

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mohamed BOUDIAF - M'sila
Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique



Numéro d'inscription : DGE/05/17

Thèse
Présentée pour l'obtention du diplôme
de Doctorat en Sciences
Spécialité: Génie Electrique
Option: Génie Electrique

Présentée par

MABRAK Samir

Magister en Electrotechnique, ENP

Thème

**Optimisation des Performances des
Machines Synchrones à Aimants
Permanents Montés sur la Surface
Rotorique non Magnétique**

Soutenue publiquement le 25/07/2021 devant le jury composé de :

BELHAMDI Saad	Professeur	Université de M'sila	Président
CHAKROUNE Salim	Professeur	Université de M'sila	Rapporteur
KHODJA Djalal Eddine	Professeur	Université de M'sila	Co-Rapporteur
HAMIMID Mourad	Professeur	Université de B-B-A	Examineur
BOUZIDA Ahcene	Maître de Conférences A	Université de Bouira	Examineur
TALHAOUI Hichem	Maître de Conférences A	Université de B-B-A	Examineur

Année universitaire : 2020 /2021

Remerciements

Le travail présenté dans cette thèse a été effectué au sein du laboratoire de génie-électrique de l'université de Mohamed Boudiaf - M'sila, sous la direction de Monsieur **Salim CHAKROUNE**, Professeur à l'université de Mohamed Boudiaf - M'sila. Je le tiens à exprimer ma haute reconnaissance pour sa disponibilité à chaque sollicitation et sa contribution scientifique a été très fructueuse dans l'avancement de ce travail.

Je remercie Monsieur **Djalal Eddine KHODJA**, Professeur à l'université de Mohamed Boudiaf - M'sila, pour avoir accepté de co-diriger ce travail. Ses conseils et recommandations m'ont été d'un grand secours durant les périodes difficiles.

J'ai été profondément honoré que Monsieur **Saad BELHAMDI**, Professeur à l'université de Mohamed Boudiaf - M'sila, ait accepté d'examiner ce travail et de présider ce jury.

Je tiens à remercier également Messieurs **HAMIMID Mourad** Professeur à l'université Bordj Bou Arreridj, Monsieur **BOUZIDA Ahcene** Maître de Conférences à l'université de Bouira et Monsieur **TALHAOUI Hicham** Maître de Conférences à l'université de Bordj Bou Arreridj pour leurs participation au jury et pour les nombreuses discussions scientifiques constructives.

Mes remerciements sont adressés à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation en particulier ceux du département de génie-électrique de l'ENP.

Enfin, un grand remerciement aussi à tous ceux qui ont été à mes côtés et qui m'ont aidé et encouragé. Vous êtes tellement nombreux que vous citer tous seraient un très grand défi. Sachez toutefois que vous êtes tous dans mes pensées.

À mes chers parents

À mes chers frères

À ma femme, À mes enfants

Barae, Mohamed et Djinane

Table des matières

Introduction générale	10
------------------------------	----

Chapitre I : Présentation de la Machine Synchrone à Aimants Permanents

I.1. Introduction	12
I.2. Les différentes structures de la machine synchrone à aimants permanents	13
I.2.1. Structures à pôles lisses	13
I.2.2. Structures à pôles saillants	16
I.3. Matériaux laminés ou matériaux composites	16
I.3.1. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans les MSAP	17
I.3.2. Les différents types de matériaux pour aimants	18
I.3.2.1. Les aimants métalliques	18
I.3.2.2. Les ferrites	18
I.3.2.3. Terres rares	19
I.3.2.4. Les Plasto-aimants	20
I.3.3. Matériaux magnétiques composites doux	22
I.3.4. Nouvelles topologies	22
I.3.5. Application des aimants permanents dans les moteurs	23
I.4. Avantages des machines synchrones à aimants permanents	24
I.5. Domaines d'application	25
I.6. Techniques de réduction des ondulations de couple	25
I. 6.1. Grandeurs liées à la minimisation des ondulations de couple	25
I.6.2. Couple de détente	26
I.7. Fonctionnement en mode synchrone autopiloté	27
I.7.1. Inconvénients du fonctionnement autopiloté	28
I.8. Conclusion	29

Chapitre II : Prise en Compte des Encoches Statoriques dans le Calcul du Champ par les Transformations Conformées

II.1. Introduction	30
II.2. Modélisation des machines synchrones à aimants permanents	30
II.2.1. Equations de Maxwell	33
II.2.2. Formulation en potentiel scalaire magnétique ϕ	33
II.3. Hypothèses et modèle d'étude	34

II.4. Modélisation des sources	35
II.4.1. Modélisation des aimants permanents	35
II.4.2. Modèles des courantes sources	37
II.5. Détermination des potentiels scalaires	40
II.5.1. Potentiel scalaire créé par les aimants	40
II.5.2. Potentiel scalaire créé par les courants statoriques	42
II.6. Exploitation de la méthode analytique	43
II.7. Calcul de la force électromotrice	44
II.8. Calcul du couple développé par la machine	44
II.9. Calcul de la perméance d'entrefer	45
II.10. Calcul analytique des grandeurs globales	51
II.10.1. Calcul de la force électromotrice	51
II.10.2. Calcul du couple développé par la machine	53
II.10.3. Calcul du couple de détente	55
II.11. Conclusion	56

Chapitre III : Modèle Analytique Exact de la Machine Synchrone à Aimants Sinusoïdaux

III.1. Introduction	57
III.2. Modélisation analytique de la machine étudiée	57
III.2.1. Calcul analytique des performances électromagnétiques	58
III.2.2. Equations de Maxwell dans le cadre de la magnétostatique	60
III.2.3. Formulation en potentiel vecteur magnétique (A)	61
III.2.4. Potentiel vecteur magnétique créé au niveau des aimants (région I)	61
III.2.5. Potentiel vecteur magnétique créé au niveau de l'entrefer (région II)	62
III.2.6. Potentiel vecteur magnétique créé au niveau de l'encoche (région III)	65
III.3. Expressions des grandeurs globales	69
III.3.1. Calcul Analytique de la FEM de la machine étudiée	69
III.3.2. Calcul Analytique du couple d'interaction	70
III.3.3. Calcul Analytique du couple de détente	71
III.4. Conclusion	71

Chapitre IV : Calcul par Eléments Finis des Machines à Aimants Permanents

IV.1. Introduction	72
IV.2. Principe de la méthode des éléments finis	73
IV.2.1. La méthode des résidus pondérés	74
IV.2.2. La méthode variationnelle	74
IV.2.3. Types d'éléments finis	74
IV.3. Code de calcul par éléments finis adapté au calcul des MSAP	75
IV.4. Le Logiciel FEMM : Partie Préprocesseur	75
IV.4.1. Le Solveur	75
IV.4.2. Formulation intégrale de la méthode des éléments finis	76
IV.4.3. Expression de la fonction approchée	77
IV.5. Calcul de la force électromotrice et le couple par éléments finis	77
IV.5. 1. Calcul des flux	77
IV.5. 2. Calcul des couples développés par la machine	79
IV.6. Avantages et Inconvénients de la méthode des éléments finis	79
IV.7. Conclusion	80

Chapitre V : Exploitation des modèles analytiques et numériques des machines à aimants montés sur la surface rotorique non magnétique

V.1. Introduction	81
V.2. Exploitation des modèles analytiques et validation par éléments finis	81
V.2.1 Distribution des champs magnétiques dus aux aimants	82
V.3. Influence des paramètres géométriques sur le couple électromagnétique	89
V.3. 1. Taux d'ondulation	89
V.3. 2. Taux d'harmonique de distorsion (THD)	90
V.4. Etude du couple de détente	91
V.4. 1. Influence des paramètres géométriques sur le couple de détente	93
V.4. 2. Influence de l'épaisseur de l'aimant sur le couple moyen	94
V.4. 3. Influence de l'ouverture de l'encoche sur le couple de détente	95
V.5. Distribution des inductions dues aux courants	97
V.6. Conclusion	98
Conclusion générale	99
Références Bibliographiques	101
Annexe	109

Listes des figures

Figure I.1	Machine à rotor intérieur amagnétique.	14
Figure I.2	Machine à rotor extérieur amagnétique.	15
Figure I.3	Machine à flux axial.	16
Figure I.4	Courbe de désaimantation des aimants.	18
Figure I.5	Exemple de formes de plasto-aimants	19
Figure I.6	Courbes de désaimantation des principaux types d'aimants.	22
Figure I.7	Effet de l'interaction entre l'aimant et les dents statoriques.	26
Figure II.1	Structure de la machine étudiée.	32
Figure II.2	Différentes types d'aimantation.	35
Figure II.3	Représentation spatiale de l'aimantation sinusoïdale.	36
Figure II.4	Présentation spatiale de l'aimantation mixte.	37
Figure II.5	Modélisation des courants statoriques.	37
Figure II.6	Inductions radiale (a) et tangentielle (b) avec stator lisse.	43
Figure II.7	Inductions radiale (a) et tangentielle (b) avec stator lisse.	43
Figure II.8	Ouverture d'encoche infiniment profonde présentée dans le plan S	45
Figure II.9	Les transformations utilisées.	46
Figure II.10	Ouverture de l'encoche dans le plan Z.	46
Figure II.11	Ouverture d'encoche dans le plan K	46
Figure II.12	Variations de la perméance complexe dans l'entrefer sur un pas dentaire (a) Partie réelle, (b) Partie imaginaire	50
Figure II.13	Inductions radiale (a) et tangentielle (b) avec stator encoché.	51
Figure II.14	Force électro motrice calculée analytiquement pour $\alpha_p = \frac{5}{6}$	53
Figure II.15	Couple électromagnétique calculé analytiquement	54
Figure II.16	Couple électromagnétique calculé analytiquement, (a) Alimentation sinusoïdale (b) Alimentation rectangulaire type 120° pour $\alpha_p = 1$	55
Figure III.1	Structure de la machine étudiée	58
Figure III.2	Représentation de l'encoche statorique avec ses conditions aux limites	66
Figure IV.1	Eléments classiques en une et deux dimensions	
Figure V.1	Répartitions des inductions radiale et tangentielle, à entrefer encoché a) : Induction radiale, b) : Induction tangentielle	83

Figure V.2	Parties réelle (a) et imaginaire (b) de la perméance relative complexe	83
Figure V.3	Répartitions des inductions radiale et tangentielle, à entrefer encoché a) : Induction radiale, b) : Induction tangentielle	84
Figure V.4	Répartitions des inductions radiale et tangentielle, à entrefer encoché a) : Induction radiale, b) : Induction tangentielle	84
Figure V.5	Maillage par éléments finis des différentes zones de la machine	85
Figure V.6	Répartitions de la f.é.m. par phase ($\alpha_r = 5/6 \tau_p$)	85
Figure V.7	Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur la fem ($\alpha_r = 5/6 \tau_p$)	86
Figure V.8	Couple d'interaction pour différentes alimentation ($\alpha_r = 5/6 \tau_p$)	87
Figure V.9	Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur le couple ($\alpha_r = 5/6 \tau_p$)	87
Figure V.10	Spectres harmoniques de la force électromotrice	88
Figure V.11	Spectres harmoniques du couple électromagnétique ($\alpha_r = 4/6 \tau_p$)	88
Figure V.12	Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur le taux d'ondulation ($\alpha_p = 5/6 \tau_p$)	89
Figure V.13	Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur le THD ($\alpha_p = 5/6 \tau_p$)	90
Figure V.14	Couple de détente (aimantation sinusoïdale) et son spectre harmonique ($\varepsilon/a = 10^{-6}$)	91
Figure V.15	Couple de détente (aimantation mixte) et son spectre harmonique ($\varepsilon/a = 10^{-6}$)	92
Figure V.16	Couples de détente pour une valeur optimale ($\alpha_p = 73\%$).	93
Figure V.17	Influence de l'épaisseur de l'aimant sur le couple moyen	94
Figure V.18	Influence de l'ouverture de l'encoche sur le couple de détente	96
Figure V.19	Induction dû aux courants statoriques (I=10 A)	97

Liste des tableaux

Tableau I.1	Caractéristiques magnétiques des alliages Fer-Nickel.	20
Tableau I.2	Caractéristiques magnétiques des alliages Fer- Cobalt	21
Tableau V.1	Résultats analytiques, pour différentes configurations des machines	95
Tableau V.2	Résultats analytiques, pour l'amplitude optimale du couple de détente	96

Listes des Symboles

Symbole	Unité	Nom
μ_0	H/m	Perméabilité magnétique du vide = $4\pi \times 10^{-7}$
μ_r	H/m	Perméabilité magnétique relative du matériau
B	T	Induction magnétique
H	A/m	Champ magnétique
J	A/m ²	Densité volumique de courant
E	V/m	Champ électrique
B_r	T	Induction rémanente des aimants
φ	V	Potentiel scalaire magnétique
A	T.m	Potentiel vecteur magnétique
M_r	-	La composante radiale de l'aimantation
M_θ	-	La composante tangentielle de l'aimantation
B_r	T	La composante radiale de l'induction
B_θ	T	La composante tangentielle de l'induction
ϕ	Wb	Le flux magnétique
E_c	V	La force électromotrice
Γ	N.m	Le couple d'interaction
λ	-	La perméance complexe de l'entrefer
Ω	rd/s	La vitesse de rotation de la machine
T_c	N.m	Le couple de détente
$\tau(\%)$	-	Taux d'ondulation
THD	-	Taux d'harmonique de distorsion

Introduction Générale

Un actionneur électromagnétique est un mécanisme permettant de convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique. En fait le terme d'actionneurs électromécaniques est plus général car il peut très bien s'appliquer à des mécanismes couplant directement électricité. Des évolutions importantes ont eu lieu ces dernières années grâce aux progrès réalisés dans les domaines des matériaux (magnétiques, mécaniques, thermiques...) [IBT93, LAT06]. Toutes ces évolutions ont permis d'envisager des améliorations des performances des machines électriques. L'arrivée sur le marché des matériaux magnétiques (aimants permanents modernes) dont les caractéristiques se sont améliorées en terme de performances et de prix, a permis l'essor de la machine synchrone. En effet, la mise en place des aimants permanents au rotor pour créer le champ inducteur supprime les contacts glissants et les dispositifs à diodes tournantes nécessaires aux rotors bobinés. Les machines synchrones à aimants sont caractérisées par un couple massique et un couple volumique important par rapport aux machines synchrones à rotors bobinés. Toutes ces exigences impliquent nécessairement une évolution de la phase de conception. Ainsi, les concepteurs des machines à aimants sont amenés à trouver de nouvelles structures qui répondent aux exigences, de différentes applications industrielles, à s'intéresser à l'intégration de nouveaux types de matériaux. La machine à aimant permanent est la plus utilisée dans l'industrie pour les applications du type servomoteur (robotique, machines outils etc.) [LAT06, LER06]. Elle présente un bon rendement par rapport aux autres types de machines avec toutefois quelques inconvénients liés à son coût de fabrication qui est relativement important et il est difficile de la faire fonctionner en affaiblissement de champ pour monter en vitesse, le flux étant imposé par les aimants (la désaimantation doit rester limitée). Il faut signaler aussi qu'elle ne supporte pas des températures de fonctionnement élevées.

L'objectif de notre étude consiste à modéliser une structure de machine synchrone à aimant performante avec un poids réduit. Cette structure est à **rotor non magnétique** constituée de *plasto aimants* et d'une armature non magnétique fabriquée en Aluminium de masse volumique 2700 kg/m^3 qui est moindre par rapport à celle du fer qui est de 7870 kg/m^3 . Les aimants utilisés présentent une densité de 5950 kg/m^3 (*plasto aimants*) alors que celle des *aimants de type Néodyme Fer Bor* est de 7500 kg/m^3 . Le type d'aimant utilisé est donc léger et moins coûteux ce qui répond à l'application envisagée qui exige la construction de

dispositifs Electrotechniques caractérisés par des performances technico-économiques élevées.

Notre manuscrit s'articule autour de quatre chapitres.

Le premier chapitre porte sur une étude générale des machines synchrones à aimants permanents conçues avec différentes structures d'inducteurs. Les différents types de matériaux pour aimant disponibles et utilisés dans la fabrication des inducteurs des machines à aimants sont présentés. On rappelle aussi les avantages de la machine excitée par des aimants par rapport au cas d'une alimentation continue.

Au deuxième chapitre, sous des hypothèses simplificatrices concordantes avec l'objectif visé, on développe un modèle d'étude bidimensionnel, basés sur la résolution analytique des équations de Maxwell et utilisant la formulation en potentiel scalaire pour calculer les champs magnétiques dus aux aimants et aux courants pour différentes structures de machine en considérant le stator lisse, que ce soit à rotors interne où externe afin de sélectionner les structures les plus performantes. Les calculs sont effectués sous des critères mécaniques et thermiques fixés, une modélisation est effectuée en utilisant une technique dite « **transformation conforme** ». Celle-ci permet de calculer les grandeurs électromagnétiques de la machine dans le cas d'un stator encoché.

Au le troisième chapitre, un modèle analytique exact est développé avec les détails nécessaires. Ce modèle est basé sur les équations de Maxwell en coordonnées polaires. Le principe consiste à diviser la machine en plusieurs domaines où chacun d'eux a sa propre formulation. La résolution finale dépend de la géométrie de la machine.

Le quatrième chapitre est consacré au calcul des machines synchrones à aimants en utilisant un logiciel de calcul basé sur les éléments finis spécialement dédié aux machines électriques. Nous effectuons une comparaison des résultats obtenus à partir du modèle analytique développé au chapitre précédent avec ceux issus de la méthode des éléments finis. Afin de tenir compte de la structure réelle de la machine, le logiciel est exploité pour analyser l'état de saturation des structures envisagées.

Le dernier chapitre (le cinquième) est consacré à l'exploitation des modèles analytiques et numérique, basé sur les éléments finis, dans la détermination des performances électromagnétiques des machines à aimants permanents montés sur la surface rotorique non magnétique à aimantation sinusoïdale et mixte. La dernière partie de ce chapitre consiste à minimiser les ondulations du couple de détente par différentes solutions.

Chapitre I

Présentation de la Machine Synchrone à Aimants Permanents

Sommaire

I.1. Introduction.	12
I.2. Les différentes structures de la machine synchrone à aimants permanents.	13
I.2.1. Structures à pôles lisses.	13
I.2.2. Structures à pôles saillants.	16
I.3. Matériaux laminés ou matériaux composites.	16
I.3.1. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans les MSAP.	17
I.3.2. Les différents types de matériaux pour aimants.	18
I.3.2.1. Les aimants métalliques.	18
I.3.2.2. Les ferrites.	18
I.3.2.3. Terres rares.	19
I.3.2.4. Les Plasto-aimants.	20
I.3.3. Matériaux magnétiques composites doux.	22
I.3.4. Nouvelles topologies.	22
I.3.5. Application des aimants permanents dans les moteurs.	23
I.4. Avantages des machines synchrones à aimants permanents.	24
I.5. Domaines d'application.	25
I.6. Techniques de réduction des ondulations de couple.	25
I. 6.1. Grandeurs liées à la minimisation des ondulations de couple.	25
I.6.2. Couple de détente.	26
I.7. Fonctionnement en mode synchrone autopiloté.	27
I.7.1. Inconvénients du fonctionnement autopiloté.	28
I.8. Conclusion.	29

I.1. Introduction

L'électrotechnique moderne a été bouleversée par l'apparition sur le marché d'aimants de plus en plus performants et par le développement spectaculaire d'une électronique de puissance de mieux en mieux adaptée aux exigences industrielles. Les aimants à base de terres-rares sont très appréciés des constructeurs car ils permettent une réduction importante du poids et de l'encombrement de la machine pour une puissance donnée et d'avoir des couples volumiques et massiques élevés [EAL99]. Les matériaux pour aimants sont des substances ferromagnétiques ou ferrimagnétiques. Leur aimantation reste la même en présence de champs extérieurs défavorables car leur champ coercitif est assez important. Le meilleur des matériaux pour aimants du point de vue magnétique est celui qui possède non seulement une induction rémanente (B_r) élevée, mais également un champ coercitif (H_c) le

plus important (large cycle d'hystérésis). Les points représentatifs de l'état du matériau pour aimants se situent dans le deuxième quadrant du diagramme $B(H)$. La connaissance de la courbe de désaimantation d'un aimant est fondamentale en vue d'une application. L'utilisation d'aimants modernes dans les machines associées aux convertisseurs statiques est de plus en plus adoptée pour les entraînements électriques. Le dispositif machine synchrone à aimants autopilotée constitue une des solutions largement employées [LAT06].

Les performances de plus en plus élevées, le prix de revient compétitif et les avantages que présentent les matériaux pour aimants récents au niveau des systèmes électromagnétiques font d'eux un élément de base dans l'industrie moderne. L'évolution des matériaux pour aimant suit pratiquement une courbe exponentielle [JAO11].

L'appellation *machine synchrone* comme la mentionne, regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour une machine synchrone à aimants permanents, un tel fonctionnement est obtenu grâce au champ magnétique rotorique généré par des aimants. En réalité, une machine synchrone à aimants permanents est un convertisseur électromécanique d'énergie réversible. Elle peut fonctionner en mode moteur tout comme en mode générateur.

I.2. Les différentes structures de la machine synchrone à aimants permanents

Les différents types de machines synchrones à aimants ne se distinguent que par leurs inducteurs. Les aimants peuvent être montés en surface, insérés ou enfouis dans le Fer. Dans tous les cas, le stator reste, au moins dans son principe, le même. Il est souvent constitué d'un enroulement bobiné réparti dans les encoches du circuit magnétique statorique. Ce circuit magnétique est constitué d'un empilage de tôles dans lesquelles sont découpées des encoches parallèles à l'axe de la machine tournante.

On peut distinguer les machines synchrones à aimants permanents via deux grandes catégories d'inducteurs qui peuvent être à « pôles lisses » ou à « pôles saillants ».

I.2.1. Structure à pôles lisses

La majorité des machines synchrones à aimants sont à aimants montés directement sur la surface du rotor. Les aimants sont plaqués sur un noyau magnétique et fixés grâce à des frettes au niveau de l'entrefer. Ces aimants peuvent avoir une aimantation radiale, azimutale ou mixte. Parfois, on rencontre une aimantation inclinée.

Les paramètres qui influent sur les performances de ce type de machines sont le sens de l'aimantation, l'épaisseur de l'aimant, son ouverture sur un pas polaire, l'épaisseur de l'entrefer, le type de matériaux utilisés, le mode d'alimentation adopté et la densité de courant injectée au niveau des encoches statoriques. La distribution de l'induction au niveau de l'entrefer varie fortement suivant le type d'inducteur [FLO13].

Dans notre étude, on s'intéresse aux calculs électromagnétiques par deux méthodes (analytique et numérique) des moteurs synchrones à aimants permanents montés en surface. Ces moteurs sont constitués d'une armature rotorique non magnétique où la perméabilité relative est égale à celle des aimants.

Trois grandes familles existent, les moteurs à rotor intérieur, à rotor extérieur ou à entrefer axial.

✚ Machine à rotor intérieur amagnétique

La structure à rotor intérieur est la plus utilisée compte tenu des difficultés de réalisation que posent celle à rotor extérieur (problème de la sortie des fils de phases du stator), le moteur à rotor intérieur a une configuration classique. Le rotor est constitué d'aimants assemblés sur une douille amagnétique [FRG97]. Le stator est similaire à celui des machines triphasées à induction. D'ailleurs, les stators des machines à induction sont parfois directement utilisés dans la fabrication des machines Brushless pour des raisons d'économie. La figure I.1 montre un exemple de moteur à rotor intérieur.

L'avantage majeur de cette structure est le ratio couple / vitesse qui est élevé. Néanmoins une difficulté de construction existe. Il faut être capable de maintenir les aimants, même à vitesse élevée. Le plus souvent, ils sont collés et frettés.

La puissance volumique d'une machine synchrone à aimants ferrites est à peu près équivalente à celle d'un moteur à induction, mais son rendement et son facteur de puissance sont généralement bien meilleurs.

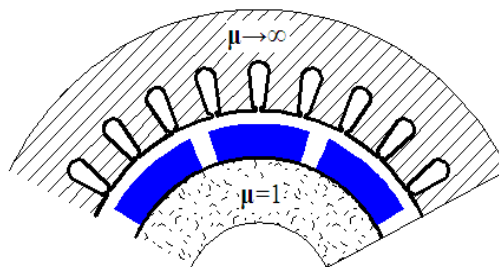


Figure I.1. Machine à rotor intérieur amagnétique.

✚ Machine à rotor extérieur amagnétique

La figure I. 2 présente une portion transversale de la section d'une machine à rotor extérieur.

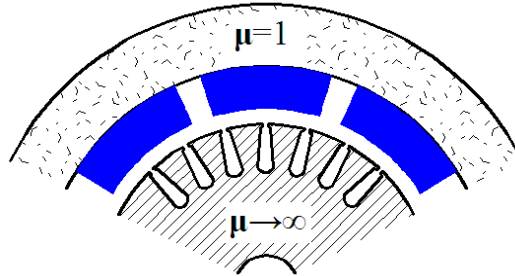


Figure I.2. Machine à rotor extérieur amagnétique.

Le rotor est constitué d'aimants montés dans une cloche amagnétique. Dans cette configuration, il n'y a plus de problème pour maintenir les aimants car ils sont plaqués sur la cloche par l'action de **la force centrifuge**. Cette structure est fréquemment utilisée dans les applications de ventilations pour son faible coût et sa facilité de fabrication. Cependant, les machines à rotor extérieur ne sont utilisées que pour des applications à vitesse constante car le rotor mobile présente une inertie importante de par sa position externe.

Une structure à rotor extérieur permet aussi de réduire le diamètre extérieur puisque généralement la hauteur des aimants est moins importante que la profondeur des encoches.

✚ Machine à flux axial

Dans certaines applications à encombrement réduit, des machines à entrefer axial ont fait leur apparition (moteur de disque dur d'ordinateur, tables tournantes, ventilateur) [FRG97]. Les aimants sont montés sur un disque amagnétique mobile. Les bobines sont fixées en général sur le circuit imprimé avec les composants électroniques. Sous le circuit, une plaque métallique permet au champ de se refermer. Ces machines ont en général un grand nombre de pôles et fonctionnent à basse vitesse (inférieure à 1000 tr/min) afin d'éviter un échauffement excessif dû aux courants de Foucault, La figure I.3 montre un exemple de moteur à flux axial.

Les avantages du moteur à entrefer axial sont un faible coût, une forme plate et une absence de couple réactif à faible vitesse.

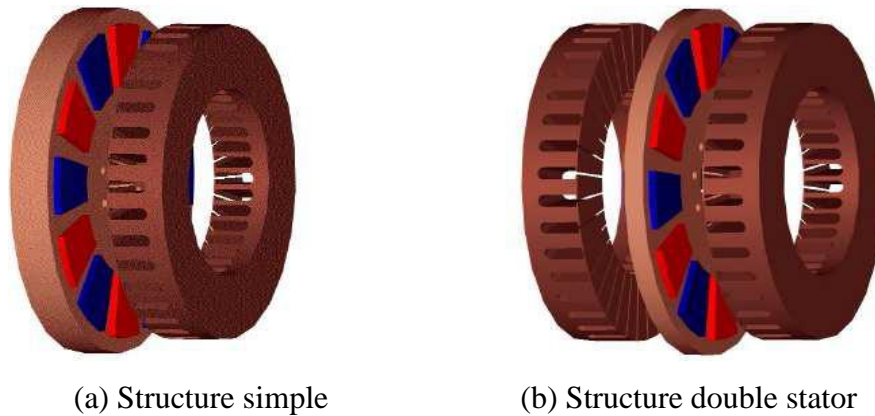


Figure I.3. Machine à flux axial

I. 2. 2. Structure à pôles saillants

La saillance permet en principe d'augmenter le couple et d'améliorer les performances de la machine tout en réduisant le volume des aimants [FLO13]. On distingue plusieurs catégories d'inducteurs à pôles saillants.

- Structures avec pièces polaires et concentration de flux ;
- Structures avec pièces polaires sans concentration de flux ;
- Structures à aimants insérés dans l'armature rotorique ;
- Structures à aimants internes.

Cette dernière structure offre un certain nombre d'avantages parmi lesquels [IBT93] :

- des rotors robustes qui permettent de plus grandes vitesses de rotation.
- Une adaptation à des puissances plus importantes.
- De bonnes performances, surtout avec les aimants du type N_aFeB .

I. 3. Matériaux laminés ou matériaux composites

Face au spectre très large des applications couvertes par les machines à aimantation induites, les critères sélectifs de conception en terme notamment de matériaux magnétiques constitutifs sont très diversifiés. Ainsi pour des applications grande série et faible puissance (domaine électroménager par exemple) on privilégiera plutôt des matériaux à faible coût de production ou détrimement des performances, le scénario s'inverse si l'on considère des applications touchant des domaines de pointe (militaire, spatial) pour lesquelles les choix s'orientent vers des matériaux à hautes performances (faibles pertes, haute perméabilité).

En outre, les normes récemment mises en vigueur en matière de recyclage et de protection de l'environnement nécessitent de reconsidérer les matériaux magnétiques usuels tels que les matériaux laminés, d'autant plus que les technologies de fabrication des matériaux composites s'améliorent régulièrement.

I. 3.1. Généralités sur les aimants permanents utilisés dans MSAP

La plupart des aimants performants présentent une difficulté d'usinage et l'obtention d'un bon état de surface est onéreuse. De plus, le point de Curie est un facteur qu'il faut prendre en considération. La température limite joue un grand rôle dans la stabilité et les performances des aimants [YAL05].

Il est difficile de répertorier tous les types et topologies des machines synchrones à aimants permanents comme il n'est pas aisé de comparer leurs performances [LAT06]. L'industrie des aimants permanents offre plusieurs catégories de matériaux qui se différencient par les procédés de leurs obtentions. Ces procédés ont un effet direct sur leurs caractéristiques magnétiques et mécaniques. Ces différences conduisent, selon l'application, à un choix d'un type d'aimants qui résulte le plus souvent de critères technico-économiques [FLO13]. Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par la courbe de désaimantation du deuxième quadrant du plan $B = f(H)$ (Figure I.4)

En ce qui concerne les aimants, les trois paramètres essentiels pour les machines électriques sont :

- L'induction rémanente B_r , qui indique les performances potentielles des aimants (plus B_r est important, plus l'aimant est performant).
- Le champ coercitif H_c qui donne un premier ordre de grandeur de mesure de la résistance de l'aimant à la démagnétisation durant les démarrages, les courts-circuits etc. Le champ limite admissible est celui pour lequel on peut faire travailler un aimant sous des conditions de fonctionnement variables sans que celui-ci perde une part importante de son aimantation de départ.
- Le troisième paramètre est le "produit d'énergie" $(-BH)_{\max}$. Cette énergie est disponible pour une utilisation dans l'espace qui environne l'aimant. Elle définit une sorte "d'énergie spécifique" [MOH09].

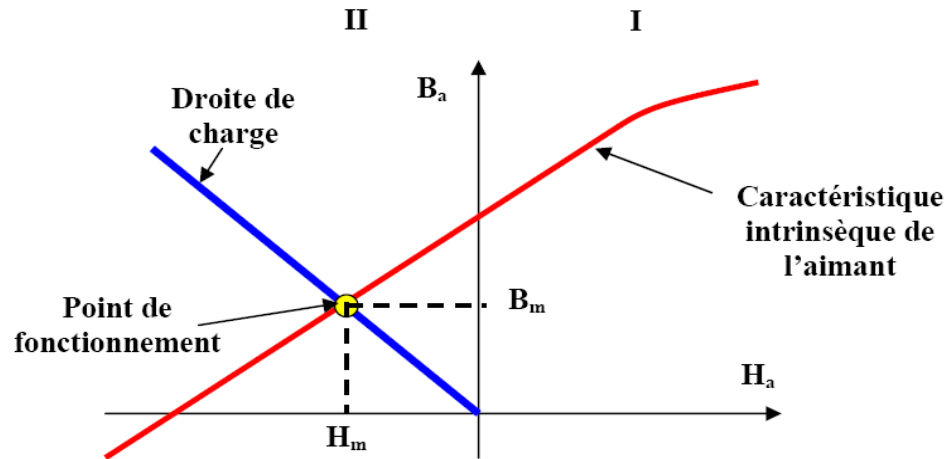


Figure I.4. Courbe de désaimantation des aimants.

I. 3. 2. Les différents types de matériaux pour aimants

Il existe trois familles de matériaux conduisant à l'essentiel des applications sur le marché des aimants permanents. Ces trois familles sont dans l'ordre d'apparition : les aimants métalliques, les ferrites et les terres rares [IBT93, MOH09].

I. 3. 2. 1. Les ferrites

Les aimants ferrites sont fabriqués à partir de matériaux de faibles coûts [LER06]. Ce sont des mélanges d'oxydes de Fer et d'oxydes de Baryum ou de Strontium dont la densité d'énergie peut atteindre 50 kJ/m^3 . Ces matériaux céramiques présentent une induction rémanente relativement réduite, comprise entre 0.3 T et 0.4 T pour un champ coercitif largement supérieur à celui des *ALNICO*. L'utilisation des ferrites dans les machines électriques conduit généralement à des couples faibles [GEC, NKA13, LAT06].

I. 3. 2. 2. Terre rares

Les terres rares, **Samarium-Cobalt** (SmCo_5) et les **Néodyme-Fer-Bore** (NdFeB), sont beaucoup plus performants en termes de densité volumique d'énergie que les autres types d'aimants. Les **Samarium-Cobalt** autorisent une température de fonctionnement élevé mais ils sont plus coûteux en raison de la présence du Cobalt dans leurs compositions [LER06, GCO94]. Les **Néodyme-Fer-Bore** sont également des terres rares qui ont des performances légèrement supérieures à celles liées aux **Samarium-Cobalt** mais leur tenue en température est moins bonne ($-0.1196 \text{ \%}/\text{C}$ pour le B_r et $-0.55 \text{ \%}/\text{C}$ pour le H_c) ce qui les rend sensible à la désaimantation à haute température. Ils sont cependant moins coûteux mais ils ont tendance à s'oxyder à cause du Fer qu'ils contiennent. Néanmoins, des progrès récents ont permis d'accroître leur tenue thermique ainsi que leur température maximale d'utilisation (jusqu'à 160

degrés C). Les procédés de fabrication de tous ces aimants sont lourds et seule une production en très grandes séries peut se justifier auprès des fabricants (la Chine domine actuellement le marché mondial des aimants) avec une réalisation d'une forme particulière avec des dimensions données [HUG13]. Certains aspects critiques des aimants de type Néodyme-Fer-Bore, comme la prédisposition à la corrosion, ont été aujourd'hui largement solutionnés grâce aux nouvelles technologies. Les nouveaux alliages des **aimants en NdFeb** sont en mesure de garantir une résistance presque parfaite face aux pertes irréversibles comme les **aimants de type Samarium-Cobalt**.

Les travaux réalisés jusqu'à maintenant ont montré que l'utilisation des aimants à hautes performances au niveau de l'inducteur d'une machine réduit les dimensions et le poids de celle-ci. Cela réduit également les pertes et augmente le rendement de la machine [GAS04, GCO94].

I. 3. 2. 3. Les plasto-aimants

Les plasto-aimants sont composés d'une poudre magnétique mélangée avec du plastique. Ils présentent plusieurs avantages pour différentes applications : vélo électrique, scooter électrique, fauteuil tout terrain, poussette électrique, brouette électrique etc. Les aimants qu'on vient coller le long de la périphérie sont remplacés par une seule pièce sous forme d'anneaux à coller (**Figure I. 5**). De plus du fait de la possibilité d'avoir une magnétisation multipolaire à flux orienté (Halbach magnetization) nous n'avons pas besoin de mettre du Fer sous les aimants pour fermer le flux magnétique. Il est alors possible d'avoir un couvercle pour la machine avec armature rotorique en Aluminium. Les aimants plasto sont légers et ont une densité de 5950 kg/m^3 (*). Les plasto-aimants se caractérisent par leurs énergies volumiques élevées et ils sont de très bonnes sources d'excitation. En effet, ils deviennent des sources privilégiées lorsqu'on recherche compacité et augmentation de la puissance volumique [HUG13, GAS04].



Figure I.5. Exemple de formes de plasto-aimants.

* : <http://www.arelec.com/plasto-aimants.htm>

I. 3. 2. 4. Les aimants métalliques

Il existe plusieurs types d'aimants métalliques. Les plus intéressants pour être utilisés dans les machines électriques sont ceux du type alliages *ALINCO* (alliages Fer-Aluminium-Nickel-Cobalt). Leur induction rémanente B_r est relativement élevée cependant la faible valeur de leur champ coercitif rend difficile leur utilisation au niveau des machines électriques. Le plus grave inconvénient est qu'en cours de fonctionnement, ils nécessitent généralement une réaimantation [GCP96, GEC, GCP96, LAT06].

✚ Alliage Fer - Silicium

C'est sans nul doute l'alliage le plus répandu dans le domaine de la conversion de l'énergie. L'ajout de Silicium à taux inférieur dans tous les cas à 3% apporte outre des performances magnétiques accrues, une dureté et une rigidité au produit final qui facilite l'usinage et la manutention des tôles. De par ses volumes de production et son ancienneté, l'alliage Fer-Silicium a bénéficié des plus forts développements en recherche et process de fabrication (qualité « semi-process » ou « fully process »), avec in fine la définition de groupes distincts qui se partagent sans trop de concurrence les marchés : les tôles à grains non orientés et les tôles à grains orientés.

