

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



Numéro de série :

Numéro d'inscription :

Thèse

Présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT SCIENCES

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Energétique

THEME

**Etude de la stabilité de l'écoulement du fluide conducteur
entre deux cylindres coaxiaux sous champ magnétique**

Présenté par

BENHACINE Hamza

Soutenue le : **22 / 5 / 2023**

Devant le jury composé de :

<u>Nom & Prénom</u>	<u>Grade</u>	<u>Etablissement</u>	<u>Qualité</u>
BAKHTI Fatima Zohra	M.C.A	Université Med Boudiaf, M'sila	Présidente
SALMI Mohamed	Professeur	Université Med Boudiaf, M'sila	Encadreur
MAHFOUD Brahim	Professeur	Université Akli Mohand Oulhadj, Bouira	Co-encadreur
TAALOUB Djedid	M.C.A	Université Med Boudiaf, M'sila	Examineur
GOUIDMI Hamza	M.C.A	Université Med El Bachir el Ibrahimi, BBA	Examineur
HAMIMID Saber	M.C.A	Université Med El Bachir el Ibrahimi, BBA	Examineur

Année universitaire : 2022/2023

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
الحمد لله رب العالمين وأصلي وأسلم على حبيبنا ومعلمنا وقائدنا محمد
صلى الله عليه و سلم تسليما كثيرا وعلى آله وصحبه أجمعين.

Dédicaces

...Je dédie ce modeste travail

À

... Mes très chers parents

... Ma chère femme

...Mes chères enfants

....Mes chères frères et sœurs

... Toute ma famille et amis

Merci à tous

Hamza

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma gratitude envers mon Dieu qui m'a accordé le courage et la patience nécessaires pour mener à bien ce modeste travail.

Je souhaite exprimer ma profonde reconnaissance et mes sincères remerciements à mon encadreur, Mohamed SALMI, Professeur à l'Université de Msila, J'ai eu l'opportunité de travailler sous la supervision de quelqu'un qui m'a apporté beaucoup de satisfaction. Ses conseils, ses remarques constructives et son approche rigoureuse ont été essentiels pour que je puisse mener à bien cette tâche.

Je suis extrêmement reconnaissant envers mon co-encadreur, Brahim MAHFOUD, Professeur à l'Université de Bouira, pour avoir partagé avec moi sa vaste expérience et sa compétence technique dans ce domaine qui m'a passionné. Grâce à lui, j'ai pu avancer sereinement et aboutir à cette thèse. Je suis sincèrement reconnaissant envers lui pour sa disponibilité, ses encouragements, ses conseils, ses qualités humaines et son optimisme constant.

Je souhaite également remercier chaleureusement Madame Dr. BAKHTI Fatima Zohra, M. C. A à l'Université de M'sila, d'avoir acceptée d'examiner mon travail et de présider le jury de ma soutenance. C'est un honneur pour moi.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements aux membres du jury : Dr. TAALOUB Djedid, M. C. A à l'Université de M'sila, Dr. GOUIDMI Hamza, M. C. A à l'Université Med El Bachir el Ibrahim, BBA, et Dr. HAMIMID Saber, M. C. A à l'Université Med El Bachir el Ibrahim, BBA. Je les remercie infiniment d'avoir accepté de faire partie du jury et d'avoir consacré du temps à la lecture, à l'évaluation et à la critique de ce travail.

J'adresse ma plus profonde reconnaissance à Monsieur Mehdi KHALFI, M. C. A à l'Université Kasdi Merbah Ouargla, et à Monsieur Abdelkader FILALI, M. C. A à l'Université des Frères Mentouri Constantine 1, pour leurs précieux avis scientifiques. Je les remercie pour leur disponibilité et leurs conseils durant les moments les plus difficiles.

Enfin, un grand merci à ma famille, en particulier à mes parents, ma femme et mes enfants, pour leur soutien inconditionnel. Je n'oublie pas mes frères et mes amis proches qui ont été présents et m'ont encouragé sans relâche.

Table des matières

Liste des figures	v
Liste des tableaux	vii
Résumé	viii
ملخص.....	x
Nomenclature.....	xi
Introduction Générale.....	1
Chapitre 1 Revue Bibliographique.....	4
1.1 INTRODUCTION	4
1.2 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	4
1.2.1 Écoulement d'un fluide couplé avec transfert de chaleur	4
1.2.2 Écoulement convectif lié à la rotation d'un disque	5
1.2.3 Le mécanisme de pompage d'Ekman dans l'écoulement rotatif.....	6
1.2.4 Ecoulement Magnétohydrodynamique.....	7
1.2.5 L'influence de la géométrie et du gradient thermique sur la formation de petits tourbillons, avec et sans l'application d'un champ magnétique	7
CHAPITRE 2 GEOMETRIES ET FORMULATION MATHEMATIQUES	33
2.1 INTRODUCTION	33
2.2 DESCRIPTION DU PROBLEME ETUDIE	33
2.3 MODELISATION ET MISE EN EQUATION	35
2.3.1 Hypothèses simplificatrices	35
2.3.2 Équations de transport	35
2.3.3 Formes adimensionnelles des équations.....	37
2.3.4 Les conditions aux limites et initiales	39
2.3.5 Forme générale des équations du problème	40
2.4 OUTILS D'ANALYSE DE L'ÉCOULEMENT	42
CHAPITRE 3 METHODES NUMERIQUE.....	43
3.1 DEFINITION ET METHODE NUMERIQUE	43
3.2 PRINCIPE DE LA METHODE.....	43
3.3 MAILLAGE	44
3.4 DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRANSPORT	46
3.4.1 Intégration du flux total	47
3.4.2 Intégration du terme source.....	47
3.5 DISCRETISATION SPATIALE	48
3.5.1 Schémas de discrétisation.....	49
3.5.2 Discrétisation des termes sources.....	50

3.6	RESOLUTION DES EQUATIONS ALGEBRIQUES	51
3.6.1	<i>Introduction</i>	51
3.6.2	<i>Algorithme SIMPLER</i>	51
3.6.3	<i>Séquences de l'algorithme SIMPLER</i>	54
CHAPITRE 4 RESULTATS ET DISCUSSION		55
4.1	INTRODUCTION	55
4.2	PARTIE I : EFFET DE L'ESPACE ANNULAIRE SUR LA STABILITE DE L'ECOULEMENT	56
4.2.1	<i>Maillage et validation des résultats</i>	56
4.2.2	<i>Résultats et discussions de la première partie</i>	57
4.2.2.1	L'influence des espaces annulaires sur les zones de l'éclatement tourbillonnaire	59
4.2.2.2	Effet des gradients thermiques sur l'éclatement tourbillonnaire et les couches de fluide	62
4.2.2.3	Transfert de chaleur	65
4.2.2.4	Effet du champ magnétique sur les couches de fluide	66
4.2.3	<i>Conclusion de la partie I</i>	69
4.3	PARTIE II : EFFET DE RAPPORT D'ASPECT ET DU NOMBRE DE PRANDTL SUR LA STABILITE DE L'ECOULEMENT	71
4.3.1	<i>Maillage et validation des résultats</i>	71
4.3.2	<i>Résultats et discussions de la deuxième partie</i>	73
4.3.2.1	Effet du rapport d'aspect et de la vitesse de rotation sur l'écoulement	75
4.3.2.2	Effet de flottabilité sur l'éclatement des tourbillons et les couches de fluide	79
4.3.2.3	Transfert de chaleur	87
4.3.2.4	Effet magnétique sur les couches de fluide	89
4.3.3	<i>Conclusion de la partie II</i>	94
Conclusion Générale		96
Bibliographie		98

Liste des figures

Figure 1.1 : Diagramme de stabilité élaboré expérimentalement par Escudier [17].....	8
Figure 1.2 : Configuration géométrique de Mahfoud et Bessaïh [24]	9
Figure 1.3 : Configuration géométrique de Bessaïh et al [25]	10
Figure 1.4 : Schéma expérimental du projet prévu pour le centre de Dresden, qui se concentre sur l'étude de la stabilisation des bains fondus (El Gallaf [26]).....	11
Figure 1.5 : Configuration géométrique de Mahfoud et al [27]	12
Figure 1.6 : Configuration géométrique de Yu et al [28].....	12
Figure 1.7 : Configuration géométrique de Serizawa et al [29]	13
Figure 1.8 : Configuration géométrique de Li et al [31] (Coupe transversale du fluide dans un écoulement annulaire)	14
Figure 1.9 : Configuration géométrique de Bendjaghlouli et al. [32]	15
Figure 1.10 : Configuration géométrique de Mahfoud et Bendjaghlouli [33]	16
Figure 1.11 : Configuration géométrique de Mebarek-Oudina et al [34].....	17
Figure 1.12 : Configuration géométrique d'Iwatsu [35]	18
Figure 1.13 : Configuration géométrique d'Okulov et al. [37]	19
Figure 1.14 : Configuration géométrique de Yalagach et Salih [38]	19
Figure 1.15 : Configuration géométrique de Carrion et al [39]	20
Figure 1.16 : Configuration géométrique de Bouabdallah et Boughzala. [40]	20
Figure 1.17 : Configuration géométrique de problème numérique Carrion et al [41]	21
Figure 1.18 : (a) Photo et (b) schéma du montage expérimental (Carrion et al) [41]	21
Figure 1.19 : Configuration géométrique de Mahfoud et al [42]	23
Figure 1.20 : Configuration géométrique de Kharicha et al. [43]	23
Figure 1.21 : Configuration géométrique de Mununga et al [44]	24
Figure 1.22 : Configuration géométrique de Dash et Singh [45]	25
Figure 1.23 : Configuration géométrique de Mahfoud et al [47]	27
Figure 1.24 : Configuration géométrique de Kakarantzas et al [48]	27
Figure 1.25 : Configuration géométrique de Mahfoud [49].....	28
Figure 1.26 : Configuration géométrique de Mebarek-Oudina et al [50]	29
Figure 1.27 : Configuration géométrique de Mahfoud et Moussaoui [51]	30
Figure 1.28 : Configuration géométrique de Dash et al [52]	30
Figure 1.29 : Configuration géométrique de Mahfoud [53].....	30
Figure 2.1 : Géométrie du problème	34

Figure 2.2 : Schéma représentant les conditions aux limites du problème adimensionnel.....	41
Figure 3.1 : Volume de contrôle principal tridimensionnel	44
Figure 3.2 : Transformation du volume fini en une projection sur (r, θ)	45
Figure 3.3 : Transformation du volume fini en une projection sur (r, z)	45
Figure 3.4 : Transformation du volume fini en une projection sur (r, θ)	45
Figure 4.1 : Comparaison avec les résultats numériques de Yu et al. [28] (à gauche) et de Kakarantzas et al. [48] (à droite).....	57
Figure 4.2 : Evolution des vitesses (en haut) radiale et azimuthale (en bas) la vitesse axiale en fonction du temps, au point $(r=0.5, z=0.75)$	58
Figure 4.3 : Lignes de courant tracées dans le plan midian pour le cas de $\gamma = 1.5$ pour trois espaces annulaires $R=0.7, 0.8$ et 0.9 (de gauche à droite) et différents nombres de Reynolds, Re	60
Figure 4.4 : Titre Limites de la zone d'éclatement pour différents rapport d'aspect.....	61
Figure 4.5 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridiens pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Re = 1500, \gamma = 1.5$ et $Pr = 0.032$	63
Figure 4.6 : Effet du nombre de Richardson sur le nombre de couches de stratification de l'écoulement formées et sur la fonction de courant Ψ_{max}	64
Figure 4.7 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson pour différents espaces annulaires.....	66
Figure 4.8 : Effet magnétique sur les lignes de courant et les isothermes dans les plans méridionaux lorsque $Re = 1500, \gamma = 1.5, Ri = 2$. et $R = 0.7, R = 0.8, R = 0.9$.	67
Figure 4.9 : Réduction magnétique du nombre de couches de fluide VS Ha lorsque $Ri=2$ et $Pr=0.032$	68
Figure 4.10 : Le diagramme $(Ha_{cr} - Ri)$ montre les limites de la transition de la zone à couches multiples de fluide à la zone à couche unique	69
Figure 4.11 : Comparaison avec Mahfoud et al. [42] et Kakarantzas et al. [48].....	72
Figure 4.12 : Evolution de la vitesse v au point de surveillance $(r = 0.493, z = 0.975)$	74
Figure 4.13 : Isothermes pour différents rapports d'aspect avec $Ri = 0, Re=2000$ et $R=0.9$	76
Figure 4.14 : Iso-contours de la fonction de courant dans le cas de $\gamma = 1.5$ pour $R = 0.9$ à différents nombres de Reynolds, Re	77
Figure 4.15 : Position centrale du tourbillon sur l'axe z et l'axe r en fonction de Re	78
Figure 4.16 : Les limites de la zone d'éclatement tourbillonnaire des présents résultats ($R=0.9$) comparées avec de l'expérience d'Escudier [17] pour $R=1.0$	79

Figure 4.17 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridionaux pour une augmentation de Ri lorsque $Pr = 0.015$	80
Figure 4.18 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridiens pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Pr = 0.025$	83
Figure 4.19 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridiens pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Pr = 0.032$	85
Figure 4.20 : Effet du nombre de Richardson sur le nombre de couches d'écoulement formées .	86
Figure 4.21 : Effet du nombre de Richardson sur le nombre de Nusselt moyen	89
Figure 4.22 : Lignes de courant dans les plans méridiens dans le cas de $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ pour des nombres de Hartmann progressivement croissants ($Ha = 1, 5, 7, 9$).....	90
Figure 4.23 : Lignes de courant et isothermes superposées pour Ha croissant lorsque $Pr = 0.032$ et $Ri = 1.0$	91
Figure 4.24 : Iso-contours de la vitesse axiale dans le plan méridien (en haut) parcourus par la structure spatiale de la vitesse axiale nulle (en bas) pour augmenter Ha lorsque $Pr = 0.032$ et $Ri = 1.0$ au cas C.....	92
Figure 4.25 : Réduction du nombre de couches de fluide VS Ha lorsque $Ri = 2.0$ et $Pr = 0.032$	92
Figure 4.26 : (a-b) Les courbes de Hacr en fonction de Ri montrent les limites de la transition entre les couches multiples du fluide et la monocouche.....	94

Liste des tableaux

Tableau 2.1: Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée.....	41
Tableau 4.1: Tailles de grille utilisées dans le numérique	56
Tableau 4.2: Effet du maillage sur les valeurs de (Nu) pour $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ lorsque $Ri = 1.0$ et $Ha = 5$	56
Tableau 4.3: Tailles de grille utilisées dans le numérique	71
Tableau 4.4: Test d'indépendance de la grille pour le cas $Pr = 1500$, $Ri = 1.0$ et $Ha = 5$	72

Résumé

Nous présentons dans cette thèse une simulation numérique de la convection mixte d'un fluide électriquement conducteur en rotation dans un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux verticaux. La stabilité de l'écoulement est obtenue en appliquant un champ magnétique externe. Cette recherche vise à étudier la zone d'éclatement tourbillonnaire, la marge de stabilité et les couches fluides de l'écoulement en rotation entre deux cylindres coaxiaux verticaux sous l'effet d'un gradient thermique et d'un champ magnétique axial. Les équations gouvernantes de Navier Stokes, de température et de potentiel électrique sont résolues à l'aide de la méthode des volumes finis.

Cette étude est divisée en deux parties : la première partie présente un fluide visqueux conducteur (l'alliage plomb-lithium (*PbLi*)) caractérisé par un petit nombre de Prandtl ($Pr = 0.032$) et placé dans l'espace entre deux cylindres coaxiaux. La combinaison du rapport d'aspect, $\gamma = 1.5$ et du nombre de Reynolds, $Re = 1500$ pour trois espaces annulaires ($R = 0.7, 0.8$ et 0.9) est comparée en termes de stabilité d'écoulement et de taux de transfert de chaleur. Sans champ magnétique, la décomposition du vortex se produit près du cylindre intérieur en raison de l'action croissante de pompage d'Ekman. Les structures en couches fluides sont développées par la compétition entre la flottabilité et les forces visqueuses. L'augmentation de l'amplitude du champ magnétique ralentit l'apparition de l'instabilité oscillatoire et provoque la disparition de l'éclatement tourbillonnaire (vortex breakdown) et réduit le nombre de couches fluides. Les limites dans lesquelles le vortex breakdown se manifeste et la limite de transition entre multiples couches de fluide et une seule couche de fluide sont établies.

La deuxième partie de cette étude présente une comparaison de trois combinaisons de rapports d'aspect (γ) et de nombres de Reynolds (Re). L'action de pompage établit une circulation secondaire le long du plan méridien de l'espace annulaire. Pour certaines combinaisons, l'éclatement de vortex s'est produit près de la paroi interne. La bifurcation sous forme de plusieurs couches de fluide devient apparente lorsque la différence de température dépasse une valeur critique. Ces couches fluides jouent le rôle d'isolant thermique et limitent les échanges thermiques entre le haut chaud et le bas froid des cylindres coaxiaux. La décomposition du vortex et les couches de fluide pourraient être supprimées par le champ magnétique; l'augmentation du nombre de Hartmann (Ha) freine l'écoulement peut être. Des diagrammes représentant l'effet de l'augmentation du nombre de Richardson (Ri) sur les couches fluides sont établis. Ensuite, des diagrammes de stabilité correspondant à la transition de la zone à plusieurs

couches de fluide vers la zone à une seule couche de fluide en fonction du nombre de Prandtl (Pr) sont obtenus.

Abstract

This study presents numerical simulations of mixed convection involving a conducting fluid within an annular region bounded by two vertical coaxial cylinders. Flow stability is achieved by applying an external magnetic field. The objective of this research is to investigate the vortex breaking region, stability margin, and fluid layers within the rotating flow between the vertical coaxial cylinders under the influence of a thermal gradient and an axial magnetic field. The finite volume method is employed to solve the governing Navier Stokes, temperature and potential equations..

The study is divided into two main parts. In the first part, a viscous conducting fluid with a small Prandtl number ($Pr = 0.032$) is considered, and it is placed in the annular space between two coaxial cylinders. The influence of different aspect ratios ($\gamma = 1.5$) and Reynolds numbers $Re = 1500$ is investigated for three different annular spaces ($R = 0.7, 0.8$ and 0.9) in terms of flow stability and heat transfer rate. In the absence of a magnetic field, vortex breakdown occurs near the inner cylinder due to the enhanced pumping effect of the Ekman boundary layer. The development of fluid layer structures is influenced by the competition between buoyancy and viscous forces. By increasing the strength of the magnetic field, the onset of the oscillatory instability is delayed, leading to the disappearance of vortex breakdown and a reduction in the number of fluid layers. The study establishes the limits at which a vortex breakdown bubble occurs and the transition boundaries from multiple fluid layers to a single fluid layer.

The second part of this study focuses on comparing three different combinations of aspect ratios (γ) and Reynolds numbers (Re). The pumping action induces a secondary circulation along the meridional plane of the annulus. In certain combinations, a vortex-breaking bubble forms near the inner wall. When the temperature difference exceeds a critical value, a bifurcation occurs, resulting in the formation of multiple fluid layers. These fluid layers act as thermal insulators, restricting heat exchange between the hot upper region and the cold lower region of the coaxial cylinders. The presence of a magnetic field can suppress vortex decomposition and the formation of fluid layers. By increasing the Hartmann number (Ha), the number of fluid layers decreases. Diagrams illustrating the impact of increasing the Richardson number (Ri) on the formation of fluid layers are presented. Additionally, stability diagrams are obtained to depict

the transition from the multi-fluid layer region to the single-fluid layer region as the Prandtl number (Pr) increases.

ملخص

نقدم في هذه الأطروحة محاكاة عددية للحمل الحراري المختلط لمائع موصل كهربائي في فراغ حلقي بين أسطوانتين متمحورتين. يتم تحقيق استقرار التدفق من خلال تطبيق مجال مغناطيسي خارجي. يهدف هذا البحث الى دراسة منطقة تكون الدوامة ومجال استقرار السريان وطبقات السوائل تحت تأثير التدرج الحراري والمجال المغناطيسي العمودي. يتم حل معادلات سريان المائع و الحرارة و الجهد الكهربائي باستخدام طريقة الأحجام المنتهية.

الدراسة مقسمة الى جزئين : يقدم الجزء الأول سائلا لزجا موصلا للكهرباء يتميز برقم برونديل صغير $Pr=0.032$ متموضع في الفراغ بين أسطوانتين متحدتين المحور. تمت مقارنة نسبة العرض الى الارتفاع، ورقم رينولدز Re ، لثلاث مسافات حلقة R من حيث ثبات التدفق ومعدل نقل الحرارة . بدون مجال مغناطيسي يحدث انهيار الدوامة بالقرب من الأسطوانة الداخلية بسبب زيادة عمل الضخ لطبقة ايكمان الحدودية. يتم زيادة طبقات المانع من خلال المنافسة بين قوى الطفو واللزوجة. تؤدي الزيادة في سعة المجال المغناطيسي الى ابطاء ظهور عدم الاستقرار التذبذبي مما يؤدي الى اختفاء انهيار الدوامة وتقليل عدد طبقات السائل. يتم انشاء الحدود التي تظهر داخلها فقاعة تفكك دوامة وحدود الانتقال من طبقات السوائل المتعددة الى الطبقة السائلة الواحدة.

يقدم الجزء الثاني من هذه الدراسة مقارنة بين ثلاث مجموعات من نسب العرض الى الارتفاع وأرقام رينولدز Re يؤدي الضخ الي سريان ثانوي على طول الجدار الداخلي للفضاء الحلقي. يصبح التشعب في شكل عدة طبقات من السائل واضحا عندما يتجاوز فرق درجة الحرارة قيمة حرجة. تعمل طبقات السوائل هذه كعازل حراري وتحد من التبادل الحراري بين الجزء العلوي الساخن والجزء السفلي البارد للأسطوانات المحورية. يمكن أن يتم كبح انهيار الدوامة وطبقات السوائل بواسطة المجال المغناطيسي، زيادة رقم هارتمان من شأنه أن يقلل من عدد طبقات السوائل، يتم رسم المخططات التي تمثل تأثير زيادة رقم رينشاردسون Ri على عدد طبقات السوائل. بعد ذلك، يتم الحصول على مخططات الاستقرار المقابلة للانتقال من منطقة طبقة السوائل المتعددة الى منطقة الطبقة السائلة الواحدة بدلالة برونديل Pr

Nomenclature

A_I	Aires des faces du volume de contrôle ($I = N, S, E, W, B, T, P$)	
a_I	Coefficients dans le système d'équation algébrique discrétisées ($I = N, S, E, W, B, T, P$)	
$A P$	Fonction d'un schéma numérique en fonction du Nombre de Peclet	
b	Terme source dans le système d'équation algébrique Discrétisée	
B	Champ magnétique	(Tesla)
C_p	Chaleur spécifique à pression constante	(J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)
C_r, C_θ, C_z	Flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions, r, θ et z .	
D	Terme de diffusion dans le système d'équations algébriques discrétisées.	
\vec{E}	Champ électrique local	
$\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_r$	Les vecteurs unitaires respectivement des directions radiale, axiale et azimutale	
F	Terme de convection dans le système d'équations algébriques discrétisées.	
F_{Lr}	Forces de Lorentz adimensionnelle dans la direction radiale	
F_{Lz}	Forces de Lorentz adimensionnelle dans la direction axiale	
$F_{L\theta}$	Forces de Lorentz adimensionnelle dans la direction azimutale	
f'_{Lr}	Composantes de la force électromagnétique de Lorentz radiale	(N.m ³)
f'_{Lz}	Composantes de la force électromagnétique de Lorentz axiale	(N.m ³)
$f'_{L\theta}$	Composantes de la force électromagnétique de Lorentz azimutale	(N.m ³)
g	Accélération de la pesanteur	(m. s ⁻²)
Gr	Nombre de Grashof ($= \beta (T_h - T_c) gR^3 / \nu^2$)	
H	Hauteur du cylindre	(m)
Ha	Nombre de Hartmann ($= BR\sqrt{\sigma/\rho\nu}$)	
\vec{j}	Densité volumétrique de courant	(A. m ⁻³)
j_r, j_z, j_θ	Les composantes du vecteur densité de courant électrique	

J_r, J_z, J_θ	Les courants électriques adimensionnels dans les directions radiale, axiale et azimutale	
\overline{Nu}	Nombre de Nusselt moyen	
Nu	Nombre de Nusselt local	
m	Mode azimutal	
P'	La pression	$(N \cdot m^{-2})$
P^*	Estimation de la pression	$(N \cdot m^{-2})$
P	La pression adimensionnelle	
P_i	Nombre de Peclet ($= \frac{F_i}{D_i}$)	
Pr	Nombre de Prandtl ($= \nu/\alpha$)	
r'	Direction radiale	(m)
R	Espace annulaire	(m)
r	Rayon adimensionnelle du cylindre	
Ra	Nombre de Rayleigh ($= Pr \cdot Gr$)	
Re	Nombre de Reynolds ($= \Omega R^2/\nu$)	
Re_{cr}	Nombre de Reynolds critique	
Re_m	Nombre de Reynolds magnétique ($= \mu_0 \sigma \Omega R$)	
Ri	Nombre de Richardson ($= Gr/Re^2$)	
R_{in}	Rayon du cylindre intérieur	(m)
R_0	Rayon du cylindre extérieur	(m)
R_m	Résidu massique	
S_\emptyset	Terme source	
S_c	La partie indépendante de la variable Φ du terme source	
S_p	La partie dépendante de la variable Φ du terme source	
S_\emptyset	Le terme source moyen de la variable Φ	
T	Température	(K)

t	Temps	(s)
T_c	Température de disque froid	(K)
T_h	Température de disque chaud	(K)
u, v, w	Composantes des vitesses adimensionnelles.	
u', v', w'	Composantes des vitesses selon les directions r, z et θ	(m/s)
u^*, v^*, w^*	Estimation de la vitesse selon les directions r, z et θ	(m/s)
\vec{V}	Vecteur de la vitesse dans le plan méridien.	
z'	Direction axiale	(m)
z	Hauteur adimensionnelle.	

Symboles grecques

α	Diffusivité thermique du fluide	$m^2 \cdot s^{-1}$
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante	K^{-1}
γ	Rapport d'aspect	
θ	Direction azimutale	(rad)
μ_m	Perméabilité magnétique	(H. m-1)
μ	Viscosité dynamique	(kg. m-1.s-1)
μ_0	Perméabilité magnétique du vide (H. m-1).	
ν	Viscosité cinématique	(m ² .s-1)
ρ	Masse volumique	(kg. m-3)
σ	Conductivité électrique	(Ω -1.m-1)
τ	Temps adimensionnel.	
λ	Conductivité thermique	(w. m-1. K-1)
φ	Potentiel électrique	(V)
ω	Vorticité adimensionnelle	
$\Delta\tau$	Incrément adimensionnel du temps	
$\Delta r, \Delta z, \Delta\theta$	Dimensions du volume de contrôle considéré.	

ψ	Fonction de courant adimensionnelle.	
Ω	Vitesse angulaire	(rad. s-1)
Φ	Potentiel électrique adimensionnel	
Θ	Température adimensionnelle	
ϕ	Variable dépendante	
Γ_ϕ	Coefficient de diffusion	

Indices

c	Relatif à la paroi froide
h	Relatif à la paroi chaude
E, W, N, S, B, T	Nœud considéré du côté Est, West, Nord, Sud, arrière et avant respectivement du nœud P
e, w, n, s, b, t	Faces Est, Ouest, Nord, Sud, arrière et avant du volume de contrôle
P	Nœud considéré du maillage

Introduction Générale

Les énergies renouvelables présentent une faiblesse en ce sens que leur installation et leur expansion engendrent des coûts significatifs, en particulier par rapport aux parcs nucléaires qui ont déjà été amortis depuis plusieurs années. Cependant, les réacteurs à fusion nucléaire restent un bon candidat pour les futures sources d'énergie renouvelables. Un métal liquide à haute température comme l'alliage plomb-lithium (*PbLi*) est utilisé par les couvertures de fusion par confinement magnétique (MCF), comme réfrigérant/régénérateur de tritium. L'avancement de la recherche dans le domaine des couvertures LM-MCF nécessite l'existence de connaissances qui se développent parallèlement à la compréhension des écoulements de métaux liquides à haute température sous le contrôle du champ magnétique de confinement du plasma. Les couvertures à parois liquides doivent être de type allongé. La configuration coaxiale peut être utilisée par les couvertures de fusion par confinement magnétique (MCF). Cette géométrie est devenue intéressante pour l'étude expérimentale des fluides conducteurs avec mouvement de rotation. Cette géométrie est particulièrement intéressante pour les chercheurs qui ajustent avec précision le nombre de Reynolds conduit sur de petits espaces annulaires. De nombreux types de recherches sont menés sur ce sujet concernant différentes géométries, transferts de chaleur et champs magnétiques.

- **Objectif de l'étude**

L'objectif du présent travail est une contribution pour compléter la littérature en étudiant la stabilité de l'écoulement du fluide électriquement conducteur entre deux cylindres coaxiaux sous champ magnétique. En commençant à définir la zone d'éclatement du vortex ou vortex breakdown (Le mot "rupture de vortex" ou "éclatement de vortex" est utilisé pour désigner le désordre brusque d'un vortex qui se produit lorsqu'un rapport des composantes de vitesse axiale à azimutale varie brusquement). Par suite nous déterminant les limites dans lesquelles le vortex breakdown se manifeste et la limite de transition entre multiples couches de fluide et une seule couche de fluide.

Dans une première partie, notre effort se concentrera sur l'éclaircissement de l'effet des espaces annulaires sur la d'éclatement du vortex (apparition et suppression) dans laquelle trois espaces annulaires sont comparés. Le deuxième objectif est d'identifier l'intensité du champ

magnétique correspondant à l'élimination du bulle vortex. Le troisième objectif est de préciser le rôle du gradient de température sur l'apparition de la bifurcation sous forme des couches fluides stratifiées. Enfin, il s'agit de préciser l'intensité du champ magnétique correspondant à la suppression des couches fluides. Par conséquent, nous présentons les limites de stabilité correspondant au domaine où la stratification ne produit pas.

Dans une seconde partie, le premier objectif consiste à clarifier les effets du rapport d'aspect et du taux de rotation sur la décomposition des tourbillons (apparition et suppression). Le deuxième objectif est de préciser le rôle du gradient de température sur l'apparition de la bifurcation sous forme de couches fluides entre deux cylindres verticaux coaxiaux dans lesquels trois fluides conducteurs visqueux sont comparés. Enfin, il s'agit de préciser les nombres de Hartmann critiques, Ha_{cr} correspondant à la suppression des couches fluides. Par conséquent, nous présentons les limites de stabilité correspondant au domaine où la stratification ne se produit pas. L'écoulement est généré par les forces combinées de flottabilité et de rotation du disque inférieur, étudié dans la gamme $0 \leq Ri \leq 2$, et pour trois combinaisons (*cas A* : $Re = 1500, \gamma = 1.5$) ; (*cas B* : $Re = 1855, \gamma = 2.0$) et (*cas C* : $Re = 2400, \gamma = 2.5$) et pour un seul jeu annulaire ($R = 0.9$)

- **Organisation du mémoire**

Le sujet est abordé dans **le premier chapitre**, mettant en évidence son intérêt pratique, qui vient en second lieu pour comprendre l'impact du gradient vertical de température et la stabilité des écoulements rotationnels restreints avec et sans champ magnétique. L'instabilité hydrodynamique et thermique de la convection forcée et mixte dans des configurations comparables à celle abordée dans notre travail fait donc l'objet d'une étude bibliographique.

Pour un écoulement laminaire d'un fluide conducteur avec des paramètres physiques constants, nous décrivons la formulation mathématique du problème physique dans **le deuxième chapitre**, qui aboutit aux équations de conservation tridimensionnelles pour la masse, la quantité de mouvement, l'énergie et le potentiel électrique. Les conditions initiales et aux limites, tant dynamiques que thermiques, sont expliquées en détail.

Le troisième chapitre se focalise sur l'exposition de la méthode numérique employée pour discrétiser les équations de conservation, en se basant sur la méthode des volumes finis. On utilise un schéma aux différences centrées pour discrétiser les termes de convection, et l'algorithme "SIMPLER" est adopté pour le couplage vitesse-pression. Les équations algébriques sont résolues grâce à l'algorithme TDMA.

Le quatrième chapitre résume l'ensemble des résultats de cette étude, qui sont divisés en deux parties principales. Chaque partie comporte une validation du code de calcul, une analyse du maillage utilisé, ainsi que des résultats obtenus qui sont commentés. Chaque partie se conclut par une conclusion spécifique.

Enfin, une conclusion générale est proposée, mettant en évidence les principaux résultats de l'étude.

Chapitre 1

Revue Bibliographique

1.1 Introduction

La stabilité des écoulements rotationnels est un sujet très vaste, pertinent pour un grand nombre d'applications. Le problème de stabilité de l'écoulement rotationnel est très subtil du fait de deux effets opposés :

- Les effets d'instabilité, liés à un déséquilibre de la force centrifuge, par exemple dû à un frottement avec une paroi ; on parle alors d'instabilité centrifuge.
- Un effet de stabilisation, qui est lié à la réduction des perturbations le long de l'axe de rotation ; ainsi la rotation tend à bidimensionnaliser l'écoulement.

Ces difficultés rendent presque impossible de trouver une solution exacte. Dans cette situation, il est essentiel de mener des expériences ou des simulations numériques pour étudier la stabilité des écoulements rotatifs en analysant les mécanismes physiques impliqués. Ce champ de recherche est dynamique tant du point de vue expérimental que numérique.

1.2 Revue bibliographique

1.2.1 Écoulement d'un fluide couplé avec transfert de chaleur

Dans diverses applications d'ingénierie impliquant la convection, l'écoulement et l'échange thermique à l'intérieur d'un espace annulaire cylindrique sont influencés par deux phénomènes fondamentaux : la convection naturelle due à la gravité (poussée d'Archimède) et la convection forcée provoquée par un mouvement imposé, comme la rotation d'un cylindre interne. Ces problèmes sont communément appelés convection mixte. Les premières tentatives d'étude de ce problème ont été réalisées par **Baker et Kaye [1]**, qui ont expérimentalement étudié des cas d'écoulement axial sans rotation, de rotation cylindrique interne sans écoulement axial à travers l'espace annulaire, et d'écoulement axial combiné à une rotation du cylindre interne. L'objectif principal consistait à établir le taux global de transfert de chaleur à travers l'espace annulaire,

sans accorder une attention particulière à la stabilité hydrodynamique de l'écoulement. Des études numériques réalisées par **Bali et Farouk [2]** ont examiné la formation de différentes cellules de Taylor et l'effet de la rotation et de la poussée d'Archimède sur les phénomènes de bifurcation. Le nombre $Ri = Gr/Re^2$ est utilisé pour caractériser la convection mixte. Le rapport d'aspect Γ a été varié de 4 à 5,9, tandis que le rapport de rayon a été maintenu constant à 0,5 pour présenter les résultats.

Randriamampianina et al. [3] ont mené une étude numérique afin de caractériser le déplacement d'un fluide de Boussinesq en rotation soumis à un gradient thermique radial. Le modèle physique considère un fluide encadré par deux cylindres verticaux isothermes, avec deux plaques planes à l'extérieur. Les parois radiales présentent une distribution linéaire de température. L'approche numérique adoptée repose sur une méthode spectrale Tau-Chebyshev, et les résultats obtenus ont été confrontés à des méthodes asymptotiques pour comparaison. L'attention est principalement portée sur les mouvements d'un gaz (avec $Pr = 0.71$) enfermé dans un anneau de section carrée $\Gamma = 1$, où les paramètres physiques varient comme suit : $0 \leq Re \leq 2500$; $10^2 \leq Ra \leq 10^5$; $0 \leq Fr \leq 25$ (Fr désigne le nombre de Froude de rotation, qui quantifie l'importance relative de l'accélération centrifuge par rapport à la gravité). Les deux régimes, convectif et conductif, sont caractérisés par les variations de vitesse maximale.

Yang et Farouk [4] ont étudié les instabilités hydrodynamiques et thermiques qui se produisent dans les écoulements de Taylor à l'intérieur de l'espace annulaire entre deux cylindres horizontaux concentriques. Les chercheurs ont présenté les résultats d'une analyse numérique tridimensionnelle impliquant un cylindre interne chauffé et en rotation. Les valeurs des paramètres utilisées se situaient dans les intervalles suivants : $0 < Re < 130$, $1 < \Gamma < 10$ et $0 < Gr < 6944$ tandis que le rapport de rayons R a été maintenu constant à 2.6. Pour obtenir les résultats, ils ont employé la méthode de solution de type SIMPLE (**Patankar [5]**).

1.2.2 Écoulement convectif lié à la rotation d'un disque

Lorsqu'un disque tourne à l'intérieur d'une cavité cylindrique, l'écoulement du fluide qui en résulte présente une apparence complexe. Diverses études théoriques et expérimentales ont été réalisées, dont une grande partie se concentre sur des problèmes liés aux machines tournantes, aux turbomachines (**Owen [6]**), aux systèmes de disques de stockage dans l'industrie électronique (**Humphrey et al. [7]**), aux chambres de combustion avec turbulence (**Riahi [8]**), et aux centrifugeuses (**Matsuda et al. [9]**).

Pao [10] a été pionnier dans la tentative de résoudre numériquement l'écoulement à l'intérieur d'une cavité en rotation. Son étude s'est principalement axée sur l'écoulement permanent engendré par la rotation d'un disque dans une cavité cylindrique avec un rapport de forme $\Gamma = 1$. Pour résoudre les équations de la quantité de mouvement en régime laminaire, Pao a choisi d'utiliser la méthode des différences finies. Cependant, il a rencontré des difficultés pour obtenir une convergence lorsque les nombres de Reynolds dépassaient 200.

Bar-Yoseph et al. [11] ont utilisé la méthode des éléments finis, qui présente l'avantage principal de traiter les configurations géométriques complexes avec flexibilité. Cependant, ils ont rencontré des difficultés de convergence pour les nombres de Reynolds élevés. Il a été démontré dans l'étude **Chew [12]** que la convergence lente de la solution numérique est attribuable à l'instabilité de l'écoulement physique. Dans cette optique, l'auteur propose une amélioration de la résolution de la couche d'Eckman, qui est la couche limite formée à la surface du disque en rotation, afin d'améliorer la convergence. De plus, quelques améliorations de la méthode de correction de pression de l'algorithme SIMPLE (développée par **Patankar [5]**) sont également suggérées.

