train en sustentation magnétique dans un tunnel sous vide figure (I-1). Dans ce projet, les concepteurs doivent gérer le roulis, le tangage, le lacet, la hauteur et la position latérale du train. Le sixième degré de liberté correspond au déplacement du train, géré par un moteur linéaire.

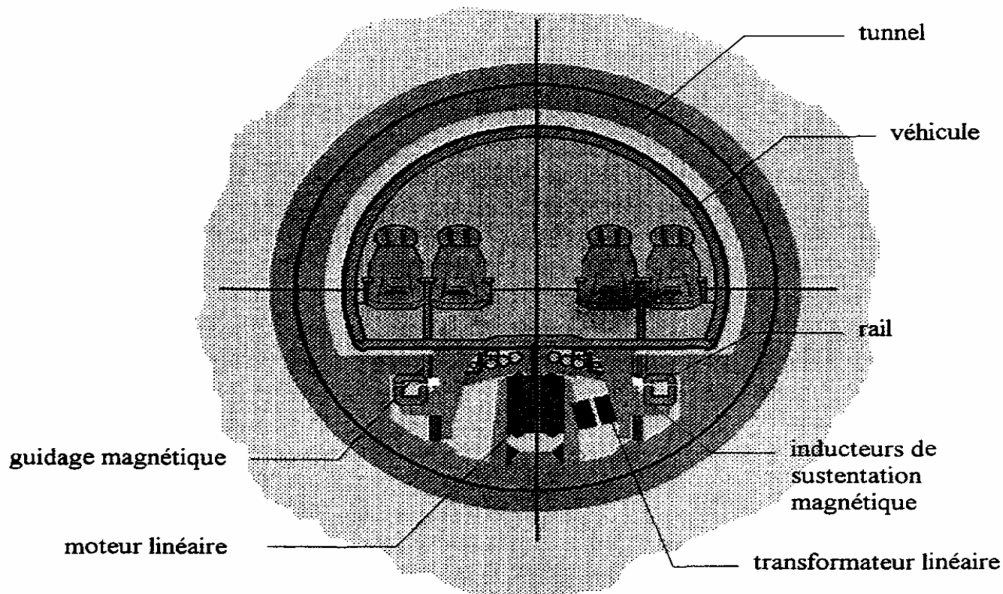


Fig.I.17 : Coupe du véhicule SWISS METRO.

I.7.2.3. CONTROLE VERTICAL DANS LE SYSTEME HSST

Le HSST utilise un capteur de proximité inductif qui mesure la distance entre l'enroulement d'aimant et le rail figure. I 18.

A l'aide du signal issu du capteur de proximité, le HSST utilise un régulateur PID (proportionnel, intégral, dérivé) afin de stabiliser la suspension verticalement. La forme particulière du rail (voir la annexe II) assure le guidage latéral [14]

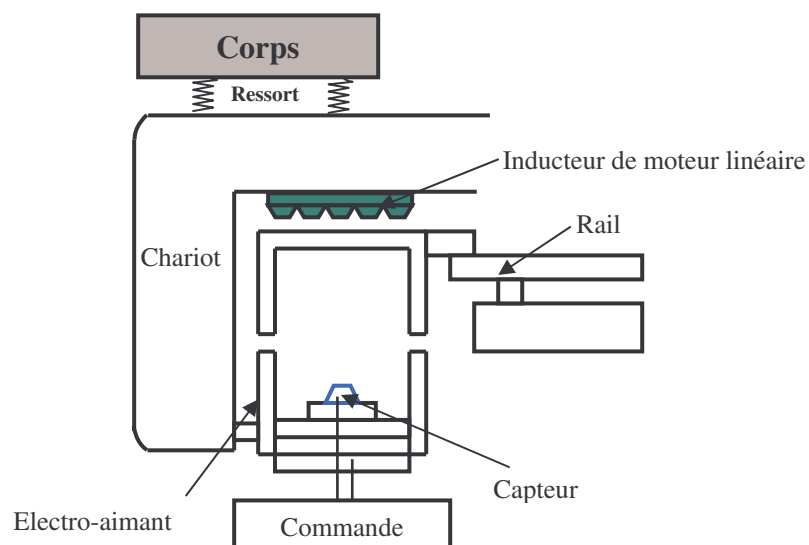


Fig.I.18 : Principe de fonctionnement dans système HSST.

I.8. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenter des généralité sur les nouveaux systèmes qui utilise la lévitation magnétique dans la traction électrique comme "TRANSRAPID , MAGLEV", l'avantage de ces systèmes reste toujours la propulsion avec des vitesses élevées sans contact mécanique entre la roue et le rail.

L'utilisation des aimant supraconducteur dans les systèmes « EDS », assurée la stabilité faible de l'objet en lévitation, mais il est besoin d'un autre dispositifs pour le refroidissement de supraconducteur (coûteuse et difficile à installer)

Le système "EMS" étaler que il y a une possibilité de réalisée la lévitation dans la traction électrique par des moyen simple via une structure de commande fiable, mais avec difficulté de la stabilisation de l'objet en lévitation (1 cm).

II.1 INTRODUCTION

La modélisation constitue la première étape dans l'étude de tout système électromécanique. De l'établissement d'un modèle théorique valide, dépendra le bon déroulement de toutes les parties ultérieures de l'étude qui consistent, entre autres, à choisir la structure de réglage adéquate.

Le choix d'un modèle capable de se rapprocher le plus possible du comportement réel du système à étudier, se fait très souvent de façon itérative. On commence d'abord par établir les méthodes de modélisation. Parmi celles-ci, on retiendra les méthodes qui sont le mieux adaptés au problème, et qui nécessiteront un temps de développement acceptable. Vient ensuite la partie de simulation qui permettra de confronter la théorie aux résultats obtenus par des essais pratique sur un prototype de laboratoire, on prend l'étape de modélisation avec des hypothèses de départ plus restrictives, ce qui aura pour conséquence d'augmenter la complexité du modèle.

II.2 LA METHODE DE LA DERIVEE DE L'ENERGIE

II.2.1 Généralité

Le calcul par la méthode de la dérivée de l'énergie magnétique nécessite l'établissement d'un schéma magnétique équivalent du système. Ceci se fait aisément par décomposition du circuit magnétique en plusieurs perméances montées en série ou en parallèle. Outre sa simplicité, cette méthode présente l'avantage de pouvoir tenir compte de la saturation magnétique [15]. Celle-ci peut avoir une influence non négligeable dans les grands électro-aimants ou des courants élevés sont en jeu, ainsi que dans les petits électro-aimants où les sections de fer sont petites.

II.2.2 Calcule de la force magnétique

L'objectif est établir un modèle électrique et un modèle de conversion électromécanique du dispositif. Concernant la partie électrique du problème, la mise en équation est triviale puisque la tension V aux bornes de la bobine peut s'écrire

$$V = Ri + \frac{d\psi}{dt} \quad (\text{II.1})$$

Conformément à la loi d'ohm, et la loi de Faraday où ψ est le flux total dans la bobine. Or, dans le cas d'un fonctionnement linéaire (circuit magnétique non saturé),

Nous pouvons introduire la notion d'inductance L de la bobine, Telle que :

$$\psi = LI \quad (\text{II.2})$$

Le circuit magnétique étant déformable, il est évident que l'inductance " L " varie avec la position à l'électro-aimant par rapport en rail. Et donc, du point de vue électrique, la caractérisation du système consiste à évaluer l'inductance " L " pour différentes positions de l'électro-aimant.

En suite, du point de vue électromécanique, l'objectif de la modélisation est de calculer les forces exercées par l'électroaimant sur la rail en fonction des Grandeurs électriques (conversion d'énergie électrique en énergie mécanique). Cet aspect peut être étudié par la méthode des travaux virtuels. Celle-ci repose sur un bilan de puissance instantanée dans le système (pour lequel nous éliminons les pertes Joule en considérant la tension ($v_0 = v - Ri$)).

Soient dW_{elec} la variation infinitésimale d'énergie électrique apportée au système par la bobine, dW_{elec} la variation d'énergie magnétique et dW_{meca} la variation d'énergie mécanique, on peut écrire :

$$dW_{\text{elec}} = dW_{\text{mag}} + dW_{\text{meca}} \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$$\begin{cases} dW_{\text{elec}} = v_0 i dt \\ dW_{\text{meca}} = F_{\text{mag}} dz \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

Et en notant que :

$$v_0 dt = d\psi \quad (\text{II.5})$$

Il vient :

$$i d\psi = dW_{\text{mag}} + F_{\text{mag}} dz \quad (\text{II.6})$$

A partir de cette relation nous obtenons une première expression de la force F_{mag} :

$$F_{\text{mag}} = - \left. \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial z} \right|_{\psi=C^{\text{TS}}} \quad (\text{II.7})$$

L'exploitation de cette relation est problématique car il est difficile de maintenir le flux ψ constant. La recherche d'une autre expression plus facilement utilisable passe par l'introduction de la notion de co-énergie magnétique, complémentaire de l'énergie dans le plan (i, ψ). La co-énergie magnétique est un outil de calcul qui na aucun sens physique [16].

$$\text{Alors :} \quad W_{\text{mag}} + W'_{\text{mag}} = \psi i \quad (\text{II.8})$$

La différentielle de cette expression est calculée comme suite:

$$dW_{\text{mag}} + dW'_{\text{mag}} = d\psi + id\psi \quad (\text{II.9})$$

A partir de ce résultat, nous pouvons récrire la relation :

$$dW'_{\text{mag}} = \psi di + F_{\text{mag}} dz \quad (\text{II.10})$$

Et ceci nous permet d'établir une deuxième expression de F_{mag} :

$$F_{\text{mag}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial z} \right|_{i=c^{\text{st}}} \quad (\text{II.11})$$

Cette forme est intéressant car elle s'applique pour un courant constant et que cette condition est vérifiée puisque nous imposons une densité de courant constant dans le bobinage pour la simulation [16].

II.3 ETUDE DE LA STRUCTURE ELECTRO-AIMANT EN FORME DE U AVEC RAIL

Il est à noter que la forme du rail et la structure de l'électro-aimant régissent le comportement dynamique du système ainsi formé a un seul type d'électro-aimant à ce titre, Nous avons étudié l'effet de la forme du rail couplé à un seul type d'électro-aimant (forme "U").

Les principaux facteurs qui influent sur les forces de lévitation (forces verticale) et de guidage (force latérale), sont :

- entrefer entre le rail et l'extrémité du circuit magnétique de l'électro-aimant
En forme de "U".
- la position latérale de l'électro-aimant par rapport au rail. [17]

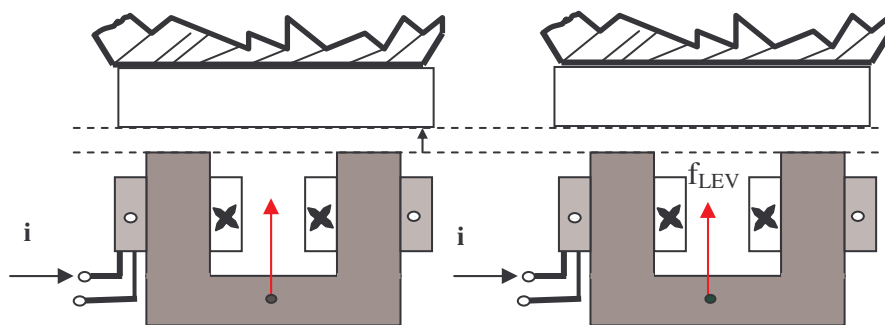


Fig. II.1 : L'électro-aimant en forme de "U" avec rail large plat.

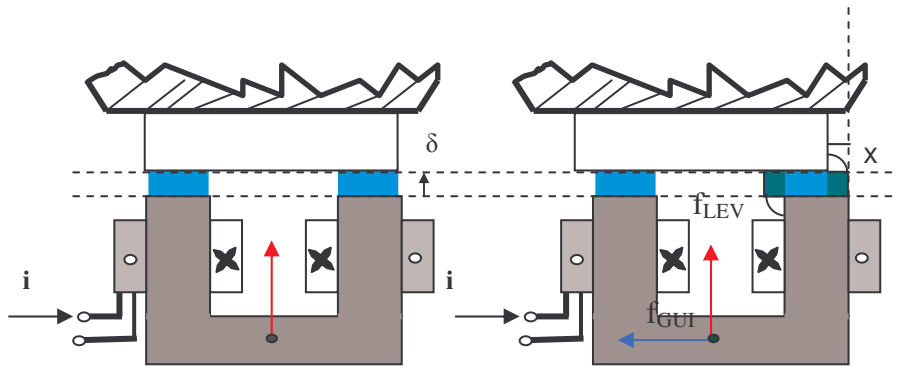


Fig.II.2 : L'électro-aimant en forme de "U" avec rail étroit plat.

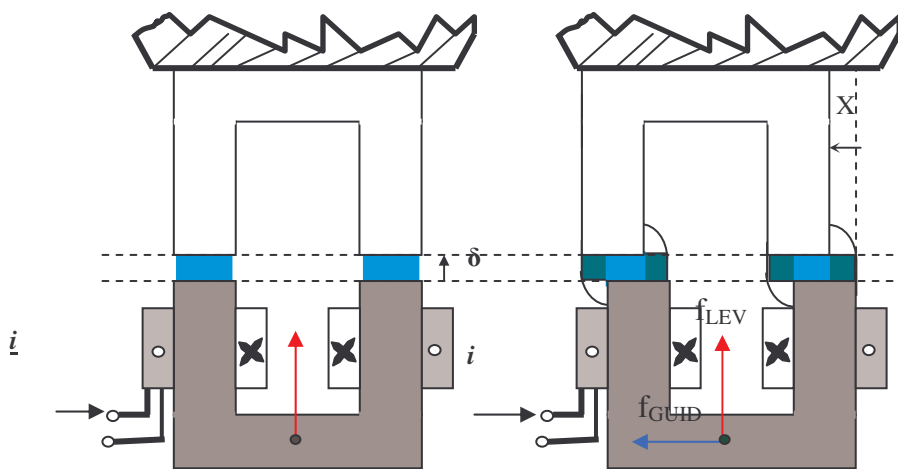


Fig.II.3 : L'électro-aimant en forme de "U" avec rail en forme "U".

Tel que :

- i : l'entrée courante dans les enroulements
- x : la position latérale de l'électro-aimant
- δ : la hauteur de fuite entre l'électro-aimant et le rail
- f_{LEV} : la force de lévitation
- f_{GUID} : la force de guidage

On note que il existe:

- Seulement la force de lévitation avec un rail large plat, figure (II.1).
- Les forces de lévitation et de guidage avec un rail étroit plat, figure (II.2).
- Les forces de lévitation et de guidage avec rail en forme de "U", figure (II.3).

II.4 MODELISATION DU SYSTEME

II.4.1 Description du système

Pour le calcul dans le prochain utilisation les dimensions de l'électro-aimant sont celle-ci utilisés dans le nouveau système pour le projet de SWISS-METRO, ces dimensions sont représentés sur la figure suivant :

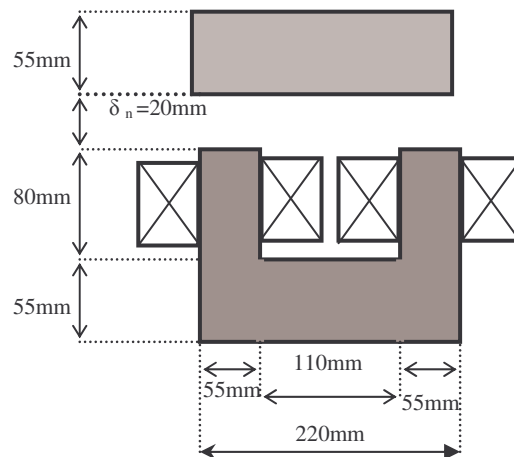


Fig.II.4 : Dimension de l'électro-aimant avec rail

Autour un noyau de Fer il y a deux enroulements avec 187 tours ; ces enroulements sont connectés en série.

L'électro-aimant possède un poids totale de 80 Kg, et on imaginant que il est porte un poids de 160Kg.

Dans ces conditions en injecte un courant de 40 A dans le bobinage, l'électro-aimant sera lévite à l'entrefer nominal qui correspondant a une force de lévitation nominal de 240Kg

II .4.2 Modèle simplifié:

Au niveau de l'électro-aimant de sustentation magnétique on fait les hypothèses suivantes:

- La perméance du fer (rail+électroaimant) est supposée infinie.
- Nous avons négligé le phénomène de saturation du circuit magnétique.
- Les effets des franges sont négligés.
- L'effet de l'hystérésis est négligeable.
- Les flux de fuite sont négligés.
- La force électromagnétique d'attraction est appliquée au centre de gravité de l'électro-aimant

Sur la base des hypothèses précédentes, nous avons établi le schéma magnétique équivalent de l'électro-aimant est du rail représenté à la figure (II.5). Le paramètre (P_δ) est réluctance de l'entrefer, (NI) est les ampères tours.

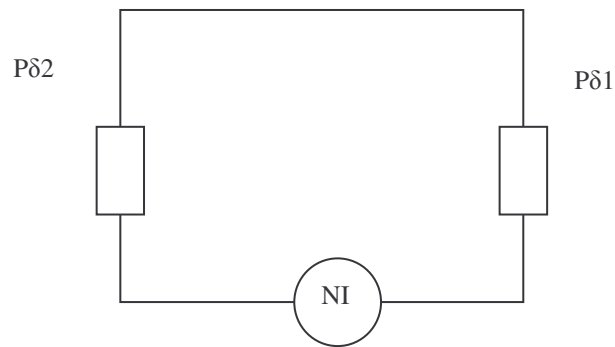


Fig.II.5: Schéma magnétique équivalent d'un modèle simplifié

Le bobinage de l'électro-aimant se caractérise par une résistance "R" et par une inductance "L" dont la valeur dépend de l'entrefer " δ ". on a donc le schéma électrique de la figure (II.6).

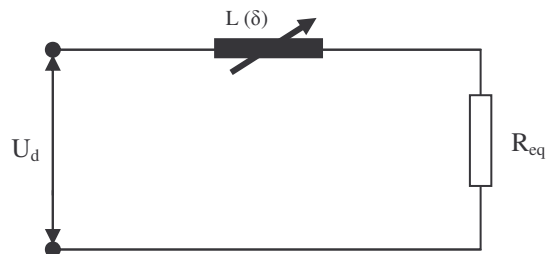


Fig.II.6: schéma électrique du bobinage de l'électro-aimant.

L'inductance du bobinage dépend de l'entrefer selon la relation :

$$L(\delta) = \frac{1}{2} N^2 P(\delta) \quad (\text{II.12})$$

Où

- N : est le nombre de spires de la bobine.
- δ : l'entrefer.
- $P(\delta)$: la perméance en fonction de " δ ".

II.4.3 Présentation de l'allure des lignes du flux:

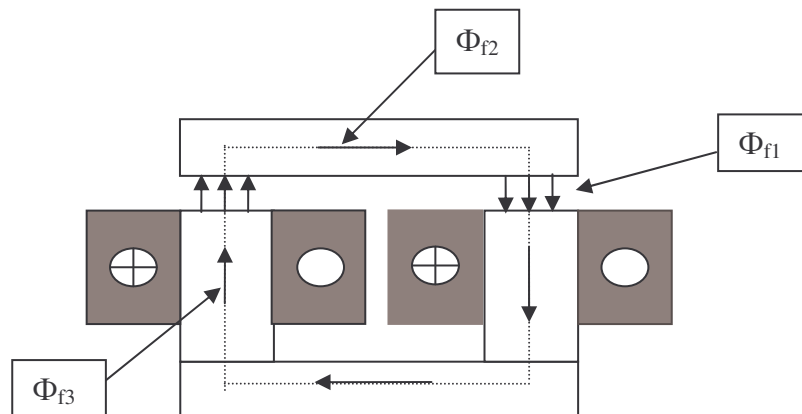


Fig.II.7: Différents trajectoires de les lignes du flux.

La perméance $P(\delta)$ est donnée par :

$$P(\delta) = \frac{\mu_0 a l_i}{\delta} \quad (\text{II.13})$$

L'inductance en fonction de l'entrefer est :

$$L(\delta) = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 a l_i}{\delta} \quad (\text{II.14})$$

Où

- N : Le nombre de spires de la bobine.
- a : La largeur d'un pôle de l'électro-aimant.
- L : La longueur de l'électro-aimant.
- μ_0 : La perméabilité du vide ($4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$)

L'inductance de la bobine au point de fonctionnement normal est donnée par :

$$L_n = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 a l_i}{\delta_n} \quad (\text{II.15})$$

Si nous tenons en compte le décalage " x " entre le rail et l'électro-aimant figure (II.6), il faut remplacer " a " dans l'équation (II.15) par $(a - |x|)$ qui représente la surface efficace entre le pôle de l'électro-aimant et le rail. L'inductance de la bobine s'écrira alors :

$$L(\delta, x) = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 l_i (a - |x|)}{\delta} \quad (\text{II.16})$$

Alors :

$$L_n(\delta, x) = \frac{1}{2} N^2 \frac{\mu_0 l_i (a - |x|)}{\delta_n} \quad (\text{II.17})$$

Donc :

$$L_n(\delta) = L_n \frac{\delta}{\delta_n} \quad (\text{II.18})$$

$$L(\delta, x) = L_n \left(\frac{\delta_n}{\delta} \right) \left(1 - \frac{|x|}{a} \right) \quad (\text{II.19})$$

L'énergie de système devient :

$$e(\delta, x, i) = \frac{1}{2} L(\delta, x) i^2 \quad (\text{II.20})$$

La force électromagnétique se calcule par la dérivée de l'énergie magnétique, selon la relation générale suivante :

$$F_{\text{mag}} = \frac{\partial e(z)}{\partial z} \quad (\text{II.21})$$

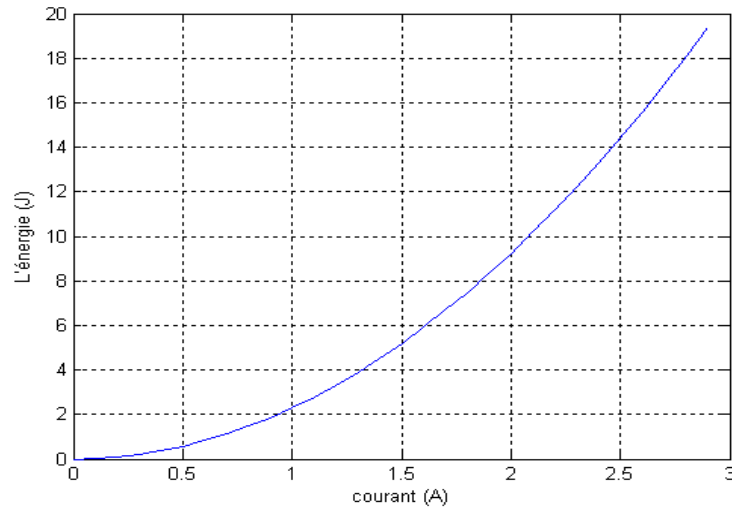


Fig.II.8: Variation de l'énergie magnétique en fonction du courant I (A).