Prédominantes sur le marché, les tôles à grain non orientés offrent un panel très large de produits à épaisseur et niveau de saturation variables.

✚ Alliage Fer - Nickel

Sans commune mesure avec les alliages Fer-Silicium, les alliages Fer-Nickel sont conçus sur des taux de charge en Nickel variant de 36% à 80%. On distingue trois groupes bien définis ayant chacun des caractéristiques et des domaines d'application bien spécifiques regroupés dans le tableau ci-dessous.

Taux de Nickel	Niveau de saturation (T)	Perméabilité	Pertes massiques (50Hz) (W /kg)
36-40%	1.3	2000-3000	1T => 0.55-1.1
45-50%	1.55	5000-12000	1T => 0.25-0.75
75-80%	0.8	35000-80000	0.5T => 0.025

Tableau I.1. Caractéristiques magnétiques des alliages Fer-Nickel [YAL05].

Leur structure cubique à faces centrées ne présentent pas de transformation de phase à l'état solide ce qui leur confère une grande facilité de laminage à froid et de traitements thermiques qui permettent de développer leurs propriétés magnétiques au mieux (**Figure I. 6**).

Dans le contexte des machines tournantes fonctionnant à haute vitesse, les tôles Fer-Nickel dont les performances globales paraissent attrayantes restent en retrait car les caractéristiques haute perméabilité et faibles pertes sont inconciliables pour un même taux de Nickel. Leur prix les oriente vers des applications spécialisées où souvent on met en œuvre non seulement leurs propriétés magnétiques remarquables, mais également des propriétés complémentaires (faible dilatation, facilité de mise en forme etc.).

Dans de nombreux cas, on préfère utiliser les alliages fer-nickel à 48% Ni dont les constantes électromagnétiques sont mieux adaptées. On les emploie essentiellement sous deux formes suivant l'application[YAL05].

Alliage Fer - Cobalt

D'un point de vue électromagnétique, les alliages Fer-Cobalt offrent les caractéristiques les plus attractives. Pour un taux de cobalt variant de 25 à 30%, cet alliage présente le plus haut niveau de saturation (2 à 2.3T) pour une perméabilité comprise entre 1000 et 8000 [YAL05].

Bien que ses pertes soient supérieures à celles des alliages Fer-Silicium, sa résistance à la chaleur en font le produit phare pour des applications à contraintes ambiantes sévères, application qui, en raison du prix de ces tôles ne relèvent pas cependant de la grande série. Elles se cantonnent donc, dans le domaine des machines tournantes, à des applications aéronautiques, ferroviaires ou militaires.

Taux de Cobalt	Niveau de saturation (T)	Perméabilité	Pertes massiques (50Hz) (W /kg)
25-28%	2.3	3000	2T => 10
50%	2.35	8000-20000	2T => 5

Tableau I.2. Caractéristiques magnétiques des alliages Fer- Cobalt [YAL05].

Synthèse :

Les trois familles de tôles précédemment décrites montrent à quel point, en terme de performances magnétiques, le choix final impose une définition très précise du cahier des charges de l'application visée. Considérant uniquement le champ d'investigation de la machine tournante, trois critères purement électromagnétiques doivent être considérés : le niveau de saturation, la perméabilité et les pertes massiques [GAS04].

I. 3. 3. Matériaux magnétiques composites doux

Si les niveaux de saturation et les propriétés mécaniques des matériaux laminés sont très attractifs, le coût de fabrication, de recyclage ainsi que les pertes massiques à haute fréquence constituent encore une source de problèmes. Dans ce contexte, les progrès effectués dans le domaine des poudres magnétiques composites sont susceptibles de répondre dans un futur proche à ce type de contraintes technico-économiques. Ainsi d'un point de vue purement économique, leurs procédés de fabrication comptent un nombre d'étapes deux fois inférieur à celui des matériaux laminés. Par ailleurs, ces procédés permettent non seulement le mélange de composants complémentaires mais aussi le moulage par compression ou injection de pièces actives à structures complexes élargissant ainsi le champ d'investigation quant aux structures de machines envisageables. Ces innovations technologiques ouvrent enfin la voie à une optimisation poussée de la forme et du comportement des circuits magnétiques [EAL99, HUG13].

I. 3. 4. Nouvelles topologies

Parmi les matériaux employés aussi dans les machines électriques, on peut citer la fonte, l'acier coulé, l'acier au Silicium (1%) pour les tôles isolées de haute perméabilité. On peut aussi utiliser de nouveaux matériaux de type composite (Fer-résine) pour remplacer les tôles. Ces matériaux sont réalisés à base de poudre de Fer et de résine. Ils ont une faible perméabilité relative ($\mu_r = 300$), une faible valeur d'induction à saturation (1.4 T) par rapport aux autres Matériaux laminés. Ils sont faciles à usiner et on peut réaliser des formes très complexes avec les moules. Ce type de matériau permet de réaliser le rotor en une seule opération par moulage ou pressage ce qui conduit à un gain de temps dans la production de masse par rapport aux autres types de matériaux [LAT06, GAS04].

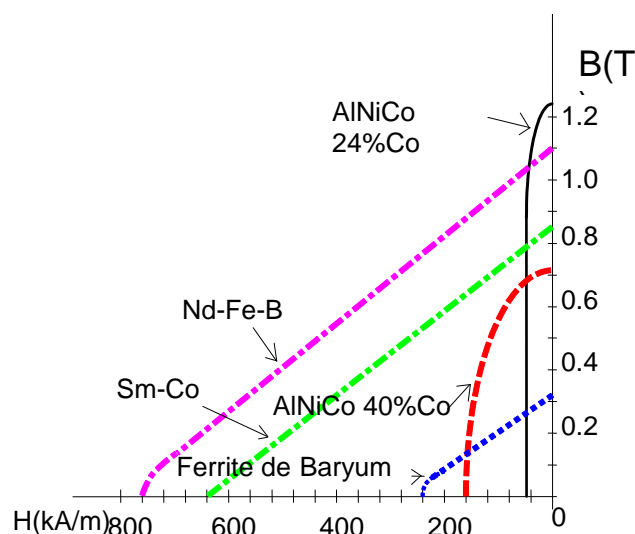


Figure I.6. Courbes de désaimantation des principaux types d'aimants[GEC].

Il faut souligner que les aimants permanents utilisés dans les machines électriques présentent une très grande rigidité magnétique (associée à une perméabilité magnétique dynamique proche de la perméabilité de l'air) qui garantit une grande résistance à la désaimantation nécessaire pour les fonctionnements démagnétisants dans les machines. Au regard des propriétés générales des différents aimants et compte tenu du couple désiré pour l'encombrement donné, nous avons privilégié les plasto aimants dans le cas de la structure étudiée. Cependant, pour un cahier des charges moins contraignant en terme d'ondulations du couple, l'utilisation de ferrites avec une structure à concentration de flux paraît être une alternative intéressante. Nous orientons donc notre étude vers un moteur synchrone à aimants permanents comportant des plasto aimants susceptible d'être utilisé au niveau d'un vélo moteur.

I. 3. 5. Application des aimants permanents dans les moteurs

L'application la plus importante des aimants permanents est dans les moteurs électriques. Avec le développement de ces matériaux et de l'introduction des terres rares, plusieurs travaux de recherche ont été orientés vers les dispositifs électroniques d'alimentation des moteurs électriques [HUG13, GAS04]. Les avantages de l'utilisation des aimants permanents au niveau des machines électriques sont principalement :

- Aucune excitation n'existe ce qui implique l'augmentation de l'efficacité énergétique,
- par conséquent un couple plus élevé,
- la présence d'aimant permanent performant implique l'augmentation de la densité de flux dans l'entrefer.

L'utilisation optimale du matériau aimant pour la conception des machines électriques relève toujours du compromis entre ses propriétés magnétiques, thermiques, mécaniques et le coût de la production totale. Le remplacement direct d'un matériau laminé par des aimants sans aucune modification structurelle et dimensionnelle du dispositif concerné ne peut être optimal en termes d'efficacité ou de rapport puissance/masse. En revanche, à partir d'une réflexion de base concernant plus la fonctionnalité requise par l'application que la synthèse d'une structure imposée, les aimants sont en mesure d'apporter des solutions prometteuses en termes de coût de fabrication, de modularité de la structure et de dissipation des pertes. La recherche systématique de nouvelles topologies de structures et l'adoption de nouveaux compromis entre les propriétés matérielles et les caractéristiques de l'application est la meilleure approche pour atteindre un optimum en termes de performances technique et économique.

I. 4. Avantages et inconvénients des machines synchrones à aimants permanents

Les machines synchrones à aimants permanents en surface semble être le meilleur choix pour le moteur-roue. Ces machines ont effectivement des avantages non négligeables, les avantages associés à l'utilisation des machines asynchrones et synchrones à aimants permanents ne sont pas à démontrer en termes de robustesse et de fiabilité. Aujourd'hui, le moteur synchrone à aimants est de plus en plus utilisé dans les systèmes d'entraînement à vitesse variable à hautes performances. Son choix dans ce domaine est devenu attractif et concurrent par rapport aux moteurs à courant continu et aux moteurs asynchrones. Cela est dû principalement à ses avantages multiples. On cite principalement [HUG13, HIB15, GGG14]:

- Rapports couple/masse et puissance/masse sont élevés.
- Très bon rendement.
- Moindre usure et moins de frais d'entretien (pas de balais, ni charbons).
- Facteur de puissance et rendement élevés par rapport à ceux des moteurs asynchrones.
- Robustesse incontestée par rapport au moteur à courant continu.
- Puissance massique élevée et précision de sa commande.
- Développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance. L'apparition des processeurs numériques à fréquence élevée et à forte puissance de calcul permettent de surmonter ainsi le problème de l'implantation d'algorithmes de commande de l'onduleur assurant l'auto pilotage du MSAP.
- Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité à cause de l'absence de contacts bagues-balais dans ces machines.
- Aucune source d'énergie externe n'est nécessaire (rusticité des aimants).

Cependant ils ont tout de même certains inconvénients :

- Coût élevé (à cause du prix des aimants).
- Problème de tenue en température des aimants (250 °C pour le samarium-cobalt)
- Risque de démagnétisation irréversible des aimants par la réaction d'induit.
- Difficulté de défluxage et complexité de son électronique de commande (nécessité d'un capteur de position).
- Impossibilité de régler l'excitation.
- Pour atteindre des vitesses élevées, il est nécessaire d'augmenter le courant statorique afin de démagnétiser la machine. Ceci entraînera inévitablement une augmentation des pertes statoriques par effet Joule.
-

I. 5. Domaines d'application

Le moteur synchrone à aimants permanents est utilisé dans une large gamme de puissance allant de quelques Watts (servomoteurs) à plusieurs mégaWatts (systèmes de propulsion des navires) dans des applications aussi diverses que le positionnement, la synchronisation de l'entraînement à vitesse variable et la traction.

- Il peut fonctionner comme compensateur synchrone.
- Il est utilisé pour les entraînements qui nécessitent une vitesse de rotation constante, tels que les grands ventilateurs, les compresseurs et les pompes centrifuges.
- L'existence de champ magnétique en l'absence de courant est mise à profit pour la réalisation des capteurs, par exemple des capteurs de proximité.

I. 6. Techniques de réduction des ondulations de couple

L'étude consiste à dimensionner les structures de machines destinées à l'utilisation industrielle en respectant les contraintes liées à cette utilisation. Pour ce faire, il est important d'identifier et de formuler les contraintes inhérentes à chaque structure. Pour le moteur à aimants permanents, les principales contraintes résident dans la minimisation des ondulations du couple et le dimensionnement des aimants pour parer aux éventuels risques de démagnétisation des aimants lors d'un fonctionnement anormal (court-circuit par exemple) et des contraintes de températures.

Les structures des machines à aimants permanents se distinguent par la façon avec laquelle sont disposés les aimants au rotor [HAN94, NBR12, PUI87]. Les rotors avec pièces polaires présentent un couple de reluctance plus élevé par rapport au rotor sans pièces polaires. On peut diminuer ce couple en augmentant le nombre de paires de pôles de la machine car l'effet de l'anisotropie diminue [NPH11, JUL15].

I. 6. 1. Grandeurs liées à la minimisation des ondulations de couple

- Le rapport de la largeur des encoches par rapport au pas dentaire est déterminé pour réduire les ondulations dues au couple de détente [TLS88].
- La largeur angulaire des aimants est choisie afin de minimiser certains harmoniques de la fem. [CTB89].
- Les moteurs à nombre d'encoches par pôle et par phase (q) fractionnaire permettent de réduire les ondulations du couple de détente. Les variations de la réluctance dues à la présence des encoches sont moins importantes car la périodicité des encoches n'est plus un multiple de

la périodicité des aimants. L'intervalle de variation du nombre de paires de pôles est limité par la faisabilité mécanique de l'actionneur à cause du diamètre maximum admissible [TLS88, PPS99].

Dans le chapitre suivant, nous introduisons une modélisation analytique dont l'objectif est de mettre en relation les grandeurs magnétiques et géométriques de la machine. Un choix judicieux des paramètres physiques permet alors de déterminer toutes les performances définissant la machine.

I. 6. 2. Couple de détente

Il est généré par l'interaction des aimants rotorique avec la variation de l'effet de saillance des dents statoriques (**Figure I.7**) qui permettent de loger les conducteurs de l'enroulement d'induit (entrefer variable). Les forces tangentielles créées par l'interaction des aimants rotoriques avec la denture statorique sont à l'origine de ce couple, le plus souvent indésirable [SNT12]. Ce dernier constitue l'une des principales sources des fluctuations de couple dans les machines synchrones à aimants permanents.

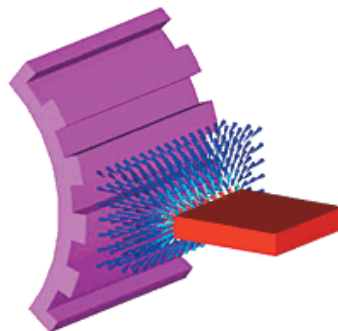


Figure I. 7. Effet de l'interaction entre l'aimant et les dents statoriques.

Le couple de détente peut être diminué à l'aide de plusieurs méthodes et techniques, entre autres :

✚ l'inclinaison des encoches statoriques

La solution la plus efficace pour diminuer le couple de détente dans les PMSM consiste à incliner les encoches du stator [BIB02, LTT06, DEO96, JAH96]. Plusieurs études ont montré que l'inclinaison des encoches d'un pas dentaire réduit le couple de détente à des niveaux très bas [BOU97, COL95]. Malgré l'efficacité de cette méthode, elle pose des problèmes de construction.

Inclinaison des aimants du rotor

Cette méthode permet de réduire substantiellement le couple de détente et les harmoniques de la f.é.m. Ceci ne peut être pratique vu que le coût d'usinage des aimants permanents est élevé [MEJ01, SNT12].

Choix de l'ouverture des aimants

L'ouverture des aimants joue un rôle très important en ce qui concerne la minimisation de l'amplitude du couple de détente. Cependant, il est noté que la variation de cette ouverture affecte aussi le couple électromagnétique de la machine. Ceci, conduit à choisir une ouverture optimale qui permet de faire un compromis entre la minimisation du couple de détente sans affecter considérablement le couple électromagnétique [ISS93, IBT93].

Autres méthodes pour l'atténuation du couple de détente

Puisque la variation de la perméance de l'entrefer magnétique, provoquée par la denture statorique, est le facteur important dans la génération du couple de détente, plusieurs techniques ont été envisagées pour la diminuer. Celles-ci, consistent en [ZHO00].

- Minimisation de l'ouverture des encoches statoriques afin de diminuer la variation de la perméance des encoches.
- L'addition de petite encoches ou de dents dans la culasse statorique. Ceci permet de repousser les harmoniques de cette perméance vers les hautes fréquences.
- L'adoption d'un nombre fractionnaire d'encoches par pôle [LGS88, DE096].

I.7. Fonctionnement en mode synchrone autopiloté

L'autopilotage de la machine synchrone et sa commande en couple à vitesse variable, conduisent à un fonctionnement analogue à celui des machines à courant continu classiques. Le principe de l'autopilotage est d'asservir la vitesse du champ statorique à celle du rotor en maintenant un angle constant entre les deux. Cet angle s'appelle angle d'autopilotage (angle interne de la machine souvent noté par δ). L'alimentation et l'autopilotage des machines synchrones ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche dont le but est d'obtenir un couple uniforme et constant dans une large gamme de vitesse et d'établir une commande simple par microprocesseur pour concurrencer les moteurs à courant continu. On peut classer, en première approche, ces machines en deux familles selon l'allure des f.é.m. :

- Les machines à courant continu sans collecteurs (Brushless DC Motor) dites à f.é.m. trapézoïdales pour lesquelles la forme de courant la plus appropriée (celle qui minimise les ondulations sur le couple) est de type créneaux à 120° (ou 180°).

- les machines dites à f.é.m. sinusoïdales. Celles-ci sont constituées d'un bobinage dont les spires sont réparties de manière à ce que la densité de courant, aux discontinuités des encoches près, suive une évolution sinusoïdale [MLI] [DAH96]. La forme du courant la plus appropriée est la forme sinusoïdale. Deux types de structures de convertisseurs statiques permettent de réaliser ce mode d'alimentation : les commutateurs de courants et les onduleurs de tension contrôlés en courant :

a. Commutateur de courants

Ce sont des convertisseurs statiques relativement simples à réaliser ; on assure leur commutation par les tensions aux bornes de la machine. Cependant, pour que cette commutation ait lieu, il faut qu'au moment où elle se produit, le courant soit déphasé en avant par rapport à la fém. Une procédure de contrôle particulière est nécessaire pour le démarrage et pour les faibles vitesses.

b. Onduleur de tension contrôlé en courant

L'association d'un onduleur de tension contrôlé en courant et d'une machine synchrone à aimant ne comportant pas de possibilités de circulation de courants induits au rotor, autorise d'excellentes performances en régime dynamique limitées uniquement par la constante de temps électrique de l'induit et la technique de contrôle employée.

I. 7. 1. Inconvénients du fonctionnement autopiloté

Le grand inconvénient est l'ondulation du couple dû à :

- La forme d'onde de l'induction dans l'entrefer sachant que cette induction est fonction de la structure de l'inducteur. Cependant, on peut réduire ces ondulations en choisissant le type d'inducteur avec prise en compte du mode d'alimentation.

- La reluctance introduite par la denture statorique. On peut réduire cet effet par utilisation de machines à enroulements dans l'entrefer.

- Au mode d'alimentation adopté. Ainsi, pour réduire les ondulations dues à l'alimentation on améliore la commande en utilisant des techniques de contrôle de plus en plus performantes.

I. 8. Conclusion

L'utilisation optimale du matériau ferromagnétique pour la conception des machines électriques relève toujours du compromis entre ses propriétés magnétiques, thermiques, mécaniques et le coût de la production totale.

Les performances des machines synchrones à aimants dépendent essentiellement des dimensions géométriques qui déterminent la forme de l'induction au niveau de l'entrefer, du volume, de la structure et du type d'aimants utilisés.

Le travail décrit dans ce chapitre est effectué dans l'optique d'un état au niveau de la conception des moteurs synchrones à aimants permanents à faibles ondulations du couple. Nous avons tout d'abord listé les techniques permettant de minimiser les ondulations de couple et dégager ainsi les solutions à mettre en œuvre pour concevoir des moteurs à faibles ondulations de couple.

On a donc présenté dans ce chapitre la machine synchrone à aimants permanents, ses avantages et ses domaines d'application. Dans notre travail nous nous intéressons aux machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique non magnétique. Ce type de machines présente généralement un large entrefer magnétique. Ces machines nécessitent donc l'utilisation d'aimants adaptés (**Plasto-aimants**).

Chapitre II

Prise en Compte des Encoches Statoriques dans le Calcul du Champ par les Transformations Conformées

Sommaire

II.1. Introduction	30
II.2. Modélisation des machines synchrones à aimants permanents	30
II.2.1. Equations de Maxwell	33
II.2.2. Formulation en potentiel scalaire magnétique (φ)	33
II.3. Hypothèses et modèle d'étude	34
II.4. Modélisation des sources	35
II.4.1. Modélisation des aimants permanents	35
II.4.2. Modèles des courantes sources	37
II.5. Détermination des potentiels scalaires	40
II.5.1. Potentiel scalaire créé par les aimants	40
II.5.2. Potentiel scalaire créé par les courants statoriques	42
II.6. Exploitation de la méthode analytique	43
II.7. Calcul de la force électromotrice	44
II.8. Calcul du couple développé par la machine	44
II.9. Calcul de la perméance d'entrefer	45
II.10. Calcul analytique des grandeurs globales	51
II.10.1. Calcul de la force électromotrice	51
II.10.2. Calcul analytique du couple électromagnétique	53
II.10.3. Calcul du couple de détente	55
II.11. Conclusion	56

II.1. Introduction

Une démarche de pré- dimensionnement, basée sur un modèle analytique, est mise en œuvre. Ce modèle consiste à appliquer le théorème de superposition sur le champ magnétique d'excitation en scindant la structure en deux domaines d'étude caractéristiques. Dans un premier temps, on considère l'ensemble rotor-entrefer en absence des courants. Dans un second temps, on se propose de résoudre l'équation uniquement en tenant compte du stator à la périphérie duquel est distribuée une couche de courants superficiels. La résolution du problème complet consiste alors à sommer les champs magnétiques d'excitation précédemment obtenus.

II. 2. Modélisation des machines synchrones à aimants permanents

Le dimensionnement des machines électriques consiste à manipuler des équations mathématiques reliant deux types de paramètres : les paramètres descriptifs du système (grandeurs géométriques et constitutives) et les paramètres caractérisant le fonctionnement du système (par exemple la densité surfacique de courant). Il faut donc pouvoir évaluer quantitativement toutes les variables qui caractérisent le fonctionnement du moteur. Le

dimensionnement correspond en fait à l'opération inverse : le cahier des charges définit un fonctionnement à réaliser et nous devons déterminer les grandeurs descriptives du moteur. On parle ainsi de problème direct pour la modélisation et de problème inverse pour le dimensionnement. S'il est nécessaire de disposer d'un modèle de la structure, l'opération de dimensionnement nécessite de mettre au point une méthodologie pour réaliser l'inversion du modèle.

Le dimensionnement du moteur comporte généralement deux étapes principales :

✚ La première étape du dimensionnement consiste en un prédimensionnement sur la base d'un modèle analytique. Il s'agit des solutions symboliques exactes des équations physiques du moteur en faisant au préalable des hypothèses simplificatrices, concordantes avec l'objectif visé, sur la structure et les propriétés physiques de celui-ci.

Les modèles analytiques présentent les avantages suivants :

- Rapide et permettent d'explorer au maximum l'espace des solutions dans un temps très court.
- Favorise une grande variation de tous les paramètres du modèle dans les limites de validité des équations ce qui permet par exemple de dimensionner des moteurs de puissances très différentes dont tous les paramètres varient dans de grandes proportions.
- Les équations symboliques contiennent un lien explicite entre tous les paramètres et les phénomènes physiques.

Ils sont adaptés aux calculs des performances moyennes, mais peu aux calculs de phénomènes locaux.

✚ La deuxième étape du dimensionnement fait appel aux modèles numériques. Les équations physiques de base du moteur sont résolues avec un faible niveau d'hypothèses en utilisant des algorithmes numériques lourds. La méthode des éléments finis est un des exemples de méthodes numériques très utilisées permettant la prise en compte des phénomènes électriques, magnétiques, mécaniques ou thermiques. Ces méthodes reposent en général sur la décomposition de la structure en petites régions sur lesquelles on suppose une évolution donnée du champ. En regroupant les équations de toutes les régions et en utilisant les conditions aux limites du problème, on peut trouver une valeur approchée du champ dans tous les nœuds et par la suite dans toutes les mailles de la structure.

Ces modèles sont d'autant plus précis que le maillage de la structure est fin. Ils se présentent le plus souvent sous la forme de logiciels génériques dans lesquels on ne fait que décrire la structure géométrique et ses propriétés physiques. En revanche, ils n'offrent pas de

lien explicite entre les paramètres mais permettent une analyse détaillée du comportement électromagnétique du moteur prédimensionné et la détermination de ses caractéristiques électromagnétiques (fem, couple électromagnétique, couple de détente, harmoniques de fem,...).

Conformément à cette démarche, nous mettons au point une procédure de prédimensionnement sur la base d'un modèle analytique dont l'objectif est d'obtenir directement une machine physiquement cohérente. Ensuite, nous complétons notre travail par une validation des performances de la solution obtenue par calcul numérique du champ.

Le calcul du champ magnétique dans les machines électriques a un rôle très important car son calcul affecte directement la taille et les performances de la machine. Il y a deux types de sources communes du champ magnétique. Il y a celui créé par le courant de l'enroulement statorique et celui créé par l'aimant permanent monté sur la surface rotorique. Dans notre travail, l'armature du rotor est en Aluminium, sa perméabilité magnétique est donc égale à celle des aimants [MCK19, ZAR04, BNO90].

Le type de machines que nous étudions est représenté sur la figure II.1. Ces machines sont constituées de deux parties principales :

Stator : Le circuit magnétique du stator est constitué par un empilement de tôles fines en acier sur lesquelles sont taillées les encoches statoriques logeant les conducteurs des enroulements. Les conducteurs au niveau des encoches permettent de créer dans l'entrefer le champ magnétique à l'origine de la conversion d'énergie électromagnétique.

Rotor : Constitué d'un aimant monté sur la surface rotorique et d'une armature non magnétique caractérisée par une perméabilité égale à celle des aimants, pour intérêt technico-économique. L'aimantation dans ce type de machines peut être sinusoïdale où mixte.

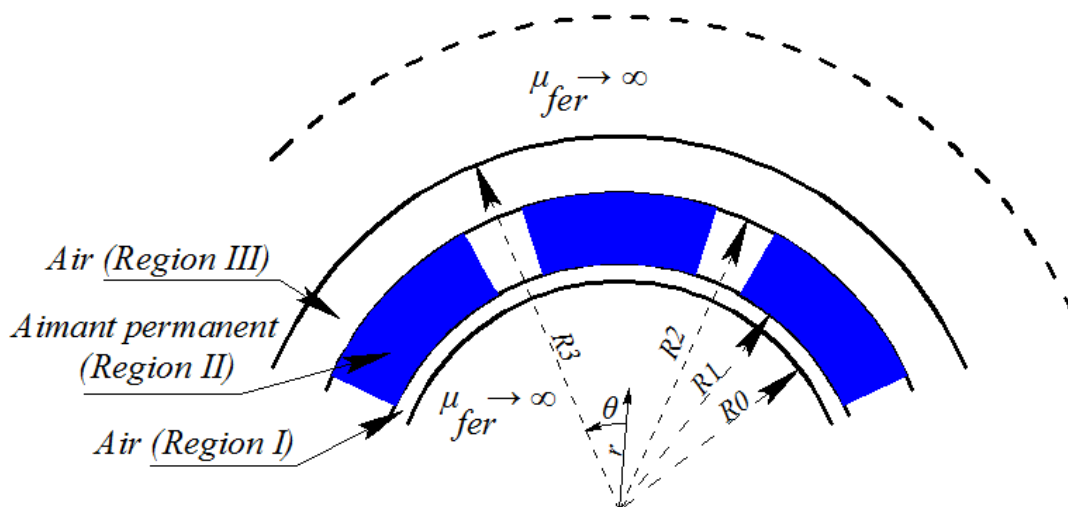


Figure II.1. Structure de la machine étudiée[MCK19].

II. 2. 1. Equations de Maxwell

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporels du champ magnétique. L'analyse de ces phénomènes conduit à la résolution des équations de Maxwell dans un domaine tridimensionnel. En général, la modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents s'effectue à partir d'un modèle magnétostatique justifié par la nature des phénomènes électromagnétique.

La détermination du champ électromagnétique est d'un grand intérêt lors de la conception des machines électriques. En effet, le dimensionnement et l'évaluation d'une machine synchrone reposent sur la connaissance des inductions dont découle le calcul des efforts dans les conducteurs, des ampères-tours consommés dans les circuits magnétiques, des flux utiles, des flux de fuite, des réactances, etc. L'analyse de ces phénomènes électromagnétiques est basée sur la résolution des équations de Maxwell suivantes [MCK19, LCB18, IBT93, IBT02, BOU08, ZAR04, HAD06, YOU03, PKA03, ALH05] :

- Conservation de flux magnétique : $div(\vec{B}) = 0$ (II.1)

- Les deux équations de couplage :

Equation de Maxwell Ampère : $rot(\vec{H}) = \vec{J}$ (II.2)

Equation de Maxwell Faraday : $rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (II.3)

Propriétés des matériaux et des milieux

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (II.4)$$

où μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide et μ_r la perméabilité relative du milieu considéré.

Les aimants magnétiquement rigides, actuellement employés dans les machines électriques, possèdent une caractéristique d'aimantation linéaire dans la zone normale d'utilisation [LCB18]. Pour les milieux aimantés cette dernière équation est donnée par

$$B = \mu_0 \mu_r H + B_r \quad (II.5)$$

où B , H , J , E et M désignent respectivement l'induction magnétique, l'excitation magnétique, la densité volumique de courant, le champ électrique et l'induction rémanente des aimants.

II. 2. 2. Formulation en potentiel scalaire magnétique (φ)

Cette formulation est adaptée surtout lorsque l'excitation est engendrée par des aimants ou par un champ extérieur appliqué à une partie du domaine [MCK19, ZAR04, HIB15, RAG08, PKA03]. Dans ces conditions l'Equation (II.2) s'écrit ainsi :

$$rot(\vec{H}) = 0 \quad (II.6)$$

De l'équation (II.6), qui traduit le fait que \vec{H} est irrotationnel, on en déduit l'existence d'un potentiel scalaire magnétique φ tel que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{grad}(\varphi) \quad (\text{II.7})$$

La combinaison des Eqs. (II.1), (II.5) et (II.7) conduit à l'équation générale suivante :

$$div(\mu_0\mu_r\overrightarrow{grad}(\varphi)) = div(\vec{M}) \quad (\text{II.8})$$

dont l'association à des conditions aux limites appropriées au domaine d'étude permet de déterminer la distribution du champ magnétique [OUA97, YOU03, PKA03]. Cette formulation est très utilisée pour des calculs de champ en trois dimensions afin de déterminer les effets d'extrémités et les inductances de fuite des têtes de bobines dans les machines électriques.

Le calcul du champ revient donc à résoudre des équations aux dérivées partielles du potentiel scalaire dans l'intervalle $[R_0, R_3]$. Le principe de la méthode de résolution consiste à rechercher les expressions analytiques du potentiel scalaire dans les différentes zones du domaine d'étude. Les champs produits par les différentes sources, fonctions de la variable d'espace et du temps (θ, t) , sont calculés séparément.

II. 3. Hypothèses et modèle d'étude

Le modèle d'étude est bidimensionnel. La machine étudiée est donc supposée suffisamment longue pour que les effets de l'extrémité puissent être négligés et que l'étude puisse être effectuée dans un plan radial [MCK19, ZAR04, NBR12, YOU92]. Le potentiel scalaire $\bar{\varphi}$ et la densité de courant \vec{J} n'auront dans ce cas qu'une seule composante dirigée suivant l'axe (Oz) de sorte que :

$$\vec{J} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j(x, y) \end{bmatrix}, \bar{\varphi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \varphi(x, y) \end{bmatrix} \text{ et } \vec{H} = -\overrightarrow{grad}(\bar{\varphi}) = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} \vec{a}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \vec{a}_\theta \quad (\text{II.9})$$

Les expressions des inductions radiales et tangentielles se déduisent à partir de :

$$H_r = -\frac{\partial \varphi(r, \theta)}{\partial r} \quad \text{et} \quad H_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (\text{II.10})$$

Pour définir la répartition du champ, plusieurs méthodes de résolution ont été proposées. Parmi ces méthodes, les plus répandues utilisent les développements en série de Fourier des courants sources; les aimants étant modélisés par des densités fictives de courants [OUA97].

Pour analyser les performances de la structure étudiée suivant l'objectif visé, nous adoptons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Modèle bidimensionnel en coordonnées polaires.
- La perméabilité du fer statorique est supposée très grande $\mu_{fer} \rightarrow \infty$.
- Les courants de Foucault dans le fer sont négligés par suite du feuilletage des culasses.
- La caractéristique de désaimantation de l'aimant est supposée linéaire. Ce qui est le cas des aimants modernes utilisés dans les machines électriques.
- On suppose que la machine est suffisamment longue pour pouvoir négliger les effets de bout et on considère que le problème est invariant par translation suivant le plan d'étude. Ce qui ramène l'étude de la machine se résumer à l'étude de sa section axiale.

II. 4. Modélisation des sources

Le potentiel scalaire $\bar{\varphi}$ est la résultante du potentiel scalaire créé par les aimants permanents et par les courants de sources. Chaque source est représentée par un modèle approprié.

II. 4. 1. Modélisation des aimants permanents

Le rotor de la machine met en œuvre $2p$ pôles identiques symétriques constitués d'aimants sous forme de "tuiles fractionnées" ou non et portant une aimantation M .



Figure II.2. Différents types d'aimantation.

Le vecteur d'aimantation s'exprime en coordonnées polaire comme suit [HAD06, ZAR04]:

$$\vec{M} = M_r \vec{a}_r + M_\theta \vec{a}_\theta \quad (\text{II.11})$$

où M_r, M_θ représentent respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation.

Elles sont exprimées par :

$$\begin{cases} M_r = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} M_{r_n} \cos(np\theta) \\ M_\theta = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} M_{\theta_n} \sin(np\theta) \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

où p désigne le nombre de paires de pôles et où θ est l'écart angulaire relatif au centre d'un aimant, M_{r_n} et M_{θ_n} sont respectivement les amplitudes des harmoniques de rang n des composantes M_r et M_θ .

- Pour une aimantation sinusoïdale :

$$M_m = \frac{4M\alpha_p \cos\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_p\right)}{\pi \left[(n\alpha_p)^2 - 1 \right]} \quad (\text{II.13})$$

$$M_{\theta_n} = \pm n\alpha_p M_m = \pm \frac{4nM\alpha_p^2 \cos\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_p\right)}{\pi \left[(n\alpha_p)^2 - 1 \right]} \quad (\text{II.14})$$

$$\text{Si } n\alpha_p \rightarrow 1: \text{Limite}(M_{r_n}) = -M_{\theta_n} = \pm \frac{M}{n} \quad (\text{II.15})$$

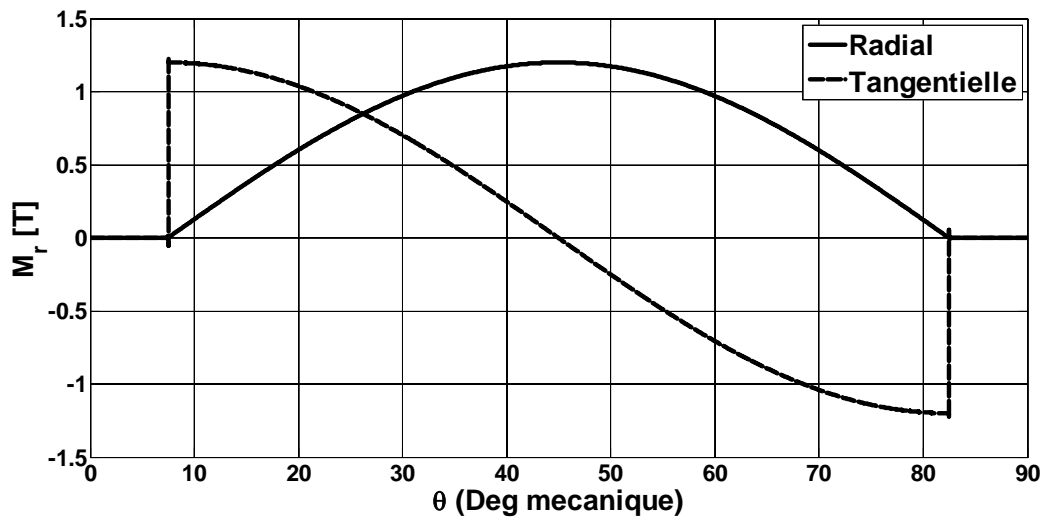


Figure II.3. Représentation spatiale de l'aimantation sinusoïdale.

- Pour une aimantation mixte

$$M_m = \frac{4M \sin\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_r\right)}{\pi n} \quad (\text{II.16})$$

$$M_{\theta_n} = \pm \frac{4M \cos\left(\left((1-a)\alpha_r + a\right) \frac{\pi n}{2}\right)}{\pi n} \quad (\text{II.17})$$

où le signe + est utilisé pour les machines à rotor interne et – pour les machines à rotor externe.

α_r représente l'ouverture des aimants radiaux sur un pas polaire.

a représente l'écart angulaire entre un aimant radial et un aimant azimutal [%], $a = [0 \ 1]$.

