

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : TECHNOLOGIES

**DEPARTEMENT : GENIE
ÉLECTRIQUE**

N° :.....



DOMAINE: Sciences et Technologie

FILIERE : Electromécanique

OPTION : Electromécanique

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master Académique

Par: LAHOUAR Khalid

SILINI Abdelbasset

Intitulé

**Etude Comparative de la Commande PID classique
et la Commande d'ordre fractionnaire : Application à
un Moteur à Courant Continu**

Soutenu devant le jury composé de:

Dr. ZEGHLACHE Samir	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Président
Dr. IDIR Abdelhakim	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Rapporteur
Dr. KHETTAB Khatir	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Co-Rapporteur
Dr. GHELLAB M ^{ed} Zinelaabidine	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Examineur

Année universitaire : 2019 /2020

Remerciement

Avant tout, mes remerciements vont à **Allah** le tout puissant qui m'a aidé à faire ce travail et qui m'a donné le courage, la patience et la santé durant toutes ces longues années d'étude afin que je puisse arriver à ce niveau.

Ce travail de recherche a été effectué au sein de l'université de Mohamed Boudiaf - M'SILA, sous la direction scientifique de Dr. IDIR Abdelhakim que je tiens à remercier très vivement pour son enthousiasme envers notre travail, sa disponibilité et son soutien scientifique et humain. Je le remercie, également, pour la confiance qu'il m'a accordé, ses encouragements et ses précieux conseils. Je tiens à remercier aussi Dr. KHETTAB Khatir pour ces orientations.

J'adresse mes remerciement à tous les membres du jury d'accepter de juger ce modeste travail.

J'adresse un grand merci à ma sœur LATRACHE Asma et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin durant ces années de recherche et d'études. Je ne peux conclure sans un mot de remerciement à tous mes enseignants tout le long de ma formation.

Enfin, un grand merci à mes parents, et à toute ma famille pour leur amour et leur soutien surtout durant les deux dernières années.

Abdelbasset

Dédicace

Je dédie ce travail :

A mon binôme Abdelbasset pour tout le travail qu'on a accompli

À ma mère

Mon père

À toute mes frères et mes sœurs

À ma famille

À toute la famille SJLJNJ

*Tous mes amis et toute la promotion 2020 et en particulier la
promotion d'ÉLECTROMÉCANIQUE*

Khalid

Table des Matières

Liste des figures	I
Liste des tableaux	II
Symboles et abréviations	III
Introduction Générale.....	1

CHAPITRE I

Modélisation de Moteur à Courant Continu

I.1 Introduction.....	2
I.2 Constitution d'un moteur à courant continu	2
I.2.1 Induit (rotor).....	3
I.2.2 Inducteur (stator).....	3
I.2.3 Les Balais	4
I.2.4 Le Collecteur	4
I.3 Principe de fonctionnement et réversibilité	5
I.4 Les différents types de moteurs	6
I.4.1 Moteur à excitation shunt.....	6
I.4.2 Moteur à excitation série	6
I.4.3 Moteur à excitation Composé (Compound).....	7
I.4.4 Moteur à excitation séparée	7
I.5 Choix du moteur à courant continu	8
I.6 Les avantages et les inconvénients des machines à courant continu	8
I.7 Modélisation du MCC à excitation séparée.....	9
I.7.1 Mise en équations.....	9
I.7.2 Modèle mathématique de la réponse en vitesse	10
I.8 Conclusion	11

CHAPITRE II

Commande PID de Moteur à Courant Continu

II.1 Introduction	12
II.2 Principe général de la régulation	12
II.2.1 Performances des systèmes réglés	13
II.2.1.1 Rapidité.....	13
II.2.1.2 Précision.	13
II.2.1.3 Stabilité.....	13
II.3 Le correcteur.....	14
II.4 But de la correction	14
II.5 La commande PID classique	15
I.5.1 Paramètres d'un régulateur PID	16
II.5.2 Aspects fonctionnels du régulateur PID	16
II.5.2.1 Action proportionnelle(PI).....	16
II.5.2.2 Action Proportionnel intégrale (PI)	17
II.5.2.3 Action proportionnelle dérivée (PD)	18
II.5.2.4 Action Proportionnelle Intégrale Dérivée (PID).....	18
II.5.3 Algorithmes d'ajustement des paramètres de Contrôleur PID	19
II.5.3.1 Méthode de Ziegler &Nichols	20
a) Méthode de la réponse indicielle	20
b) Méthode du point critique	21
II.5.3.2 Méthode d'ajustement de Chien, Hrones et Reswick (CHR).....	21
II.6 Application de la Commande PID en régulation de vitesse/position d'un MCC.....	22
II.6.1 Expérience - 1 (réponse du contrôleur individuel) sur le moteur MCC).....	23
a) Effets du contrôleur proportionnel	23
b) Effets du contrôleur Intégral	24
c) Effets du contrôleur Dérivé.....	25
II.6.2 Expérience - 2 (Algorithme empirique d'ajustement de Ziegler Nichols)	25
II.6.3 Expérience - 3 (Algorithme empirique d'ajustement de Chien-Hrones-Reswick).....	27
II.7 Conclusion.....	28

Chapitre III

Systèmes d'ordre fractionnaire

III.1 Introduction	30
III. 2 Calcul fractionnaire	30
III.2.1 Fonctions utilisées dans le calcul fractionnaire	31
III.2.2 Définitions fondamentales	32
a) Définition de Grunwald-Letnikov (G-L)	32
b) Définition de Riemann-Liouville (R-L)	32
c) Définition de Caputo	33
III.2.3 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire	33
III.2.4 Transformation Laplace des opérateurs d'ordre fractionnaire	33
a) Intégration fractionnaire	33
b) Dérivation fractionnaire	34
III.3 Modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire	34
III.3.1 Équation différentielle d'ordre fractionnaire	34
III.3.2 Représentation d'état d'ordre fractionnaire	35
□ Systèmes continus	35
□ Systèmes discrets	36
III.3.3 Stabilité des systèmes fractionnaires	37
III.3.4 Domaines d'application	38
III.3.5 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire	38
III.3.5.1 Méthodes Fréquentielles	38
III.3.5.1.1 Approximations utilisant l'expansion des fractions continues et les techniques d'interpolation	38
a) Méthode Générale d'approximation des opérateurs intégr-différentiels d'ordre fractionnaire	39
b) Méthode de Carlson	39
c) Méthode de Matsuda	39
III.3.5.1.2 Approximations utilisant l'ajustement de courbes ou les techniques d'identification	40

a) La méthode d'Oustaloup	40
b) Méthode de Charef : Fonction de singularité	41
□ Système du premier ordre fractionnaire	41
□ Système du second ordre fractionnaire :	42
III.3.5.2 Méthodes Numériques	43
a) Méthode directe de discrétisation	43
□ Discrétisation utilisant la technique de l'expansion de série entière	44
□ Approximation discrète en utilisant l'intégration numérique et l'expansion de fraction continue	44
III.4 Conclusion	45

CHAPITRE IV

Commande PID fractionnaire d'un MCC

IV.1 Introduction.....	46
IV.2 Contrôleur $PI\lambda D\mu$ d'ordre fractionnaire.....	46
IV.2.1 Structure de correcteur PID fractionnaire	47
IV.2.2 Principe de fonctionnement.....	48
IV.3. La fractionalisation des Correcteurs PI et PID	49
IV.4 Approximation d'Oustaloup	49
IV.5. Commande PID et PID fractionnalisé d'un MCC	50
IV.6 Résultats de simulation	52
IV.7. Conclusion	54
Conclusion générale.....	55
Références bibliographiques.....	57
Annexe	60

Liste des figures

Figure(I.1) : Schéma Constitution d'un Moteur à Courant Continu.....	2
Figure(I.2) : Induit (rotor).....	3
Figure(I.3) : Inducteur (stator).....	4
Figure(I.4) : Les Balais.....	4
Figure(I.5) : Le Collecteur.....	5
Figure(I.6) : Les différents types de MCC.....	8
Figure(I.7) : Schéma équivalent d'un moteur à courant continu.....	9
Figure(I.8) : Schéma bloc du Modèle de moteur électrique en vitesse.....	10
Figure(I.9) : Schéma bloc de la fonction transfert du moteur à courant continu en vitesse.....	11
Figure (II.1) Performances d'un système de commande.....	13
Figure (II.2) Stabilité du système.....	14
Figure (II.3) : Système de commande à retour unitaire classique.....	15
Figure (II.4) : Schéma électronique du correcteur proportionnel.....	17
Figure (II.5) : Schéma électronique du correcteur proportionnel Intégral.....	18
Figure (II.6) : Schéma électronique du correcteur Proportionnel Intégral Dérivé.....	19
Figure(II.7): La sortie d'un système stable et apériodique à une entrée en échelon.....	20
Figure(II.8): la sortie d'un système boucle ouverte.....	21
Figure(II.9) : La réponse de vitesse en Boucle ouverte du MCC.....	23
Figure II.10: Réponse du système avec le contrôleur proportionnel.....	24
Figure II.11: Réponse du système avec le contrôleur Intégral.....	24
Figure II.12: Réponse du système avec le contrôleur Dérivé.....	25
Figure II.13 Réponse indicielle du système.....	26
Figure (II.14) : Réponse du MCC en utilisant des contrôleurs P, PI et PID ajustés par ZN.....	27
Figure (II.15) : Réponse du MCC en utilisant des contrôleurs P, PI et PID ajustés par CHR...28	28
Figure (IV.1):Système de commande à retour unitaire classique.....	47
Figure (IV.2): $PI^\lambda D^\mu$: (a) Ordre entier, (b) Ordre fractionnaire.....	48
Figure (IV.3) :Fractionalisation d'un intégrateur.....	49
Figure (IV.4) : Réponse indicielle d'un MCC en BO.....	50

Figure (IV.5) : Système de commande fractionnalisée à retour unitaire51

Figure (IV.6) : Commande PID et PID fractionnalisée d'un MCC.....52

Figure(IV.7): Réponses du système aux contrôleurs PID et PID fractionnalisés pour $\alpha = 0,2$
(en présence de bruits additifs).....53

Figure(IV.8): Réponses du système à entrée perturbation53

Liste des tableaux

Tableau II.1 Paramètres PID obtenus à partir de la méthode de la réponse indicielle (ZN).....	21
Tableau II.2 Paramètres PID obtenus à partir du point critique (ZN)	21
Tableau II.3 Méthode de Chien-Hrones-Reswick en asservissement.....	22
Tableau II.4 Méthode de Chien-Hrones-Reswick pour le rejet de perturbations.....	22
Tableau II.5 : Paramètres des différents régulateurs.....	26
Tableau II.6 Les caractéristiques d'un contrôleur P , PI et PID appliqué à MCC.....	27
Tableau II.7 : Paramètres des différents régulateurs.....	28
Tableau II.8 Les caractéristiques d'un contrôleur P , PI et PID appliqué à MCC.....	28

Symboles et abréviations

❖ *Symboles*

<i>symbole</i>	<i>Signification</i>
$u(t)$	Tension appliquée au moteur
$i(t)$	le courant d'induit
L	inductance
R	la résistance de l'induit
$\Omega(t)$	Vitesse de rotation du rotor
$e(t)$	Force contre électromotric
$\theta(t)$	la position
k_e	la constante électrique du moteur (constante de vitesse)
k_m	la constante du couple moteur
C_r	Couple résistant l'axe du rotor
C_e	Couple moteur généré
J	Moment d'inertie
f	Coefficient de frottement visqueux
$u(t)$	le signal de commande
$r(t)$	la consigne
$x(t)$	le signal de retour
$y(t)$	la grandeur à commander
$C(s)$	la fonction de transfert du correcteur
$G(s)$	la fonction de transfert de système
K_p	le gain proportionnel, et
K_i	le gain intégral
K_d	le gain dérivé
T_i	la constante d'intégration
T_d	la constante de dérivation
T	constante de temps
L	le retard apparent

K_{cr}	le gain critique
T_{cr}	période d'oscillation
G_{mcc}	la fonction de transfert du moteur
Γ	la fonction Gamma
E	La fonction de Mittag-Leffler
D_t^α	Dérivation non entière
I_t^α	Intégration non entière
$PI^\lambda D^\mu$	correcteurs d'ordre fractionnaire
λ	l'ordre d'intégration
μ	l'ordre de dérivation
C_{frac}	la fonction de transfert du contrôleur fractionnalisée,

❖ **Abréviations**

<i>Acronyme</i>	<i>Signification</i>
<i>MCC</i>	Moteur à Courant Continu
<i>f.e.m</i>	force électromotrice
<i>PID</i>	Proportionnel Intégral Dérivé
<i>FOPDT</i>	First Order Plus Time Delay

Introduction Générale

Sous l'effet de la concurrence et des besoins de plus en plus exigeants du point de vue qualité et performances, Le monde industriel à connu ces derniers temps un énorme développement technologique. Ce progrès technologique et industriel est dû pour beaucoup au grand saut qualitatif qu'a connu l'outil informatique logiciel et matériel, notamment depuis l'apparition des microprocesseurs, ce qui a permis de rendre possible l'application de méthodes et de techniques considérées jusqu'à présent comme purement théoriques.

L'une des théories qui connaissent actuellement une grande popularité parmi les chercheurs aussi bien dans les sciences fondamentales qu'en ingénierie, le Calcul Fractionnaire dont les premières prémices datent de plus de trois siècles.

Dans la plupart des processus industriels, en particulier les moteurs électriques, il est indispensable de maîtriser certains paramètres physiques (vitesse, position, angle...etc.), il est donc très souvent nécessaire d'avoir recours à une commande.

L'objectif de notre thème est d'implémenter deux types de commande : une commande PID et une autre dite fractionnaire pour un moteur à courant continu afin de comparer les résultats et les performances de chacune.

Notre travail est présenté dans un mémoire organisé en quatre chapitres :

Dans le premier chapitre, nous présenterons le principe de la machine à courant continu, ses éléments principaux, les différents types de moteurs, la modélisation de MCC, et le modèle mathématique d'une réponse en vitesse et en position.

Dans le second chapitre, nous présenterons des généralités sur le régulateur PID, ses aspects fonctionnels, ses différentes structures, ainsi que des méthodes de synthèse de ses paramètres, ses domaines d'applications, et enfin l'application de ce correcteur pour la commande de la vitesse/position de MCC.

Le troisième chapitre sera consacré à la présentation du fondement théorique des systèmes d'ordre fractionnaire et ses principes.

Le dernier chapitre présente une simulation avec l'environnement MATLAB SIMULINK de la commande en vitesse d'une MCC par les deux techniques de commandes.

CHAPITRE I

Modélisation de Moteur à Courant Continu

I.1 Introduction

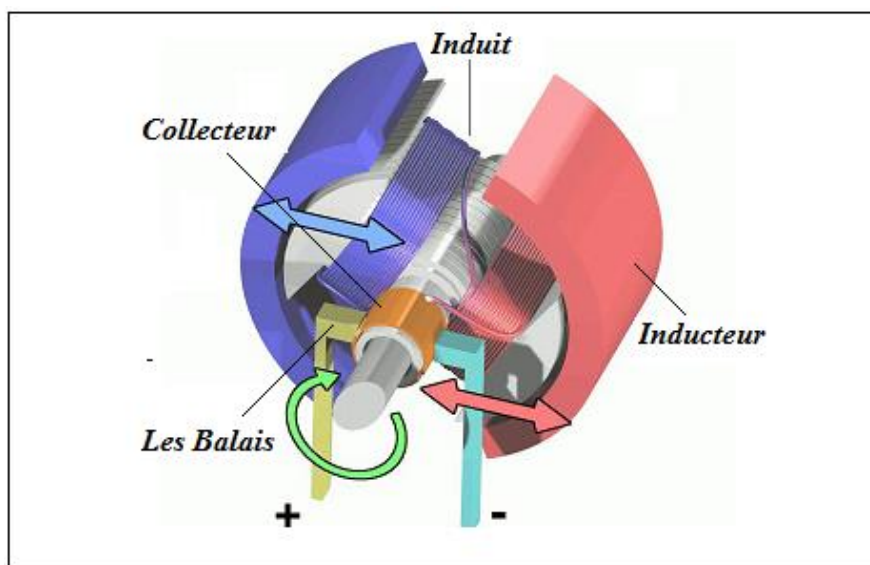
Jusqu'à un passé récent, les machines à courant continu ont été majoritairement utilisées dans les entraînements à vitesse variable. Ceci tient au fait que son fonctionnement est d'une grande simplicité, de même que sa modalisation, mais surtout à ses performances statiques et dynamiques exceptionnelles.

Dans le cadre de ce chapitre, on présentera une brève description du moteur à courant continu, et des différents types existant dans la littérature. Une modélisation du moteur et ensuite illustrée en se basant sur des équations mathématiques. Une identification du modèle mathématique élaboré est ensuite faite pour le calcul des paramètres (électriques et mécaniques).

I.2 Constitution d'un moteur à courant continu

Un moteur à courant continu est une machine électrique. Il s'agit d'un convertisseur électromécanique permettant la conversion bidirectionnelle d'énergie entre une installation électrique parcourue par un courant continu et un dispositif mécanique, d'où l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique.

Un moteur à courant continu comprend quatre parties principales figure (I.1).

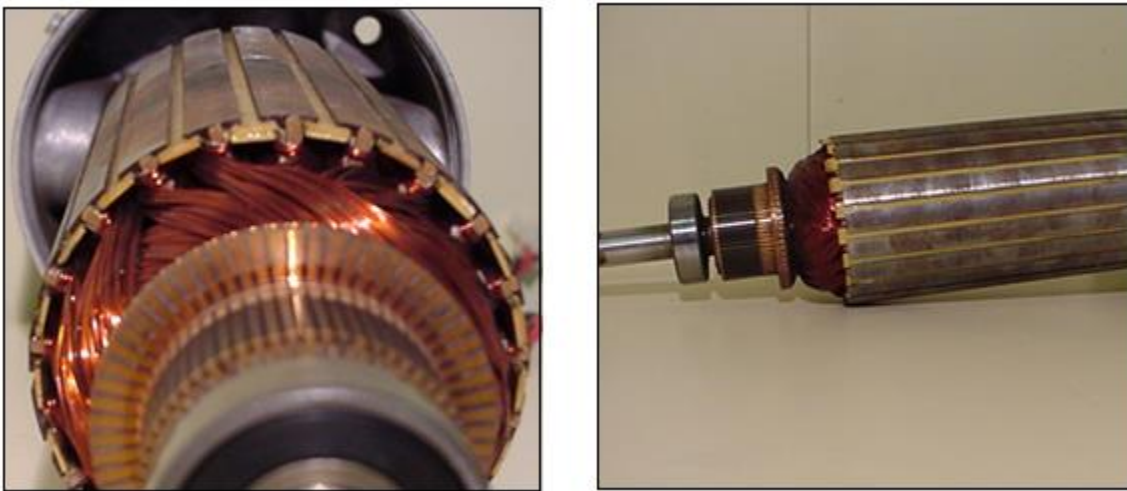


Figure(I.1) : Schéma Constitution d'un Moteur à Courant Continu.