La croissance rapide de l'énergie en fonction de courant, exprime le renforcement rapide de la force d'attraction produite entre le rail et l'électroaimant.

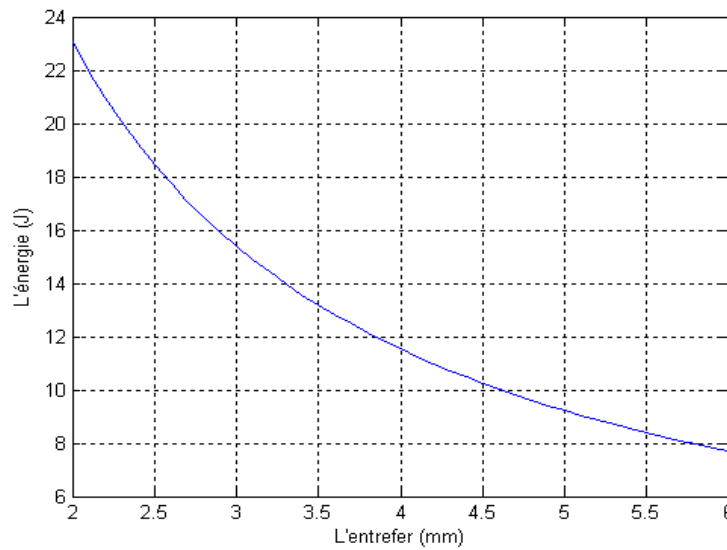


Fig.II.9: variation de l'énergie en fonction de l'entrefer δ (mm).

La force électromagnétique est calculée par la relation (II.22).

$$F_{\text{éle}}(\delta, x, i) = \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial z} i^2 \quad (\text{II.22})$$

Où "z" est l'axe de déplacement selon lequel la force électromagnétique est appliquée.

En remplaçant "L" dans (II.22) par l'expression (II.19), on obtient respectivement pour la force verticale et latérale l'expression :

$$F_{\text{mag}}(\delta, x, i) = \frac{1}{4} \frac{\partial \left[L_n \left(\frac{\delta_n}{\delta} \right) \left(1 - \frac{|x|}{a} \right) \right]}{\partial z} \quad (\text{II.23})$$

La force de lévitation et de guidage est exprimées comme suite :

$$F_{\text{lév}} = \frac{1}{4} \left[\frac{\partial}{\partial \delta} L(\delta \cdot X) \right] i^2 \quad (\text{II.24})$$

$$F_{\text{gui}} = \frac{1}{4} \left[\frac{\partial}{\partial x} L(\delta \cdot X) \right] i^2 \quad (\text{II.25})$$

En développant les relation (II.24), (II.25) on obtient:

$$F_{\text{lév}}(\delta, x, i) = -\frac{1}{4} L_n \delta_n \left(1 - \frac{|x|}{a} \right) \left(\frac{i}{\delta} \right)^2 \quad (\text{II.26})$$

$$F_{\text{gui}}(\delta, x, i) = -\text{sign}(x) \frac{1}{4} \frac{L_n}{a} \cdot \frac{\delta_n}{\delta} i^2 \quad (\text{II.27})$$

Où : i_n et δ_n sont respectivement le courant et l'entrefer nominal.

Il est possible de tracer en grandeurs relatives les équipotentiels des force normales en fonction de l'entrefer et du courant, sur la figure (II.10) on constate que la force est proportionnelle au carré du courant et inversement proportionnelle au carré de l'entrefer cette relation n'est pas valable pour un entrefer nul. Ceci est dû aux hypothèses de départ, où l'on néglige les chutes de potentiel magnétique dans le fer ainsi que les flux de fuite.

L'expression de la force relative est:

$$F_r = \frac{F_{\text{lév}}}{F_{\text{lévn}}} \quad (\text{II.28})$$

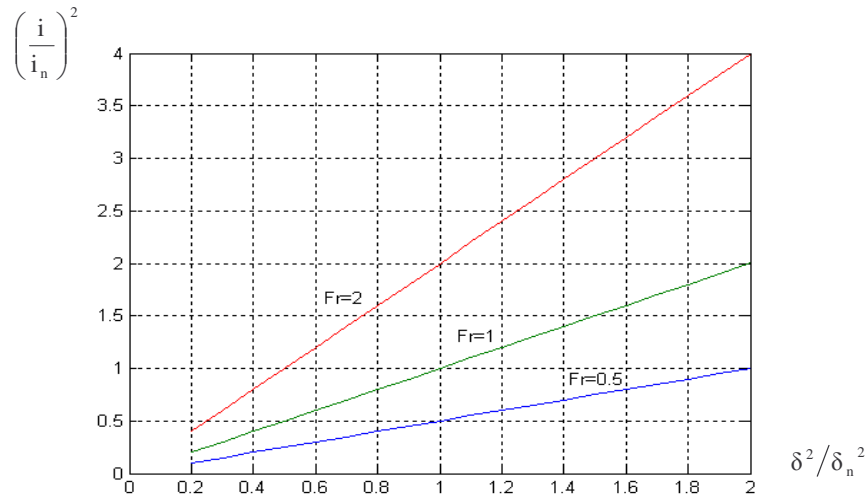


Fig.II.10 : Equipotentielles de la force électromagnétique en fonction de l'entrefer et du courant en grandeurs relatives.

Quant à la force latérale, elle est constante pour un entrefer " δ " donné et s'oppose au décalage " x ". C'est ce qu'on appelle la force de guidage naturelle qui a pour effet de centrer l'électro-aimant sur le rail. En réalité, la caractéristique de la force de guidage latérale dépend du décalage " x ". Encore une fois, ceci est dû aux hypothèses restrictives de départ où les flux des franges sont négligés.

II.4.4 modèle avec flux de fuite :

Il existe principalement les types de flux suivant la figure (II.11) :

- les flux de fuite d'encoche ;
- les flux de fuite de tête de dents ;

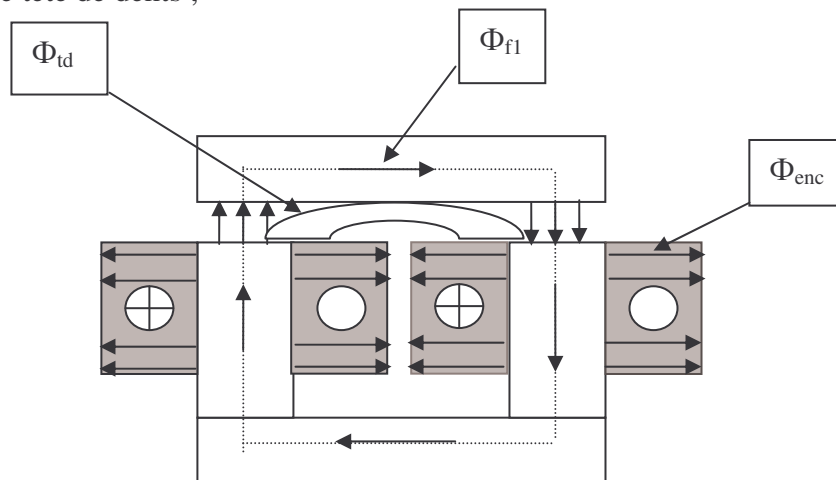


Fig.II .11 : présentation schématique de l'électro-aimant de sustentation magnétique avec flux de fuite.

Le schéma magnétique équivalent avec flux de fuite est représenté à la figure (II.12) ; il s'établit facilement à partir de la représentation schématique de la figure (II.11).

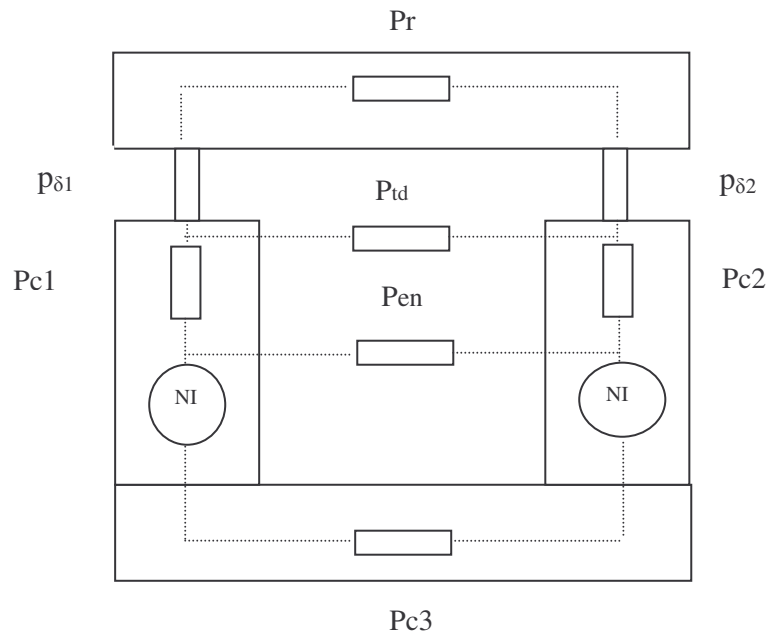


Fig.II.12 : schéma magnétique équivalent d'un électro-aimant avec flux de fuite.

Les perméance P_{td} et P_{en} sont calculés dans la référence [19] comme suit :

$$P_{td1} = P_{td2} = \mu_0 I_i \frac{(5\delta/a)}{5 + 4\delta/a} \quad (\text{II.29})$$

$$P_{en1} = P_{en2} = \mu_0 I_i \frac{h}{3a} \quad (\text{II.30})$$

Avec ($h=3a$) la hauteur de l'encoche

$$P_{\delta 1} = P_{\delta 2} = \mu_0 a I_i / \delta \quad (\text{II.31})$$

$$P_{\delta 2} = \mu_0 2 a I_i / \delta \quad (\text{II.32})$$

II.4.5 Modèle avec les effets de frange

Les lignes de flux suivant la forme du circuit magnétique sont réparties comme suite:
Une partie du flux magnétique entre directement dans l'entrefer et le reste prend un chemin incurvé, (reluctance de frange).

Il existe deux types de flux de frange qui sont représentés sur la figure (II.13), par Φ_{fr} , en approchant les lignes de champ par des segments de droit et arcs de cercles, on peut aisément déterminer les perméances.

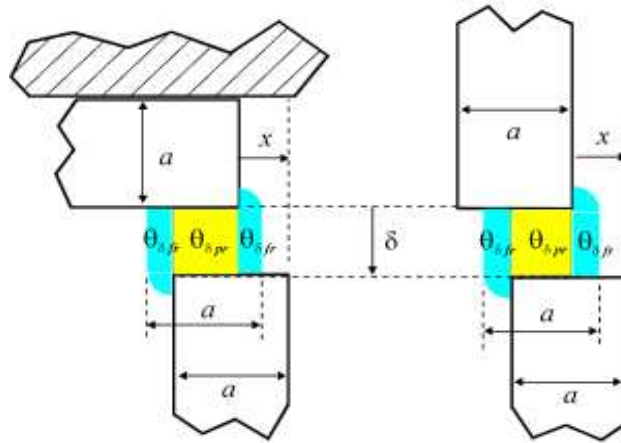


Fig.II.13 : présentation schématique de l'électro-aimant de sustentation magnétique avec flux de frange.

Nous avons calculé les perméances associées à ces flux comme suit :

$$P_{fr} = \int_0^{\frac{x}{2}} \frac{(\mu_0 I_i)}{\left(\delta + \frac{\pi}{2} x\right)} dx = \frac{2}{\pi} \mu_0 I_i \ln\left(1 + \frac{\pi x}{4\delta}\right) \quad (\text{II.33})$$

Tel que: $P_{frange} = 2 P_{fr} \quad (\text{II.34})$

$$P_{frange} = \frac{4}{\pi} \mu_0 I_i \ln\left(1 + \frac{\pi x}{4\delta}\right) \quad (\text{II.35})$$

On aboutit ainsi au schéma magnétique équivalent à la figure (II.14).

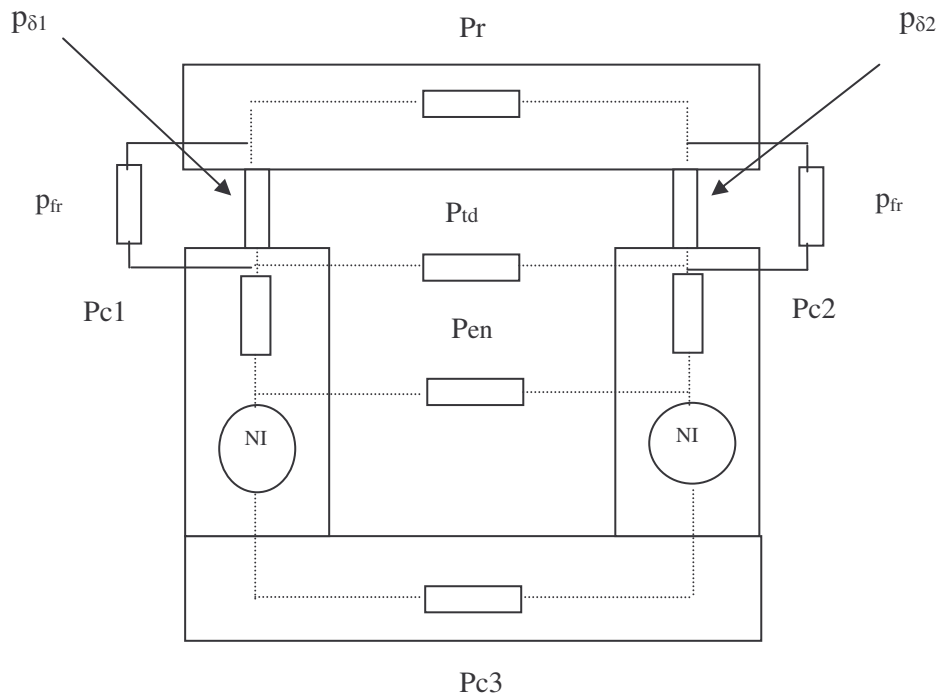


Fig.II.14 : Schéma magnétique équivalent de l'électro-aimant avec flux de fuite et flux de frange.

II.5 LA FORCE LATÉRALE :

Les flux des franges ont une influence sur la force latérale lorsque l'électroaimant de sustentation magnétique s'écarte du rail. Cette force s'oppose au déplacement latérale de l'électroaimant et a pour effet de recentrer l'électroaimant sur le rail .c'est ce qu'on appelle le guidage naturel.

- Dans ce paragraphe, on abordera l'étude de cette force par la méthode de la dérivée de l'énergie magnétique, on approchera les lignes de champs sortant du bord de l'électroaimant par des segments de droites et des arcs en cercles, comme représentée à la figure (II.15). Cette figure est à comparer avec la référence [18] qui représente la distribution réelle des lignes de champs obtenus a l'aide les transformations conformes.

- La force latéral de guidage, apparaît lorsque il y a un décalage latéral entre l'électroaimant et le rail, on constate que la forme de rail exprime aussi la force latéral de guidage.

- A la figure (II.15), on représente les perméances relatives a chaque section des lignes de champs électromagnétique .la valeur de chaque perméance dépend du décalage "X"et de l'entrefer " δ ".

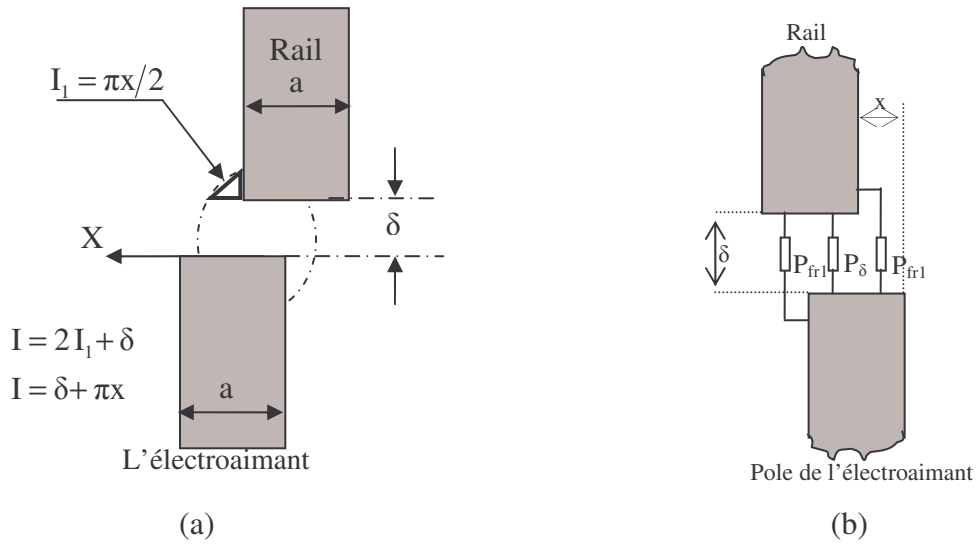


Fig.II.15 : distribution des lignes de champs lors d'un déplacement de l'électro-aimant par rapport au rail (a), perméances correspondantes (b).

L'expression de chaque perméance est donnée par ($x \geq 0$), pour rail en forme de "U".

$$P_{\delta 1} = P_{\delta 2} = \mu_0 I_i \frac{(a-x)}{\delta} \quad (\text{II.36})$$

$$p_{fr1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 I_i}{\delta + \frac{\pi}{2}} dx = \frac{2}{\pi} \mu_0 I_i \left[\text{Ln} \left(1 + \frac{\pi x}{4\delta} \right) \right] \quad (\text{II.37})$$

La perméance équivalente s'obtient par la relation :

$$P_{eq} = 2P_{fr1} + p_{\delta} \quad (\text{II.38})$$

$$P_{eq} = \frac{4}{\pi} \mu_0 I_i \text{Ln} \left(1 + \frac{\pi x}{4\delta} \right) + \mu_0 I_i \frac{(a-x)}{\delta} \quad (\text{II.39})$$

$$P_{eq} = \mu_0 I_i \left[\frac{(a-x)}{\delta} + \frac{4}{\pi} \text{Ln} \left(1 + \frac{\pi x}{4\delta} \right) \right] \quad (\text{II.40})$$

On peut calculer l'inductance $L(\delta, x)$:

$$L(\delta, x) = \frac{N^2}{2} P(\delta, x) \quad (\text{II.41})$$

$$L(\delta, x) = \frac{1}{2} N^2 \mu_0 I_i^2 \left[\frac{(a-x)}{\delta} + \frac{4}{\pi} \text{Ln} \left(1 + \frac{\pi x}{4\delta} \right) \right] \quad (\text{II.42})$$

On représente la variation de l'inductance du système en 3D, figure (II.16), de l'électro-aimant en forme de "U" avec rail ; en fonction de l'entrefer " δ " et le décalage latéral " x " de l'électro-aimant par rapport au rail.

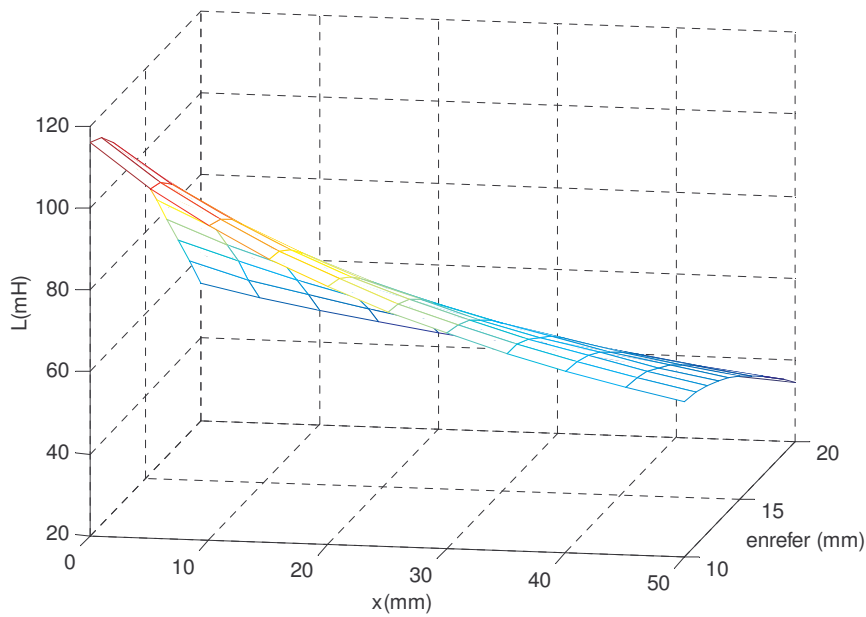


Fig.II.16 : l'inductance de système en 3D.