Dijkstra et von Heijst [13] ont entrepris une étude combinant des approches numériques et expérimentales de l'écoulement entre deux disques en rotation à l'intérieur d'une cavité cylindrique. Différentes configurations ont été étudiées, notamment un disque fixe, un disque en rotation, ainsi que deux disques en rotation, tous avec une cavité ayant un rapport de forme de $\Gamma = 0,07$ et des nombres de Reynolds compris entre 100 et 1000. Les résultats expérimentaux ont démontré une concordance satisfaisante avec ceux obtenus par la méthode des différences finies. Afin d'assurer une solution numérique adéquate, une transformation de coordonnées a été employée. La plupart des calculs ont été effectués avec une grille de 20×20 , où chaque couche limite sur les disques représentait 30 % des points de la grille le long de l'axe axial. Un test numérique a révélé la présence d'oscillations pour $Re = 1000$ avec une grille uniforme le long de l'axe axial. Cependant, ces oscillations ont disparu lorsqu'une transformation de coordonnées a été utilisée.

1.2.3 Le mécanisme de pompage d'Ekman dans l'écoulement rotatif

Le phénomène de pompage d'Ekman se produit lorsque un fluide visqueux est en contact avec un disque tournant infini. Le disque exerce une force d'attraction sur le fluide le long de la région centrale, près de l'axe de rotation, l'accélération radialement et l'entraînant vers l'extérieur dans une couche limite appelée couche d'Ekman, dont l'épaisseur est de l'ordre de $1/\sqrt{Re}$. À

proximité de la paroi latérale du cylindre, le fluide adopte un mouvement de spirale en se déplaçant vers l'extrémité opposée du cylindre. Cependant, loin des parois, un équilibre s'établit entre les forces centrifuges et le gradient radial de pression (**Davidson [14]**), ce qui entraîne l'apparition d'un écoulement secondaire présentant une recirculation méridienne.

1.2.4 Ecoulement Magnétohydrodynamique

L'écoulement magnétohydrodynamique MHD est un écoulement de fluides conducteurs en présence d'un champ magnétique. Contrairement à l'écoulement hydrodynamique classique, cet écoulement présente des caractéristiques très différentes. Lorsque le métal fondu se déplace le long des lignes de champ magnétique, il engendre un courant électrique qui interagit avec le champ magnétique, créant ainsi une force électromagnétique motrice (EM) qui agit à l'encontre du mouvement du liquide. Même en présence d'un champ magnétique faible, une force électromagnétique d'amortissement est générée, ce qui permet de supprimer la turbulence et l'instabilité dans la plupart des mouvements. Cette action réduit significativement la présence de micro-défauts dans les cristaux. Le taux d'amortissement dépend de la force et de l'orientation du champ magnétique par rapport à la circulation convective (**Bessah et al. [15]**).

1.2.5 L'influence de la géométrie et du gradient thermique sur la formation de petits tourbillons, avec et sans l'application d'un champ magnétique

En accord avec le thème de cette thèse, cette revue de littérature présente une synthèse des études analytiques, numériques et expérimentales portant sur :

- l'effet du champ magnétique sur la stabilité de l'écoulement et le transfert de chaleur.
- la convection mixte d'un fluide conducteur dans un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux verticaux.

Dans le cas hydrodynamique, l'augmentation de la vitesse de rotation accélère le fluide et conduit à la création d'une bulle d'éclatement de vortex qui s'est produite sur le cylindre intérieur. Le disque inférieur en écoulement de base sert de pompe, aspirant le fluide axialement et le refoulant dans une spirale vers l'extérieur. C'est la première expérience de visualisation a révélé que ce vortex subit une rupture qui est présentée par **Vogel [16]** et dessine également une courbe montrant les limites dans chaque rupture de vortex survenue. Ensuite, **Escudier [17]** Escudier [17] a mené une étude expérimentale en utilisant la technique de fluorescence induite par laser pour visualiser l'écoulement tourbillonnaire d'un fluide (mélange de glycérine et d'eau)

remplissant tout le volume d'une enceinte cylindrique avec un fond rotatif. Dans cette étude, En examinant le comportement de l'écoulement en présence d'une, deux ou trois bulles de rupture de vortex, il a construit un diagramme de stabilité basé sur le rapport d'aspect du cylindre H/R et le nombre de Reynolds en rotation $\Omega R^2/\nu$, comme représenté dans la figure (1.1). Le diagramme illustre les seuils des nombres de Reynolds au-delà desquels l'écoulement devient oscillatoire, même à des valeurs élevées. Cela peut se manifester par un phénomène de rupture du vortex, avec la présence possible de une, deux ou trois bulles stationnaires successives. Une observation notable des expériences d'Escudier concerne la préservation notable de la symétrie axiale à l'intérieur de l'écoulement permanent, avec une perte minimale.

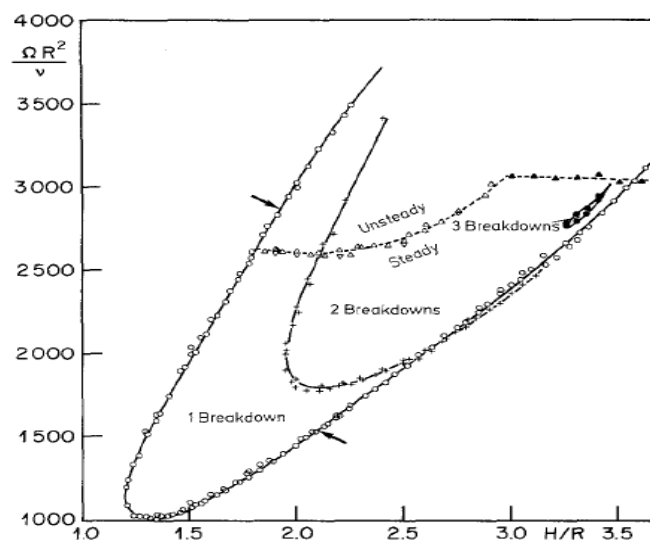


Figure 1.1 : Diagramme de stabilité élaboré expérimentalement par Escudier [17].

Il est à noter que plusieurs études existent dans la littérature portant sur l'examen de diverses méthodes utilisées pour contrôler la décomposition des vortex, telles que l'application d'une différence de température entre deux parois dans une direction précise (**Ismadi et al. [18]; Herrada et Shtern [19]**). Le traitement de la croissance cristalline est l'une des nombreuses applications pratiques qui combine l'écoulement rotatif avec le transfert de chaleur. La direction du gradient thermique peut être la cause de l'augmentation ou de la diminution d'un écoulement de stratification (**Omi et Iwatsu 20; Mahfoud et Bessaïh [21]**) et d'une réduction du nombre de Nusselt (**Turan et al. [22]; Quaresma et al. [23]**).

L'une des méthodes mises en œuvre par les chercheurs pour contrôler ou supprimer l'éclatement tourbillonnaire est l'utilisation de la magnétohydrodynamique. La revue de la littérature sur les problèmes de convection a confirmé qu'un champ magnétique est utilisé pour stabiliser la perturbation dans le mouvement du fluide et contrôler le champ de vitesse ;

(Mahfoud et Bessaih [24]) Dans cet article, une étude numérique des écoulements tourbillonnaires avec transfert de chaleur générés par deux disques d'extrémité rotatifs (co- et contra-rotatifs) à l'intérieur d'une enceinte cylindrique ayant un rapport d'aspect égal à 2, rempli d'un métal liquide, et soumis à un vertical gradient de température et un champ magnétique axial est étudié (Fig 1.2). Les équations de Navier-Stokes, d'énergie et de potentiel ainsi que les conditions aux limites appropriées sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. Les champs de débit et de température sont présentés par fonction de courant et isothermes, respectivement. Cet écoulement présente une instabilité élevée et offre une diversité remarquable de structures. En régime oscillatoire, des résultats sont présentés pour différentes valeurs du nombre de Hartmann, $Ha = 5, 10, 20$ et 30 et des nombres de Richardson, $Ri = 0, 0.5, 1, 2$ et 4 , afin de voir leurs effets sur la valeur du seuil critique de Nombre de Reynolds, Re_{cr} . Des diagrammes de stabilité sont établis en fonction des résultats numériques de cette enquête. Ces diagrammes montrent la dépendance de Re_{cr} avec l'augmentation de Ha pour différentes valeurs de Ri . L'écoulement entre disques d'extrémité co-rotatifs est très différent de l'écoulement entre disques d'extrémité contrarotatifs. Pour conclure, cette étude confirme la faisabilité de stabiliser un écoulement de métal liquide en appliquant un champ magnétique axial.

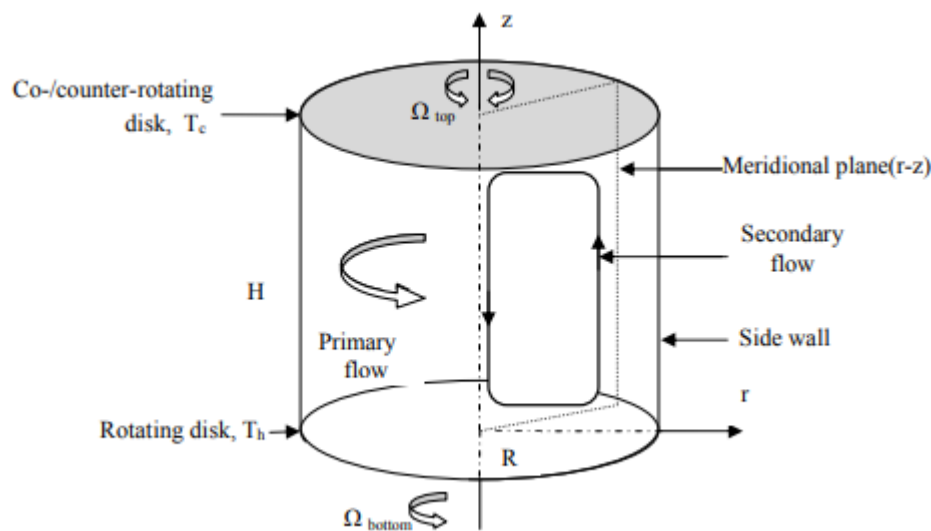


Figure 1.2 : Configuration géométrique de Mahfoud et Bessaih [24].

Bessaïh et al. [25] ont effectué une étude combinée numérique et analytique de l'écoulement de métal liquide (Fig 1.3). Leur étude met en évidence l'impact significatif de la configuration de l'écoulement et du transfert de chaleur, qui varie en fonction du champ magnétique appliqué et de la conductivité électrique des parois du cylindre. Ceci est particulièrement pertinent pour les écoulements à Prandtl élevé, afin d'établir une analogie avec le problème de transfert de masse. Lorsque le champ magnétique est absent, on observe une

corrélation similaire entre le nombre de Nusselt et celui observé dans un réservoir cylindrique agité par une turbine à aubes. En revanche, en présence du champ magnétique, une forte réduction du transfert de chaleur est observée, indiquant un amortissement significatif. Certains résultats obtenus numériquement ont également été dérivés analytiquement en utilisant des solutions asymptotiques pour les champs de pression et V_h . Cette solution analytique peut constituer une première étape vers l'élaboration d'une solution complète et exacte des champs de vitesse, de température et de concentration d'espèces à l'intérieur de l'enceinte.

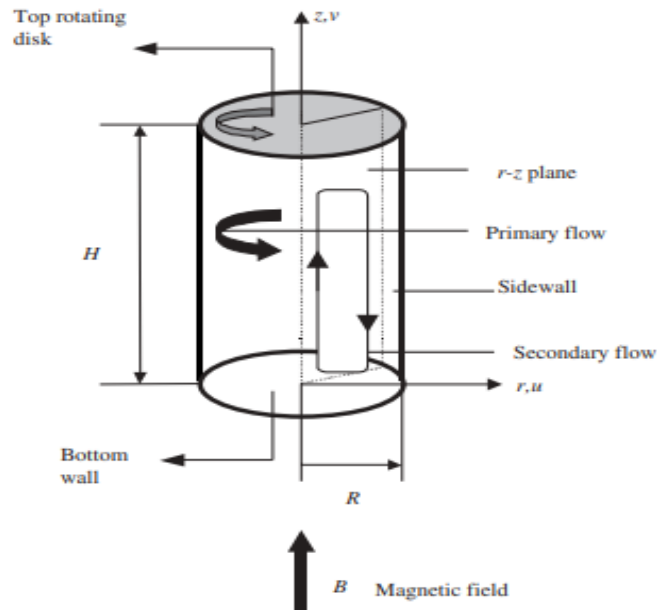


Figure 1.3 : Configuration géométrique de Bessaih et al. [25].

El Gallaf [26] a mené une étude portant sur l'évolution de la convection à partir de diverses perturbations de l'état conductif dans une couche fluide confinée à l'intérieur d'une cavité cylindrique. Dans cette configuration, la cavité est chauffée par le bas et possède une surface supérieure libre (voir Figure 1.4). La méthode des éléments spectraux est utilisée pour la discrétisation spatiale du domaine, tandis qu'une méthode de Splitting est employée pour les itérations temporelles. Lorsque la convection se déclenche, les structures convectives adoptent des modes de Fourier spécifiques, et les seuils critiques dépendent du rapport de forme de la cavité ainsi que des nombres de Biot et de Marangoni qui décrivent les caractéristiques de la surface libre. Les transitions des écoulements au-delà du seuil primaire sont évaluées de manière quantitative en fonction du nombre de Rayleigh, en tenant compte de différentes valeurs du nombre de Biot et de Marangoni ($Ma=0$). Les résultats exposés sont le fruit d'une résolution simultanée, à l'aide d'une méthode de continuation, de toutes les équations non linéaires de conservation. Ensuite, nous explorons l'influence d'un champ magnétique constant sur des fluides conducteurs dans une configuration semblable, comprenant une surface supérieure libre.

Les résultats soulignent la capacité du champ magnétique à stabiliser les seuils primaires et son influence sélective sur les divers modes de convection. L'analyse se concentre sur la progression des structures convectives au-delà de ces seuils et met en évidence comment le champ magnétique altère les transitions entre ces structures. Lorsqu'un bain fondu est soumis à un champ magnétique rotatif, il se produit une combinaison entre le mouvement de rotation du fluide et les mouvements de convection thermique. Cette interaction conduit à une réduction des variations de température et à un retard dans l'émergence de l'instabilité de Rayleigh-Bénard. Ce phénomène est particulièrement observable lorsque les parois supérieure et inférieure du bain sont rigides.

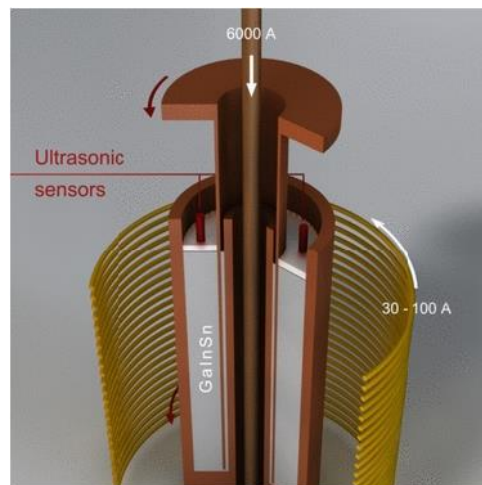


Figure 1.4 : schéma expérimental du projet prévu pour le centre de Dresden, qui se concentre sur l'étude de la stabilisation des bains fondus El Gallaf [26].

Mahfoud et al. [27] ont analysé numériquement l'effet d'un champ magnétique axial externe sur l'écoulement de métal liquide produit par la co-rotation des disques supérieur et inférieur dans un conteneur cylindrique vertical avec un gradient de température vertical (Fig 1.5). Les équations de Navier-Stokes, d'énergie et de potentiel ainsi que les conditions aux limites appropriées ont été résolues à l'aide de la méthode des volumes finis. Des comparaisons avec les résultats précédents ont été effectuées et se sont avérées en excellent accord. On a remarqué que le nombre de Reynolds augmente et que l'état de base axisymétrique perd de sa stabilité pour les motifs circulaires de tourbillons axisymétriques et d'ondes spirales. En ce qui concerne la convection mixte, le mode axisymétrique disparaît, donnant un mode asymétrique $m = 1$. Il a également été constaté que les seuils primaires, Re_{cr} correspondant aux modes $m = 1$ et $m = 2$, augmentent avec une augmentation du nombre de Hartmann (Ha). On peut donc conclure que lorsque l'amplitude du champ magnétique dépasse une certaine valeur, l'instabilité devient une bifurcation stationnaire. Suite aux résultats numériques obtenus lors de cette enquête, des

diagrammes de stabilité ont finalement été élaborés. Ces diagrammes illustrent la variation des seuils primaires en fonction du nombre de Hartmann, en prenant en compte différentes valeurs du nombre de Richardson.

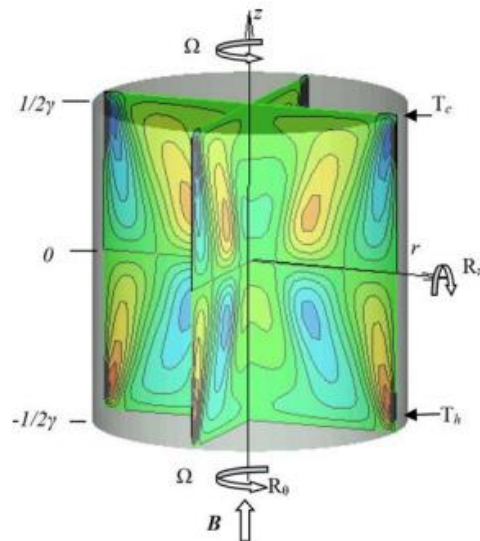


Figure 1.5 : Configuration géométrique de Mahfoud et al. [27]

Yu et al. [28] ont étudié les effets d'un champ magnétique uniforme axial sur l'éclatement du vortex dans l'écoulement tourbillonnant, qui est stable, axisymétrique et généré par la rotation du couvercle supérieur d'un cylindre fermé (Fig 1.6). Un solveur spectral de collocation est développé. Après validation par des problèmes dynamiques et magnétohydrodynamiques (MHD), il est appliqué pour la solution de l'écoulement tourbillonnaire dans un cylindre fermé avec un rapport hauteur/largeur (hauteur/rayon) de $1.5 \leq \gamma \leq 2$. En présence d'un champ magnétique uniforme, les effets du champ magnétique sur les longueurs sans dimension du vortex le long de l'axe z et les positions centrales du vortex sur l'axe z sont analysées.

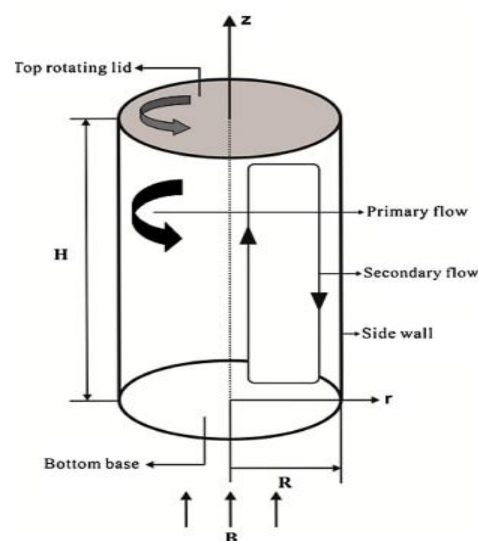


Figure 1.6 : Configuration géométrique de Yu et al. [28]

Les conductivités du couvercle supérieur, de la base inférieure et de la paroi latérale sont prises en compte. Les résultats montrent que, pour différentes conditions aux limites électriques, les comportements du vortex sont significativement différents et même inverses. En particulier, lorsque le couvercle rotatif supérieur est le seul parfaitement conducteur, les effets magnétiques sont les plus forts.

Serizawa et al. [29] ont étudié expérimentalement l'effet magnétohydrodynamique (MHD) sur l'écoulement diphasique Nak-azote (nitrogène) et le transfert de chaleur dans un tube rond vertical dans un champ magnétique transversal (Fig 1.7). Cette étude a couvert un large éventail de schémas d'écoulement diphasique allant de l'écoulement à bulles à l'écoulement annulaire/annulaire-dispersé, y compris l'observation des schémas d'écoulement et les mesures des distributions de phases, le comportement du film liquide et les coefficients de transfert de chaleur. Les effets du MHD sur les structures d'écoulement locales et les mécanismes de transfert de chaleur ont été discutés sur la base de ces mesures. Ils ont été constatés que l'application d'un champ magnétique entraînait un comportement asymétrique significatif à la fois dans les structures d'écoulement diphasique et dans le transfert de chaleur. La dépendance angulaire du transfert de chaleur dans l'écoulement annulaire/dispersé annulaire est particulièrement soulignée.

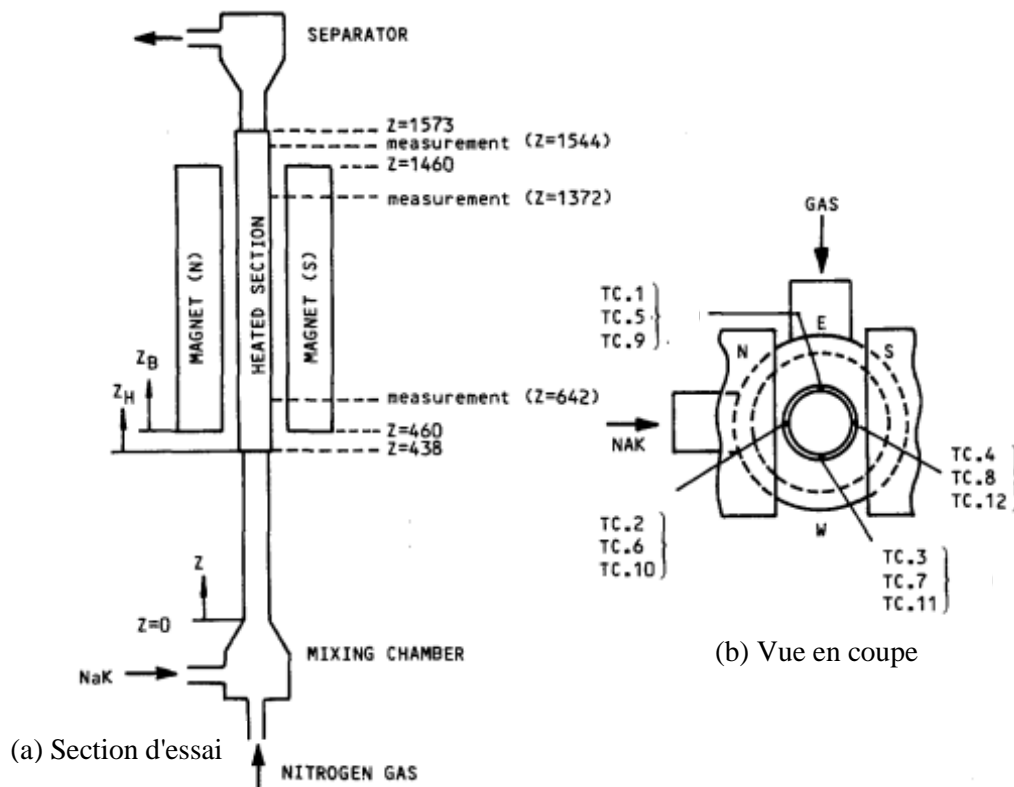


Figure 1.7 : Configuration géométrique de Serizawa et al. [29]

Mahfoud et Bessaih [30] ont simulé des écoulements magnétohydrodynamiques (MHD) convectifs libres et forcés combinés stables tridimensionnels dans une cavité cylindrique remplie d'un métal liquide et soumis à un gradient de température vertical et à un champ magnétique axial. Le forçage correspond à un écoulement tourbillonnaire produit par contre-rotation des disques supérieur et inférieur. Une analyse est effectuée pour étudier les conséquences du champ magnétique sur les champs d'écoulement et de température. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'état initial qui est axisymétrique devient instable ce qui entraîne l'apparition de différents écoulements complexes. Des modes azimutaux axisymétriques ($m = 0$) et asymétriques $m = 1$ et $m = 2$ sont observés. Le mode azimutal $m = 3$ est trouvé lorsque le nombre de Hartmann, Ha est suffisamment grand. Dans le cas de la convection mixte, $m=1$ devient le mode dominant à la place de $m=0$. Le diagramme de stabilité ($Re_{cr}-Ha$) correspondant au passage d'un écoulement axisymétrique à un écoulement non-axisymétrique par des valeurs croissantes du nombre de Richardson est obtenu.

Li et al. [31] ont étudié numériquement l'effet magnétohydrodynamique (MHD) sur les structures d'écoulement et les caractéristiques de transfert de chaleur pour un écoulement annulaire métal liquide-gaz sous un champ magnétique transversal (Fig 1.8). Les couches latérales, dans lesquelles la vitesse a augmenté, sont apparues près des parois latérales est et ouest dans un écoulement MHD annulaire comme dans un écoulement MHD de métal liquide monophasique. La distribution de la température dans le film liquide et la distribution du nombre de Nusselt dans la direction angulaire ont été influencées par les structures d'écoulement avec les couches latérales. Par conséquent, le taux de transfert de chaleur était plus élevé sur les parois latérales est/ouest que sur les parois sud/nord. La chute de pression dans l'écoulement annulaire MHD est du même ordre de grandeur que dans l'écoulement monophasique du tuyau MHD dans des conditions d'écoulement de métal liquide similaires.

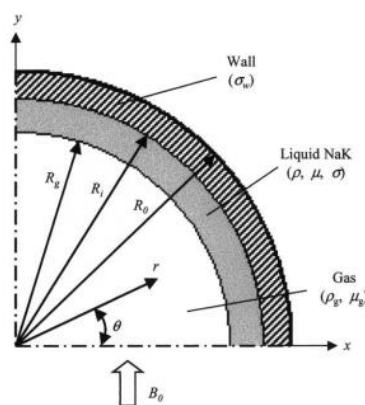


Figure 1.8 : Configuration géométrique de Li et al. [31] (Coupe transversale du fluide dans un écoulement annulaire).

L'influence de la géométrie et du gradient thermique pour générer de petits tourbillons avec et sans champ magnétique appliqué, **Bendjaghlouli et al. [32]** ont examiné dans leur étude (Fig 1.9) les conséquences d'un champ magnétique axial sur le mouvement généré par la contre-rotation des disques supérieur et inférieur dans un récipient conique contenant un métal liquide. Ils ont constaté une augmentation du nombre de Reynolds, une diminution de la stabilité de l'état de base axisymétrique et l'apparition d'un mode asymétrique $m = 1$. Ils ont observé une augmentation des seuils primaires associés aux modes $m = 1$ à mesure que le nombre de Hartmann (Ha) augmentait. En outre, afin de représenter les résultats numériques de cette étude, un diagramme de stabilité ($Re - Ha$) a été construit.

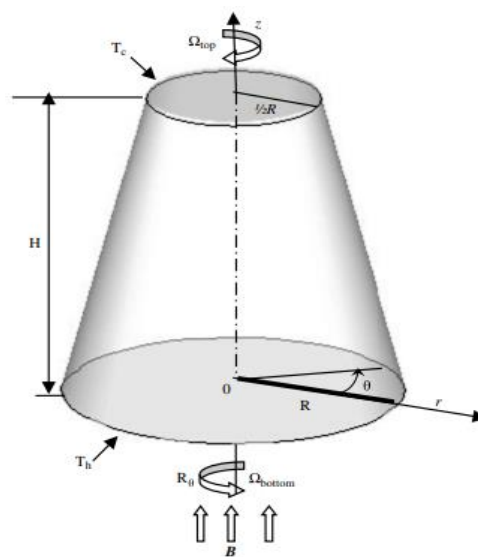


Figure 1.9 : Configuration géométrique de Bendjaghlouli et al. [32].

Des simulations numériques ont été réalisées par **Mahfoud et Bendjaghlouli [33]** afin d'étudier la convection naturelle dans un cône tronqué rempli de nanofluide. Les parois inclinées et supérieures présentent une température constante, tandis que la source de chaleur est localisée sur la paroi inférieure d'un conteneur conique isolé thermiquement (Fig 1.10). Pour étudier le système, une approche de volume fini est adoptée, et les équations fondamentales sont résolues à l'aide de l'algorithme SIMPLER. Les paramètres tels que le nombre de Rayleigh, l'angle d'inclinaison des parois inclinées et la longueur de la source de chaleur sont variés. L'utilisation d'un nanofluide a permis d'observer une amélioration du système de refroidissement, particulièrement lorsque le régime de conduction est favorisé. De plus, l'angle d'inclinaison de la paroi latérale inclinée ainsi que la longueur de la source de chaleur ont une influence significative sur le taux de transfert de chaleur et la température maximale enregistrée. Les résultats obtenus mettent en évidence l'importance de ces paramètres dans l'optimisation du

système de refroidissement et offrent des perspectives prometteuses pour des applications pratiques.

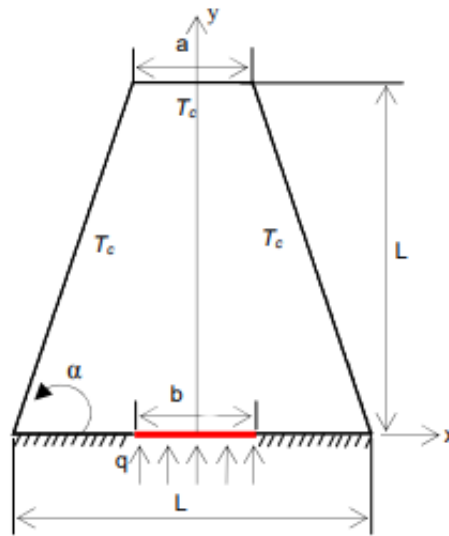


Figure 1.10 : Configuration géométrique de Mahfoud et Bendjaghlouli [33].

Mebarek-Oudinaa et al. [34] ont effectué une étude numérique sur la convection naturelle MHD dans un anneau cylindrique poreux vertical rempli de nanomatériau magnétisé. Cette étude a exploité les propriétés spécifiques des nanoliquides afin d'améliorer le processus de transfert de chaleur. Les parois supérieure et inférieure de la configuration sont isolées thermiquement, tandis que la paroi extérieure est maintenue à une température inférieure aux autres parois (voir Figure 1.11). Des simulations ont été effectuées pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, qui s'étendent de 10^3 à 10^6 , avec un rapport d'aspect $A_r = 2$, un rapport des rayons $\lambda = 2$, nombre de Hartmann ($0 \leq Ha \leq 80$), nombre de Darcy ($10^{-5} \leq Da \leq 10^{-2}$), le rapport de porosité ($0.1 \leq \varepsilon \leq 0.9$) et la fraction volumique des nanoparticules ($0 \leq \varphi \leq 0.1$). Le transfert de chaleur par convection naturelle laminaire est amélioré avec l'augmentation de la concentration en nanoparticules, du nombre de Darcy, de la porosité, du nombre de Rayleigh et de la longueur de la source, ce qui entraîne une augmentation du flux thermique transféré.

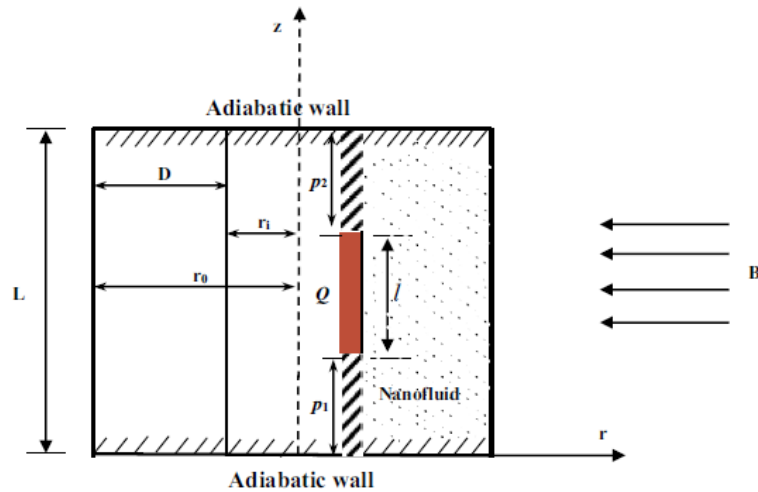


Figure 1.11 : Configuration géométrique de Mebarek-Oudina et al. [34]

Iwatsu [35] a étudié numériquement le modèle d'écoulement et les caractéristiques de transfert de chaleur des écoulements tourbillonnants confinés de fluide visqueux incompressible dans un récipient cylindrique dans le régime d'écoulement axisymétrique sous l'hypothèse de Boussinesq. Les écoulements sont entraînés en faisant tourner le couvercle supérieur à une vitesse angulaire constante et une différence de température stable est imposée entre les disques supérieur et inférieur avec les parois latérales isolées thermiquement (Fig 1.12). Des solutions en régime permanent sont obtenues pour des plages de paramètres déterminants, le nombre de Reynolds (Re) et le nombre de Richardson (Ri) dans $10^2 \leq Re \leq 3 \times 10^3$ et $0 \leq Ri \leq 1.0$ à des valeurs fixes du nombre de Prandtl $Pr = 1.0$ et du rapport d'aspect du cylindre $h = 1.0$. Pour les écoulements à petit (Ri), la circulation principale méridienne réside dans l'ensemble du conteneur convectant la chaleur du disque de haut en bas. Lorsque Ri est augmenté à l'ordre $O(10^0)$, une structure en couches horizontales apparaît avec une moitié inférieure au repos et une distribution verticalement linéaire de la température régnant dans une grande partie de la masse. Le nombre de Nusselt moyen Nu , qui reflète le changement de la structure de l'écoulement, est une fonction monotone décroissante de Ri et une fonction croissante de Re . Des résultats significatifs ont été obtenus pour des valeurs de Ri situées approximativement à l'échelle de $O(10^{-1})$. Dans cette plage, la circulation méridienne prédomine principalement dans la partie externe du cylindre ($R > 0,5$), tandis que l'écoulement se produit le long de la frontière inférieure. Différents modèles d'écoulement ont été développés en fonction des valeurs de Ri et Re .

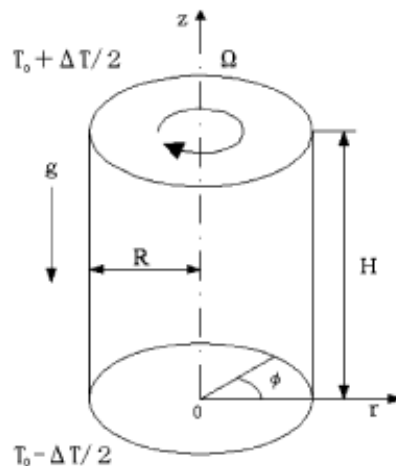


Figure 1.12 : Configuration géométrique d'Iwatsu [35].

Dans l'étude menée par **Gelfgat et al. [36]**, l'instabilité tridimensionnelle de l'écoulement axisymétrique entre un couvercle fixe et un couvercle tournant d'un cylindre a été analysée. Deux paramètres, le nombre de Reynolds (Re) et l'allongement (A), sont utilisés pour décrire les caractéristiques de l'écoulement. Les chercheurs ont principalement focalisé leur analyse sur la stabilité linéaire de l'écoulement axisymétrique. L'analyse de stabilité a été réalisée pour différentes valeurs d'allongement A réparties dans la plage ($1 < A < 3.5$). Les résultats ont démontré que les perturbations axisymétriques prédominent dans la plage ($1.63 < A < 2.76$). En dehors de cette plage, c'est-à-dire pour $A < 1.63$ et pour $A > 2.76$, l'instabilité est tridimensionnelle.

Dans leur étude, **Okulov et al. [37]** ont examiné la formation de zones de recirculation dans un écoulement régulier et visqueux à l'intérieur d'une cavité cylindrique. Pour ce faire, ils ont introduit des parois supérieure et inférieure en rotation (voir Figure 1.13). Les chercheurs ont examiné différents régimes d'écoulement en faisant modifier le nombre de Reynolds et la longueur du cylindre. Leurs observations ont révélé une étroite corrélation entre la configuration des structures de vortex et un changement de symétrie hélicoïdale des lignes. Les calculs réalisés ont confirmé que ces variations de symétrie se produisent avec l'augmentation du nombre de Reynolds, tandis que l'inversion de l'écoulement autour de l'axe central est liée à une augmentation du paramètre de torsion des lignes de vortex. De manière notable, quelle que soit la longueur ou le nombre de Reynolds, les chercheurs ont observé qu'au point de renversement de l'écoulement, le paramètre de torsion du vortex central atteint une valeur critique de 0.6.

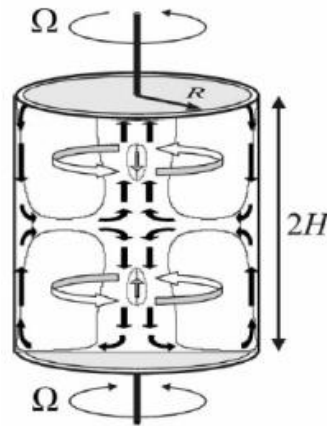


Figure 1.13 : Configuration géométrique d'Okulov et al. [37].

Yalagach et Salih [38] ont étudié l'écoulement dans une cavité cylindrique à fond tournant (Fig 1.14). La structure de l'écoulement a été régie par deux paramètres sans dimension : le nombre de Reynolds et le rapport d'aspect de la cavité. Ils ont observés que pour certaines combinaisons de nombres de Reynolds et de rapports d'aspect, un éclatement de vortex se produit et une ou plusieurs régions de recirculation le long de l'axe de rotation. Les équations tridimensionnelles de Navier - Stokes sont résolues pour trois rapports d'aspect ($AR=1.5, 2$ et 2.5) et pour divers nombres de Reynolds, où une solution stable existe. Les résultats ont été comparés à des solutions axisymétriques. Il a été observé qu'à des nombres de Reynolds plus élevés, l'écoulement passe de axisymétrique à tridimensionnel et à un nombre de Reynolds très élevé, des tourbillons en spirale contrarotatifs se forment en raison des instabilités centrifuges dans la couche de Stewartson.

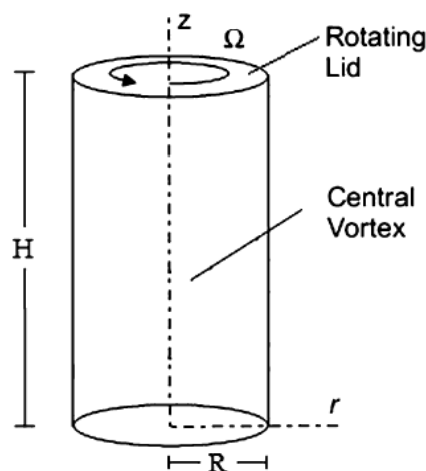


Figure 1.14 : Configuration géométrique de Yalagach et Salih [38].