I.2.1 Induit (rotor)

C'est la partie tournante de la machine à courant continu, elle comporte un noyau magnétique constitué par un empilage des tôles magnétiques isolées les uns des autres, les tôles de l'induit sont encochées par estampage pour loger les conducteurs des bobines de l'enroulement d'induit. Chaque spire, ou plus souvent, chaque section de l'enroulement de l'induit est relevée a une lame de collecteur.

L'alimentation en courant de l'induit ce fait a l'aide des balais. Les parties fixes et mobiles sont séparées par un entre faire [4].



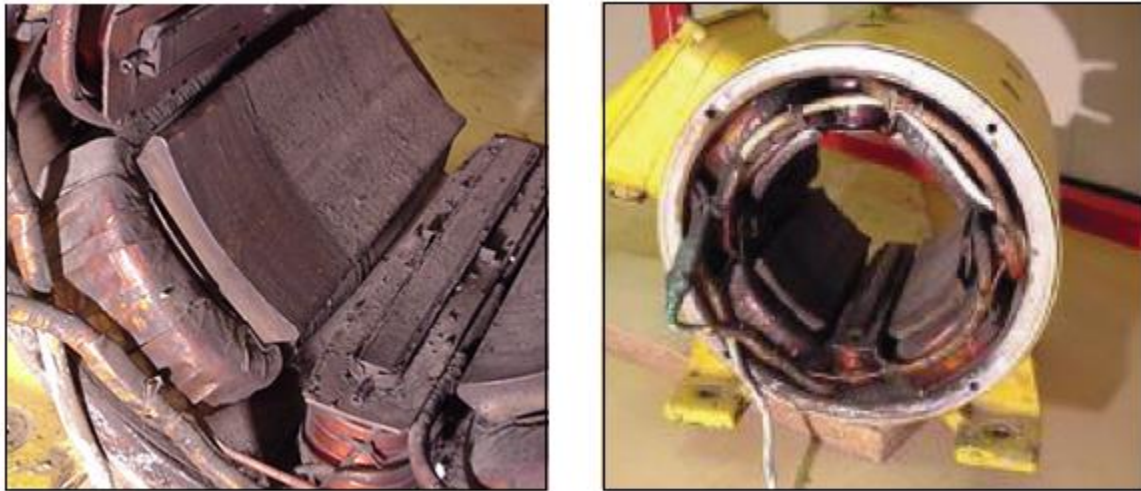
Figure(I.2) : Induit (rotor)

I.2.2 Inducteur (stator)

C'est la partie fixe de la machine à courant continu l'inducteur (stator) comporte une carcasse en forme d'anneau servant de support aux pôles inducteur et éventuellement aux pôles auxiliaires de commutation très souvent pour des raisons dépendant de la régulation et de la commutation, le stator des machines à courant continu alimentées par convertisseurs statique est constitué de tôle magnétique est entièrement feuillé.

L'enroulement inducteur est placé sur les pôles principaux.

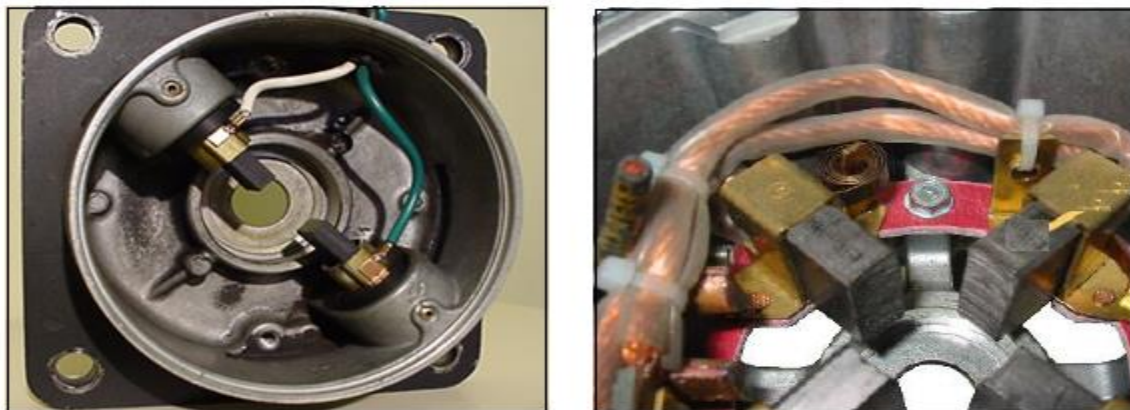
Les moteurs de puissance élevée possèdent aussi un enroulement de compensation logé dans des encoches pratiquées dans les épanouissements polaires. Cet enroulement qui est traversé par le courant de l'induit, sert à compenser la réaction transversale l'induit. Les pôles auxiliaires de commutation sont placés dans le plant neutre entre les pôles principaux et portent l'enroulement de commutation qui est lui aussi, traversé par le courant de l'induit [4].



Figure(1.3) : Inducteur (stator)

I.2.3 Les Balais

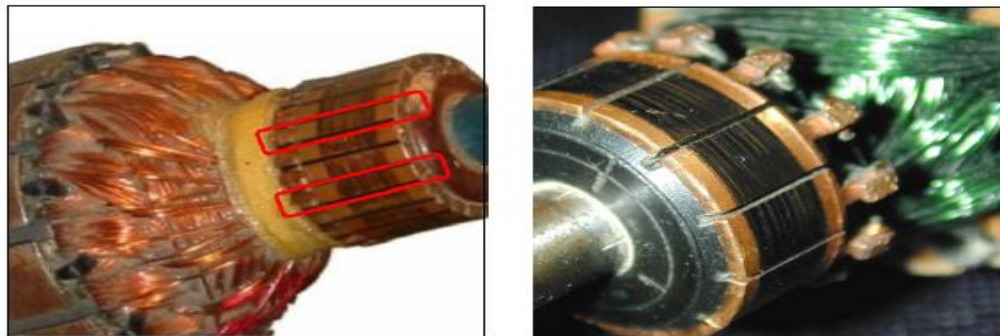
Les balais assurent la liaison électrique (contact glissant) entre la partie fixe et la partie tournante. Pour des machines de forte puissance, la mise en parallèle des balais est alors nécessaire.



Figure(1.4) : Les Balais

I.2.4 Le Collecteur

Le collecteur a pour fonction d'assurer la commutation du courant d'alimentation dans les conducteurs de l'induit. Il se compose de lame de cuivre de section trapézoïdale, portent chacune une ailette de connexion à l'enroulement de l'induit et isolées par du mica.



Figure(1.5) : Le Collecteur

I.3 Principe de fonctionnement et réversibilité

Toutes les machines à courants continus devant débiter (Génératrice) ou recevoir (moteur) un courant d'une intensité appréciable sont à induction électromagnétique, qu'est un phénomène qui accompagne toutes variations de flux.

Dans un circuit électrique, celle-ci se traduit par l'induction d'une force électromotrice (*f. e. m*) qui engendre un courant induit lorsque le circuit électrique soumis à la variation du flux est fermé, tout ce passe comme s'il y avait un générateur dans ce circuit.

La (**f.e.m**) d'induction qui aussi connue sous le nom de la loi de *FARADAY-LENZ* est donné par la relation suivante :

$$e = - f \left[\frac{d\phi}{dt} \right]$$

Le signe (-) dans la relation montre que la (*f. e. m*) d'induction s'oppose à la cause qui lui à donner naissance.

Lorsque l'on place une spire parcourue par un courant (grâce aux balais et au collecteur) dans un champ magnétique, il apparaît un couple de forces. Ce couple de forces crée un couple de rotation qui fait dévier la spire de plus ou moins 90 degrés par rapport au plan vertical, le sens du courant restant inchangé dans la spire, au cours de ce déplacement, le couple de rotation diminue constamment jusqu'à s'annuler après rotation de la bobine de plus ou moins 90 degrés (zone neutre, la spire se trouve à l'horizontale et perpendiculaire aux aimants naturels).

Afin d'obtenir une rotation sans à coup, l'enroulement d'induit doit être constitué d'un nombre élevé de spires similaires. Celles-ci seront réparties de façons régulières sur le pourtour du rotor (induit), de manière à obtenir un couple indépendant de l'angle de rotation. Après le passage de la zone neutre, le sens du courant doit être inversé simultanément dans chacune de

ces spires. L'inversion du courant est opérée par l'inverseur ou commutateur (collecteur) qui, associé au balais, constitue l'élément assurant la transmission du courant de la partie fixe à partie tournante du moteur [4].

I.4 Les différents types de moteurs

Le type d'excitation influence le comportement du moteur ainsi on peut classer les moteurs selon leur mode d'excitation. On peut distinguer [1] :

I.4.1 Moteur à excitation shunt

L'enroulement d'excitation est connecté en parallèle sur l'alimentation du moteur, il possède les mêmes propriétés que le moteur à excitation séparée du fait que, dans les deux cas, l'inducteur constitue un circuit extérieur à celui de l'induit, il comporte beaucoup de spires de faibles sections

Domaine d'application

particularités	emplois
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ne s'emballer pas ▪ Couple de démarrage meilleur qu'en excitation dérivation. 	Appareils de levage et de manutention Utilisé aussi en excitation indépendante.

I.4.2 Moteur à excitation série

Le circuit d'excitation est placé avec l'induit du moteur. Sa particularité est d'avoir un inducteur qui est traversé par le même courant, l'inducteur possède donc une résistance plus faible que celle des autres types de machines. L'inducteur est en série avec l'induit : une seule source d'alimentation suffit. On change le sens de rotation en permutant les connexions de l'induit et de l'inducteur, il comporte peut de spires de grosses sections.

Domaine d'application

particularités	emplois
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Moteur a très grand couple de démarrage mais risque l'emballerment à vide. ▪ La vitesse décroît quand la charge augmente. 	Le moteur qui convie le mieux en traction électrique.

I.4.3 Moteur à excitation Composé (Compound)

On trouve une partie des enroulements inducteurs en série et une partie en parallèle. On distingue deux types de branchements :

- **Courte dérivation** : L'enroulement parallèle est aux bornes du moteur
- **Longue dérivation** : L'enroulement parallèle est aux bornes de la source d'alimentation

Domaine d'application

particularités	emplois
Risque d'emballement du fait de l'annulation du flux résultant des enroulements.	Pratiquement ce moteur n'est plus utilisé.

On peut réaliser pour chaque type de branchement deux types d'excitations :

- ☞ Une excitation à flux additif, le flux de l'enroulement série s'ajoute avec celui de l'enroulement parallèle.
- ☞ Une excitation à flux soustractif, le flux série se soustrait de celui de l'enroulement parallèle.

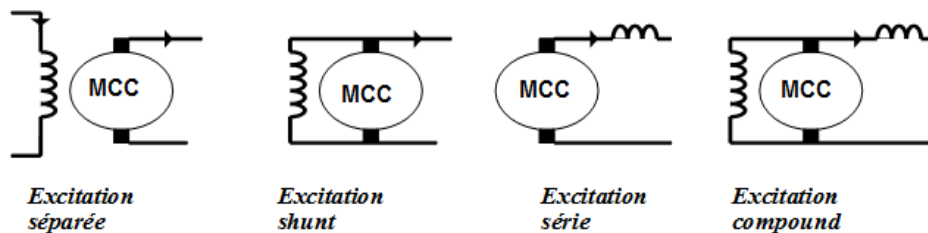
Le type d'excitation influence le comportement du moteur.

I.4.4 Moteur à excitation séparée

Ce mode d'excitation nécessite deux sources d'alimentations distinctes. L'alimentation de l'enroulement inducteur est prise sur une source indépendante de la source principale. On change le sens de rotation en permutant les bornes de l'induit ou de l'inducteur.

Domaine d'application

particularités	emplois
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Moteur autorégulateur de vitesse. ▪ La vitesse est relativement constante quel que soit la charge 	Entraînement de machines-outils (Remplacé par le moteur asynchrone triphasé)



Figure(1.6) : Les différents types de MCC

I.5 Choix du moteur à courant continu

Le choix d'un moteur à courant continu doit permettre l'entraînement de la machine accouplée avec les performances imposées par le cahier des charges à savoir [16] :

- ☞ Le nombre de quadrants de fonctionnement.
 - ☞ La vitesse maximale / minimale.
 - ☞ L'accélération et la décélération maximale.
 - ☞ La qualité, la précision et la dynamique du couple et de la vitesse.
- aussi le respect des normes pour le réseau d'alimentation énergétique à savoir :
- ☞ La consommation d'énergie réactive.
 - ☞ Le taux d'harmoniques imposé au réseau.
 - ☞ La compatibilité électromagnétique.

I.6 Les avantages et les inconvénients des machines à courant continu

Les machines à courant continu présentent des avantages très important ; Ils sont [16] :

- ☞ Moins polluants et moins bruyants,
- ☞ Démarrent seuls et facilement,
- ☞ Régularité du couple utile,
- ☞ Possibilité d'inversion du sens de rotation sans intervention de dispositifs mécaniques.

Les machines à courant continu ont des avantages mais aussi des inconvénients. Ces inconvénients sont :

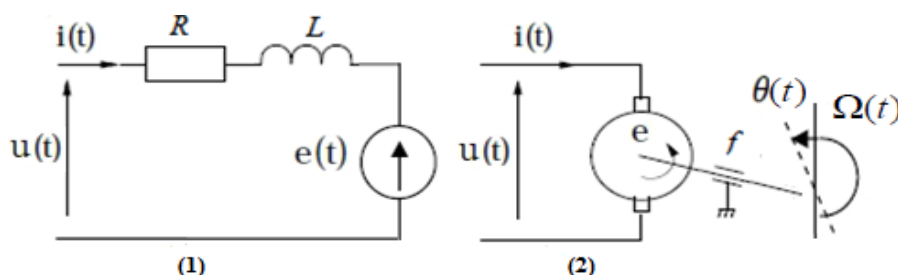
- ☞ Ils ont une partie fragile (considérons comme point faible des machines à courant continu), cette partie est le collecteur et les ballais, il faut changer les ballais de temps en temps pour assurer le meilleur contact.
- ☞ Le prix d'un moteur à courant continu est deux fois de plus que celui d'un moteur asynchrone triphasé de même puissance.

I.7 Modélisation du MCC à excitation séparée

Un moteur à courant continu (MCC) est un dispositif électromécanique qui convertit une énergie électrique d'entrée en une énergie mécanique. L'énergie électrique est apportée par une source continue (ou par un convertisseur de puissance) qui alimente le bobinage disposé sur le rotor (induit) grâce à un dispositif adapté de balais et collecteur. Le bobinage rotorique est placé dans un champ magnétique, permanent ou non, dû au stator (inducteur). Le courant circulant dans les spires de l'induit du moteur, des forces électriques lui sont appliquées et, grâce au dispositif balais/collecteur ces forces s'additionnent pour participer à la rotation. On peut ainsi considérer le moteur comme un système dont l'entrée est la tension d'induit et la sortie est la vitesse de rotation du rotor, [2].

I.7.1 Mise en équations

Le schéma équivalent d'un moteur à courant continu est donné à la figure (I.7)



Figure(I.7) : Schéma équivalent d'un moteur à courant continu.

L'équation électrique, liant la tension $U(t)$ aux bornes de l'induit (rotor), le courant d'induit $i(t)$ et la force électromotrice $e(t)$ est donnée par

$$U = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (\text{I.1})$$

où R est la résistance de l'induit du moteur, L est son inductance et $e(t)$ est la force électromotrice qui est proportionnelle à la vitesse de rotation du rotor et elle est donnée par :

$$e(t) = Ke \Omega(t) = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{I.2})$$

Où Ke est la constante électrique du moteur (constante de vitesse), $\Omega(t)$ est la vitesse de rotation du rotor et $\theta(t)$ est sa position.

L'équation mécanique liant le couple agissant sur le rotor et sa position s'écrit comme

suit :

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} = (Ce - Cr) \tag{I.3}$$

$$Cr = f\Omega(t)$$

où Ce est le couple moteur, f le coefficient de frottement visqueux et J le moment d'inertie du rotor.

Le couple Ce est proportionnel au courant d'induit $i(t)$:

$$Ce = Km \cdot i(t) \tag{I.4}$$

Où Km est la constante du couple moteur.

En générale les coefficients K et Km sont si proches qu'il est raisonnable de les considérer égaux, négligeant alors les pertes durant la conversion électromécanique de puissance.

On pose :

$$Ke = Km = K$$

I.7.2 Modèle mathématique de la réponse en vitesse

Les transformées de Laplace des équations (I.1), (I.2), (I.3) et (I.4) sont données par :

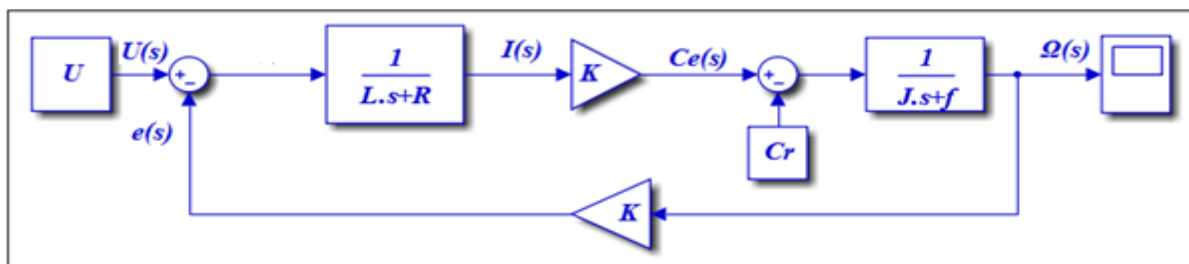
$$(I.1) \longrightarrow (R + Ls) I(s) = Us - e(s) \tag{I.5}$$

$$(I.2) \longrightarrow e(s) = k\Omega(s) \tag{I.6}$$

$$(I.3) \longrightarrow Ce(s) - Cr = (f + Js)\Omega(s) \tag{I.7}$$

$$(I.4) \longrightarrow Ce(s) = K \cdot I(s) \tag{I.8}$$

A partir des relations de dessus, on peut déduire le schéma fonctionnel suivant pour le moteur à courant continu commandé par l'induit :



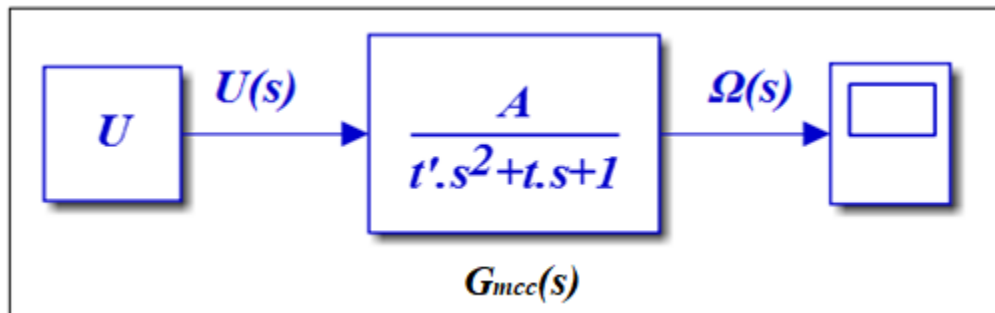
Figure(I.8) : Schéma bloc du Modèle de moteur électrique en vitesse

Alors, la fonction de transfert du moteur $H(s) = \Omega(s)/U(s)$ est donnée par :

$$G_{mcc}(s) = \frac{\frac{K}{(Rf+K^2)}}{1 + \left(\frac{JL}{(Rf+K^2)}\right)s^2 + \left(\frac{(Rf+fL)}{(Rf+K^2)}\right)s} \quad (0.9)$$

Cette relation correspond à un système de 2^{ème} ordre avec:

Un gain statique : $A = \frac{K}{(Rf+K^2)}$ et constante de temps $t = \frac{(Rf+fL)}{(Rf+K^2)}$ et $t' = \frac{JL}{(Rf+K^2)}$



Figure(I.9) : Schéma bloc de la fonction transfert du moteur à courant continu en vitesse.