On calcule les forces latérales et normales par la dérivée de l'énergie magnétique et on obtient :

$$F(\delta, x, i) = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial z} \quad (\text{II.43})$$

$$f_{\text{lev}}(x, \delta, i) = N^2 \frac{1}{4} \mu_0 \left[-\frac{(a-x)}{\delta^2} - \frac{4x}{4\delta + \pi x \delta} \right] I_i^2 \quad (\text{II.44})$$

$$f_{\text{guid}}(x, \delta, i) = N^2 \frac{1}{4} \mu_0 \left[-\frac{1}{\delta} + \frac{4}{4\delta + \pi x} \right] I_i^2 \quad (\text{II.45})$$

II.6 MODELE ELECTRIQUE ET DYNAMIQUE

II.6.1 Modèle électrique

L'équation de tension est donner par :

$$U_d = Ri + \frac{d}{dt} [L(\delta(x))i] \quad (\text{II.46})$$

$$U_d = Ri + L(\delta, x) \frac{di}{dt} + i \left[\frac{d}{d\delta} L(\delta, x) \frac{d\delta}{dt} + \frac{dL(\delta, x)}{dx} \frac{dx}{dt} \right] \quad (\text{II.47})$$

De l'équation (II.46), on constate que la tension appliquée aux borne de la bobine se décompose en trois termes, le premier terme est relatif a la chute de tension résistive, le deuxième terme est du a la variation du courant, enfin le troisième terme est la tension induite de mouvement, due a la variation de "x" et "δ".

Dans le but d'établir le schéma bloc du modèle simplifié, on exprime la relation (II.48) en fonction de la dérivée du courant, en posant (x = 0), on obtient :

$$\frac{1}{2} U_d = Ri + L \frac{di}{dt} + i \frac{d}{d\delta} (L(\delta)) \frac{d\delta}{dt} \quad (\text{II.48})$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{(U_d - Ri) \delta}{N^2 \mu_0 l_i a} + \frac{1}{\delta} \frac{d\delta}{dt} i \quad (\text{II.49})$$

On suppose que : $K = \frac{1}{N^2 \mu_0 l_i a}$ on trouve

$$\frac{di}{dt} = K(U_d - Ri) \delta + \frac{1}{\delta} \frac{d\delta}{dt} i \quad (\text{II.50})$$

II.6.2 modèle dynamique

L'équation de mouvement est donner par :

$$m\ddot{y} = -F_{\text{lev}}(\delta\delta) + mg \quad (\text{II.51})$$

En remplant f_{lev} dans l'équation précédente par (II.27) et pour (x=0) on obtient :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{4m} N^2 \mu_0 l_i a \left(\frac{i}{\delta} \right)^2 + g \quad (\text{II.52})$$

On suppose que le rail est une structure par fortement lisse :

On représente le schéma de bloc de l'électroaimant de sustentation magnétique établie à l'aide des équations (II.47) et (II.51), à la figure (II.17). Comme on peut le constater, le système est d'ordre trois ; il est fortement non linéaire du fait de l'existence des fonctions de division et de multiplication,

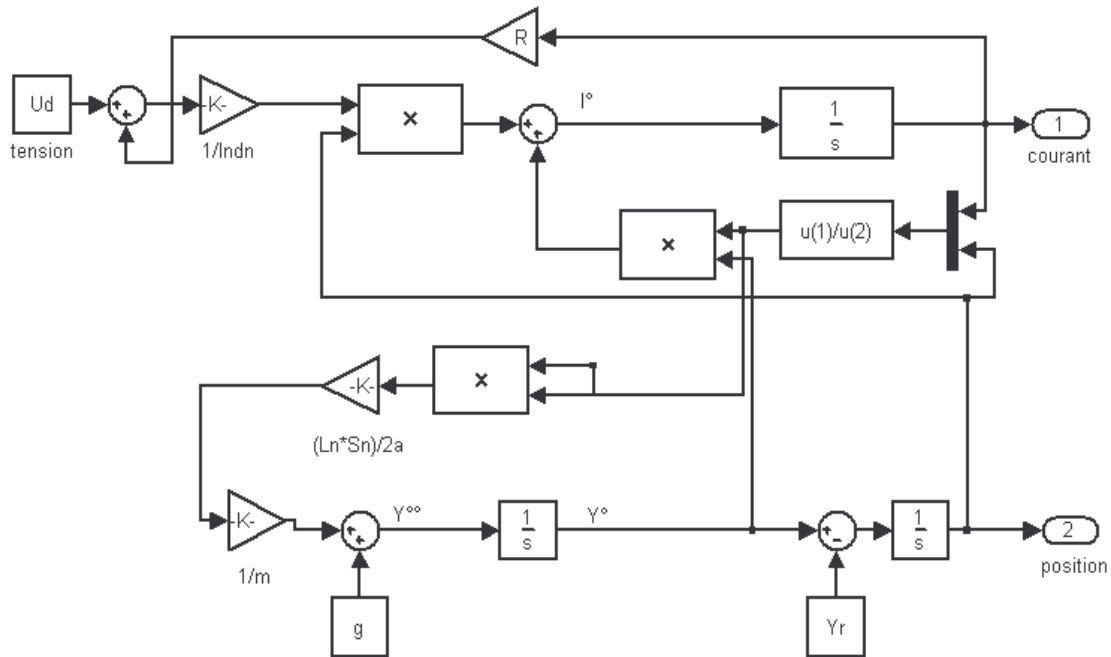


Fig.II.17 : schéma bloc d'un EA de sustentation magnétique par attraction.

II.7 EVALUATION DES FORCES EN FONCTION DES PRINCIPAUX PARAMETRES

II.7.1 les deux force en fonction de l'entrefer " δ " et le décalage " x "

L'électro-aimant est fournir par un courant constant et les forces de lévitation dépendre de la position de l'électro-aimant, décrite par décalage " x " et l'entrefer " δ ".

Nous voulons savoir les valeurs des les deux forces pour des valeurs fixés de l'entrefer " δ " et pour différentes valeurs de " x " à un rail étroit plat. La figure (II.18) montre l'induction dans le système avec l'électro-aimant de dans une position excentrée.



Fig.II.18 : La force de lévitation et de guidage avec rail étroit plat.

Nous pouvons noter que la force de lévitation est maximum quand l'électro-aimant est centré ($x = 0$), considérant que la force est zéro. Plus l'électro-aimant est loin de la position centrale, La force de lévitation est inférieure,

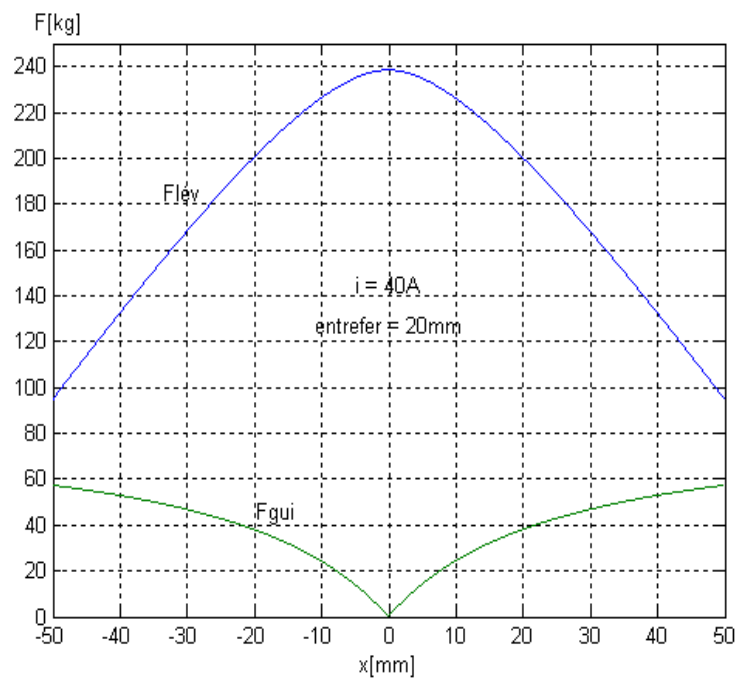


Fig.II.19 : La force de lévitation et de guidage avec rail en forme de "U".

II.7.2 La force de guidage et courant pour différentes valeurs de l'entrefer " δ "

Les caractéristiques de lévitation de boucle fermes représentées dans le paragraphe précédent pour les deux types de rail ont été obtenues avec une hauteur de l'entrefer de 20 millimètres. Comment fait le changement caractéristique si nous gardons la force de lévitation constante et nous changeons la hauteur de l'entrefer. Nous considérerons seulement le cas de l'accouplement de l'électro-aimant avec un rail en forme de "U".

Nous traçons les courbes de la force de guidage et du courant dans les enroulements pour différentes hauteurs de l'entrefer. L'entrefer est petite la force de guidage est faible. Nous pouvons noter que la pente des courbes pour ($x = 0$), est toujours la même pour différentes hauteurs de l'entrefer.

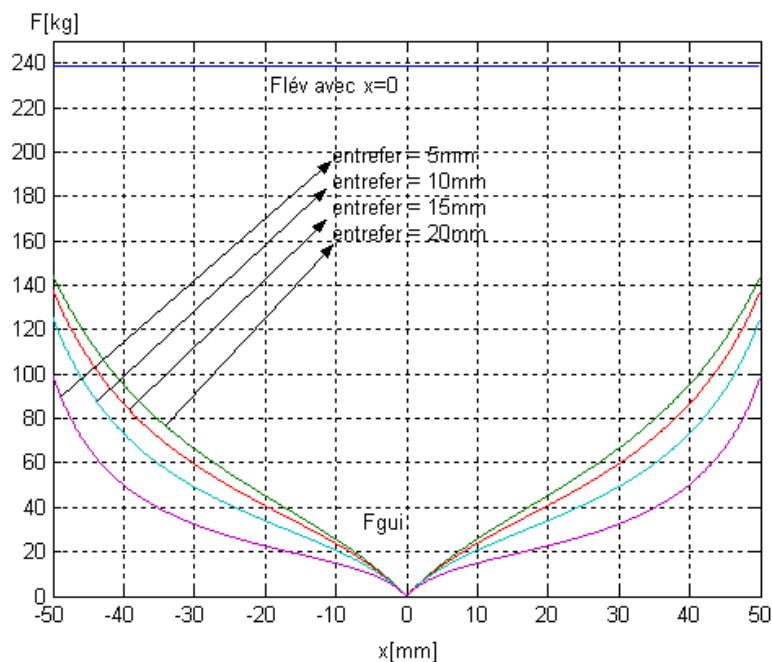


Fig.II.20 : La force de guidage avec force de lévitation constante en fonction de " δ ", cas d'un électro-aimant en forme de "U" avec rail en forme de "U".

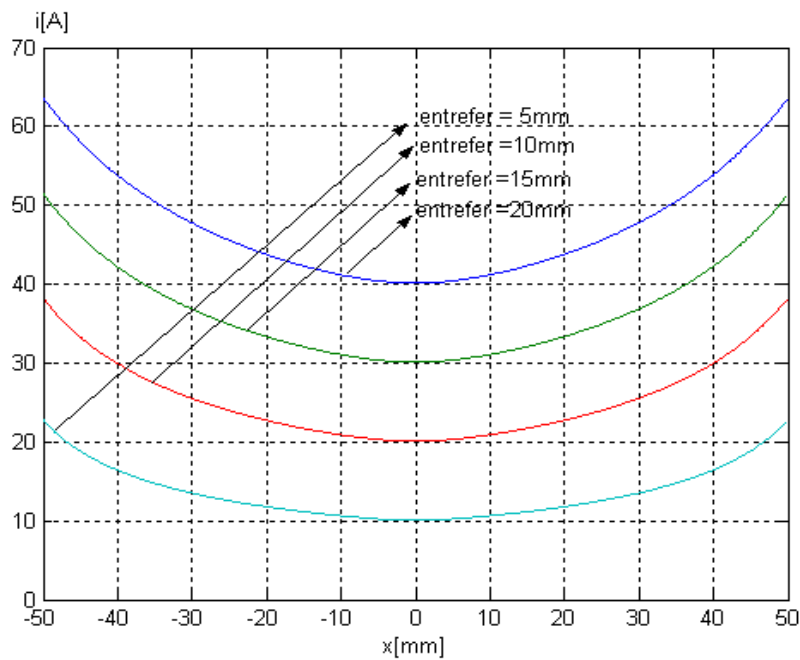


Fig.II.21 : Le courant d'alimentation avec force de lévitation constante en fonction de " δ ", cas d'un électro-aimant en forme de "U" avec rail en forme de "U".

II.6. CONCLUSION

La méthode de la dérivé de l'énergie magnétique est simple a applique, mai peut aboutir a de langues relations, surtout lorsqu'il s'agit de prendre en compte les flux de fuites et les effets de franges.

On adopte le modèle avec le flux de franges pour définir les comportements de deux forces de lévitation et de guidage dans le cas des électro-aimants excités par de forts courants.

III.1 INTRODUCTION

Un certain nombre de notions doivent être définies avant qu'on puisse aborder le sujet de la théorie des systèmes. Dans ce chapitre nous allons introduire brièvement quelques généralités qui traitent l'étude des systèmes asservis linéaires continus et quelques notions avec un rappel mathématique qui traitent l'étude des systèmes non linéaires. Ainsi nous allons faire une étude bien détaillée de la technique de linéarisation par retour d'état que nous allons utiliser dans le 3^{ème} chapitre pour commander le système

III.2 GENERALITES SUR LES SYSTEMES NON LINEAIRES

III.2.1 Représentation d'un système automatique

L'objectif de l'automatisme est de réduire ou de supprimer l'intervention de l'homme dans ces procédés industriels, pour améliorer et augmenter le rendement d'une part et faciliter le travail d'autre part. En général, en automatique, un système est souvent représenté par le schéma fonctionnel de la figure (III.1).

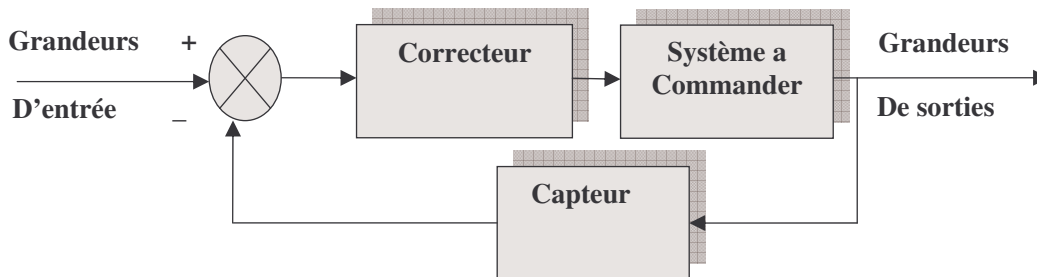


Fig.III.1 : schéma fonctionnel d'un système automatique.

III.2.2 Les systèmes linéaires

Un système est linéaire, si la relation mathématique reliant les grandeurs d'entrée aux grandeurs de sorties est linéaire. Ce qui est équivalent à dire que l'équation différentielle est linéaire. Sa forme générale est donnée par :

$$\sum_{i=0}^n a_i \cdot \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{i=0}^n b_i \cdot \frac{d^i x(t)}{dt^i} \quad (\text{III.1})$$

Où $y(t)$ et $x(t)$ sont respectivement les grandeurs de sorties et d'entrée.

III.2.3 Nature des signaux d'entrée et de sortie

Les signaux d'entrée et de sortie d'un système sont des fonctions du temps, si à chaque instant leur amplitude est parfaitement connue, le signal est dit déterministe. Si par contre, à chaque instant, on ne connaît que la probabilité pour le signal d'avoir telle ou telle amplitude, on dit que celui-ci est aléatoire [21].

III.2.4 STRUCTURE DE COMMANDE

III.2.4.1 Commande en boucle ouverte (BO)

Une structure de commande en (B.O) est définie comme un système où le signal de commande est indépendant du signal de sortie. Ces structures de commande sont simples et peu coûteuses, mais malheureusement dans certaines applications où la précision est d'une grande importance et où les paramètres du système à commander sont variants, elles ne sont pas utilisées à cause de leurs imprécisions. Cette configuration est illustrée par la figure (III.2) [22].

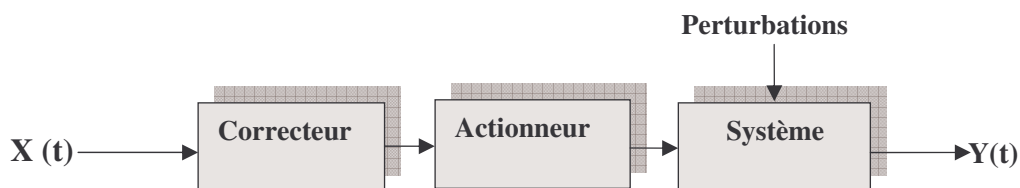


Fig.III.2 : Structure de la commande en boucle ouverte.

III.2.4.2 Commande en boucle fermée (B.F)

Par opposition à la structure de commande en (B.O), celle en boucle fermée est définie comme un système où le signal de commande dépend d'une façon ou d'une autre du signal de sortie. Les systèmes en boucle fermée sont couramment appelés des systèmes asservis, qui sont plus chers et plus robustes. Cette configuration est illustrée par la figure suivante.

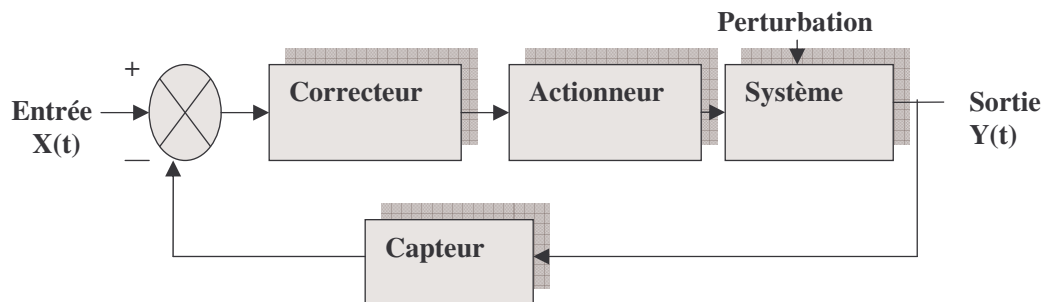


Fig.III.3 : Structure de commande en boucle fermée.

III.2.5 Eléments fondamentaux des systèmes asservis

Les systèmes asservis de commande possèdent un certain nombre d'éléments que l'on retrouve dans tous les systèmes bouclés: Ce sont le capteur, l'actionneur et l'organe de traitement de l'information [21].

- **Capteur**

Un capteur est un organe de transformation d'une grandeur physique en une autre.

- **Actionneur**

C'est l'élément qui commande le système à asservir. Il travaille souvent à Puissance élevée.

- **Organes de traitement de l'information.**

La grandeur d'entrée d'un système asservi permet de commander avec une faible énergie des procédés qui mettent en jeu des puissances élevées et il existe toujours dans ces systèmes un amplificateur de puissance.

III.3 REPRESENTATION D'ETAT DES SYSTEMES DYNAMIQUES [22]

Un tel système peut s'écrire sous la forme matricielle standard suivante :

$$\dot{X} = AX(t) + BU(t) \quad (\text{III.2})$$

$$y(t) = CX(t) + DU(t) \quad (\text{III.3})$$

L'équation (III.2) est appelée équation d'état et l'équation (III.3) est appelée équation de sortie.

A, B, C et D sont des matrices réelles constantes.

Le schéma –bloc de la représentation d'état est représenté par la figure (III.4).

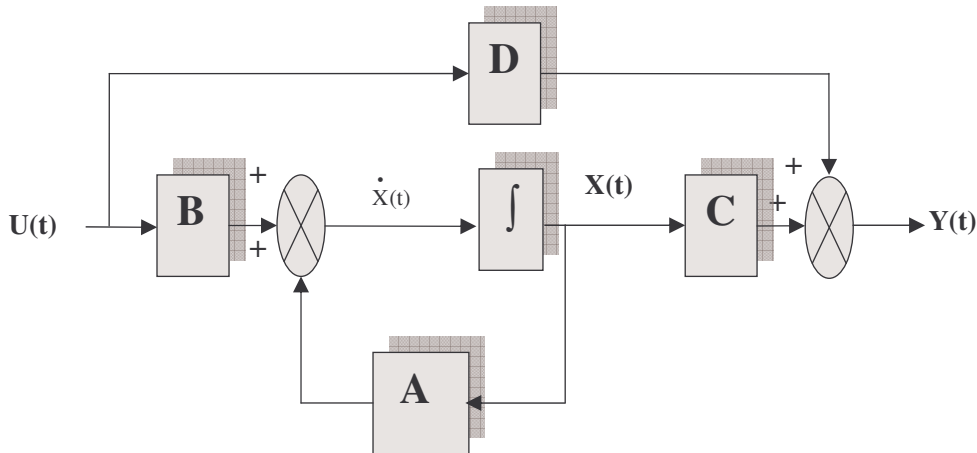


Fig.III.4 : Schéma –bloc de la représentation d'état.

III.4 REGULATION DES SYSTEMES

Pour effectuer un certain nombre d'essai avec des performances données, le système doit être asservi. Le premier rôle du régulateur est d'obliger la ou les grandeurs asservies à conserver des valeurs aussi proches que possible de celles que l'on considéré comme idéale. Ces valeurs idéales, sont à leur tour des fonctions des grandeurs d'entrées du système (référence) et de perturbation

III.4.1 Les correcteurs

Les systèmes asservis peuvent présenter des défauts, tel que ; une précision insuffisante, une mauvaise stabilité, un temps de réponse trop lent, un dépassement trop Important. Il est donc souvent nécessaire d'intégrer dans le système asservi, un bloc correcteur, dont l'objectif est d'améliorer un ou plusieurs de ces différents paramètres. On distingue différents types de correcteurs.

III.4.1.1 Correcteur proportionnel – intégral (PI)

Le correcteur proportionnel - intégral permet d'améliorer le régime permanent et le régime transitoire.

L'équation de ce correcteur dans le domaine du temps est :

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t).dt \quad (\text{III.4})$$

Où $e(t)$ représente l'erreur entre la valeur de référence et la valeur mesurée

$u(t)$: grandeur de commande.

K_i Et K_p représentent respectivement les gains d'intégration et de proportionnalité

La fonction de transfert du régulateur est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_i}{s} = k_p \frac{s+z}{s} \quad (\text{III.5})$$

Avec :

$$z = \frac{k_i}{k_p} \quad (\text{III.6})$$

S : opérateur de Laplace

L'emploi de ce correcteur se traduit par l'ajout d'un pôle à l'origine et d'un zéro à la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Pour le régulateur PI, les actions proportionnel et intégral sont mises en parallèle figure (III.5.a). Il existe un autre correcteur intégral proportionnel IP où les action sont mise en série figure (III.5.b). Ce dernier a l'avantage de rejeter les perturbations.