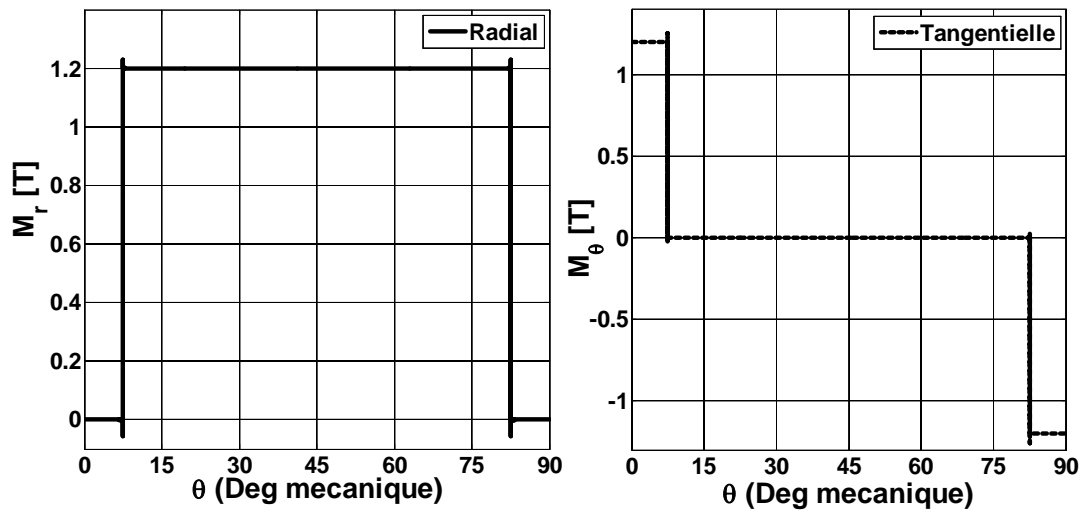


Figure II.4. Présentation spatiale de l'aimantation mixte.

II. 4. 2. Modèles des courants sources

L'unique source de champ produite relativement à l'armature polyphasée disposée au stator de la machine étudiée est assimilée à un système de courants superficiels distribués de manière sinusoïdale et placés à l'endroit de l'isthme d'encoche. L'origine des angles est choisie confondue avec l'axe de symétrie d'une phase du bobinage statorique et ainsi tous les points sont repérés par l'angle θ_s . L'alimentation de la machine est assurée par un onduleur de tension contrôlé en courants qui délivre des courants de forme sinusoïdale ou rectangulaire [HAD06].

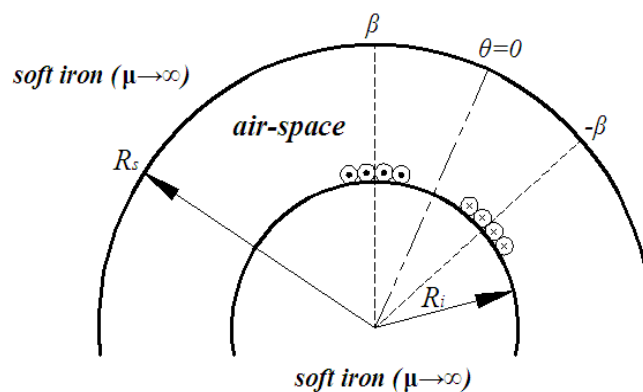


Figure II.5. Modélisation des courants statoriques.

a- Alimentation sinusoïdale

Pour une alimentation sinusoïdale, les courants triphasés sinusoïdaux d'amplitude I_m sont exprimés par :

$$\begin{cases} i_a = I_m \cos(\omega t) \\ i_b = I_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c = I_m \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3}) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Les densités superficielles équivalentes, définies dans le repère statorique au niveau du rayon d'alésage R_a s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_a(t, \theta_s) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} J_n \cos(n\omega t + np\theta_s) \\ J_b(t, \theta_s) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} J_n \cos(n(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + np\theta_s) \\ J_c(t, \theta_s) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} J_n \cos(n(\omega t - \frac{4\pi}{3}) + np\theta_s) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

où

$$j_n = \frac{4 p N_s I_m}{\pi R_a} k_{b n}$$

N_s étant le nombre de spires dans une encoche et $k_{b n}$ le coefficient de bobinage de l'enroulement statorique [HAD06, ZAR04, ZHU93], exprimé par:

$$k_{b n} = k_{f n} k_{r n} k_{i n} k_{d n} \quad (\text{II.20})$$

Les différents coefficients sont exprimés ainsi :

- $k_{f n}$ coefficient de filtrage : $k_{f n} = \frac{\sin(np\xi/2)}{np\xi/2}$

Où ξ représente l'ouverture de l'encoche.

- $k_{d n}$ coefficient de filtrage : $k_{d n} = \frac{\sin(nqp \tau_d/2)}{q \sin(np \tau_d/2)}$

Où τ_d est le pas dentaire.

- $k_{r n}$ Coefficient de raccourcissement : $k_{r n} = \sin(\frac{np\beta}{2})$

Où β est l'angle de raccourcissement.

- $k_{i n}$ coefficient d'inclinaison : $k_{i n} = \frac{\sin(n\gamma_i)}{n\gamma_i}$

γ_i Représente l'angle de décalage horizontal de l'axe d'une encoche par rapport à l'axe de la machine. La densité résultante équivalente au système de courants triphasés s'écrit alors comme suit :

$$J(\theta_s, t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} J_n \cos(\nu \omega t + n p \theta_s) \quad (\text{II.21})$$

$$\text{avec : } \nu = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

Où seules les harmoniques $n = 6m \pm 1$ sont non nulles.

b- Alimentation non sinusoïdale

Les courants triphasés non sinusoïdaux d'amplitude I_k sont exprimés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_a(t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} I_k \cos(k \omega t) \\ i_b(t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} I_k \cos(k(\omega t - \frac{2\pi}{3})) \\ i_c(t) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^{\infty} I_k \cos(k(\omega t - \frac{4\pi}{3})) \end{array} \right. \quad (\text{II.22})$$

$$I_k = \frac{4I_m}{k\pi} \sin\left(\frac{k\pi}{3}\right)$$

Les densités superficielles équivalentes s'écrivent ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} J_a(t, \theta_s) = \sum_{n,k} J_{n,k} \sin(k \omega t) \cos(n p \theta_s) \\ J_b(t, \theta_s) = \sum_{n,k} J_{n,k} \sin(k(\omega t - \frac{2\pi}{3})) \cos(n p \theta_s - \frac{2\pi}{3}) \\ J_c(t, \theta_s) = \sum_{n,k} J_{n,k} \sin(k(\omega t + \frac{2\pi}{3})) \cos(n p \theta_s - \frac{4\pi}{3}) \end{array} \right. \quad (\text{II.23})$$

La densité résultante équivalente s'écrit comme suit :

$$J_s(\theta_s, t) = \frac{3}{2} \sum_{n,k} J_{n,k} \cos(\nu_1 k \omega t + n p \theta_s) \quad (\text{II.24})$$

$$\text{avec : } \nu_1 = \begin{cases} -1 & \text{si } n = 6m + 1 \\ +1 & \text{si } n = 6m - 1 \end{cases}$$

II. 5. Détermination des potentiels scalaires

Pour calculer le champ magnétique dans les trois zones de la machine, on utilise le potentiel scalaire créé par les aimants [MCK19, XIZ04]. La détermination du potentiel scalaire dans les différentes parties de la machine est effectuée à partir de la résolution de l'Equation (II .8).

II. 5. 1. Potentiel scalaire créé par les aimants

La résolution des équations différentielles se fait par séparation de variables. La linéarité du modèle permet de déterminer, séparément, les contributions des aimants et des courants [MBM19, XIZ04, XWQ03] :

$$\text{Dans la zone I :} \quad \Delta\varphi_I = \frac{\partial^2\varphi_I}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi_I}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\varphi_I}{\partial\theta^2} = 0 \quad (\text{II.25})$$

$$\text{Dans la zone II} \quad \Delta\varphi_{II} = \frac{\partial^2\varphi_{II}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi_{II}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\varphi_{II}}{\partial\theta^2} = \frac{\text{div}(\vec{M})}{\mu_r} \quad (\text{II.26})$$

$$\text{Dans la zone III} \quad \Delta\varphi_{III} = \frac{\partial^2\varphi_{III}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\varphi_{III}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\varphi_{III}}{\partial\theta^2} = 0 \quad (\text{II.27})$$

avec :

$$\text{div}(\vec{M}) = \frac{M_r}{r} + \frac{\partial M_r}{\partial r} + \frac{\partial M_\theta}{r\partial\theta}$$

Le potentiel scalaire, créé par les aimants dans les différentes zones, s'écrit comme suit :

$$\varphi_I(r, \theta) = (C_1 r^{np} + C_2 r^{-np}) \cos(np\theta) \quad (\text{II.28})$$

$$\varphi_{II}(r, \theta) = (C_3 r^{np} + C_4 r^{-np} + \psi_n r) \cos(np\theta) \quad (\text{II.29})$$

$$\varphi_{III}(r, \theta) = (C_5 r^{np} + C_6 r^{-np}) \cos(np\theta) \quad (\text{II.30})$$

où ψ_n est le terme de la solution particulière de l'équation (II.26) qui s'exprime comme suit :

$$\psi_n(r) = \begin{cases} \frac{M_m + npM_{\theta n}}{(np)^2 - 1} \\ \frac{1}{2} \left(\ln(r) - \frac{1}{2} \right) (M_m + M_{\theta n}) \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

où $C_i (i=1:6)$ sont les constantes d'intégrations liées à chaque harmonique d'espace de rang n . Pour calculer ces constantes, on utilise les conditions aux limites. Dans notre étude on intéresse surtout au calcul du champ magnétique dans la région I (entrefer) [XIZ04, XWQ03] :

- Au niveau de rayon d'alésage R_0 : $H_{\theta I} = \mu_0 M_\theta$
- Au niveau de rayon d'alésage R_1 : $B_{rI} = B_{rII}$, $H_{\theta I} + \mu_0 M_\theta = H_{\theta II}$
- Au niveau de rayon d'alésage R_2 : $B_{rII} = B_{rIII}$, $H_{\theta II} = H_{\theta III}$
- Au niveau de rayon d'alésage R_3 : $H_{\theta III} = 0$

Ce qui conduit aux expressions suivantes :

- Pour les moteurs à rotor externe non magnétique $R_3 \rightarrow \infty$

Si $n^* p \neq 1$:

$$C_2 = \frac{(M_m + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)},$$

$$C_1 = R_0^{2np} C_2$$

$$C_3 = \frac{R_0^{2np} (M_m + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)} + \frac{(M_m - M_{\theta n})R_1^{np+1}}{2(np+1)},$$

$$C_4 = \frac{(M_m + M_{\theta n})R_2^{np+1}}{2(np-1)}$$

$$B_{rI}(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} \frac{np(M_m + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)} (R_0^{2np} r^{np-1} + r^{-np-1}) \cos(np\theta) \quad (\text{II.32})$$

$$B_{\theta I}(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} \frac{np(M_m + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)} (R_0^{2np} r^{np-1} - r^{-np-1}) \sin(np\theta) \quad (\text{II.33})$$

Si $np = 1$:

$$C_2 = \frac{(M_m + M_{\theta n})(\log(R_2) - \log(R_1))}{2},$$

$$C_1 = R_0^2 C_2$$

$$C_3 = \frac{2R_1^2 (M_m + M_{\theta n})(\log(R_2) - \log(R_1)) - R_2^2 (M_m - M_{\theta n})}{4},$$

$$C_4 = \frac{(M_m + M_{\theta n})\log(R_2) - M_m}{2}$$

$$B_{rI}(r, \theta) = \frac{(M_m + M_{\theta n})(\log(R_2) - \log(R_1))}{2} (R_0^2 r^{-2} + 1) \cos(\theta) \quad (\text{II.34})$$

$$B_{\theta I}(r, \theta) = \frac{(M_m + M_{\theta n})(\log(R_2) - \log(R_1))}{2} (R_0^2 r^{-2} - 1) \sin(\theta) \quad (\text{II.35})$$

- Pour les moteurs à rotor interne non magnétique $R_0 \rightarrow 0$

$$C_2 = \frac{(M_m - M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np+1)}$$

$$C_1 = R_3^{-2np} C_2$$

$$C_3 = \frac{(M_m - M_{\theta n})R_1^{np+1}}{2(np-1)}$$

$$C_4 = \frac{(M_m - M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np+1)} + \frac{(M_m - M_{\theta n})R_2^{np+1}}{2(np-1)}$$

$$B_{rl}(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} \frac{np(M_m - M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np+1)} (R_3^{-2np} r^{np-1} + r^{-np-1}) \cos(np\theta) \quad (\text{II.36})$$

$$B_{\theta l}(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} \frac{np(M_m - M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np+1)} (R_3^{-2np} r^{np-1} - r^{-np-1}) \sin(np\theta) \quad (\text{II.37})$$

II. 5. 2. Potentiel scalaire créé par les courants statoriques

La réaction magnétique, induite au niveau des parties conductrices de la machine, est négligée. L'équation de répartition du potentiel scalaire, à résoudre dans l'entrefer (mécanique + magnétique), s'écrit ainsi [ZHU03, XWQ03] :

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{II.38})$$

La solution de l'Equation (II.31), s'écrit comme suit :

$$\varphi(r, \theta) = (C_{1c} r^{np} + C_{2c} r^{-np}) \cos(np\theta) \quad (\text{II.39})$$

a- Alimentation sinusoïdale

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} (C_{1c} r^{np} + C_{2c} r^{-np}) \cos(np\theta + np\theta_0 + (np\Omega + \nu\omega k)t) \quad (\text{II.40})$$

b- Alimentation rectangulaire

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} (C_{1c} r^{np} + C_{2c} r^{-np}) \cos(np\theta + np\theta_0 + (np\Omega + \nu_1\omega k)t) \quad (\text{II.41})$$

Les différentes constantes, définies dans les expressions (II.33) et (II.34), sont déterminées en exploitant les conditions aux limites. Celles-ci sont données par :

- Au niveau de rayon R_0 : $H_\theta = 0$
- Au niveau de rayon R_1 : $H_\theta = 0$

Ce qui conduit aux expressions suivantes :

$$C_{1c} = -\frac{\mu_0 J R_2^{-np+1} R_0^{-2np}}{np(R_2^{-np+1} - R_0^{-np+1})}, \quad C_{2c} = -\frac{\mu_0 J R_2^{-np+1}}{np(R_2^{-np+1} - R_0^{-np+1})}$$

$J = J_n$ quand la machine est alimentée par des courants sinusoïdaux.

et $J = \sum_{n=1.3.5}^{\infty} J_{n,k}$ quand la machine est alimentée par des courants non sinusoïdaux.

II.6. Exploitation de la méthode analytique

Les caractéristiques de la machine étudiée sont représentées dans le tableau cité en annexe. On remarque que le sens de l'aimantation a une influence sur la répartition de l'induction magnétique créée par les aimants au niveau du milieu de l'entrefer, on peut voir cette influence à partir de la forme de l'induction à aimantation sinusoïdale (II.6) ou mixte Figure (07). On peut avoir une forme proche d'une sinusoïde quand l'aimantation à une répartition sinusoïdale.

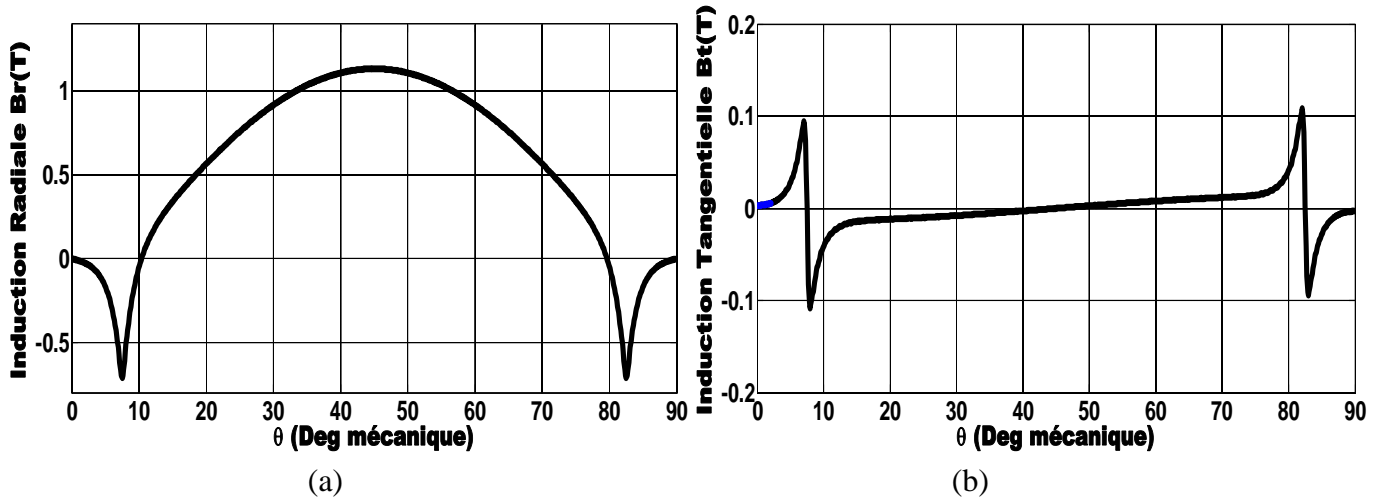


Figure II.6. Inductions radiale (a) et tangentielle (b) avec stator lisse.

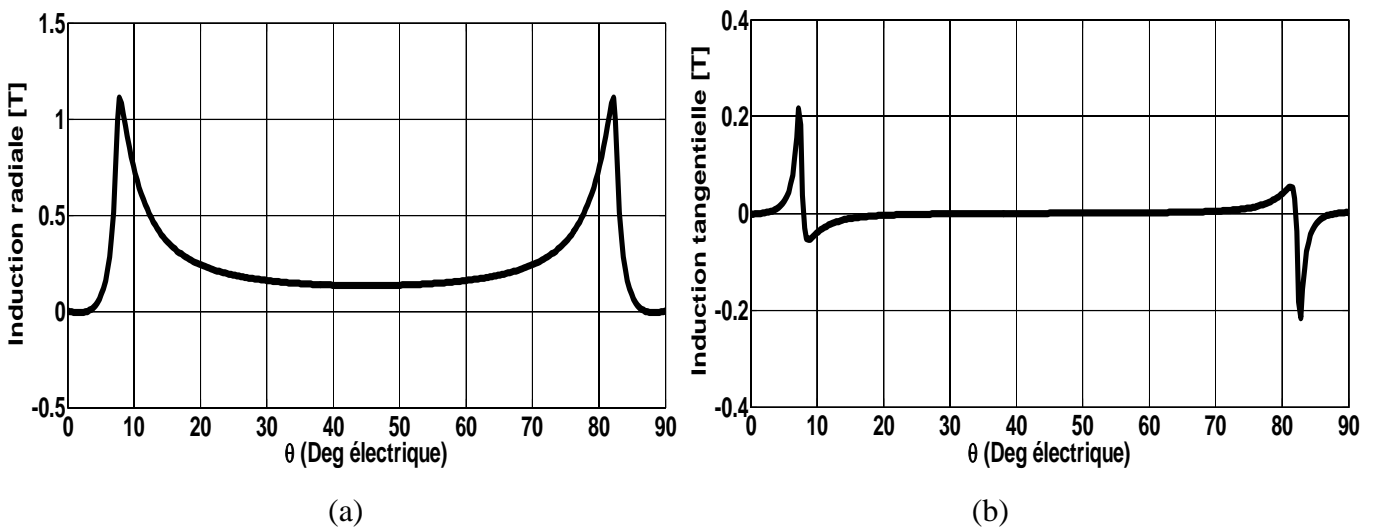


Figure II.7. Inductions radiale (a) et tangentielle (b) avec stator lisse.

II. 7 Calcul de la force électromotrice

La force électromotrice est calculée directement en utilisant la loi de Faraday ou indirectement en utilisant le calcul du couple résultant (électromagnétique et de détente). La première méthode consiste à calculer le flux embrassé par les conducteurs. L'invariance, par translation suivant Oz du système étudié, permet d'exprimer le flux produit par les aimants sous la forme suivante [BOO08, BMB90, HAD06, NBR12] :

$$\Phi(t) = \pi L_u \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} C_n (C_1 R_2^{np} + C_2 R_2^{-np}) \sin(n(\omega t + p\theta_0)) \quad (\text{II.42})$$

où C_n, R_2 sont respectivement la densité des conducteurs de la phase considérée et le rayon d'alésage.

avec :

$$C_n = \frac{4pNk_{bn}}{\pi}$$

La force électromotrice est calculée par dérivation du flux des aimants à travers les enroulements du stator. Son expression est la suivante :

$$e(t) = \frac{d\Phi}{dt} = -\pi L_u n \omega \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} C_n (C_1 R_a^{np} + C_2 R_a^{-np}) \cos(n(\omega t + p\theta_0)) \quad (\text{II.43})$$

II. 8. Calcul du couple développé par la machine

Le couple d'interaction développé par le type de machine étudiée est calculé en utilisant les moments des forces de Laplace s'exerçant sur la densité de courants placée au niveau du rayon d'alésage. Ce couple est exprimé par la relation suivante [HAD06, XWQ03, MAK06] :

$$\Gamma(\theta) = 2pR_a^2 L_u \int_{-\frac{\pi}{2p}}^{+\frac{\pi}{2p}} J_s B_\theta d\theta \quad (\text{II.44})$$

Pour une alimentation par des courants sinusoïdaux, l'expression du couple est :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p R_a^2 L_u \sum_{m=1}^3 n J_n (C_1 R_a^{np} + C_2 R_a^{-np}) \cos((n+\nu)\omega t + np\theta_0) \quad (\text{II.45})$$

avec $\nu = \begin{cases} -1 & \text{si } n-k = 6m+1 \\ +1 & \text{si } n+k = 6m-1 \end{cases}$

- Pour une alimentation par des courants non sinusoïdaux, l'expression du couple s'écrit ainsi :

$$\Gamma(\theta) = \frac{3}{2} \pi p R_a L_u \sum_{m=1}^3 n J_n (C_1 R_a^{np} + C_2 R_a^{-np}) \cos((n+\nu)\omega t + np\theta_0) \quad (\text{II.46})$$

$$\text{avec } \nu = \begin{cases} -1 & \text{si } n-k = 6m \\ +1 & \text{si } n+k = 6m \end{cases}$$

Notons qu'on peut aussi calculer ce couple à partir de l'expression suivante :

$$\Gamma = \frac{p}{\omega} \sum_{m=1}^3 e_m(\theta) i_m(\theta) \quad (\text{II.47})$$

II. 9. Calcul de la perméance d'entrefer

La distribution du champ magnétique, dans le cas d'une machine à stator encoché, est déterminée à partir du produit de l'induction produite par les aimants dans le cas d'un stator sans encoches par la perméance relative de l'entrefer $\lambda(r, \theta)$ [ZAR04]. Pour déterminer la perméance complexe, on utilise une technique analytique qui permet de déterminer la distribution du champ suivant la forme géométrique de l'encoche. La méthode est basée sur la théorie des transformations conformes [ZAR04, MAR04, ZHO93, ZBL08, BLI09, ZBL06].

II. 9. 1. Transformations conformes des encoches

Une transformation conforme est la représentation d'une surface limitée dans le plan d'une autre variable complexe [ZAR04, MAR04, ZBL08]. Quand on cherche à déterminer la distribution du champ entre deux limites équipotentielles d'une forme non uniforme, le principe de base de la méthode sera expliqué dans l'exemple d'une encoche infiniment profonde comme le montre la figure II.8.

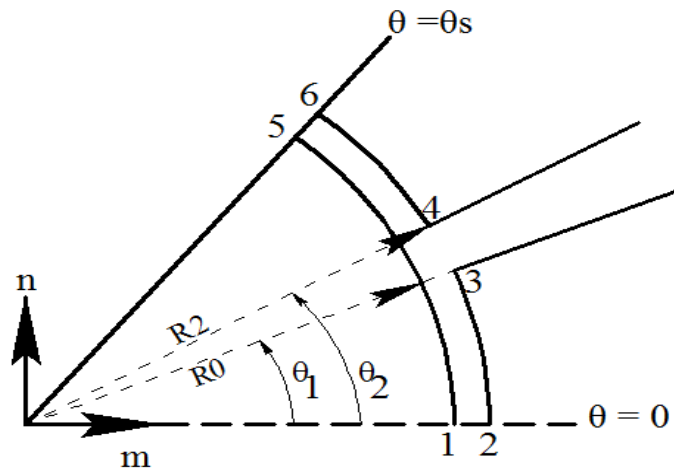


Figure II.8. Ouverture d'encoche infiniment profonde présentée dans le plan S.

Quatre transformations conformes sont exigées pour transformer notre entrefer encoché en un entrefer lisse dans lequel la solution du champ est connue. La figure II. 9 montre cela. Le plan S contient la forme initiale avec encoches ; le plan K contient l'entrefer lisse tandis que les

plan Z, W, et T sont utilisés pour des transformations intermédiaires [ZAR04, MAR04].



Figure II.9. Les transformations utilisées.

La géométrie avec encoches du plan S, dans son arrangement circulaire d'origine, doit être transformée en un model linéaire dans le plan Z. Pour ce faire, on utilise une transformation logarithmique, conforme, qui transforme les systèmes de coordonnées cylindriques en un système de cordonnées cartésiennes comme le montre la figure II.10 [ZAR04, MAR04, MJP04]. La transformation logarithmique entre le plan S et le plan Z est donnée par :

$$z = \ln(s)$$

avec

$$\begin{cases} s = m + jn = re^{j\theta} \\ z = x + jy \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

Le lien entre les coordonnées dans les plans S et Z est :

$$\begin{cases} x = \ln(r) \\ y = \theta \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

La prochaine étape consiste à transformer la structure géométrique du plan Z en celle du plan W en utilisant la transformation de Schwarz-Christoffel [MAR04].

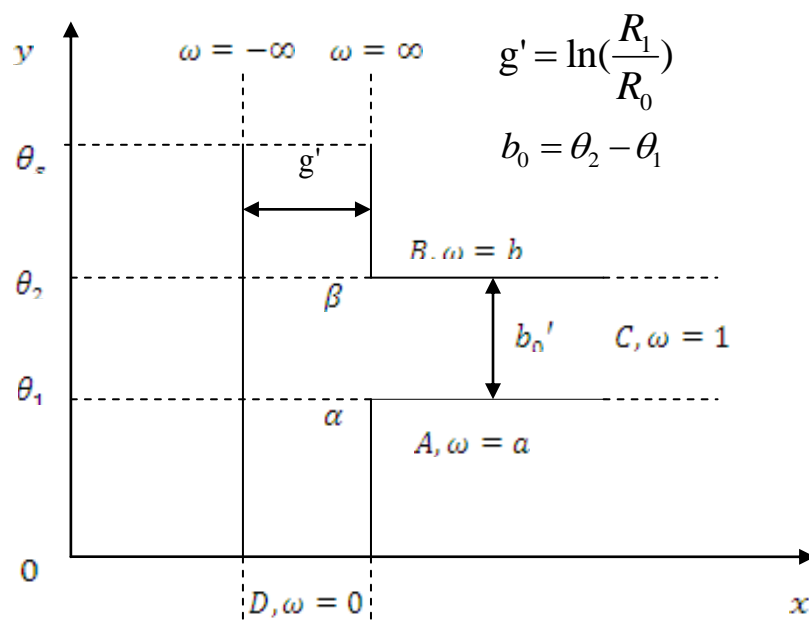


Figure II.10. Ouverture de l'encoche dans le plan Z.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{d\omega} = j \frac{g'}{\pi} \frac{(\omega-a)^{0.5} (\omega-b)^{0.5}}{(\omega-1)\omega} \\ z = j \frac{g'}{\pi} \left[\ln \left| \frac{1+p}{1-p} \right| - \ln \left| \frac{b+p}{b-p} \right| - \frac{2(b-1)}{\sqrt{b}} \tan^{-1} \left(\frac{p}{\sqrt{b}} \right) \right] + C \end{array} \right. \quad (\text{II.50})$$

avec

$$p = \sqrt{\frac{\omega+b}{\omega-b}}, \quad C = \ln(R_i) + j\theta_2$$

Les constantes a et b , qui représentent les valeurs de ω dans les coins, sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} b = \left[\frac{b_0'}{2g'} + \sqrt{\left(\frac{b_0'}{2g'} \right)^2 + 1} \right]^2 \\ a = \frac{1}{b} \end{array} \right. \quad (\text{II.51})$$

Pour déterminer la distribution du champ dans la région de l'encoche, une autre transformation du plan T au plan W est exigée. Cette transformation est donnée par [MAR04]:

$$t = j \frac{g'}{\pi} \ln(\omega) + \ln(R_i) + j \frac{\theta_i}{2} \quad (\text{II.52})$$

La dernière transformation change les deux plaques parallèles (Figure II.11) en une forme circulaire qui modélise l'entrefer d'une machine à aimants permanents sans encoches. Pour accomplir cela, une transformation exponentielle est utilisée dont la forme est la suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} k = e^t \\ k = R_i e^{j \left(\frac{g'}{\omega} \ln(\omega) + \frac{\theta_i}{2} \right)} \end{array} \right. \quad (\text{II.53})$$

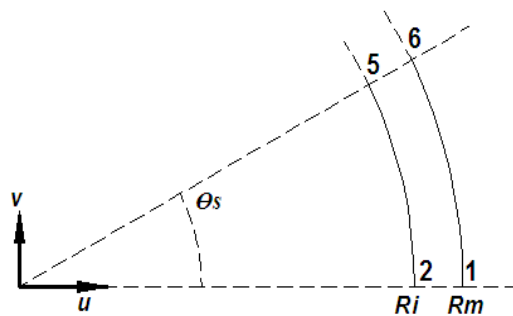


Figure II.11. Ouverture d'encoche dans le plan K.

II. 9. 2. Forme du champ dans le plan S

D'après la théorie des nombres complexes, on sait que n'importe quelle fonction de variables complexes $s = m + jn$ dans le plan S satisfait l'Equation de Laplace [ZAR04, MAR04]. Ces fonctions sont dites fonctions conjuguées. Soit $k = u(m;n) + jv(m;n)$ une fonction quelconque de s , donc les fonctions u et v satisfont l'Equation de Laplace.

D'après les calculs développés par [ZAR04, ZHO93, ZBL08], on peut écrire l'induction dans le plan S sous la forme suivante :

$$B_s = B_k \left(\frac{\partial k}{\partial s} \right)^* \quad (\text{II.54})$$

La dérivée partielle $\frac{\partial k}{\partial s}$ s'exprime par :

$$\frac{\partial k}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial s} = \frac{\partial k}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \omega} \frac{\partial \omega}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \quad (\text{II.55})$$

Les dérivées partielles dans l'équation (II.55) sont définies par des transformées conformes entre les plans complexes correspondants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial k}{\partial t} = e^t = e^{\ln(k)} = k \\ \frac{\partial y}{\partial x} = j \frac{g'}{\pi} \frac{1}{\omega} \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = -j \frac{\pi}{g'} \frac{(\omega-1)\omega}{(\omega-a)^{0.5}(\omega-b)^{0.5}} \\ \frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{s} \end{array} \right. \quad (\text{II.56})$$

La substitution des équations (II.54) et (II.55) dans l'équation (II.56) Produit :

$$B_s = B_k \left[\frac{k}{s} \frac{(\omega-1)}{(\omega-a)^{0.5}(\omega-b)^{0.5}} \right]^* \quad (\text{II.57})$$

Puisque B_s est l'induction dans l'entrefer encoché, alors la partie de l'équation (II.57), qui multiplie B_k peut être définie comme la perméance relative complexe de l'entrefer λ . L'équation (II.57) devient alors :

$$B_s = B_k \lambda^*$$

avec

$$\lambda = \frac{k}{s} \frac{(\omega-1)}{(\omega-a)^{0.5}(\omega-b)^{0.5}} \quad (\text{II.58})$$

Puisque k est une fonction de t qui est elle-même une fonction de ω et s , la coordonnée connue dans la géométrie actuelle, qui est aussi fonction de ω ; la perméance complexe est indirectement une fonction non linéaire de ω . Le problème majeure est que ω est liée à z

par une équation non linéaire. S'il est demandé d'évaluer l'induction en un certain point géométrique dans l'entrefer encoché dans le plan S , la valeur de z , qui correspond à ce point dans le plan Z , peut être calculée simplement en sachant que $z = \ln(s)$.

Une technique itérative est exigée pour résoudre cette équation non linéaire et déterminer la valeur de ω pour z donnée. L'algorithme de l'optimisation des moindres carrés linéaires, construit via MATLAB (fonction **lsqnonlin**), a été utilisé pour résoudre ce problème. La norme résiduelle qui est minimisée est définie comme :

$$\|F\| = [R_e(z - z(\omega))]^2 + [\text{Im}(z - z(\omega))]^2 \quad (\text{II.59})$$

où le z est la valeur réelle et $z(\omega)$ est la valeur a calculée en utilisant l'Eq. (II.51) avec ω issue de l'itération courante. Puisque λ est un nombre complexe, il peut être écrit sous la forme suivante :

$$\lambda = \lambda_a + j\lambda_b \quad (\text{II.60})$$

Les formes d'ondes résultantes des parties réelles et imaginaires de λ sont montrées sur la Figure (II.9). Ces deux formes d'onde se répètent avec chaque ton de l'encoche. Elles peuvent être exprimées sous la forme de séries Fourier pour donner la fonction de la perméance relative complexe pour toutes les positions angulaires au milieu de l'entrefer. La série de Fourier est donnée par :

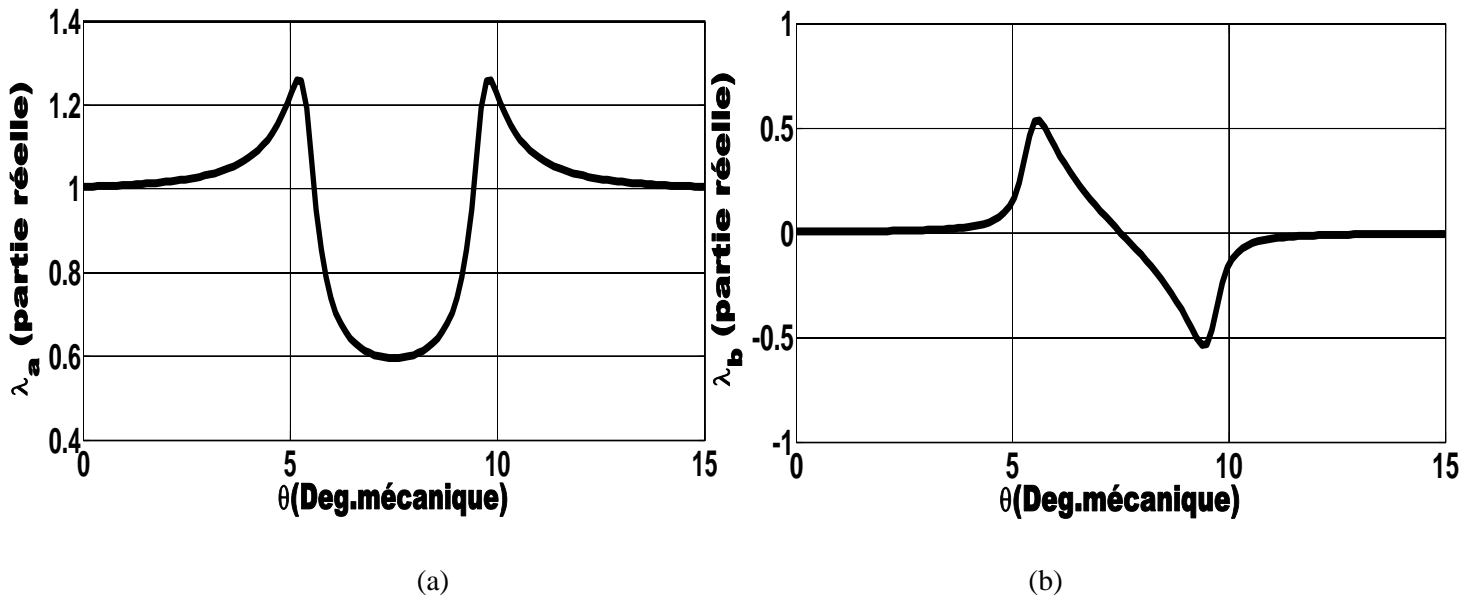
$$\begin{aligned} \lambda_a(r, \theta) &= \lambda_0(r) + \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{an}(r, \theta) \cos(nQ_s\theta) \\ \lambda_b(r, \theta) &= \sum_{n=1}^{N_\lambda} \lambda_{bn}(r, \theta) \sin(nQ_s\theta) \end{aligned} \quad (\text{II.61})$$

où Q_s est le nombre d'encoches et N_λ est l'ordre maximal des coefficients de Fourier. Les coefficients de Fourier λ_{an} et λ_{bn} sont calculés à partir des formes d'onde représentées sur la figure (II.9) en utilisant la transformation de Fourier discrète.