Carrion et al. [39] ont fait une étude expérimentale et numérique de la formation d'une double éclatement de vortex dans un écoulement tourbillonnant de deux fluides non miscibles où de nouvelles cellules de circulation évoluent dans les deux fluides (Fig 1.15). Le couvercle

rotatif entraîne le mouvement constant axisymétrique dans un récipient cylindrique vertical étanche dont les autres parois sont fixes. Au fur et à mesure que la rotation s'intensifie, de multiples changements topologiques se produisent dans l'écoulement. Cette étude explique comment deux nouvelles cellules de circulation (bulles de décomposition de vortex) se développent presque simultanément près des centres des fluides supérieurs et inférieurs tandis que l'écoulement reste stable et axisymétrique. De tels écoulements multicellulaires peuvent aider à fournir un mélange fin, doux et non intrusif dans les réacteurs chimiques et biologiques.

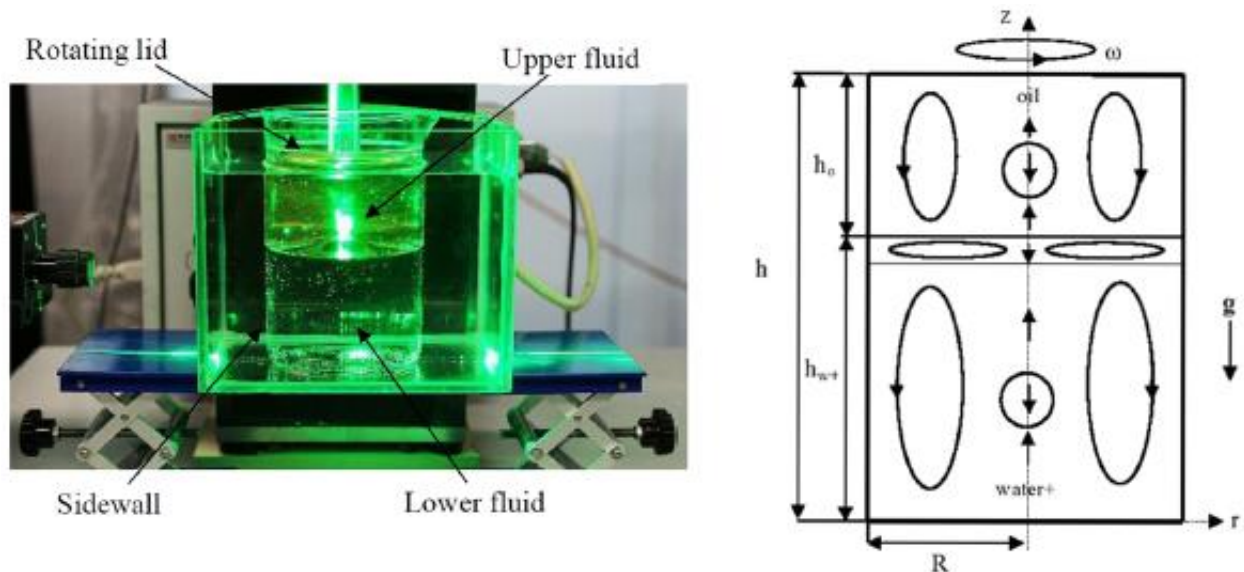


Figure 1.15 : Configuration géométrique de Carrion et al. [39]

Dans leur étude, **Bouabdallah et Boughzala [40]** ont réalisé une analyse numérique de l'écoulement rotatif généré par deux disques en rotation co-rotative ou contre-rotative à l'intérieur d'une enceinte cylindrique fixe similaire à la configuration de Czochralski (Cz). L'enceinte ayant un rapport d'aspect $A = H/R_c$ égal à 2, occupée par un fluide caractérisé par un nombre de Prandtl bas ($Pr = 0.011$) et exposée à un gradient de température vertical (voir Figure 1.16). Pour résoudre numériquement les équations régissant ce phénomène, la méthode des volumes finis a été employée. Ils ont présenté l'écoulement en régime permanent ; et ont fait une comparaison entre l'écoulement généré par les disques d'extrémité co-/contre-rotatifs. Cette étude a été réalisée pour différents nombres de Richardson ; $Ri = 0.01, 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 5$ et 10. L'effet d'orientation du champ magnétique a été également pris en compte pour des valeurs variées du nombre de Hartmann ($Ha = 0, 5, 10, 20, 30$ et 50). Les résultats obtenus ont été montrés que la stabilisation la plus forte du champ de vitesse et du transfert de chaleur se produit lorsque l'écoulement généré par les disques d'extrémité co-rotatifs et l'application du champ

magnétique dans la direction radiale ont fourni une plus grande stabilisation d'écoulement convectif.

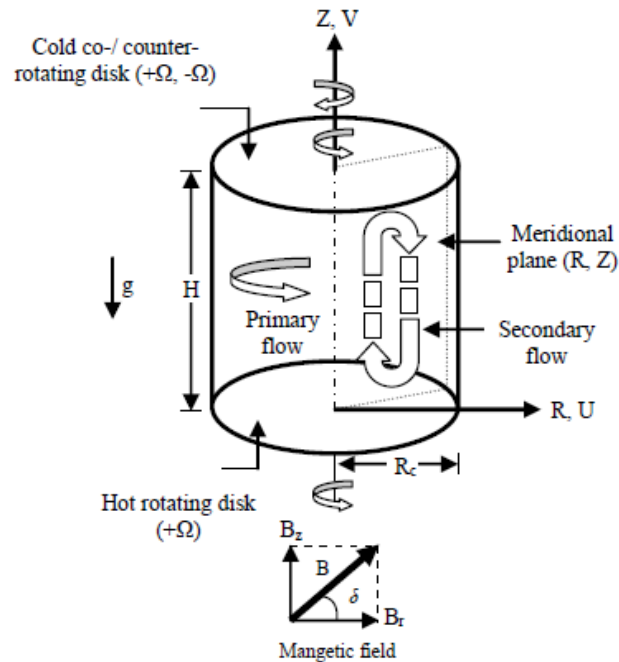


Figure 1.16 : Configuration géométrique de Bouabdallah et Boughzala. [40].

Carrion et al. [41] ont fait un travail numérique (Fig 1.17) et expérimental (Fig 1.18) explique pourquoi une bulle de rupture de vortex émerge d'abord puis disparaît à mesure que la rotation du fluide s'accélère. À cette fin, ils ont exploré un écoulement dans un récipient cylindrique scellé avec un disque d'extrémité en rotation et toutes les autres parois fixes. La rotation entraîne la circulation méridienne : le fluide remplissant le récipient s'éloigne du disque tournant le long de la paroi latérale, converge vers l'axe près du disque fixe, et remonte vers le disque tournant près de l'axe. Lorsque la vitesse de rotation Re augmente, une cellule de contre-circulation -une bulle d'éclatement de vortex (VBB)- émerge, se dilate, se contracte et disparaît. Sur la carte (h, Re) , la frontière de la région VBB se compose de deux branches, qui se rencontrent et se terminent à un point de repli lorsque h diminue ($h = H/R$, où H est la hauteur et R est le rayon de la cylindre). Cette étude est la première à se concentrer sur la disparition du VB et explique la géométrie de la région VBB : pourquoi le VBB émerge d'abord puis disparaît lorsque Re augmente à un h fixe. En quelques mots, le mécanisme est le suivant. La convergence de l'écoulement tourbillonnant vers l'axe réduit la pression au-dessus du centre du disque fixe. L'aspiration en raison de la pression réduite crée un VBB et l'attire plus près du disque. Ce décalage VBB détériore la convergence de l'écoulement vers l'axe et concentre la circulation méridienne près du flanc. La pression augmente au-dessus du disque immobile, l'aspiration

s'affaiblit, ce qui tue le VBB, et le fluide stagne près de l'axe. Ce mécanisme est encore plus prononcé dans un écoulement à deux fluides.

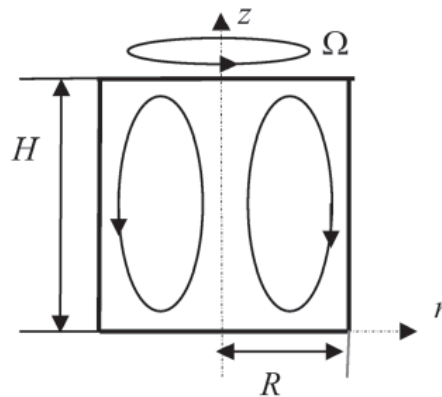
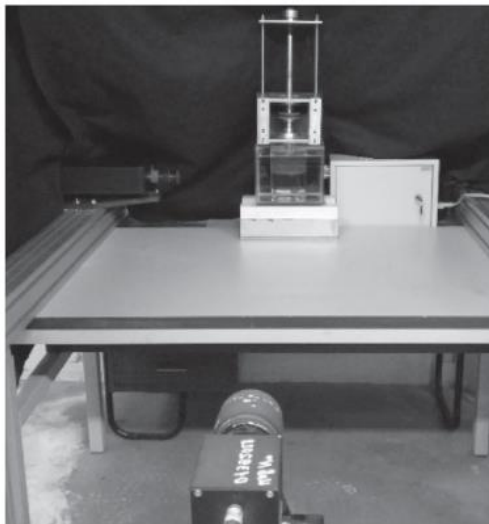
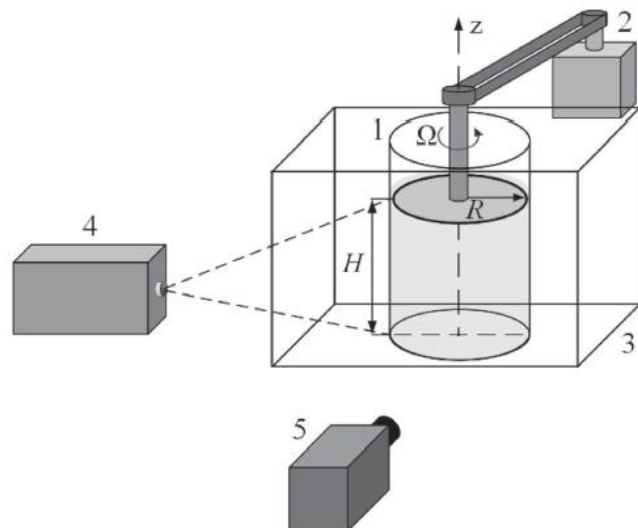


Figure 1.17 : Configuration géométrique de problème numérique Carrion et al [41].



(a)



(b)

Figure 1.18 : (a) Photo et (b) schéma du montage expérimental (Carrion et al) [41].

Mahfoud et al. [42] ont étudié les écoulements combinés de convection forcée et naturelle entre deux cylindres verticaux coaxiaux sous un champ magnétique axial (Fig 1.19). L'effet du champ magnétique axial et de six espaces annulaires sur les structures d'écoulement et le transfert de chaleur a été évalué. Les équations de Navier-Stokes, d'énergie et de potentiel sont résolues en utilisant la méthode des volumes finis. La brisure de symétrie tridimensionnelle de l'état de base apparaît à mesure que l'espace annulaire s'agrandit. Des modes azimutaux $m = 1$ et 2 asymétriques sont observés. Enfin, les résultats montrent que le champ magnétique contrôle à la fois le transfert de chaleur et la transition vers l'écoulement asymétrique.

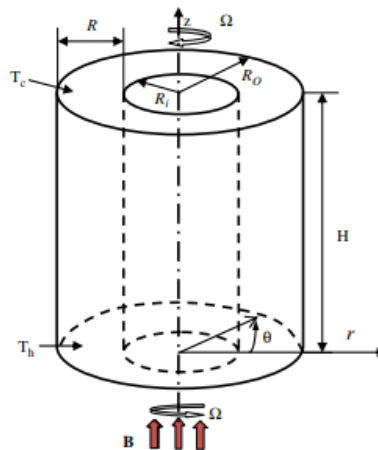


Figure 1.19 : Configuration géométrique de Mahfoud et al. [42]

En plus de l'influence de la géométrie et du gradient thermique, d'autres paramètres tels que l'effet des parois de conductivité électrique sur la structure de l'écoulement ont été étudiés par **Kharicha et al. [43]**, ils ont utilisé le logiciel Fluent pour obtenir une solution numérique d'un modèle d'écoulement MHD laminaire dans une cavité cylindrique remplie d'un métal liquide et induit par un disque tournant. Ils ont étudié les effets du champ magnétique, de la conductivité électrique des parois et de l'épaisseur des parois. Les paramètres pertinents tels que le nombre de Reynolds (Re) supérieur ou égal à 100 et le nombre de Hartmann (Ha) compris entre 0 et 100 ont été variés, couvrant une gamme de paramètres d'interaction de 0 à 100. Malgré un nombre de Reynolds magnétique (Rm) très faible, ils ont pris en compte l'influence du champ magnétique dans la formulation du problème. Lorsqu'ils ont maintenu une valeur fixe de Ha , ils ont observé un transfert de matière plus élevé lorsque les parois étaient électriquement conductrices plutôt qu'isolantes. Cette constatation indique que la conductivité électrique des parois joue un rôle essentiel dans le processus de transfert de matière et de corrosion.

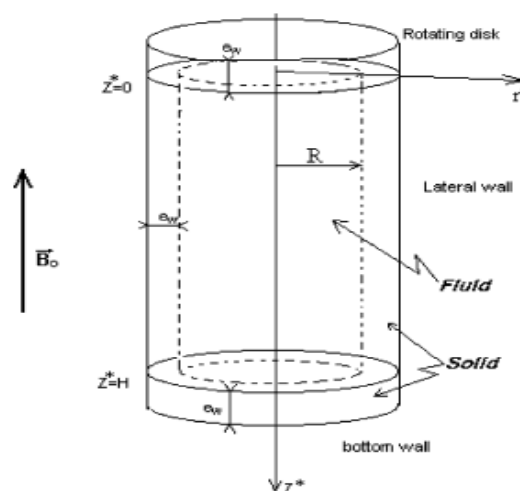


Figure 1.20 : Configuration géométrique de Kharicha et al. [43].

Certains chercheurs ont détaillé la position et la longueur d'un vortex sous un champ magnétique, Ainsi que les limites d'apparition et de disparition de l'éclatement du vortex dans les différents régimes de conductivité, comme le révèlent les études suivantes :

Mununga et al. [44] ont menés des expériences pour déterminer l'efficacité du contrôle de l'éclatement du vortex dans un récipient cylindrique confiné à l'aide d'un petit disque rotatif, qui était encastré dans la paroi d'extrémité opposée à la paroi d'extrémité rotative entraînant l'écoulement de recirculation primaire (Fig 1.21). Les résultats ont montrés que le disque de commande, avec relativement peu de puissance absorbée, peut modifier l'écoulement azimutal et axial de manière significative, changeant toute la structure de l'écoulement dans le cylindre. Il a été constaté que la co-rotation précipite l'apparition de l'éclatement du vortex alors que la contre-rotation le retarde. De plus, pour la plage des nombres de Reynolds dans laquelle l'éclatement existe normalement, la co-rotation augmente les dimensions radiale et axiale de la bulle, tout en déplaçant la bulle vers l'amont. Au contraire, la contre-rotation tend à réduire la taille de la bulle, ou à la supprimer complètement, tout en déplaçant la bulle vers l'aval. Ces effets sont considérablement amplifiés par l'utilisation de disques de commande plus grands et de rapports de rotation plus élevés. Une série de simulations numériques proches du nombre de Reynolds initial révèle que le disque de contrôle agit pour générer une source locale de vorticité azimutale positive ou négative invariante du taux de rotation, loin du voisinage immédiat du disque de contrôle mais en amont de la panne. Advection de cette source le long des lignes de courant modifie la force de l'anneau de tourbillon azimutal, qui contrôle efficacement si l'écoulement s'inverse sur l'axe, et donc, à son tour, si l'éclatement du tourbillon se produit. La source de vorticité générée par le disque de contrôle évolue de manière approximativement linéaire avec le rapport de rotation et cubique avec le diamètre du disque ; cela permet de prédire approximativement la variation observée du nombre de Reynolds critique

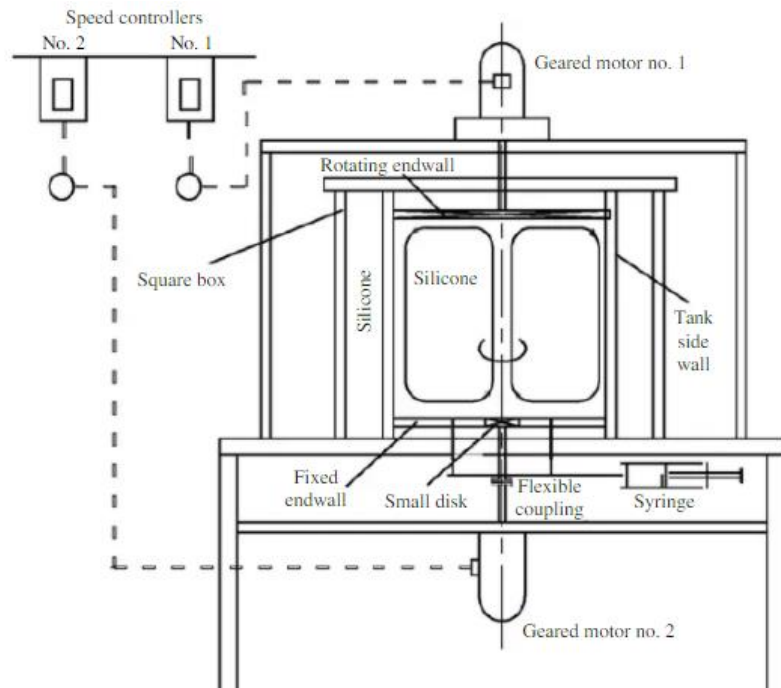


Figure 1.21 : Configuration géométrique de Mununga et al [44].

Dash et Singh [45] ont étudié le comportement d'un écoulement tourbillonnant sous l'influence d'un champ magnétique axial dans un récipient cylindrique avec un disque tournant supérieur. L'écoulement est supposé axisymétrique pour les paramètres considérés. Le domaine est constitué d'une cavité cylindrique remplie de liquide métallique visqueux et électriquement conducteur. L'effet qualitatif du champ magnétique se manifeste en termes de coefficient de couple évalué sur le couvercle tournant ainsi que sur le fond fixe (Fig 1.22). Les effets du champ

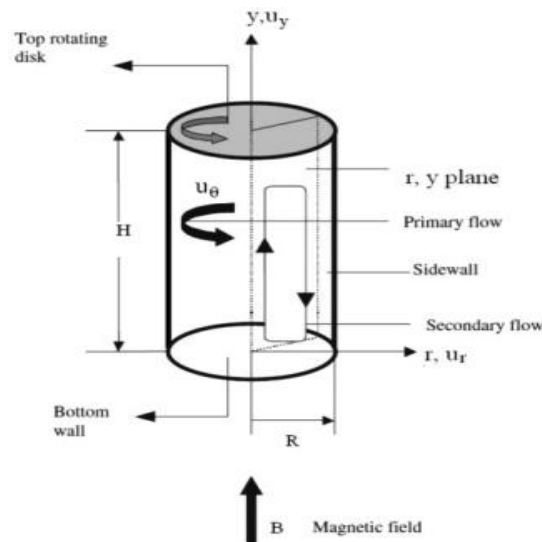


Figure 1.22 : Configuration géométrique de Dash et Singh [45].

magnétique sur les zones de l'éclatement tourbillonnaire, dans le plan du rapport d'aspect (AR), du nombre de Reynolds (Re), pour le couvercle rotatif supérieur avec tous les côtés isolés

électriquement ont été développés. De plus, on constate que l'on peut contrôler le comportement de l'écoulement à l'aide d'un bon choix de la paroi électriquement conductrice.

Laouari et al. [46] ont étudié numériquement les instabilités hydrodynamiques se produisant dans un récipient cylindrique rempli d'un fluide visqueux conducteur et soumis à un champ magnétique axial. L'écoulement tourbillonnant axisymétrique produit par la rotation du disque inférieur, dans lequel une bulle d'éclatement de tourbillon s'est produite sur l'axe de symétrie. Cette structure d'écoulement représente l'une des instabilités les plus importantes. Pour les régimes à l'état stable et oscillatoire, diverses combinaisons de conductivité des parois supérieure, inférieure et latérales sont considérées. Les effets du champ magnétique et des conductivités électriques des parois sur la position de l'éclatement du vortex et sa disparition sont développés. Les résultats obtenus ont montré que l'éclatement du vortex est supprimé au-delà de l'amplitude du champ magnétique dépassant une valeur critique. On obtient le diagramme de stabilité ($Ha_{cr} - Re$) correspondant à la disparition d'éclatement tourbillonnaire pour les parois électriquement conductrices et isolantes.

Mahfoud et al. [47] ont présenté des simulations numériques d'un écoulement tourbillonnant dans des anneaux verticaux remplis d'un métal liquide avec des disques d'extrémité contrarotatifs sous un champ magnétique axial. Deux cylindres coaxiaux où un métal liquide a été placé dans l'espace annulaire ayant un rapport d'aspect (hauteur/rayon)=2 sont considérés. Les disques inférieur et supérieur sont supposés tourner à des vitesses angulaires opposées (contre-rotatives comme le montre la figure 1.23). Six lacunes annulaires $R = 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5$ et 0.4 ont été étudiées. Les résultats indiquent l'émergence d'écoulements complexes variés à mesure que l'espace annulaire augmente. Ils sont observés que $m = 2$ et 3 modes azimutaux asymétriques. La présence du champ magnétique conduit à un ralentissement du fluide, ce qui stabilise l'écoulement. Le diagramme de stabilité ($Re_{cr} - R$) correspondant au passage d'un écoulement axisymétrique à un écoulement non-axisymétrique est obtenu pour des valeurs croissantes du nombre de Hartmann.

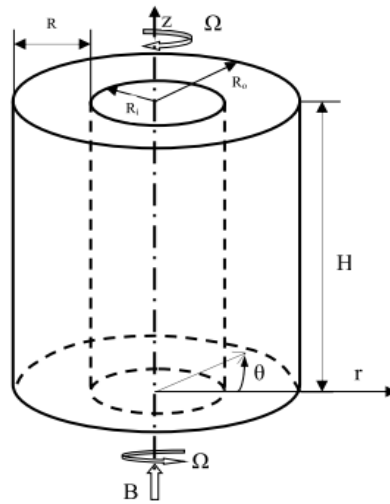


Figure 1.23 : Configuration géométrique de Mahfoud et al. [47].

Kakarantzas et al. [48] ont présenté des simulations numériques directes de l'écoulement de métal liquide MHD et du transfert de chaleur dans des anneaux verticaux (Fig 1.24). Trois espaces annulaires et quatre rapports de hauteur annulaire à espace annulaire sont considérés. Les cylindres externe et interne sont maintenus à des températures constantes, avec une température plus élevée pour le cylindre externe, ce qui induit une force motrice due à la flottabilité. Les résultats indiquent que le déplacement du fluide augmente lorsque le rapport d'aspect et l'espace annulaire augmentent. L'introduction d'un champ magnétique entraîne une réduction de la vitesse du fluide, ce qui stabilise l'écoulement. En outre, la présence du champ magnétique conduit à l'émergence de motifs d'écoulement asymétriques résultant en des couches de parois normales et parallèles de tailles différentes, à savoir les couches de Hartmann et de Roberts, respectivement. Pour tous les espaces annulaires considérés, les taux de transfert de chaleur moyennés spatialement les plus élevés sont obtenus pour des rapports d'aspect égaux à 1.

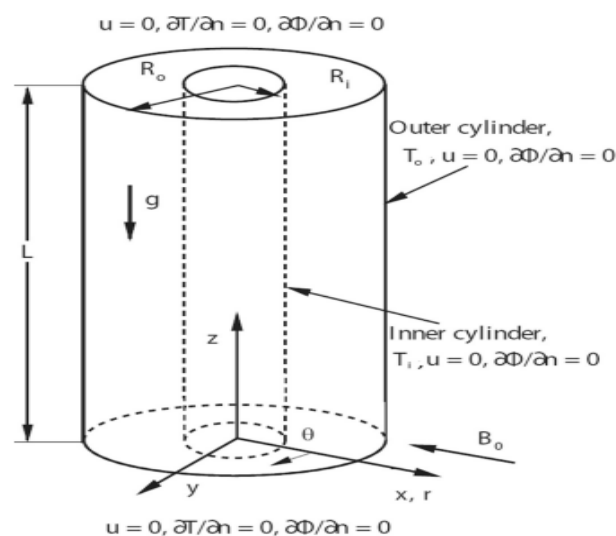


Figure 1.24 : Configuration géométrique de Kakarantzas et al. [48]

Mahfoud [49] a analysé numériquement les effets d'un champ magnétique axial sur le processus de décomposition du vortex et le développement des couches de fluide dans un récipient cylindrique rempli d'un fluide visqueux conducteur en utilisant la technique de transformation intégrale généralisée (GITT) avec une formulation à fonction de courant uniquement. Un gradient de température est imposé dans le sens axial à l'écoulement tourbillonnaire qui est avancé par la rotation du disque inférieur sous l'effet stabilisateur du champ magnétique extérieur (Fig 1.25). Les écoulements sont étudiés pour une gamme de paramètres : Le nombre de Richardson (Ri), $0 \leq Ri \leq 2.0$; et trois valeurs du nombre de Prandtl sont étudiées, $Pr = 0.025$ (le mercure liquide), $Pr = 0.032$ (alliage PbLi 17) et $Pr = 0.065$ (le lithium fondu). Trois combinaisons de rapports hauteur/largeur (H/R) et de nombres de Reynolds sont comparées : cas A : $Re = 1500$, $H/R = 1.5$; cas B : $Re = 1855$, $H/R = 2.0$ et cas C : $Re = 2400$, $H/R = 2.5$. Les résultats révèlent que l'augmentation des valeurs du nombre de Hartmann, Ha supprime la décomposition du vortex dans le cas isotherme et réduit le nombre de couches fluides dans le cas de la stratification. La stabilité du diagramme ($Hacr - Ri$) correspondant à la transition de la zone à couches multiples de fluide à la zone à une couche de fluide pour un nombre de Prandtl croissant est obtenue.

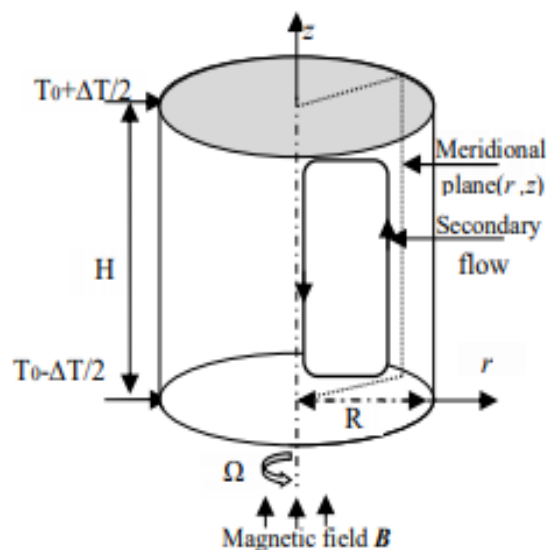


Figure 1.25 : Configuration géométrique de Mahfoud [49].

Mebarek-Oudina et al. [50] ont réalisé, sur un anneau cylindrique incliné sous l'effet d'un magnétisme radial, une simulation numérique de la stabilité de la convection naturelle d'un fluide électriquement conducteur. Les parois supérieure et inférieure sont adiabatiques, tandis que les cylindres internes et externes sont maintenus à des températures égales (Fig 1.26). Les résultats numériques pour divers paramètres efficaces qui résolvent le problème dans l'état oscillatoire initial ont été discutés en termes d'isobares, d'isothermes et de lignes d'écoulement dans l'espace

annulaire pour une large gamme de nombres de Hartmann ($0 \leq Ha \leq 80$), angles d'inclinaison ($0 \leq \gamma \leq 90^\circ$) et rapports de rayons $\lambda \leq 6$. Les diagrammes de stabilité de dépendance entre situations compliquées avec la valeur critique du nombre de Rayleigh Ra_{cr} et la fréquence correspondante Fr_{cr} ont été établis sur la base des données numériques de cette enquête. L'angle d'inclinaison et le rapport des rayons de l'anneau ont un effet significatif sur la stabilisation de l'écoulement magnéto-convectif et montrent que la meilleure stabilisation de la convection oscillatoire naturelle est obtenue par l'intensité du champ magnétique le plus fort, le rapport des rayons élevés et l'inclinaison de l'anneau à $\gamma = 30^\circ$.

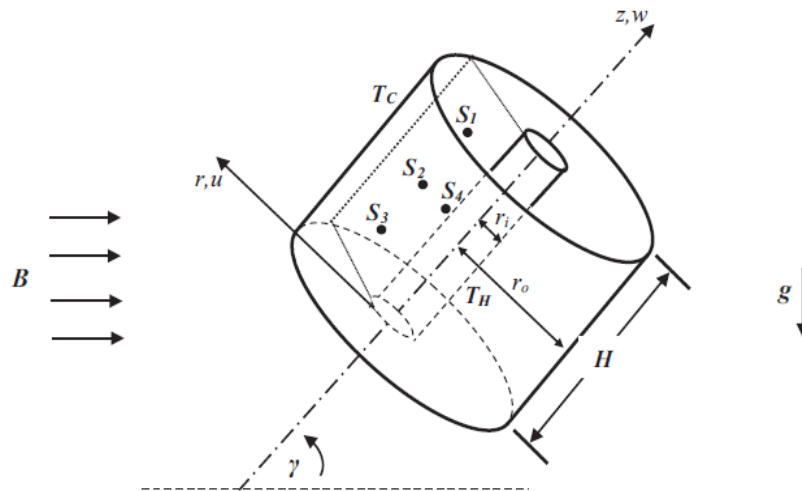


Figure 1.26 : Configuration géométrique de Mebarek-Oudina et al. [50].

Mahfoud et Moussaoui [51] ont étudié numériquement les effets de la force de flottabilité et du champ magnétique sur le processus de décomposition de vortex et le développement des couches de fluide dans un conteneur cylindrique rempli d'un fluide visqueux conducteur sont analysés en utilisant la technique de transformation intégrale généralisée (Gitt). Un gradient de température est imposé dans la direction axiale sur le débit tourbillonnant qui est avancé par la rotation du disque inférieur sous l'effet stabilisant du champ magnétique externe (Fig 1.27). Les écoulements sont étudiés pour une gamme de paramètres: le numéro Richardson (Ri) $0 \leq Ri \leq 2.0$; et trois valeurs de nombre de Prandtl ($Pr=0.025, 0.032$ et 0.065) sont étudiées. Trois combinaisons de ratios d'aspect (H/R) et de Reynolds sont comparées : (Cas A: $Re=1500, H/R=1.5$; Cas B: $Re=1855, H / R=2.0$ et Cas C: $Re=2400, H / R=2.5$). Plusieurs couches deviennent apparentes lorsque la différence de température dépasse $Ri > 0.1$. Ces couches de fluide jouent le rôle de l'isolation thermique. Avec un acte de champ magnétique, l'augmentation des valeurs du numéro Hartmann, ha réduit le nombre de couches de fluide dans le boîtier de superposition. L'effet du numéro Richardson sur le nombre de couches de stratification de l'écoulement formé est présenté. Ensuite, d'autres diagrammes de stabilité correspondant à la

transition de la zone de couches de fluide multiples à la zone de couche de fluide pour augmenter les valeurs du nombre de Prandtl sont obtenues.

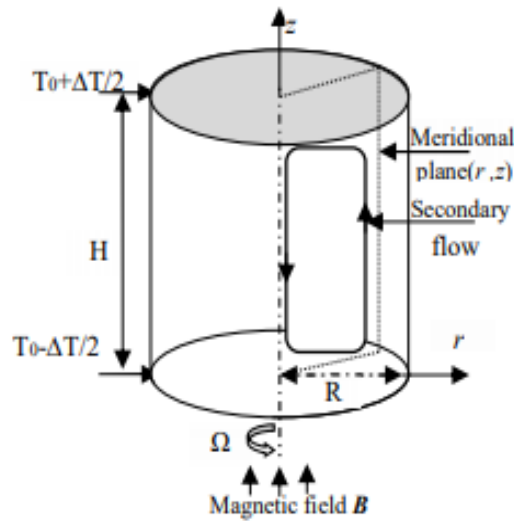


Figure 1.27 : Configuration géométrique de Mahfoud et Moussaoui [51].

Dash et al. [52] ont réalisé une simulation numérique pour analyser les comportements de rupture de vortex dans un écoulement tourbillonnant entraîné par un couvercle dans une cavité cylindrique avec une tige mince axiale fixe ou rotative (Fig 1.28). La plage de rapport d'aspect (AR) de la cavité considérée doit être comprise entre 1,0 et 2,5. Cependant, la valeur du nombre de Reynolds (Re), pour un AR donné, varie de 1000 à n'importe quelle valeur jusqu'à ce que le point le plus haut sur la limite de la zone de rupture de vortex stable soit atteint. Cette région d'écoulement fermée est également appelée cavité cylindrique annulaire. Une étude systématique a été réalisée impliquant un grand nombre de simulations pour obtenir des zones d'éclatement à un ou deux tourbillons pour un écoulement tourbillonnant entraîné par le couvercle dans la cavité cylindrique de l'anneau. Des cas à l'intérieur de la paroi interne, c'est-à-dire, la tige axiale étant fixe ou tournante, ont été considérés. Ils ont observé que les limites des zones et des éclatements de vortex se déplacent du fait de la présence de fines tiges axiales fixes/co-rotatives. Ces zones de ruptures de vortex ont été représentées par des tracés dans le plan AR-Re pour différentes vitesses de rotation de la tige axiale. Ces tracés ont donné des informations rapides sur l'influence globale de la présence de la fine tige axiale. Le sens de rotation de la tige est important ; la tige co-rotative a des effets stabilisateurs, tandis que la tige contrarotative a tendance à créer un écoulement instable.

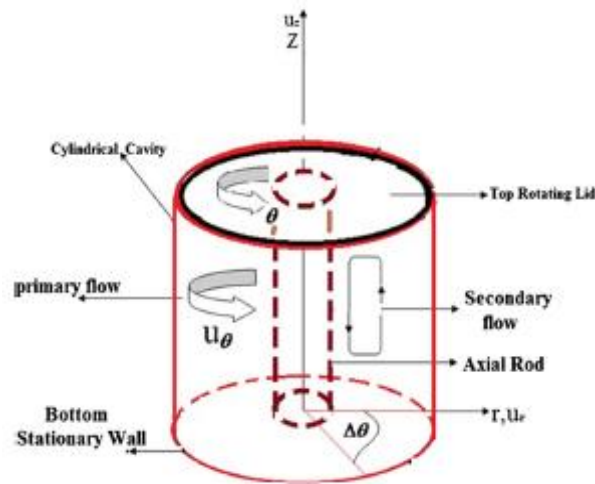


Figure 1.28 : Configuration géométrique de Dash et al. [52]

Mahfoud [53] a effectué une recherche vise à étudier le comportement de l'éclatement tourbillonnaire dans des anneaux verticaux remplis d'un fluide visqueux conducteur sous le champ magnétique axial. Trois espaces annulaires et divers rapports de la hauteur annulaire au rayon du cylindre extérieur sont considérés (Fig 1.29). L'action de pompage de la couche limite d'Ekman produite par la rotation du disque inférieur établit une circulation secondaire le long du plan méridional des cylindres coaxiaux. Pour certaines combinaisons de nombres de Reynolds et de rapports d'aspect, la bulle de décomposition du vortex s'est produite près de la paroi latérale du cylindre intérieur. Ils ont utilisé la méthode des volumes finis pour résoudre les équations de Navier-Stokes et les équations potentielles, où une solution stable existe.

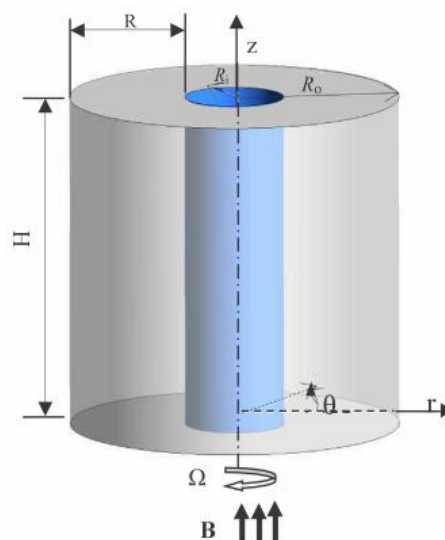


Figure 1.29 : Configuration géométrique de Mahfoud [53].

Les effets du champ magnétique, des entrefers annulaires et des rapports d'aspect sur la structure tridimensionnelle des zones de recirculation et la position d'éclatement du vortex sont

développés. Les résultats du jeu annulaire $R = 0.9$ sont comparés à ceux du diagramme de stabilité d'Escudier lorsque $R = 1.0$. Les résultats obtenus ont démontré que l'éclatement du vortex est supprimé au-delà de l'amplitude du champ magnétique qui dépasse une valeur critique et avant que la suppression du vortex électrique ne se produise. Les diagrammes de stabilité ($Re-H/R_0$) correspondant à la formation d'une bulle de vortex à proximité de la paroi latérale du cylindre intérieur sont obtenus.

Chapitre 2

GEOMETRIES ET FORMULATION MATHEMATIQUES

2.1 Introduction

Ce chapitre vise principalement à présenter les équations et les conditions aux limites qui gouvernent notre étude. Ces équations mettent en évidence le comportement des fluides électro-conducteurs, tels que les métaux liquides, lors de la convection laminaire mixte, qui combine la convection naturelle et forcée. Elles reposent sur les principes des lois physiques, notamment la conservation de la masse (continuité), la conservation de la quantité de mouvement (équations de Navier-Stokes) et la conservation de l'énergie. Toutefois, l'introduction d'un champ magnétique entraîne l'émergence d'une force nouvellement identifiée appelée force de Lorentz, qui modifie le comportement de l'écoulement. Cette force, également appelée magnétohydrodynamique, introduit une équation supplémentaire pour compléter le système. De nombreux livres sur la mécanique des fluides et le transfert de chaleur combinés au champ magnétique, tels que **Davidson [14]**, expliquent et illustrent bien les démonstrations nécessaires pour obtenir les équations susmentionnées décrivant la dynamique des fluides avec champ magnétique.

2.2 Description du problème étudié

Un fluide électro-conducteurs visqueux tourne dans l'espace annulaire (R) entre deux cylindres verticaux coaxiaux de hauteur (H). L'action stabilisatrice combinée du champ magnétique externe et du gradient thermique est imposée dans la direction verticale, ce qui est représenté schématiquement sur la figure (2.1).

La première partie concerne l'étude détaillée de trois espaces annulaires ($R = 0.7, 0.8$ et 0.9), le rapport hauteur/largeur, $(H/Ro) = 1.5$ et du nombre de Reynolds $Re = 1500$.

La deuxième partie présente un seul espace annulaire ($R = 0.9$), et trois rapports d'aspect (H/R_0) = 1.5, 2.0 et 2.5.

