UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées et discrètes

Thème

Techniques de Faedo-Galerkin pour un problème hyperbolique semi linéaire associé à un opérateur fortement elliptique à coefficients variables

Par:

TARRAFI Soumia

Soutenu publiquement, le 18/06/2014 devant le jury composé de :

Nom et Prénom	Grade	Qualité	Etablissement
Marzougui Abdelkarim	MCA	Président	Univ. M'Sila
Benabderrahmane Benyattou	Professeur	Rapporteur	Univ. M'Sila
Dilmi Morad	MCA	Examinateur	Univ. M'Sila

Promotion : 2013-2014

Résumé

Dans ce mémoire, on s'intéresse à l'étude d'un problème aux limites hyperbolique semi linéaire, pour un opérateur fortement elliptique à coefficients variables. En utilisant les approximations de *Faedo-Galerkin*, la méthode de compacité et quelques résultats d'analyse fonctionnelle appliquée, nous démontrons l'existence locale et l'unicité d'une solution faible.

Mots clés : Compacité, Existence et unicité, Faedo-Galarkin, Opérateur fortement elliptique, Problème hyperbolique.

Table des matières

Introduction

Dans ce mémoire on s'intéresse à d'étude d'un problème aux limites pour les équations hyperboliques semi linéaires et avec des conditions aux limites mixtes *Dirichlet-Neumann*. Notre objectif dans ce travail est, sous certaines conditions sur les données, de démontrer un résultat sur l'existence et l'unicité d'une solution faible. Les techniques utilisées sont celles de Lions [7] en se basant sur approximations de *Faedo-Galarkin* et l'argument de compacité.

Le travail se décompose de trois chapitres comme suit :

Dans le premier chapitre on donne quelques rappels sur l'analyse fonctionnelle, les espaces de Banach, de Hilbert et de Lebesgue, ainsi que leurs propriétés les plus importantes dans la suite de ce travail. Ce chapitre se termine par donner quelques notions sur les espaces à valeurs vectotielles $L^p(a, b; X)$.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des espaces de Sobolev dont on commence par donner un rappel sur la théorie des distributions, puis on présente un rappel sur les espaces de Sobolev et leurs propriétés et on termine par donner la notion des distributions sur $]a, b[$ à valeur dans X et les espaces de Sobolev à valeurs vectorielles $W^{m,p}(a, b; X)$. ute

Dans le dernier chapitre, on s'intéresse à l'étude d'un problème aux limite hyperbolique semi linéaire pour un opérateur fortement elliptique. Sous certaines conditions sur les données et après avoir donné la formulation variationnelle du problème considéré, les techniques de *Faedo-Galerkin* et la méthode de compacité nous permettent de démontrer que ce problème admet une solution unique.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons démontré un résultat d'existence et d'unicité pour un problème aux limites mixtes, pour des équations hyperboliques semi linéaires. Les techniques principales de la démonstration sont celles de Lions [7] bésées sur les approximations de Faedo.Galerkin et la méthode de compacité. il est très souhaitable de faire une étude plus générale en analysant la question d'existence globale et comportement asymptotique des solutions des différents problèmes.

Bibliographie

[1] R. Abita, *Problème aux limite non linéaire*, Mémoire de Magister soutenu en Juillet 2009 à l'Université de Laghouat.

[2] Y. Boukhatem, B. Benabderrahmane et R. Abita, *Méthode de Faedo-Galerkin pour un problème aux limites non linéaires*, Anal. Univ. Oradea, fasc. Matematica, Tom XVI, 2009.

[3] H. Brezis, *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications*, Masson, 1987.

[4] F. Demengel et G. Demengel, *Espaces fonctionnels, utilisation dans la résolution des équations aux dérivées partielles*, EDP sciences et CNRS Éditions, 2007.

[5] J. L. Lion et E. Magenes. *Problèmes aux limites non homogène et applications, vol.1*, Dunod, Paris, 1968 .

[6] J. L. Lion et E. Magenes. *Problèmes aux limites non homogène et applications, vol.2*, Dunod, Paris, 1968.

[7] J.L. Lions, *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires*, Paris, Dunod, 1969.

[8] A. Munnier, *Espaces de Sobolev et introduction aux équations aux dérivées partielles*, Institut Elie Cartan, université Henri Poincaré, 2007-2008.

[9] S. Nicaise, *Analyse numérique et équations aux dérivées partielles*, Dunod, Paris, 2000.