On peut déterminer les expressions de l'induction radiale et tangentielle, créées dans l'entrefer à stator encoché, en multipliant les expressions calculées précédemment équation (II.29) et (II.30) et où la perméance complexe est donnée par l'équation (II.51) :

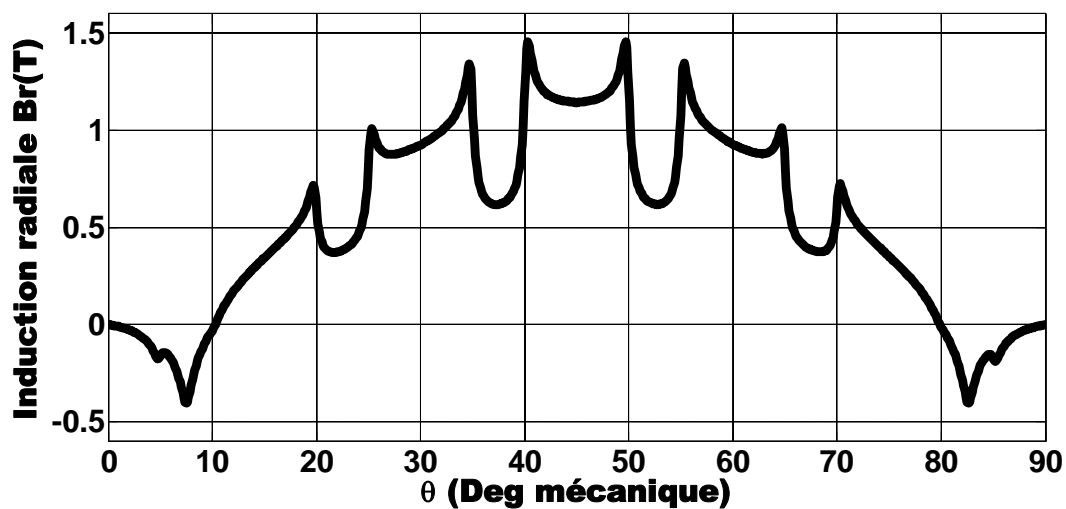
$$B_{sr} = \text{Re}(B_k \lambda^*) = \text{Re}[(B_{ar} + jB_{a\theta})(\lambda_a - j\lambda_b)] = B_{ar} \lambda_a + B_{a\theta} \lambda_b \quad (\text{II.62})$$

$$B_{s\theta} = \text{Im}(B_k \lambda^*) = \text{Im}[(B_{ar} + jB_{a\theta})(\lambda_a - j\lambda_b)] = B_{a\theta} \lambda_a - B_{ar} \lambda_b \quad (\text{II.63})$$



Figures. II. 12. Variations de la perméance complexe dans l'entrefer sur un pas dentaire
(a) Partie réelle, (b) Partie imaginaire

Les inductions radiale et tangentielle sont représentées sur la figure (II.13), au milieu de l'entrefer et avec un stator encoché. L'effet d'encoche du stator, sur l'induction radiale (figure (II.13.a)), a été introduit en multipliant l'induction radiale avec stator lisse de la figure (II.6.a) par la perméance relative complexe figure (II.12). Cette méthode ne permet pas de déterminer l'effet de l'encoche sur l'induction tangentielle due aux aimants permanents et qui contribue fortement dans la génération du couple de détente et du couple électromagnétique. L'effet de l'encoche sur les inductions radiale et tangentielle sera introduit avec plus de précision dans le chapitre III en utilisant une méthode analytique exacte.



(a)

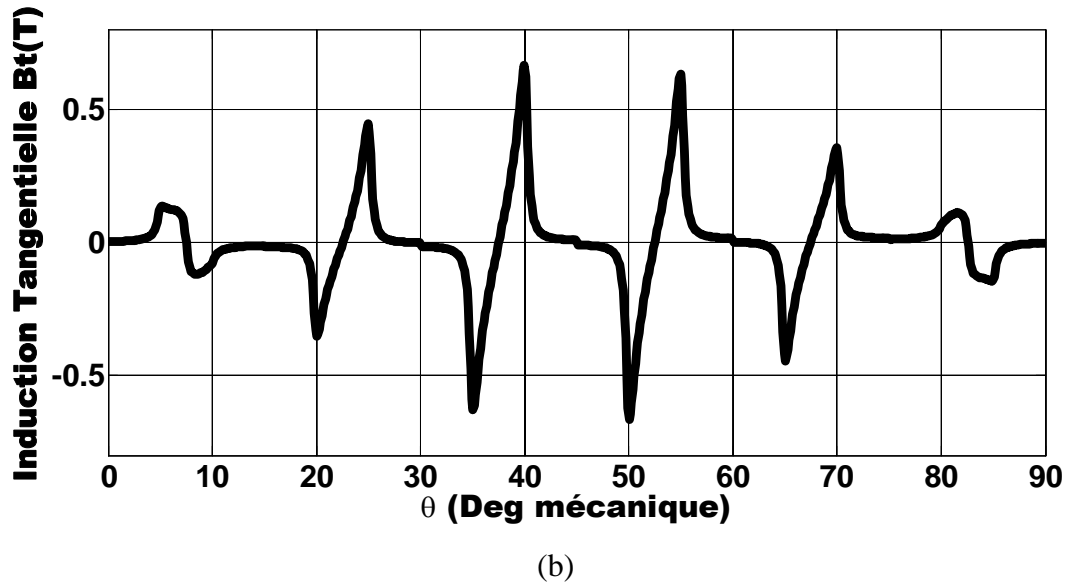


Figure II.13. Inductions radiale (a) et tangentielle (b) avec stator encoché.

III.10. Calcul analytique des grandeurs globales

II. 10. 1. Calcul analytique de la force électromotrice

On utilise la loi de Faraday pour calculer la FEM à vide, induite dans un enroulement statorique, créée par l'induction magnétique :

$$E_c(t) = -N_c \frac{d\phi_c}{dt} \quad (\text{II.64})$$

où N_c est le nombre de conducteurs.

Le flux est l'intégral de l'induction magnétique créée dans l'entrefer [ZAR04] :

$$\phi_c(t) = L_u R \int_{-\frac{\gamma_c}{2}}^{\frac{\gamma_c}{2}} B_{sr}(r, \theta, t) dt \quad (\text{II.65})$$

avec $\gamma_c = y_c \frac{2\pi}{Q_s}$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = B_r(r, \theta, t) * \lambda_a(r, \theta) + B_\theta(r, \theta, t) * \lambda_b(r, \theta) \quad (\text{II.66})$$

$$B_{sr}(r, \theta, t) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} B_m \cos(np(\theta - \omega_m t)) \left\{ \lambda_0 + \sum_{m=1}^{N_s} \lambda_{am} \cos(mQ_s(\theta - \theta_{s0})) \right\} + \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} B_{\theta n} \sin(np(\theta - \omega_m t)) \sum_{m=1}^{N_s} \lambda_{bm} \sin(mQ_s(\theta - \theta_{s0})) \quad (\text{II.67})$$

où B_m , $B_{\theta n}$, λ_0 , λ_{am} , λ_{bm} et ω_m sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'induction créée dans l'entrefer à stator lisse données par les équations (II.36) et (II.37), les

coefficients de série de Fourier de la perméance complexe et la vitesse de rotation du rotor [tr/s].

$$\phi(t) = L_u R \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} \left\{ \lambda_0 B_m \frac{2}{np} \sin(np \frac{\gamma_c}{2}) + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{r_m} \lambda_{am} - B_{\theta_n} \lambda_{bm}) \frac{\sin((np + mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np + mQ_s} A_m \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{r_m} \lambda_{am} + B_{\theta_n} \lambda_{bm}) \frac{\sin((np - mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np - mQ_s} A_m \right\} \cos(np \omega_{rm} t) \quad (\text{II.68})$$

Avec $A_m = \begin{cases} 1 \\ \cos(m\pi) \end{cases}$

Pour l'égalité $np = mQ_s$, il faut remplacer le terme $\frac{\sin((np + mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np + mQ_s}$ par $\frac{\gamma_c}{2}$.

La FEM induite dans une phase peut être calculée à partir de la somme des FEMs induites dans les enroulements connectés en série de la phase. Si on prend en considération le facteur de distribution des bobinages tel que :

$$k_{dn} = \frac{\sin(np \alpha / 2)}{q \sin(n \alpha / 2)} \quad (\text{II.69})$$

où q est le nombre d'encoches par pôle et par phase et où α est le déphasage entre deux tensions induites par deux enroulements adjacents. Dans un enroulement triphasé, le nombre de spires par phase reliées en série est donné par :

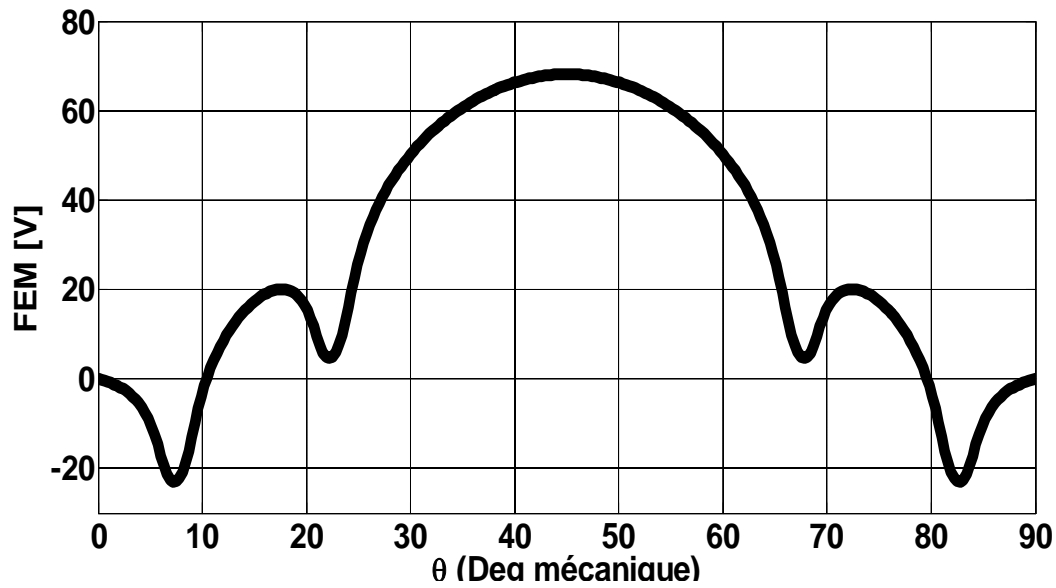
où a_p est le nombre de voies en parallèle ; sa valeur varie entre $[0 \ 2p]$.

A partir des équations. (II.65) et (III.69), on aboutit à l'expression finale suivante de la FEM :

$$E_c(t) = N_s \omega_{rm} L_u R \sum_{n=1.3.5\dots}^{\infty} K_{dn} \left\{ \lambda_0 B_m \frac{2}{np} \sin(np \frac{\gamma_c}{2}) + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{r_m} \lambda_{am} - B_{\theta_n} \lambda_{bm}) \frac{\sin((np + mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np + mQ_s} A_m \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{N_\lambda} (B_{r_m} \lambda_{am} + B_{\theta_n} \lambda_{bm}) \frac{\sin((np - mQ_s) \frac{\gamma_c}{2})}{np - mQ_s} A_m \right\} \sin(np \omega_{rm} t - \alpha_0) \quad (\text{II.70})$$

où α_0 est égal à zéro pour la phase A ; $\frac{2\pi}{3}$ pour la phase B et $\frac{4\pi}{3}$ pour la phase C.

La forme d'ondes de la FEM calculées à partir du modèle analytique, en tenant compte de l'effet des encoches au stator est représentée sur la figure (II.14) pour ($\alpha_p = 5/6$).



Figures II. 14. Force électro motrice calculée analytiquement pour $\alpha_p = \frac{5}{6}$

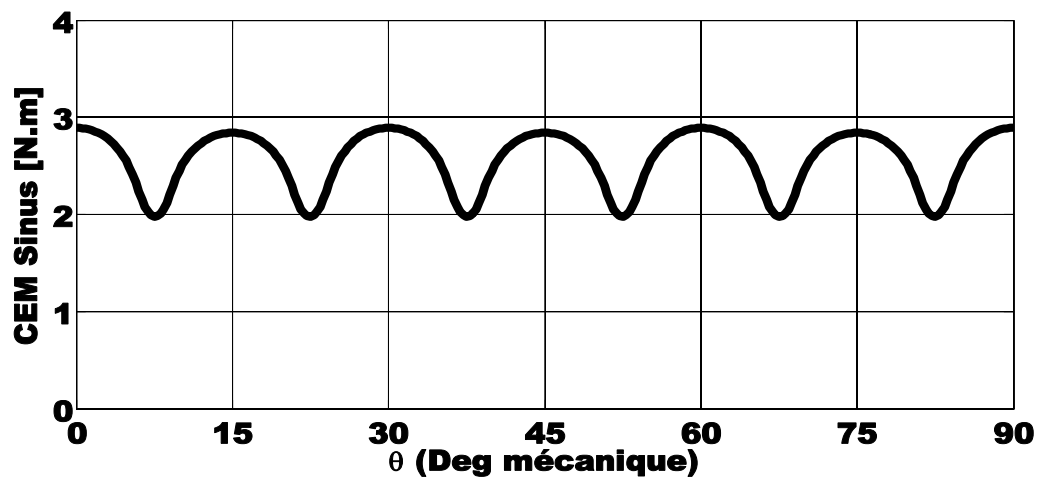
II. 10. 2. Calcul analytique du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique, développé par la machine en tenant compte de l'effet des encoches, avec une alimentation sinusoïdale ou rectangulaire, en utilisant l'expression de la puissance développée par les trois phases du stator, est donné par :

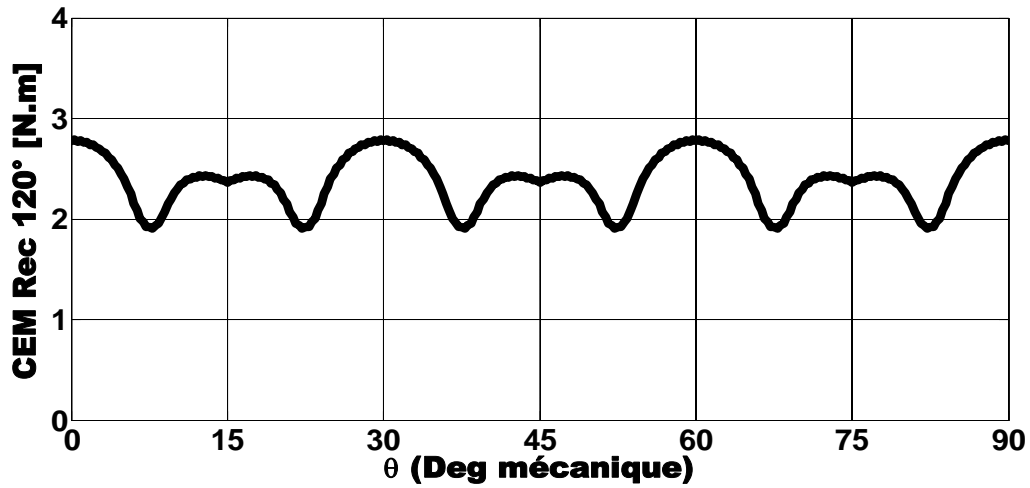
$$\Gamma(t) = -\frac{P}{\Omega} \sum_{m=1}^3 E_m(t) i_m(t) \quad (\text{II.71})$$

où E_c , i_m , et Ω représentent respectivement la force électromotrice de la phase m , le courant de la phase m et la vitesse de rotation du rotor en rad/s.

Le couple électromagnétique instantané, développé par la machine à aimants sinusoïdaux dans le cas d'une alimentation sinusoïdale et dans le cas d'une alimentation rectangulaire de type 120° , est représenté sur les figure (II.15) pour une ouverture des aimants $\alpha_p = 5/6$.



(a)



(b)

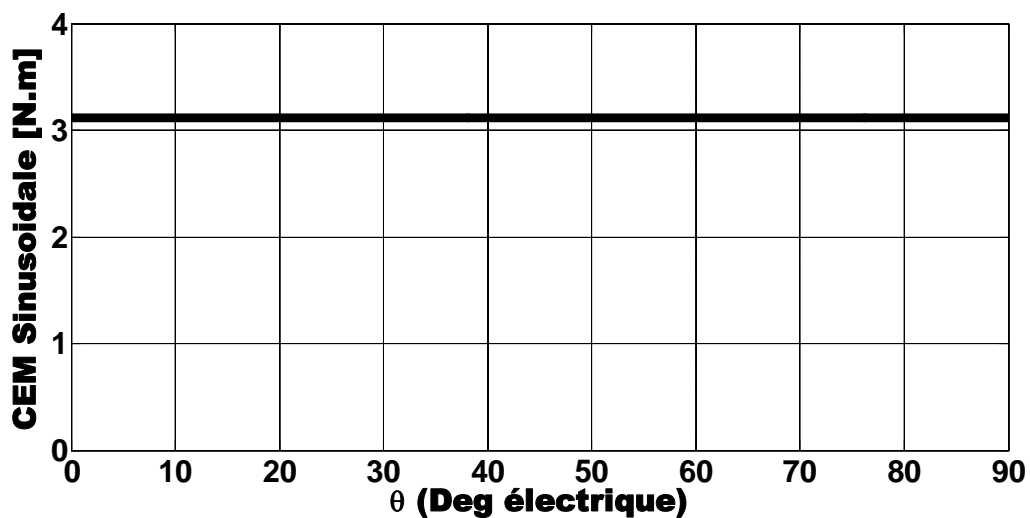
Figure II.15. Couple électromagnétique calculé analytiquement

(a) Alimentation sinusoïdale (b) Alimentation rectangulaire type 120° pour $\alpha_p = 5/6$

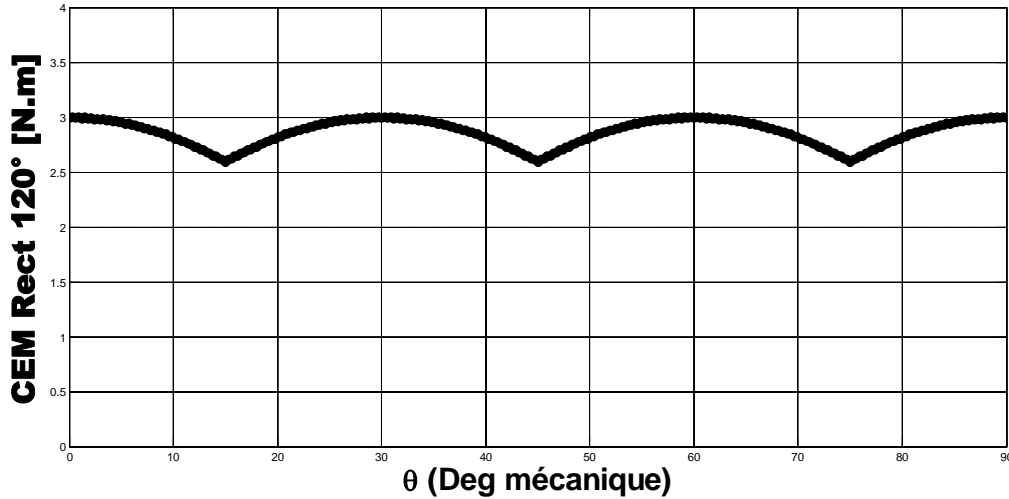
Les ondulations observées sont dues au couple de détente qui dépend de l'ouverture des aimants, des encoches et de l'alimentation.

Ces dernières sont atténuées en augmentant, par exemple, l'ouverture des aimants $\alpha_p = 6/6$ comme montré la figure (II.16.a).

Le couple de détente est nul en adoptant une alimentation sinusoïdale qui est plus adaptée pour ce type de structure (fem pratiquement sinusoïdale).



(a)



(b)

Figure II.16. Couple électromagnétique calculé analytiquement.

(a) Alimentation sinusoïdale (b) Alimentation rectangulaire type 120° pour $\alpha_p = 6/6$

II. 10. 3. Calcul du couple de détente

Le couple de détente est un couple pulsatoire du à l'interaction de la denture statorique avec les aimants rotoriques. En d'autres termes, c'est un couple du à la variation de l'énergie magnétique au sein du moteur lorsque le rotor tourne à vide. Le couple de détente développé par la structure étudiée est calculé en considérant le moment des forces de Laplace s'exerçant sur l'ensemble des dents de la machine. D'après les calculs développés par [ZAR04, ZBL06], on a l'expression suivante du couple de détente par encoche suivante :

$$T_{encoche} = \frac{l_a}{2\mu_0} \left[\int_a^b |B_k|^2 \left| \frac{g'}{\pi} k^2 \frac{\omega-1}{\omega(\omega-a)^{0.5}(\omega-b)^{0.5}} \right| d\omega \right] \quad (IV.72)$$

L'expression du couple de détente total développé par la machine étudiée est :

$$T_c = \sum_{k=1}^{Q_s} T_{encoche} \quad (IV.73)$$

où Q_s est le nombre d'encoches statoriques. On a utilisé un outil informatique pour calculer l'intégrale de l'équation (II.72). On doit effectuer l'intégrale de $a+\varepsilon$ à $b-\varepsilon$ où ε est un nombre proche de zéro.

II. 11. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développés un modèle analytique basé sur la résolution de l'équation de Poisson pour déterminer les inductions radiales et tangentielles dues aux aimants permanents à aimantations sinusoïdale et mixte en considérant le stator lisse. Ce modèle permet de tenir compte de l'ouverture des aimants sous un pôle. L'effet des encoches du stator sur la forme d'onde et l'amplitude des inductions radiale et tangentielle est introduit par une fonction perméance relative complexe issue de quatre transformations conformes analytiques dont la deuxième est issue de l'intégrale de Schwarz-Christoffel. Le couplage entre les deux modèles permet de déterminer avec une précision appréciable.

Les expressions des grandeurs électromagnétiques développées dans le modèle analytique contiennent les paramètres géométriques qui permettent une étude rapide et souple du comportement dimensionnel de la structure sans encoches excitée par des aimants permanents montés sur la surface rotorique interne non magnétique.

Chapitre III

Modèle Analytique Exact de la Machine Synchrone à Aimants Sinusoïdaux

Sommaire

III.1. Introduction	57
III.2. Modélisation analytique de la machine étudiée	57
III.2.1. Calcul analytique des performances électromagnétiques	58
III.2.2. Equations de Maxwell dans le cadre de la magnétostatique	60
III.2.3. Formulation en potentiel vecteur magnétique (A)	61
III.2.4. Potentiel vecteur magnétique crée au niveau des aimants (région I)	61
III.2.5. Potentiel vecteur magnétique crée au niveau de l'entrefer (région II)	62
III.2.6. Potentiel vecteur magnétique crée au niveau de l'encoche (région III)	65
III.3. Expressions des grandeurs globales	69
III.3.1. Calcul Analytique de la FEM de la machine étudiée	69
III.3.2. Calcul Analytique du couple d'interaction	70
III.3.3. Calcul Analytique du couple de détente	71
III.4. Conclusion	71

III.1. Introduction

La machine que nous abordons dans ce chapitre, est une machine synchrone à aimantation sinusoïdale montés sur la surface du rotor avec des encoches au stator, dans le chapitre précédent, nous avons élaboré un modèle semi analytique est appelée « transformations conformes » a été introduite pour corriger la forme du stator et calculer le champ magnétique en présence des encoches statoriques.

Le modèle analytique présenter dans ce chapitre, est basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell dans les régions à perméabilité uniforme généralement égale à l'unité. Pour se faire, on adopte la méthode des sous domaines qui consiste à subdiviser la machine en plusieurs domaines. L'avantage de cette approche repose sur la précision parfaite des résultats, bien sûr, sous des hypothèses simplificatrices et des contraintes fixées[LCB18, THL11].

III.2. Modélisation analytique de la machine étudiée

La modélisation consiste à établir une structure mathématique qui décrit les phénomènes physiques. En magnétostatique, les équations de Maxwell constituent le modèle mathématique de base. La résolution d'un tel modèle consiste à rechercher les évolutions spatiales des champs magnétiques. Afin d'obtenir une solution, certaines hypothèses doivent être adoptées. Ainsi, on peut supposer que les lois de comportement liant le champ

magnétique ne dépendent pas de la température ou bien encore des contraintes mécaniques. Sous ces hypothèses, la modélisation est considérée faible. L'ensemble des hypothèses effectuées sur un système constitue l'erreur de modélisation. Dans le cas de géométrie simple, une solution analytique peut être obtenue[LCB18].

La machine synchrone à aimants sinusoïdaux à entrefer lisse avec un stator encoché peut se décliner en deux configurations distinctes : à rotor interne et à rotor externe comme cité dans le premier chapitre. ce chapitre est consacré sur la configuration d'une machine synchrone à aimants montés à la surface du rotor interne non magnétique, (Fig. I).

III.2.1. Calcul analytique des performances électromagnétiques

Les équations de Maxwell et les différentes lois de comportement permettent d'obtenir l'évolution des champs magnétiques et électriques. Les conditions aux limites et de continuités du domaine sont ensuite introduites. Le type de machines que nous abordons dans notre travail (Figure III.1), sont des machines à aimants montés sur la surface du rotor.

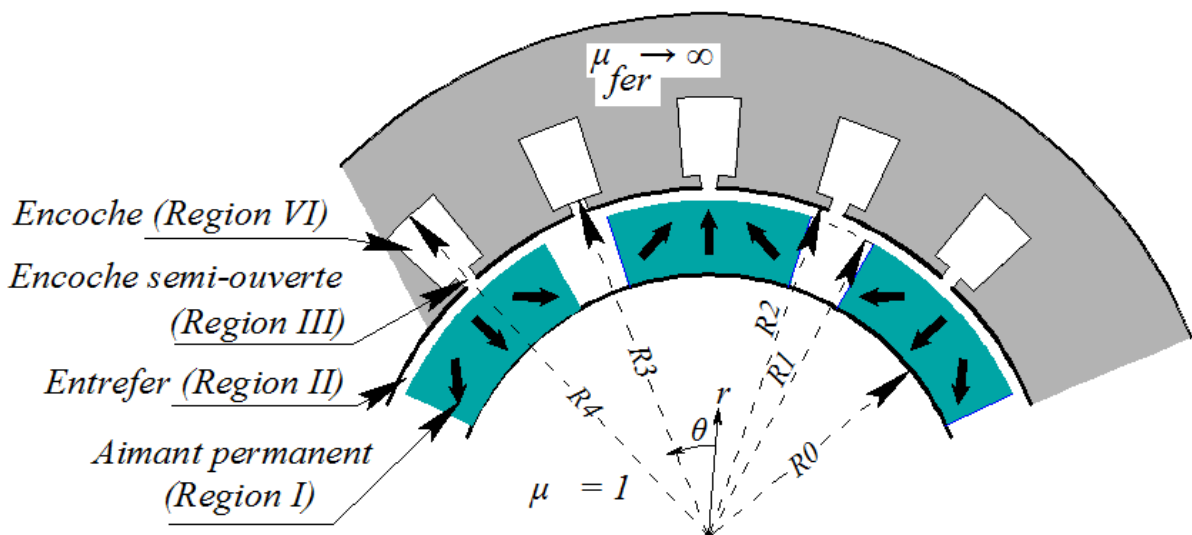


Figure III.1 Structure de la machine étudiée.

Vu que les machines électriques sont constituées des matériaux différents et comme les lignes de champs sont continues à travers la machine, il est utile de définir les conditions de passage du champ entre les interfaces communes entre deux domaines différents.

- La condition de conservation de la composante normale de l'induction magnétique qui se traduit par :

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{B}_1 - \vec{n}_2 \cdot \vec{B}_2 = 0 \quad (\text{III. 1})$$

- La condition de discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique donnée par :

$$\vec{n}_1 \wedge \vec{H}_1 - \vec{n}_2 \wedge \vec{H}_2 = \vec{j}_s \quad (\text{III. 2})$$

Où j_s est la densité superficielle de courants.

Le potentiel vecteur \vec{A} est la résultante du potentiel vecteur créé par les aimants permanents sinusoïdaux montés sur la surface rotorique.

Sur les surfaces rotorique interne ($R = R_0$) et externe ($R = R_1$) des aimants à aimantation sinusoïdale.

Le vecteur d'aimantation s'exprime en coordonnées polaire comme suit [HAD06, ZAR04]:

$$\vec{M} = M_r \vec{a}_r + M_\theta \vec{a}_\theta \quad (\text{III.3})$$

où M_r, M_θ représentent respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation. Elles sont exprimées par :

$$\begin{cases} M_r = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} M_{rn} \cos(np\theta) \\ M_\theta = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\theta) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

où p désigne le nombre de paires de pôles et où θ est l'écart angulaire relatif au centre d'un aimant, M_{rn} et $M_{\theta n}$ sont respectivement les amplitudes des harmoniques de rang n des composantes M_r et M_θ .

• Pour une aimantation sinusoïdale :

$$M_m = \frac{4M\alpha_p \cos\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_p\right)}{\pi \left[(np)^2 - 1 \right]} \quad (\text{III.5})$$

$$M_{\theta n} = -n\alpha_p M_m = -\frac{4nM\alpha_p^2 \cos\left(np \frac{\pi}{2} \alpha_p\right)}{\pi \left[(np)^2 - 1 \right]} \quad (\text{III.6})$$

$$\text{Si } n\alpha_p \rightarrow 1 : \text{Limite}(M_{rn}) = -M_{\theta n} = \frac{M}{n} \quad (\text{III.7})$$

Pour analyser les performances de la structure étudiée suivant l'objectif visé, nous adoptons les hypothèses simplificatrices :

- Modèle bidimensionnel en coordonnées polaires.
- La perméabilité du fer statorique et rotorique est supposée très grande $\mu_{fer} \rightarrow \infty$.
- Les courants de Foucault dans le fer est négligé par suite du feuilletage des culasses.
- La caractéristique de désaimantation de l'aimant est supposée linéaire. Ce qui est le cas des aimants modernes utilisés dans les machines électriques.
- On suppose que la machine est suffisamment longue pour pouvoir négliger les effets de bout et on considère que le problème est invariant par translation suivant le plan d'étude.

III.2.2. Equations de Maxwell dans le cadre de la magnétostatique

Le fonctionnement des machines électriques est basé essentiellement sur les phénomènes de distribution spatio-temporels du champ magnétique. L'analyse de ces phénomènes conduit à la résolution des équations de Maxwell dans un domaine tridimensionnel. En général, la modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents s'effectue à partir d'un modèle magnétostatique justifié par la nature des phénomènes électromagnétique. Celle-ci est traduite par les équations suivantes [LCB18, RIB93, THL11]:

- Conservation de flux magnétique : $div(\vec{B}) = 0$ (III.8)

- Les deux équations de couplage :

Equation de Maxwell Ampère $rot(\vec{H}) = \vec{j}$ (III.9)

Equation de Maxwell Faraday $rot(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (III.10)

- Propriétés des matériaux et des milieux

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (III.11)$$

Où μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide et μ_r la perméabilité relative du milieu considéré.

Les aimants magnétiquement rigides, actuellement employés dans les machines électriques, possèdent une caractéristique de désaimantation linéaire dans la zone normale d'utilisation [LCB18, HAD06].

Pour les milieux aimantés cette dernière équation est donnée par

$$B = \mu_0 \mu_r H + B_r \quad (III.12)$$

Où B , H , J et E M désignent respectivement l'induction magnétique, l'excitation magnétique, la densité volumique de courant, le champ électrique et l'aimantation des aimants (induction rémanente en présence des aimants).

III.2.3. Formulation en potentiel vecteur magnétique (A)

La formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A} est utilisée lorsque les sources de champ sont des densités de courants sources \vec{J} . L'équation (III.1) entraîne l'existence d'un potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que [LCB18, LBI18, LAZ18, LBI15, THL11] :

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (\text{III.13})$$

L'utilisation de la formulation en potentiel vecteur magnétique et la combinaison des équations (III.8) à (III.13) donne l'équation générale de répartition du potentiel vecteur qui est décrite par l'expression suivante :

$$\text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}\vec{A}\right) = -\vec{J} + \text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\vec{M}\right) \quad (\text{III.14})$$

Dont l'unicité est assurée en imposant $\text{div}(\vec{A}) = 0$, appelée la jauge de **Coulomb** [HAD06].

Donc

$$\Delta(A) = -\mu_0 J + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right)$$

$$\frac{\partial^2 A(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A(r, \theta)}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial M_r}{\partial \theta} - M_\theta \right) \quad (\text{III.15})$$

Où M_r, M_θ représentent respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'aimantation.

Pour chaque région, les inductions radiale et tangentielle s'expriment selon les relations suivantes :

$$B_r(r, \theta) = -\frac{\partial A(r, \theta)}{r \partial \theta} \quad (\text{III.16})$$

$$B_\theta(r, \theta) = -\frac{\partial A(r, \theta)}{\partial r} \quad (\text{III.17})$$

III.2.4. Potentiel vecteur magnétique crée au niveau des aimants (région I)

Si on néglige les courants induits dans la zone des aimants, l'équation (III.15) s'écrit, comme suit [LCB18]:

$$\frac{\partial^2 AI(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial AI(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 AI(r, \theta)}{\partial \theta^2} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial M_r(\theta)}{\partial \theta} - M_\theta(\theta) \right) \quad (\text{III.18})$$

$$\text{pour} \begin{cases} R_0 \leq r \leq R_1 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

Dans la zone des aimants permanents, l'équation de diffusion du champ magnétique est donnée par :

Si : $np \neq 1$

$$AI(r, \theta) = CI_1 \ln(r) + CI_2 + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (CI_3 r^{np} + CI_4 r^{-np} + \Psi(r)) \sin(np\theta) + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (CI_5 r^{np} + CI_6 r^{-np} + \Psi(r)) \cos(np\theta) \quad (\text{III.19})$$

Si : $n = p = 1$

$$AI(r, \theta) = CI_1 \ln(r) + CI_2 + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (CI_3 r + CI_4 r^{-1} + \Psi(r)) \sin(\theta) + \sum_{n=1,3,5}^{\infty} (CI_5 r + CI_6 r^{-1} + \Psi(r)) \cos(\theta) \quad (\text{III.20})$$

Avec une solution particulière exprimée par :

$$\Psi(r) = \begin{cases} \frac{npM_m + M_{\theta n}}{(np)^2 - 1} r, \text{ si : } np \neq 1 \\ -\frac{M_m + M_{\theta n}}{2} (\ln(r) - \frac{1}{2}), \text{ si : } n = p = 1 \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

III.2.5. Potentiel vecteur magnétique crée au niveau de l'entrefer (région II)

Dans la région de l'entrefer, l'équation (III.15) s'écrira, comme suit :

$$\Delta AII(r, \theta) = \frac{\partial^2 AII(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial AII(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 AII(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{III.22})$$

$$\text{Pour } \begin{cases} R_1 \leq r \leq R_2 \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases}$$

L'équation (III.22), c'est une équation différentielle à dérive partielle homogène deuxième ordre, on utilise la méthode de séparation de variables, le potentiel vecteur magnétique peut s'écrire comme suit [LCB18, TDC15, LST20]:

$$AII(r, \theta) = R(r).T(\theta) \quad (\text{III.23})$$

Où $R(r)$ et $T(\theta)$ sont des fonctions qui ne possèdent qu'une seule variable. En remplaçant l'équations (III.23) dans (III.22), et on obtient :

$$T(\theta) \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{T(\theta)}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{R(r)}{r^2} \frac{\partial^2 T(\theta)}{\partial \theta^2} = T(\theta)R(r)'' + \frac{T(\theta)}{r} R(r)' + \frac{R(r)}{r^2} T(\theta)'' = 0 \quad (\text{III.24})$$

En simplifiant l'équation (III.24), en multipliant par $\frac{r^2}{R(r)T(\theta)}$, on obtient :

$$r^2 \frac{R(r)''}{R(r)} + r \frac{R(r)'}{R(r)} = - \frac{T(\theta)''}{T(\theta)} = \lambda \quad (\text{III.25})$$

On peut maintenant séparer les fonctions $R(r)$ et $T(\theta)$ par les relations suivantes :

$$\begin{cases} r^2 R(r)'' + r R(r)' - \lambda R(r) = 0 & (\text{III.26}) \\ T(\theta)'' + \lambda T(\theta) = 0 & (\text{III.27}) \end{cases}$$

Les deux équations (III.26) et (III.27), sont des équations différentielles ordinaire homogène deuxième ordre, on applique le principe de Cauchy-Euler pour (III.26), et le principe de Sturm-Liouville pour (III.27), afin de résoudre ces équations différentielles.

l'équation (III.26), elle est sous forme :

$$a.r^2 \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + b.r \frac{\partial R(r)}{\partial r} + c.R(r) = 0 \quad (\text{III.28})$$

Avec : $a=1, b=1, c=-\lambda$

La méthode de résolution de cette équation est : considérons la solution de l'équation (III.28) est de la forme $R(r) = r^m$, en remplaçant cette solution dans l'équation (III.28) on obtient :

$$\begin{aligned} a.r^2 .m.(m-1).r^{m-2} + b.r.m.r^{m-1} + c.r^m &= 0 \\ (a.m.(m-1) + b.m. + c).r^m &= 0 \Rightarrow a.m.(m-1) + b.m. + c = 0 \\ a.m^2 + (b-a).m + c &= m^2 - \lambda = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

La résolution de l'équation (III.29) dépend de la valeur de λ , donc, il nous faut tenir en compte de tous les cas possibles.

a) Cas 1 : si $\lambda = 0$:

$$\begin{cases} R(r) = C_{11} \cdot \ln(r) + C_{12} & (\text{III.30}) \\ T(\theta) = C_{13} \cdot \theta + C_{14} & (\text{III.31}) \end{cases}$$

où $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{14}$ sont des constantes réelles.