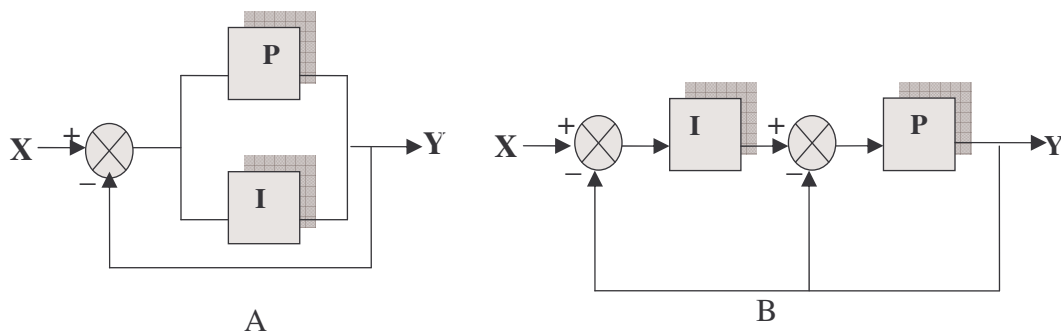


Fig.III.5.A : correcteur PI, B : correcteur IP.

III.4.1.2 Correcteur proportionnel -dérivé (PD)

L'équation de ce type de correcteur dans le domaine de temps est :

$$u(t) = k_p e(t) + k_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (\text{III.7})$$

La fonction de transfert est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + k_D s = k_D (s + z) \quad (\text{III.8})$$

Où
$$z' = \frac{k_p}{k_D} \quad (\text{III.9})$$

K_D : Gain de dérivation.

III.4.1.3 Correcteur PID

Le correcteur proportionnel- intégral-dérivé est un correcteur très utilisé en industrie.

Il regroupe les trois actions :

- l'action proportionnelle utilisée pour améliorer la rapidité du système.
- l'action intégrale est employée pour améliorer le régime permanent.
- l'action dérivée assure l'amélioration de la stabilité.

L'équation de ce type de correcteur dans le domaine du temps est :

$$u(t) = k_p e(t) + k_I \int_0^t e(t) dt + k_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (\text{III.10})$$

La fonction de transfert correspondante est :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \quad (\text{III.11})$$

III.5 PERFORMANCES D'UN SYSTEME ASSERVI

On peut résumer les performances d'un système asservi en trois qualités fondamentales, la précision, la stabilité et la rapidité.

- **Précision**

La précision d'un système est défini à partir de l'erreur entre la grandeur de consigne et la grandeur de sortie, on distingue la précision statique qui caractérise la limite de l'erreur au bout d'un temps infini pour une entrée donnée, c'est à dire le régime permanent et la précision dynamique qui tient compte des caractéristiques d'évolution du système en régime transitoire.

- **Stabilité**

Un système est stable si pour une entrée (x) de référence constante, la sortie (y) tend vers cette constante.

- **Rapidité**

En règle générale, un système a une rapidité satisfaisante s'il se stabilise à son niveau constant en un temps jugé satisfaisant.

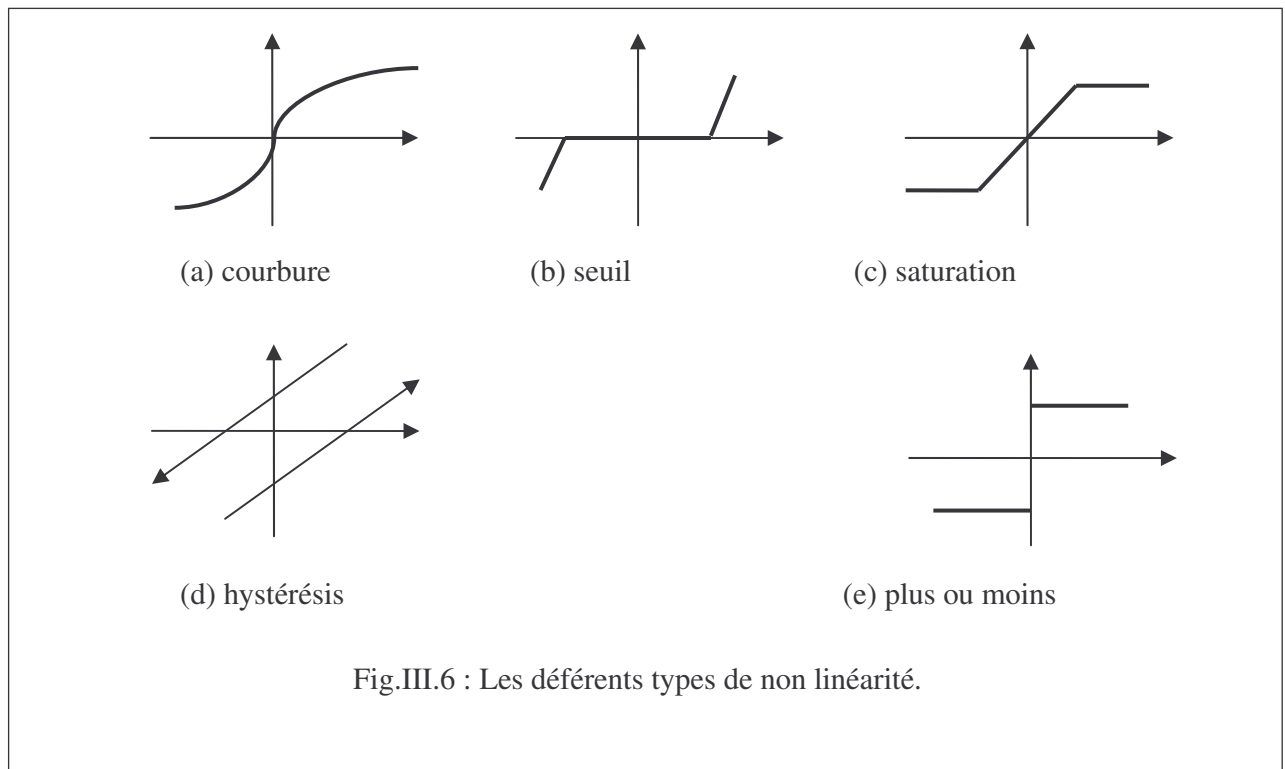
III.6 SYSTEMES NON LINEAIRES [23]

Le système est non linéaire lorsque la relation mathématique reliant les grandeurs de sortie est non linéaire, ce qu'est équivalent à dire que l'équation différentielle est non linéaire.

En générale, les systèmes non linéaires sont difficiles à étudier, et il n'existe pas de théorie unifiée pour l'étude de ces systèmes.

III.6.1 Classification de la non linéarité [23]

Les différents cas de non linéarité sont illustrés dans la figure (III.6).



III.7 LINEARISATION DES SYSTEMES NON LINEAIRES [22]

Deux approches peuvent être utilisés pour linéariser un système non linéaire selon le modèle dont on dispose.

III.7.1 Modèle graphique

Si le modèle d'un système donné est disponible sous forme graphique un choix possible de modèle linéaire consiste à approximer la courbe en un point par la courbe tangente en ce point. La représentation mathématique de cette évolution est souvent traduite par :

$$y = f(r) \quad (\text{III.12})$$

Une telle relation est souvent non linéaire, la linéarisation de cette relation est souvent faite au tour d'un point appelé point de fonctionnement ou point d'opération. En choisissant comme point de fonctionnement (y_e, r_e) c'est-à-dire $y_e = f(r_e)$, tel qu'il est représenté dans la figure (III.7). La décomposition en série de Taylor au voisinage de ce point nous donne [22] :

$$y = f(r) = f(r) \Big|_{r=r_e} + \left[\frac{d}{dr} f(r) \right]_{r=r_e} (r - r_e) + o.(r - r_e) \quad (\text{III.13})$$

Ou le terme $o(r - r_e)$ représente la combinaison des termes de second ordre et plus, ce terme tend vers zéro lorsque $(r - r_e)$ tend vers zéro

On peut écrire la relation précédente (III.13) comme suit :

$$\Delta y = k \Delta r \quad (\text{III.14})$$

Ou : $\Delta y = y - y_e$ la variation de y

$\Delta r = r - r_e$ La variation de r

$$k = \frac{df}{dr}(r_e) \quad (\text{III.15})$$

Les termes du second ordre et plus ont été négligés

L'équation (III.15) est le modèle linéaire. La relation analytique entre les grandeurs d'entrées et les grandeurs de sorties n'est pas facile à obtenir.

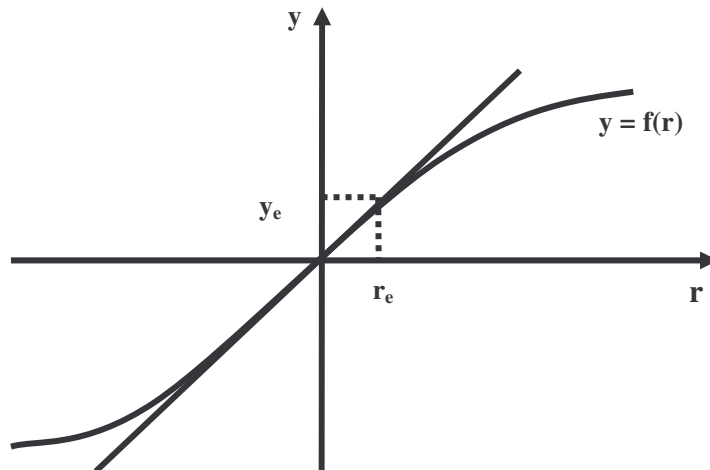


Fig.III.7 : principe de linéarisation autour d'un point de fonctionnement.

III.7.2 Modèle analytique

Si le modèle de système est connu sous forme analytique, on peut utiliser l'approche analytique. Pour montrer son principe, considérons le cas d'un système à plusieurs grandeurs de sortie dont le modèle non linéaire est donné par l'équation suivante :

$$\dot{y}(t) = f(y(t), r(t)) \quad (\text{III.16})$$

En supposant que l'on veut linéariser le système autour d'un point de fonctionnement (y_e, r_e) tel que $f(y_e, r_e) = 0$. Le développement en série de Taylor de l'équation (III.17) au voisinage de point de fonctionnement donne :

$$\Delta \dot{y}(t) = A \Delta y(t) + B \Delta r(t) \quad (\text{III.17})$$

Avec :

$$A_{(p,p)} = \frac{\partial f}{\partial y}(y_e, r_e) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial f_p}{\partial y_p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_p}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial f_p}{\partial y_p} \end{bmatrix}_{|y_e, r_e} \quad (\text{III.18})$$

$$\mathbf{B}_{(p \times m)} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{r}} (y_e, r_e) = \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial r_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_p}{\partial r_1} & \dots & \frac{\partial f_p}{\partial r_m} \end{array} \right]_{|y_e, r_e} \quad (\text{III.19})$$

Cette méthode de linéarisation se généralise au cas où le point de fonctionnement est variable. La linéarisation est alors faite dans ce cas le long d'une trajectoire désirée, la figure (III.8) représente un tel cas. [22]

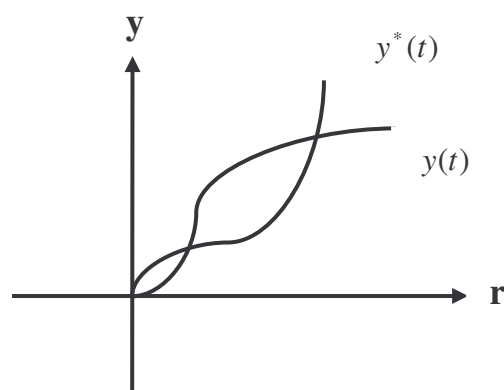


Fig.III.8 : principe de linéarisation le long d'une trajectoire.

La trajectoire (réelle) désirée $\dot{y}(t)$ correspond à une excitation $\dot{r}(t)$. Les deux grandeurs vérifient la relation suivante :

$$\ddot{y}(t) = F(\dot{y}(t), \dot{r}(t)) \quad (\text{III.20})$$

Les trajectoires réelles $y(t)$ et $r(t)$ sont données par :

$$y(t) = \dot{y}(t) + \delta \cdot y(t) \quad (\text{III.21})$$

$$r(t) = \dot{r}(t) + \delta \cdot r(t) \quad (\text{III.22})$$

$\delta \cdot y(t)$: La variation autour de la trajectoire nominale $\dot{y}(t)$ à l'instant t

$\delta \cdot r(t)$: La variation autour de la trajectoire nominale $\dot{r}(t)$ de référence $\dot{r}(t)$ à l'instant t .

En utilisant les équations (III.16) et (III.20) et en tenant compte de (III.21) et (III.22) on obtient :

$$\delta \cdot \dot{y}(t) = F(y,r) - F(\dot{y}, \dot{r}) \quad (\text{III.23})$$

Le développement de Taylor de l'équation (III.23) autour du point (\dot{y}, \dot{r}) avec les termes d'ordre deux et plus sont négligeables, on donne :

$$\delta \cdot \dot{y}(t) = \frac{\partial F}{\partial y}(\dot{y}, \dot{r}) \delta \cdot y + \frac{\partial F}{\partial r}(\dot{y}, \dot{r}) \delta \cdot r \quad (\text{III.24})$$

Si : $\dot{y} = \dot{y}(t)$ et $\dot{r} = \dot{r}(t)$ sont fonctions du temps, le modèle linéaire est dit variant et son expression est donnée par l'équation suivante :

$$\delta \dot{y}(t) = A(t) \delta y + B(t) \delta r \quad (\text{III.25})$$

Ou :

$$A(t) = \frac{\partial F}{\partial y}(\dot{y}, \dot{r}) \quad \text{et} \quad B(t) = \frac{\partial F}{\partial r}(\dot{y}, \dot{r}) \quad (\text{III.26})$$

Le modèle (III.25) constitue le modèle linéaire correspondant au système non linéaire (III.15).

III.8 TECHNIQUE DE LINEARISATION PAR RETOUR D'ETAT [20]

La technique de linéarisation par retour d'état est une approche récente pour la commande du système non linéaire. Elle consiste à trouver un état et à transformer partiellement ou complètement les systèmes dynamiques non linéaires en systèmes dynamiques linéaires d'une manière algébrique. Par conséquent cette nouvelle approche permet l'utilisation des techniques classiques de commande linéaire connues.

III.8.1 Rappels mathématiques

Lors de l'application de la technique de la linéarisation par retour d'état, on est appelé à utiliser des outils mathématiques que l'on va rappeler par la suite. L'objectif de l'introduction de ces notions mathématiques sur les équations différentielles est de limiter la complexité des équations obtenues lors de l'application de cette technique.

III.8.1.1 Gradient d'une fonction scalaire

Soit $h(x)$ une fonction scalaire définit de $\mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}$, alors le gradient de h est un vecteur notée \overrightarrow{gradh} et définit par :

$$\overrightarrow{\text{grad}h} = \nabla h = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right) \quad (\text{III.27})$$

III.8.1.2 Matrice de Jacobi d'une fonction :

Soit une fonction $f(x)$ continue et dérivable, définit de $\mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}^n$, alors le jacobien de f est une matrice dite de Jacobi. Elle est notée par ∇f et elle est donné par :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

III.8.1.3 Dérivée de Lie :

- **Définition :**

Etant donné une fonction scalaire $h(x)$ définie de $\mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}$, et un vecteur champ $f(x)$ défini de $\mathfrak{R}^n \longrightarrow \mathfrak{R}$, alors la dérivée de Lie de h suivant la direction du champ vectoriel de f est un vecteur noté $L_f h$ et défini par :

$$L_f h = \nabla h \cdot f \quad (\text{III.29})$$

- **Propriétés :**

Soit h et f deux champs respectivement scalaire et vectoriel tels que :

- $L_f^0 h = h$ (dérivée de lie d'ordre zéro)
- $L_f^i h = L_f(L_f^{i-1} h) = \nabla(L_f^{i-1} h) \cdot f$ (dérivée de Lie d'ordre i)
- si g est un deuxième champ vectoriel, alors on a la relation suivante :

$$L_g L_f h(x) = \nabla(L_f h(x)) \cdot g \quad (\text{III.30})$$

III.8.2 Systèmes non linéaires multi entrée multi sorties (MIMO)

Les systèmes appartenant à la classe des systèmes dynamiques non linéaires, multi-entrées multi-sorties sont donnés sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot u_i \\ y_1 = h_1(x) \\ \vdots \\ y_m = h_m(x) \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

Avec : x vecteur d'état défini dans \mathfrak{R}^n

$U = (U_1, \dots, U_m)$ Vecteur de contrôle d'entrée

$f : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n, g : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^{n \cdot m}, h : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^m$.

Le système (III.31) peut s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$\begin{cases} \dot{X} = F(x) + G(x) U \\ y = H(x) \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

Si le nombre des sorties est inférieur à celui des entrées et pour appliquer la technique de linéarisation par retour d'état, le vecteur y est complété par des sorties fictives selon des règles bien définies pour avoir la même dimension que le vecteur de commande. Nous supposons que les fonctions f , g et h sont continues et dérivables.

III.8.3 Principe de la technique de linéarisation par retour d'état

Avant de procéder à une étude détaillée de la linéarisation entrée-sortie par retour d'état une définition formelle de ce concept s'avère nécessaire.

Définition : un système non linéaire MIMO donnée sous la forme (III.32) avec $F(x)$ et $G(x)$ deux vecteurs champ dans \mathfrak{R}^n peut être linéarisable, s'il existe :

- une région Γ
- un difféomorphisme $E : \Gamma \rightarrow \mathfrak{R}^n$
- une transformation et un retour d'état non linéaire de la forme :

$$U = \alpha(x) + \beta(x) \cdot V \quad (\text{III.33})$$

Tels que $\beta(x)$ et $\alpha(x)$ seront calculées ultérieurement.

Le nouvel état Z et la nouvelle entrée V doivent satisfaire la relation linéaire suivante :

$$\dot{Z} = V \quad (\text{III.34})$$

Le nouvel état Z est appelé l'état linéarisé et le retour d'état (III.32) est appelé loi de commande de linéarisation. La difficulté dans le modèle (III.31) d'un système dynamique non linéaire est que la sortie ne dépend pas explicitement de son entrée. L'idée principale de la technique de commande par retour d'état est de différencier la sortie de système jusqu'à faire apparaître une équation qui met en relation directe la sortie du système avec son entrée.

Cette équation pouvait se présenter sous forme suivante :

$$\dot{y}_j = L_f h_j + \sum_{i=1}^m (L_{g_i} \cdot h_j) \cdot U_i \quad (\text{III.35})$$

Soit r_j le degré relatif qui correspond le nombre de dérivée le plus petit pour lequel l'entrée apparaît soit alors :

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{(r_j)} h_j(x) + \sum_{i=1}^m (L_{g_i} \cdot L_f^{(r_j-1)} h_j(x)) U_i \quad (\text{III.36})$$

Avec : $L_{g_i} L_f^{(r_j-1)} h_j(x) \neq 0, \forall x \in \Gamma$

Γ : est l'ensemble des états existants.

Si on effectuée la même procédure pour chaque sortie y_j , nous obtenons m équations qu'on peut présenter comme suit :

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} \\ \vdots \\ y_m^{r_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} \cdot h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} \cdot h_m(x) \end{bmatrix} + E(x) \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

Où :

$$E(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1}(L_f^{(r_1-1)} h_1) & \cdots & L_{g_m}(L_f^{(r_1-1)} h_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1}(L_f^{(r_m-1)} h_m) & \cdots & L_{g_m}(L_f^{(r_m-1)} h_m) \end{bmatrix} \quad (\text{III.38})$$

La matrice $E(x)$ est appelée matrice de découplage du système multi variable. Si le déterminant de $[E(x)] \neq 0$, le choix d'un retour d'état sera de la forme :

$$u = -E^{-1}(x) \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} + E^{-1}(x) \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \quad (\text{III.39})$$

Avec : $(V_1 \cdots \cdots V_m)^T$ la nouvelle entrée à déterminer.

En utilisant l'équation (III.35) et le retour d'état (III.38), on aura la relation différentielle entre la sortie et la nouvelle entrée :

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} \\ \vdots \\ y_m^{r_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} \quad (\text{III.40})$$

La loi de commande de la forme (III.39) est appelée commande de découplage et de linéarisation. Le système ainsi obtenu est non seulement linéaire mais découplé.

III.8.4 Notion de degré relatif

Il est utile de formaliser le concept du degré relatif des systèmes non linéaires utilisant la technique de linéarisation par retour d'état. En effet il y a un degré relatif associé à chaque sortie et il est défini par un entier.

- **Définition**

On dit que le système (III.29) possède un degré relatif (r_1, \dots, r_m) en x_0 . S'il existe un voisinage Γ de x_0 tel que, $\forall x \in \Gamma$

- $L_{g_i} L_f^\alpha h_j(x) = 0 \quad 0 \leq \alpha \leq r_i - 1 \quad 1 \leq i, j \leq m$
- $E(x)$ est non singulière

Le degré relatif total du système s'exprime par : $r = r_1 + r_2 + \dots + r_m$

On envisage alors deux cas :

1^{er} Cas : $r = n$

Quand $r = n$, le système non linéaire (III.29) est complètement linéarisé par retour d'état en utilisant les expressions $h, L_f h, \dots, L_f^{r-1} h$.

Soient les m sorties y_i et leurs dérivées d'ordre r_j telles que :

$$\begin{cases} \zeta_1^1 = h_1(x) & \zeta_2^1 = L_f h_2(x) & \dots & \zeta_{r_1}^1 = L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \zeta_1^m = h_m(x) & \zeta_2^m = L_f h_m(x) & \dots & \zeta_m^m = L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{cases} \quad (\text{III.41})$$

Les ζ_i^j ($j=1, \dots, m; i=1, \dots, r_j$) sont indépendants et peuvent être considérées comme des nouvelles variables d'état du nouveau vecteur d'état. Ainsi, ces nouvelles variables d'état deviennent :

$$\begin{cases} \zeta_1^j = \zeta_2^j \\ \vdots \\ \zeta_{r_j}^j = L_f^{r_j} h_j(x) + \sum_{i=1}^{m} L_{g_i} L_f^{r_j-1} h_j(x) \end{cases} \quad (\text{III.42})$$

Où $1 \leq j \leq m$

Avec cette loi de commande, on obtient une linéarisation entrée–sortie du système non linéaire c'est-à-dire que le système non linéaire sera constitué de m sous systèmes linéaires et découplés.