I.8 Conclusion

La machine à courant continu a été durant de nombreuses années l'actionneur principalement utilisé dans les applications à vitesse variable. Le but que nous avons fixé à travers ce chapitre est de présenter un état de l'art sur le moteur à courant continu et l'art défèrent mode d'excitation et faire une modélisation mathématique pour cette machine.

CHAPITRE II

Commande PID de Moteur à Courant Continu

II.1 Introduction

La commande PID est dite aussi (correcteur, régulateur, contrôleur), se compose de trois termes P, I et D d'où le ' P ' correspond au terme Proportionnel, ' I ' pour terme Intégral et ' D ' pour terme Dérivé de la commande. Les régulateurs PID sont largement utilisés dans le contrôle industriel car il permet de régler à l'aide de ses trois paramètres les performances (amortissement, temps de réponse) d'une régulation d'un processus modélisé par un deuxième ordre.

Dans ce chapitre nous allons présenter des généralités sur le régulateur PID, ses différentes structures, ses domaines d'applications et les avantages et les inconvénients de son utilisation. Par la suite, nous exposons deux méthodes de synthèse des paramètres de ce régulateur, à la fin nous allons simuler le modèle de la machine courant continu expliqué dans le chapitre précédent et discuter les différents résultats obtenus suite à l'application de correcteur PID pour la commande de la vitesse/position de MCC.

II.2 Principe général de la régulation

Dans la plupart des appareils des installations industrielles et domestiques, il est nécessaire de maintenir des grandeurs physiques à des valeurs déterminées, en dépit des variations externes ou internes influant sur ces grandeurs. Par exemple, le niveau d'eau dans un réservoir, la température d'une étuve, la vitesse et la position des moteurs, étant par nature variables, doivent donc être réglés par des actions convenables sur le processus considéré.

Si les perturbations influant sur la grandeur à contrôler sont lentes ou négligeables, un simple réglage dit en boucle ouverte, permet d'obtenir et de maintenir la valeur demandée (par exemple : action sur un robinet d'eau). Dans la majorité des cas, ce type de réglage n'est pas suffisant (pas d'information sur la sortie). Il faut alors comparer, en permanence, la valeur mesurée de la grandeur réglée à celle que l'on souhaite obtenir et agir en conséquence sur la grandeur d'action, dite grandeur réglante. On a, dans ce cas, constitué une boucle de régulation et plus généralement une boucle d'asservissement. Cette boucle nécessite la mise en œuvre d'un

ensemble de moyens de mesure, de traitement de signal ou de calcul, d'amplification et de commande d'actionneur, constituant une chaîne de régulation ou d'asservissement. La consigne est maintenue constante et il se produit sur le procédé une modification d'une des entrées perturbatrices. L'aspect régulation est considéré comme le plus important dans le milieu industriel, car les valeurs des consignes sont souvent fixes, néanmoins, pour tester les performances et la qualité d'une boucle de régulation, on s'intéresse à l'aspect asservissement [8, 9].

II.2.1 Performances des systèmes réglés [10]

Les performances des systèmes réglés définies dans un cahier des charges, sont illustrées par la figure (II.1).

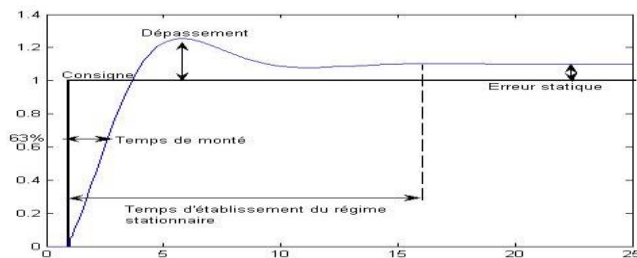


Figure (II.1) Performances d'un système de commande

II.2.1.1 Rapidité

La rapidité quantifie le temps de réponse du système. Elle correspond au temps de réaction de la sortie par rapport à la consigne. Le temps mis par la réponse pour ne plus dépasser 5% de la valeur finale. Ce temps est retenu comme critère de rapidité 5%.

II.2.1.2 Précision

La précision quantifie l'erreur lorsque l'équilibre est atteint, Avec l'entrée $e(t)$ et la sortie $s(t)$ de même nature. Autrement, un système est précis si la sortie suit la consigne en toutes circonstances avec un écart inférieur à la valeur définie dans un cahier des charges.

II.2.1.3 Stabilité

On dit qu'un système est stable lorsque celui-ci tend à revenir à son état d'équilibre pour une consigne constante, la sortie doit être constante.

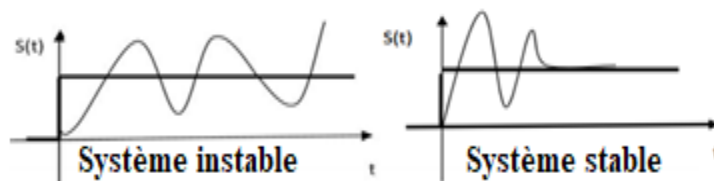


Figure (II.2) Stabilité du système

II.3 Le correcteur

Le correcteur constitue la partie « intelligente » de l'asservissement et sa détermination judicieuse confère à l'asservissement ses qualités. Aisé à modifier, le correcteur peut être muni d'une variation automatique de ses paramètres suivant la plage de fonctionnement du procédé, dans le cas où celle-ci évolue lentement [1].

II.4 But de la correction

Le concepteur de l'asservissement rencontre deux types de situations, dont il doit faire face

- 1) Assurer une réponse acceptable pour des signaux de consigne définis en fonction du temps (par exemple : cycle de température pour un traitement thermique).
- 2) Fournir des caractéristiques fréquentielles (gain, déphasage) demandées dans une bande de fréquences (par exemple : asservissement du mouvement d'un haut-parleur dans un système haute-fidélité).

On impose les qualités de l'asservissement en termes de *spécifications temporelles* dans le premier cas et en *spécifications fréquentielles* dans le second cas.

Le but de la correction est de doter l'asservissement des qualités attendues, par le calcul et l'implantation du correcteur nécessaire. Les opérateurs essentiels du correcteur sont réalisables à partir d'amplificateurs à courant continu et d'éléments résistances/capacités. La réalisation numérique peut se transposer aisément à partir d'un schéma analogique, en conservant la même organisation fonctionnelle et en associant un intégrateur numérique à chaque intégrateur électronique [11, 9].

II.5 La commande PID classique

Aujourd'hui, le correcteur PID est la structure de commande la plus utilisée dans les boucles de rétroaction. Plus de 90% des boucles d'asservissement sont des correcteurs PID.

Généralement, le correcteur PID classique est implémenté dans des systèmes de commande à retour unitaire classique donné par la figure (II .3).

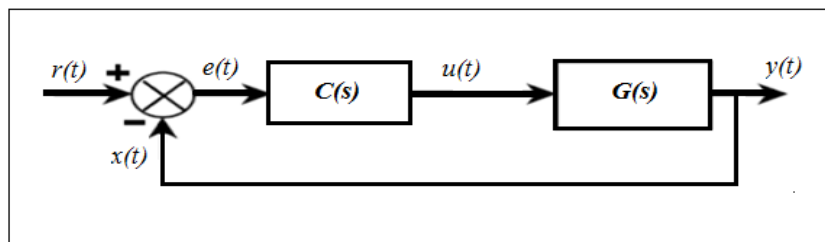


Figure (II.3) : Système de commande à retour unitaire classique

Où :

$u(t)$: Le signal de commande

$e(t)$: L'écart résultant de la différence entre la consigne $r(t)$ et le signal de retour $x(t)$

$y(t)$: La grandeur à commander

$C(s)$: La fonction de transfert du correcteur

$G(s)$: La fonction de transfert de système.

Le comportement du correcteur proportionnel intégral dérivé (PID) classique est décrit par la loi de commande suivante :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.1})$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (II.1) avec les conditions initiales nulles, on trouve :

$$\begin{aligned} U(s) &= K_p E(s) + \frac{K_i}{s} E(s) + K_d s E(s) \\ &= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \cdot s \right) E(s) \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Avec : } T_i = \frac{K_p}{K_i} \quad \& \quad T_d = \frac{K_d}{K_p}$$

La fonction de transfert de correcteur PID peut être exprimé par :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \cdot s \right) \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Où : } C(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$$

Les paramètres du correcteur associés à ces différents termes sont le gain proportionnel K_p , la constante d'intégration T_i et la constante de dérivation T_d . Les trois termes proportionnel, intégral et dérivé possèdent des caractéristiques différentes et agissent de manière complémentaire [3].

I.5.1 Paramètres d'un régulateur PID

L'idée de base de ce régulateur est de générer une commande $u(t)$ donnée par le régulateur PID [4], dans sa forme classique est décrite par l'équation (II.1)

Elle est composée de la somme de trois termes :

☞ Le terme proportionnel « P » (proportionnel à l'erreur) :

$$P = K_p e(t) \quad (\text{II.4})$$

☞ Le terme intégral « I » (proportionnel à l'intégrale de l'erreur) :

$$I = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (\text{II.5})$$

☞ Le terme dérivatif « D » (proportionnel à la dérive de l'erreur).

$$D = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.6})$$

Où:

K_p, K_i, K_d : est le gain proportionnel, intégral et dérivé respectivement.

II.5.2 Aspects fonctionnels du régulateur PID

La réalisation de la boucle d'asservissement par un PID comporte deux aspects essentiels :

- ✓ Le réglage du régulateur PID, pour lequel la connaissance d'un modèle dynamique du procédé d'une part et les performances désirées d'autre part déterminent le choix de la méthode de synthèse.
- ✓ L'implantation du régulateur dans une version analogique ou numérique et dans une configuration série, parallèle ou mixte [1].

II.5.2.1 Action proportionnelle (P)

La commande de type 'Proportionnelle' est la plus simple qui soit. Il s'agit d'appliquer une correction proportionnelle à l'erreur corrigeant de manière instantanée, c'est-à-dire, lorsque le signal de commande est proportionnel au signal d'erreur:

La loi de commande de ce régulateur :

$$u(t) = K_p e(t) \quad (\text{II.7})$$

La fonction de transfert de ce correcteur peut être exprimé par :

$$C(s) = K_p \quad (\text{II.8})$$

Son rôle est d'amplifier l'erreur pour que le système réagisse plus vivement, comme si l'erreur était plus grande qu'elle ne l'est en réalité [8].

La figure (II.4) donne le circuit électrique correspondant au correcteur proportionnel.

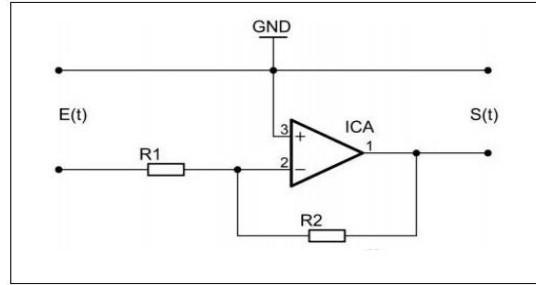


Figure (II.4) : Schéma électronique du correcteur proportionnel

Limite du régulateur proportionnel

Un inconvénient inhérent au régulateur P est son incapacité à éliminer les erreurs en régime permanent, après un changement de point de consigne ou une charge. A cause de cette limitation, le contrôleur proportionnel ne s'emploie que rarement [1].

II.5.2.2 Action Proportionnel intégrale (PI)

Le correcteur de type PI est une régulation de type P auquel on a ajouté un terme intégral, il élabore alors une commande qui peut être donnée par la relation suivante :

$$C(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (\text{II.9})$$

La fonction de transfert de ce correcteur peut être exprimé par :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) \quad (\text{II.10})$$

Le correcteur intégral est rarement utilisé seul, Le terme intégral complète l'action proportionnelle puisqu'il permet de compenser l'erreur statique et d'augmenter la précision en régime permanent. L'idée est d'intégrer l'erreur depuis le début et d'ajouter cette erreur à la consigne, lorsque l'on se rapproche de la valeur demandée, l'erreur devient de plus en plus faible [8].

La figure (II.5) le circuit électrique correspondant au correcteur PI en fonction des composants électriques.

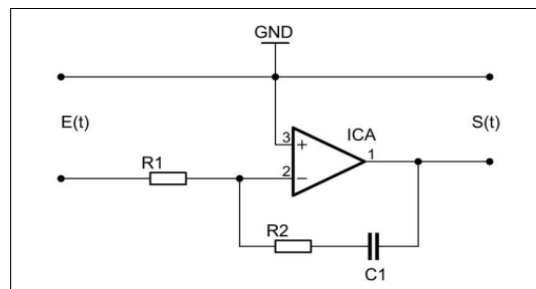


Figure (II.5) : Schéma électronique du correcteur proportionnel Intégral

II.5.2.3 Action proportionnelle dérivée (PD)

Il combine l'action proportionnelle et l'action dérivée. Cette forme de régulateur n'est pas réalisable, on donne sa loi de commande :

$$C(t) = K_P + K_d \frac{e(t)}{dt} \quad (\text{II.11})$$

La fonction de transfert de ce correcteur peut être exprimé par :

$$C(s) = K_P(1 + T_d \cdot s) \quad (\text{II.12})$$

L'action dérivée compense les effets du temps mort du processus tant que celui-ci ne dépasse pas la moitié de la constante de temps du procédé. Elle a un effet stabilisateur. La présence de l'action dérivée permet donc d'augmenter la rapidité du système. Dans l'industrie, l'action D n'est jamais utilisée seule. On recommande de l'utiliser pour le réglage des paramètres lents tels que la température [5].

NB : En pratique, il n'est pas possible de réaliser un régulateur dérivée idéal On utilise en fait un module de dérivée filtrée [1] :

$$C(s) = \frac{T_d S}{1 + \frac{T_d S}{N}} \quad (\text{II.13})$$

II.5.2.4 Action Proportionnelle Intégrale Dérivée (PID)

Les régulateurs rencontrés sur les installations industrielles combinent les effets proportionnel, intégral et dérivée. La fonction de transfert d'un régulateur PID standard, avec filtrage de la dérivée est comme suit [1]

$$C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d s}{N}} \right) \quad (\text{II.14})$$

K_P , K_i et K_d sont en fonction des valeurs des résistances et des capacités du montage montré par la figure (II.6)

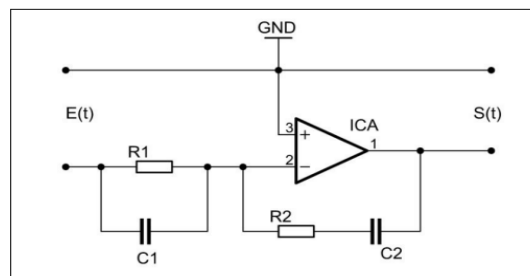


Figure (II.6) : Schéma électronique du correcteur Proportionnel Intégral Dérivé

Instabilité de l'action Dérivée

Dans un asservissement PID, le terme Dérivation peut parfois poser problème. En effet, prenons le cas d'un système fortement bruité comme un asservissement de la vitesse d'un moteur. Si on dérive la vitesse on obtient l'accélération or celle-ci peut s'avérer très instable si la vitesse mesurée est trop bruitée. l'asservissement est alors fortement altéré et inutile.

Deux solutions sont alors envisageables

- ☞ La première consiste à effectuer un filtrage à l'aide d'un **filtre passe-bas** afin de limiter le bruit ; cette solution peut parfois poser problème car un filtrage entraîne une perte d'information qui peut nuire à l'asservissement.
- ☞ La seconde et la plus simple est d'enlever le paramètre Dérivé de l'asservissement, on obtient donc un asservissement PI. C'est cette dernière solution qui est la plus souvent utilisée.

NB : *Il est intéressant de noter que ce type de problème intervient essentiellement dans le cas d'asservissement en vitesse. Dans la plupart des autres systèmes, la dérivée est peu bruitée permettant un asservissement d'autant plus efficace [6].*

II.5.3 Algorithmes d'ajustement des paramètres de Contrôleur PID

Régler un régulateur PID consiste à agir sur les 3 paramètres des différentes actions (gain du proportionnel, gain de l'intégral, gain de la dérivée) sur des valeurs optimales pour obtenir la réponse adéquate en précision, rapidité, stabilité et robustesse en sortie du procédé. Pour cela, il existe plusieurs méthodes de réglage [8] [16].

Il existe plusieurs méthodes de calcul des paramètres du régulateur PID. Elles sont basées sur les spécifications temporelles comme

- ☞ Méthode Ziegler–Nichols (*ZN*) ;
- ☞ Méthode de Chien-Hrones-Reswick (*CHR*) ;
- ☞ Méthode de Cohen-Coon (*CC*) ;
- ☞ Méthode de Halman .

Dans ce mémoire nous allons étudier les deux premières méthodes de synthèse des paramètres de régulateur PID (*ZN* & *CHR*).