Sachant que le potentiel vecteur est une fonction périodique de période L :

$$\begin{cases} T(0) = T(L) & (\text{III.32}) \\ T'(0) = T'(L) & (\text{III.33}) \end{cases}$$

donc l'équation (III.31) devient : $T(\theta) = C_{14}$.

$$\text{Alors : } AII(r, \theta) = (C_{14} \cdot (C_{11} \cdot \ln(r) + C_{12})).r^m = (C_{11}' \cdot \ln(r) + C_{12}') \cdot r^m \quad (\text{III.34})$$

b) Cas 2 : Si λ est négatif (régime apériodique)

Nous posons $\lambda = \mu$, avec $\mu > 0$, La solution générale des Equations. (III.26) et (III.27) respectivement est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} R(r) = C_{21} \cdot \sin(\mu \ln(r)) + C_{22} \cdot \cos(\mu \ln(r)) & \text{(III.35)} \\ T(\theta) = C_{23} \cdot e^{\sqrt{\mu}\theta} + C_{24} \cdot e^{-\sqrt{\mu}\theta} & \text{(III.36)} \end{cases}$$

Les conditions aux limites (III.32) , (III.33) conduit à : $C_{23}(1 - e^{\sqrt{\mu}L}) = C_{24}(1 - e^{-\sqrt{\mu}L})$

Cette dernière n'est possible que si $C_{23} = 0$, et $C_{24} = 0$. Par conséquent, nous concluons que ce problème n'a pas de valeurs propres.

c) Cas 3 : Si λ est positif (régime pseudopériodique)

Nous mettons $\lambda = \mu^2$, avec $\mu > 0$, La solution est sous la forme suivante :

$$\begin{cases} R(r) = C_{31} \cdot r^{\mu} + C_{32} \cdot r^{-\mu} & \text{(III.37)} \\ T(\theta) = C_{33} \cdot \cos(\mu\theta) + C_{34} \cdot \sin(\mu\theta) & \text{(III.38)} \end{cases}$$

En appliquant les mêmes conditions aux limites (III.32) , (III.33), on obtient :

$$\begin{cases} C_{33} \cdot (1 - \cos(\mu L)) = C_{34} \cdot \sin(\mu L) & \text{(III.35)} \\ -C_{33} \cdot \sin(\mu L) = C_{34} \cdot (1 - \cos(\mu L)) & \text{(III.36)} \end{cases}$$

Alors :

$$\begin{cases} C_{33} = \frac{C_{34} \cdot \sin(\mu L)}{1 - \cos(\mu L)} & \text{(III.39)} \\ 2C_{34} \cdot (1 - \cos(\mu L)) = 0 & \text{(III.40)} \end{cases}$$

Ces conditions sont satisfaites si $C_{34} = 0$ ou si $\cos(\mu L) = 1$, donc la seule possibilité est $\cos(\mu L) = 1$, Cette dernière condition sera satisfaite si μL est nul ou un multiple entier de 2π , donc :

$$\mu L = \pm 2n\pi \text{ pour } n=0,1,2,\dots \text{ ou } \mu_n = \pm \frac{2n\pi}{L} \text{ pour } n=0,1,2,\dots \quad \text{(III.41)}$$

Les valeurs de n doivent être supérieures à 1, elles sont conditionnées par $\mu > 0$:

$$T(\theta) = C_{33} \cdot \cos\left(\frac{2n\pi}{L} \theta\right) + C_{34} \cdot \sin\left(\frac{2n\pi}{L} \theta\right) \quad \text{(III.42)}$$

Si $L = \frac{n\pi}{p}$:

$$\begin{cases} R(r) = C_{31} \cdot r^{np} + C_{32} \cdot r^{-np} & \text{(III.43)} \\ T(\theta) = C_{33} \cdot \cos(np\theta) + C_{34} \cdot \sin(np\theta) & \text{(III.44)} \end{cases}$$

L'expression du potentiel vecteur est la suivante :

$$AII(r, \theta) = (C_{31} \cdot r^{np} + C_{32} \cdot r^{-np}) \cdot (C_{33} \cdot \cos(np\theta) + C_{34} \cdot \sin(np\theta)) \quad \text{(III.45)}$$

l'expression semi finale du potentiel vecteur dans la région d'entrefer peut s'écrire comme suite :

$$AII(r, \theta) = CII_1 \ln(r) + CII_2 + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (CII_3.r^{np} + CII_4.r^{-np}).\sin(np\theta) + \dots + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (CII_5.r^{np} + CII_6.r^{-np}).\cos(np\theta) \quad (III.46)$$

Le potentiel vecteur dans la région de l'entrefer est une fonction alternative et périodique ce qui conduit, que sa valeur moyenne est nulle sur sa période, donc, le terme continu est nul.

$$CII_1 \ln(r) + CII_2 = 0 \quad (III.47)$$

III.2.6. Potentiel vecteur magnétique crée au niveau de l'encoche (région III)

La figure (III.2) montre une encoche avec son isthme (zone III et IV), Dans la zone des encoches, l'équation (III.15) s'écrira, comme suit :

$$\frac{\partial^2 AIV_i(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial AIV_i(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 AIV_i(r, \theta)}{\partial \theta^2} = -\mu_0 J_i \quad (III.48)$$

Où μ_0 est la perméabilité de l'air et J_i est la densité du courant au niveau de l'encoche (i).

La résolution des équations différentielles à dérivées partielles non homogène est basée sur le principe suivant :

- Résoudre l'équation homogène (équation de Laplace).
- Trouver une solution particulière de l'équation totale (équation de Poisson).

Finalement la solution $AIV_i(r, \theta)$ cherchée est tout simplement :

$$AIV_i(r, \theta) = AIV_i^H(r, \theta) + AIV_i^P(r, \theta) \quad (III.49)$$

- Trouver les constantes, en utilisant les conditions particulières.

Les conditions de frontières de $i^{\text{ème}}$ encoches sont données par :

$$\left. \frac{\partial AIV}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\frac{\beta-\delta}{2}} = 0 \quad (III.50)$$

$$\left. \frac{\partial AIV}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_i+\frac{\beta+\delta}{2}} = 0 \quad (III.51)$$

$$\left. \frac{\partial AIV}{\partial r} \right|_{r=R_i} = 0 \quad (III.52)$$

.Où δ et β sont respectivement l'ouverture de l'encoche et son isthme à la position θ_i

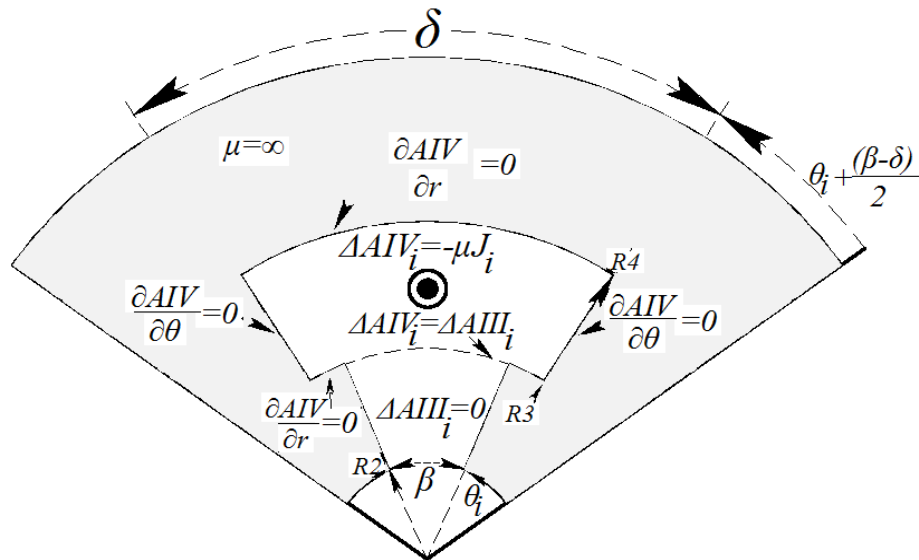


Figure III. 2. Représentation de l'encoche statorique avec ses conditions aux limites.

a) Résolution de l'équation homogène (équation de Laplace) :

$$\frac{\partial^2 AIV_i(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial AIV_i(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 AIV_i(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (\text{III.53})$$

Nous mettons :

$$AIV_i(r, \theta) = R(r).T(\theta) \quad (\text{III.54})$$

- Si $\lambda < 0$ la fonction $T(\theta)$ n'est pas propre.
- Si $\lambda = 0$ la fonction $T(\theta) = C^t$.
- Si $\lambda > 0$:

$$\begin{cases} R(r) = C_{31}.r^\mu + C_{32}.r^{-\mu} \end{cases} \quad (\text{III.55})$$

$$\begin{cases} T(\theta) = C_{33}.\cos(\mu(\theta - \theta_i - \frac{\beta - \delta}{2})) + C_{34}.\sin(\mu(\theta - \theta_i - \frac{\beta - \delta}{2})) \end{cases} \quad (\text{III.56})$$

En appliquant les conditions aux limites (III.50), (III.51), nous obtenons que $C_{34} = 0$,

$C_{33}.\sin(\mu\delta) = 0$, si $C_{33} = 0$ ça conduit à $T(\theta) = 0$, une autre solution alternative est lorsque

$\mu = \frac{m\pi}{\delta}$, ce qui donne : $T(\theta) = C_{33}.\cos(\frac{m\pi}{\delta}(\theta - \theta_i - \frac{\beta - \delta}{2}))$ pour $m=1,2,3,\dots$

La solution de l'équation homogène s'écrit comme suite :

$$AIV^H(r, \theta) = CIV_1 \ln(r) + CIV_2 + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} (CIV_3.r^{\frac{m\pi}{\delta}} + CIV_4.r^{-\frac{m\pi}{\delta}}).\cos(\frac{m\pi}{\delta}(\theta - \theta_i - \frac{\beta - \delta}{2})) \quad (\text{III.57})$$

b) Résolution de l'équation particulière (équation de Poisson) :

A partir de l'équation (III.55), on peut écrire $CIV_1 \ln(r) + CIV_2$ sous la forme :

$$Y(r) = CIV_1.Y_1 + CIV_2.Y_2 \quad (\text{III.58})$$

Avec : $Y_1 = \ln(r)$, $Y_2 = 1$

La solution particulière s'écrit comme suit : $Y_{p1}(r) = E_1(r)Y_1(r) + E_2(r)Y_2(r)$

Avec :

$$\begin{cases} E_1'(r) = -\frac{Y_2 \cdot F(r)}{W(r)} \\ E_2'(r) = \frac{Y_1 \cdot F(r)}{W(r)} \\ F(r) = -\mu_0 J_i \end{cases} \quad (\text{III.59})$$

$W(r)$ est appelée matrice de **Wronskian**, son expression est donnée par :

$$W(r) = \begin{vmatrix} Y_1 & Y_2 \\ Y_1' & Y_2' \end{vmatrix} = Y_1 \cdot Y_2' - Y_2 \cdot Y_1' = -\frac{1}{r} \quad (\text{III.60})$$

Alors :

$$\begin{cases} E_1(r) = -\frac{\mu_0 J_i}{2} \cdot r^2 \end{cases} \quad (\text{III.61})$$

$$\begin{cases} E_2(r) = \frac{\mu_0 J_i}{2} \cdot r^2 \cdot \ln(r) - \frac{\mu_0 J_i}{4} \cdot r^2 \end{cases} \quad (\text{III.62})$$

L'expression semi finale du potentiel vecteur magnétique au niveau de l'encoche (i), en tenant compte la condition au limite (III.52), est s'écrit comme suite:

$$\begin{aligned} AIV_i(r, \theta) &= \frac{\mu_0 J_i R_4^2}{2} \ln(r) + CIV_{i2} - \frac{\mu_0 J_i r^2}{4} + \dots \\ &\sum_{n=1,3,5..}^{\infty} (CIV_{i4} \cdot (R_4^{\frac{2m\pi}{\delta}} r^{\frac{m\pi}{\delta}} + r^{\frac{m\pi}{\delta}}) \cdot \cos(\frac{m\pi}{\delta} (\theta - \theta_i - \frac{\beta - \delta}{2}))) \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

Par conséquence, on peut déduire L'expression du potentiel vecteur dans la zone de l'isthme d'encoche (zone III), donc :

$$\begin{aligned} AIII_i(r, \theta) &= CIII_{i1} \ln(r) + CIII_{i2} + \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} (CIII_{i4} \cdot (R_3^{\frac{2m\pi}{\beta}} r^{\frac{m\pi}{\beta}} + r^{\frac{m\pi}{\beta}}) \times \\ &\cos(\frac{m\pi}{\beta} (\theta - \theta_i - \frac{\beta - \delta}{2}))) \end{aligned} \quad (\text{III.64})$$

L'exploitation des conditions aux limites et de passage du champ magnétique entre les trois zones, permet de déterminer les constantes, Les conditions de continuités sont :

➤ au niveau $r = R_0$

$$H_{\theta}^I(R_0, \theta) = -\frac{\partial AI(R_0, \theta)}{\partial r} = M_{\theta} \quad (\text{III.65})$$

Ce qui conduit à :

Si : $np \neq 1$

$$CI_1[n] = CI_2[n]R_0^{-2np} - \frac{1}{np} \left(M_{\theta n} - \frac{npM_m + M_{\theta n}}{((np)^2 - 1)} \right) R^{-np+1} \quad (\text{III.66})$$

$$CI_3[n] = \frac{CI_4[n]}{R_0^{2np}} \quad (\text{III.67})$$

Si : $n = p = 1$

$$CI_1 = CI_2 R_0^{-2} + \frac{M_m + M_{\theta n}}{2} (\ln(R_0) - \frac{1}{2}) + M_{\theta n} \quad (\text{III.68})$$

$$CI_3 = \frac{CI_4}{R_0^2} \quad (\text{III.69})$$

➤ au niveau $r = R_1$

$$AI(R_1, \theta) = AII(R_1, \theta) \quad (\text{III.70})$$

$$H'_\theta(R_1, \theta) + M_\theta = H''_\theta(R_1, \theta) \quad (\text{III.71})$$

➤ au niveau $r = R_2$

$$AII(R_2, \theta) \Big|_{\theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta} = AIII(R_2, \theta) \Big|_{\theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta} \quad (\text{III.72})$$

$$H''_\theta(R_2, \theta) = \sum_{i=0}^{Q_s} H'''_{\theta_i}(R_2, \theta) \Big|_{\theta_i \leq \theta \leq \theta_i + \beta} \quad (\text{III.73})$$

➤ au niveau $r = R_3$

$$AIII_i(R_3, \theta) \Big|_{\theta_i + \frac{\beta - \delta}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\beta + \delta}{2}} = AIV_i(R_3, \theta) \Big|_{\theta_i + \frac{\beta - \delta}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\beta + \delta}{2}} \quad (\text{III.74})$$

$$H'''_{\theta_i}(R_3, \theta) \Big|_{\theta_i + \frac{\beta - \delta}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\beta + \delta}{2}} = H^{IV}_{\theta_i}(R_3, \theta) \Big|_{\theta_i + \frac{\beta - \delta}{2} \leq \theta \leq \theta_i + \frac{\beta + \delta}{2}} \quad (\text{III.75})$$

Avec l'exploitation de ces conditions aux limites, le problème magnétostatique peut être résolu. Le système d'équations linéaires, permettant la détermination complète de toutes les inconnues composant le vecteur des inconnues $[X]$, peut être écrit sous la forme matricielle indiquée dans l'Equation (III.76). La complexité des équations semble cependant être un frein à une résolution purement analytique [LCB18, JIA12]. C'est la raison pour laquelle nous avons opté pour une résolution numérique. Celle-ci conduira à des temps de calculs plus importants qu'avec une solution analytique mais sera tout de même moins couteuse qu'une résolution purement numérique de type éléments finis.

$$[A] \cdot [X] = [B] \quad (\text{III.76})$$

Avec :

$[A(N_H, N_H)]$: est la matrice topologique inversible dont les éléments dépendent de la géométrie de la machine étudiée.

$[B(N_H, 1)]$: est le vecteur source dont les éléments dépendent de la répartition spatiale et des propriétés physiques des sources de champ magnétique (aimantation et densité de courant).

$[X(N_H, 1)]$: est le vecteur des inconnues qui correspondent aux coefficients du potentiel vecteur magnétique dans les différentes régions considérées de la machine.

La précision des calculs du champ magnétique dépend de deux paramètres qui peuvent devenir contradictoires : le nombre d'harmoniques considérés et le conditionnement de la matrice topologique. L'augmentation du nombre d'harmoniques considérés (N_H) permet dans une certaine mesure d'augmenter la précision du calcul du champ magnétique.

Une fois que la précision des résultats est fixée, le calcul du potentiel vecteur magnétique est possible en tous points actifs de la machine. Le temps de calcul sera fonction de ces paramètres. Pour cela, le choix de la méthode de calcul numérique est primordial.

Il existe deux grandes familles de méthodes de résolution **[LCB18]** :

a) Les méthodes directes qui permettent de résoudre le système soit par triangularisation ou soit par factorisation de la matrice $[A]$. Les principales méthodes sont :

- Le pivot de Gauss.
- La factorisation LU.
- La factorisation de Cholesky.
- Les factorisations de Householder et QR.

Ces méthodes sont utilisées pour les matrices pleines et les petits systèmes.

b) Les méthodes itératives qui introduisent une notion de convergence vers la solution. Les principales méthodes sont :

- Méthode de Jacobi.
- Méthode de Gauss-Seidel.
- Méthode du gradient conjugué.

III.3. Expressions des grandeurs globales

III.3.1. Calcul Analytique de la FEM de la machine étudiée

Pour calculer la force électromotrice induite dans une phase statorique, on détermine, dans un premier temps, le flux embrassé par les conducteurs de cette phase, en utilisant la loi de Faraday. Le flux produit par les aimants au niveau de l'encoche (i) s'obtient par intégration du potentiel vecteur magnétique dans la zone IV (Fig. III.3) comme suit **[LCB18]** :

$$\phi_i(t) = \frac{N_s L_u}{S} \int_{\theta_i + \frac{\beta - \delta}{2}}^{\theta_i + \frac{\beta + \delta}{2}} \int_{R_3}^{R_4} AIV(r, \theta, t) \cdot r dr \cdot d\theta \quad (\text{III.77})$$

Où N_s , S sont respectivement le nombre de spires par encoche et la surface de l'encoche.

Avec :

$$S = \beta \int_{R_3}^{R_4} r dr = \frac{\beta(R_4^2 - R_3^2)}{2} \quad (\text{III.78})$$

Le flux à vide traversant une phase peut être exprimé comme suit :

$$\Psi = [C] [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_{Q_s}]^T \quad (\text{III.79})$$

Où : $[C]$ est la matrice de connexion de dimension $[3 \times Q_s]$, possède des valeur $[1, -1, 0]$, représentent les entrées et les sorties de chaque bobine dans l'encoche considérée.

Pour une machine ayant $Q_s=24$ encoches et deux paires de pôles, le nombre d'encoches par pôle et par phase est donné par :

$$q = \frac{Q_s}{3.2p} = \frac{24}{12} = 2 \quad (\text{III.80})$$

La matrice de connexion s'écrit sous la forme suivante :

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \dots \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.81})$$

La force électromotrice à vide est calculée par dérivation du flux créé par les aimants à travers les enroulements du stator comme suit :

$$E_{A,B,C} = - \frac{d\Psi_{A,B,C}(t)}{dt} \quad (\text{III.82})$$

III.3.2. Calcul Analytique du couple d'interaction

Le couple d'interaction développé par le type de machines étudiées est calculé en utilisant les moments des forces de Laplace s'exerçant sur la densité de courant des encoches statoriques. Le couple développé par la machine avec une alimentation sinusoïdale et en utilisant l'expression de la puissance développée par les trois phases du stator, est donné par :

$$T_{em}(t) = \frac{P}{\omega} \sum_{k=1}^3 E_k(t) \cdot i_m(t) \quad (\text{III.83})$$

$$\text{Où : } E_k(t) = [E_A(t) \ E_B(t) \ E_C(t)], \quad i_m(t) = \begin{bmatrix} I \cos(\omega t) \\ I \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ I \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

Avec $E_k(t)$, $i_m(t)$ et ω représentent respectivement la force électromotrice de la phase m , le courant de celle-ci et la vitesse de rotation.

III.3.3. Calcul Analytique du couple de détente

Le couple de détente est un couple pulsatoire dû à l'interaction de la denture statorique avec les aimants rotoriques. En d'autres termes, c'est un couple dû à la variation de l'énergie magnétique au sein du moteur lorsque le rotor tourne à vide. Le couple de détente développé par la structure étudiée est calculé en considérant le moment des forces de Laplace s'exerçant sur l'ensemble des dents de la machine. Son expression est donnée par :

$$C_T(\theta) = \frac{R^2 L_u}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{II_r}(r, \theta) B_{II_\theta}(r, \theta) \quad (\text{III.84})$$

III.4. Conclusion

Le modèle est analytique traité dans ce chapitre est basé sur le calcul de la distribution du potentiel vecteur dans toutes les zones de la machine comme les aimants, l'entrefer et les encoches. La méthode analytique appliquée est une alternative à celle de la méthode semi-analytique comme la transformation conforme, développée dans le chapitre II.

Au chapitre suivant, nous nous proposons de détailler le processus de dimensionnement de la machine sous des contraintes fixées pour réduire l'amplitude du couple de détente.

Chapitre IV

Calcul par Eléments Finis des Machines à Aimants Permanents

Sommaire

IV.1. Introduction	72
IV.2. Principe de la méthode des éléments finis	73
IV.2.1. La méthode des résidus pondérés	74
IV.2.2. La méthode variationnelle	74
IV.2.3. Types d'éléments finis	74
IV.3. Code de calcul par éléments finis adapté au calcul des MSAP	75
IV.4. Le Logiciel FEMM : Partie Préprocesseur	75
IV.4.1. Le Solveur	75
IV.4.2. Formulation intégrale de la méthode des éléments finis	76
IV.4.3. Expression de la fonction approchée	77
IV.5. Calcul de la force électromotrice et le couple par éléments finis	77
IV.5. 1. Calcul des flux	77
IV.5. 2. Calcul des couples développés par la machine	79
IV.6. Avantages et Inconvénients de la méthode des éléments finis	79
IV.7. Conclusion	80

IV.1. Introduction

Historiquement les premiers développements de la méthode des éléments finis ont été proposés par **RICHARD Courant** dans les années 1940, mais ce sont les mécaniciens qui ont développé, popularisé et démontré l'efficacité de cette méthode dans les années 1940-1960.

En 1970, Sylvester et son équipe de l'université MC Gill à Montréal se sont intéressés à l'adaptation de cette méthode de résolution des problèmes elliptiques à l'Electrotechnique [YBO07].

La méthode des éléments finis est fréquemment utilisée pour modéliser précisément et finement des systèmes électrotechniques. Cette méthode permet de tenir en compte de la géométrie réelle de la machine et permet une approche systématique des problèmes magnétiques [LEF07].

De plus, un couplage entre les grandeurs électriques, mécaniques, magnétiques et thermique peut être réalisé. Les éléments finis permettent également une étude tridimensionnelle, ce qui apporte une très grande finesse dans la connaissance du système.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes numériques les plus utilisées actuellement pour résoudre d'une manière efficace les équations différentielles aux dérivées partielles des problèmes physiques [KAN05].

Dans une procédure de modélisation classique des machines à aimants permanents, on utilise généralement un modèle analytique. Ensuite, pour valider et caractériser la solution obtenue, on utilise un modèle numérique qui nécessite moins d'hypothèses que le modèle précédent [LEF07].

Notre objectif, dans cette partie, est de présenter un module de calcul par éléments finis qui puisse prendre en compte différentes familles de machines à aimants avec un équipement de base comprenant un solveur et un mailleur. Pour cela, nous devons élaborer un code de calcul où les tâches de dessin, de définition des milieux, des conditions aux limites et des sources ainsi que le maillage, la résolution du problème et le calcul des grandeurs soient totalement transparentes. Des logiciels éléments finis commerciaux (**Ansys**, **Femlab**, **Ansoft**, etc.) existent en 2D et en 3D pour résoudre les équations de l'électromagnétisme, de la thermique, de la mécanique etc. [KAN05, BOO08, ARK87].

IV.2. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis peut être définie comme une méthode d'approximation des équations aux dérivées partielles qui régissent les phénomènes physiques et leurs conditions aux limites.

Le principe bien connu de la méthode est de discrétiser le domaine d'étude en de multiples éléments puis de résoudre localement, dans chacun de ceux-ci, les équations associées à la formulation retenue. Les inconnues élémentaires sont alors définies par une combinaison linéaire, pondérée par des polynômes d'interpolation. La précision du calcul est liée à la finesse du maillage et au degré de ces polynômes. Leurs coefficients ne dépendent que de la géométrie et de sa discrétisation.

Finalement, on obtient après assemblage un système matriciel d'équations, pouvant tenir compte de certaines non linéarités, comme celle intervenant dans les matériaux ferromagnétiques [YBO07].

Il y a deux variantes de la méthode des éléments finis :

- 1- La méthode des résidus pondérés
- 2- La méthode variationnelle.

IV.2.1. La méthode des résidus pondérés

Si on prend l'exemple d'une équation différentielle de type Laplacien:

$$\Delta(\Phi) = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

Δ : Laplacien, Φ^* : La solution exacte, Φ : La solution approximative. Le résidu est:

$$R = \Delta(\Phi) - \Delta(\Phi^*) \quad (\text{IV.2})$$

Cette méthode donc consiste à minimiser le résidu $R = 0$.

IV.2.2. La méthode variationnelle

Elle consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement l'énergie du système à résoudre. Pour la mise en œuvre de la méthode, il faut suivre les étapes suivantes :

- Le maillage (discrétisation du domaine).
- Choix de la fonction d'interpolation.
- Choix de la fonctionnelle.
- La minimisation : c'est-à-dire mettre le système sous la forme

$$[k] \cdot [u] = [B] \quad (\text{IV.3})$$

- Résolution du système algébrique.
- Exploitation des résultats [GAR02].

IV.2.3. Types d'éléments finis

Selon que le domaine d'étude, soit à une, deux ou trois dimensions, on rencontre le plus souvent des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques.

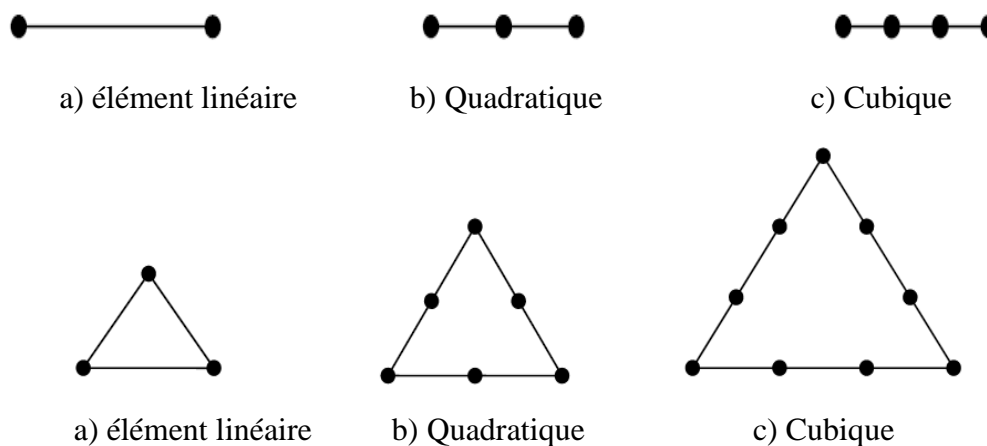


Figure IV.1. Eléments classiques en une et deux dimensions.

Dans la majorité des cas bidimensionnels, on préfère utiliser des éléments triangulaires du premier ordre. Pour aboutir à une meilleur exactitude de la solution, on procède a raffiner le maillage [MRA07].

IV. 3. Code de calcul par éléments finis adapté au calcul des MSAP

Dans notre travail on utilise un outil de modélisation gratuit développé pour calculer les machines synchrones à aimants appelé **FEMM** (**Finite Element Method Magnetics**) [GAR02, LUA02, DME04]. Ce dernier est, comme son nom l'indique, un générateur d'éléments triangulaires s'appuyant sur la méthode de **Delaunay - Voronoï**. C'est un logiciel libre de droit écrit en langage C et téléchargeable gratuitement sur internet [DME04, DME].

Son développement s'est déroulé en trois étapes. Tout d'abord il a été nécessaire de choisir un paramétrage des entrées permettant de répondre efficacement à nos attentes. Puis d'organiser la structure du programme afin de générer automatiquement la géométrie et le maillage associé. Ensuite nous proposons une méthode d'évaluation du couple électromagnétique pour une application précise, à savoir une machine synchrone à aimants permanents avec rotor externe non magnétique.

IV. 4. Le Logiciel FEMM : Partie Préprocesseur

L'utilisation de la méthode des éléments finis [RAP93] est désormais très répandue dans les divers domaines du Génie Électrique. On s'en sert notamment pour calculer les différentes grandeurs électromagnétiques lorsqu'on étudie ou lorsqu'on dimensionne un dispositif électromécanique donné. Dans le cas présent, nous voulons aboutir à un calcul du couple. Pour se faire il faudra tout d'abord effectuer un calcul des champs électromagnétiques [SAC88], [SLM92]. Ensuite il est possible de calculer la force électromotrice et le couple électromagnétique produit par différents modes d'alimentation.

IV.4.1 Le Solveur

Il permet la résolution des problèmes magnétiques et électrostatiques plans et axisymétriques (incluant les problèmes de magnétostatique linéaire et non linéaire). Pour les problèmes de magnétostatique et d'électrostatique, un solveur utilisant le gradient conjugué basé sur le pré-conditionnement de sous-relaxation symétrique successif est employé.

La résolution des équations de Maxwell et des lois de comportement associées peut être obtenue en considérant les champs comme inconnues [DRD99, BOS98]. Néanmoins, on préfère exprimer les champs magnétiques et électriques en fonction de potentiels qui peuvent être scalaire ou vectoriel.

IV. 4. 2. Formulation intégrale de la méthode des éléments finis

Il y a deux formulations intégrales qui sont le plus couramment utilisées dans la méthode des éléments finis pour le calcul des champs électromagnétiques: la méthode de Galerkin et la formulation variationnelle. Nous expliciterons la méthode de Galerkin.

Le problème magnétodynamique bidimensionnel avec existence de sources de courant seulement. L'équation en potentiel vecteur, qui en bidimensionnel ne possède qu'une seule composante non nulle \vec{A}_z , s'écrit :

$$\frac{1}{\mu} \text{rot}(\text{rot}\vec{A}) + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \vec{J}_{ext} \quad (\text{IV.4})$$

La méthode des éléments finis utilise une formulation intégrale (ou variationnelle) plutôt que les équations aux dérivées partielles. Cela est garanti par la méthode des résidus pondérés qui consiste à rechercher des fonctions u qui annulent la forme intégrale :

$$W(u) = \int_V \langle \psi \rangle \{ R(u) \} dV = 0 \quad (\text{IV.5})$$

Pour toute fonction de pondération ψ , on appelle résidu la quantité $R(u)$ qui s'annule quand u est solution de l'Equation (IV.4).

Il est clair que la mise en œuvre effective de la méthode des éléments finis décrite jusqu'ici nécessite l'utilisation des méthodes d'intégration numériques qui permettent de construire les matrices et les vecteurs élémentaires par intégration sur l'élément de référence ainsi que des méthodes de résolution numérique des systèmes algébriques qui en résultent (après introduction des conditions aux limites).

La modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents est effectuée en utilisant les équations de Maxwell par la formulation en potentiel scalaire. Ces équations peuvent être exprimées en éléments finis à travers une formulation intégrale de Galerkin ou des résidus pondérés par [BTI06, PSF90, DME]:

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} [\Delta\varphi + J] \omega d\Omega = 0 \quad (\text{IV.6})$$

Cette équation peut être formulée en éléments finis nodaux du premier ordre sur un maillage triangulaire. Les éléments de ce maillage sont supposés être suffisamment petits pour pouvoir approximer l'inconnue φ par une fonction linéaire en coordonnées spatiales. Sur chaque élément e du maillage, la solution φ est de la forme suivante :

$$\varphi^e(x, y) = \alpha^e + \beta^e x + \gamma^e y \quad (\text{IV.7})$$

IV. 4. 3. Expression de la fonction approchée

On recherche les valeurs de l'inconnue aux nœuds du maillage. Donc la solution doit vérifier :

$$\forall i = 1.2.3....: \varphi^e(x_i, y_i) = \varphi_i^e \quad (IV.8)$$

où φ_i^e est la valeur de la solution au nœud i de l'élément e . Soit :

$$\begin{cases} \varphi_1^e = \alpha^e + \beta^e x_1 + \gamma^e y_1 \\ \varphi_2^e = \alpha^e + \beta^e x_2 + \gamma^e y_2 \\ \varphi_3^e = \alpha^e + \beta^e x_3 + \gamma^e y_3 \end{cases} \quad (IV.9)$$

Que l'on peut exprimer sous la forme suivante :

$$\varphi^e(x, y) = \sum_{i=1}^3 N_i^e(x, y) \varphi_i^e \quad (IV.10)$$

où les $N_i^e(x, y)$ sont les fonctions d'interpolations nodales de premier ordre entièrement définies par les coordonnées des nœuds du maillage.

$$N_i^e(x, y) = \frac{\alpha_i^e + \beta_i^e x + \gamma_i^e y}{2\Delta^e} \quad i = 1.2.3 \quad (IV.11)$$

Où Δ^e est la surface de l'élément considéré. On s'assure, aisément, que les fonctions $N_i^e(x, y)$ vérifient l'équation (IV.9). La solution recherchée s'exprime alors comme une combinaison linéaire des valeurs nodales du maillage.

IV. 5. Calcul de la force électromotrice et le couple par éléments finis

Nous considérons uniquement le champ dû aux aimants, les enroulements du stator n'étant pas alimentés. La force électromotrice induite à travers une phase du stator s'écrit ainsi :

$$E = -N_c \frac{d\Phi}{dt} \quad (IV.12)$$

où Φ est le flux de phase.

IV. 5. 1. Calcul des flux

Le flux dans une encoche est calculé à partir de la moyenne du potentiel vecteur sur cette encoche en utilisant l'expression suivante :

$$A_{moy} = -\frac{1}{S_k} \int_{S_k} A dS \quad (IV.13)$$

L'intégrale est calculée élément par élément :

$$\phi_k = N_{enc} A_{moy} S_e \quad (IV.14)$$

où $N_{enc} = \frac{N}{S_e}$ représente la densité des conducteurs par encoche et où N représente le nombre de conducteurs par encoche.

On calcule les flux dans les encoches pour np positions sur un pas dentaire des aimants par rapport au stator. On construit la matrice des flux suivante :

$$[\Phi]_{mes} = [\Phi]_i = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Phi_{Ne} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \cdot & \cdot & \Phi_{1np} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \cdot & \cdot & \Phi_{2np} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Phi_{Ne1} & \cdot & \cdot & \cdot & \Phi_{Ne np} \end{bmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \text{Ne (nombre d'encoches)} \\ \downarrow \end{matrix}$$

La matrice des flux est de dimension $[Q_s, np]$ où Q_s représente le nombre d'encoches et np le nombre de positions. On retrouve donc les vecteurs flux d'encoches disposés suivant la position de mesure.

$$[\phi]_2 = \begin{bmatrix} \phi_{Ne} \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{Ne-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{Ne1} & \phi_{Ne2} & \cdot & \cdot & \phi_{Ne np} \\ \phi_{11} & \phi_{12} & \cdot & \cdot & \phi_{1np} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \phi_{Ne-11} & \cdot & \cdot & \cdot & \phi_{Ne-np} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} [\phi]_{mes}$$

$$[\phi]_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix} [\phi]_{mes}$$

On pose :

$$[P] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

[P] est dite matrice de permutation.

A partir du calcul du flux, pour une rotation sur un pas dentaire, on détermine aisément le flux sur une rotation complète à l'aide de l'expression suivante :

$$[\phi] = \left[[\phi]_{mes} [P][\phi]_{mes} \dots [P]^\delta [\phi]_{mes} \dots [P]^{N_e-1} [\phi]_{mes} \right] \quad (IV.15)$$

où $\delta \in [1, N_e - 1]$

Une fois les flux d'encoches déterminés, nous calculons les flux par phase. Pour une phase donnée, on repère les encoches « **aller** » et « **retour** » correspondantes et nous effectuons la somme algébrique. Le flux par phase est dépendant du type de bobinage utilisé.

Pour la phase (a) par exemple :

$$\phi_{ea} = \sum \phi_{ea \text{ aller}} - \sum \phi_{ea \text{ retour}} \quad (IV.16)$$

où ϕ_{ea} représente le flux par encoche correspondant à la phase a.

On calcule les f.é.m. par phase à partir de l'équation suivante :

$$FEM = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} \quad (IV.17)$$

IV. 5. 2. Calcul des couples développés par la machine

Le couple de détente (T_C) et le couple électromagnétique (T_{em}) se calculent en utilisant l'intégrale du tenseur des contraintes de Maxwell à partir des expressions suivante :

$$T = \frac{2pL_u r^2}{\mu_0} \int_0^{\frac{\pi}{p}} B_r B_\theta d\theta = 2pL_u r^2 \int_0^{\frac{\pi}{p}} B_r H_\theta d\theta \quad (IV.18)$$

IV.6. Avantages et Inconvénients de la méthode des éléments finis

IV.6. 1. Avantages

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités des systèmes.