2^{eme} Cas : $r < n$

Dans ce cas les états ζ_i^j ($j=1, \dots, m; i=1, \dots, r_j$) représentent seulement la dynamique externe du système de dimension r , on peut alors compléter ce vecteur par les $(n-r)$ fonctions $(\eta_1, \dots, \eta_{n-r})$ Indépendantes les unes des autres. Elles sont obtenues par la vérification des conditions données par la méthode de Frobenius, qu'on va définir comme suit :

- **Théorème de FROBENIUS**

Une suite linéairement indépendance du vecteur champ $\{g_1, \dots, g_m\}$ de \mathfrak{R}^n est complètement intégrable si et seulement si il existe $(n-m)$ fonctions scalaires $\eta_1(x), \eta_2(x), \dots, \eta_{n-m}(x)$ qui vérifient le système d'équation différentielle suivant :

$$\forall x \in \Gamma \quad L_{g_i} \eta_k(x) = 0 \quad 0 \leq i \leq m ; 1 \leq k \leq n-r \quad (\text{III.43})$$

Les états $(n-r)$ sont inobservables et déterminent la dynamique interne du système donné par l'expression suivante :

$$\dot{\eta} = L_f \eta_k(x) + L_{g_i} \eta_k(x) \cdot U \quad (\text{III.44})$$

Tel que $(k = 1, \dots, n-r)$ et $(i = 1, \dots, m)$.

III.8.5 Dynamique des systèmes linéaires

La dynamique des systèmes non linéaires utilisant la linéarisation exacte par retour d'état, est décomposée en une partie externe (relation entrée-sortie) et une partie interne (inobservable). La partie externe est constituée par une relation linéaire entre la sortie y et la nouvelle entrée V_i . Il est facile alors de choisir l'entrée V de telle sorte que la sortie soit identique à celle désirée. Le problème est alors d'observer le comportement de la dynamique interne qui doit être soigneusement établie et stable. [20]

Dynamique zéro

La dynamique interne associée à la linéarisation par retour d'état correspond uniquement aux $(n-r)$ dernières équations données par (III.41) de la forme normale. Généralement cette dynamique dépend des états de sortie ζ . La sortie y est considérée identique à zéro, l'étude d'un tel système va nous aider à tirer des conclusions à propos de la stabilité de la dynamique interne [20].

- **Définition**

La dynamique zéro des systèmes non linéaires est la dynamique des systèmes sous la contrainte ou la sortie et ses dérivées successives seront identiques à zéro. [20]

L'objectif de l'étude de la dynamique zéro est de déterminer la stabilité de la dynamique interne pour les systèmes non linéaires. La stabilité asymptotique de la dynamique zéro (représentant une propriété intrinsèque du système indépendante du choix de la loi de contrôle) garantit la stabilité de la dynamique interne.

Par conséquent

- Si le degré relatif associé à la linéarisation entrée–sortie est le même que l’ordre du système, ce dernier est complètement linéaire.
- Par contre si le degré relatif est inférieur à l’ordre du système, ce dernier est partiellement linéaire.
- L’étude de la stabilité de la dynamique interne peut être simplifiée localement par l’étude à sa place de la dynamique zéro.
- Si la dynamique zéro est instable, la transformation est partiellement linéaire.

III.9 COMMANDE PAR RETOUR D’ETAT PLUS OBSERVATEUR [24]

De nombreuses méthodes de commande des processus utilisent le principe du retour d’état (commande optimale, découplage, placement de pôles, ...). Comme dans la plupart des cas, les seules grandeurs accessibles du système sont les variables d’entrée et de sortie, il est nécessaire, à partir de ces informations, de reconstruire tous les états du modèle choisi pour élaborer la commande.

Toutes les composantes du vecteur d’état du modèle vont être reconstituées par un observateur. Le principe de construction d’un observateur consiste à corriger la dynamique du vecteur d’état estimé en tenant compte de l’écart entre la sortie réelle et la sortie reconstruite.

Un observateur d’état est un système dynamique d’ordre inférieur ou égale à celui du système. Lors de la définition du vecteur d’état, on peut utiliser la grandeur de sortie pour déterminer partiellement le vecteur d’état, on parlera alors d’observateur d’ordre réduit. Ce point ne fera pas l’objet de cette étude et on se limitera à un observateur complet.

La figure (III.9) montre schématiquement la structure générale de l’association du retour d’état et de l’observateur.

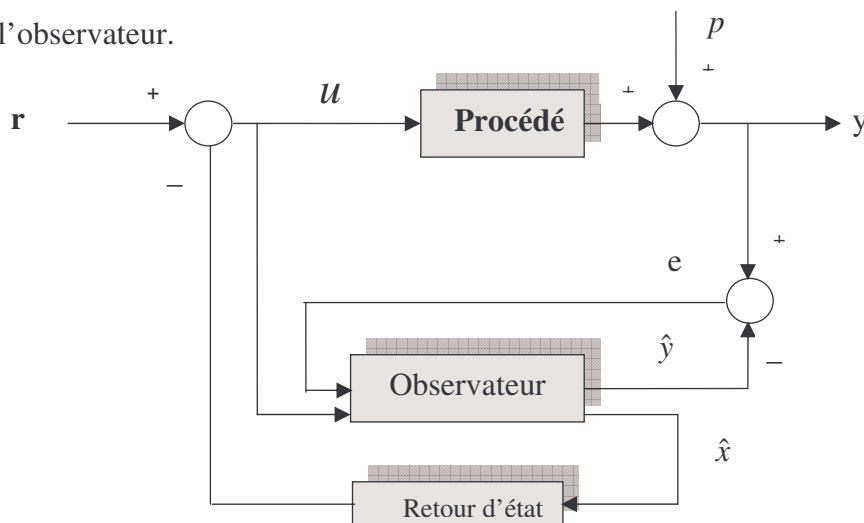


Fig.III.9 : Structure retour d’état plus observateur.

Soit un système mono entrée mono sortie, d'ordre n , entièrement commandable et observable :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (\text{III.45})$$

Le vecteur de commande u et le vecteur de sortie y du procédé interviennent sur l'observateur qui fournit ainsi le vecteur d'état estimé \hat{x} du procédé. Ce dernier sera utilisé par le retour d'état pour modifier la dynamique du système.

La commande u fait appel à l'état reconstruit par l'observateur :

$$u = -K\hat{x} + r \quad (\text{III.46})$$

L'observateur estimateur est un système dynamique d'ordre n défini par :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + Le \quad ; \quad e = y - \hat{y} \\ \hat{y} &= C\hat{x}\end{aligned}\quad (\text{III.47})$$

En remplaçant u par sa valeur donnée par l'équation (III.45) dans (III.46), et sachant que l'état de l'observateur est lié à celui du procédé par l'intermédiaire de l'erreur d'observateur $\varepsilon = x - \hat{x}$, on obtient :

$$\dot{x} = (A - BK)x + BK\varepsilon + Br \quad (\text{III.48})$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} r \quad (\text{III.49})$$

L'équation caractéristique du système complet devient alors :

$$\det(\lambda I - A + BK) \cdot \det(\lambda I - A + LC) = 0 \quad (\text{III.50})$$

Ceci conduit au principe de séparation qui est très utile pour la synthèse et le dimensionnement séparé du retour d'état et de l'observateur. Dans toute la suite, nous supposons que le procédé n'est pas très bien identifié, son modèle sera alors quelque peu différent du procédé.

La représentation d'état du procédé est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_g x + B_g u \\ y &= C_g x\end{aligned}\quad (\text{III.51})$$

Celle de l'observateur estimateur est :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A_m \hat{x} + B_m u + Le \\ \hat{y} &= C_m \hat{x}\end{aligned}\quad (\text{III.52})$$

IV.1 INTRODUCTION

La sustentation magnétique est un sujet intéressant à tout point de vue. Elle a des applications réelles avec les paliers magnétiques des machines à rotation rapide (turbopompes, volants d'inertie). Elle présente un intérêt théorique pour l'automaticien dans la mesure où il s'agit d'un système instable en boucle ouverte au même titre que le pendule inverse (nettement moins proche d'une application réelle). Ensuite, elle permet de mettre en oeuvre des outils mathématiques assez élaborés dans le domaine de l'électromagnétisme et qui restent généralement abstraits pour les étudiants.

Enfin, cette application, bien que relativement complexe à étudier, reste technologiquement abordable ; le dispositif est en effet extrêmement simple et ne pose pas de difficulté particulière pour sa fabrication. En outre, d'un point de vue pédagogique, elle offre la possibilité d'illustrer d'une manière originale un cours d'automatique reposant essentiellement sur des applications telles que la commande de machines (lorsqu'il ne s'agit pas de simples boîtes noires !). [16]

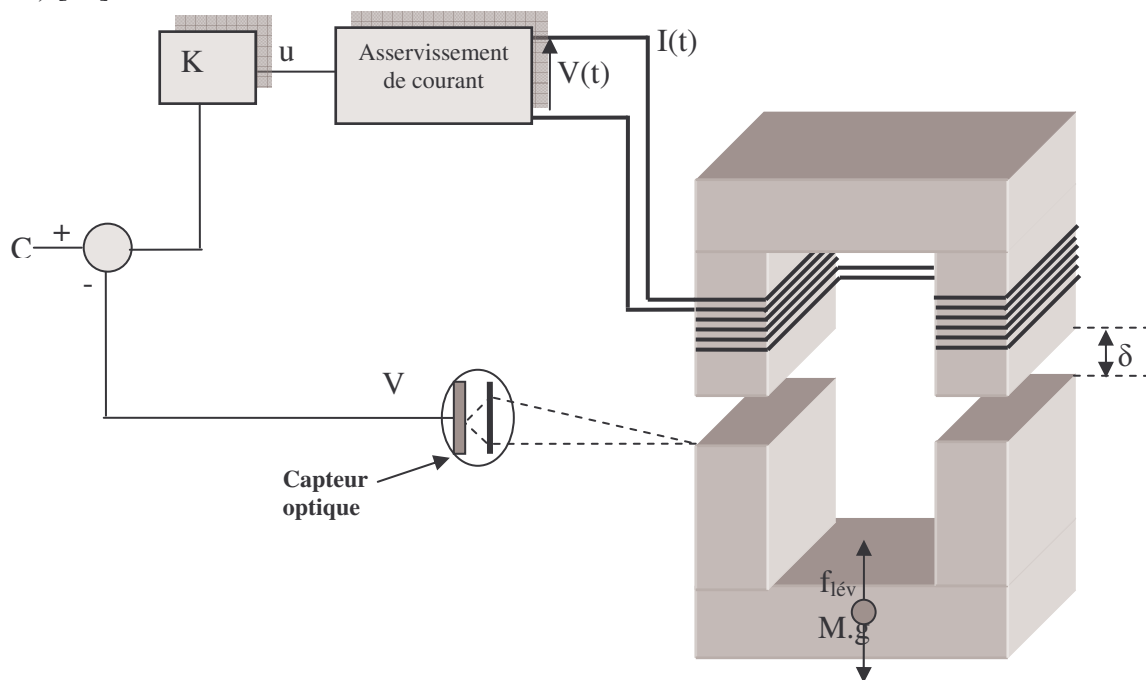


Fig.IV.1 : asservissement de sustentation magnétique.

Le dispositif présenté sur la figure (IV.1) est constitué d'un électro-aimant comportant une culasse en matériau ferromagnétique autour de laquelle sont bobinés un enroulement (L et R) et une partie mobile. Du même matériau et de masse "M". Destinée à être maintenue en lévitation en commandant le courant dans la bobine. Le mouvement de la lévitation est considéré comme étant uniquement vertical et sans frottement.

Un capteur optique fournit une tension "V" égale à la position verticale de la partie mobile, le signal d'erreur est amplifié par un correcteur proportionnel de gain ($K > 0$), la commande "u" sert à piloter l'asservissement du courant alimentant la bobine de l'électroaimant.

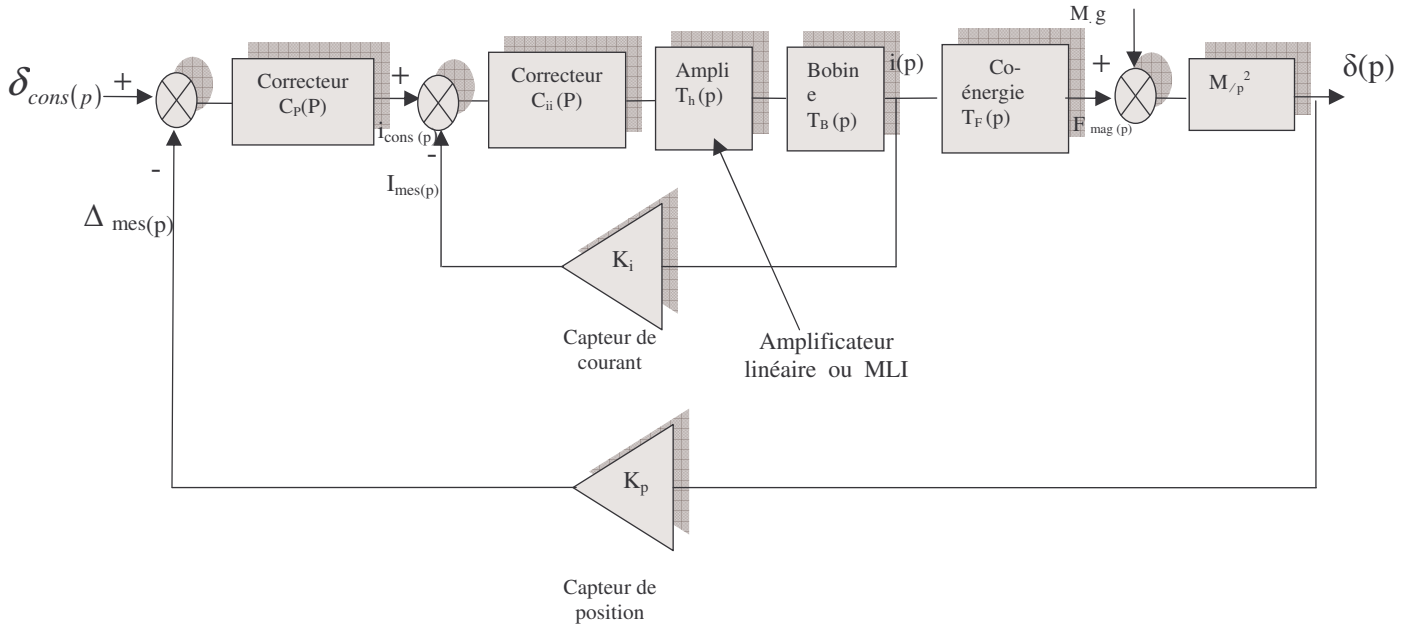


Fig.IV.2 : asservissement complet de la sustentation magnétique.

IV.2 ANALYSE DE COMMANDE

IV.2.1 Linéarisation de modèle de conduite [25]

L'adaptation du modèle élaboré plus haut à une analyse au sens de l'automatique (classique) du problème passe par une approche en "petits signaux" bien connue des électroniciens. Celle-ci consiste tout simplement à linéariser les caractéristiques du système.

Ce travail ne porte en fait que sur les éléments non linéaires qui se réduisent ici à la relation de conversion électromécanique. Nous obtenons donc :

$$\text{Avec : } F_{\text{mag}}(\delta, i) = K' \left(\frac{i}{\delta} \right)^2 \quad (\text{IV.1})$$

$$K' = -\frac{1}{4} N^2 \mu_0 l a$$

$$F_{\text{mag}}(\delta, i) \approx F_{\text{mag}}(\delta_M, i_M) + \partial_{\delta} F_{\text{mag}} \cdot \tilde{\delta} + \partial_i F_{\text{mag}} \cdot \tilde{i} \quad (\text{IV.2})$$

Où " $\tilde{\delta}$ " et " \tilde{i} " sont de petites variations de " δ " et i autour de " δ_M " et " i_M ".

Les dérivées partielles, calculées au point (δ_M, i_M) , ont pour expressions :

$$\begin{aligned}
 \partial_{\delta} F_{\text{mag}} &= -\frac{2K'i_M^2}{\delta_M^3} \\
 &= -k_{\delta} < 0 \\
 \partial_i F_{\text{mag}} &= \frac{2K'i_M}{\delta_M^2} \\
 &= k_i > 0
 \end{aligned}
 \tag{IV.3}$$

Avec un courant i_M tel que $F_{\text{max}}(\delta_M, i_M) = M \cdot g$

Application numérique : pour $\delta_M = 20\text{mm}$, nous obtenons :

$$i_M = 40\text{A}, \quad k_{\delta} = 58.0052\text{N/m} \text{ et } k_i = 29.0026\text{N/A}.$$

IV.2.2 Elaboration de schémas blocs

Et en prenant la différentielle du principe fondamental de la dynamique, il vient :

$$k_{\delta} \cdot \tilde{\delta} + k_i \cdot \tilde{i} = M \cdot \frac{d^2 \tilde{\delta}}{dt^2}
 \tag{IV.4}$$

Cela nous permet d'établir le schéma bloqué (partiel) de la figure (IV.3).

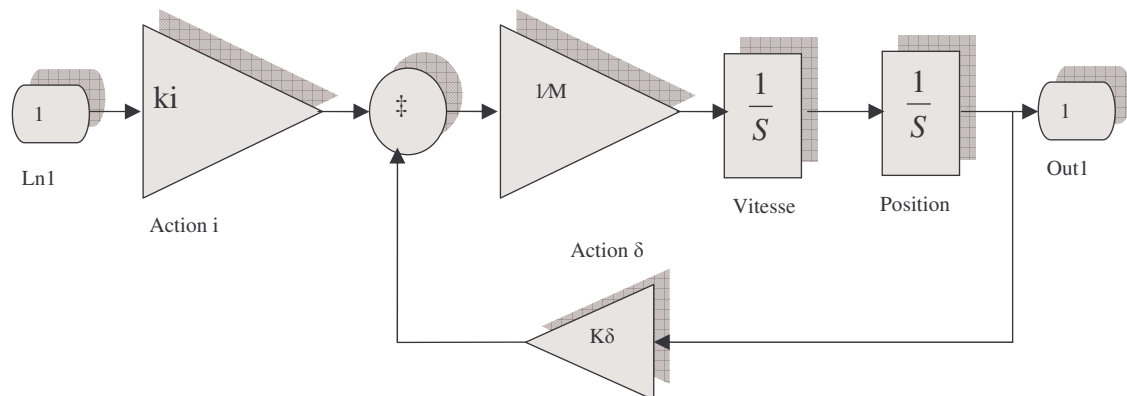


Fig.IV.3 : Action de l'électro-aimant.

La sortie **Out1** correspond à la variation de position $\tilde{\delta}$ ($\tilde{\delta}(p)$) par rapport à la position au repos " δ_M " et l'entrée **ln1** correspond à la variation de courant \tilde{i} ($\tilde{i}(p)$) par rapport au courant de repos " i_M ". La fonction de transfert :

$$T_{\text{meca}}(p) = \frac{\tilde{\delta}(p)}{\tilde{i}(p)} = \frac{k_i}{k_{\delta}} \cdot \frac{1}{\frac{M}{k_{\delta}} p^2 - 1}
 \tag{IV.5}$$

Et en posant $k_m = \frac{k_i}{k_\delta}$ et $\tau_m = \sqrt{\frac{M}{k_\delta}}$ (IV.6)

Il vient

$$T_{\text{meca}}(p) = \frac{k_m}{\tau_m^2 p^2 - 1} \quad (\text{IV.7})$$

$$T_{\text{meca}}(p) = \frac{k_m}{(\tau_m p - 1) \cdot (\tau_m p + 1)} \quad (\text{IV.8})$$

Cette fonction de transfert est tout à fait remarquable car on voit apparaître un pôle à partie réelle positive qui rend le système instable. De ce fait, ce système ne peut pas fonctionner en boucle ouverte.

La réalisation d'un asservissement muni d'un correcteur approprié est indispensable pour atteindre l'objectif souhaité (lévitation du rail). Concrètement, l'instabilité en boucle ouverte conduit aux comportements suivants :

- Chute de la rail (hors de la portée de l'électroaimant).
- Le rail collé à l'électroaimant.

La modélisation n'est pas complète tant que n'a pas été pris en compte le circuit électrique de l'électro-aimant. Celui est extrêmement simple et (pratiquement) découplé de la partie mécanique. Nous avons en effet un système du premier ordre $T_{\text{elec}}(p)$ reliant la tension d'alimentation \tilde{v} (donc $\tilde{V}(p)$) et le courant dans la bobine \tilde{i} (donc $\tilde{I}(p)$).

$$T_{\text{elec}}(p) = \frac{\tilde{I}(p)}{\tilde{V}(p)} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1 + \tau_e p} \quad (\text{IV.9})$$

Ceci nous permet de compléter le modèle complet (en petits signaux) du système proposé à la Figure (IV.4).

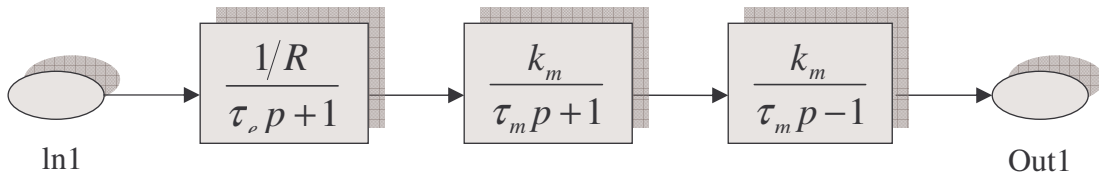


Fig.IV.4 : modèle complet du système.