Toutefois, dans les deux parties l'espace annulaire est défini comme ($R = R_0 - R_{in}$), où R_{in} et R_0 sont les rayons des cylindres interne et externe, respectivement et $R_0 = 1.0$ dans tous les cas. Les parois de l'enceinte cylindrique sont électriquement isolantes. Une différence de température (ΔT) est imposée axialement (le disque supérieur est plus chaud que le disque inférieur). Le système fluide et les parois solides sont soumis à un champ magnétique axial externe, \mathbf{B} ($\mathbf{B}_0 e_z$), e_z est le vecteur unitaire dans la direction z . Le disque inférieur tourne autour de l'axe z à une vitesse angulaire Ω , supposée constante, tandis que le disque supérieur est fixe. Le nombre de Reynolds magnétique $Re_m = \mu_0 \sigma \Omega R_0^2 \ll 1$, qui mesure le rapport entre l'induction et la diffusion magnétique. Dans ce problème, lorsque le fluide est caractérisé par un petit nombre de Prandtl, nous pouvons négliger l'induction du champ magnétique en la comparant au \mathbf{B}_0 . Aussi, la seule force effective qui reste est la force électromagnétique de Lorentz.

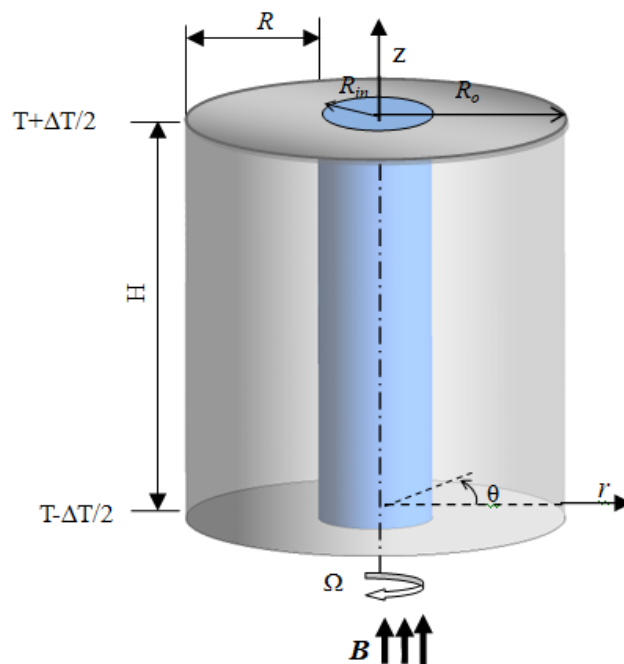


Figure 2.1 : Géométrie du problème.

2.3 Modélisation et mise en équation

2.3.1 Hypothèses simplificatrices

Afin de se rapprocher de la résolution des équations Magnétohydrodynamique (MHD) de la convection mixte, nous appliquerons les hypothèses simplificatrices suivantes relatives à la géométrie déjà présentée (Fig. 2.1) :

- Le fluide est Newtonien et incompressible.
- L'écoulement avec tourbillon (Swirl) et laminaire
- La dissipation visqueuse et l'effet de Joule sont négligeables.
- Le fluide est non-magnétisé puisque la perméabilité magnétique $\mu_m = 1$.
- L'écoulement n'a pas d'impact sur le champ magnétique, car le nombre de Reynolds magnétique (Re_m), qui est défini comme $\mu_0 \sigma \Omega R_0^2 \ll 1$, est très petit et négligeable ($Re_m \ll 1$).
- Si la densité varie peu, la densité peut être considérée constante dans les termes transitoire et convectif, et seulement traitée comme une variable dans le terme gravitationnel suivant z' , sachant qu'elle est représentée par l'approximation de Boussinesq : $(\rho - \rho_0)\mathbf{g} = -\rho_0 \mathbf{g} \beta (T - T_0)$
- Les constantes physiques du fluide (σ, λ, α et ν) sont supposées constantes.

2.3.2 Équations de transport

Une fois les hypothèses simplificatrices mentionnées ci-dessus appliquées, les équations générales qui gouvernent l'écoulement tridimensionnel sont réécrites. Ces équations, exprimées dans un système de coordonnées cylindriques (r', z', θ'), sont formulées en utilisant la description eulérienne.

a) Équation de Continuité :

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial(r' u')}{\partial r'} + \frac{1}{r} \frac{\partial w'}{\partial \theta'} + \frac{\partial v'}{\partial z'} = 0 \quad (2.1)$$

b) Équation de quantité de mouvement radiale :

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial r'} + \frac{w'}{r'} \frac{\partial u'}{\partial \theta'} - \frac{w'^2}{r'} + v' \frac{\partial u'}{\partial z'} \right) = -\frac{\partial P'}{\partial r'} + \\ \mu \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial u'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial \theta'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial z'^2} - \frac{u'}{r'^2} - \frac{2}{r'^2} \frac{\partial w'}{\partial \theta'} \right) + f'_{Lr'} \end{aligned} \quad (2.2)$$

c) **Équation de quantité de mouvement axiale :**

$$\rho \left(\frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial v'}{\partial r'} + \frac{w'}{r'} \frac{\partial v'}{\partial \theta'} + v' \frac{\partial v'}{\partial z'} \right) = - \frac{\partial P'}{\partial z'} + \mu \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial v'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2 v'}{\partial \theta'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial z'^2} \right) + \rho g \beta (T - T_c) + f'_{Lz'} \quad (2.3)$$

d) **Équation de quantité de mouvement azimutale (Équation de Swirl) :**

$$\rho \left(\frac{\partial w'}{\partial t} + u' \frac{\partial w'}{\partial r'} + \frac{w'}{r'} \frac{\partial w'}{\partial \theta'} - \frac{u' w'}{r'} + v' \frac{\partial w'}{\partial z'} \right) = - \frac{1}{r'} \frac{\partial P'}{\partial \theta'} + \mu \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial w'}{\partial r'} \right) + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2 w'}{\partial \theta'^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial z'^2} - \frac{w'}{r'^2} - \frac{2}{r'^2} \frac{\partial u'}{\partial \theta'} \right) + f'_{L\theta'} \quad (2.4)$$

Dans les équations, les composantes de la vitesse radiale, axiale et azimutale sont respectivement représentées par u', v', w' . L'accélération due à la gravité est notée g , Le fluide a une masse volumique ρ et les composantes de la force électromagnétique de Lorentz dans les directions radiale, axiale et azimutale sont représentées par $f'_{Lr'}, f'_{Lz'}, f'_{L\theta'}$. La formule de cette force électromagnétique est fournie par (**Bessaïh et al. [25]**)

$$\vec{f}'_L = \vec{j} \wedge \vec{B} \quad (2.5)$$

e) **Equation de l'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u' \frac{\partial T}{\partial r'} + \frac{w'}{r'} \frac{\partial T}{\partial \theta'} + v' \frac{\partial T}{\partial z'} = \alpha \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial T}{\partial r'} \right) + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta'^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z'^2} \right) \quad (2.6)$$

Où $\alpha = \lambda / \rho C_p$ est la diffusivité thermique du liquide, λ est sa conductivité thermique et C_p sa chaleur spécifique à pression constante.

f) **Equation du potentiel électrique :**

Lorsque le champ magnétique axial est présent, cette équation est introduite dans le système d'équations gouvernant afin de prendre en compte l'apparition d'une nouvelle force volumique, la force de Lorentz. Les termes correspondants à cette force, $f'_{Lr'}, f'_{Lz'}, f'_{L\theta'}$, sont ajoutés aux équations de Navier-Stokes (Eqs. (2.2, 2.4)).

Si on suppose que la conductivité électrique du fluide est isotrope, on peut formuler la loi d'Ohm de la manière suivante :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

En considérant la densité volumique de courant \vec{j} et le champ électrique local \vec{E} , examinons le déplacement d'un élément fluide dans un repère absolu. Dans cette configuration, l'équation finale peut être formulée de la manière suivante :

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (2.8)$$

Où $\vec{V} = u'\vec{e}_r + v'\vec{e}_z + w'\vec{e}_\theta$ désigne le vecteur de vitesse dans le plan méridien et $\vec{B} = B\vec{e}_z$ (axial): Le vecteur du champ magnétique est représenté par \vec{B} , tandis que \vec{e}_r, \vec{e}_z et \vec{e}_θ sont les vecteurs unitaires correspondant aux directions radiale, axiale et azimutale dans le repère absolu.

De plus, étant donné que le courant électrique est conservé :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\vec{E} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi \quad (2.9)$$

et

$$\text{div}\vec{j} = 0 \quad (2.10)$$

C.-à-d.: le courant électrique dérive d'un potentiel électrique φ .

En substituant les équations (2.9) et (2.10) dans l'équation (2.8), on obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla}\varphi + \vec{V} \wedge \vec{B}) = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = \text{div}(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (2.11)$$

Et explicitement en coordonnées cylindriques, l'équation du potentiel électrique φ s'écrit :

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial \varphi}{\partial r'} \right) + \frac{1}{r'^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} = B \left(\frac{w'}{r'} + \frac{\partial w'}{\partial r'} - \frac{1}{r'} \frac{\partial u'}{\partial \theta'} \right) \quad (2.12)$$

g) Champ magnétique axial

Les composantes du vecteur densité de courant électrique :

$$j_r = \sigma \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r'} + w' B \right), \quad j_z = \sigma \left(-\frac{\partial \varphi}{\partial z'} \right), \quad j_\theta = \sigma \left(-\frac{1}{r'} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta'} + u' B \right) \quad (2.13)$$

Les composantes de la force EM $f'_{Lr'}, f'_{Lz'}, f'_{L\theta'}$:

$$f'_{Lr'} = \sigma B \left(-\frac{1}{r'} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta'} - u' B \right), \quad f'_{Lz'} = 0, \quad f'_{L\theta'} = \sigma B \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r'} - w' B \right) \quad (2.14)$$

Ces équations sont formulées en utilisant des grandeurs dimensionnelles.

2.3.3 Formes adimensionnelles des équations

Les études sur les écoulements impliquent généralement l'utilisation de modèles expérimentaux, où les résultats sont présentés sous forme adimensionnelle afin de mesurer des grandeurs à l'échelle des conditions réelles d'écoulement. Cette approche peut également être adoptée dans les études numériques, où les équations régissant le phénomène peuvent être transformées en une forme sans dimensions grâce à une normalisation appropriée.

En utilisant les variables sans dimension suivantes pour représenter le temps, la longueur, la vitesse, la pression, la température et le potentiel électrique, respectivement :

$$\tau = \frac{t}{(1/\Omega)}, \quad r = \frac{r'}{R}, \quad z = \frac{z'}{R}, \quad \theta = \frac{\theta'}{\Omega}, \quad u = \frac{u'}{(\Omega R)}, \quad v = \frac{v'}{(\Omega R)}, \quad w = \frac{w'}{(\Omega R)},$$

$$p = \frac{P'}{\rho(\Omega R)^2}, \quad \Theta = \frac{T-T_c}{T_h-T_c}, \quad \Phi = \frac{\varphi}{(\Omega R^2 B)}$$

Les équations sans dimension qui régissent le système sont alors formulées comme suit :

a) Equation de Continuité :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (2.15)$$

b) Equation de quantité de mouvement radiale :

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{w^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} +$$

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + NF_{Lr} \quad (2.16)$$

c) Equation de quantité de mouvement axiale :

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} +$$

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + Ri\Theta + NF_{Lz} \quad (2.17)$$

d) Equation de quantité de mouvement azimuthale (Equation de swirl) :

$$\frac{\partial w}{\partial \tau} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{uw}{r} = -\frac{\partial p}{\partial \theta} +$$

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{w}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + NF_{L\theta} \quad (2.18)$$

e) Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \Theta}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} + v \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \right) \quad (2.19)$$

f) Equation du potentiel électrique :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rw)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (2.20)$$

Avec: $Pr = \nu/\alpha$: Le nombre de Prandtl compare les caractéristiques de transfert thermique avec les caractéristiques de transfert d'énergie mécanique dans un fluide.

$Re = (\Omega R^2)/\nu$: Nombre de Reynolds est le rapport des forces inertielles et visqueuses

$Ri = Gr/Re^2 = \beta g(T_h - T_c)/\Omega^2 R$: Nombre de Richardson qui définit le rapport de l'énergie potentielle gravitationnelle sur l'énergie cinétique

$Gr = \frac{\beta(T_h - T_c)gR^3}{\nu^2}$: Nombre de Grashof qui exprime le rapport des forces de flottabilité aux forces de viscosité.

$N = \frac{Ha^2}{Re} = \frac{\sigma B^2}{\rho \Omega}$: Paramètre d'interaction qui représente le rapport entre les forces électromagnétiques et celles d'inertie,

$Ha = BR\sqrt{\sigma/\rho\nu}$: Nombre de Hartmann qui définit le rapport des forces électromagnétiques aux forces de viscosité.

Dans les équations (2.16, 2.17 et 2.18), $\mathbf{F}_{Lr}, \mathbf{F}_{Lz}, \mathbf{F}_{L\theta}$ représentent respectivement les forces de Lorentz adimensionnelles dans les directions radiale, axiale et azimutale. Ces forces sont obtenues en normalisant les composantes dimensionnelles $f'_{Lr}, f'_{Lz}, f'_{L\theta}$.

g) Champ magnétique axial

Les composantes du vecteur densité de courant électrique :

$$J_r = -\frac{\partial\Phi}{\partial r} + w, \quad J_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}, \quad J_\theta = -\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} - u \quad (2.21)$$

Les composantes de la force EM $\mathbf{F}_{Lr}, \mathbf{F}_{Lz}, \mathbf{F}_{L\theta}$:

$$F_{Lr} = \left(-\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} - u\right), \quad F_{Lz} = 0, \quad F_{L\theta} = \frac{\partial\Phi}{\partial r} - w \quad (2.22)$$

2.3.4 Les conditions aux limites et initiales

a) Les conditions initiales

À chaque lancement de calcul, les conditions initiales sont définies comme étant la solution obtenue à partir du calcul précédent, comprenant les distributions de u, v, w, P, Φ et θ dans le fluide. Cependant, dans le cadre de la première exécution, nous supposons que le fluide est au repos, la distribution de température est nulle, et le champ de potentiel électrique est nul dans tout le volume de contrôle. Ainsi, à $\tau = 0$, les conditions initiales sont les suivantes :

$$u = 0, v = 0, w = 0, \theta = 0, \Phi = 0 \quad (2.23)$$

b) Les conditions aux limites

Pour l'écoulement tridimensionnel en rotation avec transfert de chaleur et présence d'un champ magnétique, les conditions aux limites des quantités adimensionnelles sont définies pour un instant $\tau > 0$.

À la paroi latérale intérieure, qui est isolée électriquement :

$$u = 0, v = 0, w = 0, \frac{\partial\theta}{\partial r} = 0, \frac{\partial\Phi}{\partial r} = 0 \quad (r = R_{in}, \quad -1/2\gamma \leq z \leq 1/2\gamma) \quad (2.24)$$

A la paroi latérale extérieure et électriquement isolée :

$$u = 0, v = 0, w = 0, \frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \quad (r = 1, -1/2\gamma \leq z \leq 1/2\gamma) \quad (2.25)$$

Au disque inférieur froid et en rotation :

$$u = 0, v = 0, w = r, \theta = -\frac{1}{2}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -1/2\gamma, R_{in} \leq r \leq 1) \quad (2.26)$$

Au disque supérieur chaud et fixe :

$$u = 0, v = 0, w = 0, \theta = \frac{1}{2}, \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (z = 1/2\gamma, R_{in} \leq r \leq 1) \quad (2.27)$$

c) Condition de périodicité

$$u(r, \theta, z) = u(r, \theta + 2\pi, z) \quad (2.28)$$

$$v(r, \theta, z) = v(r, \theta + 2\pi, z) \quad (2.29)$$

$$w(r, \theta, z) = w(r, \theta + 2\pi, z) \quad (2.30)$$

En résumé, ces conditions aux limites sont représentées de manière schématique sur la figure (2.2).

2.3.5 Forme générale des équations du problème

Les équations locales instantanées qui gouvernent l'écoulement en question peuvent être exprimées sous la forme générale de l'équation de transport d'une variable dépendante ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial (ru\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\omega\phi)}{\partial \theta} + \frac{\partial (v\phi)}{\partial z} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right) + S_\phi \quad (2.31)$$

Où : $\frac{d\phi}{d\tau}$: Représente le terme transitoire.

$\frac{1}{r} \frac{\partial (ru\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\omega\phi)}{\partial \theta} + \frac{\partial (v\phi)}{\partial z}$: Représente le transport par convection de ϕ .

$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)$: Représente la diffusion de ϕ .

S_ϕ Représente le terme source.

Le tableau ci-dessous présente les expressions relatives à la variable dépendante ϕ , au coefficient de diffusion Γ_ϕ et au terme source S_ϕ pour les équations adimensionnelles mentionnées précédemment (Eqs. (2.15 – 2.19)). Cependant, en ce qui concerne l'équation du potentiel électrique (Eq. 2.20), elle adopte la forme bien connue de l'équation de Poisson, qui décrit le comportement stationnaire de la quantité Φ . Afin de l'exprimer sous la forme générale de l'équation de transport (Eq. 2.31), nous omettons les termes transitoires et de convection.

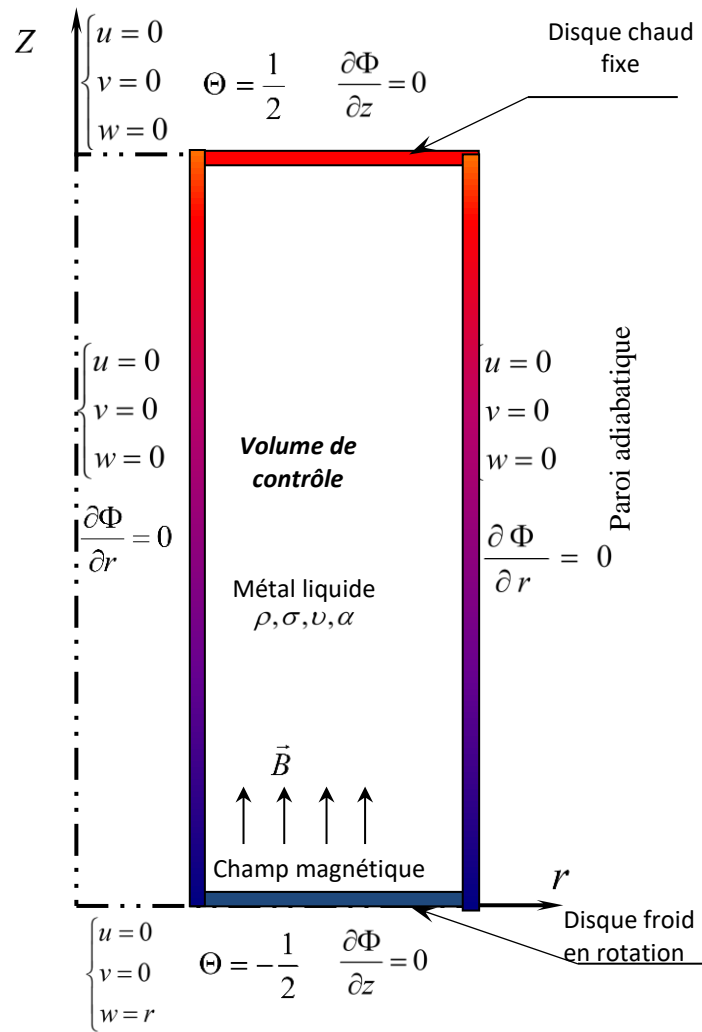


Figure 2.2 : Schéma représentant les conditions aux limites du problème adimensionnel.

Tableau 2.1: Présentation des différents termes de l'équation de transport considérée

Equation de	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement radiale	u	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{Re} \cdot \left[\frac{u}{r^2} - Ha^2 u + \frac{Ha^2}{Re} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right] + \frac{w^2}{r}$
Quantité de mouvement axiale	v	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial z} + Ri \cdot \theta$
Quantité de mouvement azimuthale	w	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \cdot \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{w}{r^2} \right) + \frac{Ha^2}{Re} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} - w \right) - \frac{uw}{r}$
L'énergie	θ	$\frac{1}{RePr}$	0
Potentiel électrique	Φ	0	$\frac{w}{r} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta}$

2.4 Outils d'analyse de l'écoulement

Après résolution des équations de la convection mixte considérée d'une cavité cylindrique remplie de fluide électriquement conducteur, les six inconnues u, v, w, P, Φ et θ donnent une vision quantitative du phénomène étudié, mais il en existe d'autres paramètres peuvent donner des solutions plus clarté et de substance, tant sur le plan quantitatif que qualitatif, et faciliter l'analyse du phénomène étudié. Un certain nombre de paramètres de nature différente (critère adimensionnel, fonction mathématique, etc.) sont utilisés dans ce travail pour préciser la vision physique du problème.

a) La fonction de courant

Nous n'utilisons cet outil d'analyse que pour identifier les lignes de courant hydrodynamiques et les débits.

La fonction de courant Ψ est déterminée en coordonnées cylindriques pour un écoulement incompressible par :

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (2.32)$$

$\Psi(r, z) = Cte$ représente les lignes de courant, tandis que le flux entre deux de ces lignes est donné par :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = 2\pi(\Psi_2 - \Psi_1) \quad (2.33)$$

➤ Le nombre de Nusselt

Le nombre de Nusselt, un paramètre adimensionnel, est utilisé pour évaluer les transferts de chaleur par convection aux limites d'un système. Il varie de manière inversement proportionnelle à l'épaisseur de la couche limite thermique et est déterminé localement conformément à la formulation de **Mahfoud et Bessaïh [21]**:

$$Nu(r, \theta) = \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \Big|_{z=0, z=H} \quad (2.34)$$

De plus, les figures de transfert de chaleur et de convection sont déduits des nombres moyens de Nusselt calculés au niveau de disque inférieur :

$$\overline{Nu} = \left(\frac{1}{\pi} \right) \int_0^1 \int_0^{2\pi} Nu(r, \theta) r d\theta dr \quad (2.35)$$

Chapitre 3

METHODES NUMERIQUE

3.1 Définition et méthode numérique

Le système d'équations régissant les phénomènes d'écoulement avec transfert de chaleur sous champ magnétique est un système d'équations aux dérivées partielles du second ordre fortement couplées, le système d'équations (2.15-2.20), qui ne peut être résolu analytiquement, mais uniquement numériquement. Parmi ces méthodes, nous citons:

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des volumes finis.
- La méthode des différences finis.

Pour Nous avons opté pour la méthode des volumes finis afin de discrétiser les équations du modèle mathématique pour notre étude actuelle. Un avantage attrayant de cette méthode numérique est sa capacité à satisfaire exactement le bilan intégral de la variable dépendante ϕ sur chaque volume fini, ainsi que sur l'ensemble du domaine d'étude. Cette méthode est adaptée à tous les types de maillages, même pour les géométries complexes. L'approche par volumes finis est considérée comme la plus simple à comprendre et à mettre en œuvre. Étant donné que tous les termes nécessitant une approximation ont une signification physique, nous avons choisi cette méthode.

3.2 Principe de la méthode

La méthode des volumes finis est une approche de discrétisation conservatrice qui convertit les équations de conservation des dérivées partielles en équations algébriques pouvant être résolues numériquement, selon **Patankar [5]**. Elle garantit un équilibre précis de chaque quantité physique (énergie, masse, quantité de mouvement) dans un volume de contrôle spécifique, et facilite la linéarisation des termes non linéaires, tels que le terme source.

Cette méthode implique trois étapes clés :

- La création du maillage : il s'agit de diviser le domaine de calcul en plusieurs intervalles réguliers appelés volumes de contrôle.
- La discrétisation : cette étape consiste à représenter les équations de mouvement de manière discrète dans chaque volume de contrôle.
- La résolution du système d'équations algébriques sur l'ensemble du domaine de calcul pour obtenir la solution.

3.3 Maillage

Le domaine de calcul de l'espace annulaire est divisé en un ensemble de volumes de contrôle finis ou volumes élémentaires, selon les directions (r, θ, z) ($\Delta V = r \Delta r \Delta \theta \Delta z$). Un exemple typique de volume de contrôle pour un cas tridimensionnel en coordonnées cylindriques (r, θ, z) est illustré dans la figure (3.1).

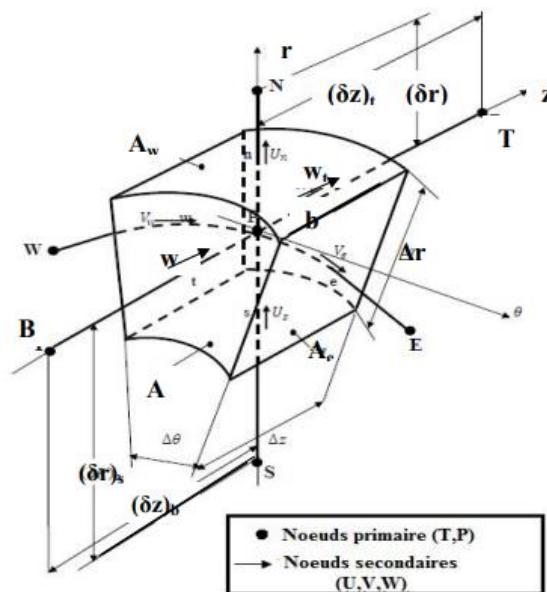


Figure 3.1 : Volume de contrôle principal tridimensionnel

Le maillage utilisé est de type décalé, tel que proposé par **Patankar et Spalding [54]**. Un point P représente le centre d'un volume fini typique, tandis que les points e, w, n, s, t et b représentent respectivement les centres des faces latérales est, ouest, nord, sud, front et arrière. Chaque volume de contrôle est entouré de six autres volumes de contrôle, dont les centres sont les points E, W, N, S, T et B. Les variables scalaires, telles que la pression P et la température T, sont stockées dans ces points. Cependant, les composantes de la vitesse u, v et w sont stockées

au niveau des centres des faces latérales des volumes de contrôle. Les projections dans les plans (r, θ) , (θ, z) et (r, z) sont illustrées dans les figures (3.2-3.3 et 3.4) respectivement.

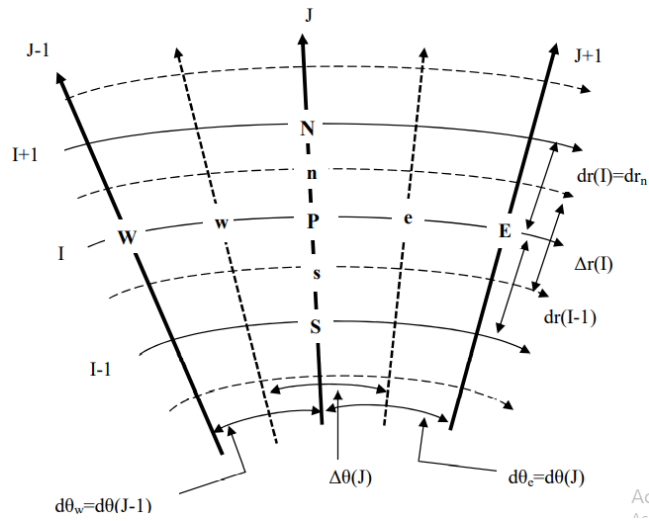


Figure 3.2 : Transformation du volume fini en une projection sur (r, θ)

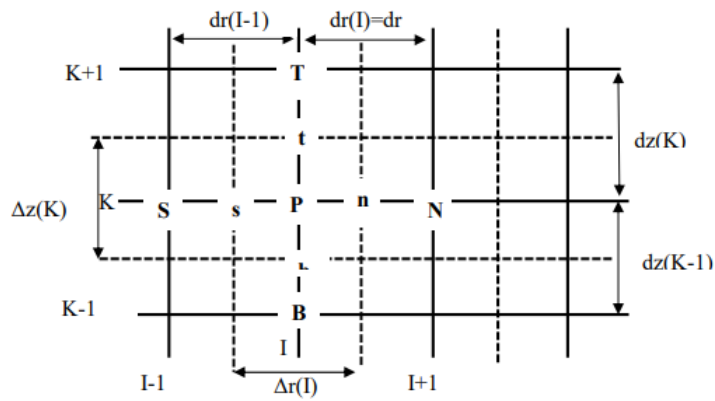


Figure 3.3 : Transformation du volume fini en une projection sur (r, z)

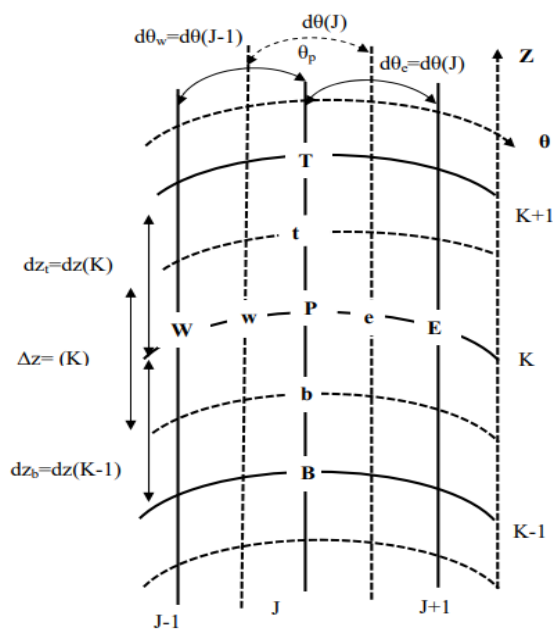


Figure 3.4 : Transformation du volume fini en une projection sur (r, θ)

Dans les écoulements MHD, les couches limites de Hartmann se manifestent de manière différente par rapport aux couches limites ordinaires observées dans les écoulements purement hydrodynamiques. Lorsque les parois sont perpendiculaires au champ magnétique, les couches limites de Hartmann se caractérisent par une diminution exponentielle de la vitesse près de la paroi (**Kharicha et al. [25]**). En revanche, lorsque les parois sont parallèles au champ magnétique, Il se forme une couche appelée couche parallèle, entraînant d'importants gradients de vitesse et de température.

3.4 Discrétisation des équations de transport

Afin de simplifier les calculs numériques, il est possible de considérer que le terme transitoire est négligeable par rapport aux autres termes, ce qui nous permet de nous concentrer principalement sur l'état stationnaire du système.

Au chapitre précédent, les équations de conservation ont été présentées dans une forme unifiée. Cette formulation évite la répétition du processus de discrétisation pour chaque équation. En notant Φ la variable étudiée, toutes les équations peuvent être réduites à une seule équation générale de convection-diffusion, qui s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial r}(r C_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(C_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(r C_z) = r S_\phi \quad (3.1)$$

Sachant que : $C_r = (u\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]$, $C_\theta = (w\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right]$, $C_z = (v\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]$

Avec : C_r, C_θ et C_z : Flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface dans les directions, r, θ et z .

Lors de la discrétisation, l'objectif est de convertir l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. Pour ce faire, on intègre l'équation 3-1 sur le volume de contrôle.:

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial r}(r C_r) + \frac{\partial}{\partial \theta}(C_\theta) + \frac{\partial}{\partial z}(r C_z) \right] r dr d\theta dz = \int_s^n \int_w^e \int_b^t r S_\phi dr d\theta dz \quad (3.2)$$

Afin d'obtenir une approximation algébrique de l'équation 3.2, nous faisons les hypothèses suivantes :

- La variable généralisée Φ varie de manière linéaire entre les nœuds principaux dans les trois directions.
- Les vitesses u, v et w ainsi que la diffusivité Γ_Φ sont calculées pour chaque face du volume de contrôle, dans les trois directions.

3.4.1 Intégration du flux total

L'intégration Pour le volume de contrôle considéré, l'intégration du terme convectif et diffusif (terme (A) de l'équation 3.2) est réalisée sur l'ensemble du volume :

$$A = (C_e \cdot a_e - C_w \cdot a_w) + (C_n \cdot a_n - C_s \cdot a_s) + (C_t \cdot a_t - C_b \cdot a_b) \quad (3.3)$$

Les termes a_n , a_s , a_e , a_w , a_b et a_t sont les aires nord, sud, est, ouest, arrière et front des faces du volume de contrôle.

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \int_w^e \int_b^t (r d\theta dz)_n \\ a_s &= \int_w^e \int_b^t (r d\theta dz)_s \\ a_e &= \int_s^n \int_b^t (r dr dz)_e \\ a_w &= \int_s^n \int_b^t (r dr dz)_w \\ a_t &= \int_w^e \int_s^n (r dr d\theta)_t \\ a_b &= \int_w^e \int_s^n (r dr d\theta)_b \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Les C_i ($i = n, s, e, w, b$ et t) est le flux total à travers les faces nord, sud, est, ouest, arrière et front du volume de contrôle. Ce flux est composé de deux parties : flux convectif et flux diffusif

$$\left. \begin{aligned} C_n &= (u\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]_n \\ C_s &= (u\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right]_s \\ C_e &= (w\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right]_e \\ C_w &= (w\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right]_w \\ C_t &= (v\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_t \\ C_b &= (v\Phi) - \left[\Gamma_\Phi \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_b \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

3.4.2 Intégration du terme source

L'intégration du terme source (terme B) de l'équation (3.2) pour tout le volume de contrôle est :

$$B = \bar{S}_\Phi \cdot \Delta V \quad (3.6)$$

Où : ΔV : Le volume de contrôle

\bar{S}_Φ : La source moyenne

Le terme source linéarisé sous la forme suivante :

$$\bar{S}_\Phi = S_c + S_p \Phi_p \quad (3.7)$$

Où : S_p : coefficient de Φ_p .
 S_c : partie constante de S_Φ qui ne dépend pas de Φ_p .

Pour assurer la stabilité numérique et une convergence plus rapide de la solution, il est impératif que le coefficient S_p soit négatif.

Donc l'équation (3.2) prendra la forme :

$$(C_e \cdot a_e - C_w \cdot a_w) + (C_n \cdot a_n - C_s \cdot a_s) + (C_t \cdot a_t - C_b \cdot a_b) = \bar{S}_\Phi \cdot \Delta V \quad (3.8)$$

3.5 Discrétisation spatiale

- **Discrétisation de l'équation de continuité**

Pour $\Phi = 0$ et \bar{S}_Φ l'équation (3.8) donne :

$$F_e - F_w + F_n - F_s + F_t - F_b \quad (3.9)$$

Avec : $F_n = (ua)_n$, $F_s = (ua)_s$, $F_e = (ua)_e$, $F_w = (ua)_w$, $F_t = (ua)_t$ et $F_b = (ua)_b$

Les termes F_n, F_s, F_e, F_w, F_b et F_t sont les flux convectifs à travers les faces n, s, e, w, b et t du volume de contrôle.

- **Discrétisation finale des équations de conservation**

En multipliant l'équation (3.9) par Φ_p et en lui soustrayant l'équation (3.8) on obtient :

$$(C_e \cdot a_e - F_e \Phi_p) + (C_w \cdot a_w - F_w \Phi_p) + (C_n \cdot a_n - F_n \Phi_p) + (C_s \cdot a_s - F_s \Phi_p) + (C_t \cdot a_t - F_t \Phi_p) + (C_b \cdot a_b - F_b \Phi_p) = (S_c - S_p \Phi_p) \Delta V \quad (3.10)$$

Les termes entre parenthèses de l'équation (3.10) peuvent être mis sous la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} C_e a_e - F_e \Phi_p &= A_E (\Phi_P - \Phi_E) \\ C_w a_w - F_w \Phi_p &= A_W (\Phi_W - \Phi_P) \\ C_n a_n - F_n \Phi_p &= A_N (\Phi_P - \Phi_N) \\ C_s a_s - F_s \Phi_p &= A_S (\Phi_S - \Phi_P) \\ C_t a_t - F_t \Phi_p &= A_T (\Phi_P - \Phi_T) \\ C_b a_b - F_b \Phi_p &= A_B (\Phi_B - \Phi_P) \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

En introduisant ces relations dans l'équation (3.10) on obtient une équation discrétisée de la forme suivante :

$$A_P \Phi_P = A_E \Phi_E + A_W \Phi_W + A_S \Phi_S + A_N \Phi_N + A_T \Phi_T + A_B \Phi_B + b \quad (3.12)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} A_E = D_e A(|P_e|) + \|-F_e, 0\| \\ A_W = D_w A(|P_w|) + \|-F_w, 0\| \\ A_N = D_n A(|P_n|) + \|-F_n, 0\| \\ A_S = D_s A(|P_s|) + \|-F_s, 0\| \\ A_T = D_t A(|P_t|) + \|-F_t, 0\| \\ A_B = D_b A(|P_b|) + \|-F_b, 0\| \\ b = S_c \cdot \Delta V \end{cases}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_S + A_N + A_T + A_B + S_P \cdot \Delta V \quad (3.13)$$

La notation $\|A, B\|$ indique la plus grande valeur de A et de B c-à-dire : D_i ($i = e, w, s, n, b, t$) sont les coefficients de diffusion donnés par les relations :

$$D_e = \Gamma_e \frac{a_e}{(\delta\theta)_e}, D_w = \Gamma_w \frac{a_w}{(\delta\theta)_w}, D_n = \Gamma_n \frac{a_n}{(\delta r)_n}, D_s = \Gamma_s \frac{a_s}{(\delta r)_s}, D_t = \Gamma_t \frac{a_t}{(\delta z)_t} \text{ et } D_b = \Gamma_b \frac{a_b}{(\delta z)_b}$$

Donc les P_i ($i = e, w, s, n, b, t$) est le nombre de Peclet et défini par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} & P_n &= \frac{F_n}{D_n} & P_t &= \frac{F_t}{D_t} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} & P_s &= \frac{F_s}{D_s} & P_b &= \frac{F_b}{D_b} \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

3.5.1 Schémas de discrétisation

Le processus de discrétisation des équations implique une approximation de la variable généralisée Φ sur les interfaces du volume de contrôle. Cette étape nécessite le choix d'un schéma de discrétisation approprié. Le rôle de ce schéma est de déterminer la méthode pour évaluer les flux de convection à travers ce volume après intégration.

Patankar [54] a proposé différents schémas de discrétisation permettant d'exprimer la fonction $A(|P|)$. Parmi ceux-ci, les plus couramment utilisés sont :

- Schéma aux différences centrées
- Schéma Upwind.
- Schéma Hybrid.
- Schéma exponentiel.
- Schéma Power-Law(PLDS) (loi de puissance).