IV.6. 2. Inconvénients

- Mise en œuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaines infinis.
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.
- Temps de calcul relativement important par rapport à la méthode analytique.

Pour réduire les temps de calcul, les simulations numériques par éléments finis sont effectuées sur une paire de pôles de la machine, qui représente à la fois une symétrie géométrique, magnétique et électrique.

IV. 7. Conclusion

Ce chapitre IV est consacré au calcul par éléments finis des machines synchrones à aimants permanents par la prise en compte des encoches statoriques. La deuxième étape de notre travail a consisté à exploiter les possibilités du calcul des champs pour valider le dimensionnement analytique et à déterminer l'ensemble des caractéristiques électromagnétiques nécessaires pour la simulation du fonctionnement de la machine à l'aide d'un modèle numérique.

Afin de tenir compte de la géométrie complexe de la machine, un outil de calcul basé sur les éléments finis est utilisé pour la validation des modèles analytiques. Les résultats obtenus par ces modèles seront comparés à ceux obtenus à partir de la méthode des éléments finis.

Cette méthode, quoique complexe, permet la simulation du mouvement tout en évitant le remaillage ce qui permet un gain de temps de calcul appréciable. Elle peut constituer de ce fait un outil efficace lors de la simulation dynamique des machines électriques tournantes.

Chapitre V

Exploitation des modèles analytiques et numériques des machines à aimants montés sur la surface rotorique non magnétique

Sommaire

V.1. Introduction	81
V.2. Exploitation des modèles analytiques et validation par éléments finis	81
V.2.1 Distribution des champs magnétiques dus aux aimants	82
V.3. Influence des paramètres géométriques sur le couple électromagnétique	89
V.3. 1. Taux d'ondulation	89
V.3. 2. Taux d'harmonique de distorsion (THD)	90
V.4. Etude du couple de détente	91
V.4. 1. Influence des paramètres géométriques sur le couple de détente	93
V.4. 2. Influence de l'épaisseur de l'aimant sur le couple moyen	94
V.4. 3. Influence de l'ouverture de l'encoche sur le couple de détente	95
V.5. Distribution des inductions dues aux courants	97
V.6. Conclusion	98

V.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à l'exploitation des modèles analytiques (sous domaine, **MSD**), (semi analytique, **MSA**) et numériques par éléments finis dans le calcul des performances électromagnétiques de la machine à aimants permanents montés sur la surface du rotor avec une aimantation sinusoïdale. Une comparaison des modèle analytiques avec la méthode des éléments finis linéaires est effectuée.

V.2. Exploitation des modèles analytiques et validation par éléments finis

Sous les mêmes conditions et avec les mêmes hypothèses simplificatrices, nous effectuons une comparaison des résultats obtenus à partir des modèles analytiques, développés au chapitre (II) et (III) de notre travail, avec ceux issus de la méthode des éléments finis présentée au chapitre (IV). Dans le cas des structures que nous étudions, c'est le modèle 2D qui est le plus utilisé pour sa simplicité dans l'introduction des données et pour le temps de calcul réduit.

L'analyse par éléments finis en 2-D est effectuée en adoptant les mêmes paramètres géométriques de la machine que ceux utilisés pour la méthode analytique (Tableau A.1). Une perméabilité relative du matériau ferromagnétique importante est imposée afin de répondre au mieux à la première hypothèse simplificatrice.

V. 2.1. Distribution des champs magnétiques dus aux aimants

On considère, le fonctionnement à vide. La figure (V.1) représente les répartitions des inductions radiale et tangentielle créées par les aimants à aimantation sinusoïdale au niveau du milieu de l'entrefer ($r = R_1 + g / 2$) en fonction de la position angulaire, à entrefer lisse.

La figure (V.2) montre la concordance entre les résultats issus du modèle semi analytique (**MSA**), en utilisant la perméance complexe de l'entrefer, obtenu par des transformations conformes présentée dans le chapitre (II), et les résultats obtenus à partir du modèle analytique (sous domaine, **MSA**), que nous avons développé dans le chapitre (III), ainsi les résultats obtenus à partir du calcul par éléments finis linéaires et non linéaires (**MEF**) présentée dans le chapitre (IV).

La figure (V.2) montre les distributions de l'induction radiale et tangentielle au milieu de l'entrefer d'une machine synchrone à entrefer encoché à aimants sinusoïdale, On observe que la forme de l'induction est très influencée par la présence des encoches. On observe une bonne concordance entre les résultats obtenus par les différentes méthodes analytiques et celle des éléments fins en utilisant le code numérique FEMM développé par David Meeker [**MEE10**].

Le dimensionnement des machines à aimants doit tenir compte d'une possible démagnétisation des aimants. En effet, la réaction magnétique d'induit fait baisser le niveau d'induction dans les aimants pouvant ainsi provoquer une perte totale ou partielle du niveau de leurs aimantations [**ADB00**].

Il est noté que le calcul par le méthode des éléments finis s'effectué classiquement en suivant les étapes suivantes :

- Définition de la géométrie de la machine.
- Maillage de la géométrie, Figure (V.4).
- Définition des propriétés physique pour chaque domaine de la machine (air, fer, aimants...).
- Définition du circuit électrique d'alimentation : l'amplitude du courant électrique d'alimentation créant la force magnétomotrice (cas facultatif selon l'étude à vide ou en charge).
- Finalement, on définit les conditions de frontières de la machine.

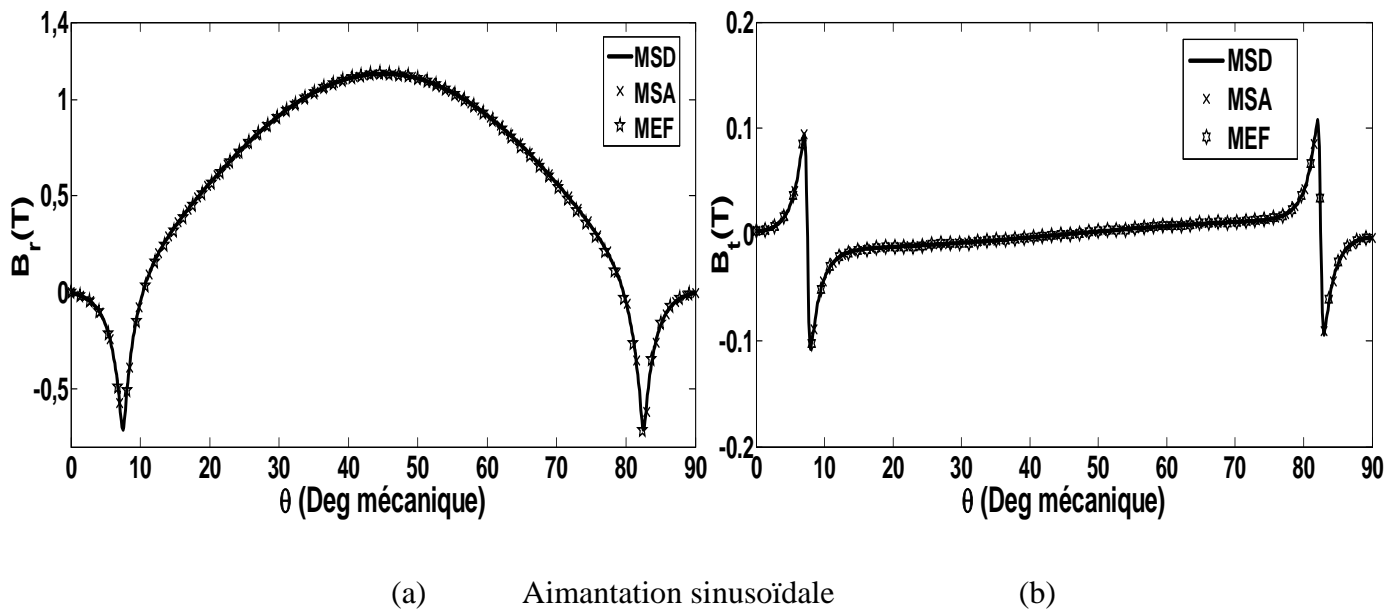


Figure V. 1. Répartitions des inductions radiale et tangentielle, à entrefer lisse
a) : Induction radiale, b) : Induction tangentielle

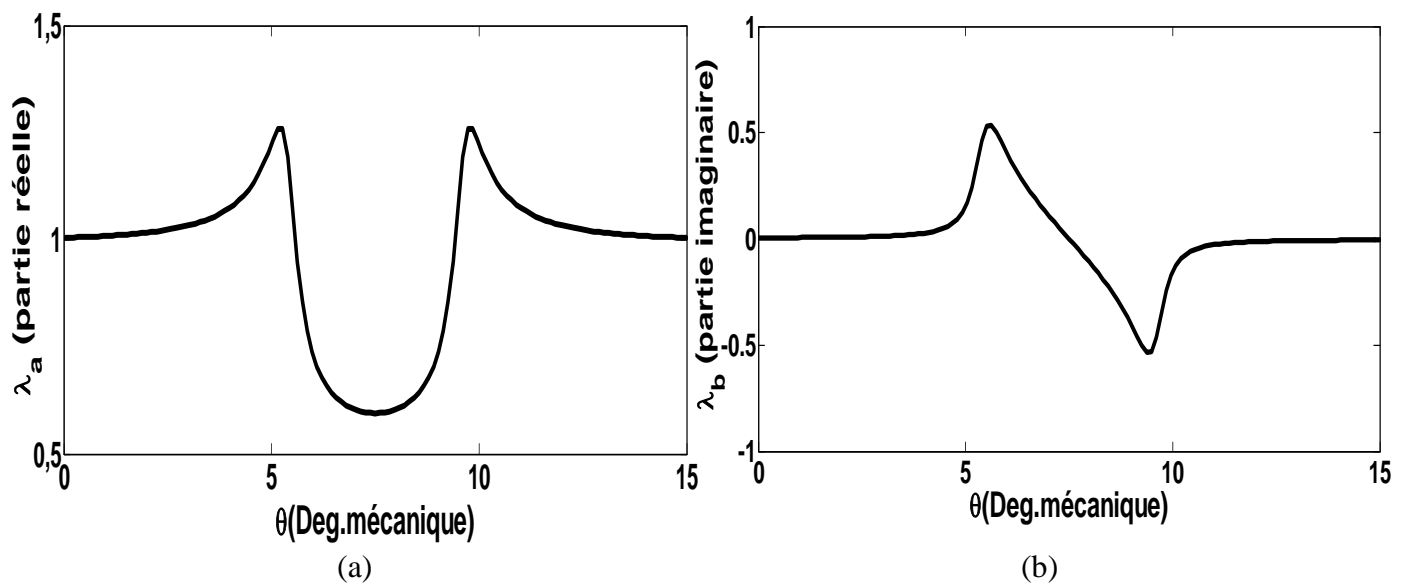


Figure V. 2. Parties réelle (a) et imaginaire (b) de la perméance relative complexe.

Les inductions représentées sur la figure (V.3), calculés par la méthode semi analytique (MSA), sont obtenues en utilisant les inductions avec un stator lisse ,Figure (V.1) et les permeances relatives réelles et imaginaires de la Figure (V.2).

Nous exploitons le modèle de calcul par éléments finis pour analyser la répartition des inductions magnétiques dans les parties actives de la machine, l'état de saturation des structures envisagées sur la démagnétisation des aimants.

Afin d'analyser l'effet de la saturation sur le champ produit par les aimants, nous nous sommes intéressés à la structure à aimantation sinusoïdale en se plaçant dans des conditions qui favorisent la saturation, figure (V.4).

On constate aussi que la répartition de l'induction dans l'entrefer, obtenue en tenant compte de la caractéristique du fer est pratiquement la même que celle calculée en régime linéaire.

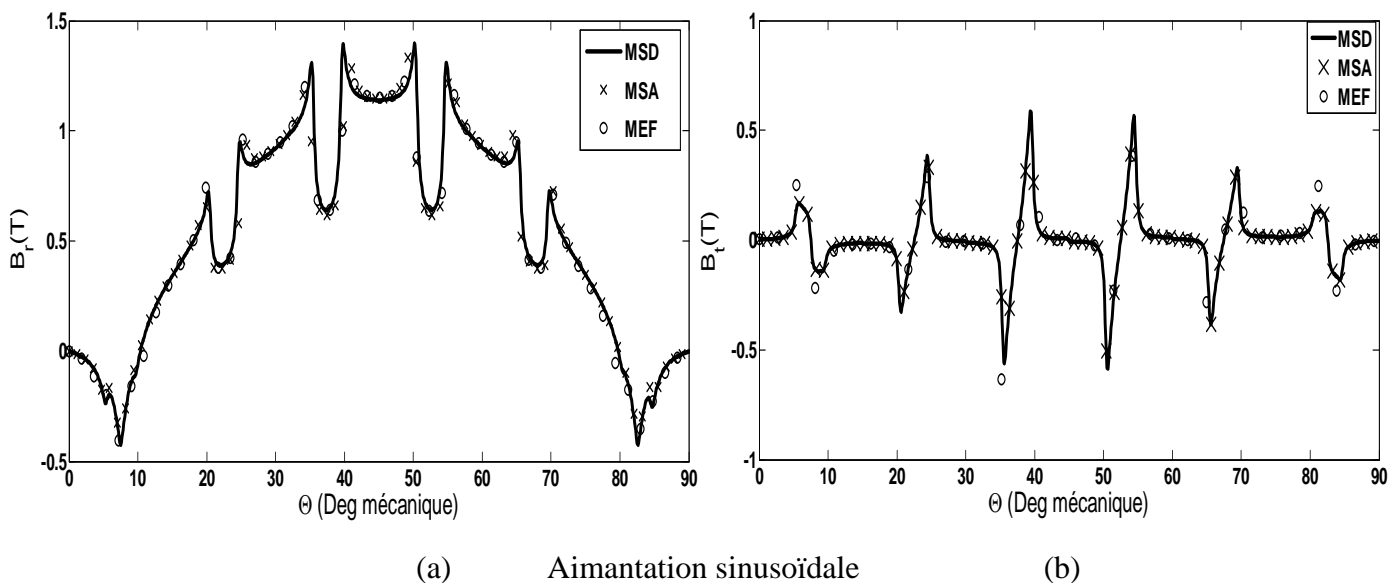


Figure V. 3. Répartitions des inductions radiale et tangentielle, à entrefer encoché
a) : Induction radiale, b) : Induction tangentielle

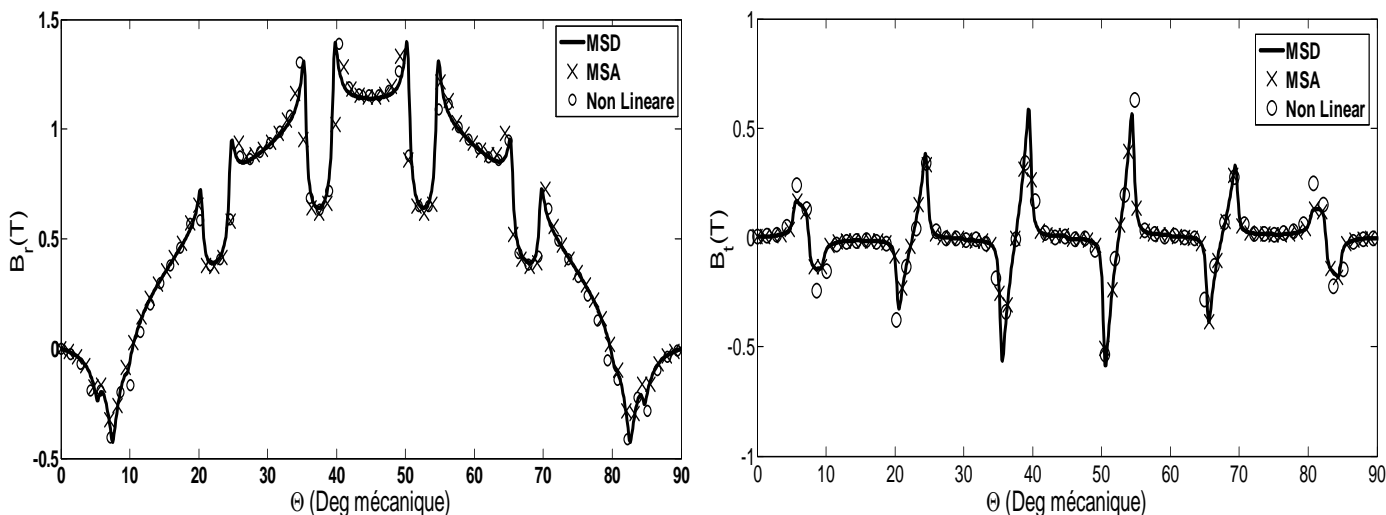


Figure V. 4. Répartitions des inductions radiale et tangentielle, à entrefer encoché
a) : Induction radiale, b) : Induction tangentielle

La Figure (V.5), nous représente le maillage par éléments finis triangulaires de la structure étudiée.

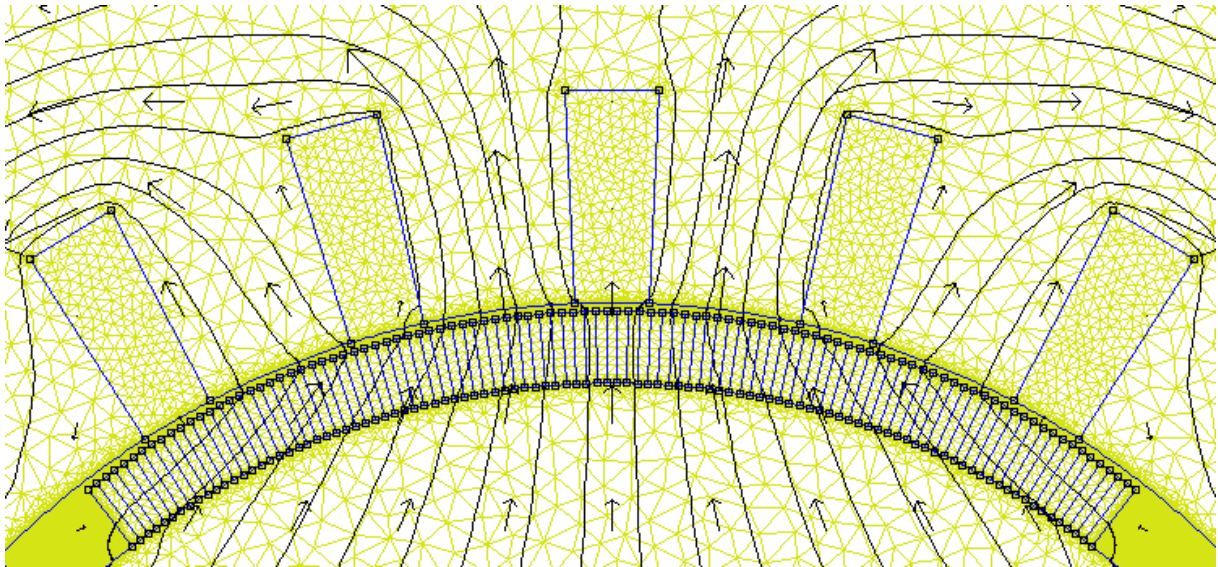


Figure V. 5. Maillage par éléments finis des différentes zones de la machine.

La forme et le type d'aimantation des aimants a une influence sur les contenus harmoniques de la force électromotrice et du couple électromagnétique.

Les formes d'ondes de la force électromotrice calculées à partir des modèles analytiques, en tenant compte de l'effet d'encoche au stator et celles issues de la méthode des éléments finis sont représentées sur la Figure (V.6) pour $(\alpha_r = 5/6 \tau_p)$.

L'influence du volume des aimants sur la force électromotrice est montrée sur la figure (V.7).

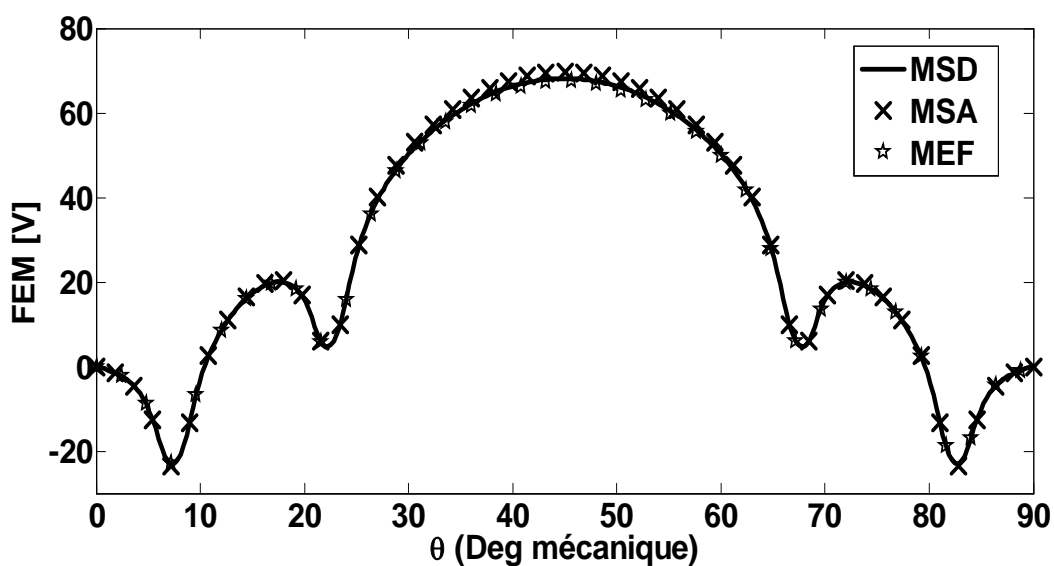


Figure V. 6. Répartitions de la f.é.m. par phase $(\alpha_r = \frac{5}{6} \tau_p)$.

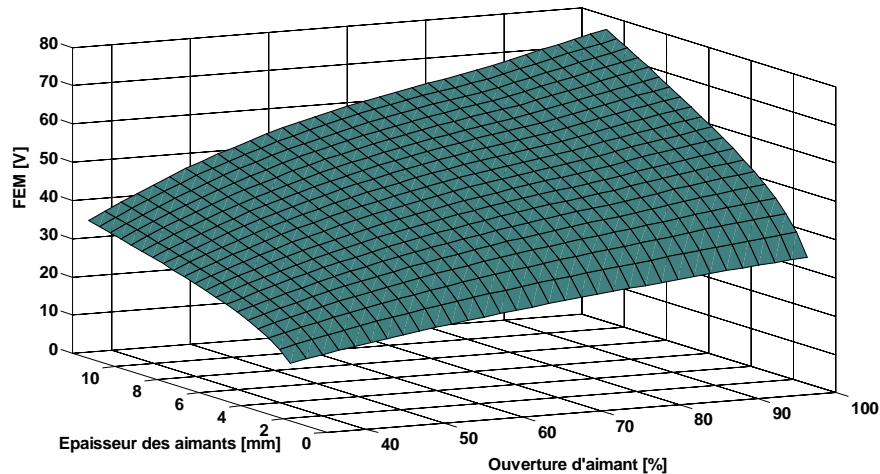


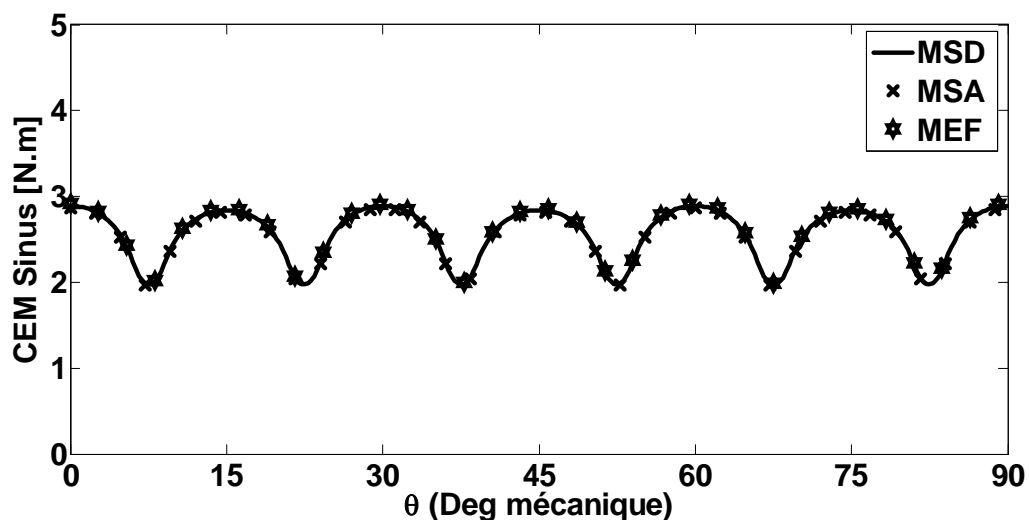
Figure V. 7. Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur la fem ($\alpha_r = 5/6 \tau_p$).

Pour les deux modes d'alimentations adoptés, les Figures (V.8) montrent la variation du couple électromagnétique développé par la machine à aimantation sinusoïdale. Ces ondulations sont dues au mode d'alimentation, soit sinusoïdale où rectangulaire, et au volume des aimants (ouverture, épaisseur).

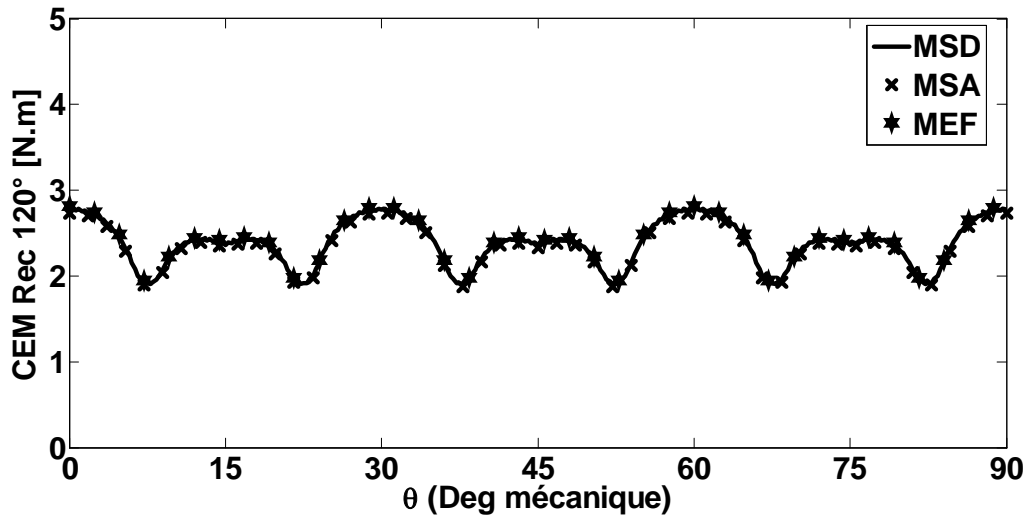
Le couple instantané développé par la machine pour une aimantation sinusoïdale pour les deux modes d'alimentations envisagées. On montre que ce couple apparaît comme la combinaison d'un couple d'interaction et d'un couple de détente.

On peut réduire ces ondulations soit en adoptant la forme de l'alimentation à celle de la force électromotrice soit en agissant sur les dimensions de l'aimant.

L'influence du volume des aimants sur la variation du couple électromagnétique est montrée sur la figure (V.9).



a) Alimentation sinusoïdale



b) Alimentation rectangulaire (120°)

Figure V.8. Couple d'interaction pour différentes alimentation ($\alpha_p = 5/6\tau_p$).

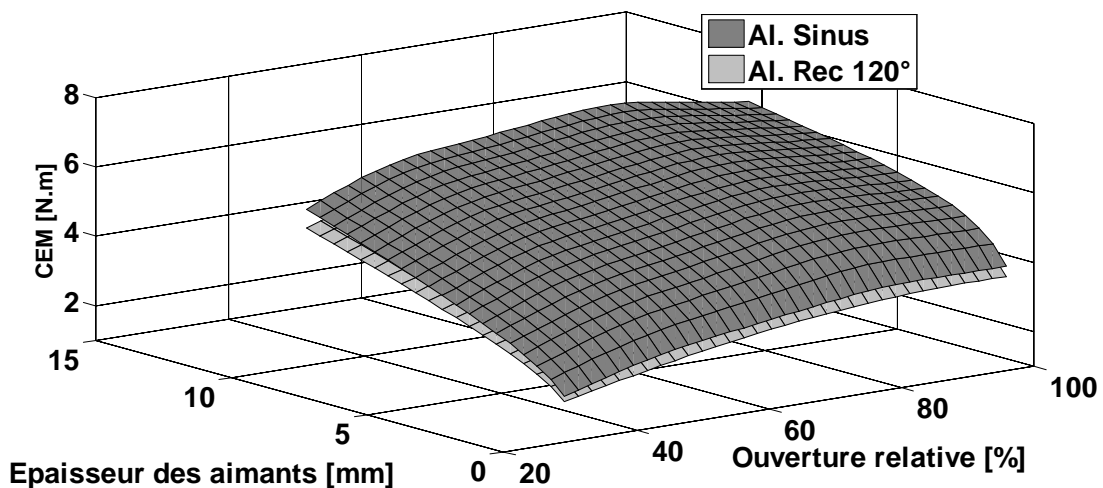
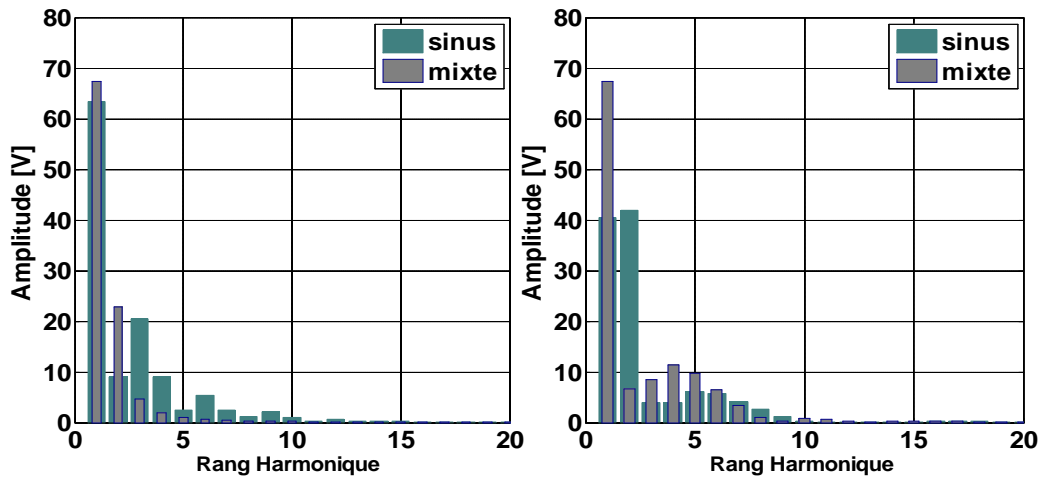


Figure V. 9. Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur le couple ($\alpha_r = 5/6\tau_p$).

La largeur des aimants modifie également le contenu harmonique de la forme d'onde. Une analyse spectrale de la fem, figure (V.10), pour deux ouvertures des aimants, montre l'apparition des harmoniques $6n \pm 1$ et $6n \pm 3$.

La Figure (V.11) montre le spectre harmonique du couple électromagnétique pour différentes alimentations (sinusoïdale ou rectangulaire); ainsi les structures ayant des aimants sinusoïdaux et mixte.

Le spectre est calculé en fonction de l'ouverture optimale des aimants. Cela nous permet d'estimer au préalable les performances de la machine à savoir l'amplitude du couple de détente et la forme de la force électromotrice ainsi que les ondulations du couple électromagnétique.



a- Ouverture des aimants ($\alpha_p = 4/6\tau_p$) b- Ouverture des aimants ($\alpha_p = 5/6\tau_p$)

Figure V.10. Spectres harmoniques de la force électromotrice.

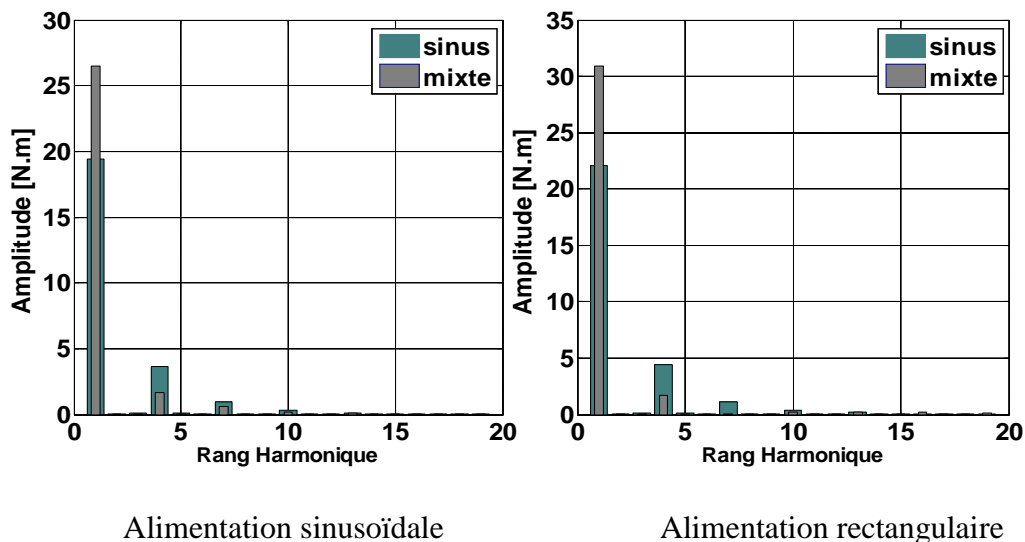


Figure V.11. Spectres harmoniques du couple électromagnétique ($\alpha_p = 4/6\tau_p$).

V. 3. Influence des paramètres géométriques sur le couple électromagnétique

V.3.1. Taux d'ondulation

Certaines applications exigent un couple avec un minimum d'ondulations. Nous cherchons à minimiser ces ondulations provoquées par la structure étudiée. Le taux d'ondulation est défini par :

$$\tau(\%) = \frac{\Gamma_{max} - \Gamma_{min}}{\Gamma_{moy}} 100 \quad (V.1)$$

où Γ_{max} , Γ_{min} et Γ_{moy} représentent respectivement le couple maximal, le couple minimal et le couple moyen. Nous cherchons donc un taux d'ondulation minimal en fonction des paramètres géométriques de la machine. La figure (V.12) montre l'influence du volume de l'aimant en fonction du couple moyen. L'augmentation du volume des aimants permet d'améliorer la valeur moyenne de l'induction ce qui conduit à augmentation des valeurs du couple.

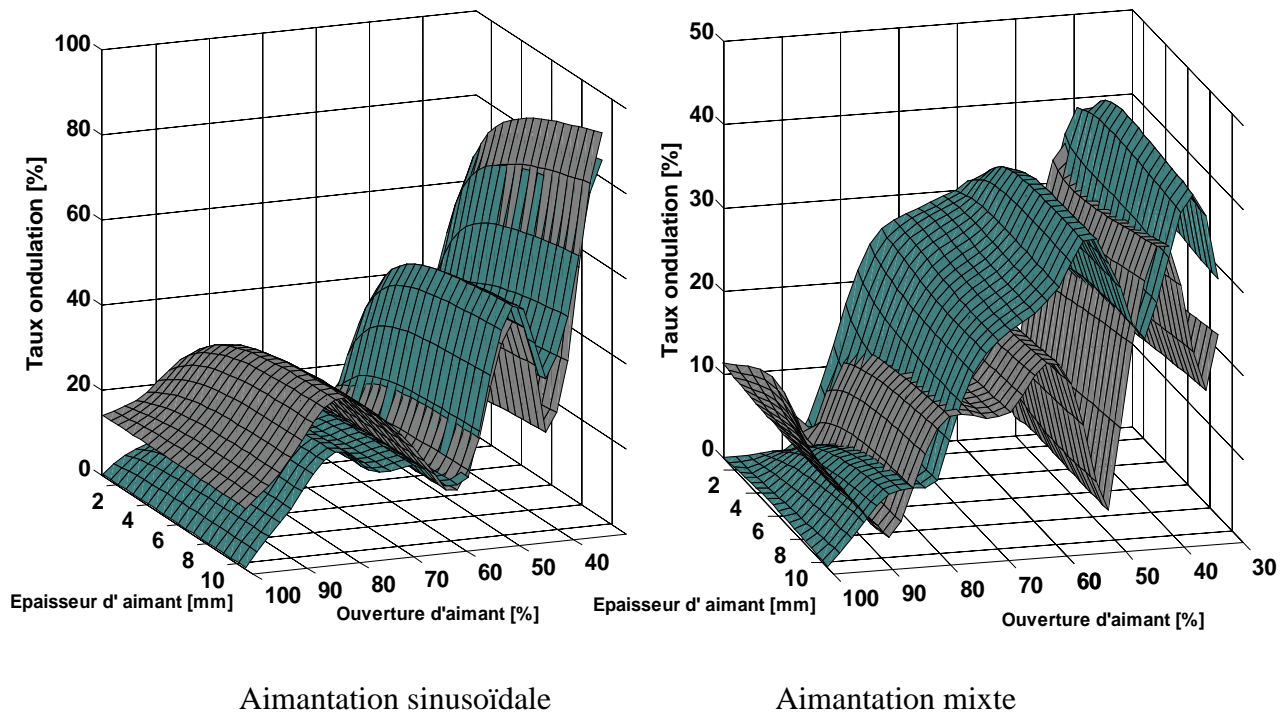


Figure V.12. Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur le taux d'ondulation

$$(\alpha_p = 5 / 6\tau_p).$$

- a) Alimentation sinusoïdale : courbe en couleur vert
- b) Alimentation rectangulaire (120°) : courbe grise foncée

V. 3. 2. Taux d'harmonique de distorsion (THD)

Le THD est défini comme suit :

$$THD = \sqrt{\frac{\sum_1^{\infty} (har_n)^2 - fond^2}{fond^2}} \quad (V.2)$$

où har_n , $fond$ représentent respectivement l'harmonique d'ordre n et le fondamental du signal. Le THD nous renseigne sur l'apport du fondamental sur le signal par rapport aux autres harmoniques. La figure (V.13) montre la variation du taux d'harmonique de distorsion en fonction de l'épaisseur et de l'ouverture relative des aimants.

