



ométries des espaces de Banach et analyse harmonique

# UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

Remerciements

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

**Domaine :** Mathématiques et Informatique

**Filière :** Mathématiques

**Option:** Géométries des espaces de Banach  
et analyse harmonique

**Par**

**Toumi Aziza**

**Sujet**

*Généralisation des intégrales oscillantes  
de type de Corput*

**Dirigé par :**

Mr. Moussai Madani

**Promotion: 2011/2012**

# Table des matières

Introduction

1. Dérivation

1.1. Préparations théoriques

1.2. Démonstration de la dérivation

## Résumé:

*La théorie des intégrales oscillantes est basée sur un lemme dû à Van Der Corput. Dans ce travail, on propose une généralisation du lemme où nous donnons une nouvelle procédure de dérivation. Dans une autre partie il s'agit de l'appliquer à la continuité- $L^2$  de l'opérateur de Hilbert, et à la fonction maximale*

## Abstract:

*The oscillating integrals theory is based on a Van Der Corput's lemma. In this work, we propose a generalisation of the lemma, where we give a new procedure of dérivation, and we apply it to the  $L^2$ -continuity of Hilbert, in an other, we apply it two to the maximal function.*

Bibliographie

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Dérivation</b>	<b>2</b>
1.1 Préparation théorique . . . . .	2
1.2 Définition de la dérivation . . . . .	4
1.3 Exemples de dérivations . . . . .	4
<b>2 Généralisation du théorème de Van Der Corput</b>	<b>7</b>
2.1 Théorème principal:([8]) . . . . .	7
2.1.1 Preuve du théorème principal . . . . .	8
2.1.2 Corollaires . . . . .	12
<b>3 Applications</b>	<b>14</b>
3.1 Application à la transformation de Hilbert . . . . .	14
3.1.1 lemme de Nestlerode . . . . .	16
3.1.2 Définition(l'opérateur de Hilbert): . . . . .	19
3.1.3 Théorème(de Nestlerode) . . . . .	20
3.2 Application à la fonction maximale . . . . .	21
3.2.1 Définition(La fonction maximale): . . . . .	21
3.2.2 Théorème ([9]): . . . . .	21
3.2.3 Preuve: . . . . .	21
<b>Bibliographie</b>	<b>27</b>

# Introduction

Le lemme de Van Der Corput est l'un des outils fondamentaux en analyse harmonique pour estimer les intégrales oscillantes de la forme:

$$I(\lambda) = \int_a^b e^{i\lambda f(x)} \Psi(x) dx, \quad (\forall \lambda > 0),$$

tel que  $\Psi(x) \equiv 1$ .

Si  $f'$  est monotone et  $|f^{(n)}(t)| > 1$ . Alors,

$$|I(\lambda)| \leq c_n \lambda^{-\frac{1}{n}}.$$

Cette inégalité présente la forme standard de ce lemme, la preuve est donnée par Zygmund (pour  $n = 1$  et  $n = 2$ ) en 1959, puis par E. Stein pour  $n$  quelconque en 1993.

Dans ce travail, on propose une généralisation du lemme où nous donnons une nouvelle procédure de dérivation qui remplace la dérivation habituelle dans les hypothèses du lemme.

Le sujet s'articule en trois parties, dans §1 on définit la nouvelle procédure de dérivation et nous donnons quelques exemples, dans §2 on démontre la généralisation du lemme de Van Der Corput, dans §3 on applique cette généralisation pour démontrer le théorème de Nestlerode ([9]) pour la continuité- $L^2(\mathbb{R}^n)$  de l'opérateur de Hilbert, puis on l'applique aussi à la fonction maximale.

# Bibliographie

- [1] A. Zygmund, *The Trigonometric series*. Vol. 1. 2., Cambridge Univ. Press., London 1959 (2<sup>nd</sup> ed. 1968).
- [2] D. Dalal. *Les intégrales oscillantes*, Master. Univ M'sila 2011.
- [3] E. M. Stein and S. Wainger, The estimation of an integral arising in multiplier transformations, *Studia Math.* 35 (1970), 101-104.
- [4] E.M. Stein, *Harmonic Analysis*. Princeton Univ. Press., New Jersey 1993.
- [5] E. M. Stein, *Singular integrals and differentiability properties*, Princeton Univ. Press 1970.
- [6] E. M. Stein, Maximal functions: homogeneous curves, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 73 (1976), 2176-2177.
- [7] Michel Plancherel, « Contribution à l'étude de la représentation d'une fonction arbitraire par les intégrales définies », dans *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, vol. 30, 1910, p. 298-335
- [8] Salah -Edine ALLAOUI et Madani MOUSSAI, Le lemme de Van Der Corput pour les intégrales oscillantes, *Univ Sidi Bel-Abbès. Annales de Mathématiques. U S B* ,7(2000)39-45.
- [9] W.C. Nestlerode, Singular integrals and maximal functions associated with highly monotone curves. *Trans. A.M.S.*, Vol . 267, N°2, *October* 1981.