Nous avons utilisé le schéma numérique de différences centrées (Patankar [5]) dans tous nos calculs. Ce choix découle du fait que ce schéma est largement adopté dans la littérature pour détecter les instabilités physiques. Il tient compte de la valeur de la variable Φ à l'interface du volume de contrôle, tandis que la fonction $A(|P|)$ est exprimée de la manière suivante :

$$A(|P_i|) = 1 - 0.5|P_i| \quad ; i = e, w, n, s, t \text{ et } b \quad (3.15)$$

$$\text{Où : } \left. \begin{aligned} A_E &= D_e \|1 - 0.5|P_e|\| + \|-F_e, 0\| \\ A_W &= D_w \|1 - 0.5|P_w|\| + \|-F_w, 0\| \\ A_N &= D_n \|1 - 0.5|P_n|\| + \|-F_n, 0\| \\ A_S &= D_s \|1 - 0.5|P_s|\| + \|-F_s, 0\| \\ A_T &= D_t \|1 - 0.5|P_t|\| + \|-F_t, 0\| \\ A_B &= D_b \|1 - 0.5|P_b|\| + \|-F_b, 0\| \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

3.5.2 Discrétisation des termes sources

a). *Le terme source pour la composante u de la vitesse :*

Dans le volume de contrôle de la composante non discrétisée, l'expression du terme source est la suivante :

$$\begin{aligned} S^u &= S_c^u + S_p^u u_p \\ S_p^u &= -\frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r^2} - Ha^2 \right) \\ S_c^u &= -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{Ha^2}{Re^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{w^2}{r} \end{aligned} \quad (3.17)$$

L'incorporation du terme source dans le volume de contrôle concordant est réalisée de la manière suivante :

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t -\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{Ha^2}{Re^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + \frac{w^2}{r} - \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r^2} - Ha^2 \right) r dr d\theta dz = \left[\frac{p_p - p_s}{\delta r_s} - \frac{1}{Re} \left(\frac{1}{r^2} - Ha^2 \right) u_p \right] \Delta V \quad (3.18)$$

b). *Le terme source pour la composante v de la vitesse :*

$$\left\{ \begin{aligned} S^v &= S_c^v + S_p^v v_p \\ S_p^v &= 0 \\ S_c^v &= -\frac{\partial p}{\partial z} + Ri \cdot \Theta \end{aligned} \right. \quad (3.19)$$

L'intégration du terme source dans le volume de contrôle correspondant donne :

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t -\frac{\partial p}{\partial z} + Ri \cdot \Theta r dr d\theta dz = \left[\frac{p_p - p_b}{\delta z_b} + Ri \cdot \Theta \right] \Delta V \quad (3.20)$$

c). *Le terme source pour la composante w de la vitesse :*

$$\left\{ \begin{aligned} S^w &= S_c^w + S_p^w w_p \\ S_p^w &= -\frac{1}{Re \cdot r^2} - \frac{Ha^2}{Re} - \frac{u}{r} \\ S_c^w &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{Ha^2}{Re} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \end{aligned} \right. \quad (3.21)$$

L'intégration du terme source dans le volume de contrôle correspondant donne :

$$\int_s^n \int_w^e \int_b^t \left\{ -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{Re} \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{Ha^2}{Re} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \left(\frac{1}{Re.r^2} + \frac{Ha^2}{Re} + \frac{u}{r} \right) \right\} r dr d\theta dz = \left[\frac{p_p - p_w}{\delta \theta_w} - \left(\frac{1}{Re.r^2} + \frac{Ha^2}{Re} + \frac{u}{r} \right) w_p \right] \Delta V \quad (3.22)$$

3.6 Résolution des équations algébriques

3.6.1 Introduction

Lors de la discrétisation des équations de Navier-Stokes, deux problèmes se présentent :

La non-linéarité du terme de convection et l'introduction du gradient de pression dans les équations de quantité de mouvement. Il n'y a pas d'équation de transport spécifique pour la pression. Pour traiter la non-linéarité, nous effectuons des calculs itératifs. Le choix d'un schéma numérique stable permet d'obtenir une convergence facile de la solution.

Afin de résoudre les systèmes d'équations algébriques découlant de la discrétisation des équations gouvernant le mouvement par la méthode des volumes finis, il est nécessaire de surmonter les deux difficultés mentionnées précédemment. C'est pourquoi nous utilisons l'algorithme SIMPLER (Patankar [5]) pour déterminer les coefficients qui composent le système d'équations algébriques. Ensuite, nous résolvons ce système à l'aide de l'algorithme TDMA (Patankar [5]), qui est mieux adapté à ce type de système algébrique.

3.6.2 Algorithme SIMPLER

En principe, les équations de quantité de mouvement et de continuité permettent d'obtenir les champs de vitesse et de pression. Cependant, une question se pose : si la vitesse est déterminée à partir de l'équation de quantité de mouvement, comment obtenons-nous la pression à partir de l'équation de continuité ? L'algorithme SIMPLER est une méthode itérative qui permet de calculer avec précision à la fois la vitesse et la pression. Une fois la solution convergée, les champs de vitesse et de pression doivent satisfaire simultanément aux équations de quantité de mouvement et de continuité.

En effectuant l'intégration sur un volume fini et en discrétisant les différents termes, nous obtenons la forme algébrique des équations de quantité de mouvement.

$$\left. \begin{aligned} A_n u_n^* &= \sum A_i u_i^* + b + a_n (p_P^* - p_N^*) \Delta \theta \Delta z \\ A_s u_s^* &= \sum A_i u_i^* + b + a_s (p_S^* - p_P^*) \Delta \theta \Delta z \\ A_e v_e^* &= \sum A_i v_i^* + b + a_e (p_P^* - p_E^*) \Delta r \Delta z \\ A_w v_w^* &= \sum A_i v_i^* + b + a_w (p_W^* - p_P^*) \Delta r \Delta z \\ A_b w_b^* &= \sum A_i w_i^* + b + a_b (p_P^* - p_B^*) \Delta r \Delta \theta \\ A_t w_t^* &= \sum A_i w_i^* + b + a_t (p_T^* - p_P^*) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

i : Représente l'indice des points autour n, s, e, w, b et t .

b : À l'exception des termes de pression, cette équation contient tous les termes source

L'indice * sur u, v et w indique que ces variables sont calculées à partir de champs de vitesse et de pression estimés.

Étant donné que les vitesses obtenues à partir des équations (3.22) ne respectent pas l'équation de continuité pour chaque volume de contrôle, nous définissons le résidu massique R_m comme suit :

$$R_m = u_n^* a_n - u_s^* a_s + v_e^* a_e - v_w^* a_w + w_b^* a_b - w_t^* a_t \quad (3.24)$$

L'objectif est de trouver les champs de pression corrects dans chaque volume de contrôle afin de réduire le résidu massique R_m à zéro. C'est pourquoi nous ajustons la pression estimée p^* en utilisant la valeur \hat{p} , donnée par :

$$p = p^* + \hat{p} \quad (3.25)$$

De même pour les composantes de la vitesse:

$$u = u^* + \hat{u} \quad ; \quad v = v^* + \hat{v} \quad ; \quad w = w^* + \hat{w} \quad (3.26)$$

Où $\hat{p}, \hat{u}, \hat{v}$ et \hat{w} sont les corrections de la pression et des vitesses ce qui fait que :

$$\left. \begin{aligned} u_n &= u_n^* + \hat{u}_n \\ u_s &= u_s^* + \hat{u}_s \\ v_e &= v_e^* + \hat{v}_e \\ v_w &= v_w^* + \hat{v}_w \\ w_b &= w_b^* + \hat{w}_b \\ w_t &= w_t^* + \hat{w}_t \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

La soustraction des équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées donne :

$$\left. \begin{aligned} A_n (u_n^* + \hat{u}_n) &= \sum A_i (u_i^* + \hat{u}_i) + b + a_n (p_P^* + \hat{p}_P - p_N^* - \hat{p}_N) \Delta \theta \Delta z \\ A_s (u_s^* + \hat{u}_s) &= \sum A_i (u_i^* + \hat{u}_i) + b + a_s (p_S^* + \hat{p}_S - p_P^* - \hat{p}_P) \Delta \theta \Delta z \\ A_e (v_e^* + \hat{v}_e) &= \sum A_i (v_i^* + \hat{v}_i) + b + a_e (p_P^* + \hat{p}_P - p_E^* - \hat{p}_E) \Delta r \Delta z \\ A_w (v_w^* + \hat{v}_w) &= \sum A_i (v_i^* + \hat{v}_i) + b + a_w (p_W^* + \hat{p}_W - p_P^* - \hat{p}_P) \Delta r \Delta z \\ A_b (w_b^* + \hat{w}_b) &= \sum A_i (w_i^* + \hat{w}_i) + b + a_b (p_P^* + \hat{p}_P - p_B^* - \hat{p}_B) \Delta r \Delta \theta \\ A_t (w_t^* + \hat{w}_t) &= \sum A_i (w_i^* + \hat{w}_i) + b + a_t (p_T^* + \hat{p}_T - p_P^* - \hat{p}_P) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

La soustraction des équations (3.22 et 3.27) donne :

$$\left. \begin{aligned} A_n \hat{u}_n &= \sum A_i \hat{u}_i + a_n (\hat{p}_P - \hat{p}_N) \Delta \theta \Delta Z \\ A_s \hat{u}_s &= \sum A_i \hat{u}_i + a_s (\hat{p}_S - \hat{p}_P) \Delta \theta \Delta Z \\ A_e \hat{v}_e &= \sum A_i \hat{v}_i + a_e (\hat{p}_P - \hat{p}_E) \Delta r \Delta Z \\ A_w \hat{v}_w &= \sum A_i \hat{v}_i + a_w (\hat{p}_W - \hat{p}_P) \Delta r \Delta Z \\ A_b \hat{w}_b &= \sum A_i \hat{w}_i + a_b (\hat{p}_P - \hat{p}_B) \Delta r \Delta \theta \\ A_t \hat{w}_t &= \sum A_i \hat{w}_i + a_t (\hat{p}_T - \hat{p}_P) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

D'autre part et pour des raisons numériques on néglige les termes $\sum A_i \cdot \hat{u}_i$, $\sum A_i \cdot \hat{v}_i$ et $\sum A_i \cdot \hat{w}_i$ par rapport aux termes de pression, alors les équations 3.29 deviennent :

$$\left. \begin{aligned} A_n \hat{u}_n &= a_n (\hat{p}_P - \hat{p}_N) \Delta \theta \Delta Z \\ A_s \hat{u}_s &= a_s (\hat{p}_S - \hat{p}_P) \Delta \theta \Delta Z \\ A_e \hat{v}_e &= a_e (\hat{p}_P - \hat{p}_E) \Delta r \Delta Z \\ A_w \hat{v}'_w &= a_w (\hat{p}_W - \hat{p}_P) \Delta r \Delta Z \\ A_b \hat{w}_b &= a_b (\hat{p}_P - \hat{p}_B) \Delta r \Delta \theta \\ A_t \hat{w}_t &= a_t (\hat{p}_T - \hat{p}_P) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

Par conséquent, les champs de vitesse seront ajustés en utilisant les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} u_n &= \hat{u}_n + d_n (\hat{p}_P - \hat{p}_N) \\ u_s &= \hat{u}_s + d_s (\hat{p}_S - \hat{p}_P) \\ v_e &= \hat{v}_e + d_e (\hat{p}_P - \hat{p}_E) \\ v_w &= \hat{v}_w + d_w (\hat{p}_W - \hat{p}_P) \\ w_b &= \hat{w}_b + d_b (\hat{p}_P - \hat{p}_B) \\ w_t &= \hat{w}_t + d_t (\hat{p}_T - \hat{p}_P) \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} d_n &= \frac{a_n}{A_N} ; & d_e &= \frac{a_e}{A_E} ; & d_b &= \frac{a_b}{A_B} \\ d_s &= \frac{a_s}{A_S} ; & d_w &= \frac{a_w}{A_W} ; & d_t &= \frac{a_t}{A_T} \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

La discrétisation de \hat{p} (équation de correction de pression) peut être obtenue en reformulant l'équation de continuité sous forme d'équation de correction de pression. En utilisant les expressions (3.25) et (3.27), nous trouvons :

$$A_p \hat{p}_P = A_N \hat{p}_N + A_S \hat{p}_S + A_E \hat{p}_E + A_W \hat{p}_W + A_B \hat{p}_B + A_T \hat{p}_T + b' \quad (3.33)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_N &= d_n \Delta \theta \Delta Z ; & A_E &= d_e \Delta r \Delta Z ; & A_B &= d_b \Delta r \Delta \theta \\ A_S &= d_s \Delta \theta \Delta Z ; & A_W &= d_w \Delta r \Delta Z ; & A_T &= d_t \Delta r \Delta \theta \\ A_p &= A_N + A_S + A_E + A_W + A_B + A_T \\ b' &= (u_s^* - u_n^*) \Delta \theta \Delta Z + (v_w^* - v_e^*) \Delta r \Delta Z + (w_t^* - w_b^*) \Delta r \Delta \theta \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

3.6.3 Séquences de l'algorithme SIMPLER

La séquence d'opérations indispensables constituant l'algorithme SIMPLER est la suivante :

- 1- Faire une estimation du champ de vitesse
- 2- Calculer les coefficients de l'équation de quantité de mouvement et ainsi obtenir les pseudo-vitesses u , v et w selon les équations (3-31)
- 3- Calculer les coefficients de l'équation de pression (3-33), puis résoudre cette équation pour obtenir le champ de pression
- 4- Calculer le champ de pression comme une estimation P^* et résoudre l'équation de mouvement pour obtenir les pseudo-vitesses u^* , v^* et w^*
- 5- Calculer Effectuer le calcul du terme source b_m (voir équation 3-34) et ainsi résoudre l'équation de correction de pression \hat{P} .
- 6- Effectuer la correction du champ de vitesse en utilisant l'équation (3-28), sans modifier la pression.
- 7- Procéder à la résolution de : - l'équation de swirl afin d'obtenir la valeur de w .
- l'équation de l'énergie pour obtenir Θ .
- Utiliser les valeurs de w déjà obtenues pour résoudre l'équation du potentiel électrique Φ .
- 8- Revenir à l'étape 2 et itérer avec le nouveau champ de vitesse jusqu'à atteindre la convergence.

- **Algorithme TDMA :**

Pour résoudre le système d'équations algébriques tridimensionnelles, nous employons une méthode connue sous le nom de double balayage. Cette méthode implique la détermination de la valeur de la variable ϕ pour chaque ligne du domaine de calcul, séparément des autres lignes. De cette façon, le système est transformé en un système unidimensionnel, où les autres dimensions sont considérées comme des termes sources et sont ajoutées aux termes sources de la dimension pour laquelle nous résolvons le système. Lors du balayage, le système d'équations prend la forme d'une matrice tridiagonale, pouvant être résolue à l'aide de l'algorithme TDMA (algorithme de Thomas) (**Patankar [5]**).

Par conséquent, cet algorithme permet de résoudre N systèmes d'équations à N inconnues sans recourir à l'utilisation de matrices. Il n'y a qu'une surcharge de stockage avec deux tableaux à N dimensions.

Chapitre 4

RESULTATS ET DISCUSSION

4.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est de présenter les résultats obtenus par simulation numérique de l'écoulement du fluide électriquement conducteur entre deux cylindres coaxiaux soumis à un gradient de température et sous l'action d'un champ magnétique.

Ce chapitre est réparti en deux grandes parties, dans chaque partie, nous allons présenter en premier lieu, l'influence du maillage sur les résultats. Ensuite nous procédons à la validation de notre code de calcul en comparant les résultats obtenus avec ceux d'autres auteurs. Par la suite une gamme des résultats de notre étude sera discutée. La discussion tourne autour la bifurcation provoquée par un écoulement tourbillonnant entre deux cylindres verticaux coaxiaux et les couches fluides produites par le gradient thermique ainsi que la stabilité de la bifurcation et la suppression des couches fluides par un champ magnétique axial.

L'effet des espaces annulaires sur l'apparition et la suppression de bulle de vortex dans telle écoulement sera présenté dans la première partie. L'effet de champ magnétique correspondant à l'élimination du bulle de vortex et les couches stratifiées de fluide sera aussi déterminé. Des diagrammes de stabilité correspondant au domaine où la stratification ne se produit pas seront établis à la fin de cette partie.

L'étude dans la seconde partie traitera des effets du rapport d'aspect et du taux de rotation sur la décomposition des tourbillons. Dans la deuxième partie trois fluides électriquement conducteurs seront comparés.

4.2 Partie I : Effet de l'espace annulaire sur la stabilité de l'écoulement

Les résultats des simulations numériques sont présentés pour un rapport d'aspect $\gamma = 1.5$ et trois espaces annulaires ($R = 0.7, 0.8$ et 0.9). Le fluide de l'alliage *PbLi 17* est caractérisé par un petit nombre de Prandtl ($Pr = 0.032$), ce qui est le plus approprié pour assurer que les couvertures de fusion tournent dans l'espace annulaire. Le nombre de Richardson analysé ici couvre dans la gamme de $0 \leq Ri \leq 2.0$. Des intensités magnétiques multiples caractérisées par des nombres de Hartmann sont utilisées pour contrôler la bifurcation et les couches fluides.

4.2.1 Maillage et validation des résultats

Dans cette simulation, trois maillages non uniformes ont été appliqués pour obtenir une meilleure convergence sont répertoriés dans le Tableau (4.1). Compte tenu de l'épaisseur de la couche de Hartmann ($\sim Ha$)⁻¹ et l'espace annulaire (R) conduisent à adopter ce maillage pour plus de précision et de gain de temps. Les détails de la dépendance de maillage ont été examinés en utilisant comme paramètre de comparaison le nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} (voir tableau 4.2).

Tableau 4.1: Tailles de grille utilisées dans la simulation

Espace annulaire	$R = 0.7$	$R = 0.8$	$R=0.9$
Grille (r, θ, z)	$70 \times 70 \times 70\gamma$	$80 \times 80 \times 80\gamma$	$90 \times 90 \times 90\gamma$

Tableau 4.2: Effet du maillage sur les valeurs de (Nu) pour $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ lorsque $Ri = 1.0$ et $Ha = 5$

	$R = 0.7$	\overline{Nu}	$R = 0.8$	\overline{Nu}	$R = 0.9$	\overline{Nu}
Grille (r, θ, z)	$60 \times 60 \times 90$	0.6698	$70 \times 70 \times 105$	0.6703	$80 \times 80 \times 120$	0.6710
	$70 \times 70 \times 105$	0.6710	$80 \times 80 \times 120$	0.6722	$90 \times 90 \times 135$	0.6735
	$80 \times 80 \times 120$	0.6711	$90 \times 90 \times 135$	0.6722	$100 \times 100 \times 150$	0.6736

Pour donner plus de crédibilité de nos résultats numériques, nous avons réalisé quelques comparaisons avec d'autres études numériques exposées dans la littérature.

La première comparaison a été faite avec les résultats numériques de Yu et al. [28], comme indiqué dans la figure (4.1) à gauche. Cette comparaison montre clairement les effets du champ magnétique sur la position centrale du tourbillon (vortex) sur l'axe z pour le cas où le

disque supérieur est en rotation. Dans ce cas, nous avons pris que le rapport d'aspect, $\gamma = 1.5$, $Ha = 0$ et $Ha = 7$ et les nombres de Reynolds variant de 900 à 1900.

La deuxième comparaison a été faite avec les résultats numériques de Kakarantzas et al. [48] qui ont étudié le mouvement de l'écoulement et la présence de transfert de chaleur d'un métal liquide en rotation à l'intérieur d'un espace annulaire formé par des cylindres concentriques, sous l'effet d'un champ magnétique. Une reproduction de la distribution radiale de la vitesse axiale au milieu du domaine est représentée dans la figure (4.1) à droite, pour $Ha = 100$ et le rapport d'aspect $\gamma = 2.0$ lorsque l'espace annulaire est $R = 0.4$ et le nombre de Rayleigh $Ra = 10^5$. Nous observons une forte concordance entre nos résultats et ceux rapportés dans la littérature.

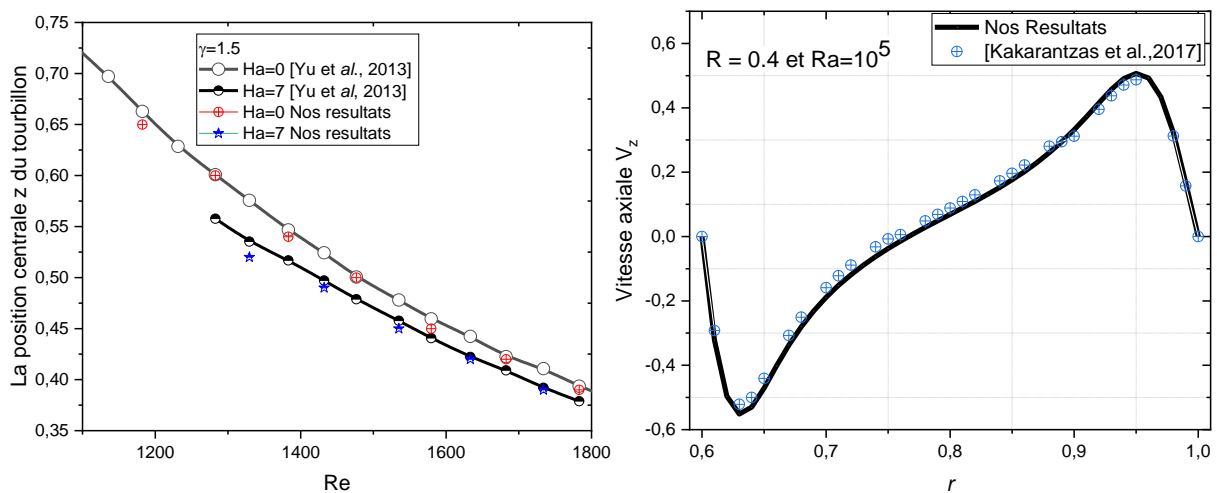


Figure 4.1 : Comparaison avec les résultats numériques de Yu et al. [28] (à gauche) et de Kakarantzas et al. [48] (à droite)

4.2.2 Résultats et discussions de la première partie

Dans cette section, nous présentons les résultats obtenus par le code de calcul développé après l'avoir validé à l'aide des résultats de référence disponibles dans la littérature. Nous verrons l'influence des espaces annulaires sur les zones de l'éclatement tourbillonnaire et l'effet des gradients thermiques sur la naissance des couches de fluide. Ensuite nous verrons aussi le transfert de chaleur et l'effet de champ magnétique sur la suppression des couches de fluide.

Il est connu que la séquence typique d'évolution d'un système dynamique vers le chaos pour des valeurs croissantes du paramètre de contrôle consiste aux étapes suivantes : transition vers un état oscillatoire ou périodique, un régime quasi-périodique, et enfin le chaos (ou la turbulence). Pour détecter le régime d'écoulement, c'est-à-dire transitoire ou permanent, une série de calculs numériques est effectuée pour chaque cas. La figure (4.2) montre les évolutions temporelles de la vitesse axiale au point de contrôle ($r = 0.5$, $z = 0.75$ et $\theta = 0$). Ces

simulations présentaient des solutions en régime permanent obtenues pour le cas de $Re = 1500$, $R = 0.9$ et $Ri = 0$, (voir la figure. (4.2-a). L'aspect oscillatoire des évolutions temporelles des vitesses radiales et azimutales au même point de contrôle ($r = 0.5, z = 0.75$ et $\theta = 0$) est montré dans la figure. (4.2-b) à droite) pour $Re = 2600, Ri = 0$. On voit que l'augmentation de nombre de Reynolds renforce le mouvement du fluide, tandis que les évolutions deviennent dépendantes du temps (oscillatoires).

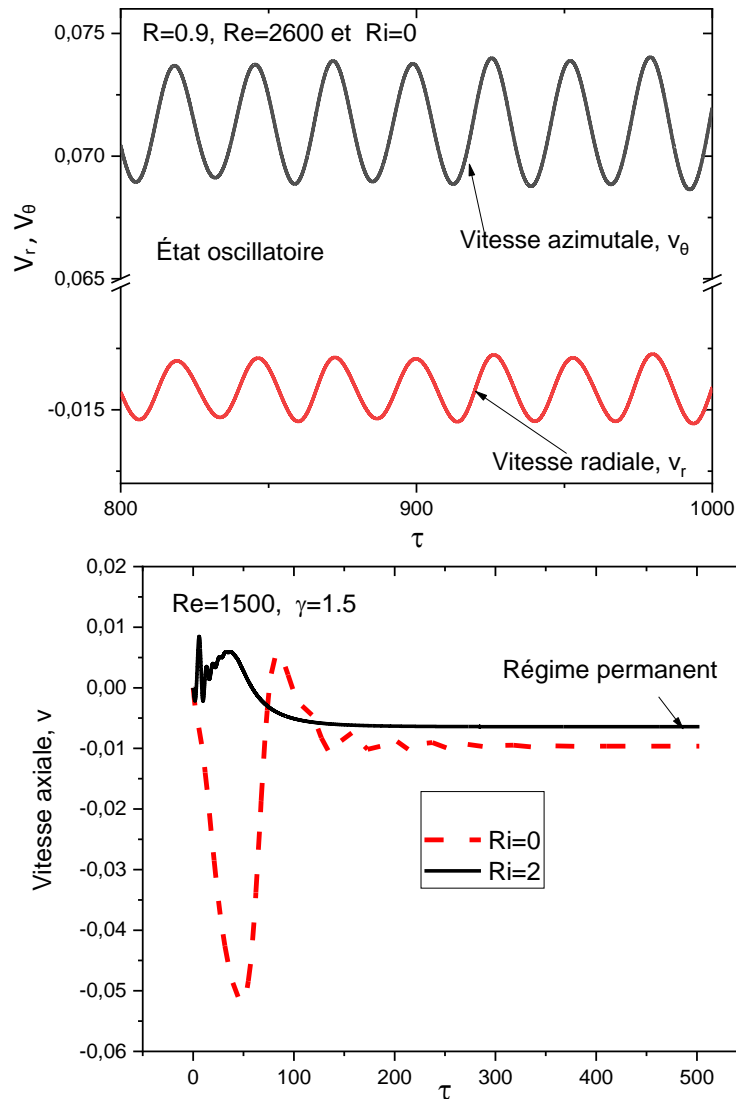


Figure 4.2 : Evolution des vitesses (en haut) radiale et azimutale (en bas) la vitesse axiale en fonction du temps, au point ($r=0.5, z=0.75$)

Par conséquent, lorsque le nombre de Reynolds augmente, la force du tourbillon augmente, donc, la capacité des ondes à se propager contre l'écoulement augmente. (**Benjamin [55]**). Les écoulements tourbillonnaires sont stables et axisymétriques jusqu'à un nombre de

Reynolds critique $Re_{cr} \approx 2585$ où l'instabilité oscillatoire commence à s'installer pour $Ri = 0, R = 0.9$ à $\gamma = 1.5$

4.2.2.1 *L'influence des espaces annulaires sur les zones de l'éclatement tourbillonnaire*

L'effet des espaces annulaires sur l'apparition et la suppression d'éclatement tourbillonnaire est également illustré à la figure (4.3) où différents nombres de Reynolds sont comparés pour trois espaces annulaires $R = 0.7, 0.8$ et 0.9 respectivement. La première ligne de la figure (4.3) montre l'écoulement tourbillonnaire dans les cas suivants $R = 0.7, 0.8$ et 0.9 , ils sont représentés schématiquement par les lignes de courant dans les plans méridiens pour $Re = 1500$. Lorsque l'espace annulaire est augmenté ($R = 0.7, 0.8$ et 0.9), le tourbillon apparaît à $R = 0.9$ dans lequel la position centrale du tourbillon sur l'axe z est à $z = 0.91$ et sur l'axe r est de 0.19 . Le cas de $Re = 1750$ est montré dans la deuxième ligne de la Fig. (4.3), dans lequel une petite rupture de vortex apparaît à $R=0.8$. Ensuite, la taille du tourbillon croît très rapidement avec l'augmentation de l'espace annulaire jusqu'à $R = 0.9$. La longueur sans dimension z est de 0.17 lorsque $R = 0.8$ et 0.21 pour $R = 0.9$. La taille de la rupture croît avec l'augmentation du nombre de Reynolds jusqu'à $Re = 2000$ dans les deux cas ($R = 0.8$ et 0.9).

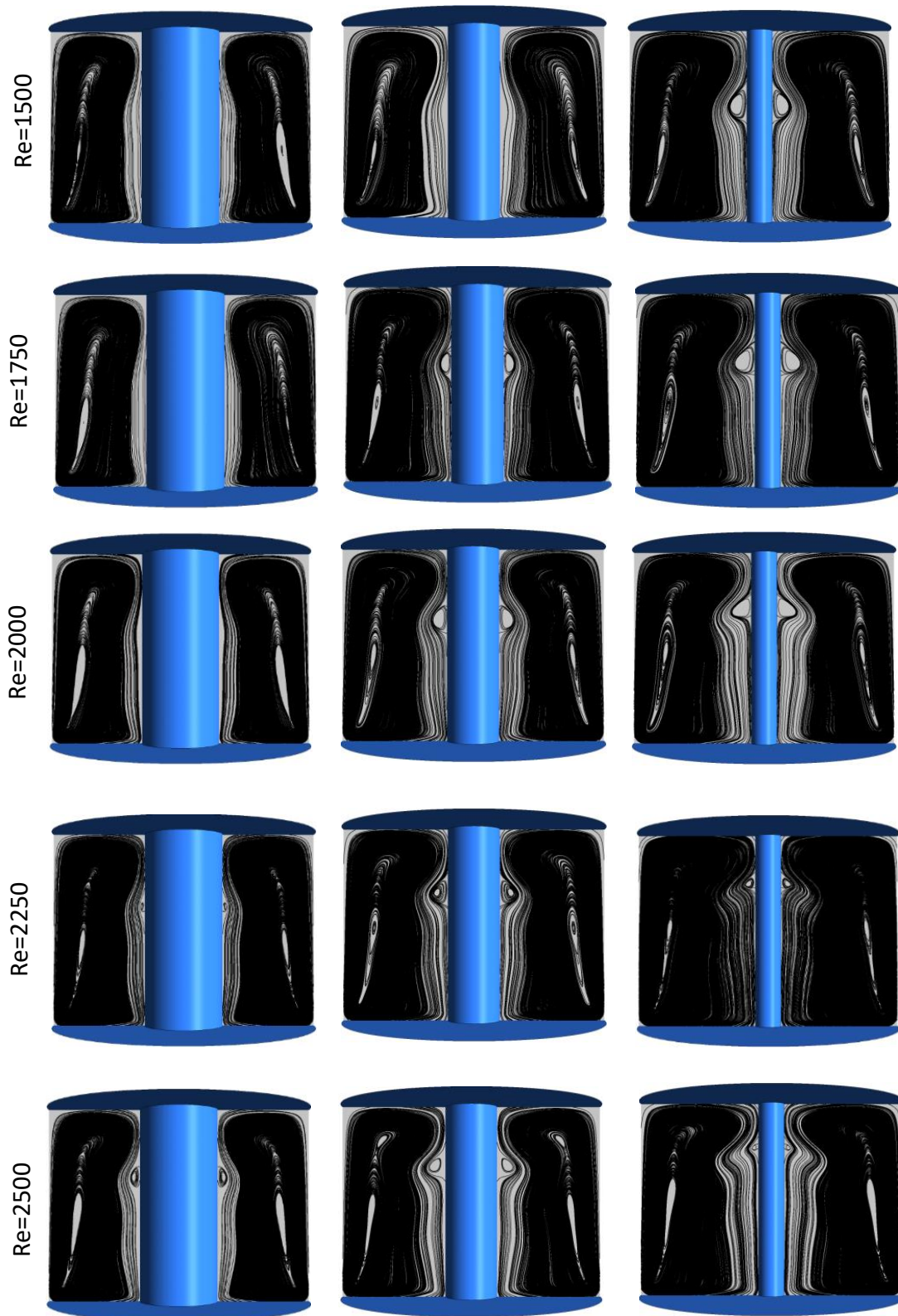


Figure 4.3 : Lignes de courant tracées dans le plan midian pour le cas de $\gamma = 1.5$ pour trois espaces annulaires $R = 0.7, 0.8$ et 0.9 (de gauche à droite) et différents nombres de Reynolds, Re

Les positions centrales du vortex sur l'axe z sont $z = 0.96$ et $z = 0.106$ pour $R = 0.8$ et $R = 0.9$, respectivement. Comme clairement montré par les lignes de courant dans le cas de

$Re = 2250$ qu'un petit vortex apparaît à $R = 0.7$, d'autre part, la taille du vortex diminue pour $R = 0.9$ et reste la même pour $R=0.8$. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds, Re , du cas $R = 0.7$ augmente ($Re = 2500$), la taille du tourbillon augmente et le nombre de tourbillons augmente. Le comportement dans le cas de $R = 0.9$ est opposé car la taille du vortex diminue avec l'augmentation de Re .

Sans champ magnétique, le diagramme présenté à la figure (4.4) donne la limite de la stabilité dans le plan (Re, γ) à l'intérieur de laquelle une bulle d'éclatement tourbillonnaire se produit près de la paroi latérale du cylindre intérieur correspondant respectivement aux valeurs de l'espace annulaire $R = 0.7, 0.8$ et 0.9 . L'influence des espaces annulaires sur les zones d'éclatement tourbillonnaire dans le plan $(Re - \gamma)$ montre comment les limites d'éclatement tourbillonnaire se déplacent. Trois courbes distinctes représentent les limites des trois zones, c'est-à-dire que les domaines avec et sans rupture de vortex ont pu être observés. Nous observons que la diminution de l'espace annulaire entraîne la diminution de la zone de l'éclatement tourbillonnaire (rupture de vortex), de sorte que la diminution des valeurs des espaces annulaires entraîne le déplacement des frontières vers le côté du plus faible rapport d'aspect.

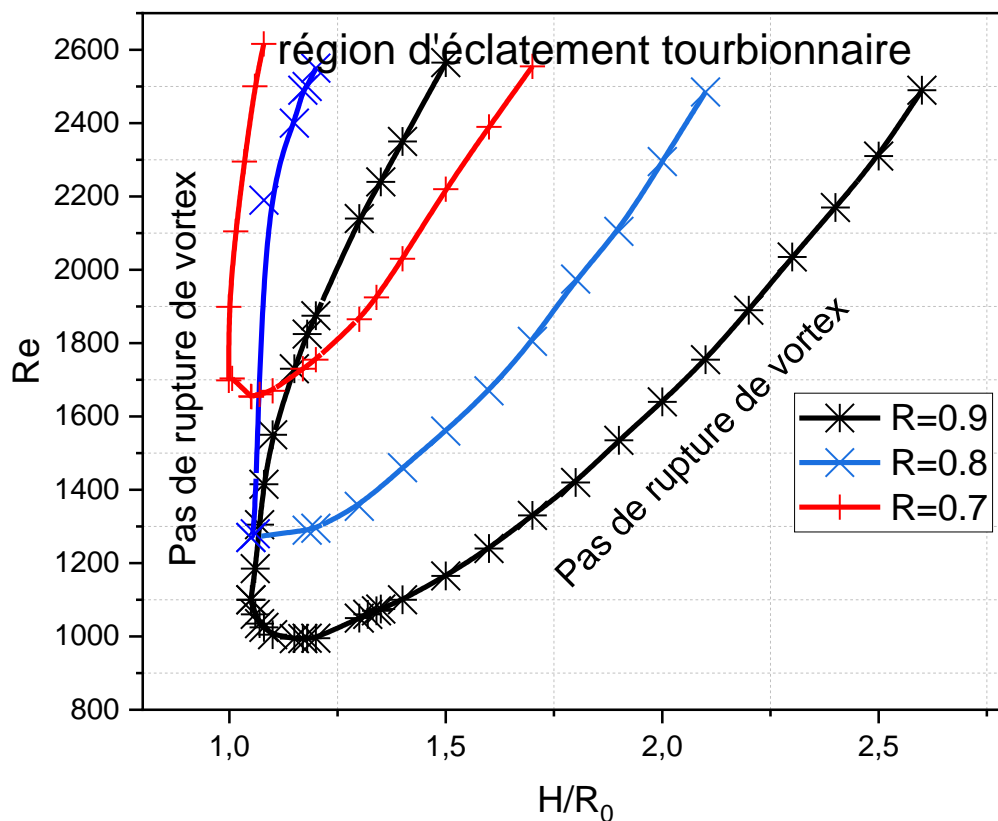


Figure 4.4 : Limites de la zone d'éclatement de vortex pour différents rapport d'aspect

4.2.2.2 Effet des gradients thermiques sur l'éclatement tourbillonnaire et les couches de fluide

Pour analyser les effets de flottabilité sur les couches de fluide et le contrôle d'éclatement tourbillonnaire (c'est-à-dire l'emplacement ou la suppression d'éclatement tourbillonnaire), trois espaces annulaires sont utilisés ($R = 0.7, 0.8, \text{ et } 0.9$), qui correspondent à $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ (Fig. 4.5). Le cas isotherme ($Ri = 0$) correspond à un découplage des champs de vitesse et de température, dans lequel la convection forcée prend le dessus. La rotation du fond donne une force centrifuge au fluide et cette force pousse le fluide à déplacer radialement vers l'extérieur. Lorsque le fluide est arrêté par la paroi latérale du cylindre extérieur, il est tourné vers le haut, produisant des jets. Les jets ascendants et l'écoulement vers le bas donnent lieu à une structure d'écoulement centrifuge, avec un vortex axial près de l'axe du cylindre intérieur. Ce comportement entraîne une rupture, avec une seule bulle. La figure (4.5) présente les lignes de courant superposées et les isothermes dans les plans méridionaux pour des nombres de Richardson progressivement croissants. Les résultats pour $R = 0.9$ montrent que lorsque le nombre de Richardson, $Ri = 0.01$, l'éclatement tourbillonnaire reste efficace. Ainsi, en augmentant à $Ri = 0.1$, l'éclatement tourbillonnaire est supprimée. Dans ce cas, le transfert de chaleur par convection est dominant. La valeur maximale de la fonction de courant diminue avec l'augmentation de Ri jusqu'à 0.0064 à $Ri = 2.0$. Les lignes de courant lorsque $Ri = 1.0$ montrent une nouvelle région de contre-courant qui croît avec l'augmentation de Ri et domine ensuite toute la section supérieure de l'espace annulaire (tracé de la première ligne de la figure (4.5)).

Les tracés de la figure (4.5) pour le cas $R = 0.8$ montrent la décomposition dans la région de contre-courant jusqu'à l'apparition de deux couches pour $Ri = 1.0$. La structure stratifiée avec deux couches de fluide est observée lorsque $Ri = 2.0$. Notez que la zone séparée est incurvée et que la couche supérieure croît avec l'augmentation de Richardson. Le tracé des isothermes lorsque $Ri = 2.0$ montre que le mode de conduction domine le transfert de chaleur, en particulier dans la région supérieure. De même, la poussée pour le cas $R = 0.7$ est plus forte que ceux dans les cas $R = 0.9$ et $R = 0.8$ (tracés dans la troisième ligne (Fig. 4.5)). Lorsque le gradient vertical de température est faible ($Ri = 0.1$), et que le mode de convection domine le flux de chaleur, l'éclatement tourbillonnaire dans l'espace annulaire n'existe pas. Dans la gamme de $Ri \geq 1$, il n'y a pas de grande différence dans la distribution des lignes isothermes, mais la valeur maximale des lignes de courant non dimensionnelles (Ψ_{\max}) diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson et sont de 0.00763 et 0.00688 à $Ri = 0.1$ et $Ri = 2$, respectivement, ce qui indique

que l'écoulement est supprimé par la force de flottabilité. Le processus d'augmentation du Richardson à $Ri = 1.0$ induit deux couches stratifiées. Dans la gamme de Ri considéré, jusqu'à trois couches apparaissent pour $Ri = 1.5$ et $Ri = 2.0$ (Fig. 4.3 (d-e)).