II.5.3.1 Méthode de Ziegler & Nichols

En 1942, Ziegler et Nichols ont proposé deux approches heuristiques basées sur leur expérience et quelques simulations pour ajuster rapidement les paramètres des régulateurs P, PI

et PID. La première méthode nécessite l'enregistrement de la réponse indicielle en boucle ouverte, alors que la deuxième demande d'amener le système bouclé à sa limite de stabilité [7]. Les paramètres du régulateur sont alors exprimés en termes de fonctionnalités par des formules simples, il est surprenant que les méthodes soient si largement référencées parce qu'elles donnent de bons résultats de réglage seulement dans des situations limitées [8].

a) Méthode de la réponse indicielle

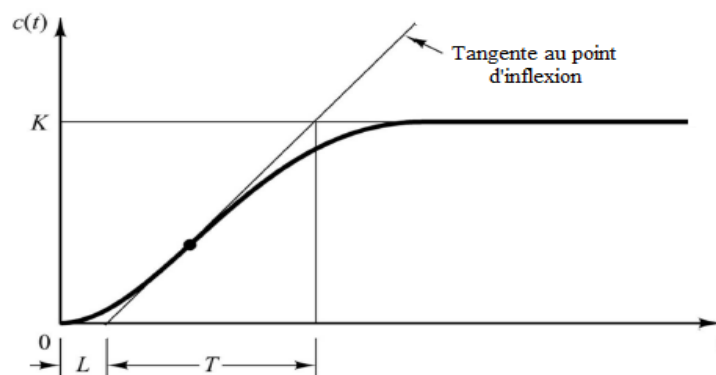
Pour obtenir les paramètres du régulateur PID, il suffit d'enregistrer la réponse indicielle du processus seul (c'est-à-dire sans le régulateur), puis de tracer la tangente au point d'inflexion de la courbe. On mesure la constante de temps T , le retard apparent L correspondant au point d'intersection de la tangente avec l'abscisse et le gain K .

On peut alors calculer les coefficients du régulateur choisi à l'aide du **tableau 1**.

NB : Généralement, les gains K_p proposés par Ziegler-Nichols sont trop élevés et conduisent à un dépassement supérieur à 20%. Il ne faut donc pas craindre de réduire K_p d'un facteur 2 pour obtenir une réponse satisfaisante [7].

Il s'agit de la méthode Ziegler la plus ancienne, basée sur l'observation de la réponse du processus et la connaissance de la structure du correcteur. Le modèle supposé du système à commander est :

$$F(s) = \frac{Ke^{-Ts}}{s}$$



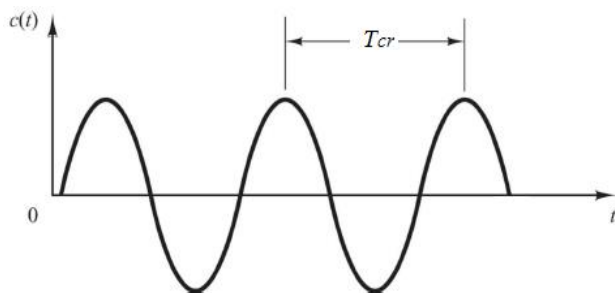
Figure(II.7): La sortie d'un système stable et aperiodique à une entrée en échelon

Tableau II.1 Paramètres PID obtenus à partir de la méthode de la réponse indicielle (ZN)

Type	K_P	T_i	T_d
P	T/L
PI	$0.9 T/L$	$3.3 L$...
PID	$1.27 T/L$	$2 L$	$0.5 L$

b) Méthode du point critique

Cette méthode est basée sur la connaissance du point critique du processus. Expérimentalement, on boucle le processus sur un simple régulateur proportionnel dont on augmente le gain jusqu'à amener le système à osciller de manière permanente; on se trouve ainsi à la limite de stabilité. Après avoir relevé le gain critique K_{cr} du régulateur et la période d'oscillation T_{cr} de la réponse, on peut calculer les paramètres du régulateur choisi à l'aide du *tableau 2*. Ici également, les valeurs proposées conduisent à un temps de montée relativement court malheureusement assorti d'un dépassement élevé. Cette situation n'étant pas toujours satisfaisante, on peut être amené à corriger les coefficients proposés et, en particulier, à diminuer le gain K_P . On notera que les paramètres T_i et T_d proposés par les deux méthodes de Ziegler-Nichols sont dans un rapport constant égal à 4. Le régulateur possède donc deux zéros confondus [7].



Figure(II.8): la sortie d'un système boucle ouverte

Tableau II.2 Paramètres PID obtenus à partir du point critique (ZN)

Type	K_P	T_i	T_d
P	$0.5 K_{cr}$
PI	$0.4 K_{cr}$	$0.83 T_{cr}$	
PID	$0.6 K_{cr}$	$0.5 T_{cr}$	$0.125 T_{cr}$

II.5.3.2 Méthode d'ajustement de Chien, Hrones et Reswick (CHR)

Il y a eu de plusieurs proposition pour la modification de la méthode de Ziegler-Nichols. *Chien, Hrones et Reswick* (CHR) [12] ont changé la méthode de la réponse indicielle pour donner une réponse du système mieux amortie en boucle fermée. Ils ont proposé d'utiliser «*la réponse la plus rapide sans dépassement*» ou «*la réponse la plus rapide avec un dépassement de 20%*» comme critères de conception. Ils ont également constaté que les réponses à une consigne ou la réponse aux perturbations sont différentes. Pour régler le contrôleur selon la méthode de CHR, les paramètres α et L du modèle de système sont d'abord déterminés dans la même manière comme la réponse indicielle de la méthode de Ziegler-Nichols.

La méthode *Chien – Hrones – Reswick* (CHR) met l'accent sur la régulation ou le rejet des perturbations. De plus, une spécification qualitative sur la vitesse de réponse et le dépassement peut être logé. Par rapport à la formule de réglage traditionnelle de Ziegler – Nichols, la méthode CHR utilise explicitement la constante de temps T de modèle.

En se référant aux expériences réalisées dans la méthode de réponse indicielle de la méthode de Ziegler – Nichols et au choix de la régulation du point de consigne ou du rejet de perturbation, les différents contrôleurs peuvent être conçus par l'utilisation du *tableau II.3* et *du tableau II.4*.

Tableau II.3 Méthode de Chien-Hrones-Reswick en asservissement

Type	Dépassement de 0%			Dépassement de 20%		
	K_P	T_i	T_d	K_P	T_i	T_d
P	$0.3T/L$	$0.7T/L$
PI	$0.35T/L$	$1.2L$...	$0.6T/L$	T	...
PID	$0.6T/L$	T	$0.5L$	$0.95T/L$	$1.4T$	$0.47L$

Tableau II.4 Méthode de Chien-Hrones-Reswick pour le rejet de perturbations

Type	dépassement de 0%			dépassement de 20%		
	K_P	T_i	T_d	K_P	T_i	T_d
P	$0.3T/L$	$0.7T/L$
PI	$0.6T/L$	$4L$...	$0.7T/L$	$2.3L$...
PID	$0.95T/L$	$2.4L$	$0.42L$	$1.2T/L$	$2L$	$0.42L$

II.6 Application de la Commande PID en régulation de vitesse/position d'un MCC

Cette partie est destinée à l'analyse d'asservissement analogique, où nous allons étudier les performances de MCC en vitesse et en position en utilisant les différents contrôleurs (P, PI et PID).

Nous reprenons le modèle de MCC obtenu au chapitre 1, on a :

$$G_{mcc}(s) = \Omega(s)/U(s) = \frac{\frac{K}{(Rf + K^2)}}{1 + \left(\frac{JL}{(Rf + K^2)}\right)s^2 + \left(\frac{(RJ + fL)}{(Rf + K^2)}\right)s}$$

Tel que : $t = \frac{(RJ+fL)}{(Rf+K^2)}$ Constante de temps et gain statique $A = \frac{K}{(Rf+K^2)}$ et $t' = \frac{JL}{(Rf+K^2)}$

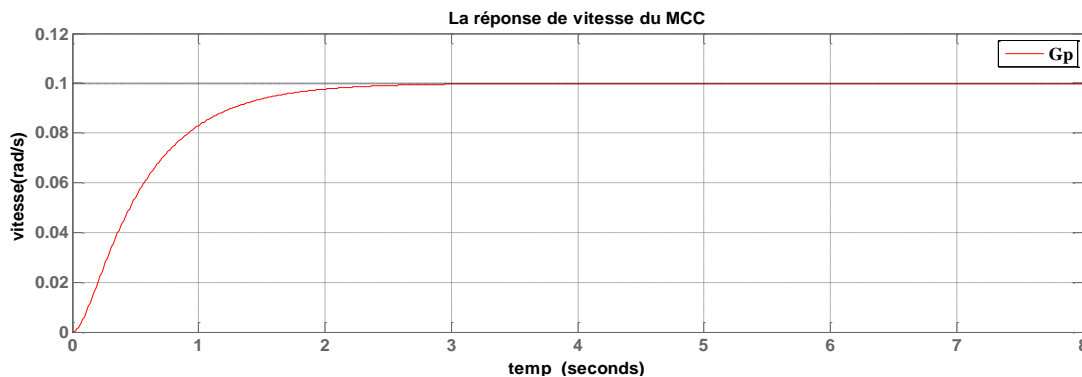
Il s'agit clairement d'un système du 2^{ème} ordre dont la fonction de transfert du système est (*voir chapitre 1 dernier paragraphe*):

$$G_{mcc}(s) = \frac{0.01}{0.005s^2 + 0.06s + 0.1001} \quad (\text{II.15})$$

II.6.1 Expérience - 1 (réponse du contrôleur individuel) sur le moteur MCC)

Objectif: *Identifier les effets des caractéristiques du système en utilisant un contrôleur (réponse de contrôleur individuel) sur la machine à courant continu décrite comme dans l'Eq.II.15.*

D'après la simulation de la réponse en boucle ouverte de MCC décrit comme dans l'Eq.II.15. On peut voir que la sortie de réponse indicielle est proche de 0,1. L'erreur en régime permanent = $1 - 0.1 = 0,9$. **C'est assez élevé.** Notez également que le temps de stabilisation est d'environ 2.4s (voir Figure II.9).



Figure(II.9) : La réponse de vitesse en Boucle ouverte du MCC

a) Effets du contrôleur proportionnel

Maintenant, pour examiner l'effet de l'élément proportionnel (K_p) sur la sortie système.

Simulant l'ensemble du système (correcteur + processus) pour différentes valeurs de $K_p = 1, 10$ et 20 tout en gardant les valeurs de $K_i = 0$, $K_d = 0$. La réponse indicielle du système est donnée dans la figure II.10.

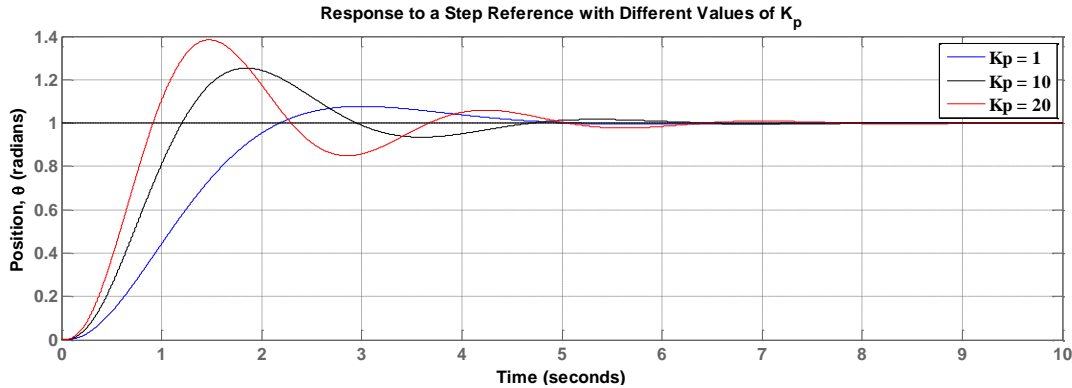


Figure II.10: Réponse du système avec le contrôleur proportionnel.

On peut observer que:

- ☞ L'augmentation de K_p réduira l'erreur statique en régime permanent.
- ☞ Après une certaine limite, augmenter K_p ne fera qu'augmenter le dépassement.
- ☞ K_p Réduit le temps de montée.

b) Effets du contrôleur Intégral

Gardant la valeur de $K_p = 20$ et $K_d = 0$, et simulant l'ensemble du système (correcteur + processus) pour différentes valeurs de $K_i = 50, 300$ et 500 . La réponse indicielle du système est donnée dans la figure II.11.

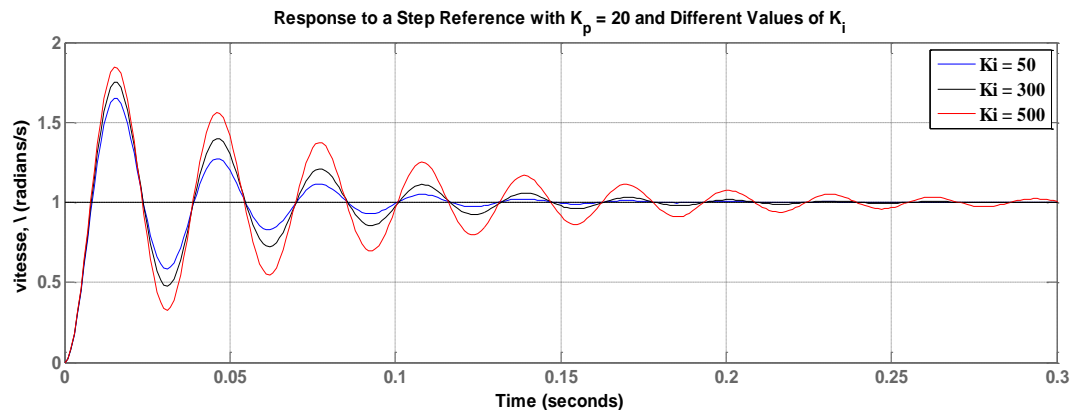


Figure II.11: Réponse du système avec le contrôleur Intégral

On peut observer que:

- ☞ K_i Elimine l'erreur statique en régime permanent.

- ☞ Après une certaine limite, augmenter K_i ne fera qu'augmenter le dépassement et l'oscillation.
- ☞ K_i Réduit le temps de montée.
- ☞ K_i Augmente le temps de stabilisation.

c) Effets du contrôleur Dérivé

Gardant la valeur de $K_p = 20$ et $K_i = 50$, et simulant l'ensemble du système (correcteur + processus) pour différentes valeurs de $K_d = 0.1, 0.15$ et 0.20 La réponse indicielle du système est donnée dans la figure II.12.

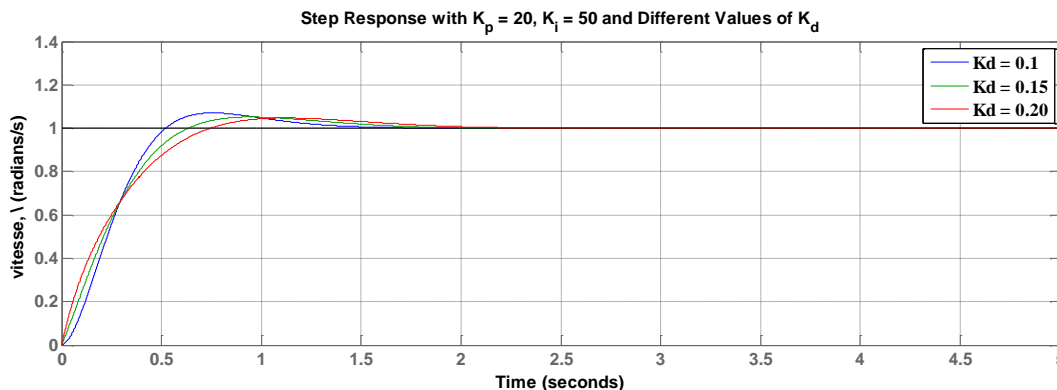


Figure II.12: Réponse du système avec le contrôleur Dérivé

On peut observer que:

- ☞ K_d Diminie le dépassement et l'oscillation.
- ☞ K_d Réduit le temps de stabilisation.

II.6.2 Expérience - 2 (Algorithme empirique d'ajustement de Ziegler Nichols)

Objectif: étudier l'algorithme d'ajustement de ZN et concevoir les paramètres de contrôleur P, PI et PID pour la machine à courant continu décrite comme dans l'Eq.II.15.

Comme décrit la procédure au paragraphe (II.5.3.1.a) et illustré à la figure II.7, les paramètres pour évaluer les valeurs du régulateur PID comme indiqué dans le tableau II.1, peuvent être obtenus à partir de la fonction approximée de la fonction de transfert de MCC.

Il existe un grand nombre de règles d'ajustements pour les contrôleurs P/PI/PID d'ordre entier. Ces règles sont principalement basées sur l'estimation de système du premier ordre plus un retard pur appelé dans la littérature par FOPDT (First Order Plus Time Delay).

La conception du contrôleur PID d'ordre entier et des contrôleurs PI d'ordre fractionnaire

dépend de la constante de temps T , du retard L et du gain de processus K du système représenté en eq.II. 16.

$$G_{mcc}(s) = \frac{K e^{-Ls}}{1 + Ts} \tag{II. 16}$$

Les règles d’ajustements de **Ziegler-Nichols** (ZN)[32] (tableau II. 1) sont probablement les règles les plus utilisées dans l’industrie en raison de leur simplicité et de leur facilité de mise en œuvre. Ces règles sont simples et reposent uniquement sur la réponse indicielle du système, ce qui signifie qu’il n’est pas nécessaire d’obtenir un modèle exact de procédé.

Les paramètres K, L & T trouvés de la fonction *FOPDT* approximée de la fonction de transfert du système (Moteur) sont: $K = 0.0999 \text{ rad/s}$, $L = 0.0901\text{s}$ et $T = 0.5093\text{s}$ respectivement (voir Eq.II.17).

$$G_{approx} = \frac{0.0999}{0.5093s+1} e^{-0.0901s} \tag{II. 17}$$

La réponse réelle de la figure II.13 correspond à la réponse du modèle *FOPDT* qui montre que le modèle approximatif de moteur à courant continu obtenu est en fait précis.

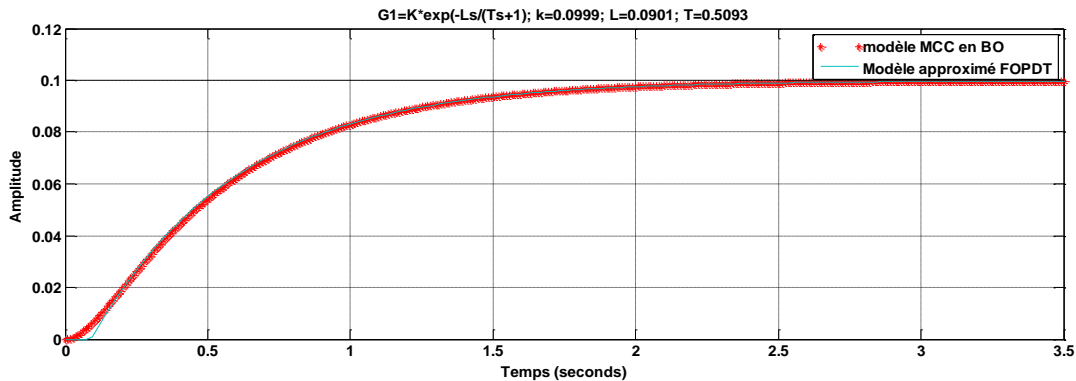


Figure II.13 Réponse indicielle du système

A partir de modèle approximé du premier ordre *FOPDT* et ces paramètres k, L et T correspondant, nous allons appliquer la méthode de *Zigler – Nichols* donnée en **tableau II.1** pour trouver les paramètres de correcteur P/PI & PID d’ordre entier.