IV.2.3 Proposition d'une commande

Nous avons prévu à la figure (IV.1), de réaliser une commande de l'électroaimant à l'aide d'une structure possédant deux boucles imbriquées dont la boucle interne était dédiée au contrôle du courant. Or, ce type de commande, employé notamment pour la machine à courant continu (MCC), est imposé par la nature faiblement impédance de l'induit d'une telle machine. L'essentiel de la tension générée par l'induit résulte de sa mise en rotation (terme en $k\Omega$). Le courant transitoire lors d'un démarrage n'est donc pas correctement contrôlé et nécessite une boucle de réduction dont la consigne peut éventuellement être limitée par un écrêteur. Mais ce problème ne se pose pas dans notre application pour deux raisons :

- L'impédance de la bobine de l'électro-aimant est élevée par rapport à l'induit d'une MCC.
- La contribution de la partie mécanique au comportement électrique de l'électro-aimant est faible.

Pour ces deux raisons, la boucle de courant n'est pas utile et nous limiterons notre asservissement à une simple boucle de position. Par ailleurs, ce choix permettra d'obtenir des performances dynamiques plus élevées car l'imbrication de plusieurs boucles tend à ralentir le comportement global d'un système (même avec des boucles internes rapides).

IV.2.3.1 Système électro-aimant et rail

Fonction de transfert complète $T_{c0}(p)$ système {Electroaimant - Rail} écrit donc :

$$T_{c0}(p) = \frac{-k_{c0}}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)(1 - \tau_m p)} \quad (IV.10)$$

Avec $k_{c0} = \frac{k_i}{R k_\delta}$, $\tau_m = \sqrt{\frac{M_{elec-aimant}}{k_\delta}}$ et $\tau_e = \frac{L}{R}$ (IV.11)

En fait, le gain statique doit être complété par deux autres gains représentatifs deux autres éléments de la boucle d'asservissement (hors correcteur) :

- le hacheur d'alimentation de l'électro-aimant de gain k_H .
- le capteur de position du rail de gain k_{capt} .

Une présentation plus détaillée de ces deux éléments sera effectuée. Ici, nous admettrons leur modélisation sous la forme de gains purs que nous allons évaluer.

IV.2.3.2 hacheur

Pour le hacheur, nous utiliserons une commande M.L.I. (Modulation de Largeur d'Impulsion) à fréquence fixe " F_d " afin d'alimenter la bobine de l'électro-aimant par des créneaux de tension ($0-U_0$) à rapport cyclique " α " variable. La tension d'alimentation instantanée " v_i " de l'électro-aimant peut être assimilée à sa valeur moyenne ($v = \langle v_i \rangle = \alpha U_0$) si la fréquence de découpage " F_d " est suffisamment élevée pour que le découpage soit filtré par la nature inductive de la charge. La grandeur de pilotage du hacheur est donc le rapport cyclique α que l'on contrôle à l'aide de la commande M.L.I. Pour cela, on envoie par exemple un signal d'entrée v_e proportionnel au rapport cyclique. Par exemple, on peut avoir une commande pour laquelle ($\alpha=0$) pour $v_e=0V$ et ($\alpha=1$) pour $v_e=\Delta v_e$. Nous notons " Δv_e " la dynamique du signal d'entrée de la commande M.L.I. et nous avons une dynamique de la tension de sortie " v " du hacheur égale à " U_0 ". Ceci nous permet de donner l'expression du gain " k_H " :

$$k_H = \frac{U_0}{\Delta v_e} \quad (\text{IV.12})$$

Pour l'application présente, nous prendrons $U_0 = 50V$ et $\Delta v_e = 10V$. Ceci nous donne $k_H=5$.

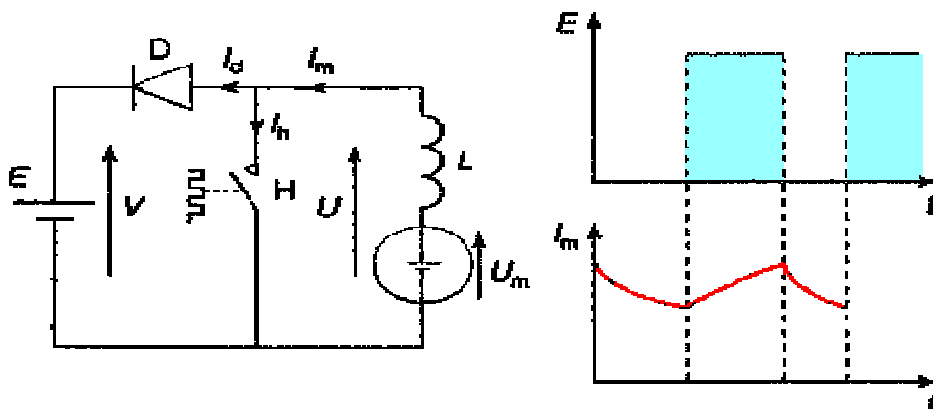


Fig.IV.5 : l'allure du courant dans l'enroulement de l'électroaimant en sustentation.

IV.2.3.3 capteur de position

Le capteur de position utilisé pour notre application, dont la technologie reste à préciser, présente une dynamique de son signal de sortie $\Delta V_{\delta,mes}$ pour une dynamique de la position mesurée $\Delta\delta$. Son gain k_{capt} est alors égal à $\frac{\Delta V_s}{\Delta\delta}$. Il est important de rappeler ici la convention de signe concernant la mesure de δ : lorsque la rail s'éloigne de l'électro-aimant, la valeur de δ diminue (et est négative). Nous pouvons concevoir un capteur délivrant un signal à l'image exacte de δ (compris entre $\delta = -10\text{mm}$ et $\delta = -30\text{mm}$) en fournissant une tension $v_{\delta,mes}$:

- égal à $\Delta V_{\delta,mes}$ pour $\delta = -10\text{mm}$.

- égal à 0 pour $\delta = -30\text{mm}$.

Les deux variations (d'un extrême à l'autre) étant de même signe, le gain du capteur est positif. Pratiquement, nous utiliserons un capteur ayant une dynamique de sortie de 10V et donc avec un gain k_{capt} de 1000V/m.

IV.2.3.4 système global

Le système global {Electroaimant+ rail + hacheur + capteur} a donc une fonction de transfert

$T_c(p)$ égal à $k_H \cdot k_{capt} \cdot T_{c0}(p)$ et donc de la forme :

$$T_c(p) = \frac{-k_c}{(1 + \tau_e p) \cdot (1 + \tau_m p) \cdot (1 - \tau_m p)} \quad (\text{IV.13})$$

Application numérique : En prenant comme point de repos $\delta = 20\text{mm}$, nous obtenons :

$$k_c = 0.5, \tau_e = 245 \text{ ms} \text{ et } \tau_m = 821.2 \text{ ms}.$$

Commençons par traiter le cas d'un simple correcteur proportionnel de gain k_p pour lequel nous allons étudier la stabilité du système en boucle fermée.

IV.2.4 stabilité on correction proportionnel

Le critère (graphique) du Revers n'est pas applicable ici car la fonction de transfert en boucle ouverte est à phase non minimale (présence d'un pôle à partie réelle positive). Il serait donc nécessaire d'utiliser le critère de Nyquist (compte du nombre de tours du lieu de Nyquist autour du point -1) mais afin d'effectuer une analyse plus fine, le critère (algébrique) de Routh sera privilégié ici. Nous allons donc former la table de Routh issue de l'équation (et du polynôme) caractéristique : [16]

$$1 + K_p \cdot T_c(p) = 0 \quad (\text{IV.14})$$

Soit :

$$1 - K_p \cdot k_c + \tau_e p \tau_m^2 p^2 - \tau_e \tau_m^2 p^3 = 0 \quad (\text{IV.15})$$

On pose donc le polynôme caractéristique $\Pi_c(p)$ sous la forme :

$$\Pi_c(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 \quad (\text{IV.16})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_0 = 1 - K_p \cdot k_c \\ a_1 = \tau_e \\ a_2 = -\tau_m^2 \\ a_3 = -\tau_e \cdot \tau_m^2 \end{cases} \quad (\text{IV.17})$$

A partir de ce polynôme, on peut former les deux premières lignes de la table de Routh ou l'on place les coefficients a_i . Plus précisément, on place a_3 et a_1 sur la première ligne puis a_2 et a_0 sur la deuxième :

P^3	$a_{1,1} = a_3$	$a_{1,2} = a_1$	0
P^2	$a_{2,1} = a_2$	$a_{2,2} = a_0$	0
P^1	$a_{i,j}$...	
P^0	\vdots	\ddots	

Table de Routh.

A partir de la troisième ligne, on calcule les coefficients $\alpha_{i,j}$ à partir de la relation de récurrence suivante :

$$\alpha_{i+2,j} = \alpha_{i,j+1} - \frac{\alpha_{i,1}}{\alpha_{i+1,1}} \cdot \alpha_{i+1,j+1} \quad (\text{IV.18})$$

Ici, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \alpha_{3,1} &= a_1 - \frac{a_3}{a_2} \cdot a_0 \\ \alpha_{3,2} &= 0 \\ \alpha_{4,1} &= a_0 \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

Le critère de Routh impose, pour que le système soit stable, que tous les coefficients de la première colonne de la table soient non nuls et de même signe. Or, les deux coefficients imposés par le polynôme caractéristique (a_1 et a_2) sont négatifs. Il faut donc que :

$$\alpha_{3,1} < 0 \text{ et } \alpha_{4,1} < 0$$

Pour $\alpha_{4,1}$, nous avons donc :

$$K_p > \frac{1}{k_c} \quad \text{avec: } k_c > 0$$

Et pour $\alpha_{3,1}$, il vient :

$$K_p < 0 \quad (\text{IV.20})$$

Les deux conditions sont incompatibles. Le système n'est pas stabilisable avec un simple correcteur P et on peut donc prévoir qu'un correcteur P.I. ne convient pas non plus. Cette stabilité recherchée ne peut venir que d'un apport de phase mais l'approche classique pour une Représentation externe du système n'est pas appropriée car elle repose sur le critère du revers. Il est donc préférable de procéder à une formulation par variables d'état et synthétiser un correcteur par retour d'état basé sur les informations fournies par un observateur.

IV.2.5 représentation par variable d'état

S'agissant d'un modèle linéarisé et invariant dans le temps, il est possible de le décrire par un système différentiel linéaire du premier ordre relatif à un vecteur appelé vecteur d'état x piloté par le signal d'entrée scalaire v_e et par une équation vectorielle faisant le lien entre cet état x et la sortie du système $v_{\delta.mes}$. Ces équations sont :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bv_e \\ v_{\delta.mes} = Cx \end{cases} \quad (\text{IV.21})$$

Où A, B, C sont des matrices (de dimension appropriées) constituant le modèle du système.

Cette mise en équation n'est pas unique : il existe une infinité d'états pouvant décrire un système donné. En effet, on peut transformer cette représentation en posant $x = P\delta$ où P est la matrice de passage (inversible) entre l'état δ et l'état x . Nous obtenons alors le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \tilde{A}\delta + Bv_e \\ v_{\delta.mes} = \tilde{C}\delta \end{cases} \quad (\text{IV.22})$$

Avec :

$$\begin{cases} \tilde{A} = P^{-1}AP \\ \tilde{B} = P^{-1}B \\ \tilde{C} = CP \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

Certaines formes sont plus appropriées que d'autres en fonction du travail à effectuer. Par exemple, il est possible de traduire une fonction de transfert en un modèle d'état de manière immédiate sous une forme dite commandable. Soit la fonction de transfert $T(p)$ de la forme

$$T(p) = \frac{b_1 p^{n-1} + \dots + b_n}{p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} \quad (\text{IV.24})$$

La représentation d'état correspondante donne les matrices A, B, et C suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

$$B = (0 \ \dots \ 1)^t, C = (b_n \ \dots \ b_1) \quad (\text{IV.26})$$

Dimensions de matrices : le vecteur d'état x est de dimension « n » (ordre du dénominateur de $T(p)$)

-matrice A : $n \times n$

-matrice B : $n \times 1$

-matrice C : $1 \times n$

On dit alors que le système est d'ordre n (dimension du vecteur d'état).

IV.2.6 Application à l'électro-aimant

Il s'agit de développer la fonction de transfert $T_c(p)$ que l'on rappelle ici

$$T_c(p) = \frac{-k_c}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)(1 - \tau_m p)} \quad (\text{IV.27})$$

En développant le dénominateur puis en le factorisant par le coefficient du terme de plus haut degré afin d'obtenir un polynôme de la forme (VI.23). Nous obtenons donc :

$$T_c(p) = \frac{b_3}{p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} \quad (\text{IV.28})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} b_3 = \frac{k_c}{\tau_e \tau_m^2} \\ a_1 = \frac{1}{\tau_e} \\ a_2 = -\frac{1}{\tau_m^2} \\ a_3 = -\frac{1}{\tau_e \tau_m^2} \end{cases} \quad (\text{IV.29})$$

Application numérique : en remplaçant les paramètres par leurs valeurs, il vient :

$$\begin{cases} b_3 = 3 \text{ m} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-3} \\ a_1 = 4.08 \text{ s}^{-1} \\ a_2 = -1.2 \text{ s}^{-2} \\ a_3 = -6.05 \text{ s}^{-3} \end{cases} \quad (\text{IV.30})$$

En nous pouvons expliciter les matrices A, B et C du modèle d'état :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, C = (b_3 \ 0 \ 0) \quad (\text{IV.31})$$

IV.2.7 commandabilité et observabilité [16]

Après le passage au formalisme d'état, la suite logique consiste à mettre en oeuvre une correction par retour d'état permettant d'identifier le comportement du système bouclé à une fonction de transfert imposée (éventuellement pour satisfaire un critère d'optimisation).

Mais avant cela, il convient de vérifier que le système est commandable (avant d'élaborer une commande) et observable (car nous allons devoir réaliser un observateur d'état pour cette commande). Les propriétés de commandabilité et d'observabilité sont vérifiables par l'étude du rang des matrices de commandabilité $\check{C}_{A,B}$ et d'observabilité $\check{O}_{A,C}$, définies comme suit (pour un système d'ordre n)

$$\check{C}_{A,B} = (B, AB, \dots, A^{n-1}B) \quad (\text{IV.32})$$

$$\text{Et : } \check{O}_{A,C} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.33})$$

Et pour notre application, nous savons simplement :

$$\check{C}_{A,B} = (B, AB, A^2B) \text{ et } \check{O}_{A,C} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.34})$$

Pour qu'un système d'ordre n soit commandable, il faut :

$$\text{Rang } \check{C}_{A,B} = n \quad (\text{IV.35})$$

Et pour qu'il soit observable, il faut :

$$\text{Rang } \check{O}_{A,C} = n \quad (\text{IV.36})$$

Dans le cas de systèmes mono variables, comme ici, ces conditions sont respectivement équivalentes à :

$$\det \check{C}_{A,B} \neq 0 \text{ et } \det \check{O}_{A,C} \neq 0 \quad (\text{IV.37})$$

Et pour notre application, ces matrices sont :

$$\check{C}_{A,B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -a_1 \\ 1 & 0 & a_1^2 - a_2 \end{pmatrix} \text{ et } \check{O}_{A,C} = b_3 \cdot I_3 \quad (\text{IV.38})$$

Où I_3 est la matrice identité d'ordre 3.

Et donc, il vient :

$$\det \check{O}_{A,C} = -1 \quad (\text{IV.39})$$

$$\det \check{C}_{A,B} = b_3^3 \quad (\text{IV.40})$$

Le système est donc commandable et observable. Ces propriétés nous permettent de poursuivre notre étude avec la garantie que la réalisation de la commande (retour d'état et observateur) est possible.

IV.2.8 retour d'état

Le retour d'état consiste à appliquer au système une commande v_e de la forme :

$$v_e = k \cdot v_{\delta, \text{cons}} - K \cdot x \quad (\text{IV.41})$$

Où k est un scalaire et K est un vecteur ligne de la forme $(k_3 \ k_2 \ k_1)$.

L'étude du retour d'état s'effectue tout d'abord en terme de régulation ($v_{\delta, \text{cons}} = 0$). Nous avons alors

$$v_e = -K \cdot x \quad (\text{IV.42})$$

Et nous pouvons réécrire l'équation d'état en conséquence

$$\dot{x} = (A - BK) x \quad (\text{IV.43})$$

Avec

$$A - BK = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 - k_3 & -a_2 - k_2 & -a_1 - k_1 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.44})$$

La matrice A est remplacée par une nouvelle matrice $A' = A - BK$ gardant une forme canonique commandable. On voit ici l'intérêt de cette représentation d'état car le polynôme caractéristique de A' , et donc la dynamique du système bouclé, peut être imposé directement par identification de ces coefficients à ceux d'un polynôme imposé (placement de pôles). Ce polynôme imposé peut être déterminé par optimisation d'un critère : ceci est l'objet d'un domaine de l'automatique appelée commande optimale. Dans le cas présent, nous nous limiterons à l'identification du polynôme caractéristique à celui d'un filtre de Butterworth (du 3^{ème} ordre) $H_B(p)$:

$$H_B(p) = \frac{1}{(1 + p/w_0) \cdot (1 + p/w_0 + p^2/w_0^2)} \quad (\text{IV.45})$$

Dont le polynôme caractéristique $\Pi_B(p)$ est le suivant :

$$\Pi_B(p) = p^3 + 2w_0p^2 + 2w_0^2p + w_0^3 \quad (\text{IV.46})$$

$$\Pi_B(p) = p^3 + \beta_1p^2 + \beta_2p + \beta_3 \quad (\text{IV.47})$$

Nous imposons que pulsation w_0 de 20rad/s. Pour donner une idée des performances dynamiques (raisonnables) que l'on puisse attendre avec ce choix, la réponse indicielle de ce filtre de butterworth est donnée à la figure (IV.6).[16]

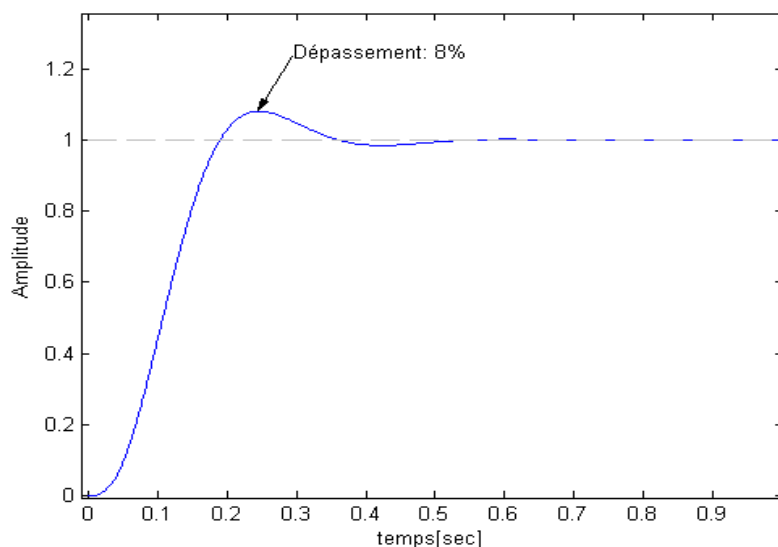


Fig.IV.6 : réponse indicielle de $H_B(p)$.

Notons les valeurs numériques des coefficients de $\Pi_B(p)$:

$$\begin{cases} \beta_1 = 40 \\ \beta_2 = 800 \\ \beta_3 = 8000 \end{cases} \quad (\text{IV.48})$$

Et par identification de ces coefficients à ceux de la dernière ligne de la matrice $A-BK$ (au signe près), nous obtenons les coefficients du retour d'état K :

$$\begin{cases} k_1 = 35.92 \\ k_2 = 801.2 \\ k_3 = 8006.05 \end{cases} \quad (\text{IV.49})$$

Une fois la dynamique de la boucle établie, il ne faut pas oublier le terme $k.v_{\delta, \text{cons}}$ de la commande pour laquelle il faut fixer la valeur de k . Nous choisissons d'obtenir un retour unitaire de l'ensemble et pour cela, ϵ doit satisfaire la relation suivante :

$$k^{-1} = -C.(A-BK)^{-1}.B \quad (\text{IV.50})$$

La valeur de k nécessaire est donc égale à 57.2×10^{-3} .