Figure 4.5 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans médians pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Re = 1500, \gamma = 1.5$ et $Pr = 0.032$

La figure (4.6-a) montre l'évolution du nombre de couches de fluide pour le cas de $Re = 1500$ et pour les cas $R = 0.7$, $R = 0.8$ et $R = 0.9$, qui sont discutés ci-dessus. Le nombre de couches est le nombre de zones de recirculation stratifiées dans l'écoulement méridional. Pour $R = 0.9$, l'écoulement est caractérisé par un tourbillon concentré lorsque $Ri = 0.01$, ce tourbillon subit une rupture, c'est-à-dire un point de stagnation suivi par une petite zone de recirculation près de la paroi intérieure du cylindre. L'écoulement contient une seule couche qui se produit pour $Ri \leq 0.7$. Il a également été constaté que le nombre de couches correspondant à $R=0.9$ croît avec l'augmentation du nombre de Richardson et conduit à la formation d'une deuxième couche au-delà de $Ri \geq 0.8$. Quant au cas $R = 0.8$ une structure d'écoulement de

deuxième couche est observée lorsque $Ri \geq 0.6$. Dans le cas $R = 0.7$ jusqu'à trois couches apparaissent pour $Ri \geq 1.2$. La figure (4.6-b) compare les lignes de courant hydrodynamiques maximales (Ψ) pour les trois espaces annulaires ($R = 0.7, R = 0.8$ et $R = 0.9$, respectivement) lorsque $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$. La diminution de la valeur maximale des lignes de courant hydrodynamiques (Ψ) avec l'augmentation de Ri pour les trois cas prouve que l'intensification de la flottabilité affecte le nombre de zones de recirculation formées par l'écoulement tourbillonnaire.

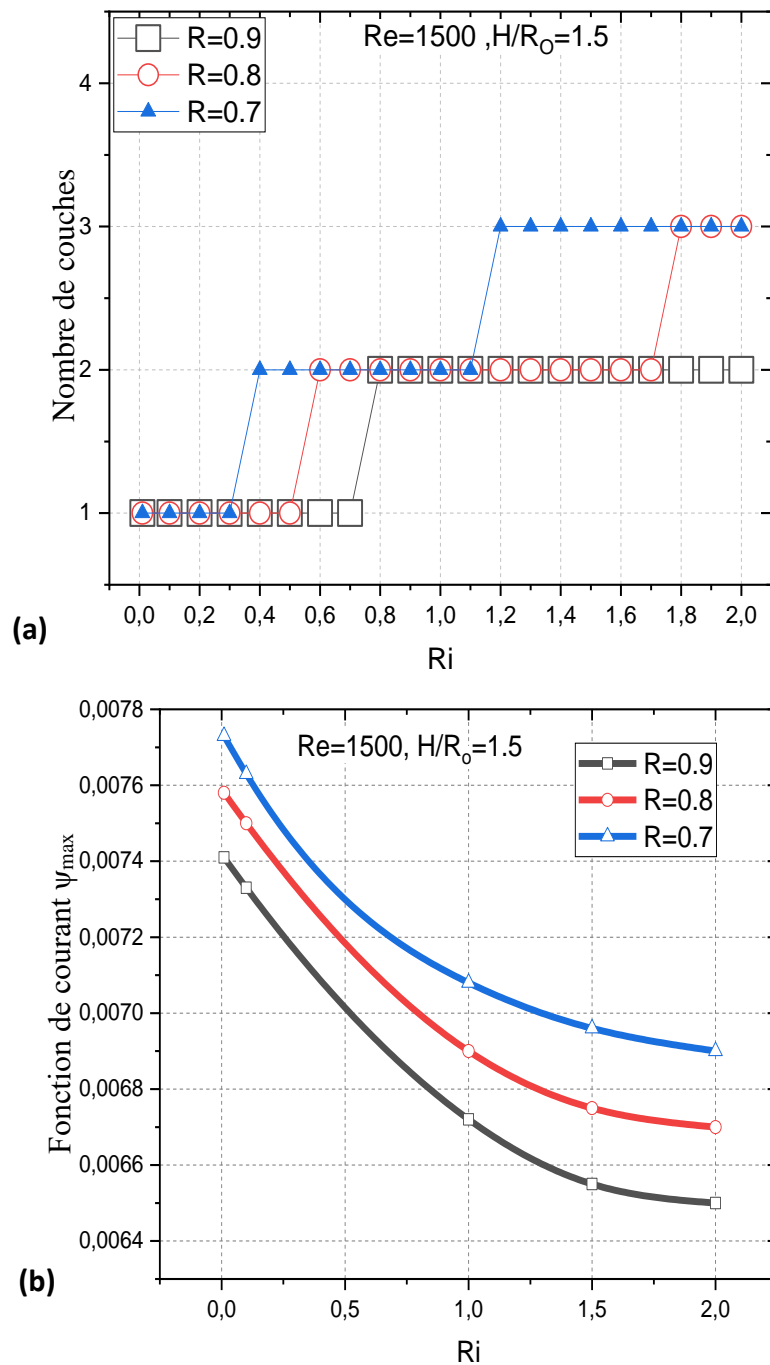


Figure 4.6 : Effet du nombre de Richardson sur (a) le nombre de couches de stratification de l'écoulement formées et sur (b) fonction de courant Ψ_{max}

4.2.2.3 Transfert de chaleur

Le nombre de Nusselt est analysé dans la suite de cette section pour de nombreux paramètres afin de clarifier la stratification du fluide et le transfert de chaleur. La diminution de la moyenne du nombre de Nusselt avec le nombre de Richardson est présentée dans la figure. (4.7) où trois cas $R = 0.7$, $R = 0.8$, et $R = 0.9$ sont comparés pour $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$. La figure. (4.7) montre que \overline{Nu} diminue de façon monotone avec l'augmentation de Ri et se rapproche de l'inverse du rapport d'aspect, c'est-à-dire ($1/H = 0.66$ à $\gamma = 1.5$) qui correspond à la valeur de la limite de conduction.

Dans cette figure. (4.7), on remarque que la valeur maximale de \overline{Nu} est atteinte lorsqu'une seule couche fluide est établie. Dans le cas de la convection mixte, l'influence de la force de flottabilité devient plus forte avec l'augmentation du nombre de Richardson et la force de flottabilité est de plus en plus importante avec l'augmentation de Ri . Cependant, le fluide chaud plus léger situé près du disque chaud supérieur repose sur le fluide froid plus lourd situé près du disque froid inférieur. Les effets de la convection naturelle continuent à exister uniquement près du disque supérieur chauffé. Dans ce cas, la stratification stable du fluide s'oppose à l'écoulement produit par le disque inférieur en rotation et donc le transport advectif net diminue, et la valeur de \overline{Nu} diminue avec l'augmentation de Ri . De plus, ces couches fluides jouent un rôle d'isolation thermique, puisque le nombre de couches influence le transfert de chaleur. Nous concluons que la combinaison du nombre de Richardson et des espaces annulaires contrôle le transfert de chaleur par la présence ou l'absence de couches de fluide. De plus, on constate qu'à une valeur constante de Ri , les valeurs moyennes de Nusselt augmentent progressivement avec l'augmentation de l'espace annulaire, ce qui indique que le transport advectif se renforce avec l'augmentation de R , comme le montre la figure (4.7). En conséquence, l'espace annulaire R a une influence importante sur \overline{Nu} dans ce cas.

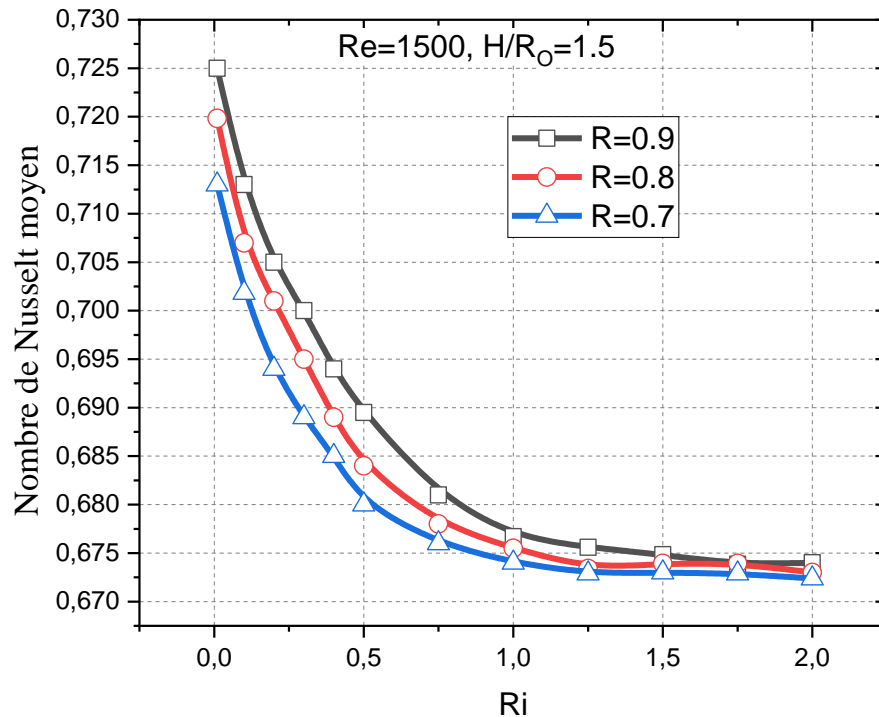


Figure 4.7 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson pour différents espaces annulaires

4.2.2.4 Effet du champ magnétique sur les couches de fluide

Pour étudier les effets du champ magnétique axial sur la stratification (c'est-à-dire l'apparition ou la suppression), on prend, par exemple, le cas de $Re = 1500$, $\gamma = 1.5$ et $Ri = 2.0$ aux trois cas mentionnés ci-dessus (c'est-à-dire le cas $R = 0.7$, $R = 0.8$, et $R = 0.9$). Les tracés des lignes de courant hydrodynamiques dans le cas de $R = 0.9$ à $Ha = 0$ montrent une double couche, dans laquelle la couche inférieure est la plus grande (Fig (4.8)). Le champ magnétique dans la direction verticale a un bon effet de suppression à la fois sur l'éclatement des tourbillons et sur les couches de fluide qui sont montrées dans ce cas. Comme le montrent clairement les lignes de courant sur la première ligne de la figure. (4.8), la région supérieure de recirculation dans le sens des aiguilles d'une montre diminue en taille et se déplace vers la paroi latérale lorsque $Ha = 10$. Au contraire, la zone de recirculation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre augmente en taille jusqu'à occuper tout l'espace supérieur du cylindre. De même, la fonction de courant maximale diminue avec l'augmentation de Ha , $\Psi_{max} = 0.0064$ et 0.0061 pour $Ha = 0$ et $Ha = 10$ respectivement. Le petit tourbillon toroïdal diminue en taille et disparaît ensuite à $Ha_{cr} = 20$. La position r-centrale de la petite région toroïdale augmente avec l'augmentation de Ha et au contraire, la position z-centrale diminue légèrement. Les positions centrales sont à $z = 1.08, 0.99, et 0.97$ pour $Ha = 5, 10 et 15$, respectivement.

Comme pour le cas $R = 0.8$ montré à la figure (4.8), les tracés des lignes de courant pour $Ha = 0$, montrent trois couches, dans lesquelles la couche supérieure devient étroite. Les lignes de courant pour $Ha = 5$ montrent clairement les deux petits tourbillons toroïdaux attachés à la paroi interne et externe, respectivement. Une autre zone de recirculation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, centrée à $z = 0.82$ pour $Ha = 5$, diminue encore en taille et disparaît à $Ha = 22$ (plus loin et disparaît à $Ha = 22$).

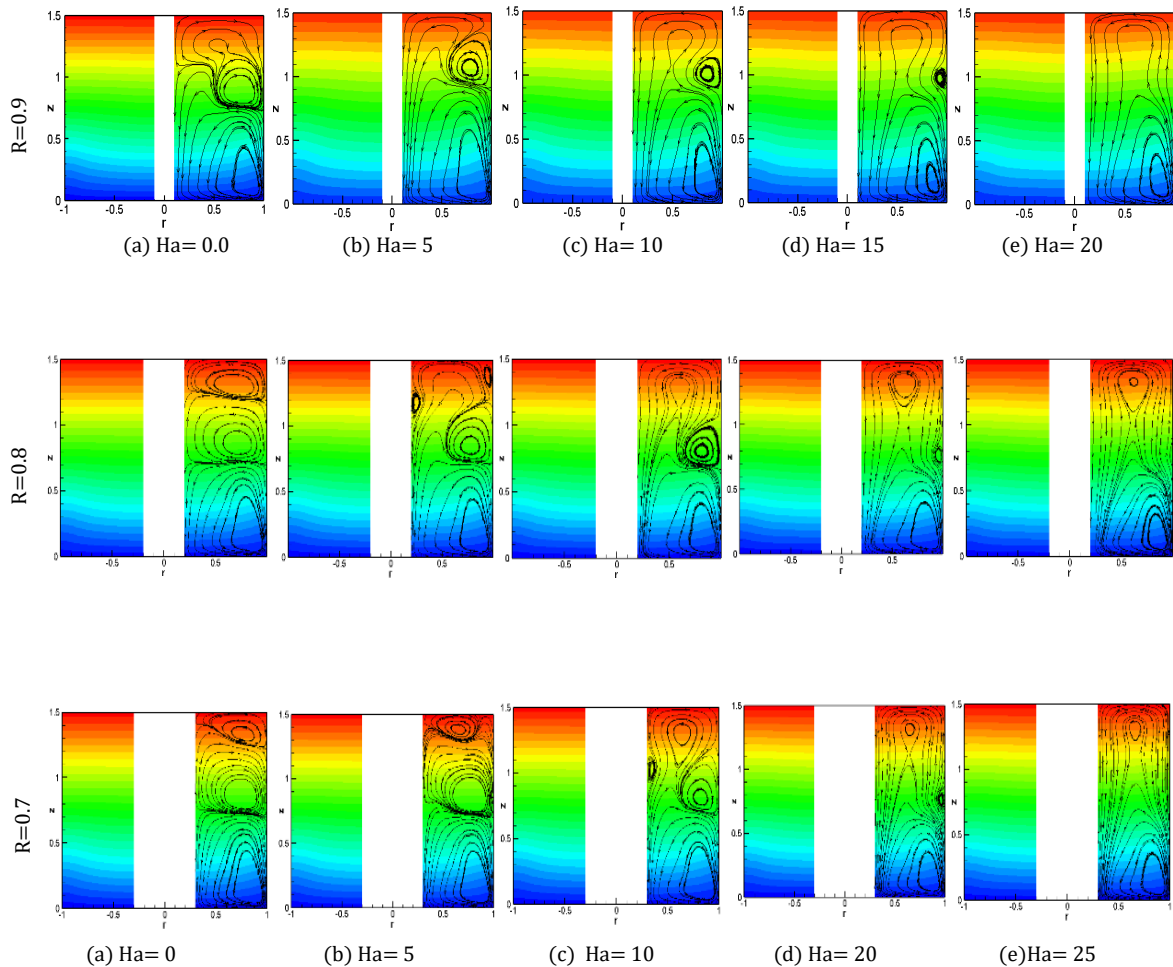


Figure 4.8 : Effet de champ magnétique sur les lignes de courant et les isothermes dans les plans méridien lorsque $Re = 1500$, $\gamma = 1.5$, $Ri = 2$ et $R = 0.7, R = 0.8, R = 0.9$

L'effet de l'augmentation de Ha est clairement visible sur la figure (4.8) pour le cas $R=0.7$. Pour $Ha = 0$ et $Ha = 5$, trois couches sont observées, mais à $Ha = 10$, le tourbillon toroïdal central dans le sens des aiguilles d'une montre se divise en deux cellules et entraîne la création de trois couches. Pour $Ha = 20$, les lignes de courant montrent un petit vortex toroïdal centré à $z = 0.75$, puis diminue en taille et disparaît à $Ha_{cr} = 25$. Pour tous les cas, les tracés isothermes

lorsque $Ri = 1.0$ montrent que la conduction domine le transfert de chaleur, en particulier dans l'espace supérieur.

La figure (4.9) compare l'effet du champ magnétique sur le nombre de couches de fluide pour trois cas ($R = 0.7, R = 0.8, et R = 0.9$) lorsque $Re = 1500 et Ri = 2.0$. La diminution des courbes comme le montre la figure (4.9) indique que l'augmentation de Ha a une influence importante sur le nombre de couches fluides formées. Par conséquent, le nombre de couches fluides diminue lorsque Ha augmente pour les trois cas. Pour $Ha = 0$, nous avons trois couches pour le cas $R = 0.7$, trois couches pour $R = 0.8$, et deux couches pour $R = 0.9$. Pour $Ha = 10$ et $Ha = 15$, deux couches sont observées pour $R = 0.8$ et $R = 0.7$, respectivement. Les nombres critiques de Hartmann, $Ha_{cr} = 20, 22, et 25$ correspondent à une seule couche pour les cas $R = 0.7, 0.8$ et 0.9 , respectivement. Par conséquent, l'intensification magnétique réduit le nombre de couches résultantes.

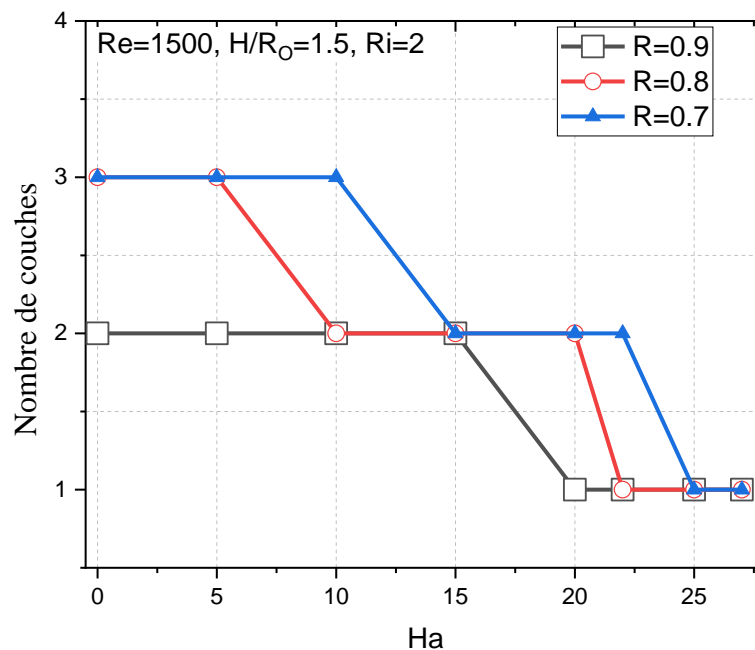


Figure 4.9 : Nombre de couches de fluide VS Ha lorsque $Ri=2$ et $Pr=0.032$

Le diagramme dans le plan ($Ha_{cr} - Ri$) pour les trois cas lorsque $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ présenté dans la figure (4.10) donne l'évolution du nombre critique de Hartmann Ha_{cr} en fonction de Ri . Il y a trois courbes séparées qui représentent les limites de deux zones, c'est-à-dire les domaines avec et sans couches de fluide de stratification. La courbe bleue avec des symboles d'étoile dans la figure (4.10) représente les limites pour le cas d'un espace annulaire $R = 0.7$. La courbe rouge avec un cercle correspond au cas $R = 0.8$. Pour le cas $R = 0.9$, le seuil de transition est représenté par la courbe noire avec des symboles carrés. Dans tous les cas, nous avons vu que l'augmentation de la valeur de Ri entraîne l'augmentation

du Ha_{cr} . De même, l'augmentation de Ha supprime les couches de fluide à une valeur constante de Ri (la stratification disparaît après que l'amplitude de Ha dépasse une valeur critique). Les valeurs critiques Ha_{cr} pour le cas $R = 0.7$ sont supérieures à celles obtenues dans les cas $R = 0.8$ et $R = 0.9$ pour un nombre de Richardson fixe.

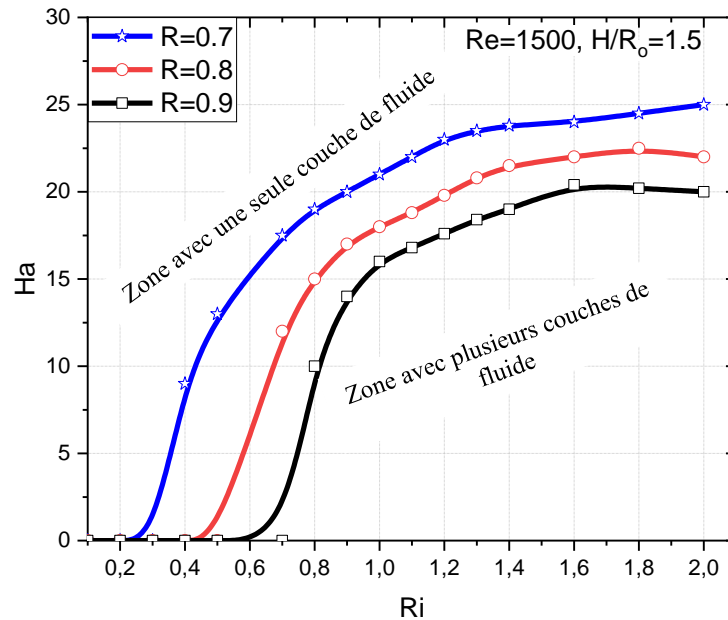


Figure 4.10 : Le diagramme ($Ha_{cr} - Ri$) montre les limites de la transition d'une zone multicouche à une zone monocouche

4.2.3 Conclusion de la partie I

Cette première partie commence par une série de calculs numériques pour détecter le régime d'écoulement, c'est-à-dire transitoire ou permanent. Ensuite nous discutons l'influence des espaces annulaires sur les zones de l'éclatement tourbillonnaire, qui a permis de tracer les limites de la zone d'éclatement de vortex pour différents rapport d'aspect. Nous avons aussi étudié l'effet des gradients thermiques sur l'éclatement tourbillonnaire et les couches de fluide. Il a également été constaté que le nombre de couches croît avec l'augmentation du nombre de Richardson. Il a été remarqué aussi que l'espace annulaire R a une influence importante sur le transfert de chaleur dans ce cas. Dans cette partie l'effet de champ magnétique sur les couches de fluide a été aussi clarifié. Il est montré dans ce cas que le champ magnétique a un bon effet de suppression à la fois sur l'éclatement de vortex et sur les couches de fluide. Enfin un diagramme de stabilité ($Ha_{cr}-Ri$) montre les limites de la transition de la zone à couches multiples à la zone à couche unique a été établis.

Ces résultats ont fait l'objet, d'une publication :

- dans un journal de renommé « International Journal of Computational Materials Science and Engineering », Vol. 10, No. 4 (2021) 2150023 (22 pages) DOI: 10.1142/S2047684121500238

-dans un autre journal de renommé « International Journal of Thermofluid Science and Technology » (2022) Volume 9, Issue 2, Paper No. 090202 <https://doi.org/10.36963/IJTST.2022090202>

4.3 Partie II : Effet de rapport d'aspect et du nombre de Prandtl sur la stabilité de l'écoulement

Les résultats des simulations numériques ont été effectués pour un espace annulaire ($R = 0.9$) et pour trois combinaisons de rapport d'aspect et de nombre de Reynolds (*cas A* : $Re = 1500, \gamma = 1.5$), (*cas B* : $Re = 1855, \gamma = 2.0$) et (*cas C* : $Re = 2400, \gamma = 2.5$). Trois fluides électriquement conducteurs sont utilisés : Le premier est l'aluminium fondu correspondant un nombre de Prandtl, $Pr = 0.015$, où le processus de coulée de l'aluminium joue toujours un rôle important dans l'industrie moderne. Le deuxième est le Mercure liquide saturé à $293K$ correspondant à $Pr = 0.025$. Le troisième à $Pr = 0.032$ correspondant à l'alliage *PbLi 17* qui se trouve dans la position la plus appropriée pour assurer les couvertures de fusion. Le nombre de Richardson analysé ici couvre la gamme de $0 \leq Ri \leq 2.0$. Des intensités magnétiques multiples caractérisées par des nombres de Hartmann sont utilisées pour contrôler la bifurcation et les couches fluides.

4.3.1 Maillage et validation des résultats

Dans cette simulation, trois maillages non uniformes ont été appliqués pour obtenir une meilleure convergence et sont répertoriés dans le tableau. (4.3). Compte tenu de l'épaisseur de la couche de Hartmann $(\sim Ha)^{-1}$ et des rapports d'aspect (γ), un choix minutieux de la grille est nécessaire pour assurer une bonne précision. De plus, la validité des sélections de grille est confirmée par des tests d'indépendance de grille pour trois cas (A, B, C), en utilisant le nombre de Nusselt moyen pour comparaison (voir tableau (4.4)).

Tableau 4.3: maillage utilisées dans la solution numérique

Rapports d'aspect	Case A $Re = 1500, \gamma = 1.5$	Case B $Re = 1855, \gamma = 2.0$	Case C $Re = 2400, \gamma = 2.5$
Grille (r, θ, z)	$85 \times 85 \times 130$	$85 \times 85 \times 170$	$85 \times 85 \times 190$

Tableau 4.4: Influence des densités de maillage sur les valeurs de Nusselt moyen dans le cas $Pr = 1500$, $Ri = 1.0$ et $Ha = 5$

	Grille (r, θ, z)		
Cas A	$80 \times 80 \times 120$	$80 \times 80 \times 130$	$90 \times 90 \times 140$
\overline{Nu}	0.691	0.695	0.695
Cas B	$80 \times 80 \times 160$	$85 \times 85 \times 170$	$90 \times 90 \times 180$
\overline{Nu}	0.519	0.522	0.522
Cas C	$80 \times 80 \times 180$	$85 \times 85 \times 190$	$90 \times 90 \times 200$
\overline{Nu}	0.420	0.423	0.423

Tout d'abord, le modèle numérique utilisé a été validé en comparant les résultats numériques actuels avec ceux numériques de **Mahfoud et al. [42]** et **Kakarantzas et al. [48]** qui ont étudié l'écoulement et le transfert de chaleur du métal liquide, qui tourne dans l'annulaire de cylindres concentriques sous un effet de champ magnétique. La figure (4.11) montre la reproduction de la distribution radiale de la vitesse axiale au milieu du domaine (plan $z=1$), pour $Ha = 100$ et le rapport d'aspect $H/R_0 = 2.0$ lorsque l'espace annulaire est $R = 0,4$ et le nombre de Rayleigh $Ra = 105$. Bien qu'il y ait un bon accord entre les résultats numériques comparés.

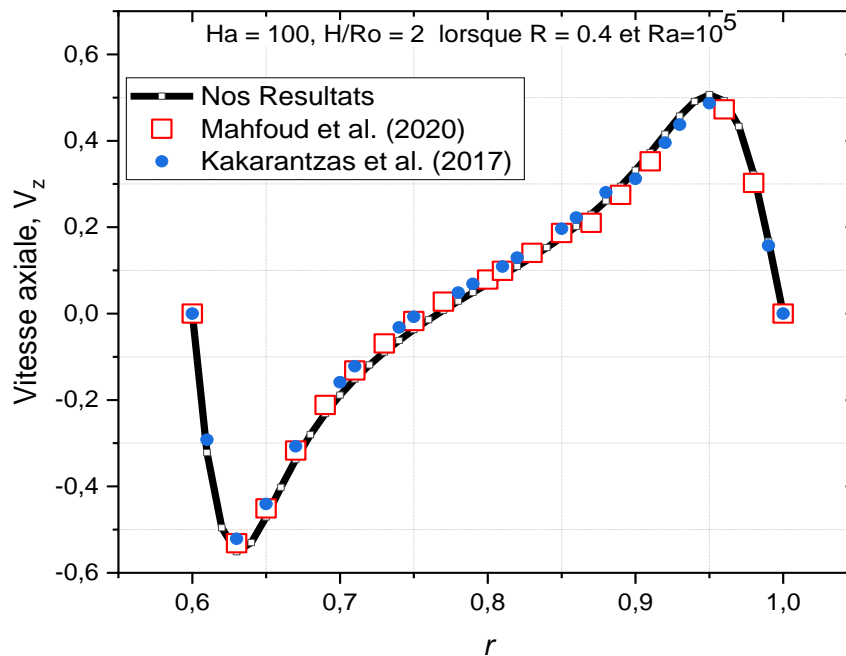


Figure 4.11 : Comparaison avec Mahfoud et al. [42] et Kakarantzas et al. [48].

4.3.2 Résultats et discussions de la deuxième partie

Pour le problème considéré ici, il est montré que pour des valeurs relativement grandes de Re , l'écoulement stable tend à devenir instable et oscillatoire. La section suivante montre la transition entre l'écoulement stable et l'écoulement oscillatoire instable. Pour détecter le régime de l'écoulement, c'est-à-dire transitoire ou stationnaire, une série de calculs numériques sont effectués pour chaque cas. La figure (4.12) montre les évolutions temporelles de la vitesse axiale v au point de contrôle ($r = 0.493, z = 0.975$). Ces simulations présentent les solutions en régime permanent obtenues pour les différents cas (A, B et C) et les plages de paramètres de contrôle : le nombre de Richardson ($Ri = 0$ et $Ri = 2.0$), le nombre de Prandtl ($Pr = 0.015, 0.025$ et 0.032), comme le montre la figure (4.12-a, b, c).

L'aspect oscillatoire des évolutions temporelles de la vitesse axiale, v au même point de contrôle ($r = 0.493, z = 0.975$) est montré dans la figure (4.12-d) pour $Re = 2760, Ri = 0$ et trois rapports d'aspect $\gamma = 1.5, 2.0, 2.5$. On constate que l'augmentation de Re renforce le mouvement du fluide alors que pour tous les rapports d'aspect ($\gamma = 1.5, 2.0, 2.5$) les évolutions deviennent dépendantes du temps (oscillatoires), un comportement qui est plus intense pour $\gamma = 2.5$. Par conséquent, lorsque le nombre de Reynolds augmente, la force du tourbillon augmente, et donc la capacité des vagues à se propager contre l'écoulement augmente **Benjamin [55]**. Les écoulements tourbillonnaires dans le cas hydrodynamique et pour $R = 0.9$ seront stables et axisymétriques jusqu'aux nombres de Reynolds critiques $Re_{cr} \approx 2605, 2620$, et 2755 lorsque l'instabilité oscillatoire commence à s'installer, pour $\gamma = 1.5, 2.0$, et 2.5 , respectivement (voir figure 4.12-d). Il convient de noter que la motivation de l'étude tridimensionnelle puisque l'écoulement peut devenir asymétrique (non axisymétrique) pour certains nombres de Reynolds qui dépassent le seuil de transition, Mahfoud et al [27].

L'écoulement rotatif développé dans la configuration annulaire, comparé à l'écoulement dans un récipient cylindrique, peut donner un aperçu supplémentaire du comportement de l'écoulement rotatif près du cylindre interne, car les conditions au niveau du fond rotatif sont différentes dans ce cas. Les rayons intérieurs dans la configuration de l'anneau jouent un rôle important dans la capacité d'absorption de l'écoulement. L'écoulement dans un anneau peut être expliqué comme suit. À proximité du disque de fond rotatif, le fluide a aspiré de la région centrale près du cylindre interne. Puis ce fluide est entraîné dans la direction de la paroi extérieure et monte en spirale vers le disque supérieur fixe. Enfin, un flux central tourbillonnant dans la direction du disque rotatif est produit. Dans le cas où l'écoulement amont est

supercritique, alors que l'écoulement aval est sous-critique, l'interaction entre ces régimes d'écoulement est faible et ils sont tous deux complètement contrôlés par des conditions d'écoulement appropriées.

Si l'interaction entre l'écoulement amont et l'écoulement aval est faible, alors l'écoulement amont dépend complètement, pour une géométrie donnée, du nombre de Reynolds. L'écoulement sous-critique est contrôlé par la couche limite au niveau du disque rotatif qui absorbe le fluide entraîné par le noyau central. La bulle de séparation dans un anneau est fortement intensifiée par les effets visqueux causés par la différence entre les structures d'écoulement dans le noyau central. **Benjamin [55]**, suppose que le développement d'ondes stationnaires peut conduire à l'apparition d'un gradient de pression défavorable et, par conséquent, à l'apparition d'un point de stagnation évoluant vers une bulle de séparation.

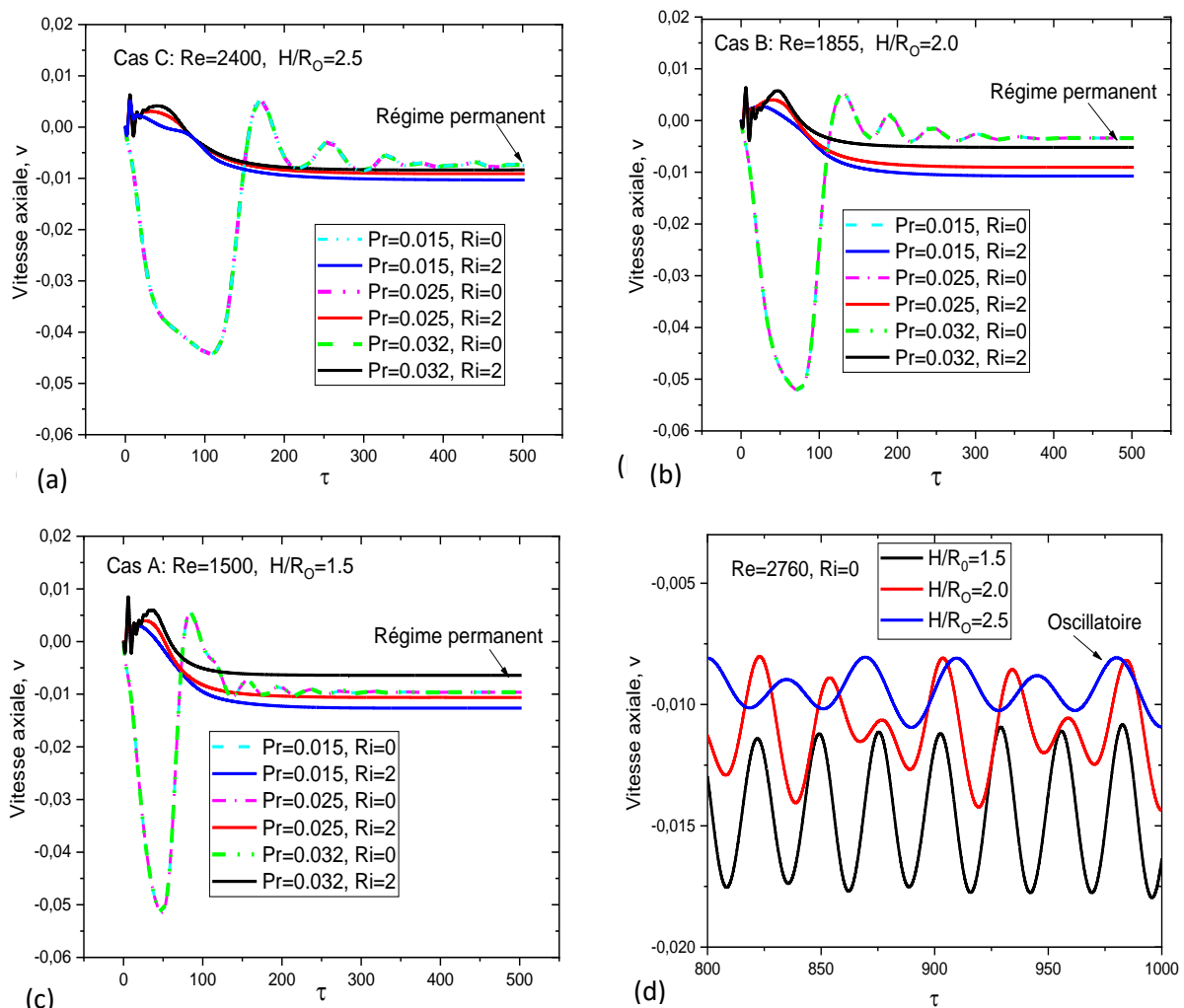


Figure 4.12 : Évolution de la vitesse axiale v au point de surveillance
($r = 0.493, z = 0.975$)

4.3.2.1 Effet du rapport d'aspect et de la vitesse de rotation sur l'écoulement

Afin d'étudier les effets des rapports d'aspect (γ) sur le comportement d'éclatement tourbillonnaire, c'est-à-dire l'apparition, la localisation ou la suppression des cas isothermes de $Re = 2000$, des rapports d'aspect croissants ($\gamma = 1.5, 2.0$ et 2.5) sont considérés.

Il est observé, dans tous les cas, que l'augmentation du taux de rotation accélère le fluide et conduit à la création d'une bulle d'éclatement de vortex qui s'est produite sur la paroi du cylindre intérieur. Les lignes de courant confirment qu'il n'existe qu'une seule rupture tourbillonnaire pour $\gamma = 1.5$ et $\gamma = 2.0$ comme le montre la figure (4.13). Cependant, à $\gamma = 2.5$, aucune rupture tourbillonnaire n'apparaît, ceci est observé à partir des tracés des isolignes de la figure (4.13). Ainsi, une diminution de la taille des vortex est montrée et leur position est collée à la paroi cylindrique interne. Les positions centrales des vortex sur l'axe z sont à $z = 1.101$ et 1.395 pour $\gamma = 1.5$ et 2.0 respectivement. Sur l'axe r , les positions centrales sont à $r = 0.167$ et $r = 0.191$ pour $\gamma = 1.5$ et $\gamma = 2.0$ respectivement.

La structure spatiale de la valeur zéro de la vitesse axiale est tracée dans la partie inférieure de la figure (4.13). Il peut être observé dans les cas de $\gamma = 1.5$ et 2.0 , que la bulle de recirculation joue le rôle d'un corps solide et devient un obstacle à l'écoulement axial. L'écoulement axial dévié autour de la bulle donne une région de sillage avec une faible vitesse qui se forme en aval de la bulle. La viscosité et l'inertie sont négligeables dans la bulle d'éclatement de vortex où la vitesse axiale est nulle. Aucune bulle ne s'est formée en raison de l'absence d'éclatement tourbillonnaire lorsque $\gamma = 2.5$, comme le montre la figure (4.13). Les diamètres des bulles sont de 0.44 et 0.35 pour $\gamma = 1.5$ et 2.5 , respectivement.