Les paramètres obtenus des différents régulateurs sont illustrés dans le tableau II.5.

Tableau II.5 : Paramètres des différents régulateurs

Type	K_p	T_i	T_d
P	56.5827		
PI	50.9244	0.3000	
PID	67.8992	0.1802	0.0451

La figure (II.14) donne la réponse de la commande en vitesse de moteur à courant continu en utilisant les différents contrôleurs (P, PI et PID).

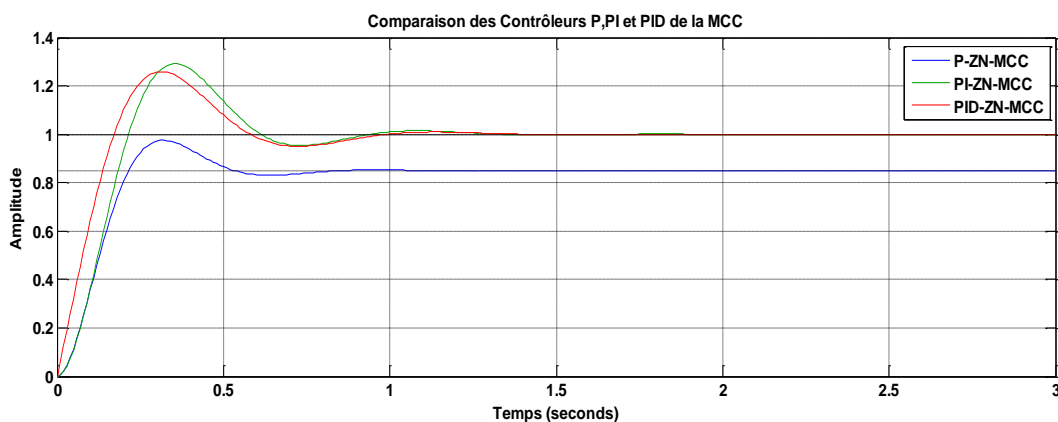


Figure (II.14) : Réponse du MCC en utilisant des contrôleurs P, PI et PID ajustés par ZN

D'après la figure ci-dessus nous avons les caractéristiques suivant :

Tableau II.6 Les caractéristiques d'un contrôleur P, PI et PID appliqué à MCC.

Contrôleurs	Temps de réponse	Temps de montée	Dépassement %	Erreur
P	0.46	0.146	14.8	0.15
PI	0.56	0.146	29.2	0
PID	0.53	0.132	25.9	0

Selon la figure (II.14) nous pouvons conclure que le meilleur correcteur pour régler un MCC est le correcteur PID.

II.6.3 Expérience - 3 (Algorithme empirique d'ajustement de Chien-Hrones-Reswick)

Objectif: étudier l'algorithme d'ajustement de Chien, Hrones et Reswick (CHR) et concevoir les paramètres P , I et D pour système (Moteur MCC) décrit comme dans l'Eq.II.15.

Prenant les valeurs K, L & T trouvés de la fonction $FOPDT$ approximée de la fonction de transfert du système: $K = 0.0999 \text{ rad/s}$, $L = 0.0901\text{s}$ et $T = 0.5093\text{s}$, et en utilisant le **tableau II.3** pour la méthode d'ajustement en asservissement de contrôleur PID. Nous allons trouver les paramètres des différents régulateurs, comme illustrés dans le tableau II.7.

Tableau II.7 : Paramètres des différents régulateurs

Type	dépassement de 0%			dépassement de 20%		
	K_P	T_i	T_d	K_P	T_i	T_d
P	16.9748	39.6079
PI	19.8039	0.1081	...	33.9496	0.5093	...
PID	33.9496	0.5093	0.0451	53.7535	0.7130	0.0423

La figure (II.15) donne la réponse de la commande en vitesse de moteur à courant continu en utilisant les différents contrôleurs (P, PI et PID) ajustés par la méthode de Chien – Hrones - Reswick.

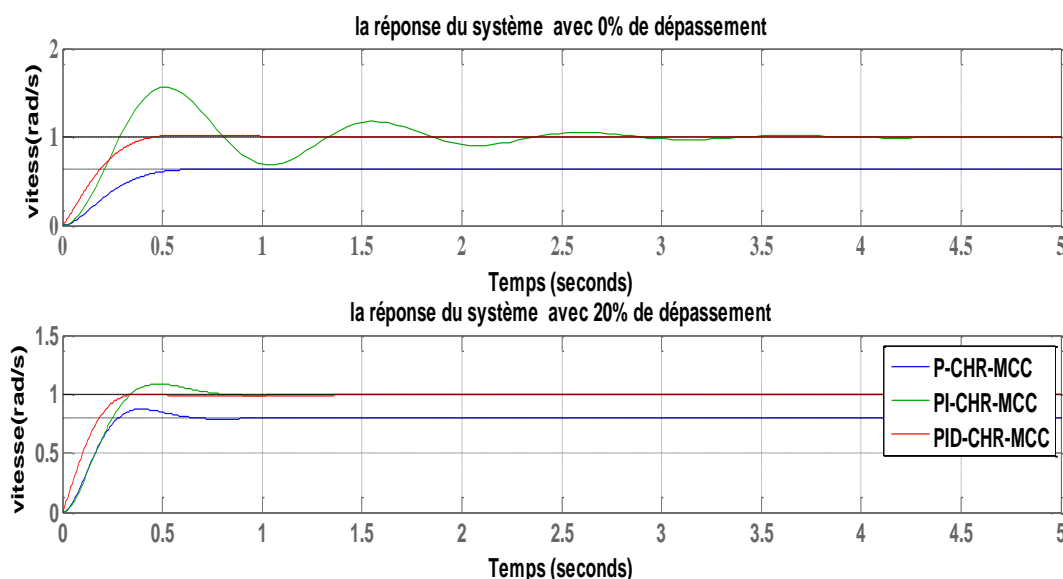


Figure (II.15) : Réponse du MCC en utilisant des contrôleurs P,PI et PID ajustés par CHR D’après la figure ci-dessus nous avons les caractéristiques suivant :

Tableau II.8 Les caractéristiques d’un contrôleur P , PI et PID appliqué à MCC.

Contrôleurs	dépassement de 0%				dépassement de 20%			
	Temps de réponse	Temps de montée	Dépassement %	Erreur	Temps de réponse	Temps de montée	Dépassement %	Erreur
P	0.45	0.34	1.17	0.37	0.52	0.17	9.34	0.20
PI	2.66	0.19	56.2	0	0.62	0.228	8.65	0
PID	0.37	0.29	2.37	0	0.267	0.211	0.411	0

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un fondement théorique de la commande PID en identifiant les différentes actions du régulateur PID, puis nous avons également présenté ses domaines d'application et ses avantages et inconvénients et finalement les méthodes des synthèses de ses régulateurs et une application de la commande PID en régulation de vitesse et position d'un moteur à courant continu. Deux méthodes d'ajustement (Ziegler-Nichols et Chien-Hrones-Reswich) ont été présentées et simulées à l'aide de logiciel MATLAB. Chaque algorithme d'ajustement a été décrit pour calculer les paramètres du contrôleur P, PI et PID pour la commande de la machine à courant continu. Les effets de chaque contrôleur ont été simulés également.

Chapitre III

Systèmes d'ordre fractionnaire

III.1 Introduction

Les systèmes d'ordre fractionnaire sont des systèmes dynamiques d'écrit par des équations différentielles d'ordre fractionnaires. Le but du calcul fractionnaire est de généraliser les dérivés traditionnelles à des ordres non-entiers, mais pour quelle raison ? Beaucoup de systèmes dynamiques sont mieux caractérisés par un modèle dynamique d'ordre fractionnaire, basé en général sur la notion de différentiation ou d'intégration de l'ordre non-entier puisque comme il est bien connu, les dérivés non entières possèdent un effet de mémoire qu'elles partagent avec plusieurs matériaux tels que les matériaux viscoélastiques ou polymères. Ce fait est également une des raisons pour lesquelles le calcul fractionnaire a connu récemment un grand intérêt.

L'utilisation de l'effet mémoire des dérivés fractionnaires dans la construction des modèles matériels simples est livrée avec un cout Elevé en ce qui concerne la résolution numérique. Tout en utilisant un algorithme de discrétisation des dérivés non entières on doit tenir compte de sa structure non locale qui signifie en général un haut stockage d'information et une grande complexité de l'algorithme.

Dans ce chapitre, nous allons défini les notions de base des opérateurs et des systèmes d'ordre fractionnaire, les propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire, l'approximation analogique des opérateurs d'ordre fractionnaire, et les méthodes d'approximations des opérateurs d'ordre fractionnaire.

III. 2 Calcul fractionnaire

Le calcul fractionnaire est la branche de calcul qui est généralement l'intégration et le dérivé d'une fonction d'ordre non entier.

L'idée du calcul fractionnaire est apparue depuis de trois siècles lorsqu'en 1665 le mathématicien **Leibniz** le mentionna dans une communication adressés à l'hôpital. Il a fallu ce pendant attendre **Abel**(1823), **Liouville**(1832), **Rieman**(1853) et **Heaviside**(1892) pour que la théorie du calcul fractionnaire soit formalisée. Issue des problèmes purement théorique, son champ d'application est très vaste et touche presque tous les domaines.

L'opérateur intégro-différentiel ${}_c D_t^m$ ou c et t sont les limites de l'opération est défini ainsi:

$${}_c D_t^m = \begin{cases} \frac{d^m}{dt^m} \dots \dots \dots \Re(\alpha) > 0, \\ 1 \dots \dots \dots \Re(\alpha) = 0, \\ \int_c^t (d\tau)^{-m} \dots \dots \dots \Re(\alpha) < 0, \end{cases} \quad (III. 1)$$

Où m est l'ordre de l'opération, généralement $\alpha \in \mathbb{R}$

III.2.1 Fonctions utilisées dans le calcul fractionnaire

Dans cette section, nous présenterons deux fonctions qui sont très utilisées et qui permettent en général de fournir des solutions aux problèmes du calcul fractionnaire. Il s'agit de la fonction Gamma d'Euler et de la fonction Mittag-Leffler.

▪ **La Fonction gamma**

L'une des fonctions de base utilisées dans le calcul fractionnaire est la fonction Gamma d'Euler. La définition intégrale de la fonction Gamma est donnée par (III.1).

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \forall z \in \mathbb{R} \quad (III.2)$$

Pour z complexe la partie réelle doit être finie pour obtenir une valeur finie de la fonction gamma.

▪ **Fonction de Mittag-Leffler**

La fonction de Mittag-Leffler est une fonction importante dans le monde du calcul fractionnaire. Son rôle est analogue à celui joué par la fonction exponentielle dans le cas du calcul entier. La définition standard de cette fonction à un paramètre est donnée par [13] :

$$E_\alpha(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}, (\alpha > 0) \quad (III. 3)$$

La fonction exponentielle usuelle correspond pour une valeur de $(\alpha = 1)$:

$$E_1(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{n!} \quad (III. 4)$$

Il est aussi courant de représenter la fonction Mittag-Leffler avec deux paramètres α et β , comme suit [13] :

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}, (\alpha, \beta > 0) \quad (\text{III.5})$$

III.2.2 Définitions fondamentales

Il existe plusieurs définitions mathématiques pour l'intégration et la dérivation d'ordre fractionnaire. On peut mentionner les trois définitions suivantes :

a) Définition de Grunwald-Letnikov (G-L)

La dérivée d'ordre fractionnaire d'ordre $\alpha > 0$ de G-L, est donnée par :

$$D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{+\infty} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jh) \quad (\text{III.6})$$

Où h est la période d'échantillonnage et les coefficients :

$$w_j^{(\alpha)} = \binom{\alpha}{j} = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{\Gamma(j + 1)\Gamma(\alpha - j + 1)}$$

Avec $w_0^{(\alpha)} = \binom{\alpha}{0} = 1$.

La définition de Grunwald-Letnikov de l'intégrale d'ordre fractionnaire est formulée comme suit:

$${}_{GL}I^\alpha f(t) = {}_{GL}D^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{j=0}^K (-1)^j \binom{-\alpha}{j} f(t - jh) \quad (\text{III.7})$$

Avec $w_0^{(-\alpha)} = \binom{-\alpha}{0} = 1$

b) Définition de Riemann-Liouville (R-L)

Définition 1 Soient \mathbb{C} et \mathbb{R} les anneaux des nombres complexes et réels respectivement, $\Re(\cdot)$ Symbolise la partie réelle d'un nombre complexe.

Soient $\alpha \in \mathbb{C}$ avec $\Re(\alpha) > 0$, $t_0 > \text{Ret } f$ une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty[$.

$$I^\alpha f(\tau) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t (t - \tau)^{\alpha-1} f(\tau) d(\tau) \quad (\text{III.8})$$

Définition 2 Soient $\alpha \in \mathbb{C}$ avec $\Re(\alpha) > 0$, n un entier positif, $t_0 \in \mathbb{R}$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, +\infty[$. La dérivée d'ordre fractionnaire α de la fonction de f borne inférieure t_0 est définie par:

$${}_{\alpha_{RL}}D_{t_0}^{\alpha}f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_{t_0}^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (\text{III. 9})$$

Où le nombre entier n est tel que $(n-1) < \alpha < n$.

Remarque: pour simplifier l'écriture, on notera dans la suite I^{α} pour I_0^{α} et D^{α} pour D_0^{α}

c) Définition de Caputo

Caputo a introduit une autre formulation de la dérivée d'ordre fractionnaire définie:

$${}_cD_{t_0}^{\alpha}(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{t_0}^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f^{(n)}(\tau) d\tau \quad (\text{III. 10})$$

Où le nombre entier n est tel que $(n-1) < \alpha < n$ et $f^{(n)}(\tau)$ est la dérivée d'ordre entier n de la fonction $f(\tau)$.

III.2.3 Propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire

Les principales propriétés des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire sont les suivantes [14] :

- ☞ Si $f(z)$ est une fonction analytique de z , alors sa dérivée d'ordre fractionnaire $D^{\alpha}f(z)$ est une fonction analytique de z et α .
- ☞ pour $\alpha = n$, ou n est un entier, l'opération $D^{\alpha}f(z)$ donne le même résultat que la différentiation classique d'ordre entier n .
- ☞ Pour $\alpha = 0$ l'opération $D^{\alpha}f(z)$ est l'opérateur identité: $D^0f(z) = f(z)$
- ☞ La différentiation et l'intégration d'ordre fractionnaire sont des opérations linéaires:
 $D^{\alpha}(af(z) + bg(z)) = aD^{\alpha}f(z) + bD^{\alpha}g(z)$
- ☞ La loi additive (propriété du semi groupe) : $D^{\alpha}D^{\beta}f(z) = D^{\beta}D^{\alpha}f(z) = D^{\alpha+\beta}f(z)$ est valable sous certaines contraintes sur la fonction $f(z)$.

III.2.4 Transformation Laplace des opérateurs d'ordre fractionnaire

a) Intégration fractionnaire

La transformée de Laplace de l'opérateur d'intégration non entier défini par (III.5) est

donné par :

$$L\{ {}_0I_t^\alpha f(t) \} = s^{-\lambda} F(s), \alpha > 0 \quad (\text{III.11})$$

Où : $((n - 1) < \alpha < n$.

b) Dérivation fractionnaire

☞ *Au sens de Riemann-Liouville(R-L)*

$$L\{ {}_{RL}D_t^\alpha f(t) \} = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^k \left\{ {}_{RL}D_t^{(\alpha-k-1)} f(t) \right\}_{t_0} \quad (\text{III.12})$$

Les conditions initiales apparaissant dans (III.12) sont données en fonction d'une dérivée entière évaluée à l'origine.

☞ *Au sens de Caputo*

$$L\{ L\{ {}_t^C D_t^\alpha f(t) \} \} = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{(\alpha-k-1)} f^k(0), \quad \alpha > 0 \quad (\text{III.13})$$

Les conditions initiales apparaissant dans (III.13) sont données en fonction d'une dérivée entière évaluée à l'origine.

☞ *Définition Grunwald-Letnikov(G-L)*

$$L\{ L\{ {}_0^{GL}D_t^\alpha f(t) \} \} = s^\alpha F(s) \quad (\text{III.14})$$

Remarque 1 : Les transformées de Laplace des dérivées d'ordre non entier de Riemann-Liouville et de Caputo sont équivalentes si et seulement si le système est au repos pour $t < 0$. Elles se réduisent à

$$L\{ L\{ {}_0^{GL}D_t^\alpha f(t) \} \} = L\{ L\{ {}_t^C D_t^\alpha f(t) \} \} = s^\alpha F(s) \quad (\text{III.15})$$

Remarque 2 : La transformée de Laplace de la dérivée de Riemann-Liouville est bien connue. Mais son applicabilité en pratique est limitée à cause de l'absence d'interprétation physique des conditions initiales.

III.3 Modélisation des systèmes d'ordre fractionnaire

Comme dans le cas entier, il existe différents modèles qui représentent les systèmes d'ordre fractionnaire on cite principalement :

III.3.1 Équation différentielle d'ordre fractionnaire

Un système d'ordre non entier linéaire mono-variable temps invariant d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$ est décrit par l'équation suivante :

$$a_n D^{a_n} y(t) + \dots + a_0 D^{a_0} y(t) = b_m D^{b_m} u(t) + \dots + b_0 D^{b_0} u(t) \quad (\text{III.16})$$

Si tous les ordres de dérivation sont des multiples entiers de l'ordre de base α , c'est-à-dire, $(a_k, b_k) \in \mathcal{R}^+$, le système est dit commensurable et l'équation (III.16) devient :

$$\sum_{k=0}^n a_k D^{k\alpha} y(t) = \sum_{k=0}^m b_k D^{k\alpha} u(t) \quad (\text{III.17})$$

Si dans (III.17) $\alpha = \frac{1}{q}$, $q \in \mathbb{Z}^+$, le système sera d'ordre rationnel.

En appliquant la transformée de Laplace à de telles équations, et en supposant les conditions initiales nulles, nous obtenons des fonctions de transfert avec des puissances d'ordre non entier de la variable complexe de Laplace.

Dans le cas continu, la fonction de transfert d'un système d'ordre commensurable est donnée par l'équation (III.18) :

$$G(s) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k (s^\alpha)^k}{\sum_{k=0}^n a_k (s^\alpha)^k} \quad (\text{III.18})$$

III.3.2 Représentation d'état d'ordre fractionnaire

La représentation d'état d'ordre fractionnaire est définie comme dans le cas entier, on remplace la dérivée entière d'ordre 1 par la dérivée fractionnaire d'ordre α .