Dans une étude comparative, il faut intéresser aux performances des machines qui nous semblent prépondérantes. C'est sur ces différentes performances que l'on portera un jugement qui permettra de définir la « meilleure » machine. Les principales performances étudiées sont :

- Le couple moyen.
- Les ondulations du couple total.
- Le contenu harmonique de la FEM.
- Le taux de distorsion harmonique THD.
- Le taux d'ondulation du couple de détente.
- La masse du moteur (la culasse rotorique et la masse des aimants)

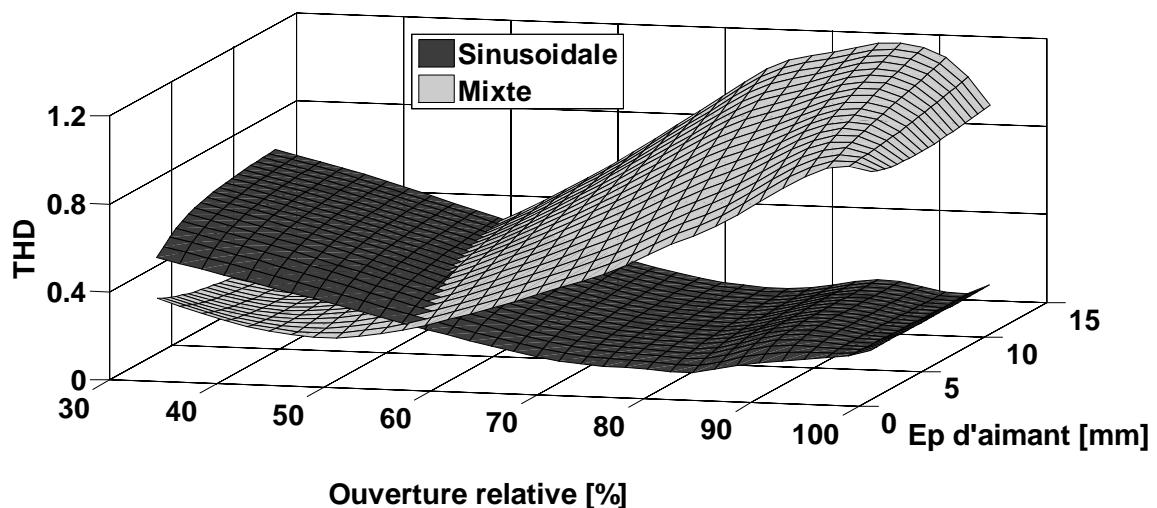


Figure V.13. Influence de l'épaisseur et l'ouverture des aimants sur le THD ($\alpha_p = 5 / 6\tau_p$).

V. 4. Etude du couple de détente

Les figures (V.14, V.15) montrent la représentation du couple de détente pour deux sens d'aimantation. Les harmoniques obtenues dépendent de la position initiale de l'aimant par rapport à la denture statorique, du volume des aimants permanents et de la forme des dents statoriques.

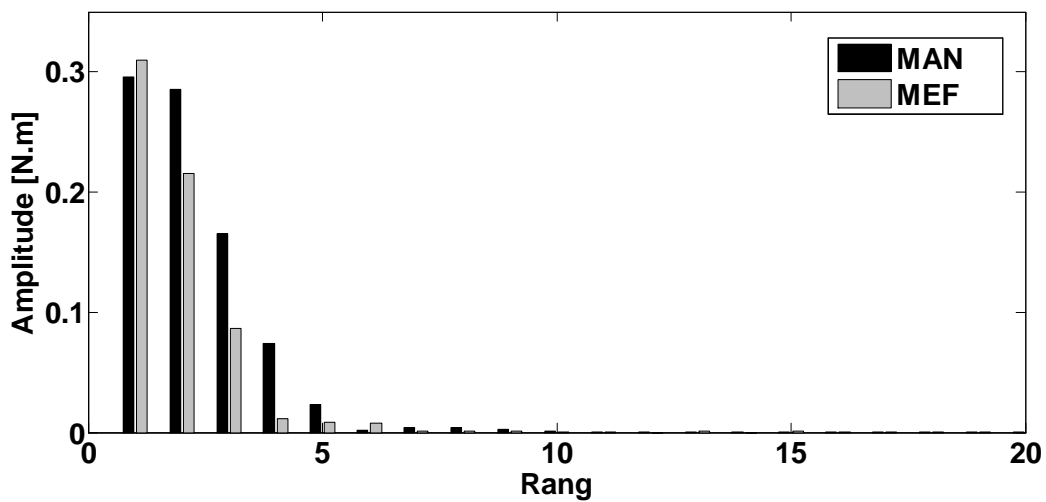
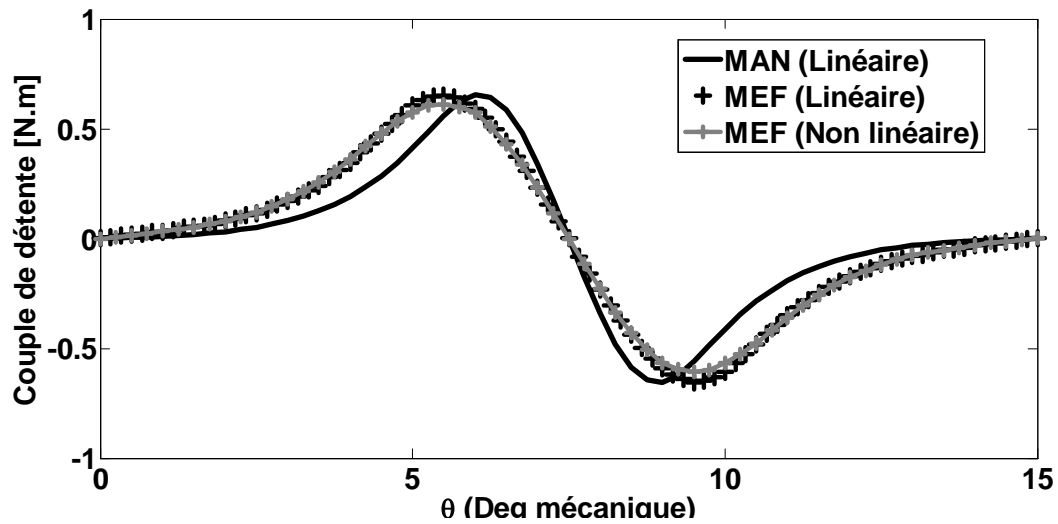
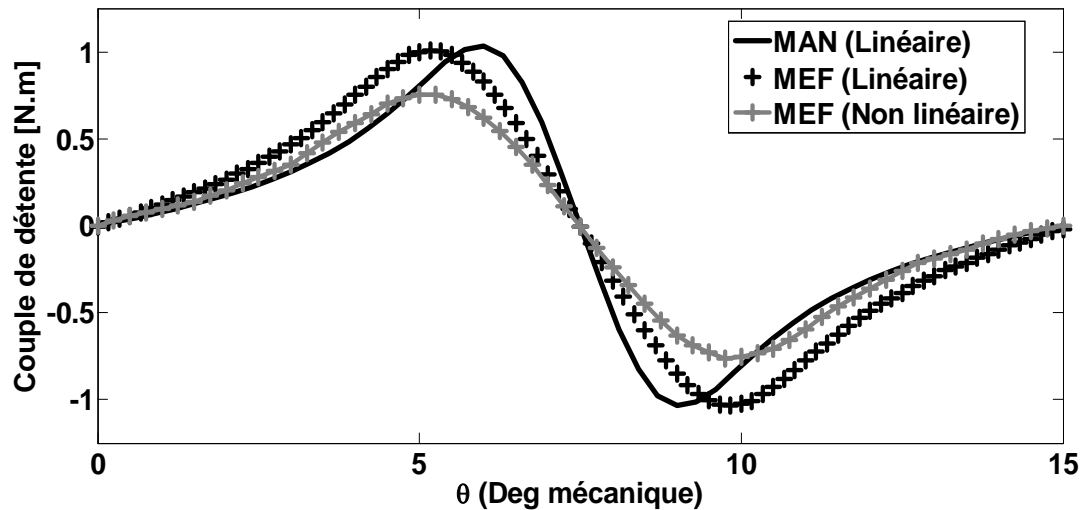
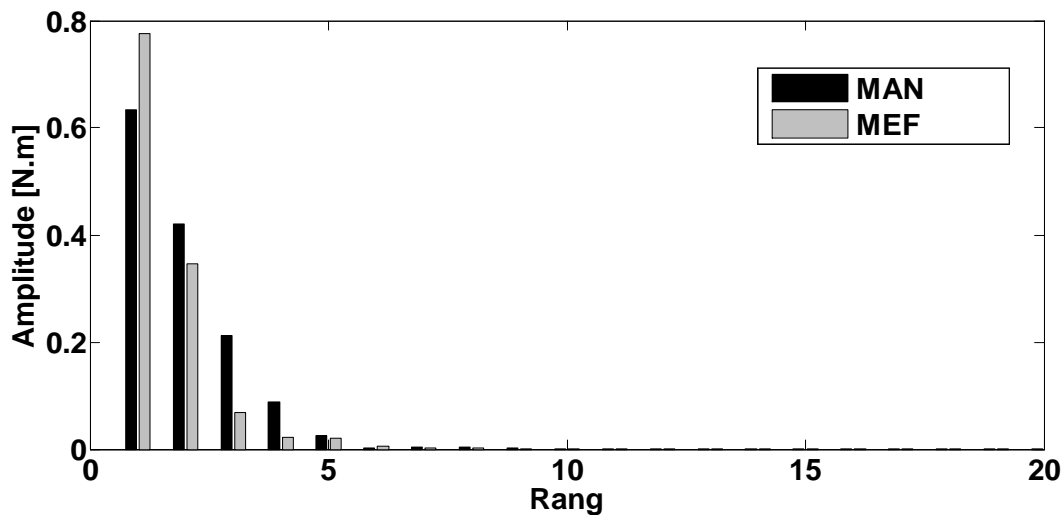


Figure V.14. Couple de détente (aimantation sinusoïdale) et son spectre harmonique

$$(\varepsilon/a = 10^{-6})$$



(a)



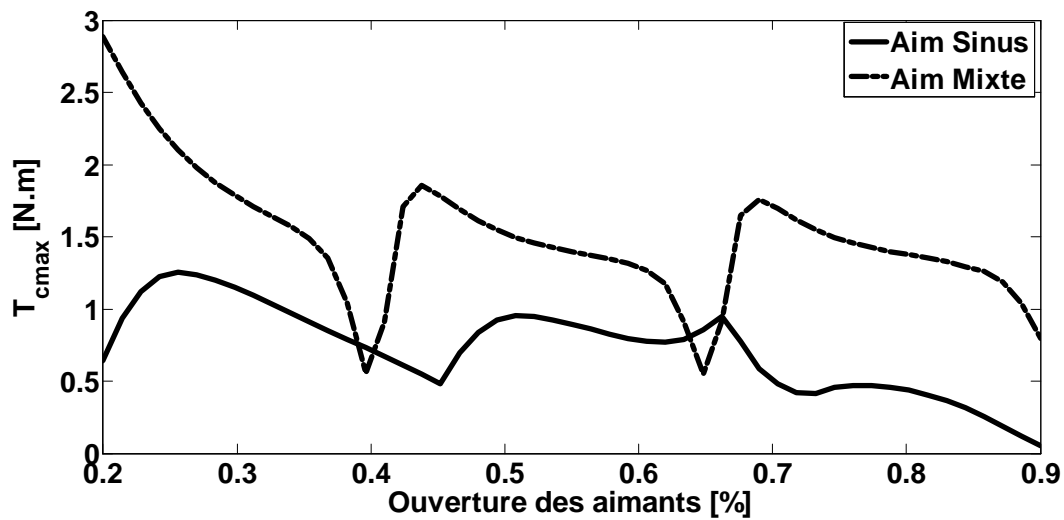
(b)

Figure V.15. Couple de détente (aimantation mixte) et son spectre harmonique
 (($\varepsilon/a = 10^{-6}$))

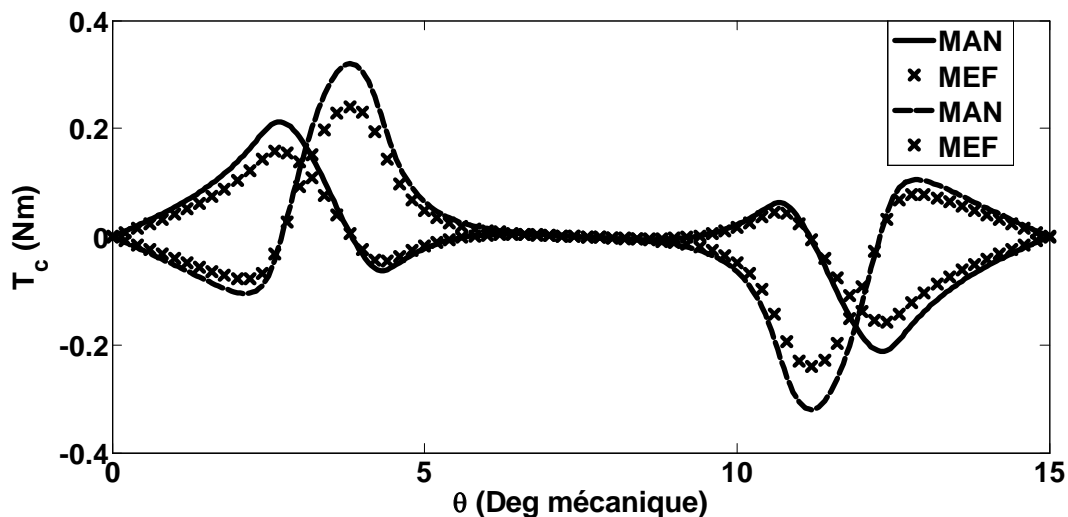
En conséquence, les moyens de réduire le couple de détente sont aussi présentes. L'effet du nombre et ouverture des encoches, l'épaisseur des aimants et l'entrefer mécanique de la machine, sur le couple de détente y est démontré a travers des résultats de simulations. La combinaison judicieuse de ces paramètres permet de réduire considérablement le couple de détente. La vérification de l'influence de ces paramètres sur le couple de détente, nous a permis de nous conforter dans le choix du nombre de blocs d'aimants (ouverture sur un pas polaire) qui permet aussi de réduire l'amplitude du couple de détente. Naturellement, le choix du culasse non magnétique rotorique a sensiblement réduit l'amplitude du couple de détente.

V. 4.1. Influence des paramètres géométriques sur le couple de détente

Pour les inducteurs à aimantation sinusoïdale ou mixte, l'ouverture de l'aimant sur un arc polaire influence directement la forme et l'amplitude du couple de détente Figure (V.16.a). Sur la figure (V.16.b), on observe que ce couple est fortement réduit pour certaines largeurs de l'arc polaire. On constate aussi que les amplitudes du couple créé par l'aimantation mixte est grande par rapport à celle d'une aimantation sinusoïdale. Ainsi, il est préférable d'utiliser les aimants sinusoïdaux avec une ouverture complète sur le pas polaire pour annuler ou minimiser les ondulations du couple.



(a)

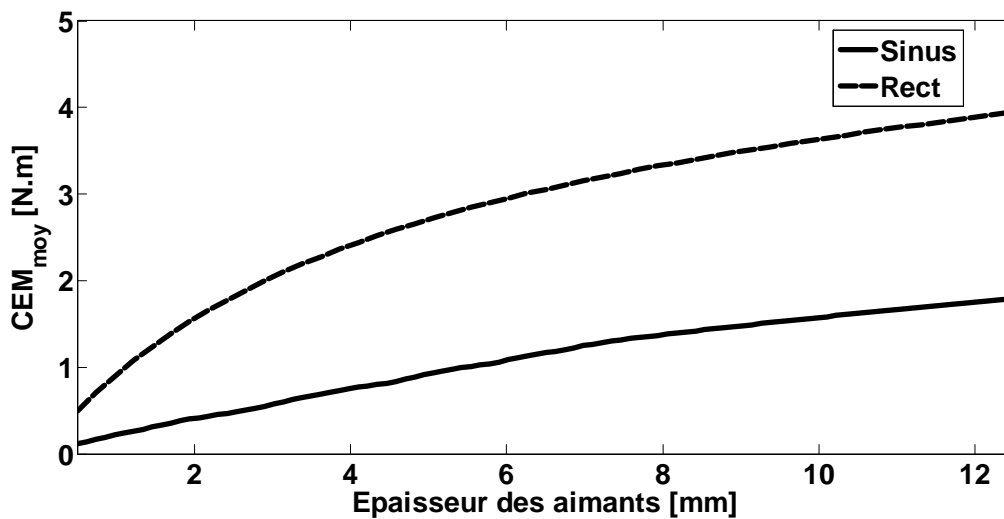


(b)

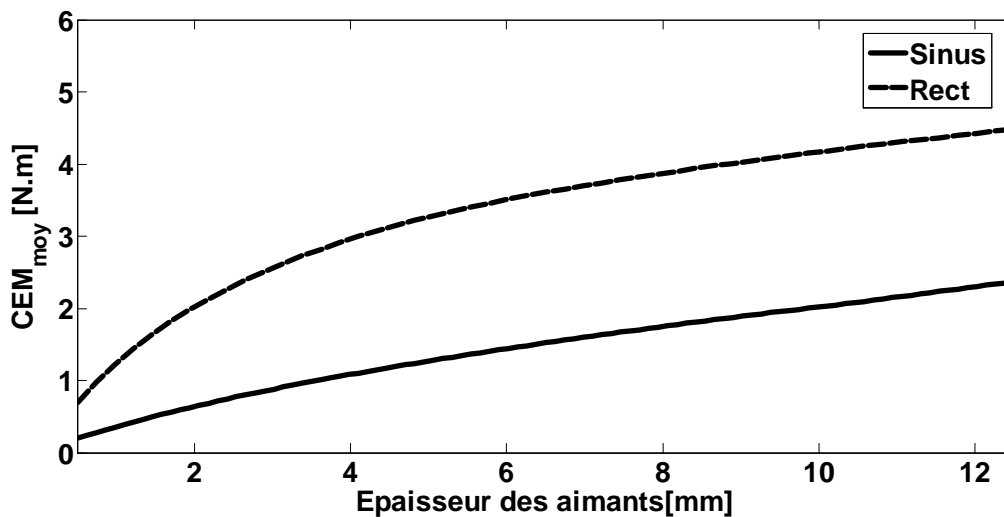
Figure V.16. Couples de détente pour une valeur optimale ($\alpha_p = 73\%$).

V. 4.2. Influence de l'épaisseur de l'aimant sur le couple moyen

La structure à aimantation sinusoïdale, le couple moyen augmente avec l'épaisseur des aimants, figure (V.17-a). En effet, avec l'augmentation de l'épaisseur des aimants, le couple produit par la composante tangentielle de l'aimantation augmente compensant ainsi la diminution due à la composante radiale. Que ce soit pour une aimantation sinusoïdale ou mixte, et dans le cas d'une alimentation sinusoïdale ou rectangulaire, le couple moyen produit atteint un optimum à partir d'une épaisseur d'aimant égale à 10 mm. Au-delà de cette épaisseur, ce couple varie très peu, comme montre la figure (V.17-a-b).



(a)



(b)

Figure V.17. Influence de l'épaisseur de l'aimant sur le couple moyen.

a) Aimantation sinusoïdale.

b) Aimantation mixte

Le Tableaux (V.1) résume les résultats obtenus pour deux machines ayant le même nombre de paires de pôles et d'encoches. Quelque soit la machine synchrone à rotor magnétique ou non magnétique, l'amplitude du couple de détente ainsi que les ondulations du couple total (TT) sont améliorées sachant que le couple total est la somme du couple de détente et du couple électromagnétique.

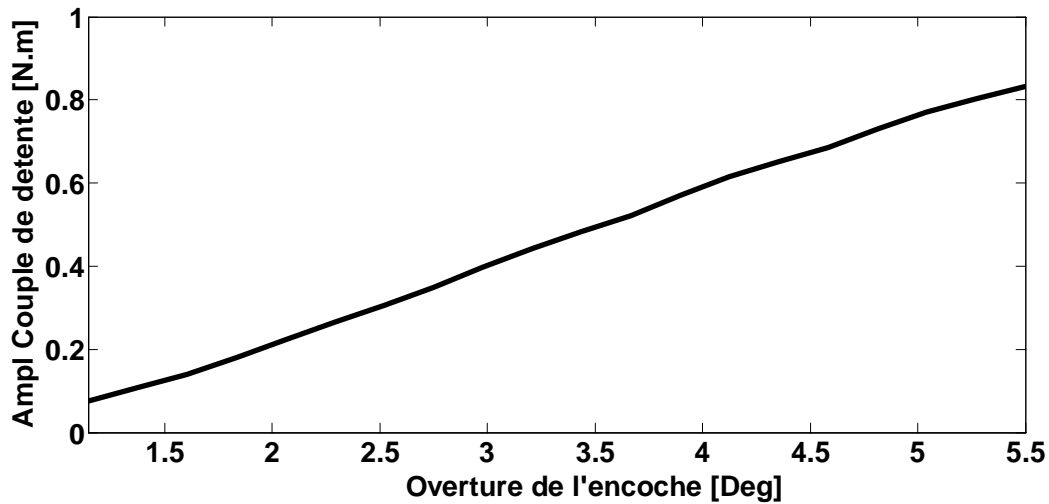
	Machine à rotor non magnétique			Machine à rotor magnétique		
	α : Ouverture optimale des aimants (%)					
	α_1	α_2	α_3	α_1	α_2	α_3
	47	66	93	47	66	93
Couple de détente optimal (N.m)	0,355	0,295	0,175	0,495	0,425	0,365
Couple électromagnétique moyen (N.m)	1,135	1,375	1,510	1,065	1,285	1,445
Ondulation du couple électromagnétique (%)	2,525	2,145	1,835	2,875	2,515	2,265
Couple total moyen (N.m)	1,135	1,375	1,510	1,065	1,285	1,445
Ondulation du couple total (%)	12,215	8,685	6,135	15,975	11,485	8,035

Tableau V.1. Résultats analytiques, pour différentes configurations des machines

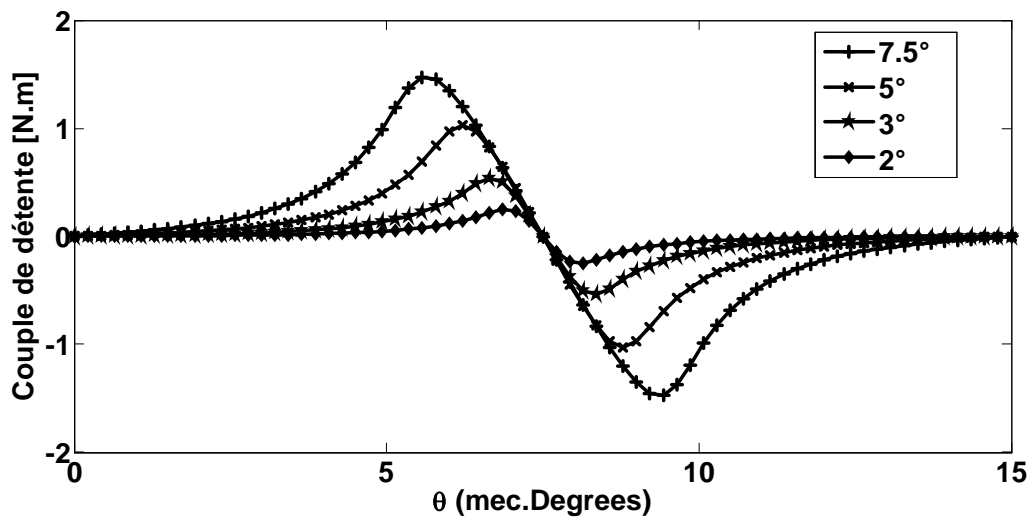
V. 4.3. Influence de l'ouverture de l'encoche sur le couple de détente

Comme le montre la figure (V.18-a-b), l'ouverture d'encoche influe directement sur l'amplitude du couple de détente. La diminution de la largeur des encoches permet de réduire l'amplitude de ce couple. L'efficacité de cette réduction est en relation avec le rapport ouverture d'encoche/ épaisseur d'entrefer. La diminution devient significative lorsque ce rapport atteint une valeur inférieure à 1 [BJR92, TMW96].

Une autre solution consiste à fixer des cales magnétiques aux niveaux des isthmes d'encoches. En conséquence, L'ouverture de d'encoche doit être bien calculée afin de réduire l'amplitude du couple de détente, et qu'on puisse introduire les conducteurs dans les encoches.



(a)



(b)

Figure V.18. Influence de l'ouverture de l'encoche sur le couple de détente.

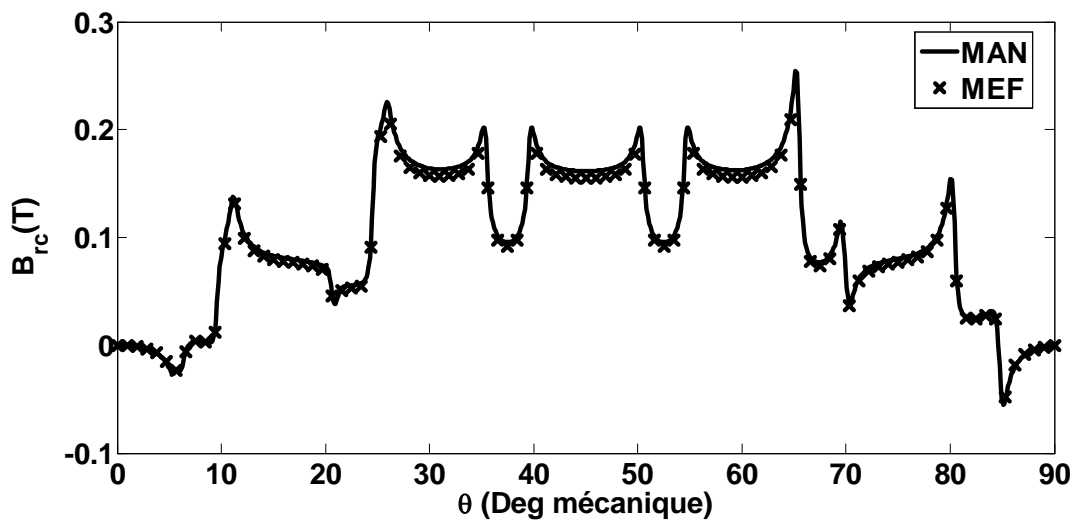
Au niveau du Tableau (V.2), on compare les résultats obtenus dans le cas de la machine étudiée à rotor non magnétique avec ceux obtenus dans le cas du rotor magnétique. Un écart important est constaté.

	Machine à rotor non magnétique	Machine à rotor magnétique	Réduction
$2p = 4, Q_s = 36$	0,095	1,515	93,70
$2p = 6, Q_s = 36$	0,115	2,375	95,15
$2p = 4, Q_s = 24$	0,085	1,555	94,50
$2p = 6, Q_s = 24$	0,245	2,795	92,20

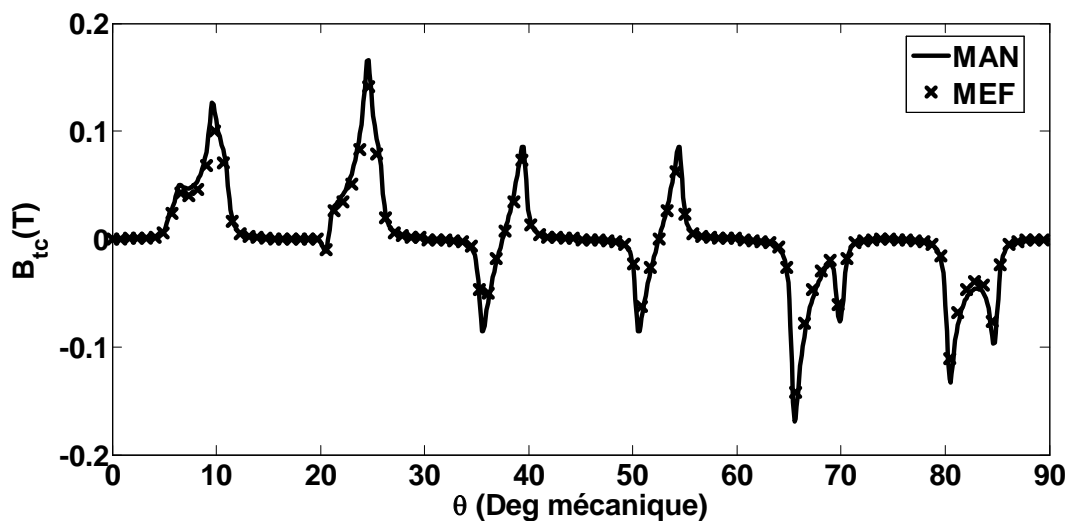
Tableau V.2. Résultats analytiques, pour l'amplitude optimale du couple de détente

V. 5. Distribution des inductions dues aux courants

Nous étudions la machine en charge sans présence des aimants. L'ouverture de l'encoche est considérée égale à 1/3 du pas dentaire. La densité volumique du courant dans une encoche est supposée égale à 60(A/m²). Le bobinage de la machine est de type diamétral à une couche et la perméabilité relative des conducteurs est supposée égale à l'unité. La figure (V.19) montre la répartition de l'induction magnétique, le long de l'entrefer, créée par les courants de sources que ce soit pour un courant sinusoïdal.



(a)



(b)

Figure V.19. Induction dû aux courants statoriques ($I=10$ A).

Alimentation sinusoïdale ($I_a = I_m, I_b = I_c = -I_m / 2$)

V. 6. Conclusion

Dans cette partie de notre travail, nous avons confirmé et validés les modèles analytiques par comparaison des résultats obtenus avec la méthode des éléments finis. La répartition de l'induction au niveau de l'entrefer est fortement influencée par le type d'aimantation des aimants. La forme d'onde du couple d'interaction, pour les machines synchrones à aimants montés sur la surface du rotor étudié, est directement liée au type de l'aimantation des aimants et par la forme de l'alimentation.

Afin de tenir compte de la géométrie complexe de la machine, un outil de calcul basé sur les éléments finis est utilisé pour la validation des modèles analytiques. La concordance est acceptable comme on a pu effectuer aussi une représentation globale des lignes des champs sur toutes les zones de la machine étudiée.

Conclusion Générale

Dans ce manuscrit de thèse, nous avons essayé de montrer que, même s'il est loin d'être récent, le problème de conception d'actionneurs électromagnétiques reste encore un problème compliqué et d'actualité dans la recherche en Génie Électrique.

Une attention particulière est actuellement accordée à la minimisation des ondulations du couple pour étendre le domaine d'application des machines à aimants permanents là où la précision est requise. Dans ce sens, deux voies sont aujourd'hui exploitées: Celle liée à l'électronique de puissance et à la commande pour avoir des semi-conducteurs capables d'assurer une commutation quasi-instantanée et minimiser ainsi les ondulations de couple engendrée par l'alimentation et celle liée à la structure de la machine elle-même (adaptation de la fem au signal du courant et minimisation du couple de détente). Un choix judicieux d'utilisation des aimants modernes, légers et performants que sont les **plasto aimants**, caractérisés par un poids faible et rigides envers la désaimantation.

Le travail réalisé, dans le cadre de cette thèse, a permis de développer un modèle d'étude bidimensionnel utilisant des calculs analytiques pour modéliser les différentes structures de **machines synchrones à aimants permanents montés sur la surface rotorique non magnétique** à aimantation sinusoïdale ou mixte. Les modèles analytiques développés, basés sur la résolution des équations du champ, donne des expressions explicites entre les performances de la machine et ses paramètres de dimensionnement. Ils constituent ainsi un outil efficace pour l'analyse des différentes configurations de machines étudiées. Ils permettent, en particulier dans une procédure de dimensionnement suivant les contraintes mécanique et thermique, de dégager rapidement les solutions envisageables. Le modèle numérique utilisé, qui est basé sur la résolution des équations du champ par la méthode des éléments finis en 2D, tient compte de la structure réelle de la machine, des caractéristiques électriques et magnétiques de ses différentes parties et de son mode d'alimentation. A l'aide de cet outil, on a validé les résultats obtenus par le calcul analytique.

Pour ce qui concerne le couple de détente, il est propre aux structures de machines à aimants permanents avec encoches au stator. C'est un couple parasite qui, à lui seul, peut être une source de rejet des ce type de machines. Le couple de détente accentue les ondulations du couple résultant et il est nécessaire de chercher des stratégies pour le minimiser et même

l'annuler. Ces ondulations sont liées à la structure de l'inducteur et elles peuvent être réduites par l'utilisation des aimants avec une ouverture optimale.

Nous avons mis en évidence qu'un choix adapté du nombre d'encoches par paires de pôles permet de diminuer les pulsations du couple de détente. Pour ce nombre, nous montrons que son amplitude peut être significativement réduite en agissant sur l'ouverture des aimants et sur le nombre de blocs d'aimants élémentaires constituant chaque pôle rotorique.

Comme perspective à notre travail, afin de minimiser les ondulations de couple du type de structure étudiée, il est nécessaire de calculer, les machines synchrones à aimants qui sont caractérisées par un nombre d'encoches par pôle et par phase fractionnel, en tenant compte du couplage simultanément des équations électriques et électromagnétiques avec une prise en compte du mouvement. En effet, le comportement vibratoire dépend de la structure électromagnétique et mécanique et de la manière dont est conçue l'alimentation, donc de l'électronique de puissance et de sa commande.

Références bibliographiques

- ADB00 :** **A. De BERNARDINIS :** «Etude et optimisation d'un ensemble alternateur à aimants/redresseur commandé. Application à un véhicule hybride", Thèse de Doctorat INPL de Nancy (France), Décembre 2000.
- ARK87:** **A. ARKKIO:** « Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations », Thèse de Doctorat, Helsinki University of Technology, Finland, Décembre 1987.
- BBP06:** **N. BIANCHI, S. BOLOGNANI, M. D. PRE, AND G. GREZZANI:** « Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines », IEEE Transaction. On Industry Applications, vol. 42, no. 4, pp. 997-1006, 2006.
- BIB02:** **N. BIANCHI and S. BOLOGNANI :** « Design techniques for reducing the cogging torque in surface-mounted PM motors », IEEE Transaction. Ind. Appl., Vol. 38, No. 2, pp. 1259–1265, September. /October. 2002.
- BJR92:** **B. Ackermann, J. H. H. Janssen, R. Sottek, R. I. Van Steen:** «New technique for reducing cogging torque in a class of brushless dc motors', Electric Power Applications, IEE Proceedings B, July 1992, Vol. 139, Part. B, No. 4, pp. 315-320.
- BLI09:** **K. BOUGHRARA, B. LADGHEM CHIKOUCHE, R. IBTIOUEN, D. ZARKO, O. TOUHAMI:** « Analytical analysis of slotted air-gap surface mounted permanent-magnet synchronous motor with magnet bars magnetized in shifting direction», IEEE Transaction. On Magnetics, Vol. 45, No. 2, February 2009, pp. 747-758.
- BMB90:** **BERTRAND NOGAREDE, MICHEL LAJOIE-MAZENC et BERNARD DAVAT :** « Modélisation analytique des machines à aimants à induit sans encoches », Revue Phys. Appl. 25, juillet 1990.
- BNO90:** **B. NOGAREDE:** « Etude de moteurs sans encoches à aimants permanents de forte puissance à basse vitesse », Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 1990.
- BOS98:** **A. BOSSAVIT:** « How weak is the "weak solution" in finite element methods», IEEE Transaction. On Magnetics, Vol. 34, No 5, pp 2429-2434, 1998.