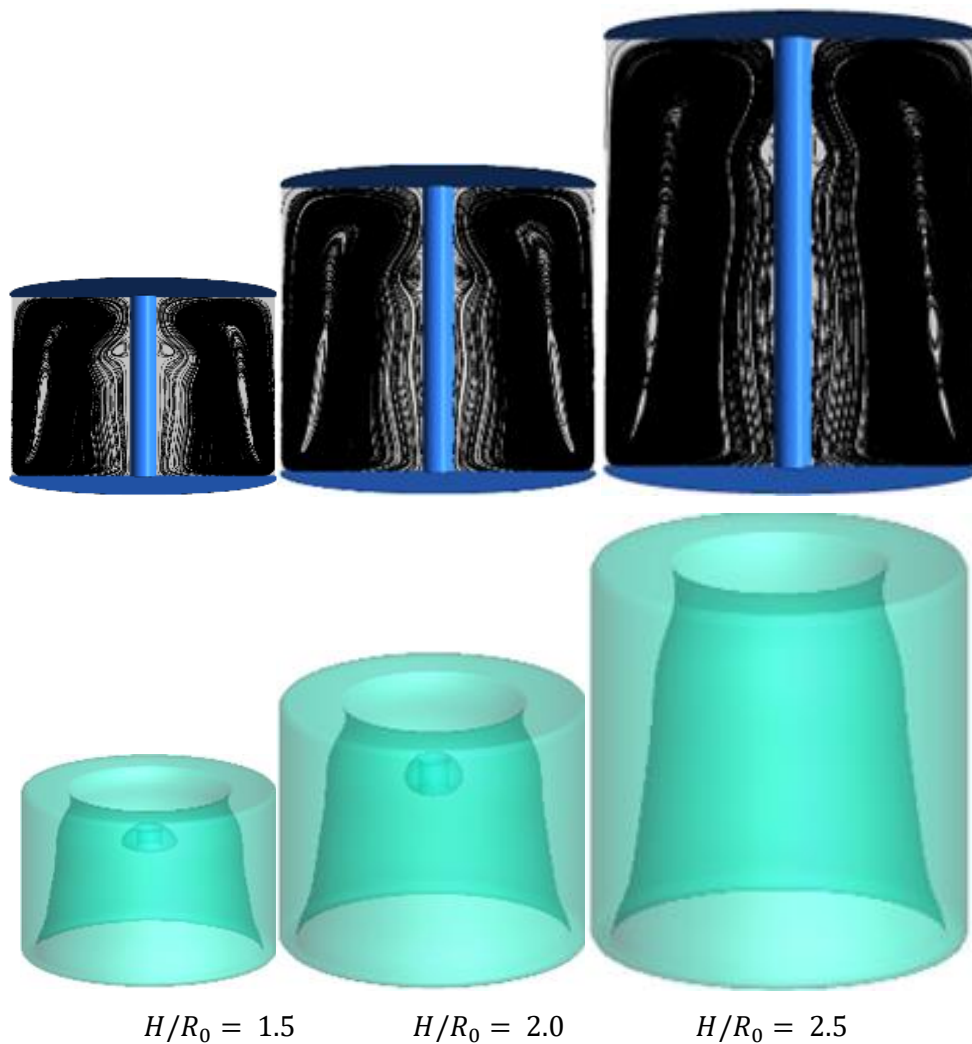


Figure 4.13 : Les lignes de courant (en haut) et Iso-surfaces (en bas) pour différents rapports d'aspect avec $Ri = 0$, $Re = 2000$ et $R = 0.9$

L'influence de l'intensification de la vitesse de rotation sur la configuration de l'écoulement, l'apparition et la suppression d'éclatement des tourbillons est également illustrée à la figure (4.14) où six nombres de Reynolds ($Re = 1250, 1500, 1750, 2000, 2250$ et 2500 , respectivement) sont comparés pour un rapport d'aspect $\gamma = 1.5$. Lorsque le nombre de Reynolds est augmenté d'un incrément de $Re = 250$, l'éclatement tourbillonnaire apparaît à $Re = 1250$ dans lequel, la position centrale du tourbillon sur l'axe z est à $z = 0.84$ et sur l'axe r est 0.16 . Ensuite, la taille du vortex augmente avec le nombre de Reynolds jusqu'à $Re = 1750$. Les positions centrales du vortex sur l'axe r sont $|r| = 0.192$ et $|r| = 0.201$ pour $Re = 1750$ et $Re = 2000$, respectivement. Comme le montrent clairement les lignes de courant sur les cas de $Re = 2250$ et $Re = 2500$ qu'un petit vortex apparaît dans ces deux cas, et disparaît pour $Re \geq 2510$.

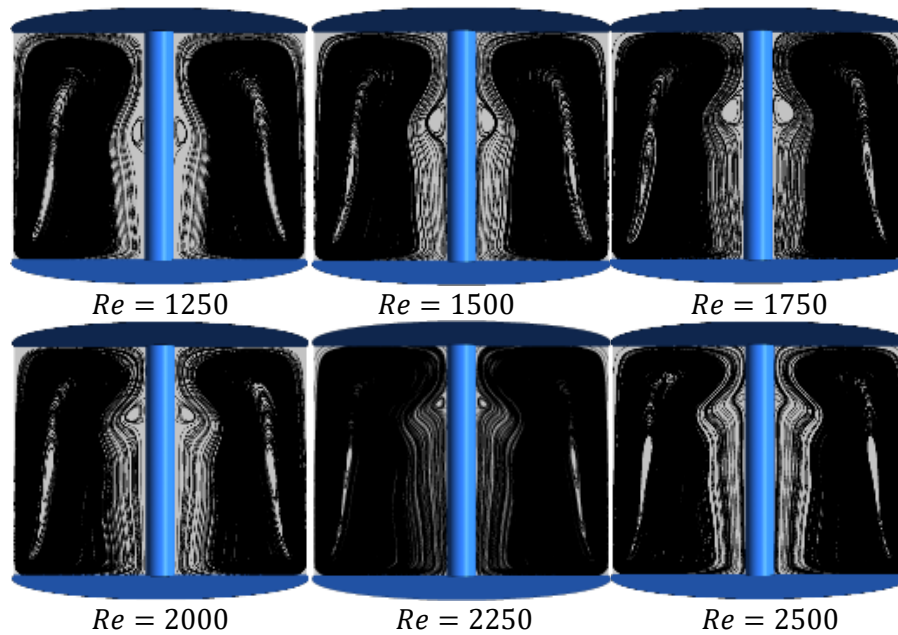


Figure 4.14 : Iso-contours de la fonction de courant dans le cas de $\gamma = 1.5$ pour $R = 0.9$ à différents nombres de Reynolds, Re

La figure (4.15) montre les effets de l'augmentation des nombres de Reynolds sur la position centrale du tourbillon (vortex breakdown) sur l'axe z et l'axe r , respectivement dans le cas de $\gamma = 1.5$. Ici, la position centrale est présentée à différents nombres de Reynolds, qui est dans la gamme de $1100 \leq Re \leq 2500$. Tout d'abord, un tourbillon apparaît à $Re = 1170$ et disparaît à $Re \approx 2510$. La position centrale sur l'axe z est à $z = 0.780$ lorsque le petit tourbillon apparaît à $Re = 1175$ et augmente jusqu'à $z = 1.157$ jusqu'à $Re = 2500$. Les positions centrales sur l'axe z du tourbillon augmentent progressivement avec l'augmentation du nombre de Reynolds. La courbe rouge avec des symboles de cercle montre la position centrale du vortex sur l'axe r qui est différente de celles de la position centrale sur l'axe z . Dans ce cas, la distribution de la position centrale sur l'axe r représente la forme d'un demi-cercle. Les positions centrales sur l'axe r sont divisées en deux parties, lorsque $Re \leq 1800$, la position centrale r du tourbillon augmente avec l'augmentation de Reynolds, au contraire lorsque $Re \geq 1800$, elles diminuent avec l'augmentation de Reynolds. Enfin, pour le cas de $\gamma = 1.5$, les présents résultats montrent que l'augmentation de Re provoque l'augmentation de la position z -centrale du vortex, mais au contraire provoque la diminution de la position r -centrale après le passage d'un pic. La situation peut être interprétée comme suit: le pic s'est produit dans la région où les forces visqueuses et inertielles sont de la même magnitude. De plus, d'après les expériences d'Escudier [2], la région d'éclatement est caractérisée par un rayon r , le nombre de Reynolds correspondant est alors $(r/R_0)Re^{1/2}$. La plus grande valeur de cette quantité pour le cas $\gamma = 1.5$ est pour $Re = 1800$ à $r/R_0 \sim 0.202$ et $(r/R_0)Re^{1/2} \sim 8.57$.

Pour $R = 0,9$, les limites (zones limites) d'éclatement tourbillonnaire des présents résultats sont comparées aux résultats du diagramme de stabilité d'Escudier pour un récipient cylindrique ($R = 1,0$), voir figure (4.16). Escudier [17] a réalisé une étude expérimentale en utilisant une technique de fluorescence induite par laser pour visualiser la structure de l'écoulement en géométrie cylindrique généré par le disque de fond tournant. Ils ont proposé un diagramme de stabilité décrivant le régime d'éclatement tourbillonnaire qui correspond à la courbe noire de la figure (4.16). L'effet des rapports d'aspect sur les zones d'éclatement tourbillonnaire dans le plan ($Re - \gamma$) montre comment les limites d'éclatement tourbillonnaire se déplacent vers la gauche, c'est-à-dire que les zones d'éclatement tourbillonnaire sont déplacées vers les faibles valeurs des rapports d'aspect pour l'espace annulaire ($R = 0,9$) qui correspondent à la courbe rouge avec des symboles d'étoiles dans la figure (4.16). Le point d'intersection entre ces deux courbes devient au rapport d'aspect $\gamma = 1,2$ proche de $Re \approx 1015$. D'autre part, les effets croissants du nombre de Reynolds augmentent également la transition vers un régime instationnaire pour $R = 0,9$.

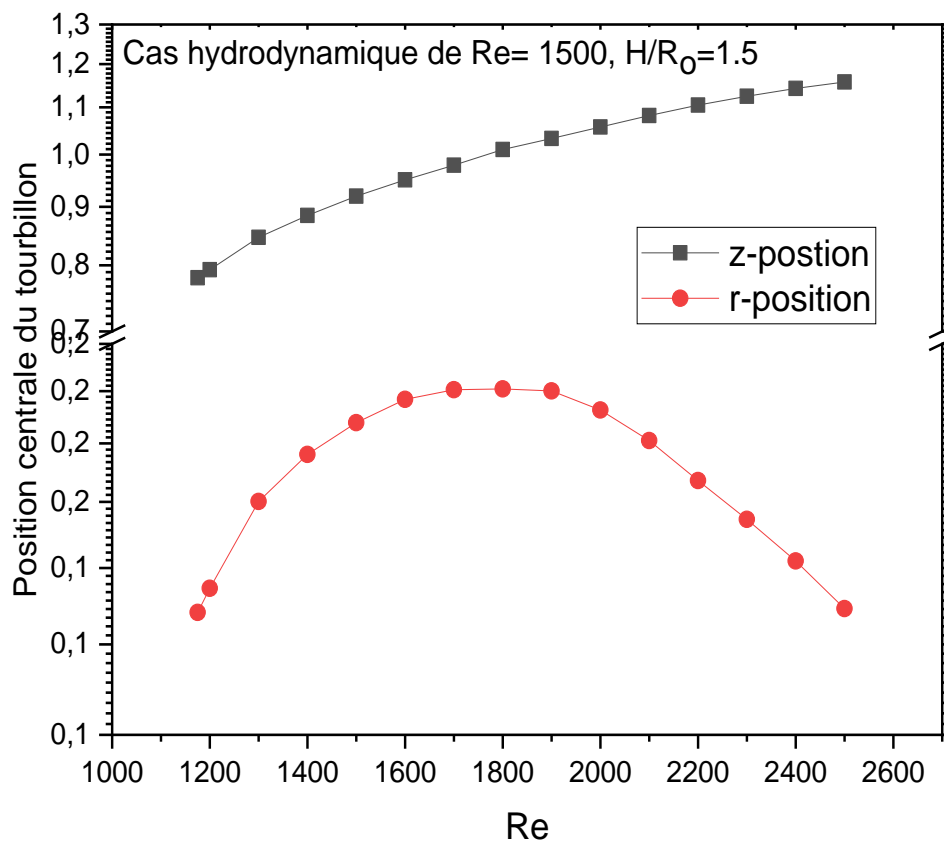


Figure 4.15 : Position centrale du vortex sur l'axe z et l'axe r en fonction de Re

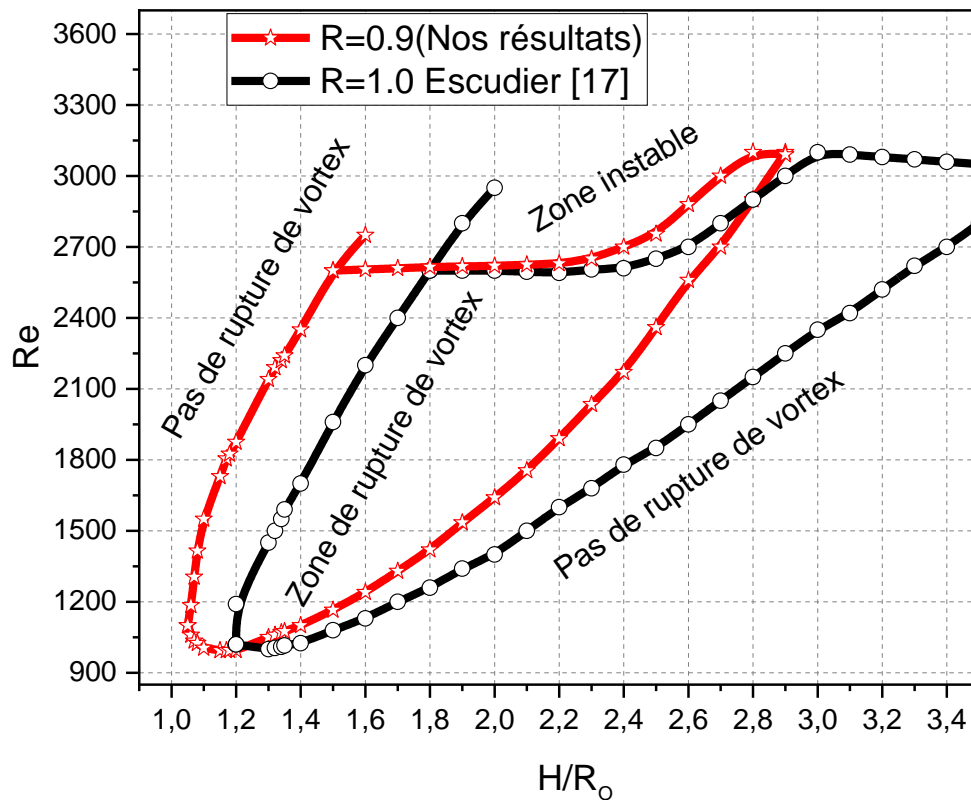


Figure 4.16 : Les limites de la zone d'éclatement tourbillonnaire des présents résultats ($R = 0.9$) comparées avec de l'expérience d'Escudier [17] pour $R = 1.0$

4.3.2.2 Effet de flottabilité sur l'éclatement des tourbillons et les couches de fluide

a). Cas de $Pr=0.015$

Pour étudier les effets des gradients thermiques sur les couches de fluide et le contrôle de l'éclatement tourbillonnaire (c'est-à-dire la localisation ou la suppression de l'éclatement tourbillonnaire), nous prenons le cas de l'aluminium liquide, correspondant à $Pr = 0.015$. Une bulle axisymétrique est attachée au cylindre interne comme le montre la figure. (4.17) pour le cas A à $Ri = 0.01$ correspondant à $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$. Le cas presque isotherme, dans lequel la convection forcée a lieu. La rotation du fond donne une force centrifuge au fluide, et cette force entraîne le fluide radialement vers l'extérieur.

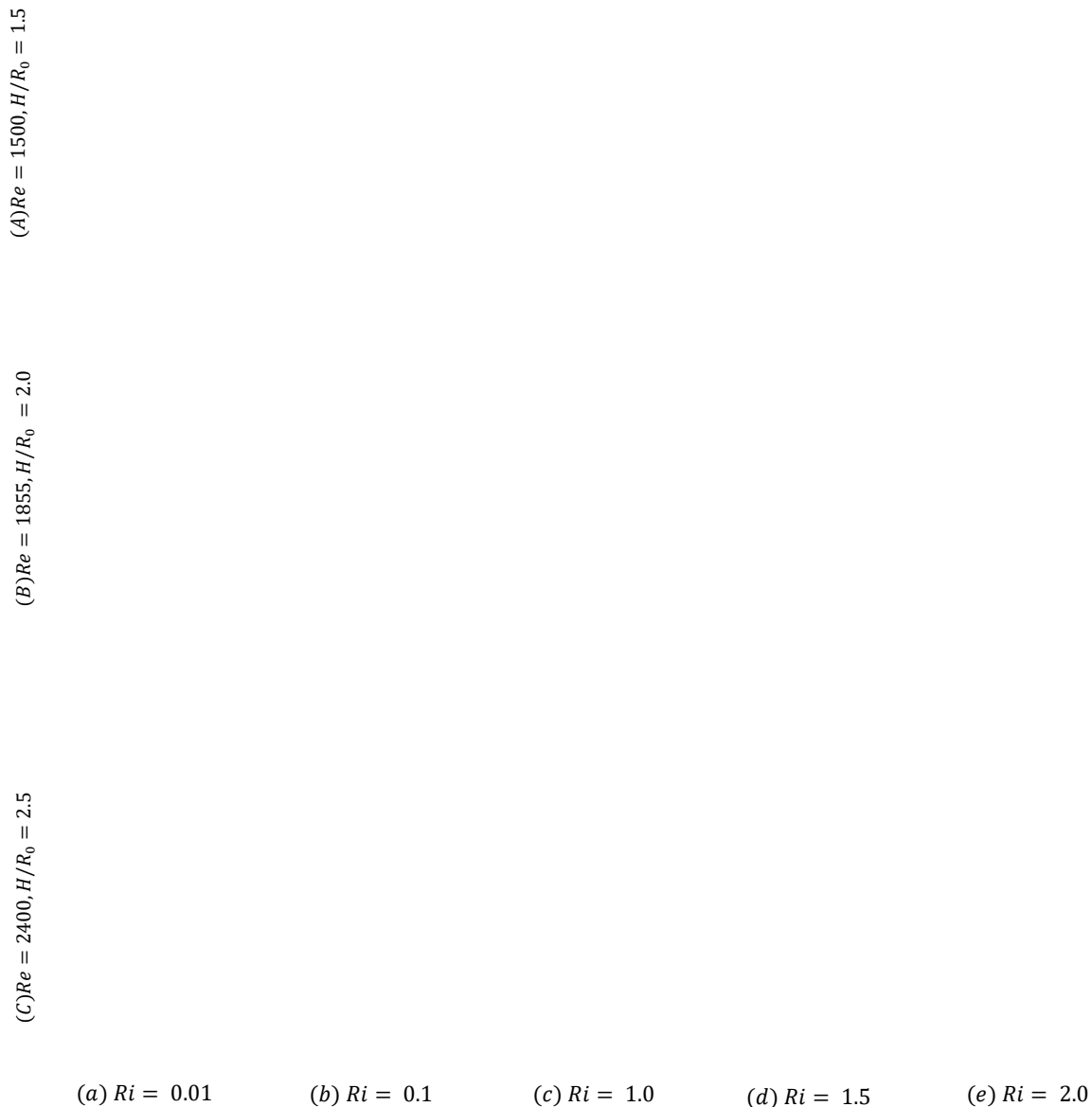


Figure 4.17 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridionaux pour une augmentation de Ri lorsque $Pr = 0.015$

Les jets ascendants et l'écoulement descendant donnent lieu à une structure d'écoulement centrifuge, avec un tourbillon axial près de l'axe du cylindre intérieur. La position centrale sur l'axe z d'éclatement du tourbillon est à $z = 0.91$, et sur l'axe r est à $|r| = 0.19$, respectivement. On observe pour $Ri = 0.01$ la domination du mode de transfert de chaleur par convection, où une déviation remarquable est montrée dans les tracés de contour des isothermes (Fig 4.17). Cependant, les forces de flottabilité défavorisent le gradient de pression, ce qui tend à supprimer les non-homogénéités, et on peut alors s'attendre à la disparition de l'éclatement tourbillonnaire lorsque $Ri = 0.1$. Dans ce cas, le noyau tourne à une vitesse moyenne exacte entre celle des deux disques d'extrémité, ce qui implique que le noyau sera en équilibre azimutal entre la contrainte

visqueuse du disque inférieur en rotation et la décélération visqueuse du disque supérieur stationnaire. Lorsque Ri est encore augmenté jusqu'à $Ri = 1$, les forces de flottabilité réagissant sur le fluide près du disque chaud supérieur sont très intenses que les forces d'inertie résultant de la rotation du disque inférieur ne peuvent pas tendre le fluide vers le bas et l'écoulement est maintenant structuré avec deux cellules, qui ont une taille plus petite (Fig 4.17-c). Lorsque le nombre de Richardson augmente de $Ri = 1.5$ à 2 , la force de flottabilité agissant sur le fluide chaud près du disque supérieur, qui produit une autre région (écoulement contre-rotatif). Cette région s'agrandit au fur et à mesure que Ri augmente jusqu'à occuper la totalité de la section supérieure de l'espace annulaire ($Ri = 2$, Fig 4.17-e). Ainsi, l'augmentation de Ri entraîne un amortissement du mouvement du fluide, et donc la conduction thermique domine progressivement le transfert thermique par convection lorsque $z > 1$.

Dans la deuxième ligne de la figure (4.17), l'effet de Ri est étudié pour le cas de $Re = 1855$ et $\gamma = 2.0$ (cas B). Pour $Ri = 0.01$, une petite bulle d'éclatement comparée au cas (A) peut être vue dans la figure (4.17-a), centrée sur l'axe z à $z = 1.34$ et l'axe r à $|r| = 0.71$, respectivement. Comme le montrent clairement les courbes de niveau des isothermes lorsque $Ri = 0.01$, le transfert de chaleur par convection domine la distribution de la température. Une courte augmentation du nombre de Richardson jusqu'à $Ri = 0.1$ (Fig. 4.17-b) entraîne la disparition de la bulle d'éclatement tourbillonnaire. Une autre cellule devient apparente lorsque $Ri = 1.0$, en raison de l'écoulement contrarotatif. Elle est représentée sur la figure (4.17-c), où les lignes de courant montrent qu'une structure d'écoulement à double couche apparaît. Lorsque Ri est encore augmenté ($Ri = 1.5$ à 2), cela provoque la croissance des régions d'écoulement contre-rotatif près du disque chaud.

Dans la troisième ligne de la figure (4.17), nous donnons également l'effet du nombre de Richardson pour le cas de $Re = 2400$ et $\gamma = 2.5$ (cas C). Dans le cas $Ri = 0.01$, une rupture de vortex à une bulle apparaît est centrée sur $z = 1.81$, et $|r| = 0.14$. L'observation est presque la même que dans le cas précédent lorsque $Ri = 0.1$ (Fig 4.17-b), l'éclatement tourbillonnaire est supprimée, et le fluide dans la partie principale de l'espace annulaire présente une rotation quasi-rigide. Une zone d'écoulement contrarotative devient apparente lorsque $Ri = 1.0$ près du disque supérieur chaud. L'augmentation du nombre de Richardson à $Ri = 1.5$ conduit à l'apparition d'une structure stratifiée avec trois couches de fluide. De même, une région de recirculation dans le sens des aiguilles d'une montre apparaît entre deux régions de recirculation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre lorsque $Ri = 2$, ce qui donne une structure à double lobe. Comme le montrent clairement les isothermes de la figure (4.17-e), le gradient de température

vertical est concentré à proximité des limites supérieures où la conduction domine le transport thermique. Ceci est une conséquence de l'isolation thermique par les couches stratifiées.

b). Cas de $Pr=0.025$

La figure (4.18) présente les isolignes de la fonction d'écoulement pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Pr = 0.025$. La structure de l'écoulement dans le cas A est presque la même que celle du cas A lorsque $Pr = 0.015$ comme mentionné ci-dessus. De manière similaire à ce qui a été observé dans la section précédente, une augmentation supplémentaire de Ri entraîne la disparition de la bulle d'éclatement tourbillonnaire à $Ri = 0.1$, voir le cas A (Fig 4.18-b). Lorsque le nombre de Richardson est augmenté à $Ri = 1.0$, les forces de flottabilité induisent une région de recirculation dans le sens des aiguilles d'une montre qui apparaît dans l'espace annulaire supérieur (Fig 4.17-c). Comme dans le cas précédent, des augmentations supplémentaires de Ri font que cette nouvelle région de fluide occupe presque la moitié supérieure de l'espace annulaire ; cependant, dans ce cas, la recirculation du fluide est la plus élevée puis elle diminue rapidement avec l'augmentation de Ri .

Dans la deuxième ligne de la figure (4.18), le cas de $Ri = 0.1$ est presque similaire à ce qui a été observé dans la section précédente, nous avons également remarqué ici quand $Ri = 0.1$ la bulle d'éclatement de vortex a disparu (Fig 4.18-c). La transition vers une structure d'écoulement à double couche est observée à $Ri = 1.0$ dans laquelle une nouvelle région dans le sens des aiguilles d'une montre s'est formée près du disque supérieur stationnaire. D'autres transitions se produisent lorsque Ri augmente encore au-delà de $Ri = 2.0$, conduisant à la formation de trois couches de fluide. Par conséquent, des augmentations supplémentaires de Ri conduisent à une réduction progressive de la fonction de courant.

(a) $Ri = 0.01$ (b) $Ri = 0.1$ (c) $Ri = 1.0$ (d) $Ri = 1.5$ (e) $Ri = 2.0$

Figure 4.18 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridiens pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Pr = 0.025$

En ce qui concerne le cas C , les effets des forces de flottabilité sur la transition vers un modèle d'écoulement multicouche sont les plus forts parmi ces cas. Éclatement tourbillonnaire à une bulle centrée près de la paroi intérieure du cylindre ($Ri = 0.01$) disparaît à l'intérieur du récipient (conteneur) à $Ri = 0.1$ (tracés dans (C) de la figure (4.18-b). Lorsque la stratification de la température est importante ($Ri = 1.0$), alors la suction d'Ekman disparaît à l'intérieur de l'espace et conduit à la formation de couches supplémentaires (tracé en (C) de la figure (4.18-c). Ensuite, le nombre de couches augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson, il est de quatre couches lorsque $Ri = 1.5$. Lorsque $Ri = 2.0$, il atteint le pic, qui est de cinq couches,

mais toutes les couches formées n'occupent pas toute la distance entre la paroi latérale et la paroi intérieure du cylindre. Une déviation remarquable est montrée dans les tracés de contour des isothermes lorsque $Ri \leq 0.1$ dans toute la zone de l'espace annulaire, où le transfert de chaleur convectif. Ce comportement est en contraste avec les cas $Ri \geq 1$ dans lesquels la domination du transfert de chaleur par conduction peut être observée. Une déviation remarquable est montrée dans les tracés de contour des isothermes lorsque $Ri \leq 0.1$ dans la zone de l'ensemble de l'espace annulaire, où le transfert de chaleur par convection. Ce comportement est en contraste avec les cas $Ri \geq 1$ dans lesquels la domination du mode de transfert de chaleur par conduction peut être observée dans l'espace annulaire supérieur, en raison de l'isolation créée par les couches dont sont développés.

c). Cas de $Pr=0.032$

La figure (4.19) présente les lignes de courant et les isothermes superposées dans les plans méridionaux pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Pr = 0.032$. Les résultats pour le cas (A) montrent que lorsque le nombre de Richardson augmente jusqu'à $Ri = 0.1$, l'éclatement tourbillonnaire est supprimé. Dans ce cas, le transfert de chaleur par convection est dominant. La valeur maximale de la fonction de courant diminue avec l'augmentation de Ri jusqu'à 0.0064 à $Ri = 2.0$. Les lignes de courant lorsque $Ri = 1.0$ montrent une nouvelle région de contre-courant qui augmente avec Ri et domine ensuite toute la section supérieure de l'espace annulaire (tracé en A de la figure (4.19)). Les tracés de la figure (4.19) pour le cas (B) montrent la disparition du vortex à $Ri = 0.1$ puis la décomposition dans la région de contre-courant jusqu'à l'apparition de deux couches pour $Ri = 1.0$ (tracé en A de la figure (4.19-c)). La structure stratifiée avec quatre couches de fluide est observée lorsque $Ri = 2.0$. Il faut noter que la zone séparée centrée à $z = 0.90$ et $|r| = 0.75$ n'occupe pas toute la distance entre la paroi extérieure et la paroi intérieure. Le tracé des isothermes lorsque $Ri = 2.0$ montre que le mode de conduction a dominé le transfert de chaleur en particulier dans la région supérieure.

De même, les actes de flottabilité pour le cas C sont plus forts que ceux des cas A et B (graphiques en C de la figure (4.19)). Lorsque le gradient vertical de température est faible ($Ri = 0.1$) et que le mode convection domine le flux de chaleur, l'éclatement tourbillonnaire dans l'espace annulaire est supprimé. Dans la gamme de $Ri \geq 1$, il n'y a pas de grande différence sur la distribution des lignes isothermes, mais la valeur maximale des lignes de courant non dimensionnelles (Ψ_{max}) diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson, et sont $\Psi_{max} =$

0.0065 et 0.0055 à $Ri = 0.1$ et $Ri = 2$ respectivement, ce qui indique que l'écoulement est supprimé par la force de flottabilité. Le processus d'augmentation du nombre de Richardson jusqu'à $Ri = 1.0$ induit trois couches (tracés dans C de la figure (4.19-c)). Sur la gamme de Ri considérée dans le cas (C), jusqu'à cinq couches apparaissent pour $Ri = 1.5$ (Fig 4.19-d) et six couches sont observées pour $Ri = 2.0$ (Fig 4.19-e).

Figure 4.19 : Lignes de courant et isothermes superposées dans les plans méridiens pour des nombres de Richardson progressivement croissants lorsque $Pr = 0.032$

La figure (4.20-a) montre l'évolution du nombre de couches de fluide pour le cas de $Pr = 0.015$ et pour les cas $A, B, et C$ qui sont discutés ci-dessus. Le nombre de couches correspond au nombre de zones de recirculation stratifiées dans l'écoulement méridional. Ici, l'écoulement est

caractérisé par un tourbillon concentré lorsque $Ri = 0.01$, ce tourbillon subit une rupture, c'est-à-dire un point de stagnation suivi d'une petite zone de recirculation près de la paroi intérieure du cylindre. L'écoulement contient une seule couche, ce qui se produit pour $Ri \leq 0.3$ (cas A). On a également constaté que le nombre de couches, correspondant au cas A, augmente avec l'augmentation du nombre de Richardson et conduit à la formation d'une deuxième couche au-delà de $Ri > 0.3$. Au cas B, une structure d'écoulement de deuxième couche est observée lorsque $Ri \geq 0.5$. Dans le cas (C), jusqu'à trois couches apparaissent pour $Ri \geq 1.3$.

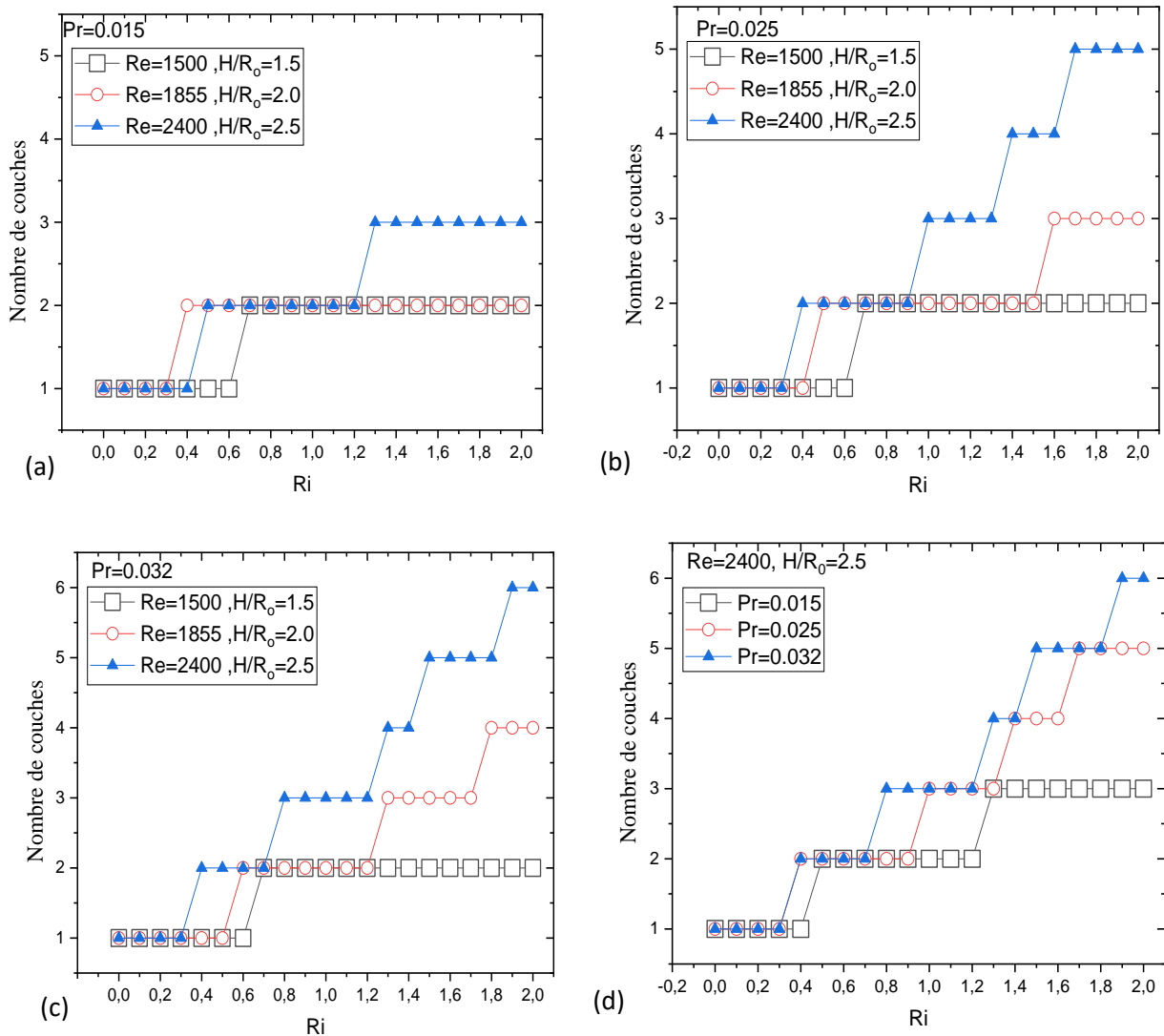


Figure 4.20 : Effet du nombre de Richardson sur le nombre de couches d'écoulement formées

L'évolution du nombre de couches de fluide pour le cas de $Pr = 0.025$ est résumée à la figure (4.20-b). Comme pour le cas de $Pr = 0.015$, le nombre de couches est calculé par le nombre de zones de recirculation occupant une partie distincte de l'écoulement méridien. Il est clair que pour le cas A, l'écoulement contient une seule couche, ce qui se produit pour $Ri \leq 0.6$.

Ensuite, on peut s'attendre à ce que des augmentations plus importantes du nombre de Richardson au-delà de $Ri \geq 0.7$, conduisent à la formation d'une seconde couche. Quant au cas *B*, les effets dans la croissance du nombre de Richardson sur l'évolution des couches stratifiées sont plus forts que dans le cas *A*. Ici (cas *B*), une structure d'écoulement à trois couches est observée lorsque $Ri \geq 1.6$. Sur la gamme de Ri considérée dans le cas (*C*), jusqu'à quatre couches apparaissent pour la gamme de $1.4 \leq Ri < 1.7$ et cinq couches de ce type sont pour $Ri \geq 1.7$.

L'évolution du nombre de couches de fluide pour le cas $Pr = 0.032$ est résumée à la figure (4.20-c). On observe que l'effet de la différence de température verticale sur la configuration de l'écoulement est de conduire l'écoulement méridional dans des structures en couches. Il est clair que pour le cas *A*, l'écoulement contient une seule couche, qui se produit pour $Ri \leq 0.6$. Ensuite, d'autres augmentations du nombre de Richardson au-delà de $Ri \geq 0.7$, peuvent être attendues pour une génération d'une deuxième couche à former. Comme pour le cas *B*, une triple couche est observée pour $Ri \geq 1.3$. Ensuite, quatre couches fluides sont formées dans la gamme de $1.8 \leq Ri \leq 2$. Pour le cas (*C*), jusqu'à quatre couches apparaissent pour $1.3 \leq Ri \leq 1.4$, puis cinq couches apparaissent pour $Ri = 1.5$ à $Ri = 1.8$ et six couches sont observées pour $1.9 \leq Ri \leq 2$.

La figure (4.20-d) compare l'évolution du nombre de couches fluides pour les trois nombres de Prandtl ($Pr = 0.015, 0.025, et 0.032$, respectivement) lorsque $Re = 2400$ et $\gamma = 2.5$ (cas *C*). La figure (4.20-d) indique que le nombre de Prandtl Pr a une influence majeure sur le nombre de couches de fluide formées. La concurrence entre les forces de flottabilité et visqueuse est amplifiée avec l'augmentation de Ri , donc le nombre de couches de fluide augmente avec l'augmentation de Ri dans tous les cas étudiés. Par conséquent, le nombre de couches formées dans le cas de $Pr = 0.032$ est plus grand que dans les autres cas ($Pr = 0.015 et 0.025$).