IV.2.9 observateur d'état

Le retour d'état que nous venons d'effectuer suppose que l'état x du système est connu (soit mesuré soit estimé). Or, la seule mesure que nous effectuons sur le système est la position du l'électro-aimant. Il va donc falloir reconstruire l'état à partir de cette seule mesure. Nous avons déjà montré que ceci était possible en prouvant que le système était observable mais il est toutefois nécessaire de réaliser cet observateur. L'observateur délivre une estimation \hat{x} . À partir du modèle suivant :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bv_e + R(v_{\delta, \text{cons}} - C\hat{x}) \quad (\text{IV.51})$$

pour lequel on doit régler $R = (r_1 \ r_2 \ r_3)^t$ afin d'atténuer rapidement l'erreur d'estimation $\tilde{x} = x - \hat{x}$. Or, la dynamique de cette erreur est obtenue par soustraction de l'équation d'état du système réel par celle (IV.51) du modèle d'estimation :

$$\dot{\tilde{x}} = (A-RC)\tilde{x} \quad (\text{IV.52})$$

$$\text{Avec :} \quad \tilde{x}(0) = x(0) - \hat{x}(0) = x_0 - \tilde{x}_0 \quad (\text{IV.53})$$

Nous pouvons utiliser la même méthode que pour la synthèse du retour d'état. Toutefois, il faut noter que le calcul n'est pas aussi immédiat car la forme commandable n'est pas appropriée : il existe pour cela une forme canonique observable. Ceci ne pose heureusement pas de problème dans la mesure où il s'agit d'un système du 3^{eme} ordre pour lequel le calcul du polynôme caractéristique reste simple. La dynamique nécessaire pour l'observateur doit être 4 à

6 fois plus rapide que celle du retour d'état pour que le système fonctionne globalement correctement. Ceci est dû au fait que le retour d'état doit utiliser une image assez fidèle de l'état réelle pour que la commande soit efficace. Pour cela, nous prendrons une dynamique de type Butterworth (comme pour le retour d'état) avec une pulsation w_0 de 100rad/s. Le polynôme obtenu s'écrit donc :

$$\Pi_R(p) = \lambda^3 + \mu_1\lambda^2 + \mu_2\lambda + \mu_3 \quad (\text{IV.54})$$

$$\text{Avec :} \quad \begin{cases} \mu_1 = 200 \\ \mu_2 = 20000 \\ \mu_3 = 1000000 \end{cases} \quad (\text{IV.55})$$

Calculons maintenant le polynôme caractéristique lié à la dynamique de l'observateur :

$$\Pi_R(p) = \det(\lambda I_3 - (A - RC)) \quad (\text{IV.56})$$

$$= \lambda^3 + c_1\lambda^2 + c_2\lambda + c_3 \quad (\text{IV.57})$$

$$\text{Avec :} \quad \begin{cases} c_1 = r_1 b_3 + a_1 \\ c_2 = r_1 b_3 a_1 + r_2 b_3 + a_2 \\ c_3 = r_1 b_3 a_2 + r_2 b_3 a_1 + r_3 b_3 + a_3 \end{cases} \quad (\text{IV.58})$$

Où l'on peut remplacer les coefficients a_1 , a_2 , a_3 , et b_3 par leurs valeurs et identifier c_1 , c_2 , et c_3 à μ_1 , μ_2 et μ_3 . Ceci nous conduit à un système de 3 équations à 3 inconnues (r_1 , r_2 et r_3) à résoudre :

$$\begin{cases} 3r_1 = 195.92 \\ 12.24r_1 + 3r_2 = 2001.2 \\ -3.6r_1 + 34.08r_2 - 3r_3 = 1000006.05 \end{cases} \quad (\text{IV.59})$$

La forme triangulaire de ce système rend sa résolution triviale, nous avons :

$$\begin{cases} r_1 = 65.30 \\ r_2 = 400.61 \\ r_3 = 328862.71 \end{cases} \quad (\text{IV.60})$$

Ce résultat met un terme au calcul du correcteur de notre système car nous disposons d'un retour d'état imposant une certaine dynamique à notre asservissement et l'état nécessaire à son fonctionnement est délivré par l'observateur que nous venons de synthétiser. En effet, l'évolution de l'état estimé est alors simplement décrite par l'équation (IV.51) pour laquelle il est toutefois nécessaire :

De connaître les matrices A , B et C *i.e.* le modèle du système, Et d'imposer une valeur initiale \hat{x}_0 au vecteur \hat{x} Maintenant que la conception de notre asservissement est terminée, nous pouvons procéder à une évaluation de ses performances aux travers de simulations sous MATLAB/SIMULINK.

IV.3 SIMULATION ET RESULTATS

Nous proposons ici les résultats de simulation en petits signaux de notre modèle avec le correcteur et l'observateur d'état qui viennent d'être établis afin de vérifier leurs performances dans le cadre des hypothèses avec lesquelles ils ont été synthétisés. On pourra de se fait vérifier que le couplage des dynamiques respectives du correcteur et de l'observateur ne conduit pas à une détérioration des performances prévues. Le schéma blocs utilisé pour cette simulation est présenté à la figure (IV.7).

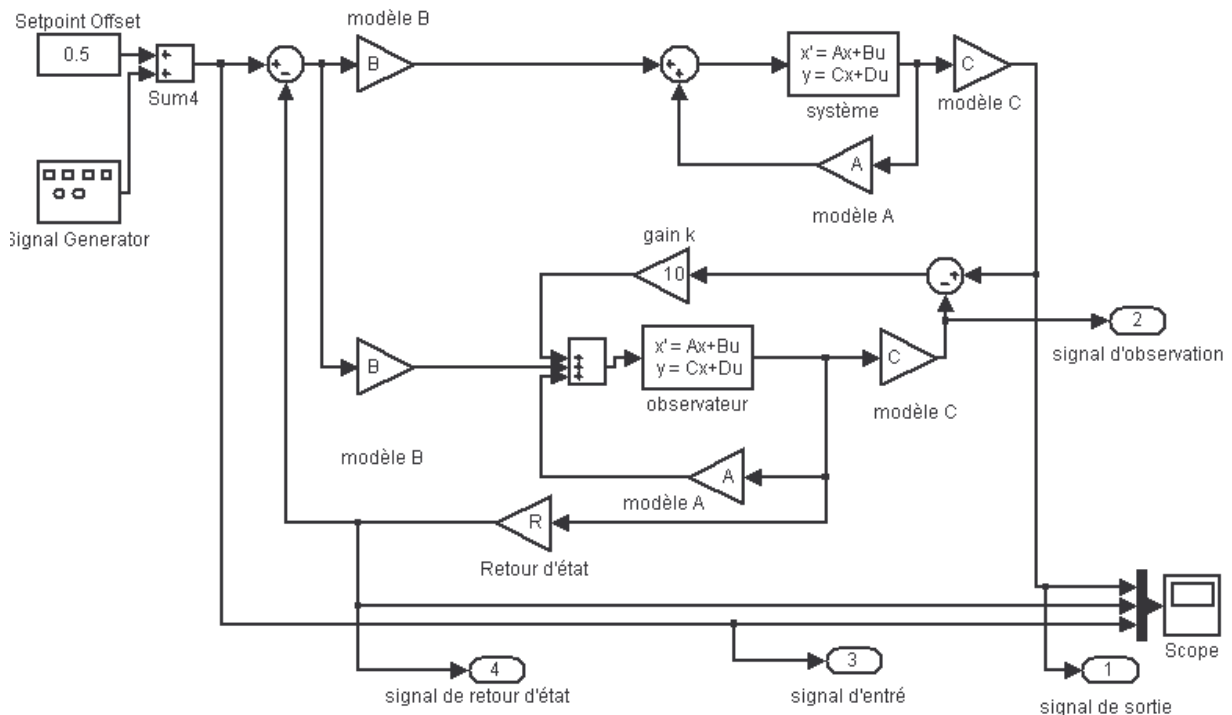


Fig.IV.7 : schéma de bloc de simulation de réglage par retour d'état.

La simulation qui vient d'être effectuée n'est pas totalement fidèle au comportement réel du système pour deux raisons principales :

- le modèle utilisé pour cette simulation est établi à partir de la linéarisation du modèle électromagnétique et par la méthode du dérivé d'énergie.
- nous avons simplifié la modélisation du circuit électrique (bobine de l'électroaimant) en négligeant le terme $i \cdot v_{\delta} \frac{dL}{d\delta}$ dans l'expression de la tension aux bornes de la bobine.

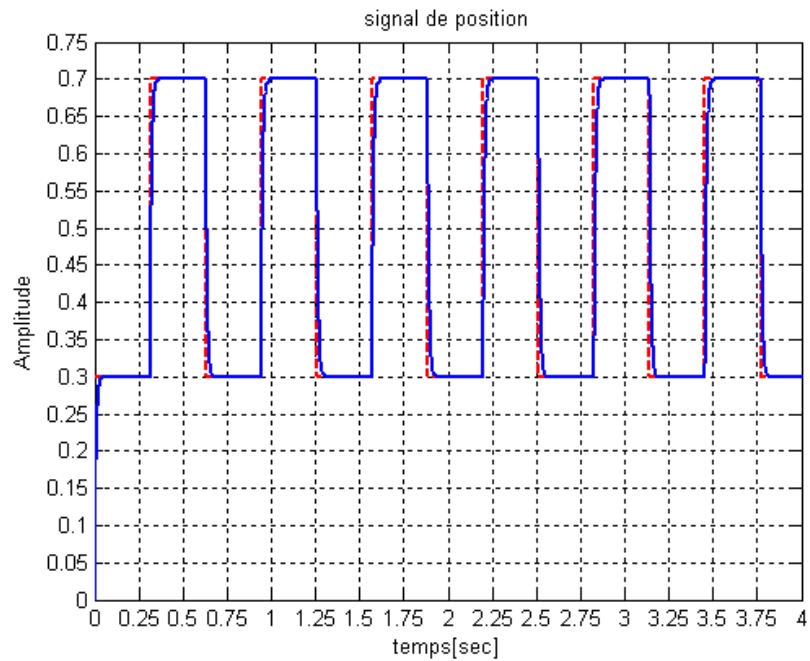


Fig.IV.8 : signal de position.

On a représenté à la figure (IV.8), le signal de position par rapport le signal d'entrer. En remarque que le signal de sortie elle fort parce que le temps de réponse elle est très petit. Plus elle est la même forme de signal d'entrer.

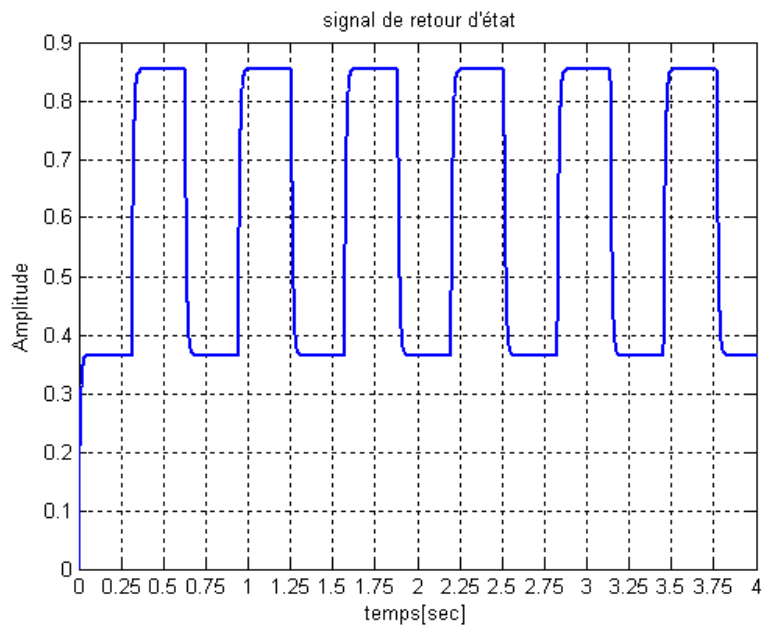


Fig.IV.9 : signal de retour d'état.

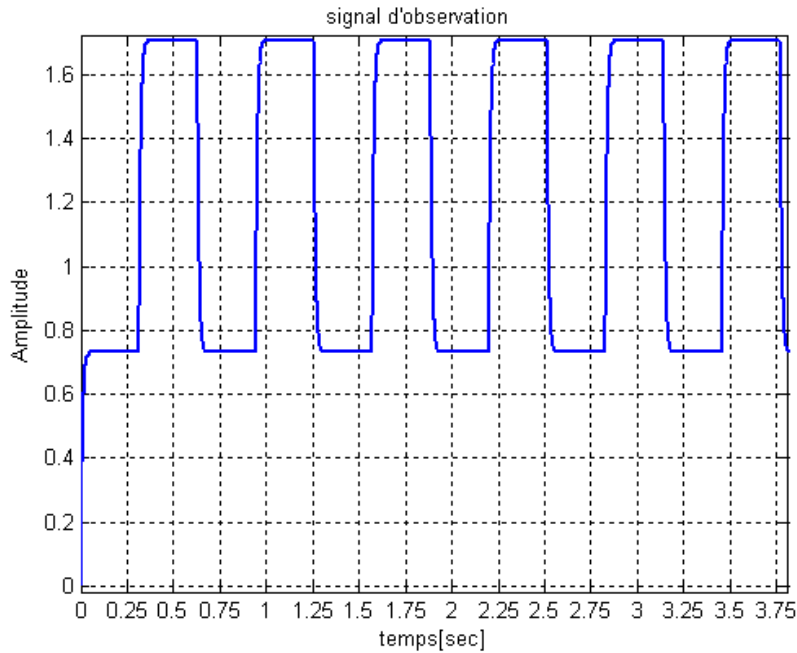


Fig.IV.10 : signale d'observation.

IV.4 CONCLUSION

Au travers de ce chapitre, nous avons pu traiter l'étude de la sustentation magnétique qui se révèle être une application particulièrement riche du génie électrique. En effet, elle nous a permis de mettre en oeuvre des compétences dans l'ensemble des disciplines enseignées en cycle universitaire de m'sila :

- électrotechnique pour le calcul des forces exercées par l'actionneur (électroaimant).
- automatique pour la modélisation complète du système et pour l'élaboration de sa commande.
- électronique de puissance pour l'étude de l'alimentation de puissance de l'électroaimant.
- notions de physique des capteurs et d'optique pour la mesure de position du rail.

La suite logique de cette étude théorique est la réalisation de la maquette et l'expérimentation réelle de la commande. Il s'agira de valider par la pratique les résultats établis dans ce chapitre et vérifiés au travers de simulations numériques sur ordinateur.

CONCLUSION GENERALE

Le présent travail nous a permis d'aborder la lévitation qui est une technique faisant Appel aux effets électromagnétiques. Pour sa mise en oeuvre, nous distinguons plusieurs variantes utilisées dans des applications concernant particulièrement le transport terrestre. L'analyse de ces dernières, nous a permis tout d'abord de cerner l'architecture d'un système assurant les fonctions de lévitation, de guidage et de propulsion.

Pour notre part, nous avons ciblé l'étude d'une telle structure en investissant essentiellement les fonctions de lévitation et de guidage par des électroaimants dont les armateurs travaillent en attraction.

Ainsi, le couplage magnétique entre l'armature mobile en forme de U et l'armature fixée au rail conditionne la lévitation et le guidage de la structure mobile. A cet effet, nous avons adopté une approche analytique basée sur des modèles représentatifs pour le calcul des inductions pour déterminer enfin les forces de lévitation, et de guidage en fonction de l'entrefer entre l'armature mobile et l'armature fixe ainsi que le décalage entre ces dernières.

Nous avons étudié l'évolution de la variation de ces deux forces en fonction de l'entrefer et du décalage pour différentes combinaisons de formes d'armatures feuilletés en fer silicium. La connaissance du comportement de ces deux forces permet la conception d'une commande électrique des électroaimants pour assurer la stabilité dynamique de la structure mobile en contrôlant l'entrefer et le décalage.

En effet, la mise en oeuvre de la sustentation nécessite une structure de commande adéquate. plusieurs structures sont proposés dans la littérature comme la commande par retour d'état et par PID.

Après avoir contribué à la mise en oeuvre de la sustentation magnétique d'autres travaux futurs peuvent s'inscrire dans le cadre des perspectives de développement. Il s'agit particulièrement de :

- L'établissement d'une commande de structure.
- L'intégration de la propulsion de la structure en lui associant un actionneur linéaire inductif.

LE THÉORÈME D'EARNSHAW [26]

La preuve du théorème d'Earnshaw est très simple si tu comprends un certain calcul de base de vecteur. La force statique en fonction de la position $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ agissant sur n'importe quel corps dans le vide dû aux champs d'attraction universelle, électrostatiques et magnétostatiques sera toujours divergence les $\mathbf{div} \mathbf{F} = 0$. À un point d'équilibre la force est zéro. Si l'équilibre est stable la force doit se diriger de dans vers le point d'équilibre sur une certaine petite sphère autour du point. Cependant, par le théorème de Gauss',

$$\int_s \mathbf{F}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{s} = \int_v \mathbf{div} \mathbf{F} dv .$$

L'intégrale du composant radial de la force au-dessus de la surface doit être égale à l'intégrale de la divergence de la force au-dessus de l'intérieur de volume qui est zéro.

Ce théorème s'applique même aux corps prolongés qui peuvent même être flexibles et conduisant à condition qu'ils ne soient pas diamagnétiques. Ils seront toujours instables aux déplacements rigides latéraux du corps dans une certaine direction au sujet de n'importe quelle position d'équilibre. Tu ne peut pas contourner lui n'employant aucune combinaison des aimants fixes avec les pendules fixes ou quoi que.

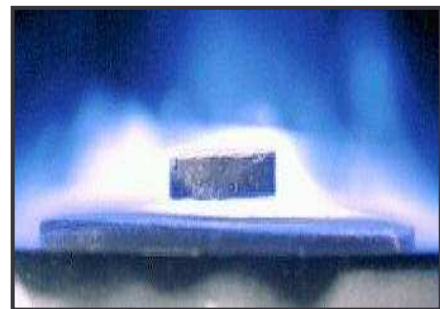
DIAMAGNÉTISME: [27]

Il est possible de faire de la lévitation des supraconducteurs et d'autres matériaux diamagnétiques. Ceci est également employé dans des trains de MagLev. Il a l'endroit commun devenu à voir que les nouveaux matériaux supraconduction à hautes températures ont fait de la lévitation de cette façon. Un superconductor est parfaitement diamagnétique que le moyen il expulse un champ magnétique. D'autres matériaux diamagnétiques sont endroit commun et peuvent également être faits de la lévitation dans un champ magnétique s'il est assez fort. Gouttelettes et mêmes grenouilles de l'eau ont été faits de la lévitation de cette façon à un laboratoire de magnétiques en Hollande (monde de physique, avril 1997).

Le théorème d'Earnshaw ne s'applique pas au diamagnétiques pendant qu'ils se comportent comme des "anti-aimants": ils alignent Anti-parallèle aux lignes magnétiques tandis que les aimants censés dans l'essai de théorème toujours pour aligner en parallèle. Dans le diamagnétiques, les électrons ajustent leur trajectoire pour compenser l'influence du champ magnétique externe et ceci a comme conséquence un champ magnétique induit qui est dirigé dans la direction opposée. Il signifie que le moment magnétique induit est antiparallèle au champ externe. Supraconducteurs sont diamagnétiques avec le changement macroscopique de la trajectoire (courant de criblage sur la surface). La grenouille est un autre exemple mais les orbites d'électron sont changées en chaque molécule de son corps.

CHAMPS D'OSCILLATION:

Un champ magnétique d'oscillation induira un courant alternatif dans un conducteur et produira ainsi d'une force faisant de la lévitation. Un effet semblable peut être réalisé avec convenablement un disque tournant de coupe. Le champ d'oscillation est une manière de faire un diamagnétique d'un corps de conduite. En raison d'une résistance finie, les changements induits de la trajectoire d'électron disparaître après que peu de temps mais toi puisse créer un courant permanent de criblage sur la surface en appliquant un champ d'oscillation et les corps de conduite se comportent juste comme les corps supraconducteur [28].

**Rotation :**

Étonnamment, il est possible de faire de la lévitation un objet tournant avec les aimants fixes. **Le levitron** est un jouet commercial qui exploite l'effet. Le dessus de rotation peut faire de la lévitation délicatement au-dessus d'une base avec un arrangement soigneux des aimants à condition que sa vitesse et taille de rotation demeure dans certaines limites. Cette solution est particulièrement intelligente parce qu'elle utilise seulement les aimants permanents. Des matériaux en céramique sont employés pour empêcher les courants induits qui absorberaient l'énergie de rotation.

En fait, le levitron peut également être considéré comme sorte de diamagnétique. Par rotation, tu stabilises la direction du moment magnétique dans l'espace (gyroscope magnétique). Alors tu places cet aimant avec la magnétisation fixe (contrairement au "a fixé l'aimant") dans un champ magnétique anti-parallèle et il fait de la lévitation [29].

INTERET DE L'UTILISATION DES TOLES MAGNETIQUES Fe-Si

Les matériaux magnétiques doux constituent l'élément principale des nombreux dispositifs électrotechniques, ces matériaux sont contenus du fer qui présente des propriétés magnétiques remarquables : son aimantation à saturation est grande, 2.16T à température ambiante, et sa température de curie élevée (1043K) fait qu'il conserve ses propriétés ferromagnétiques pour la plupart des applications électrotechniques.

Ces matériaux sont utilisés sous forme des tôles magnétiques minces afin de limiter les pertes par courants de Foucault dans les circuits. Ces tôles sont le plus souvent des alliages fer-silicium.

L'introduction d'une faible concentration de Si (jusqu'à 3.2% en poids pour des fréquences d'utilisation de quelques dizaines à quelques centaines de Hz) a pour inconvénient diminuer l'aimantation à saturation.

Mais elle présente l'avantage suivant :

L'alliage Fe-Si a des caractéristiques mécaniques supérieures au fer pur ; le silicium étant **alpha gène**, la structure cristallographique de l'alliage reste cubique centré quelle que soit la température (contrairement au fer pur) ce qui permet des processus de mémoire de texture au cours des procédés métallurgiques ; la décroissance de l'anisotropie magnéto cristalline favorise la **nucléation** de nouveaux domaines ce qui tend à diminuer le champ coercitif ; surtout, la résistivité de l'alliage est augmentée d'un facteur 4 à 5 par rapport au fer pur pour 3 à 3.4% Si, ce qui permet de réduire sensiblement les pertes par courant induits.[30]

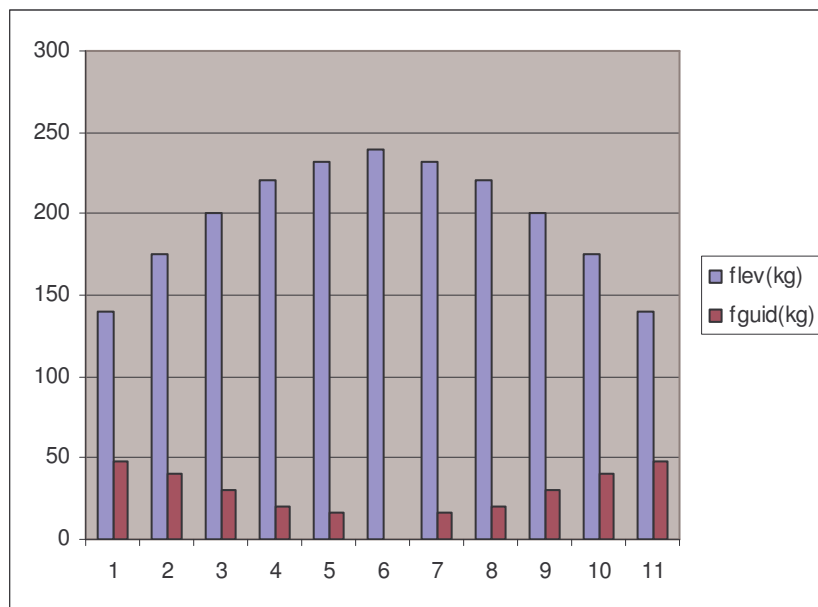
Les performances du système avec le rail en forme de U peuvent être améliorées par le choix d'un matériau de haute perméabilité tel que le fer silicium ou le fer cobalt.