☞ Systèmes continus

Les systèmes continus d'ordre fractionnaire sont donnés par des représentations d'état d'ordre fractionnaire de différentes manières selon le cas linéaire ou non linéaire.

– Dans le cas linéaire, la représentation d'état est donnée par :

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

$$D^\alpha x(t) = [D^\alpha x_1(t) \quad D^\alpha x_2(t) \quad \dots \quad D^\alpha x_n(t)]^T$$

$x(t)$: vecteur d'état de dimension $n \times 1$.

$D^\alpha x(t)$: vecteur de la dérivée d'ordre α (avec $\alpha \in \mathbb{R}$).

Où :

$0 < \alpha < 1$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur colonne d'entrée, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur colonne d'état, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur colonne de sortie, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice d'entrée, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ est la matrice de sortie, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ est la matrice de transmission directe.

En appliquant la transformée de Laplace et la définition de la dérivée d'ordre fractionnaire au sens de Caputo, l'équation (III.19) devient :

$$\begin{cases} X(s) = (s^\alpha I_n - A)^{-1}BU(s) + (s^\alpha I_n - A)^{-1}s^{\alpha-1}x(0) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (\text{III. 20})$$

Notons que la définition de Caputo est nécessaire si nous voulons que les conditions initiales soient exprimées comme les valeurs des états à l'instant $t = 0$. Dans le cas où les conditions initiales sont nulles, l'équation (III.20) devient :

$$\begin{cases} X(s) = (s^\alpha I_n - A)^{-1}BU(s) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (\text{III. 21})$$

Et la fonction de transfert correspondante à l'équation (III.21) s'écrit :

$$X(s) = G(s)U(s), \quad G(s) = C(s^\alpha I_n - A)^{-1}B + D \quad (\text{III. 22})$$

Où I_n est la matrice identité de dimension $(n \times n)$ et $G(s)$ représente la matrice de transfert de dimension p lignes et m colonnes. Son numérateur et son dénominateur sont des polynômes exprimés en termes de puissance entières de s^α .

– Dans le cas non linéaire, la représentation d'état est donnée par

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = \psi(x(t)) \end{cases} \quad (\text{III. 23})$$

$f(\cdot)$ et $\psi(\cdot)$: étant les fonctions non linéaires.

D^α : étant l'opérateur de la dérivée d'ordre α .

☞ Systèmes discrets

De même que pour le cas continu, les systèmes discrets sont représentés dans le cas linéaire ou non linéaire.

– Le système linéaire d'ordre fractionnaire est représenté par le modèle d'état linéaire d'ordre fractionnaire à temps discret comme suit : [15]

$$\begin{cases} \Delta^\alpha x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases} \quad (\text{III. 24})$$

$$\Delta^\alpha x(k+1) = [\Delta^\alpha x_1(k+1) \quad \Delta^\alpha x_2(k+1) \quad \dots \quad \Delta^\alpha x_n(k+1)]^T$$

Δ^α : étant l'opérateur de la différence d'ordre α , $x(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}^m$, $y(k) \in \mathbb{R}^p$ sont respectivement les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie et $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$.

– Le système non linéaire d'ordre fractionnaire est représenté par le modèle d'état non linéaire d'ordre fractionnaire à temps discret comme suit :

$$\begin{cases} D^\alpha x(k+1) = f(x(k), u(k)) \\ y(k) = \psi(x(k)) \end{cases} \tag{III.25}$$

$f(\cdot)$ et $\psi(\cdot)$: étant les fonctions non linéaires.

D^α : étant l'opérateur de la dérivée d'ordre α .

III.3.3 Stabilité des systèmes fractionnaires

Les conditions de stabilité des systèmes fractionnaires linéaires à temps invariant sont différentes de celles des systèmes linéaires d'ordre entier. En effet, les systèmes fractionnaires peuvent avoir des racines dans le demi-plan droit du plan complexe, contrairement aux systèmes linéaires dont les racines sont à partie réelle strictement négative.

Désignons par λ_i les valeurs propres de la matrice A . Le système (III.19) est dit stable si la condition :

$$|\arg(\lambda_i)| > \alpha \frac{\pi}{2}, 1 \leq i \leq n \tag{III.26}$$

Est satisfaite pour toutes les valeurs propres de [13].

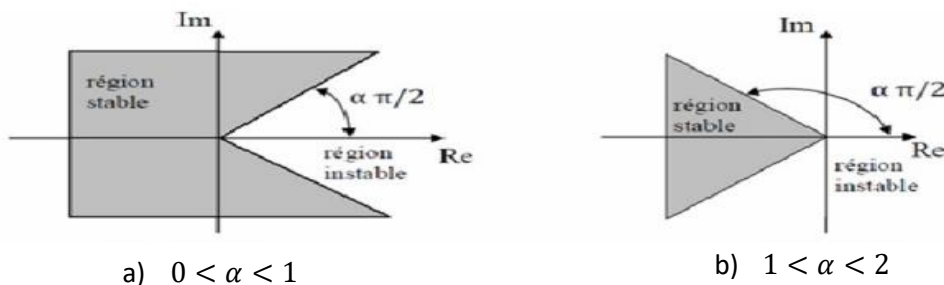
Remarque

- ☞ Pour $\alpha = 1$, on trouve la condition de stabilité des systèmes d'ordre entier.
- ☞ Pour la représentation fonction de transfert (III.20), désignons par p_i les pôles du système sont définis comme étant solutions de l'équation $\det(s^{\alpha-1} - A) = 0$. Ils sont donnés par l'expression (III.25) :

$$p_i = \lambda_i^{\frac{1}{\alpha}}, 1 \leq i \leq n \tag{III.27}$$

Alors, la condition de stabilité dans le sens entrée bornée, sortie bornée est réalisée si la condition :

$$|\arg(p_i)| > \frac{\pi}{2}, \tag{III.28}$$



III.3.4 Domaines d'application

L'application de méthodes basées sur les systèmes différentiels fractionnaires et de plus en plus fréquents dans les différents domaines scientifiques sont utilisées essentiellement comme outils de modélisation en mécanique, automatique, rhéologique. A titre d'exemple ces méthodes sont actuellement utilisées pour modéliser le comportement des matériaux, réaliser des composants électriques par des correcteurs fractionnaires et dans le traitement d'image [17,18].

III.3.5 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire

Les méthodes d'approximation de l'opérateur d'ordre fractionnaire peuvent être divisées en deux catégories (fréquentielles et numériques) [19]:

III.3.5.1 Méthodes Fréquentielles

III.3.5.1.1 Approximations utilisant l'expansion des fractions continues et les techniques d'interpolation

L'expansion des fractions continues [20, 21] est une méthode d'évaluation des fonctions qui converge souvent beaucoup plus rapidement que le développement en série de puissances, et converge dans un domaine plus large du plan complexe. Le résultat de cette approximation pour une fonction irrationnelle $G(s)$, peut être exprimé sous la forme

$$G(s) \cong a_0(S) + \frac{b_1(S)}{a_1(S) + \frac{b_2(S)}{a_2(S) + \frac{b_3(S)}{a_3(S) + \dots}}} \quad (\text{III.29})$$

$$G(S) = a_0(S) + \frac{b_1(S)}{a_1(S) + \frac{b_2(S)}{a_2(S) + \frac{b_3(S)}{a_3(S) + \dots}}} \dots \quad (\text{III.30})$$

Où $a_i(S)$ et $b_i(S)$ sont des fonctions rationnelles de la variable S ou des constantes. L'application de cette méthode résulte en une fonction rationnelle $\hat{G}(S)$, qui est une approximation de la fonction irrationnelle $G(S)$.

D'autre part, pour l'interpolation, les fonctions rationnelles sont parfois supérieures aux polynômes, car elles permettent de modéliser les fonctions par des pôles. Ces techniques sont basées sur l'approximation d'une fonction irrationnelle $G(S)$ par une fonction rationnelle définie par le quotient de deux polynômes de la variable S :

$$G(S) \cong R_{i(i+1)\dots(i+m)} = \frac{P_\mu(S)}{Q_\nu(S)} = \frac{p_0 + p_1 S + \dots + p_\mu S^\mu}{q_0 + q_1 S + \dots + q_\nu S^\nu} \quad (\text{III.31})$$

qui passe par les points $(s_i, G(s_i)); \dots (s_{i+m}, G(s_{i+m}))$.

Dans la suite nous présenterons quelques-unes des méthodes les plus connues de ce type.

a) Méthode Générale d'approximation des opérateurs intégr-différentiels d'ordre fractionnaire

En général, une approximation rationnelle de la fonction $G(s) = s^\mu$ tel que $0 < \mu < 1$ (Intégration d'ordre fractionnaire dans le domaine de Laplace) peut être obtenue en utilisant l'expansion des fractions continues des fonctions :

$$G_h(s) = \frac{1}{(1+s.T)^\mu} \quad (\text{III.32})$$

$$G_l(s) = \left(1 + \frac{1}{s}\right)^\mu \quad (\text{III.33})$$

Où $G_h(s)$ est l'approximation pour les hautes fréquences ($w_T \gg 1$), et $G_l(s)$ l'approximation pour les basses fréquences ($w_T \ll 1$).

b) Méthode de Carlson

La méthode proposée par Carlson tirée du processus régulier de Newton utilisé pour l'approximation itérative de la racine d'ordre α , peut être considérée comme appartenant à ce groupe [20]. Cette méthode se base sur l'hypothèse suivante :

$$(H(s))^{1/\mu} - G(s) = 0 \quad (\text{III.34})$$

$$H(s) = (G(s))^\mu \quad (\text{III.35})$$

En définissant $m = \frac{1}{\mu}$. $m = \frac{q}{2}$ à chaque itération, partant de la valeur initiale $H_0(s) = 1$, une fonction rationnelle approximée peut être donnée par :

$$H_i(s) = H_{i-1}(s) \frac{(q-m)(H_{i-1}(s))^2 + (q+m)G(s)}{(q+m)(H_{i-1}(s))^2 + (q-m)G(s)} \quad (\text{III.36})$$

Le modèle d'approximation est obtenu ensuite, en remplaçant chaque opérateur d'ordre fractionnaire de la fonction de transfert irrationnelle par son approximation rationnelle.

c) Méthode de Matsuda

La méthode proposée par [22] est basée sur l'approximation de l'opérateur d'ordre fractionnaire $G(s) = s^\alpha$ par une fonction rationnelle $\hat{G}(s)$ en identifiant le modèle d'approximation à partir de son gain. Le gain est calculé en utilisant M fréquences réparties dans une bande de fréquence $[\omega_0, \omega_M]$ dans laquelle se fait l'approximation. Pour un ensemble de points sélectionnés $\omega_i, i = 0, 1, 2 \dots M$, l'approximation prend la forme :

$$\hat{G}(s) = a_0 + \frac{s-\omega_0}{a_1+} \frac{s-\omega_1}{a_2+} \frac{s-\omega_2}{a_3+} \dots = [a_0; \frac{s-\omega_{i-1}}{a_i}]_{i=1}^M \quad (\text{III.37})$$

Où

$$a_i = f(\omega_i), f_0(\omega) = G(s), f_{i+1}(s) = \frac{s-\omega_i}{f_i(s)-a_i} \quad (\text{III.38})$$

Le modèle d'approximation est obtenu en remplaçant chaque opérateur d'ordre fractionnaire de la fonction de transfert irrationnelle explicite par son approximation.

III.3.5.1.2 Approximations utilisant l'ajustement de courbes ou les techniques d'identification

En général toutes les méthodes d'identification dans le domaine fréquentiel peuvent être appliquées pour obtenir une fonction rationnelle, dont la réponse fréquentielle se rapproche de celle de la fonction irrationnelle originale. Par exemple cela peut être la minimisation de la fonction coût suivante :

$$J = \int W(s) |G(w) - \hat{G}(w)|^2 dw \quad (\text{III.39})$$

Où $W(s)$ est une fonction de pondération, $G(w)$ la réponse fréquentielle originale, et $\hat{G}(w)$ est la réponse fréquentielle de la fonction rationnelle approximée. Les deux approches les plus connues sont celles proposées par Oustaloup et Charef.

a) La méthode d'Oustaloup

L'approximation d'Oustaloup d'un dérivateur généralisé, dont l'action différentielle couvre tout l'espace des fréquences, repose sur une distribution récursive d'une infinité de zéros et de pôles réels négatifs (afin d'assurer un comportement à phase minimale) [22, 23]. Dans le cadre d'une synthèse réaliste (pratique) fondée sur un nombre fini de zéros et de pôles, il convient de réduire le comportement différentiel généralisé sur un intervalle fréquentiel borné, choisi selon les besoins de l'application [24].

Ainsi, l'approximation de l'opérateur s^α , $\alpha \in R^+$, dans une bande de fréquence $[\omega_0, \omega_M]$ est donnée par une fonction rationnelle [25] :

$$\hat{G}(s) = C \prod_{k=-N}^N \frac{1+s/z_k}{1+s/w'_k} \quad (\text{III.40})$$

En utilisant l'ensemble des formules de synthèse suivantes :

$$w'_0 = \alpha^{0.5} \cdot w_u ; w_0 = \alpha^{0.5} w_u ; \frac{w'_{k+1}}{w'_k} = \frac{w_{k+1}}{w_k} = \alpha \cdot \eta > 1 \quad (\text{III.41})$$

$$\frac{w_{k+1}}{w_k} = \eta > 1 ; \frac{w_k}{w'_k} = \alpha > 0 ; N = \frac{\log(w_N/w_0)}{\log(\alpha.\eta)} ; \mu = \frac{\log \alpha}{\log(\alpha.\eta)} ; \quad (\text{III.42})$$

w_u étant le gain fréquentiel unité et la fréquence centrale d'une bande de fréquences distribuées géométriquement autour. Soit, $w_u = \sqrt{w_h \cdot w_b}$ et w_b sont la haute et basse fréquence respectivement.

b) Méthode de Charef : Fonction de singularité

La méthode appelée aussi la "Méthode de la fonction de singularité" développée par Charef et al. [14,26], la méthode d'approximation est différente selon que la fonction de transfert d'ordre fractionnaire à approximer soit du premier ou du second ordre.

☞ Système du premier ordre fractionnaire

Pour un système d'ordre fractionnaire du premier ordre :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{P_T}\right)^\beta} \quad (\text{III.43})$$

On peut réécrire la fonction (I.39) comme suit (voir aussi [14]) :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{P_T}\right)^\beta} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} \quad (\text{III.44})$$

Où $(N + 1)$ est le nombre total des singularités qui peut être déterminé par la bande de fréquences du système. L'équation (III.42) peut être tronquée à un nombre fini N , et l'approximation devient :

$$G(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{P_T}\right)^\beta} \approx \frac{\prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} \quad (\text{III.45})$$

Les pôles et les zéros de la fonction de singularités peuvent être obtenus comme suit :

$$p_i = (ab)^i p_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (\text{III.46})$$

$$p_i = (ab)^i a p_0 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N - 1 \quad (\text{III.47})$$

Avec :

$$p_0 = P_T 10^{\frac{\epsilon p}{20\beta}}, a = 10^{\frac{\epsilon p}{10(1-\beta)}}, b = 10^{\frac{\epsilon p}{10\beta}}, \beta = \frac{\log(a)}{\log(ab)}$$

ϵp est l'erreur tolérée en dB .

Avec une pente de -20β dB/dec et son approximation par des lignes droites en zig-zig avec des pentes individuelles de -20 dB/dec et 0 dB/dec .

☞ **Système du second ordre fractionnaire :**

Pour un système de second ordre décrit par l'équation (I.47) :

$$G(s) = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\xi\frac{s}{w_n} + 1\right)^\beta} \quad (\text{III.48})$$

avec β un nombre réel positif tel que $0 < \beta < 1$, on peut distinguer deux cas

▪ **Cas où $0 < \beta < 0.5$**

On peut exprimer la fonction (I.47) comme suit :

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{w_n} + 1\right)\left(\frac{s}{w_n} + 1\right)^\eta}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\alpha\frac{s}{w_n} + 1\right)} \quad (\text{III.49})$$

Avec $\alpha = \xi^\beta$ et $\eta = 1 - 2\beta$, ce qui peut aussi être approximé par la fonction,

$$G_e(s) \approx \frac{\left(\frac{s}{w_n} + 1\right) \prod_{i=0}^{N-1} \left(1 + \frac{s}{Z_i}\right)}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\alpha\frac{s}{w_n} + 1\right) \prod_{i=0}^N \left(1 + \frac{s}{P_i}\right)} \quad (\text{III.50})$$

Les singularités (pôles P_i et zéros Z_i) sont données par les formules suivantes :

$$p_i = (ab)^{i-1} z_1 \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (\text{III.51})$$

$$z_i = (ab)^{i-1} z_1 \quad i = 2, 3, \dots, N - 1 \quad (\text{III.52})$$

Avec :

$$Z_1 = w_n \sqrt{b} , \quad a = 10^{\frac{\epsilon p}{10(1-\eta)}} , b = 10^{\frac{\epsilon p}{10\eta}} , \eta = \frac{\log(a)}{\log(ab)}$$

ϵp est l'erreur tolérée en dB

L'ordre d'approximation N est calculé en fixant la bande de fréquences de travail, spécifiée par w_{max} telle que : $P_{N-1} < w_{max} < P_N$, ce qui mène à la valeur suivante :

$$N = \text{Partie entière de } \left[\frac{\log\left(\frac{w_{max}}{P_1}\right)}{\log(ab)} + 1 \right] + 1 \quad (\text{III.53})$$

$G_e(s)$ Peut alors être écrite sous la forme d'une fonction paramétrique d'ordre $N + 2$:

$$G_e(s) = \frac{b_{m_0}s^N + b_{m_1}s^{N-1} + \dots + b_{m_N}}{s^{N+2} + a_{m_1}s^{N+1} + \dots + a_{m_N}} \quad (\text{III.54})$$

Les coefficients a_{m_i} et b_{m_i} sont calculés à partir des singularités P_i , Z_i ainsi que α et w_n

- **Pour** $0,5 < \beta < 1$

La fonction d'approximation est donnée comme suit :

$$G_e(s) = \frac{\left(\frac{s}{w_n} + 1\right)}{\left(\frac{s^2}{w_n^2} + 2\alpha\frac{s}{w_n} + 1\right)\left(\frac{s}{w_n} + 1\right)^\eta} \quad (\text{III.55})$$

Où $\alpha = \xi^\beta$ et $\eta = 1 - 2\beta$, qui développée comme précédemment avec les valeurs singulières suivantes :

$$P_i = (ab)^{i-1} p_{1i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (\text{III.56})$$

$$Z_i = (ab)^{i-1} a p_{1i} \quad i = 2, 3, \dots, N - 1 \quad (\text{III.57})$$

Avec :

$$Z_1 = w_n \sqrt{b}, \quad a = 10^{\frac{\epsilon p}{10(1-\eta)}}, \quad b = 10^{\frac{\epsilon p}{10\eta}}, \quad \eta = \frac{\log(a)}{\log(ab)}$$

ϵp est l'erreur tolérée en dB.