- BOU08:** **K. BOUGHRARA :** « Modélisation analytique et numérique des performances électromagnétiques des moteurs synchrones à aimants permanents », Thèse de Doctorat d'Etat, ENP, Décembre 2008.
- BTI06:** **Y. BOUTORA, N. TAKORABET, R. IBTIOUEN, S. MEZANI:** «A New Proposed Method for Minimizing the Bandwidth and Skyline Storage for Triangular Finite Elements Meshes», CEFC 2006, IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Miami (Florida-USA), June 6-9, April 30th - May 3rd 2006 pp:47 - 47.
- COL95:** **F. COLAMARTINO :** « Contribution à l'étude de la commande numérique des machines synchrones à aimants permanents- minimisations du couple-commande sans capteur de position », Thèse de Doctorat de l'université de Paris VI, Décembre 1995.
- CTB89:** **R. CARLSON, A TAVARES, J P BASTOS, M LAJOIE-MAJENC:** « Torque ripple attenuation in permanent magnet synchronous motors», Conference Record, IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1989, pp. 57-62.
- DAH96:** **P.A DAHONO, Y. SATO, T. KATAOKA:** « Analysis and minimization off ripple components of input current and voltage of PWM inverters», IEEE Transaction on Ind. App. Vol 32 N° 4, July 1996 pp 945-950.
- DEO96:** **R. P. DEODHAR, D. A. STATION, T. M. JAHANS, J. E. MILLER:** « Prediction of cogging torque using the flux-mmF diagram technique » IEEE transaction. On Ind. Applicat, vol. 32, No. 3, May/june 1996, pp. 569-576.
- DME04:** **DAVID MEEKER:** « Finite Element Method Magnetic », dmeecker@ieee.org, 2004.
- DME:** **D. Meeker:** «Finite Element Method Magnetics (FEMM): a free magnetic finite element package for windows», <http://www.femm.info/wiki/HomePage>
- DRD99:** **C. DAVEAU, F. RIOUX-DAMIDAU:** « New (e,h) formulation coupling a finite element method and a boundary integral method for the computation of the interaction of waves with a conducting domain», IEEE Transaction. On Magnetics, Vol. 35, No 2, pp 1014-1018, 1999.
- EAL99 :** **E. L. F. ALMEIDA :** « Une analyse évolutionniste du changement dans la technologie des moteurs électriques », Thèse de Doctorat de l'université Pierre Mendés, Grenoble, 1999.

- FLO13 :** **FLORAN MARTIN :** « Contribution au dimensionnement optimal de machines synchrones à aimants déposés en surface pour applications à hautes vitesses », Thèse de doctorat de l'Université de Nantes 2013.
- FRG97 :** **FREDERIC. GILLON :** « Modélisation et optimisation par plans d'expérience d'un moteur à commutation électronique ». Thèse de Doctorat de l'Université de Lille (France), Décembre 1997.
- GAR02:** **J. GARRIGUES:** «La méthode des éléments finis», Ecole supérieure de mécanique de Marseille, Janvier 2002
- GAS04 :** **L. GASC :** «Conception d'un actionneur à aimants permanents à faibles ondulations de couple pour assistance de direction automobile : Approches par la structure et par la commande ». Thèse de Doctorat, INP Toulouse (France), Novembre 2004.
- GCO94 :** **G. COUDERCHON :** « Alliages Fer et Fer-Cobalt. Propriétés magnétiques. Traité Génie électrique ». D2 130, 1994.
- GCP96 :** **G. COUDERCHON, J.L. PORTESIL :** « les Alliages de Fer et de Nickel, ch. 1. Quelques propriétés des alliages FeNi riche en Nickel », Lavoisier Tec et Doc., 1996.
- GEC :** **GEORGES COUDERCHON :** «alliages magnétiques doux», technique de l'ingénieur (M350-16), (M350-25), (M350-21).
- GID08:** **J. A. GÜEMES, A. M. IRAOLAGOITIA, M. P. DONSIÓN AND J. I. DEL HOYO:** « Analysis of Torque in Permanent Magnet Synchronous Motors with Fractional Slot Windings », International Conference on Electrical Machines, Paper ID 1181, 2008.
- GGG14 :** **GUEDIA GUEMO GILLES :** « Modélisation et caractérisation thermique de machines électriques synchrones à aimants permanents », Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2014.
- GIL97 :** **F. GILLON :** « Modélisation et optimisation par plans d'expériences d'un moteur à commutations électroniques », Thèse doctorat, université de Lille, France, Décembre 1997.
- HAD06:** **L. HADJOUT :** « Dimensionnement de machines synchrones à aimants montés sur la surface rotorique », Thèse de Doctorat d'Etat, ENP, Décembre. 2006.

- HAN94 :** **D. C. HANSELMAN :** « Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of permanent magnet motors », IEEE Transaction on Ind. Electron, Vol.41, No.3, June 1994, pp. 292-300.
- HBO16 :** **H. BOUKER :** « Conception et optimisation des machines synchrones à aimants permanents à haute vitesse dédiées aux véhicules électriques hybrides », Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay, Novembre 2016.
- HUG13 :** **HUGUETTE TIEGNA :** « Contribution à la modélisation analytique des machines synchrones à flux axial à aimants permanents à attaque directe en vue de leur dimensionnement. Application aux éoliennes », Thèse de Doctorat, Université du Havre, 2013.
- IBT98 :** **R. IBTIOUEN, K. BOUGHRARA, O. TOUHAMI :** « Flux density and torque calculations of a BDCM with surface permanent magnets », Fourth International Workshop on Electric and Magnetic Fields, Marseille, 12-15 May 1998, pp. 511-516.
- IBT93 :** **R. IBTIOUEN :** « Contribution au dimensionnement électromagnétique d'une machine synchrone autopilotée à aimants insérés », Thèse de Doctorat d'état, ENP, avril. 1993.
- IDS19 :** **I. CHOUIDIRA, D. KHODJA, S. CHAKROUNE,** « [Continuous Wavelet Technique for Detection of Broken Bar Faults in Induction Machine](#) », SCImago Journal Rank (SJR) 2019: **0.279** **Traitement du Signal (TS)** ; Clarivate Analytics (ex. Thomson Reuters) Impact Factor 2019: **1.541** 5-Year Impact Factor: **0.678**, pp. 171-176, 2019, Vol. 36, 2, <http://www.iieta.org/journals/ts/paper/10.18280/ts.360207>
- ISS93:** **T. ISHIKAWA, G.R. SLEMON:** « A method of reducing ripple torque in permanent magnet motors without skewing », IEEE Transaction on magnetic, Vol. 29, No. 2, pp. 2028–2031, 1993.
- JAH96 :** **T. M. JAHNS, W. L. SOONG :** « Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC Drives a Review », IEEE transaction. On Industrial Electronics, Vol. 43, No 2 April 1996.
- JAO11:** **JAOUAD AZZOUZI :** « Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Application au cas de l'aérogénérateur », Thèse de Doctorat, Université du Havre, 2011.

- JUL15 :** **JULIEN MOENECLAHEY :** « Méthode de conception des bobinages des actionneurs électriques adaptés aux nouvelles contraintes de l'avionique », Thèse de doctorat d'Université Lille Nord de France 2015.
- HKC19 :** **HADJI CHAABANE, KHODJA DJALAL EDDINE, CHAKROUNE SALIM,** « Indirect Self Tuning Adaptive Control of Double Stars Induction Machine by Sliding Mode, Rev. Roum. Sci. Techn.– Électrotechn. et Énerg. Clarivate Analytics (ex. Thomson Reuters) Impact Factor 2019/2020: **0.76** Vol. 64, 4, pp. 409-415, 2019, <http://revue.elth.pub.ro/viewpdf.php?id=878>
- HKC20 :** **HADJI CHAABANE, KHODJA DJALALEDDINE, CHAKROUNE SALIM,** « Sensorless Backstepping Control Using a Luenberger Observer for Double-Star Induction Motor », Archives of Electrical Engineering Clarivate Analytics (ex. Thomson Reuters) Emerging Sources Citation Index, Vol. 69, 1, 2020. <http://journals.pan.pl/dlibra/publication/131761/edition/115091/content>
- LAT06 :** **R. LATEB :** « Modélisation des machines asynchrones et synchrones à aimants avec prise en compte des harmoniques d'espace et de temps », Thèse de Doctorat de l'INPL, Nancy (France), Octobre. 2006.
- LAZ18 :** **L. ROUBACHE, K. BOUGHRARA, F. DUBAS AND R. IBTIOUEN :** « New Subdomain Technique for Electromagnetic Performances Calculation in Radial-Flux Electrical Machines Considering Finite Soft-Magnetic Material Permeability », IEEE Transactions On magnetic, February 2018.
- LBI18 :** **B. LADGHEM CHIKOUCHE, K. BOUGHRARA AND R. IBTIOUEN :** « Permanent Magnet Shaping for Cogging Torque and Torque Ripple Reduction of PMSM », COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering - Vol. 37 Issue: 6, pp.2232-2248,
- LBI15 :** **B. LADGHEM CHIKOUCHE, K. BOUGHRARA AND R. IBTIOUEN :** « Analytical Design of PMSMs by Using Magnets Bars with Different Remanences », IEEE Conference on Electrical Machines & Power Electronics (ACEMP), pp. 212-218, Turkey 2015.
- LCB18 :** **B. LADGHEM CHIKOUCHE:** « Prédimensionnement de machines synchrones a entrefer lisse et a aimants permanents montes sur la surface rotorique », Thèse de Doctorat en science, ENP, Octobre. 2018.

- LER06 :** **M. LEROY :** « Etude et mise au point de moto-ventilateurs à hautes performances pour l'aéronautique », Thèse de Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Novembre 2006.
- LGS88:** **T. Li, G.R. SLEMON:** « Reduction of cogging torque in permanent magnet motors », IEEE Trans on magnetic, Vol. 24, No. 6, pp. 2901–2903, 1988.
- LST20 :** **L. BELGUERRAS, S. MEZANI, T. LUBIN :** « Analytical Modeling of an Axial Field Magnetic Coupler with Cylindrical Magnets », IEEE Transaction on magnetic, DOI : 10.1109/TMAG.2020.3005949.
- LTT06:** **R. LATEB, N. TAKORABET, F MEIBODY-TABAR, AL:** « Design technique for reducing the cogging torque in large surface-mounted magnet motors », Springer, Recent Development of Electrical Drives, pp 59-72, Sep./Oct. 2006
- LUA02:** « The Programming Language Lua », Reference Manual for Lua version 4.1 (beta) Last revised on February 14, 2002. Site, [http:// www.lua.org](http://www.lua.org).
- MAK06:** **Z. MAKNI :** « Contribution au développement d'un outil d'analyse multiphasique pour la conception et l'optimisation d'actionneurs électromagnétique », Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud, Faculté des Sciences d'Orsay(France), Décembre. 2006.
- MAR04:** **M. MARKOVIC:** « Magnetic Field Analysis in Electric Motors Using conformal Mapping », Docteur Es Sciences Techniques dissertation, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004.
- MCK19:** **S.MABRAK, S. CHAKROUNE, D. KHODJA,** “Analytical Model of Slotted Surface Mounted Permanent Magnet Synchronous Motors with Non-magnetic Rotor Core“, Modelling, Measurement and Control A, **Facteur , d'impact reconnu Scopus; SJR 2019: 0.11; Vol. 92, 2-4, pp. 60-66 December, 2019.** [file:///C:/Documents%20and%20Settings/MAISON%20XP/My%20Documents/Downloads/92.2-4_04%20\(1\).pdf](file:///C:/Documents%20and%20Settings/MAISON%20XP/My%20Documents/Downloads/92.2-4_04%20(1).pdf)
- MEJ01:** **S. M. HWANG, J.B. EOM, Y.H. JUNG, D.W. LEE, B.S. KANG:** « Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors », IEEE Transactions On magnetic, Vol. 37, No. 4, pp. 2806–2809, 2001.
- MJP04:** **M. MARKOVIC, M. JUFER, Y. PERRIARD:** « Reducing the Cogging Torque in Brushless DC Motors by Using Conformal Mappings », IEEE Transactions. On Magnetic, Vol. 40, No. 2, March, 2004, pp. 451-455.

- MOH09 :** **MOHAND OURAMDANE HAMITI :** « Réduction des ondulations de couple d'une machine synchrone à réluctance variable. Approches par la structure et par la commande », Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-I, 2009.
- MRA07:** **M. RACHEK :** « Modélisation par éléments finis de systèmes électromagnétiques en mouvement de structures tridimensionnelles : application au couplage magnétique-mécanique et au contrôle non destructif par courant de Foucault », thèse de doctorat, UMMTO, 2007.
- MSS19** **M. BOUBAKRI, S. CHAKROUNE, S. BELHMDI,** “Reliability Comparison Between Standard and High Efficiency Induction Motor Using Vector Control Method“, Modelling, Measurement and Control A, **Facteur d'impact reconnu Scopus, SJR 2019: 0.11**, Vol. 92, 2-4, , pp. 67-72 December, 2019.[file:///C:/Documents%20and%20Settings/MAISON%20XP/My%20Documents/Downloads/92.2-4_05%20\(1\).pdf](file:///C:/Documents%20and%20Settings/MAISON%20XP/My%20Documents/Downloads/92.2-4_05%20(1).pdf)
- NBR12 :** **NICOLAS BRACIKOWSKI :** « Modélisation multi-physique par modèles à constantes localisées ; Application à une machine synchrone à aimants permanents en vue de son dimensionnement », Thèse de doctorat, École Centrale de Lille, 2012.
- NKA13 :** **Nabil ABDEL KARIM :** « Optimisation multicritères et multi-physique d'aérogénérateurs à aimants permanents à flux axial », Thèse de doctorat, Université du Havre 2013.
- NPH11 :** **NGUYEN PHI-HUNG :** « Impacts des modèles de pertes sur l'optimisation sur cycle d'un ensemble convertisseur-machine synchrone », Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure De Cachan 2011.
- OSS18 :** **O. ZEGHBA, S. CHAKROUNE, S. BELHMDI,** “Multi Objective Design of High Efficiency Induction Motor Using an Analytical Method's“, Modelling, Measurement and Control A, **Facteur d'impact Scopus, SJR 2018: 0.30 Q3** Vol. 91, 4 pp. 202-211. December,2018;http://www.iieta.org/sites/default/files/Journals/MMC/MMC_A/91.04_06.pdf,[file:///C:/Documents%20and%20Settings/MAISON%20XP/My%20Documents/Downloads/53.02_10%20\(1\).pdf](file:///C:/Documents%20and%20Settings/MAISON%20XP/My%20Documents/Downloads/53.02_10%20(1).pdf)
- PKA03:** **A. B. PROCA, A.KEYHANI, A. EI-ANTABLY, W. LU, and M. DAI:** «Analytical Model for Permanent Magnet Motors with Surface Mounted

Magnets », IEEE Transactions On Energy Conversion. Vol. 18, No. 3, pp. 386–391, September 2003.

- PPS99:** **B. P. PANIGRAHI, K. C. PATRA, V. SUBBARAO, D. PRASAD** : «Design of a permanent synchronous motor», Electric Machines and power Systems, Vol. 27, No. 7, pp. 771-779, July 1999.
- PSA04:** **PIA SALMINEN**: « fractional slot permanent magnet synchronous motors for low speed applications», these de doctorat, University of Technology, Finland December, 2004.
- PSF90:** **P. P. SILVESTER, R. L. FERRARI**: «Finite element for electrical engineer», Cambridge University Press, Second Edition, 1990.
- PUI87:** **P. PUIILLANGE** : «Moteurs cylindrique à aimants permanent : De bonnes performances aux moyennes et grandes vitesses », RGE, No. 3, Mars 1897, pp. 62-64.
- RAG08:** **P. RAGOT**: « Modélisation analytique multiphysique pour la conception optimale de moteurs synchrones à aimants permanents », Docteur Es Sciences Techniques Dissertation, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2008.
- RAP93** **P. RAPIN** : « Méthode des éléments finis », dans Traité Sciences fondamentales, A 656, Techniques de l'Ingénieur, 1993.
- SAC88** **J.-C. SABONNADIÈRE et J.-L. COULOMB** : « Calcul des champs électromagnétiques », dans Traité Génie électrique, numéro D 3 020 dans Traité Génie électrique, Techniques de l'Ingénieur, 1988.
- SBA08 :** **S. CHAKROUNE, B. ABDELHADI AND A. BENOUDJIT**, “Design Optimization of Induction Motor Efficiency by Genetic Algorithms”, *AMSE. Journal, Modelling. A*, Vol. 81, N°. 2, pp. 14-29, January/February, 2008. *Article à Facteur d'impact reconnu Scopus, "ScimagoRank" , ISSN 12595985.*
- SBA14 :** **S. CHEKROUNE, B. ABDELHADI AND A. BENOUDJIT**, “A New Approach Design Optimizer of Induction Motor Using Particle Swarm Algorithm”, *AMSE. Journal, Modelling. A*, Vol. 87, N°. 2, pp. 89-108, 2014. *Article à Facteur d'impact reconnu Scopus, "ScimagoRank" , ISSN 12595985.*
- SBA15 :** **S. CHEKROUN, A. ZORIG AND A. BENOUDJIT**, “Hybrid Method Using Genetic Algorithm for Induction Motor Design Problem”, *The mediterranean Journal of Measurement and Control*, Vol. 11, N°. 2, pp. 394 - 404, 2015. *Article à Facteur d'impact reconnu Scopus, "ScimagoRank" , ISSN 1743-9310.*

- SBD16 :** **S. CHAKROUNE, S. BELHAMDI ET D. KHOUDJA,** “Design Optimization of Induction Motor Using Hybrid Genetic Algorithm " A Critical Analyze , The 9th International Electrical Engineering Conference CEE’2016, October 2-4, 2016, Batna, Algeria.
- SBB08 :** **S. CHAKROUNE, A. BENOUDJIT ET B. ABDELHADI,** “Application of Genetic Algorithms to Optimization of Induction Motor Design”, *Conférence en Génie Electrique*, CEE08, Université de Batna, Algérie, pp.20-25, 27-29 Octobre, 2008.
- SBB10 :** **S. CHAKROUNE, A. BENOUDJIT ET B. ABDELHADI,** “Approche Géométrique pour la Conception Assistée par Ordinateur des Machines à Induction ”, *Conférence en Génie Electrique*, CEE02, Université de Batna, Algérie, pp.198-201, 10-11 Décembre,
- SBB12 :** **S. CHAKROUNE, A. BENOUDJIT ET B. ABDELHADI,** “Comparaison de Deux Méthodes d’Evaluation du Rendement d’une Machine Asynchrone ”, *Conférence en Génie Electrique*, CEE2012, Université de Batna, Algérie, pp.20-25, 8-10 Octobre, 2012. ISBN: 978-9961-9973-4-5, DEP. LEGAL: 4462- 2012
- SBB12 :** **S. CHAKROUNE, A. BENOUDJIT ET B. ABDELHADI,** “Plateforme de Conception des Systèmes de Propulsion Electrique à Haut Rendement dans les Véhicules Electriques”, *Conférence en Génie Electrique*, CEE2014, Université de Batna, Algérie, pp.20-25, 16-17Novembre, 2014.ISBN: 978-9961-9973-4-5, DEP. LEGAL: 4462- 2012.
- SLM92 :** **N. SADOWSKI, Y. LEFÈVRE, M. LAJOIE-MAZENC ET J. CROS:** « Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement », *IEEE Transactions On Magnetics*, vol. 29, no 2, pp. 1410–1413, 1992.
- SMP04 :** **P. SALMINEN, J. MANTERE, J. PYRHONEN, AND M. NIEMELA:** « Performance analysis of fractional slot wound PM motors», *Proc. International Conference on Electrical Machines, (ICEM)*, paper no. 509, 2004.
- SNT12 :** **SESANGA N’TSHUIKA :** « Optimisation de Gammes : Application à la Conception des Machines Synchrones à Concentration de Flux », Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 2012.
- TDC15 :** **T. L. TIANG, D. ISHAK, C. P. LIM, AND M. KAMAROL :** « A Comprehensive Analytical Subdomain Model and Its Field Solutions for

Surface-Mounted Permanent Magnet Machines », IEEE Transactions On Magnetics, DOI : 10.1109/TMAG.2014.2361484.

- THL11 :** **T. M. Jahns, W. L. Soong :** « 2-D Exact Analytical Model for Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors With Semi-Closed Slots », IEEE Transactions On Magnetics. Vol. 47, No. 2, February 2011. pp 479-492.
- TLS88 :** **T Li, G. SLEMON:** «Reduction of cogging torque in permanent magnet motors», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 24, No. 6, November 1988.
- TMW96 :** **T. M. Jahns, W. L. Soong :** «Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motors drives—A review», IEEE Transactions On. Industry Electronics. Vol. 43, No. 2, April. 1996.pp 321-330.
- XIZ04:** **Z. P. XIA, Z. Q. ZHU:** « Analytical Magnetic Field Analysis of Halbach Magnetized Permanent-Magnet Machines » IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 40, No. 4, July 2004, pp. 1863-1872.
- XWQ03:** **XINGHUA WANG. QINGFU LI:** « Analytical Calculation of Air-Gap Magnetic Field Distribution and Instantaneous Characteristics of Brushless DC Motors» IEEE Transactions On Energy Conversion, Vol. 18, No. 03, pp. 424-432. Septembre 2003.
- YAL05 :** **Y. ALHASSOUN :** «Etude et mise en œuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse », Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de Toulouse (ENSEEIH), Mai. 2005.
- YBU07:** **Y. BOUTORA :** «Elaboration de nouvelles méthodes de renumérotation des maillages en vue d'une modélisation électromagnétique des machines synchrones à aimants permanents avec la méthode des éléments finis », thèse de doctorat, ENP, Alger, 2007.
- YOU92:** **A. YOUMSSI :** « Contribution aux calculs des machines synchrones à aimants permanents », Thèse de Doctorat de l'INPL Nancy (France), 1992.
- ZAR04:** **D. ZARKO:** «A systematic approach to optimized design of permanent magnet motors with reduced torque pulsations», Thèse de Doctorat, Université de Wisconsin-Madison, 2004.
- ZBL08:** **D. ZARKO, D. BAN, T. LIPO:** «Analytical Solution for Cogging Torque in Surface Permanent-Magnet Motors Using Conformal Mapping», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 44, No. 1, January 2008.
- ZBL06:** **D. ZARKO, D. BAN, T. LIPO:** «Analytical Calculation of Magnetic Field Distribution in the Slotted Air Gap of a Surface Permanent-Magnet Motor

Using Complex Relative Air-Gap Permeance», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 42. No. 7. July. 2006.

- ZSB18 :** **ZEGHBA O, S. CHAKROUNE ET S. BELHAMDI,** “A New Strategy Design of High Efficiency Induction Motor With Closed Rotor Slot, Second International Conference on Electrical Engineering “ICEEB’18 ” Biskra University - Algeria -December 2-3 – 2018.
- ZHO00:** **Z. Q. ZHU and D. HOWE:** « Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines», IEEE Trans. On Energy Conversion, Vol. 15, No. 4, pp. 407–412, December 2000.
- ZHU93:** **Z. Q. ZHU:** « Instantaneous Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent Magnet DC Motors», IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 29, No. 1, January 1993, pp. 136-158.

A.1 Dimensions géométriques de la machine étudiée

Paramètres	symbole	valeur	unité
Nombre de pôles	$2p$	4	-
Nombre d'encoches	Q_s	-	-
Ouverture de l'encoche	b_0	$\tau_d / 3$	-
Epaisseur de l'entrefer	g	0.80	mm
Epaisseur de l'aimant	e_a	6.70	mm
Ouverture des aimants	α_p	5/6	-
Rayon interne du rotor	R_i	40.00	mm
Rayon externe du rotor	R_0	73.00	mm
Rayon externe de l'aimant	R_1	79.70	mm
Rayon interne du stator	R_2	80.50	mm
Hauteur des encoches	H_e	10.00	mm
Rayon externe du stator	R_e	110.00	mm
La fréquence	f	50	Hz
Aimantation rémanente	M	1.2	T
Perméabilité des aimants	μ_r	1.00	-
Longueur active	L_u	50.82	mm

Table A. 1 : Principales dimensions de la machine étudiée.

A.2. Calcul analytique des machines synchrones à aimants permanents

La résolution de l'équation de Poisson par la méthode de séparations de variables que ce soit par la formulation en potentiel vecteur ou scalaire permet de déterminer le champ magnétique via des expressions analytiques. En considérant une formulation 2D en potentiel scalaire, les équations de Laplace dans l'entrefer mécanique, ou de Poisson dans la zone des aimants, sont les suivantes :

D'après les conditions aux limites on a :

$$C_{2G} = \frac{R_3^{2np} (M_r + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} + \frac{(M_r - M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np+1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} \quad (\text{A.1})$$

$$C_{1G} = R_0^{2np} C_{2G} \quad (\text{A.2})$$

$$C_{3G} = \frac{R_0^{2np} R_3^{2np} (M_r + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} + \frac{(-M_r + M_{\theta n})(R_0^{2np} R_2^{np+1} - R_3^{2np} R_1^{np+1})}{2(np+1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} \quad (\text{A.3})$$

$$C_{4G} = \frac{(M_r + M_{\theta n})(R_3^{2np} R_2^{np+1} - R_0^{2np} R_1^{np+1})}{2(np-1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} + \frac{(-M_r + M_{\theta n})(R_2^{np+1} - R_1^{np+1})}{2(np+1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} \quad (\text{A.4})$$

$$C_{6G} = \frac{R_3^{2np}(M_m + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np-1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} + \frac{(-M_m + M_{\theta n})(R_2^{-np+1} - R_1^{-np+1})}{2(np+1)(R_3^{2np} - R_0^{2np})} \quad (\text{A.5})$$

$$C_{5G} = R_3^{-2np} C_{6G} \quad (\text{A.6})$$

A.2. 1. Machine à rotor externe magnétique $R_3 = R_2$

A.2. 2. Machine à rotor interne magnétique $R_1 = R_0$

A.3. Développement des conditions au limites (III.70) au (III.75) :

- **La condition au limite (III.70) :**

Si : $np \neq 1$

$$CI_3 R_1^{np} + CI_4 R_1^{-np} + \frac{npM_m + M_{\theta n}}{((np)^2 - 1)} R_1 = CII_3 \cdot R_1^{np} + CII_4 \cdot R_1^{-np} \quad (\text{A.7})$$

$$CI_5 R_1^{np} + CI_6 R_1^{-np} + \frac{npM_m + M_{\theta n}}{((np)^2 - 1)} R_1 = CII_5 \cdot R_1^{np} + CII_6 \cdot R_1^{-np} \quad (\text{A.8})$$

Si : $np = 1$

$$CI_3 R_1 + CI_4 R_1^{-1} + \frac{M_m + M_{\theta n}}{2} (\ln(R_1) - \frac{1}{2}) = CII_3 \cdot R_1 + CII_4 \cdot R_1^{-1} \quad (\text{A.9})$$

$$CI_5 R_1 + CI_6 R_1^{-1} + \frac{M_m + M_{\theta n}}{2} (\ln(R_1) - \frac{1}{2}) = CII_5 \cdot R_1 + CII_6 \cdot R_1^{-1} \quad (\text{A.10})$$

- **La condition au limite (III.71) :**

Si : $np \neq 1$

$$np(CI_3 R_1^{np-1} - CI_4 R_1^{-np-1}) + \frac{npM_m + M_{\theta n}}{((np)^2 - 1)} + M_{\theta n} = np(CII_3 \cdot R_1^{np-1} - CII_4 \cdot R_1^{-np-1}) \quad (\text{A.11})$$

$$np(CI_5 R_1^{np-1} - CI_6 R_1^{-np-1}) + \frac{npM_m + M_{\theta n}}{((np)^2 - 1)} = np(CII_5 \cdot R_1^{np-1} - CII_6 \cdot R_1^{-np-1}) \quad (\text{A.12})$$

Si : $np = 1$

$$np(CI_3 R_1 - CI_4 R_1^{-2}) - \frac{M_m + M_{\theta n}}{2} (\ln(R_1) - \frac{1}{2}) + M_{\theta n} = np(CII_3 \cdot R_1^{np-1} - CII_4 \cdot R_1^{-np-1}) \quad (\text{A.13})$$

$$np(CI_5 R_1 - CI_6 R_1^{-2}) - \frac{M_m + M_{\theta n}}{2} (\ln(R_1) - \frac{1}{2}) = np(CII_5 \cdot R_1^{np-1} - CII_6 \cdot R_1^{-np-1}) \quad (\text{A.14})$$

- La condition au limite (III.72) :

$$\begin{aligned}
 CIII_{1i} \ln(R_2) + CIII_{2i} &= \frac{1}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} AII(R_2, \theta) d\theta \\
 &= \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (CII_3 R_2^{np} + CII_4 R_2^{-np}) \frac{\sin(np\theta_i) \sin(np \frac{\beta}{2})}{np} + \\
 &\quad \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (CII_5 R_2^{np} + CII_6 R_2^{-np}) \frac{\cos(np\theta_i) \sin(np \frac{\beta}{2})}{np} \quad (A.15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CIII_{i4} \cdot (R_4^{-\frac{2m\pi}{\beta}} R_2^{\frac{m\pi}{\beta}} + R_2^{-\frac{m\pi}{\beta}}) &= \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} AII(R_2, \theta) \cos(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)) d\theta \\
 &= \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (CII_3 R_2^{np} + CII_4 R_2^{-np}) Gs(n, i, k) + \\
 &\quad \frac{2}{\beta} \sum_{n=1}^{\infty} (CII_5 R_2^{np} + CII_6 R_2^{-np}) Gc(n, i, k) \quad (A.16)
 \end{aligned}$$

- La condition au limite (III.73) :

$$\begin{aligned}
 np(CII_3 R_2^{np-1} - CII_4 R_2^{-np-1}) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{Q_s} \left(\int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} H_{\theta_i}'''(R_2, \theta) \sin(np\theta) d\theta \right) \\
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{Q_s} \left(\frac{CIII_{1i}}{R_2} \frac{\sin(np \frac{\beta}{2}) \sin(np\theta_i)}{np} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\pi}{\beta} (CIII_{3i} R_2^{\frac{k\pi}{\beta}-1} - CIII_{4i} R_2^{-\frac{m\pi}{\beta}-1}) Gs(n, i, k) \right) \quad (A.17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 np(CII_5 R_2^{np-1} - CII_6 R_2^{-np-1}) &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=1}^{Q_s} \left(\int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} H_{\theta_i}'''(R_2, \theta) \cos(np\theta) d\theta \right) \\
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=1}^{Q_s} \left(\frac{CIII_{1i}}{R_2} \frac{\sin(np \frac{\beta}{2}) \cos(np\theta_i)}{np} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\pi}{\beta} (CIII_{3i} R_2^{\frac{k\pi}{\beta}-1} - CIII_{4i} R_2^{-\frac{m\pi}{\beta}-1}) Gc(n, i, k) \right) \quad (A.18)
 \end{aligned}$$

- **La condition au limite (III.74) :**

$$\begin{aligned}
CIII_{1i} \ln(R_3) + CIII_{2i} &= \frac{1}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} AIV_i(R_3, \theta) d\theta \\
&= \frac{\mu_0 J_i R_4^2}{2} \ln(R_3) + CIV_{i2} - \frac{\mu_0 J_i R_3^2}{4} + \dots \\
&= \frac{2}{\beta} \sum_{m=1}^{\infty} CIV_{i4} \left(R_4^{\frac{2m\pi}{\delta}} R_3^{\frac{m\pi}{\delta}} + R_3^{\frac{m\pi}{\delta}} \right) \frac{\delta \sin\left(\frac{m\pi\beta}{2\delta}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right)}{m\pi} \quad (A.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
CIII_{3i} R_3^{\frac{k\pi}{\beta}} + CIII_{4i} R_3^{-\frac{k\pi}{\beta}} &= \frac{2}{\beta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} AIV_i(R_3, \theta) \cos\left(\frac{k\pi}{\beta}(\theta - \theta_i)\right) d\theta \\
&= \frac{2}{\beta} \sum_{m=1}^{\infty} CIV_{4i} \left(R_4^{\frac{2m\pi}{\delta}} R_3^{\frac{m\pi}{\delta}} + R_3^{\frac{m\pi}{\delta}} \right) Ic(m, i, k) \quad (A.20)
\end{aligned}$$

- **La condition au limite (III.75) :**

$$\frac{\mu_0 J_i}{2} \left(\frac{R_4^2}{R_3} - R_3 \right) = \frac{1}{\delta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} H_{\theta i}^{III}(R_3, \theta) d\theta = \frac{1}{\delta} \left(\frac{CIII_{1i}}{R_3} \beta \right) \quad (A.21)$$

$$\begin{aligned}
\frac{m\pi}{\delta} CIV_{4i} \left(R_4^{\frac{2m\pi}{\delta}} R_3^{\frac{m\pi}{\delta}-1} + R_3^{\frac{m\pi}{\delta}-1} \right) &= \frac{1}{\delta} \int_{\theta_i}^{\theta_i+\beta} H_{\theta i}^{III}(R_3, \theta) \cos\left(\frac{m\pi}{\delta} \left(\theta - \left(\theta_i + \frac{\beta - \delta}{2} \right) \right)\right) d\theta = \\
&= \frac{1}{\delta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k\pi}{\beta} \left(CIII_{3i} R_3^{\frac{k\pi}{\beta}-1} - CIII_{4i} R_3^{\frac{k\pi}{\beta}-1} \right) Ic(m, i, k) \quad (A.22)
\end{aligned}$$

Pour les fonctions $Gs(n, i, k)$, $Gc(n, i, k)$, $Ic(m, i, k)$, elles sont données comme suit :

- Expression de la fonction $Gs(n, i, k)$

Si : $\beta \neq \frac{k\pi}{np}$:

$$Gs(n, i, k) = \frac{2np\beta^2 \cos\left(\frac{np\beta}{2}\right) \cos(np\theta_i)}{(k\pi)^2 - (np\beta)^2} \quad (A.23)$$

Si : $\beta = \frac{k\pi}{np}$:

$$Gs(n, i, k) = \frac{-1}{4np} \left(2k\pi \sin\left(\frac{k\pi}{2} - np\theta_i\right) + \cos(np\theta_i + \frac{3k\pi}{2}) - \cos\left(\frac{k\pi}{2} - np\theta\right) \right) \quad (A.24)$$

- Expression de la fonction $Gc(n, i, k)$

Si : $\beta \neq \frac{k\pi}{np}$:

$$Gc(n, i, k) = -\frac{2np\beta^2 \cos(\frac{np\beta}{2}) \cos(np\theta_i)}{(k\pi)^2 - (np\beta)^2} \quad (\text{A.25})$$

Si : $\beta = \frac{k\pi}{np}$:

$$Gc(n, i, k) = \frac{1}{4np} (2k\pi \cos(\frac{k\pi}{2} - np\theta_i) + \sin(np\theta_i + \frac{3k\pi}{2}) + \sin(\frac{k\pi}{2} - np\theta)) \quad (\text{A.26})$$

- Expression de la fonction $Ic(n, i, k)$

Si : $\delta \neq \frac{k\pi}{np}$:

$$Ic(m, i, k) = \frac{2m\beta^2 \delta \cos(\frac{m\pi\beta}{2\delta}) \sin(\frac{m\pi}{2})}{\pi((k\delta)^2 - (m\beta)^2)} \quad (\text{A.27})$$

Si : $\delta = \frac{k\pi}{np}$:

$$Ic(n, i, k) = \frac{\delta}{4\pi k} \sin(\frac{m\pi}{2}) (2k\pi \sin(\frac{k\pi}{2}) + \cos(\frac{3k\pi}{2})) \quad (\text{A.28})$$

ملخص

تحت ظل فرضيات مبسطة، يعرض هذا العمل نماذج تحليلية ثنائية الأبعاد مبنية على حل معادلات ماكس وال في الإحداثيات القطبية داخل الأجزاء المهمة في الآلات الكهربائية المتزامنة ذات المغناطيس الدائم الموجود على مساحة سطح الدوار. تهدف الخطة إلى إيجاد معادلة وشكل موجة المجال المغناطيسي و منها عزم التمسك. في خطوة أولى، اتخذنا نموذج تحليلي لمعادلة بواسون، استنادا إلى طريقة فصل المتغيرات، ثم تناولنا في الخطوة الثانية كذلك نمودجا تحليليا دقيقا للآلة ذات المغناطيس الجيبي في النظام الخطي. وفي الأخير قمنا بمقارنة نتائج النموذجين التحليلين مع نتائج الطريقة العددية المتمثلة في العناصر المنتهية

كلمات مفاتيح: المحركات المتزامنة، المغناطيس الدائم، المجال المغناطيسي، عزم التمسك، العناصر المتناهية.

Résumé

Sous des hypothèse simplificatrices, ce travail expose des modèles analytiques bidimensionnel, basés sur la résolution analytique des équations de Maxwell en utilisant en première étape la formulation en potentiel scalaire pour calculer les champs magnétiques, couple de détente pour différentes structures de machine synchrone, afin de sélectionner les structures les plus performantes. En deuxième étape une méthode analytique (sous domaine) basés sur la résolution analytique des équations du potentiel vecteur pour chaque partie de la machine. Finalement un calcul numérique des machines synchrones à aimants permanents en utilisant un logiciel de calcul basé sur les éléments finis (FEMM), spécialement dédié aux machines électriques. On a effectué une comparaison des résultats obtenus à partir des modèles analytiques développés avec ceux issus de la méthode des éléments finis.

Mots clés : Moteur synchrone, Aimants permanents, Champ magnétique, Couple de détente, Eléments finis.

Abstract

Under simplifying assumptions consistent with the objective, The first, we developed a model to study two-dimensional, based on analytical resolution of Maxwell's equations using in the first step, the scalar potential formulation for calculating magnetic fields, cogging torque, for different machine structures, to select the most efficient structures. In the second step an analytical method (subdomain) based on the analytical resolution of the potential equations for each part of the machine. Finally a numerical calculation of magnet synchronous machines using calculation software based on finite elements specially dedicated to electric machines. We conducted a comparison of results obtained from the analytical model developed with those from the finite element method.

Key words: Synchronous motor, Permanent magnet, Magnet flux density, Cogging torque, Finite-element.