ANNEXE V

**RESULTATS DE SIMULATION AVEC FLUX 2D CAS D'UN
ELECTROAIMANT EN FORME DE U**

I. AVEC RAIL ÉTROIT PLAT

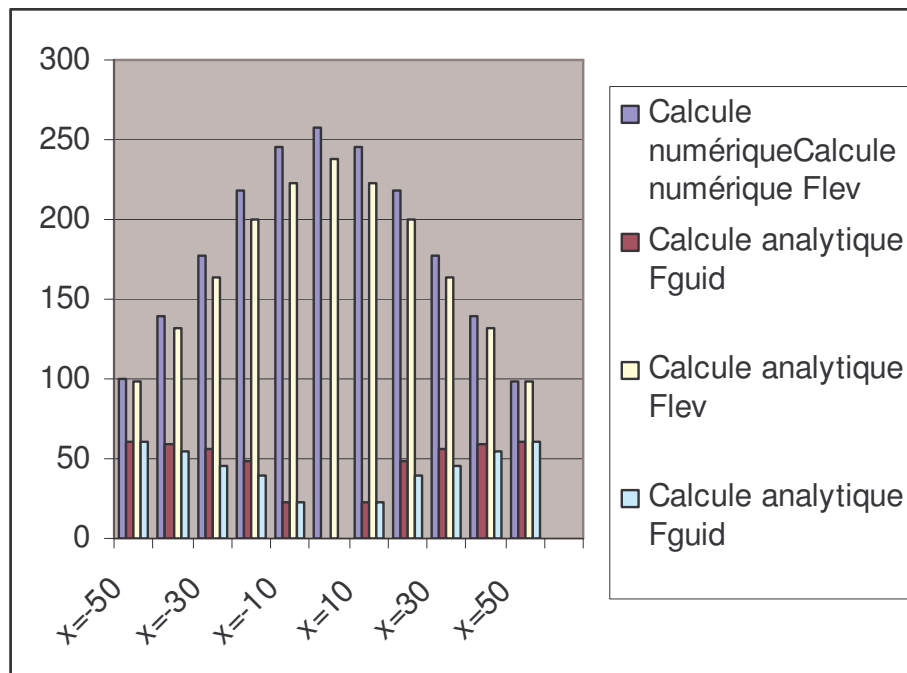
	Calcule numérique	Calcule numérique	Calcule analytique	Calcule analytique
	$f_{lev}(kg)$	$f_{guid}(kg)$	$f_{lev}(kg)$	$f_{guid}(kg)$
X =-50	160	53	140	48
X =-40	200	50	175	40
X =-30	238	40	200	30
X =-20	250	30	220	20
X =-10	270	20	232	17
X =0	280	0	240	0
X =10	270	20	232	17
X =20	290	30	220	20
X =30	230	40	200	30
X =40	200	50	175	40
X =50	160	53	140	48



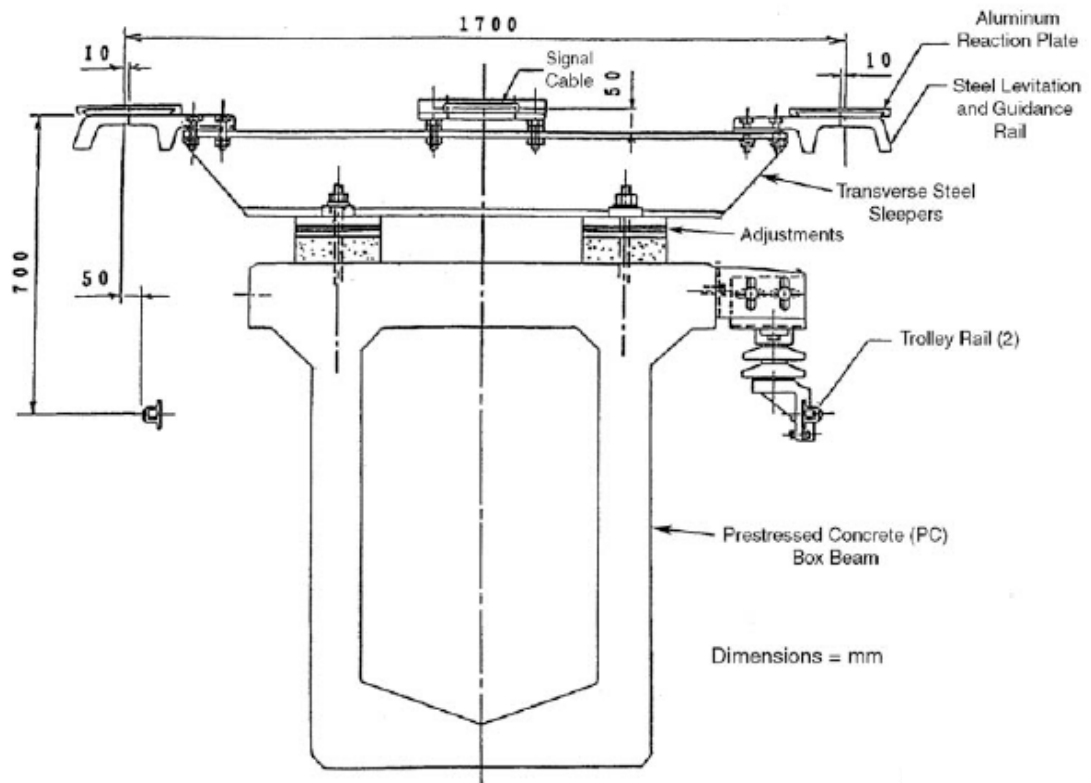
ANNEXE V

II. AVEC RAIL EN FORME DE U

	Calcule numérique	Calcule numérique	Calcule analytique	Calcule analytique
	$F_{lev}(Kg)$	$F_{guid}(Kg)$	$F_{lev}(Kg)$	$F_{guid}(Kg)$
X =-50	100	60	99	60
X =-40	140	59	132	55
X =-30	178	56	163	45
X =-20	218	48	200	40
X =-10	245	23	223	22
X =0	258	0	238	0
X =10	245	23	223	22
X =20	218	48	200	40
X =30	178	56	163	45
X =40	140	59	132	55
X =50	99	60	99	60



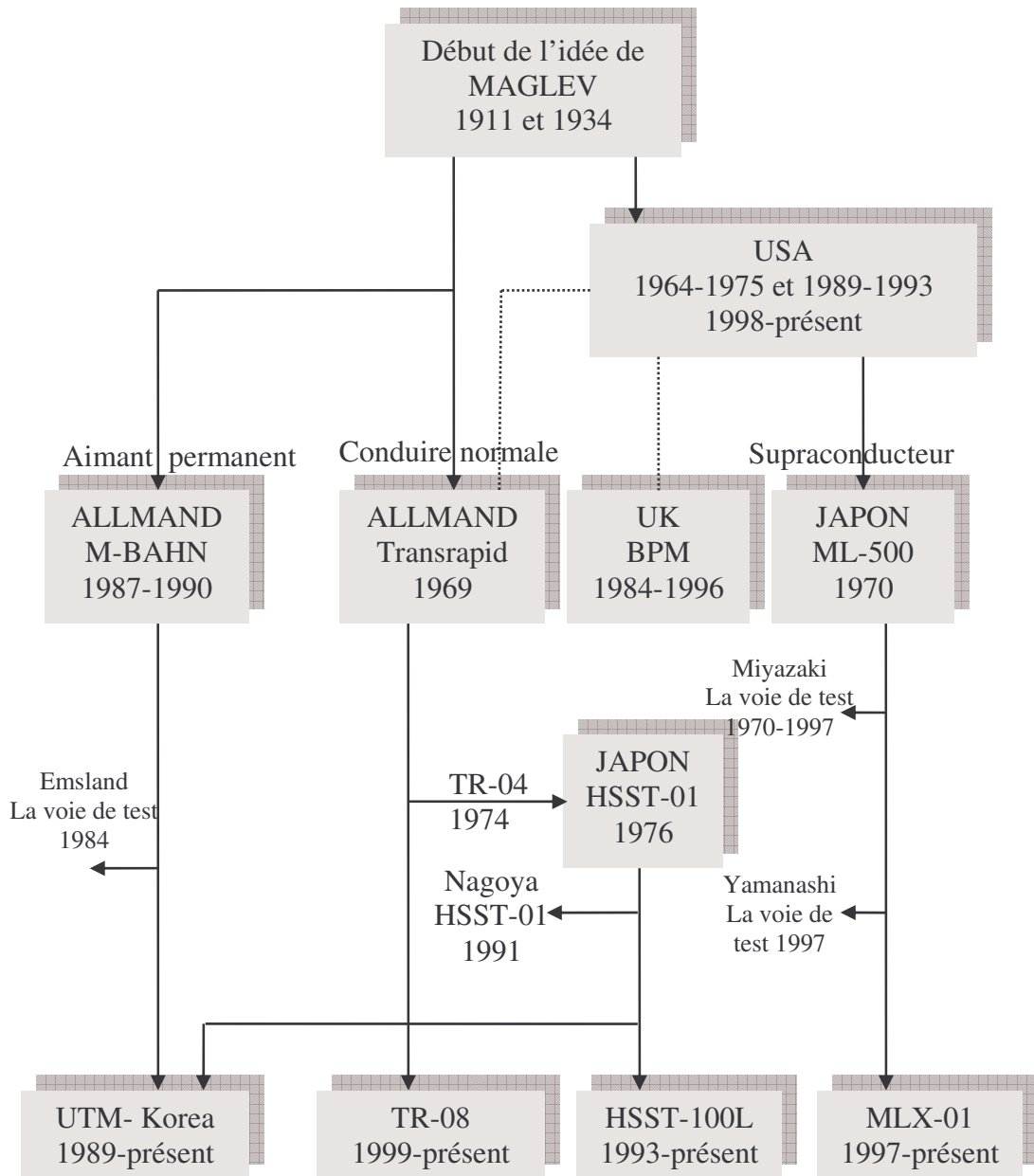
ANNEXE VI



La coupe de CHSST standard choisit la voie de guidage

ANNEXE VI

DEVELOPPEMENT DE MAGLEV



V.6. COMPARAISON ENTRE LES RESULTATS ANALYTIQUE ET NUMERIQUE

V.6.1 Électro-aimant en forme de U rail étroit plat :

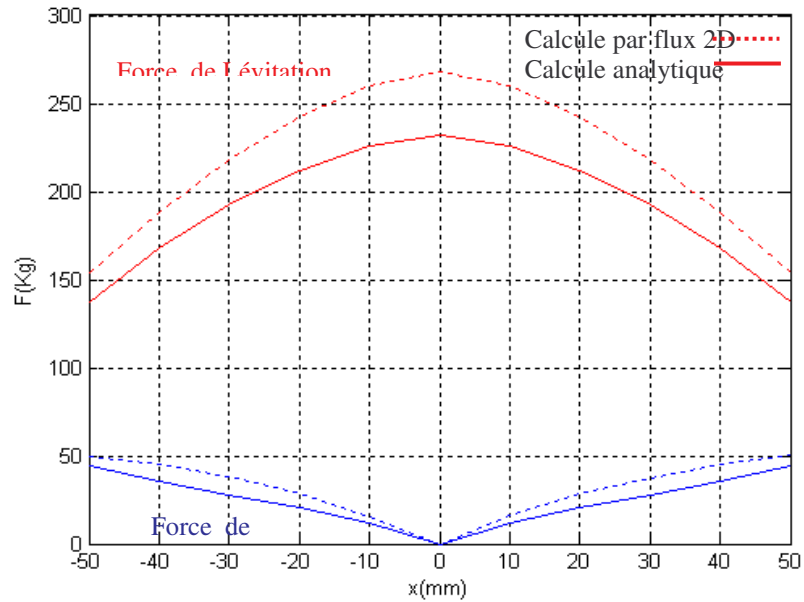


Fig. V.13 Force de lévitation et de guidage en fonction de la position de l'électro-aimant par rapport au rail étroit plat. $\delta=20\text{mm}$, Flux 2D Analytique

V.6.2. Électro-aimant en forme de U rail en forme U :

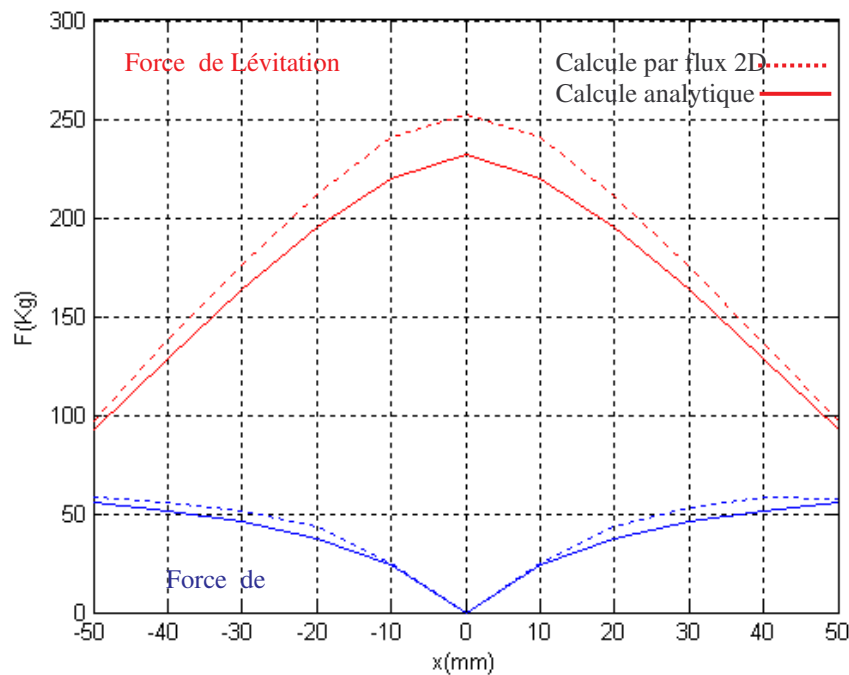


Fig. V.14 Force de lévitation et de guidage en fonction de la position de l'électro-aimant par rapport au rail étroit plat. $\delta=20\text{mm}$ Flux 2D Analytique

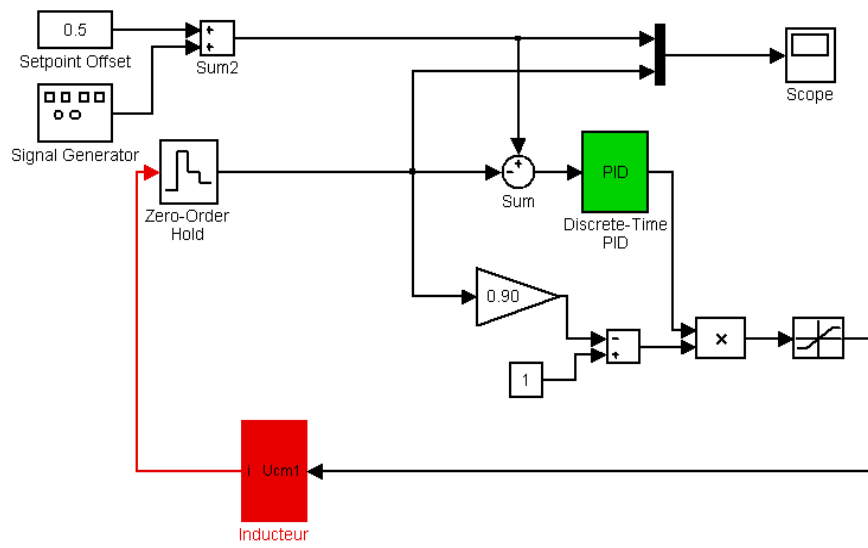
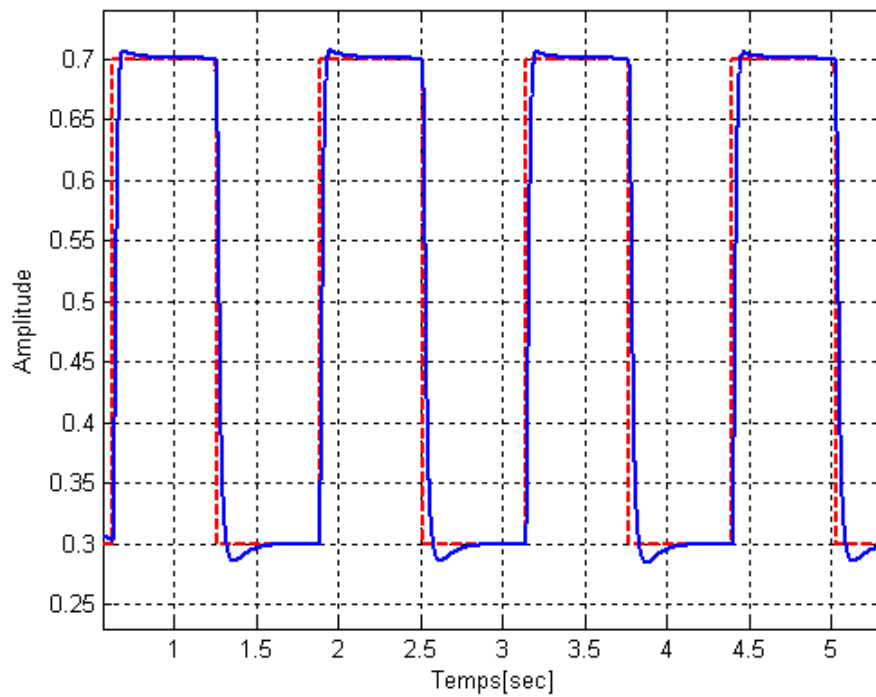


Schéma de bloc de simulation de réglage par PID.



Résultat de simulation réglage par PID.

BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] Site Internet : [http : // www. Lévitacion .magnétique. Fr](http://www.Lévitacion .magnétique. Fr).
- [2] J. DELAMARE, F. FAURE. "Les paliers magnétiques". Laboratoire d'électrotechnique de GRENOBLE ,2003.
- [3] A. DAVID, N. FABIEN " La supraconductivité " Département de physique printemps des sciences 2002.
- [4] Site Internet : [http: //www.hfml.sci.kun.nl/hfml/lévitate. Html](http://www.hfml.sci.kun.nl/hfml/lévitate. Html).
- [5] Site Internet : [http : //www. Le levitran.com](http://www. Le levitran.com).
- [6] R. COMES, D. SLIVA, J. SILVANETO "Electromagnetic levitation using MATLAB" 0-7803-7912-8/03.2033 IEE.
- [7] T .PENICK "Magnetic Levitation Vehicles" electrical and computer engineering seminar IEEE 155, November 11, 1998.
- [8] A.R. EASTHAN, W.F HAYES "Maglev systems development status» IEEE magazine, January 1998.
- [9] SEKI, TOMOHIRO "The development of HSST -100L" proceedings Maglev, 95-pp51-55.
- [10] S. ANTOINE, STURTZER "LE TRAIN MAGLEVE" projet de basse tension, année 2001.
- [11] KENT R, DAVEY "Designing with mull flux coils" IEEE transaction on magnetic, VOL.33, No 5, September 1997.
- [12] MARC, T. THOMPSON D.R THORNTON "Flux- cancelling electrodynamic maglev suspension: part I test fixture design and modelling " IEEE transactions on applied superconductivity, VOL.3, NO.1MARCH 1999.
- [13] FEDERAL TRANSIT ADMINISTRATION "low speed maglev technology development program" U. S. department of Transportation, report number: DOC – CA-26-7025-02.1, MARCH 2002.
- [14] Federal transit administration "assessment of CHSST maglev for U.S urban transportation» report number FTA-MD-26-7029-2002.1, july 2002.
- [15] OLIVER BARRE " Contribution a l'étude de formulation de calcule les forces magnétique en magnétique en magnétostatique approche numérique et validation expérimentale. Thèse doctorat .école centrale de Lille № d'ordre:3419 décembre 2003"
- [16] Sustentation Magnétique. Modélisation et commande"Nicola patin agrégé de génie-Elec "doctorat. Laboratoire SATIE- ENS de Cachan CNRS UMR 8029.

- [17] Z. TORKI "Étude d'un système de lévitation magnétique applique a la propulsion électromagnétique le Maglev " Thèse magister. Ecole militaire polytechnique 21-02 - 2006.
- [18] D. ALDO, R. ALFRED "Integrated electromagnetic levitation and guiding system for the swisse federal. Institute of technology industrial electronics laboratory 1015 Lausanne Switzerland" .
- [19] MARCEL JUFER "transducteurs élecomécanique " traité l'électricité, école polytechnique de loussane 1979, éditions géorgien.
- [20] S. CHOUCHE "Contribution à l'amélioration de la commande d'un redresseur à MLI alimenté par un réseau perturbé " thèse de magister université de Batna 1998.
- [21] F. DECARFORT; G. FOULARD; J. CALVET "Asservissement linéaires continus" mars 1989.
- [22] EL. KEBIRE BOUKAS "Système asservis" 1995.
- [23] RACHIDE IKIN ; LAHCENE BEN BAOUICHE "asservissements linéaires continus" 7/1990.
- [24] S. NIARD ; R. MOREAU ; J. BATTUT " Machine électrique" avril 1987.
- [25] Sustainement magnétique MEE \ labo_rt.tex \ 24 octobre 2006.
- [26] Earnshaw, S., sur la nature des forces moléculaires qui règlent la constitution de l'éther luminifereux, transport. Camb. Phil. Soc., 7, pp 97-112 (1842).
- [27] Braunbeck, suspension de W. Free des corps dans les champs électriques et magnétiques, für Physik, 112, 11, pp753-763 (1939) de Zeitschrift Brandt, La Science, Janv. 1989.
- [28] B.V. Jayawant, "systèmes électromagnétiques de lévitation et de suspension", éditeurs : Edward Arnold, Londres, 1981 Un superconductor à hautes températures dans la suspension magnétique.
- [29] Baie, Proc Roy Soc Londres 452, 1207-1220 (1996).
- [30] A. BITTAR , R. MOURA sales "H2H control Applied to an electromagnetically levitated vehicle " university of Sao Paulo BRAZIL, proceedings of the 1997 IEEE international conference on control application hartford,CT-october 5-6,1997.