$G_e(s)$ peut alors être écrite sous la forme de la fonction paramétrique (III.54).

III.3.5.2 Méthodes Numériques

Le principe de ces méthodes consiste à approximer le modèle d'ordre fractionnaire par un modèle rationnel discret en substituant l'opérateur de Laplace s dans le modèle fractionnaire par son équivalent en temps discret. La discrétisation est une étape nécessaire lorsqu'on utilise des machines fonctionnant en discret pour commander ou simuler des modèles continus. Dans le cas des opérateurs d'ordre fractionnaire analogiques, il existe deux méthodes permettant d'obtenir l'équivalent discret de ces opérateurs analogiques [27].

a) Méthode directe de discrétisation

La première méthode est appelée méthode directe de discrétisation, car elle permet d'approximer directement l'intégrateur et le dérivateur d'ordre fractionnaire dans le domaine discret. Parmi les techniques de discrétisation existantes on peut citer les plus utilisées, la technique de l'expansion en série entière et la technique de l'expansion en fraction continue [28].

☞ **Discrétisation utilisant la technique de l'expansion de série entière**

La combinaison de la fonction génératrice d'Euler donnée par la règle de discrétisation de l'opérateur dérivateur $s = \frac{1-z^{-1}}{T}$ et la technique de l'expansion de série entière (PSE) pour l'opérateur dérivateur d'ordre fractionnaire $s^m = \left(\frac{1-z^{-1}}{T}\right)^m$, mène à l'expression suivante [29] :

$$s^m \cong T^{-m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{m}{k} z^{-k} \quad (\text{III.58})$$

Cette équation est l'expression du dérivateur d'ordre fractionnaire de Grundwald-Leitnikov d'ordre m [30]. Alors, la dérivée d'ordre fractionnaire m d'une fonction causale $f(t)$ est obtenue à partir de l'expression (III.14) comme suit :

$$\frac{d^m f(t=nT)}{dt} = T^{-m} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{m}{k} f((n-k)T) \quad (\text{III.59})$$

où T est la période d'échantillonnage.

L'exécution de la PSE pour l'opérateur intégrateur d'ordre fractionnaire $s^{-m} = \left(\frac{1-z^{-1}}{T}\right)^{-m}$ mène aussi à la formule donnée par Lubich [31] comme suit :

$$s^{-m} \cong T^m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-m}{k} z^{-k} \quad (\text{III.60})$$

Donc, l'intégration d'ordre fractionnaire m d'une fonction causale $f(t)$ est obtenue aussi à partir de l'expression (III.59) par :

$$I^m f(t = nT) = T^m \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{-m}{k} f((n-k)T) \quad (\text{III.61})$$

Où I^m dénote l'opération d'intégration d'ordre fractionnaire m .

Une autre possibilité pour la discrétisation des opérateurs d'ordre fractionnaire analogiques avec la technique de l'expansion de série entière (PSE) est l'utilisation de la règle de Tustin (bilinéaire) $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ comme une fonction génératrice.

☞ **Approximation discrète en utilisant l'intégration numérique et l'expansion de fraction continue**

La technique de l'expansion en fraction continue (CFE) qui approxime une fonction

irrationnelle par une fonction rationnelle a été aussi utilisée pour la discrétisation des opérateurs d'ordre fractionnaire. Dans la référence [32], cette technique d'approximation a été appliquée pour le dérivateur et l'intégrateur d'ordre fractionnaire s^m et s^{-m} respectivement, lorsque la fonction génératrice de Tustin donnée par la règle de discrétisation de l'opérateur dérivateur $s = \frac{2}{T} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}$ est utilisé. Alors, l'expression suivante a été obtenue :

$$s^{\pm m} = \left(\frac{2}{T} \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}} \right)^{\pm m} \cong T^{\mp m} CFE \left[\left(2 \frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}} \right)^{\pm m} \right] = T^{\mp m} \frac{P_p(Z^{-1})}{Q_q(Z^{-1})} \quad (\text{III.62})$$

où T est la période d'échantillonnage, p et q sont les ordres de l'approximation des polynômes P et Q .

III.4 Conclusion

Ce chapitre est une introduction aux éléments de base du calcul fractionnaire. Nous avons présenté quelques définitions mathématiques des opérateurs fractionnaires avec leurs propriétés et leur transformées de Laplace. Nous avons présenté aussi deux classes de méthodes d'approximation de la dérivée et l'intégrale d'ordre fractionnaire à savoir les méthodes fréquentielles et les méthodes numériques.

CHAPITRE IV

Commande PID fractionnaire d'un MCC

IV.1 Introduction

La commande robuste d'ordre non entier (CRONE) a été proposée par Oustaloup au début des années 90 [37]. Oustaloup a étudié les algorithmes d'ordre fractionnaire pour la commande des systèmes dynamiques et a montré la supériorité des performances de la commande CRONE sur la commande robuste classique et le PID. Les stratégies de la commande CRONE bien distinctes assurant d'excellentes performances de robustesse ont fait l'objet de développements théorique et technologiques importants [39] et [38].

Le calcul d'ordre fractionnaire est presque aussi ancien que le calcul d'ordre entier et son application aux systèmes de contrôle est maintenant bien reconnue. Ce chapitre se concentre sur l'introduction d'un contrôleur Proportionnel Intégral Dérivé d'ordre fractionnaire dans le schéma de commande classique. Elle est basée sur le remplacement d'une fonction d'ordre entier par une cascade de fonctions d'ordre fractionnaire.

IV.2 Contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire

Le contrôleur PID, de part sa simplicité, est très utilisé dans le monde industriel, néanmoins, ses performances deviennent insuffisante en raison par exemple de la présence d'un retard non négligeable dans le modèle du procédé ou lorsque les paramètres du procédé varient. Dans ce cas, on fait appel à d'autres algorithmes de réglage tels que, le réglage par retour d'état, le réglage par modèle interne, le réglage Par régime glissant, etc.

Mais récemment, Podlubny, pour améliorer le comportement du correcteur PID, à proposé le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire, comportant un intégrateur d'ordre λ et un différentiateur d'ordre μ , où λ et μ appartiennent à l'ensemble des nombre réels.

L'avantage le plus important du correcteur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire est sa possibilité de bien commander la dynamique des systèmes d'ordre fractionnaire. Un autre avantage se trouve dans le fait que les correcteurs $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire sont moins sensibles aux changements des paramètres d'un système commandé, ce qui donne une amélioration de la robustesse. Ceci est parce que les correcteurs $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire ayant deux degrés de

liberté supplémentaires pour mieux ajuster les propriétés dynamiques de systèmes de commande d'ordre fractionnaire. Puisque les ordres λ et μ sont des nombres réels arbitraires, le correcteur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire est plus flexible et donne l'avantage de mieux régler les propriétés dynamiques des systèmes [35,36]. Des activités de recherche sont dirigées pour définir de nouvelles techniques de réglage des correcteurs $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire par l'extension de la théorie de la commande classique.

IV.2.1 Structure de correcteur PID fractionnaire

Le correcteur PID fractionnaire est implémenté dans des systèmes de commande à retour unitaire classique donné par la figure Fig.IV.1. Où $u(t)$ désigne le signal de commande et $e(t)$ l'écart résultant de la différence entre la consigne $r(t)$ et la grandeur à commander $y(t)$, $C(s)$ est la fonction de transfert du correcteur fractionnaire, $G_p(s)$ est la fonction de transfert de système, dans notre cas c'est le moteur à courant continu.

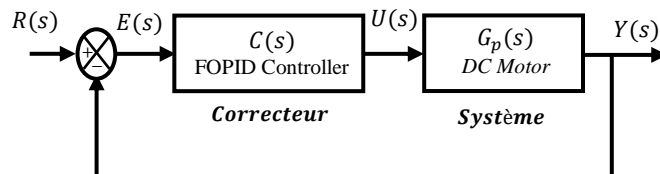


Figure IV. 1 Système de commande à retour unitaire classique

L'équation de sortie du correcteur $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire dans le domaine de temps est donnée sous la forme :

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} D^{-\lambda}(e(t)) + T_d D^\mu(e(t)) \right] \quad (\text{IV.1})$$

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation (IV.3) avec les conditions initiales nulles, la fonction de transfert de ce correcteur peut être exprimé par :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad (\text{IV.2})$$

Où les d'intégration K_i et de dérivation K_d sont liés aux paramètres de la forme classique par les relations suivantes :

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (\text{IV.3})$$

$$K_d = K_p T_d \quad (\text{IV.4})$$

La fonction de transfert $C(s)$ d'un correcteur est :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s^\lambda} + T_D s^\mu \right) \quad (IV.5)$$

En plus de K_p , K_i et K_d , le correcteur $PI^\lambda D^\mu$ possède deux autres paramètres de réglage λ et μ . Ceci le rend plus flexible et donc une opportunité pour mieux ajuster les propriétés dynamiques des systèmes de commande d'ordre fractionnaire. S'inspirant de l'idée du correcteur $PI^\lambda D^\mu$, plusieurs travaux sur les techniques de réglage sont actuellement publiés. Pour plus de détails, se référer à [33].

IV.2.2 Principe de fonctionnement

Par comparaison aux correcteurs classiques, les correcteurs d'ordre fractionnaire possèdent en plus deux autres paramètres notés λ et μ qui présentent l'ordre d'intégration et de dérivation respectivement. Suivant la variation de ces deux paramètres, on peut distinguer différentes possibilités des correcteurs d'ordre fractionnaire. [30]

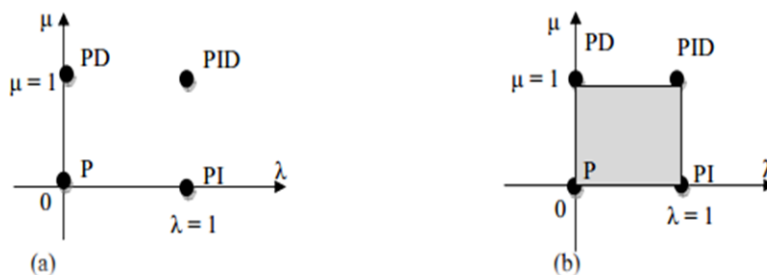


Figure IV. 2 $PI^\lambda D^\mu$: (a) Ordre entier, (b) Ordre fractionnaire

D'après cette figure, on peut donner les cas suivants :

- ☞ Lorsque $\lambda = 0$ et $\mu = 0$, on a un correcteur **P** classique.
- ☞ Lorsque $\lambda = 1$ et $\mu = 0$, on a un correcteur **PI** classique.
- ☞ Lorsque $\lambda = 0$ et $\mu = 1$, on a un correcteur **PD** classique.
- ☞ Lorsque $\lambda = 1$ et $\mu = 1$, on a un correcteur **PID** classique.
- ☞ Lorsque $0 < \lambda < 1$ et $\mu = 1$, on a un correcteur **PI** fractionnaire.
- ☞ Lorsque $\lambda = 0$ et $0 < \mu < 1$, on a un correcteur **PD** fractionnaire.
- ☞ Lorsque $0 < \lambda < 1$ et $0 < \mu < 1$, on a un correcteur **PID** fractionnaire.

D'après ces résultats, on constate que les correcteurs classiques sont des cas particuliers des correcteurs d'ordre fractionnaires.

IV.3. La fractionalisation des Correcteurs PI et PID

La fractionalisation de PI classique ainsi que PID classique est obtenue en modifiant le terme intégrateur dans les fonctions de transferts des correcteurs précédent.

L'intégrateur $1/s$ est fractionalisé comme suit [38, 39] :

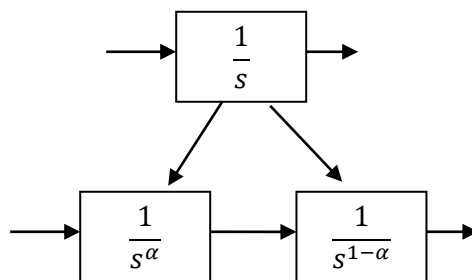


Figure IV .3. Fractionalisation d'un intégrateur

Tel que :

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}}$$

Avec α est un nombre réel: $0 < \alpha < 1$.

La fonction de transfert d'un correcteur classique PI est :

$$C_{PI}(p) = K_p + \frac{1}{T_i p} \quad (\text{IV. 6})$$

La fonction de transfert d'un correcteur PI fractionnalisé est donnée comme suite :

$$C_{PIf} = \frac{1}{p^\alpha} \frac{1}{p^{\alpha-1}} \left(\frac{k_p \tau_i p + 1}{\tau_i} \right) \quad (\text{IV. 7})$$

Avec $0 < \alpha < 1$

Soit la fonction de transfert d'un correcteur classique PID donné par la fonction suivante :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

Le correcteur PID fractionnalisé est défini par la fonction suivante [26] :

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} \left(\frac{(k_p T_d T_i s^2 + k_p T_i s + k_p)}{T_i} \right) \\ &= \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}} \left(\frac{(k_p T_d T_i s^2 + k_p T_i s + k_p)}{T_i} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV. 8})$$

Avec $0 < \alpha < 1$

IV.4 Approximation d'Oustaloup

Ce travail utilise l'approximation *d'Oustaloup* de l'opérateur différentiel intégral qui est défini par la fonction de transfert ($H(s)$) montrée dans l'équation (IV. 9) où α est l'ordre intégral

ou l'ordre dérivé et N est le nombre de termes dans l'expansion. La constante ω_u est déterminée à partir des bornes supérieure (ω_h) et inférieure (ω_b) de la fréquence comme indiqué dans l'équation (IV.10). La valeur de ω_0 et ω'_0 sont ensuite calculées à partir de ω_u comme indiqué dans l'équation (IV.11). De la même façon, les constantes ω_k et ω'_k sont déterminées à partir de l'équation (IV.12) [34].

$$H(s) = c \prod_{k=-N}^N \frac{1 + \frac{1}{\omega_k}}{1 + \frac{1}{\omega'_k}} \quad (\text{IV. 9})$$

$$\omega_u = \sqrt[2]{\omega_h \omega_b} \quad (\text{IV.10})$$

$$\omega_0 = \alpha^{0.5} \omega_u \quad (\text{IV.11})$$

$$\begin{cases} \omega_{k+1} = \gamma \omega_k \\ \omega_k = \alpha \omega'_k \end{cases} \quad (\text{IV.12})$$

IV.5. Commande PID et PID fractionné d'un MCC

Il s'agit clairement d'un système du 2^{ème} ordre dont la fonction de transfert du système est (voir chapitre 1 dernier paragraphe):

$$G_{mcc}(s) = \frac{0.01}{0.005s^2 + 0.06s + 0.1001} \quad (\text{IV. 13})$$

D'après la simulation de la réponse en boucle ouverte de MCC décrit comme dans l'Eq.II.13. On peut voir que la sortie de réponse indicielle est proche de 0,1. L'erreur en régime permanent = $1 - 0.1 = 0,9$. C'est assez élevé. Notez également que le temps de stabilisation est d'environ 2.4s (voir Figure IV.4).

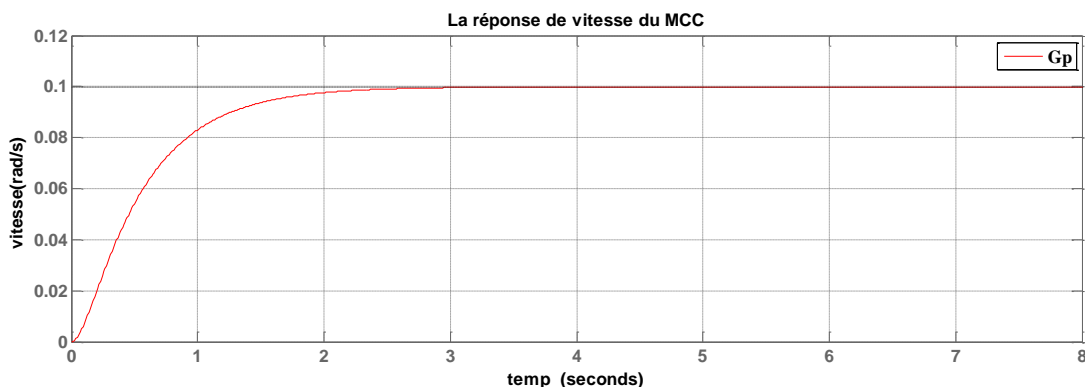


Figure IV.4 Réponse indicielle d'un MCC en BO

Pour améliorer les performances de la commande en vitesse de la Machine à courant continu et après avoir appliqué un correcteur classique au chapitre II, et en guise de comparaison,

nous allons appliquer un correcteur fractionnalisé.

D'après la section IV.3, nous avons :

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}}$$

Prenant la valeur fractionnaire $\alpha = 0.2$.

En utilisant la méthode d'approximation d'Oustaloup présentée dans la section IV.4 avec les paramètres d'approximation :

$$\omega_b = 0.1 \text{ rad/sec}, \omega_h = 1000 \text{ rad/sec}, N = 3,$$

on obtient les fonctions approchées $h(s)$ et $h(1-s)$ données ci-dessous.

$$h_\alpha(s) = h_{0.2}(s)$$

$$= \frac{1.585 s^7 + 21.93 s^6 + 102.6 s^5 + 207.4 s^4 + 194.2 s^3 + 84.22 s^2 + 15.79s + 1}{s^7 + 15.79 s^6 + 84.22 s^5 + 194.2 s^4 + 207.4 s^3 + 102.6 s^2 + 21.93s + 1.585}$$

$$h_{1-\alpha}(s) = h_{0.8}(s)$$

$$= \frac{6.31 s^7 + 71.68 s^6 + 275.2 s^5 + 456.7 s^4 + 351 s^3 + 125 s^2 + 19.23s + 1}{s^7 + 19.23 s^6 + 125s^5 + 351 s^4 + 456.7 s^3 + 275.2 s^2 + 71.68 s + 6.31}$$

La boucle de contrôle de rétroaction du système d'ordre entier fractionnalisé est illustrée à la figure IV.5.

Dans la figure IV.5

- C_{frac} est la fonction de transfert du contrôleur fractionnalisé,
- $G_{mcc}(s)$ est la fonction de transfert du système ou de l'installation,
- y est le signal de sortie,
- u_c est le signal de référence,
- u est le signal de commande.