4.3.2.3 Transfert de chaleur

Nous pensons que la relation entre la stratification du fluide et le transfert de chaleur doit être clarifiée. Cependant, le nombre de Nusselt est analysé dans le reste de cette section pour de nombreux paramètres. La décroissance du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson est présentée sur la figure (4.21-a), où trois combinaisons (*A, B et C*) sont comparées pour $Pr = 0.032$. La figure (4.21-a) montre que \overline{Nu} diminue de manière monotone avec l'augmentation de Ri et se rapproche de l'inverse du rapport d'aspect, c'est-à-dire $1/H$ ($= 0.4$ à $\gamma = 2.5$; 0.5 à $\gamma = 2.0$ et 0.66 à $\gamma = 1.5$), ce qui signifie la valeur de la limite de

conduction. Sur la figure (4.21-a), on remarque que la valeur maximale de \overline{Nu} est atteinte lorsqu'un fluide monocouche est établi dans l'écoulement méridien. Pour la convection mixte, l'influence de la force de flottabilité devient plus forte avec l'augmentation du nombre de Richardson, de sorte que la concurrence entre les forces visqueuses et de flottabilité est de plus en plus importante avec l'augmentation de Ri . Cependant, le fluide chaud plus léger proche du disque chaud supérieur se trouve au-dessus du fluide froid plus lourd proche du disque froid inférieur. Les effets de la convection naturelle continuent à exister uniquement près du disque supérieur chauffé. Dans ce cas, la stratification stable du fluide s'oppose au flux produit par le disque rotatif inférieur, et donc le transport convectif net diminue, et la valeur de \overline{Nu} diminue avec l'augmentation de Ri . Aussi, ces couches fluides jouent le rôle d'isolation thermique, puisque le nombre de couches influence le transfert de chaleur. Nous concluons que la combinaison de Re et γ contrôle le transfert de chaleur par la présence ou l'absence de couches de fluide.

La figure (4.21-b) montre la diminution de \overline{Nu} avec une augmentation progressive de Ri pour différents Pr dans le cas A ($Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$). Pour toutes les valeurs du nombre de Prandtl étudiées ici, le Nusselt moyen devient insensible aux changements lorsque le nombre de Richardson va au-delà de 1.2. Pour le cas (A), il apparaît que \overline{Nu} atteint une valeur extrême lorsque $Ri = 0$, il est égale à 0.75, 0.78 et 0.86 pour $Pr = 0.015, 0.025$ et 0.032, respectivement (Fig 4.21-b). De plus, on constate qu'à une valeur constante de Ri , les valeurs moyennes de Nusselt augmentent progressivement avec l'augmentation du nombre de Prandtl, ce qui indique que le transport convectif se renforce avec l'augmentation de Pr , comme le montre la figure (4.21-b). En conséquence, le nombre de Prandtl Pr a une influence importante sur \overline{Nu} dans ce cas.

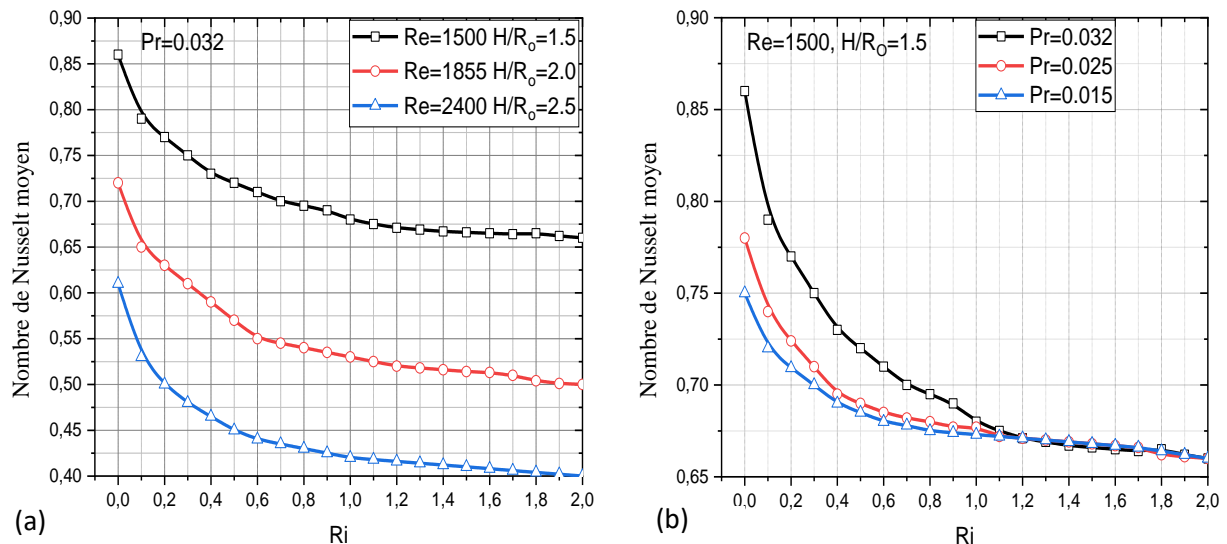


Figure 4.21 : Effet du nombre de Richardson sur le nombre de Nusselt moyen

4.3.2.4 Effet magnétique sur les couches de fluide

Sous l'effet magnétique, les forces visqueuses peuvent compléter les forces magnétiques dans la couche de Hartmann près des parois normales au champ magnétique appliqué. Ainsi, lorsque le nombre de Hartmann augmente, la couche d'Ekman est progressivement remplacée par la couche de Hartmann qui est proche des parois normales au champ magnétique. Ces couches sont perpendiculaires au champ, ayant une épaisseur sans dimension $\delta_{\perp} \approx 1/Ha$. Par conséquent, l'intensification du champ magnétique entraîne une épaisseur de couche de Hartmann. Lorsque les parois sont électriquement isolantes, la couche de Hartmann près du disque a une solution similaire à celle de la couche d'Ekman classique. L'ordre de grandeur de la vitesse axiale est $vz \sim Re/Ha^3$, ce qui entraîne la faiblesse de la vitesse axiale.

Pour étudier les effets du champ magnétique axial sur le l'éclatement tourbillonnaire dans le cas hydrodynamique, prenons par exemple le cas de $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ pour des nombres de Hartmann progressivement croissants, $Ha = 1, 5, 7$ et 9 , respectivement. La figure (4.22) montre que la taille d'éclatement tourbillonnaire diminue avec l'augmentation du nombre de Hartmann et disparaît finalement à $Ha = 9$.

L'effet magnétique sur la stratification (c'est-à-dire l'apparition ou la suppression) est montré dans le cas de $Pr = 0.032$ et $Ri = 1.0$ dans les trois cas mentionnés ci-dessus. Les tracés des lignes de courant dans le cas de $Ri = 1.0$ à $Ha = 0$ montrent une double couche, dans laquelle la couche inférieure est la plus grande (Fig 4.23-a). Le champ magnétique dans la direction verticale a un bon effet de suppression à la fois sur l'éclatement des tourbillons et sur

les couches de fluide qui sont montrées dans ce cas. Comme le montrent clairement les lignes de courant sur la première ligne de la figure (4.23), la région supérieure de recirculation dans le sens horaire diminue en taille et se déplace vers la paroi latérale lorsque $Ha = 10$. Au contraire, la zone de recirculation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre augmente en taille jusqu'à occuper tout l'espace supérieur du cylindre. De même, la fonction de courant maximale diminue avec l'augmentation de Ha et elle est égale à 0.0065 et 0.0061 pour $Ha = 0$ et $Ha = 10$, respectivement. Le petit tourbillon toroïdal diminue en taille et disparaît ensuite à $Ha_{cr} = 20$. La position centrale r de la petite région toroïdale augmente avec Ha et au contraire, la position centrale z diminue légèrement. Les positions centrales sont à $z = 1.08, 0.99, et 0.97$ pour $Ha = 5, 10 et 15$, respectivement.

Comme pour le cas B illustré à la figure (4.23), les tracés des lignes de courant pour $Ha = 0$, montrent une double couche dans laquelle la couche supérieure a une structure à double lobe. La longueur le long de l'axe z du tourbillon toroïdal dans le sens des aiguilles d'une montre au-dessus de $z = 1$ devient étroite et il est d'environ 0.38 à $Ha = 10$. Les lignes de courant pour $Ha = 15$ et $Ha=20$ montrent clairement le petit tourbillon toroïdal centré à $z = 1.1 et z = 1.04$ respectivement qui diminue encore en taille et disparaît à $Ha = 21$.

L'effet de l'augmentation de Ha est clairement visible sur la figure (4.23) dans le cas C. Pour $Ha = 0$, trois couches sont observées, mais à $Ha = 10$ le tourbillon toroïdal central dans le sens des aiguilles d'une montre se divise en deux cellules et conduit à la création de trois couches. Pour $Ha = 20$ les lignes de courant montrent un petit vortex toroïdal centré à $z = 1$, puis diminue en taille et disparaît à $Ha_{cr} = 26$. Pour tous les cas, les tracés des isothermes lorsque $Ri = 1.0$ montrent que la conduction domine le transfert de chaleur, en particulier dans l'espace supérieur.

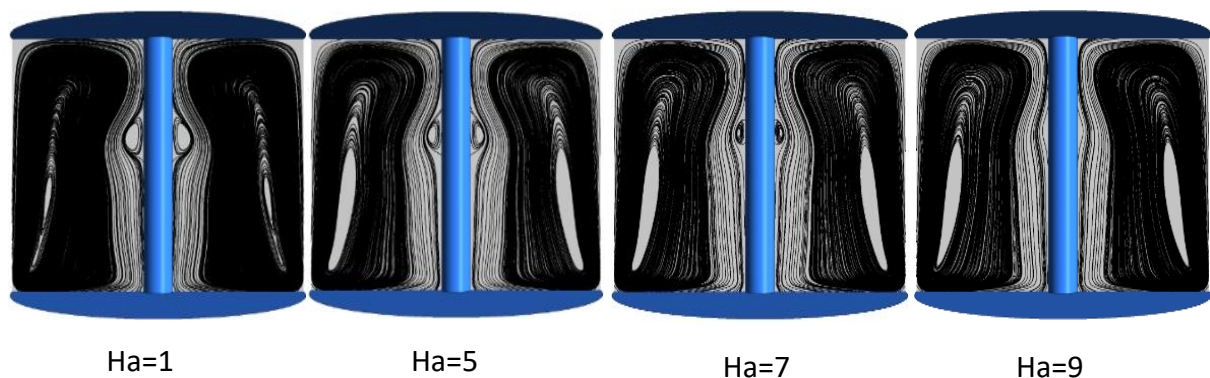


Figure 4.22 : Lignes de courant dans les plans méridiens dans le cas de $Re = 1500$ et $\gamma = 1.5$ pour des nombres de Hartmann progressivement croissants ($Ha = 1, 5, 7 et 9$).

(a) $Ha=0.0$ (b) $Ha=5$ (c) $Ha=10$ (d) $Ha=15$ (e) $Ha=20$

(a) $Ha=0.0$ (b) $Ha=5$ (c) $Ha=10$ (d) $Ha=20$ (e) $Ha=21$

(a) $Ha=0.0$ (b) $Ha=5$ (c) $Ha=10$ (d) $Ha=20$ (e) $Ha=26$

Figure 4.23 : Lignes de courant et isothermes superposées pour Ha croissant lorsque $Pr = 0.032$ et $Ri = 1.0$

La figure (4.24) montre les isocontours dans les plans méridionaux de la vitesse axiale, découlant de la structure spatiale de la vitesse axiale nulle tracée pour des nombres Hartmann croissants pour le cas C lorsque $Pr = 0.032$ et $Ri = 1.0$. Cette figure montre, d'une part, la relation entre la valeur zéro de la vitesse axiale et le nombre de couches formées et, d'autre part, la relation entre la vitesse axiale zéro et le nombre croissant de Hartmann. Par conséquent, au fur et à mesure que le nombre de Hartmann augmente, la diminution de la vitesse axiale s'accélère et une stagnation axiale de l'écoulement séquentiel pourrait se produire près du cylindre interne, entraînant l'élimination de la stratification du fluide. Le nombre de couches de fluide peut être approximé à partir de la vitesse axiale nulle. Pour la valeur critique $Ha_{cr} = 26$, la décélération

de la vitesse axiale entraîne une stagnation axiale du fluide près du cylindre extérieur, et donc une seule couche est formée.

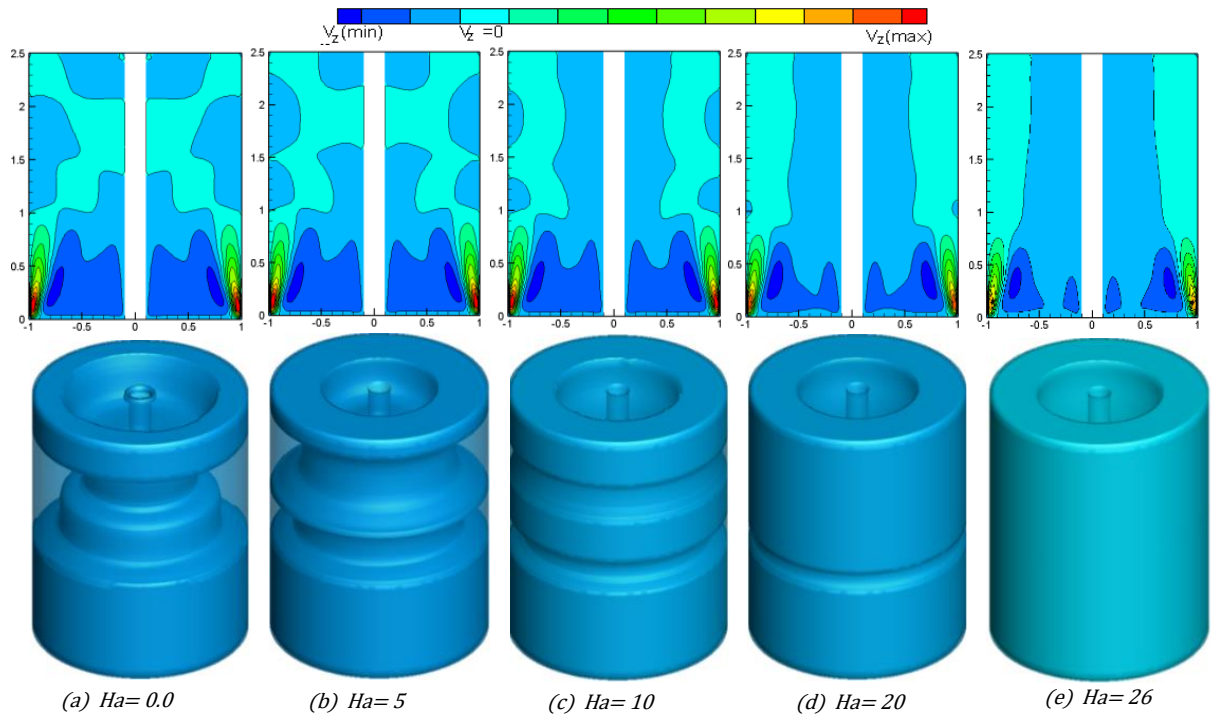


Figure 4.24 : Iso-surfaces de la vitesse axiale dans le plan méridien (en haut), la structure spatiale de la vitesse axiale ($v=0$) (en bas) pour différentes valeur de Ha lorsque $Pr = 0.032$ et $Ri = 1.0$ au cas C

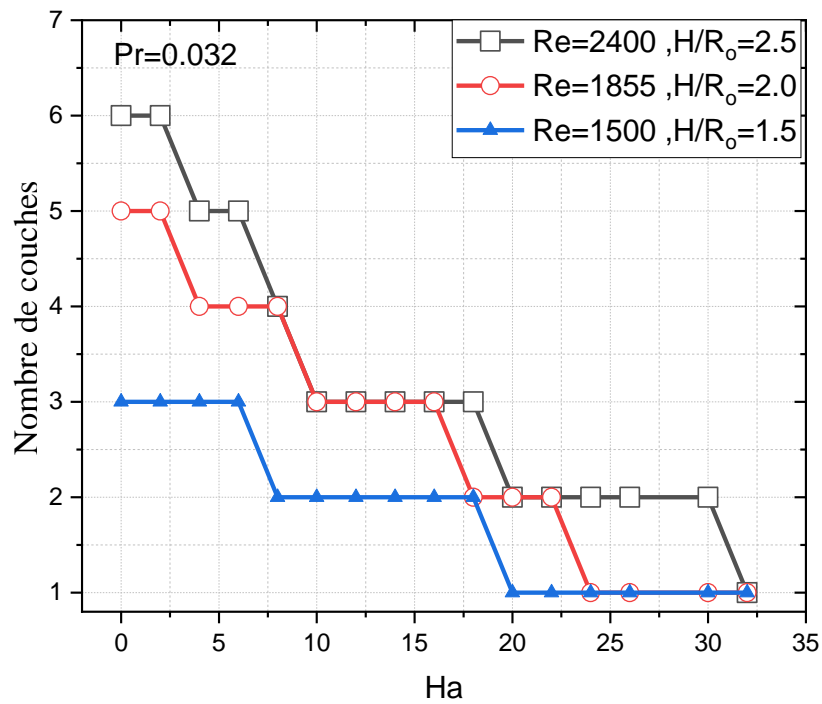


Figure 4.25 : Réduction du nombre de couches de fluide VS Ha lorsque $Ri = 2.0$ et $Pr = 0.032$

La figure (4.25) compare l'effet du champ magnétique sur le nombre de couches de fluide pour les trois cas (A, B et C) mentionnés ci-dessus lorsque $Pr = 0.032$ et $Ri = 2.0$. La diminution des courbes comme montré sur la figure (4.25) indique que l'augmentation de Ha a une influence importante sur le nombre de couches de fluide formées. Par conséquent, le nombre de couches de fluide diminue avec l'augmentation de Ha pour les trois cas. Pour $Ha = 0$, nous avons six couches pour le cas C , cinq couches pour le cas B , et trois couches pour le cas A . Sur la plage de $10 \leq Ha \leq 17$, la diminution du nombre de couches est la même pour les cas B et C . Les nombres de Hartmann critiques, $Ha_{cr} = 20, 26, \text{ et } 34$ correspondent à une seule couche pour les cas $A, B, \text{ et } C$ respectivement. Par conséquent, le champ magnétique axial affecte une diminution du nombre de couches résultantes.

Le diagramme ($Ha_{cr} - Ri$) présenté dans la figure (4.26-a) donne l'évolution du nombre critique de Hartmann Ha_{cr} en fonction de Ri pour les trois cas (A, B and C) lorsque $Pr = 0.032$ pour lequel les couches fluides de stratification sont supprimées et remplacées par une seule couche fluide. Il y a trois courbes séparées, représentant les limites de deux zones, c'est-à-dire les domaines avec et sans couches de fluide de stratification. La courbe bleue avec des symboles en étoile sur la figure (4.26-a) représente la limite pour le cas A . La courbe rouge correspond au cas B . Pour le cas C , le seuil de transition est tracé par la courbe noire avec des symboles carrés. Dans tous les cas, nous avons vu que l'augmentation du Ri entraîne l'augmentation du Ha_{cr} . De même, l'augmentation de Ha supprime les couches de fluide à une valeur constante de Ri (la stratification disparaît après que l'amplitude de Ha dépasse une valeur critique). Les valeurs critiques (Ha_{cr}) pour le cas C sont supérieures à celles obtenues dans les cas A et B pour un nombre de Richardson fixe.

Le diagramme de la figure (4.26-b) donne l'évolution de la transition de la zone à couches multiples à la zone à une couche pour le cas C où les nombres de Prandtl sont donnés par $Pr = 0.015, 0.025$ et 0.032 , respectivement. La zone au-dessus de la courbe noire avec des symboles carrés constituée d'une seule couche apparaît à $Pr = 0.032$ pour les valeurs du nombre critique de Hartmann $Ha_{cr} = 19, 26$ et 30.5 correspondant respectivement aux valeurs de $Ri = 0.5, 1.0, \text{ et } 2.0$. Nous avons vu que le nombre critique de Hartmann évolue avec l'augmentation de Ri . D'autre part, Ha_{cr} augmente avec l'augmentation de Pr pour une valeur fixe de Ri . Ainsi, les valeurs de Ha_{cr} pour le cas $Pr = 0.032$ sont supérieures à celles obtenues dans les cas de $Pr = 0.015$ et 0.025 . On observe que la divergence entre les deux courbes ($Pr = 0.032$ et $Pr = 0.025$) augmente avec l'augmentation de Ri . En revanche, on peut voir sur la figure (4.26-b) que la divergence entre les courbes $Pr = 0.015$ et $Pr = 0.025$ est constante.

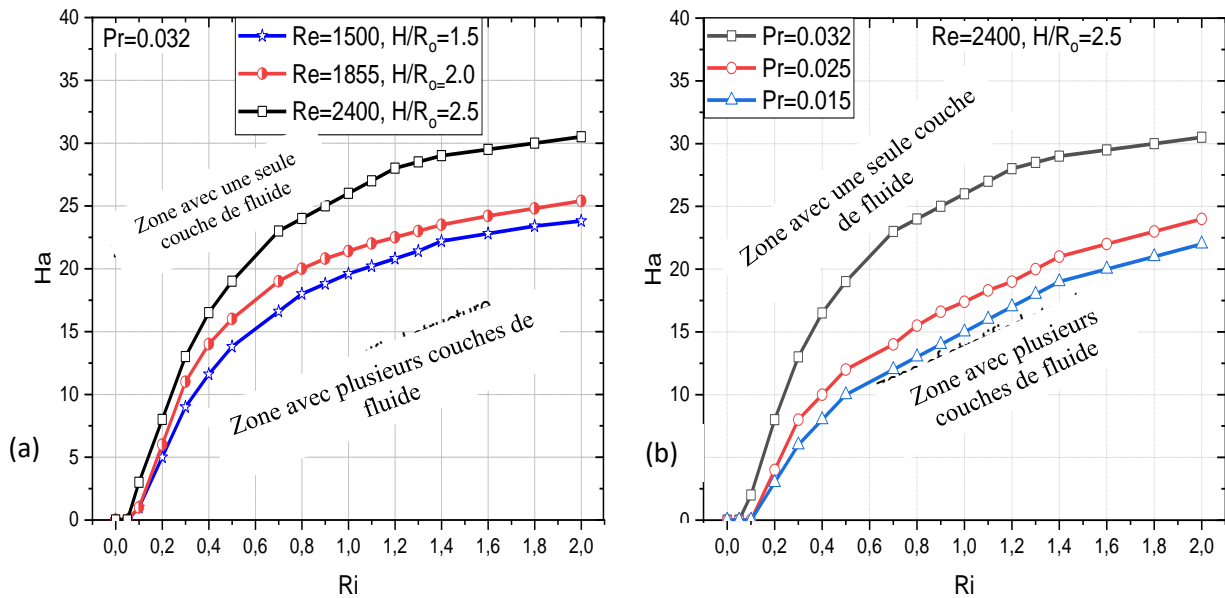


Figure 4.26 : (a-b) Les courbes de Ha_{cr} en fonction de Ri montrent les limites de la transition entre les couches multiples du fluide et la monocouche

4.3.3 Conclusion de la partie II

Dans cette partie nous présentons l’effet de rapports d’aspect et nombre de Prandtl sur la stabilité de l’écoulement. À cet effet pour un seul espace annulaire $R = 0.9$, trois configurations de nombres de Reynolds et de rapports d’aspect sont comparées et trois nombres de Prandtl sont analysés. Au début en a montré la transition entre l’écoulement stable et l’écoulement oscillatoire instable. Par suite l’effet du rapport d’aspect et de la vitesse de rotation sur l’écoulement a été développé. Il est observé, dans tous les cas, que l’augmentation du taux de rotation accélère le fluide et conduit à la création d’une bulle d’éclatement de vortex. Après on a tracé les limites de la zone d’éclatement tourbillonnaire pour $R = 0.9$ et comparées aux limites trouvés de littérature pour $R = 1$. Ensuite on a étudié l’effet de flottabilité sur l’éclatement de vortex et les couches de fluide. Il a été trouvé que le nombre de Prandtl a une influence majeure sur le nombre de couches de fluide formées, et le nombre de couches de fluide augmente avec l’augmentation de Ri dans tous les cas étudiés. Après, la relation entre la stratification du fluide et le transfert de chaleur a été clarifiée. Il a été remarqué aussi que le champ magnétique influence la suppression à la fois de vortex et sur les couches de fluide. Enfin des courbes de stabilité montrent les limites de la transition entre les couches multiples du fluide et la monocouche ont été établies.

Ces résultats ont fait l’objet, de :

Publication dans un journal de renommé “*Journal of Applied Fluid Mechanics*,” Vol. 15, No. 2, pp. 563-577, 2022.

Communication intitulée “Magnetohydrodynamic Flow and Heat Transfer in Annular Gaps” Fifth International Conference on Energy, Materials, Applied Energetics and Pollution. ICEMAEP2019, Constantine, Algeria October 22-24, 2019, ISBN 978-9931-9229-4-0, <https://www.umc.edu.dz/>

Conclusion Générale

La bifurcation et la stabilité de l'écoulement de convection mixte dans un espace annulaire entre deux cylindres coaxiaux sous l'action d'un champ magnétique ont été analysées numériquement. La méthode des volumes finis a été utilisée pour capturer l'éclatement tourbillonnaire (vortex breakdown) dans le cas isotherme et les couches stratifiées sous la condition de stratification de température. Les résultats de cette étude sont divisés en deux parties.

La première partie de cette étude consiste à l'étude de la stabilité de la bifurcation de l'écoulement. Trois espaces annulaires ont été comparés en termes de stabilité de l'écoulement et de taux de transfert de chaleur pour un nombre de Prandtl ($Pr = 0.032$). Dans ce cas une seule configuration du nombre de Reynolds et du rapport d'aspect est détaillée. Les principaux résultats obtenus sont les suivants :

- Les limites dans lesquelles une bulle d'éclatement de vortex s'est produite diminuent avec la diminution des espaces annulaires, de sorte que la diminution des valeurs des espaces annulaires entraîne le déplacement des frontières vers le côté du plus faible rapport d'aspect.
- La croissance du nombre de Hartmann rétrécit la zone d'éclatement tourbillonnaire.
- Il a été montré que lorsque $Ri = 0.1$, l'éclatement tourbillonnaire disparaît, et une couche domine l'espace annulaire, $R = 0.9$.
- Le nombre de couches augmente avec l'augmentation de Ri pour les deux cas $R = 0.8$ et 0.9 , mais plus aucune couche ne se développe dans le cas de $R = 0.7$.
- Les couches de fluide développées agissent pour isoler l'espace annulaire chaud, ainsi le nombre moyen de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de couches fluides stratifiées.
- Le nombre de couches de fluide stratifié augmente avec la diminution de l'espace annulaire R et l'augmentation du champ magnétique entraîne (conduit à) une diminution du nombre de couches de fluide.
- Enfin, la transition de plusieurs couches de fluide à une seule couche de fluide évolue avec l'augmentation de Ri .

Dans la deuxième partie, trois configurations de nombres de Reynolds et de rapports d'aspect sont comparées, et trois nombres de Prandtl sont analysés. Dans ce cas nous avons considéré un seul espace annulaire $R=0.9$ avec Les principaux résultats obtenus sont les suivants:

- On constate que lorsque l'espace annulaire est $R = 0.9$, les limites de stabilité sont déplacées vers la gauche par rapport aux limites de stabilité de $R = 1.0$ obtenues par Escudier [17]. On constate également qu'il n'existe qu'une seule rupture tourbillonnaire.
- Dans tous les cas **A, B et C** étudiés ci-dessus, l'augmentation du nombre de Richardson à 0.1 a entraîné la suppression de l'éclatement tourbillonnaire dans laquelle une seule couche occupe l'espace annulaire.
- La compétition entre les forces de flottabilité et visqueuses se produit avec l'émergence d'un écoulement dans le sens des aiguilles d'une montre près du disque supérieur chaud, et à un nombre de Richardson suffisamment élevé, l'écoulement tend à développer une structure fluide en couches.
- Les couches de stratification augmentent avec l'augmentation du Ri pour tous les cas **A, B, et C**.
- Le nombre de Nusselt moyen démontre une tendance décroissante monotone avec l'augmentation de Ri au début de la stratification, de sorte que les couches de fluide agissent pour isoler l'espace annulaire chaud. Cependant, pour la gamme de Ri considérée, le nombre moyen de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl.
- Le nombre de Prandtl et la combinaison de (nombre de Reynolds/rapport d'aspect) jouent un rôle important dans la formation des couches fluides.
- Avec un champ magnétique, les résultats ont montré que l'augmentation de Ha conduit à supprimer l'éclatement tourbillonnaire et à diminuer du nombre de couches fluides.
- Enfin, la transition de plusieurs couches fluides à une seule couche fluide (Ha_{cr}) évolue avec l'augmentation de Ri .

Bibliographie

- [1] K. M. Becker and J. Kaye. The influence of a radial temperature gradient on the instability of fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder. *J. Heat Transfer*, 1962. 84. 106-110.
- [2] K. S. Ball and B. Farouk. Bifurcation phenomena in Taylor-Couette flow with buoyancy effects. *J. Fluid Mech*, 1988. 197. 479-501.
- [3] A. Randriamampianina, P. Bontoux et B. Roux. Écoulements induits par la force gravifique dans une cavité cylindrique en rotation. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1987. 30, 1273-1292.
- [4] L. Yang and B. Farouk. Three-dimensional mixed convection Bows in a horizontal annulus with a heated rotating inner circular cylinder. *Int. J- Heat Mass Transfer*, 1992. 35, 1947-1956.
- [5] S. V. Patankar. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. *McGraw-Hill*, 1980.
- [6] J. M. Owen. Flow and heat transfer in rotating-disc systems. *Int. in Heat Transfer in Turbomachinery*, Athens.
- [7] J. A. C. Humphrey, C. J. Chang, H. LI and C. Schuler. Unobstructed and obstructed rotating disk flows: a summary review relevant to information storage Systems. *Adv. in Information Storage Systems*, 1991.1, 79-110.
- [8] A. Riahi. Turbulent swirling flow in short cylindrical chambers. *J. of Fluids Eng*, 1993. 115, 444-451.
- [9] T. Matsuda, K. Hashimoto, and H. Takeda. Thermally driven flows in a gas centrifuge with an insulated side-wall ». *J. Fluid Mech*, 1976. 73, 389-399.
- [10] H. P. Pao. A numerical computation of a confined rotating flow. *Trans. ASME: J. Appl. Mech.*, 1970. 91, 480-487.
- [11] P. Bar-Yoseph, J. J. Blech and A. Solxni. Finite element solution of the Navier-Stokes equations in rotating flow. *Int. J. Num. illeth. in Eng*, 1981. 17, 1123-1146.
- [12] J. W. Chew. Development of a computer program for the prediction of Row and heat transfer in a rotating cavity. *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, 1984. 4, 667-683.
- [13] D. Dijkstra and G. J. F. Van Heijst. The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder. *J. Fluid Mech*, 1983. 128, 123-154.
- [14] P. A. Davidson. An Introduction to Magnetohydrodynamics. *Cambridge University Press* 2001.

-
- [15] R. Bessaïh, Ph. Marty and M. Kadja. Numerical study of disk driven rotating MHD flow of a liquid metal in a cylindrical enclosure. *Acta Mechanica*, 1999. 135, 153-167.
- [16] H. U. Vogel. Experimentelle ergebnisse ueber die laminare stroemung in einem zylindrischen gehaeuse mit darin rotierender Sceibe. *MIP Bericht, No. 6*, 1968
- [17] M. Escudier. Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating end wall. *Experiments in Fluids*, 1984. 2, 189-196.
- [18] M. P. Ismadi, P. Meunier, A. Fouras and K. Hourigan. Experimental control of vortex breakdown by density effects. *Physics of Fluids*, 2011. 23(3), 1-9.
- [19] M. A. Herrada and V. Shtern. Control of vortex breakdown by temperature gradients. *Physics of Fluids*, 2003. 2, 3468–3477.
- [20] Y. Omi and R. Iwatsu. Numerical study of swirling flows in cylindrical container with Co-/Counter-Rotating end disks under stable temperature difference. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005. 48(23), 4854–4866.
- [21] B. Mahfoud and R. Bessaïh. Oscillatory swirling flows in a cylindrical enclosure with co-/counter-rotating end disks submitted to a vertical temperature gradient. *Fluid Dynamics & Materials Processing*, 2012. 8, 1-26
- [22] O. Turan, S. Yigit and N. Chakraborty. Effects of wall heating on laminar mixed convection in a cylindrical enclosure with a rotating end wall. *International Journal of Thermal Sciences*, 2018. 131, 80–93.
- [23] N. N. Quaresma, C. Cruz, N. da Cagney, R. M. Cotta and S. Balabani. Effect of mixed convection on laminar vortex breakdown in a cylindrical enclosure with a rotating bottom plate. *International Journal of Thermal Sciences*, 2020. 155, 106399.
- [24] B. Mahfoud and R. Bessaïh. Stability of swirling flows with heat transfer in a cylindrical enclosure with co/counter-rotating end disks under an axial magnetic field. *Numerical Heat Transfer*, 2012. Part A 61(6), 463– 482.
- [25] R. Bessaïh, M. Kadja, K. Eckert and Ph. Marty. Numerical and analytical study of rotating flow in an enclosed cylinder under an axial magnetic field. *Acta Mech*, 2003. 164, 175–188.
- [26] A. El Gallaf. Etude de la dynamique non-linéaire des écoulements chauffés et soumis à des champs magnétiques. Thèse de doctorat, école centrale de Lyon, 2010.
- [27] B. Mahfoud, A. Bendjagloli and R. Bessaïh. Magneto-hydrodynamic co-rotating flow in a vertical cylindrical container. *Numerical Heat Transfer*, 2016. 69(9), 1051-1063.

-
- [28] Y. Yu, B-W. Li and A. Thess. The effect of a uniform magnetic field on vortex breakdown in a cylinder with rotating upper lid. *Computers & Fluids*, 2013. (88), 510–523.
- [29] A. Serizawa, T. Ida, O. Takahashi and I. Michiyoshi MHD effect of NaK-Nitrogen two phase flow and heat transfer in a vertical round tube. *Int. J. Multiphase Flow*, 1990. 16, 761–788.
- [30] B. Mahfoud, R. Bessaih. Magnetohydrodynamic counter-rotating flow in a cylindrical cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2016. 93, 175–185.
- [31] F. C. Li, T. Kunugi, A. Serizawa. MHD Effect on Flow Structures and Heat Transfer Characteristics of Liquid Metal–Gas Annular Flow in a Vertical Pipe. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2005. (48), 2571–2581.
- [32] A. Bendjaghlouli, B. Mahfoud and D. E Ameziani. Magnetohydrodynamic flow in a truncated conical enclosure » *Journal of Thermal Engineering*, 2019. 5, 77–83.
- [33] B. Mahfoud and A. Bendjaghlouli. Natural convection of a nanofluid in a conical container. *Journal of Thermal Engineering*, 2018. 1, 1713–1723.
- [34] F. Mebarek-Oudinaa, A. Aissac, B. Mahantheshd, H. F. Oztupe. Heat transport of magnetized newtonian nanoliquids in an annular space between porous vertical cylinders with discrete heat source. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2020. 117, 104737.
- [35] R. Iwatsu. Flow pattern and heat transfer of swirling flows in cylindrical container with rotating top and stable temperature gradient. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004. (47), 2755–2767
- [36] A. Yu. Gelfat, P. Z. Bar-Yoseph and A. Solan. Three-dimensional instability of axisymmetric flow in a rotating lid-cylinder enclosure. *J. Fluid Mech*, 2001. (438), 363–377.
- [37] V. L. Okulov, J. N. Sørensen, and L. K. Voigt. Vortex scenario and bubble generation in a cylindrical cavity with rotating top and bottom », *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 2005. (24), 137–148.
- [38] A. Yalagach and A. Salih. Study of vortex breakdown in a cylindrical cavity with a rotating end wall. *International Journal of Fluid Mechanics Research*, 2016. 43 (3), 1064–2277.
- [39] L. Carrion, I. V. Naumov, B. R. harifullin, M. A. Herrada and V. N. Shtern. Formation of dual vortex breakdown in a two-fluid confined flow. *Phys. Fluids*, 2020. (32), 104107.

-
- [40] S. Bouabdallah, A. Atia and A. H. Boughzala. Effect of Magnetic Field on the Rotating Flow in a Similar Czochralski Configuration. *International Journal of Engineering (IJE) Transactions A: Basics*, 2016. 29 (4), 563-571.
- [41] L. Carrion, I. V. Naumov, B. R. Sharifullin, M. A. Herrada and V. N. Shtern. Mechanism of Disappearance of Vortex Breakdown in a Confined Flow. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2020, 29 (1), 49–66.
- [42] B. Mahfoud, H. Benhacine, A. Laouari, A. Bendjaghlouli. Magnetohydrodynamic effect on flow structures between coaxial cylinders heated from below. *J. Thermophysics and Heat Transfer*, 2019. (34), 265–274.
- [43] A. Kharicha, A. Alemany and D. Bornas. Hydrodynamic study of a rotating MHD flow in a cylindrical cavity by ultrasound shift method. *International Journal of Engineering Science*, 2005. 43(7), 589-615.
- [44] L. Mununga, D. Lo. Jacono, J. N Sørensen, T. Leweke, M. C. Thompson and K. Hourigan. Control of confined vortex breakdown with partial rotating lids » *J. Fluid Mech.*, 2014, 738, 5–33.
- [45] S. C. Dash and N. Singh. Influence of axial magnetic field on swirling flow and vortex breakdown zones in a cylindrical cavity with a rotating lid. *International Journal of Applied Mechanics*, 2019. 11(6), 500-546.
- [46] A. Laouari, B. Mahfoud, R. Bessaïh and A. Hadjadj. Hydrodynamic instabilities in swirling flow under axial magnetic field. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2021. 85, 245-260.
- [47] B. Mahfoud, A. Laouari, A. Hadjadj and H. Benhacine. Counter-rotating flow in coaxial cylinders under an axial magnetic field. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2019. (78), 139– 46.
- [48] S. C. Kakarantzas, L. Th. Benos, I. E. Sarris, B. Knaepen, A. P. Grecos and N. S. Vlachos. MHD liquid metal flow and heat transfer between vertical coaxial cylinders under horizontal magnetic field. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 2017. 65, 342–351.
- [49] B. Mahfoud. Effects of an axial magnetic field on vortex breakdown and fluid layer. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 2021. 14(6), 1741–1753.
- [50] F. Mebarek-Oudina, R. Bessaïh, B. Mahanthesh, A. J. Chamkha, J. Raza. Magneto-thermal-convection stability in an inclined cylindrical annulus filled with a molten metal. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2020. 0961-5539
-

- [51] B. Mahfoud, M. Moussaoui. Effects of buoyancy force and magnetic field on laminar vortex breakdown and fluid layers. *Journal of Thermal Engineering*, (Manuscript). [2021a]
- [52] S. C. Dash and N. Singh. Stability boundaries for vortex breakdowns and boundaries between oscillatory and steady swirling flow in a cylindrical annulus with a top rotating lid. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2018. 40, 336
- [53] B. Mahfoud. Magnetohydrodynamic effect on vortex breakdown zones in coaxial cylinders. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 2021. 89, 445–457.
- [54] S. V. Patankar and D. B. Spalding. A Calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972. 15, 1787-1806.
- [55] T. B. Benjamin. Theory of Vortex Breakdown Phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962. 14, 593–629.