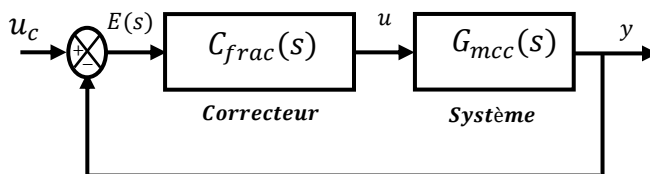


Figure IV.5 Système de commande fractionnalisée à retour unitaire

La fractionalization de contrôleur PID d'ordre entier à concevoir est désigné d'après l'équation IV.8 comme suit :

$$C_{frac} = \frac{1}{s^\alpha} \frac{1}{s^{(1-\alpha)}} \left(\frac{(k_p T_d T_i s^2 + k_p T_i s + k_p)}{T_i} \right) \quad \text{où } 0 < \alpha < 1$$

A partir de la méthode d'ajustement de *Ziegler_Nichols* qui est introduite au *Chapitre II*, nous avons trouvé les paramètres de correcteur PID suivant :

$$K_p = 67.89,$$

$$T_i = 0.1802,$$

$$T_d = 0.04505$$

Donc la fonction de transfert de contrôleur fractionnalisé pour $\alpha = 0.2$ sera :

$$C_{frac} = \frac{1}{s^{0.2}} \frac{1}{s^{0.8}} \left(\frac{(0.5511s^2 + 12.2338s + 67.89)}{0.1802} \right) \tag{IV.14}$$

IV.6 Résultats de simulation

Le contrôleur PID résultant est «fractionnalisé» comme indiqué dans l'équation (IV.14) avec un ordre fractionnaire de l'intégrateur $\alpha = 0,2$. Appliqué au système $G_{mcc}(s)$ de l'équation (IV.13) dans le cas de conditions idéales et en présence de bruits additifs, on obtient les réponses de la figure IV.6 et de la figure IV.7.

Pour avoir une idée plus complète de l'amélioration de la robustesse obtenue en utilisant le correcteur fractionnalisé, nous comparerons les résultats des réponses du système aux contrôleurs PID d'ordre entier et PID fractionnalisés pour :

- 1- Présence des bruits additifs
- 2- Une entrée perturbation

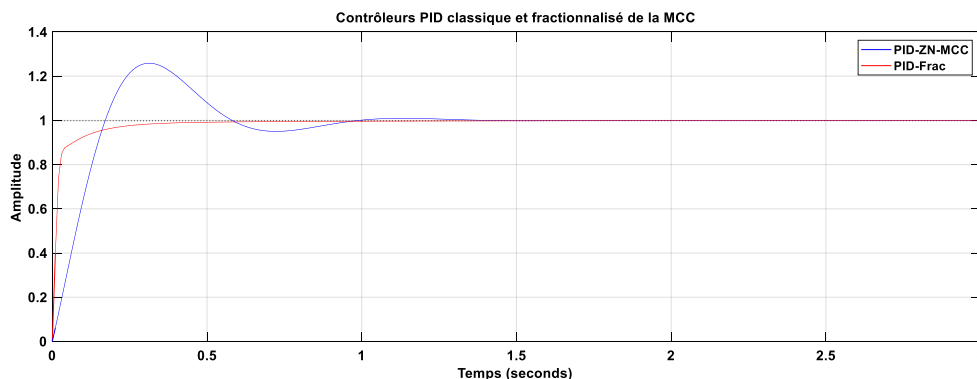


Figure IV.6 Commande PID et PID fractionnalisée d'un MCC.

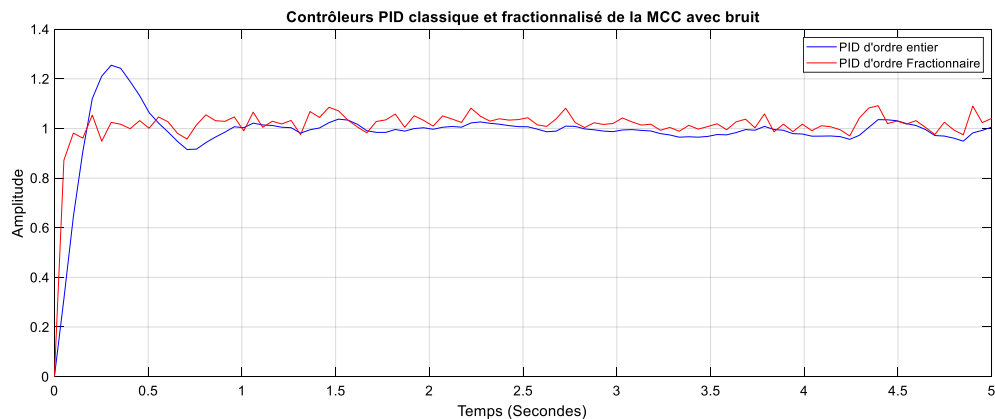


Figure IV.7. Réponses du système aux contrôleurs PID et PID fractionnalisés pour $\alpha = 0,2$ (en présence de bruits additifs)

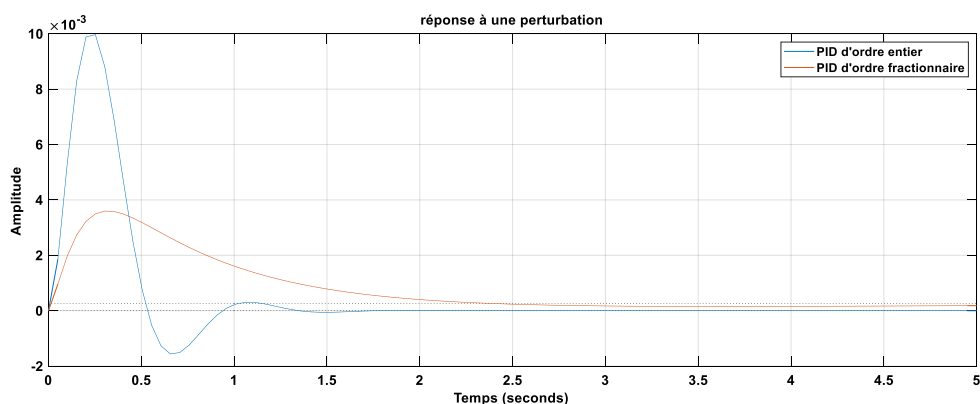


Figure IV.8. Réponses du système à entrée perturbation

☞ Interprétation des résultats

La comparaison du contrôleur PID d'ordre entier et de contrôleur d'ordre fractionnalisé robuste proposé monte que :

- ☞ La réponse indicielle de la commande PID d'ordre entier présente des oscillations, tant dit que la réponse de la commande PID d'ordre fractionnalisée ne présente aucun dépassement (Voir la **figure IV.6**)
- ☞ Avec la méthode proposée, le comportement du bruit peut être réduit d'environ 26% de magnitude.
- ☞ La technique de réglage est très simple car il n'est pas nécessaire de régler les paramètres PID.
- ☞ La commande fractionnalisée a réduit l'erreur en régime permanent à zéro, même lorsqu'une perturbation de pas est présente, l'erreur diminue rapidement jusqu'à zéro; c'était l'avantage de la commande fractionnaire (robuste vis a vis les perturbations).

IV.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la commande PID fractionnalisée, ensuite nous avons fait une comparaison entre le cas entier et le cas fractionnalisé. D'après les résultats obtenus on constate que les régulateurs fractionnalisés nous donnent les meilleures performances (rapidité et dépassement minimal et robustesse) par rapport au cas entier.

Conclusion Générale

Notre travail dans le présent mémoire a fait l'objet d'une étude comparative des performances dynamiques et statiques de la réponse en vitesse/position d'une machine à courant continu réglée par deux types de commandes : une commande PID classique et une autre dite commande d'ordre Fractionnaire.

D'après l'étude effectuée, nous avons arrivé à réaliser :

- ☞ Une description générale sur les techniques de commande PID d'ordre entier et d'ordre Fractionnaire
- ☞ Une étude détaillée avec simulation de la commande PID en vitesse/ou position d'une machine à courant continu.
- ☞ La synthèse des régulateurs P/PI/PID dans l'environnement MATLAB SIMULINK à base des algorithmes d'ajustement de *Ziegler Nichols* et *Chien, Hrones et Reswick (CHR)*
- ☞ Une étude comparative des performances statique et dynamique de la commande en vitesse de la MCC en utilisant les régulateurs d'ordre entier et d'ordre fractionnalisé.

D'après les résultats obtenus dans notre simulation, nous avons constaté que la commande PID fractionnalisée présente un temps meilleur de réponse et un dépassement minimal par rapport à la commande **PID** d'ordre entier, ce qui justifie les bonnes performances des systèmes de commande fractionnaire.

Annexe

Annexe : Les paramètres du MCC

Tableau A.2. Paramètres de la machine à courant continu

<i>Résistance rotorique</i>	1Ω
<i>Résistance statorique</i>	1Ω
<i>Inductance rotorique</i>	$0.5 H$
<i>Inductance statorique</i>	$0.5 H$
<i>Nombre de paires de pôles</i>	2
<i>Moment d'inertie</i>	$0.01 Kg \cdot m^2$
<i>Coefficient de frottement</i>	0.01

Références bibliographiques

- [1] Menoun Idhir, Rehrah Ferhat , ‘‘Etude comparative des régulateurs PID et Flou Application à un moteur à courant continu (MCC)’’, Mémoire de Master Option : Automatismes Industriels, Université Abderrahmane Mira - Bejaïa, 2011/2012.
- [2] Mohamed CHAREF, ‘‘Commande d’ordre fractionnaire basée sur la ‘‘fractionalisation’’des correcteurs classiques PID ’’, Mémoire de Magister Option: Contrôle, Université de CONSTANTINE 1 , 2014/2015.
- [3] Yassine BENSAFIA, ‘‘Utilisation des filtres fractionnaires pour la conception de régulateurs adaptatifs robustes’’, Mémoire de Doctorat en Science Option: Automatique, Université du 20 Août 1955-Skikda , 2016/2017.
- [4] Dif Nihad Triki Razika, ‘‘Synthèse d’un contrôleur PID pour la commande d’une MCC’’, Mémoire de Master Option:Informatique Industrielle, Université de Larbi BenM’hidi–Oum El Bouaghi, 2010/2011.
- [5] Amar Mezache,Said Barkati , ‘‘*Modelisation et Commande des Machines Electriques DC et AC*’’, Cours présenté aux étudiants Master 2,Option Contrôle Industriel:, Université de M’sila , 2010/2011.
- [6] Alina BESANCON-VODA & Sylviane GENTIL, ‘‘*Régulateur PID analogiques et numérique*’’. Edition Technique d’ingénieur 2012.
- [7] Amani Ahmed amine, ‘‘*LE CONTROLE PID D’UN MOTEUR BRUSHLESS*’’, Mémoire de Master Option Automatique et Informatique Industrielle :, Université de BADJI MOKHTAR ANNABA , 2019.
- [8] Ayeb Fakhreddine , ‘‘*Conception et implémentation d’une commande PID numérique d’un moteur à courant continu.* ’’, Mémoire de Master Option Informatique Industrielle :, Université de LARBI BEN M’HIDI D’OUM EL BOUAGUI , 2013/2014
- [9] Bensaoula Mohamed Amine, ‘‘*Conception du Contrôleur PID pour le Moteur à Courant Continu (MCC) à Excitation indépendante Simulation sous Matlab/Simulink*’’, Mémoire de Master Option: Electromécanique, Université de BADJI MOKHTAR 2019
- [10] Ghania Boukerche, ‘‘*Etude et Synthèse d’un Contrôleur PI et Application* ’’, Mémoire de Magister Option: Commande des Systèmes industriels, Université de BADJI MOKHTAR 2017

- [11] Jean-Marie Flaus, La régulation industrielle; “régulateur PID, Prédicatifs et flous” Edition HERMES, Paris 1994.
- [12] B.M. VINAGRE, I. PETRÁS, I. PODLUBNY, and Y.Q. CHEN, “Using fractional order adjustment rules and fractional order reference models in model-reference adaptive control”, *Nonlinear Dynamics*, 29 :269_279, 2002.
- [13] R. Caponetto, G. Dongola, and L. Fortuna. Fractional order systems : modeling and control applications, volume 72. World Scientific Pub Co Inc, 2010. (Cité pages 47 et 59.)
- [14] Charef A. “Analogue realisation of fractional-order integrator, differentiator and fractional $PI^{\lambda}D^{\mu}$ controller,” *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol. 153, pp. 714-720, 2006.
- [15] K.Tadeuzs. “Selected problems of fractional systems theory”, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011
- [16] ZOGHMAR Mahieddine, HABCHI Aboubakar seddik “Étude comparative entre deux régulateurs PID et FLC appliqués à la Machine à Courant Continu”, Mémoire de Master Option: Automatique, UNIVERSITE LARBI BEN M’HIDI DE OUM ELBOUAGHI, 2011/2012
- [17] Hilfer R. “Applications of Fractional Calculus in Physics” ,World Scientific, 2000.
- [18] Sabatier J.,Agrawal O.P.,Tenreiro Machado J.A.“Advances in fractional calculus,” Springer, 2007.
- [19] Colbaugh R., Glass K., Seraji H., “Adaptive tracking control of manipulators: Theory and experiments,” *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*; pp 209–216, 1996.
- [20] Ladaci S. “Contribution a la Commande Adaptative d'Ordre Fractionnaire,” Thèse de Doctorat, Département d’Electronique, Université Mentouri de Constantine, 2007.
- [21] Monje A., Chen Y.-Q. “Fractional-order Systems and Controls, Fundamentals and Applications”, pp. 193-194, Springer, 2010.
- [22] Oustaloup A. “La Commande CRONE,” Hermès science publications, Paris, 1991.
- [23] Oustaloup A. “La Dérivation Non Entière,” Hermès, Paris, 1995.
- [24] Oustaloup A., Mathieu B., Lanusse P. “The CRONE control of resonant plants: application to a flexible transmission,” *European J. Contr.*, Vol. 1, pp. 113–121, 1995.

- [25] Oustaloup A., Moreau X., Nouillant M. “*The CRONE suspension,*” Control Eng. Practice, Vol. 4, No. 8, pp. 1101–1108, 1996.
- [26] Charef A., Sun. H.H., Tsao .Y.Y., Onaral. B. “*Fractal system as represented by singularity function,*” IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. 37, No. 9, pp.1465-1470, 1992.
- [27] Aoun M., Malti R., Levron F., Oustaloup A. “*Numerical Simulations of Fractional Systems: An Overview of Existing Methods and Improvements*”. Nonlinear Dynamics, Vol. 38, pp. 117–131, 2004.
- [28] Elwakil, A. S. “*Fractional-order circuits and systems: An emerging interdisciplinary research area*”, IEEE Circuit and Systems Magazine, 4th quarter 2010.
- [29] Petras I., Podlubny I., O’Leary P., Dorcak L., Vinagre B.M. “*Analogue Realization of Fractional Order Controllers,*” Fakulta Berg , TU Kosice, 2002
- [30] Podlubny I. “*Fractional Order Systems and $PI^{\lambda}D^{\mu}$ Controllers,*” IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 44, No. 1, pp. 208-214, 1999.
- [31] T. BENSOUICI, “*Implémentation numérique RIF de dérivateur et d’intégrateur d’ordre Fractionnaire Variable*”, Mémoire de Magister, Département d’électronique, université Mentouri de Constantine, 2007.
- [32] Van Amerongen J., Ten Cate A.U. ‘*Model reference adaptive controller for ships,*’ Automatica, Vol. 11, pp. 441-449, 1975.
- [33] Bagley R.L., Torvik P.J. “*On the appearance of the fractional derivatives in the behavior of real materials,*” J. Applied Mechanics, Vol. 41, pp. 294–298, 1984.
- [34] D. Valerio, “*Ninteger v. 2.3 fractional control toolbox for matlab,*” 2005.[Online]. Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/8312-ninteger>.
- [35] Bensafia Y., Ladaci S., Khettab K. “*Commande Multi-modèles du Moteur a Courant Continu,*” International Conference on Electronics and Oil, ICEO’2011, Ouragla, Algeria, March 2011.
- [36] AbdelhakimIdir, Madjid Kidouche, Yassine Bensafia, Khatir Khettab, Sid Ahmed Tadjer, “*Speed Control of DC Motor Using PID and FOPID Controllers Based on Differential Evolution and PSO*”, International Journal of Intelligent Engineering and Systems, Vol.11, No.4, 2018.
- [37] Bensafia Y., Ladaci S., Khettab K. “*Using the Sub-optimal Approximation of Fractional Order Transfer Functions to Design Suitable PID,*” Controllers In: 13th

- International conference on Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering, STA'2012, 784-791, Monastir, Tunisia, December 17–19, 2012.
- [38] Bensafia Y., Ladaci S., Khettab K. “*Performance Analysis of Fractionalized Order PID Controller with the Conventional PID Controller,*” International Conference on Control, Engineering & Information Technology, CEIT'14 22-25 March 2014, Sousse, Tunisia, 2014.
- [39] Ladaci S., Bensafia Y. “*Fractionalization: A new tool for robust adaptive control of noisy plants,*” 6th IFAC Workshop on Fractional Differentiation and Its Applications, FDA'13, Grenoble, France, pp. 379-384, February 4-6, 2013.
- [40] Bensafia Y, Khettab K, Idir A, “*An Improved Robust Fractionalized PID Controller for a Class of Fractional-Order Systems with Measurement Noise*”. International Journal of Intelligent Engineering and Systems. 2018;11(2):241–249.

Résumé :

L'objectif visé dans ce travail est de faire une étude comparative entre deux de contrôleurs : l'un de type classique (PID) et l'autre basé sur la théorie des opérateurs et systèmes d'ordre fractionnaire dite PID d'ordre fractionnalisé et ceci dans le but de commander un moteur à courant continu et d'étudier le comportement dynamique de la réponse en vitesse de ce système. Dans ce contexte, Nous avons essayé de faire une étude détaillée sur la machine à courant continu, la technique de commande PID classique et d'ordre Fractionnaire, ensuite nous avons ajuster les paramètres de PID classique et fractionnaire en utilisant les algorithmes d'ajustement pour un contrôle optimale. D'après les résultats obtenus, nous avons remarqué que la commande PID fractionnalisée présente le meilleur temps de réponse et un dépassement minimal par rapport la commande PID d'ordre entier, ce qui justifie les bonnes performances des systèmes de commande fractionnaire.

Mots Clés: Régulateur PID, régulateur d'ordre Fractionnaire, moteur courant continu, ajustement des paramètres.

Abstract:

The objective of this work is to make a comparative study between two controllers: one of the classic type (PID) and the other intelligent based on the theory of operators and fractional order systems called fractional order PID and this in order to control a DC motor and study the dynamic behavior of the response in speed of this machine.

In this context, we tried to do a detailed study on the DC motor, classical and Fractional PID controller, then we have used tuning algorithms to find parameters of classical and fractional PID for optimal control.

From our results, we noticed that fractionalized PID control exhibits the best response time and minimal overshoot compared to whole order PID control, which justifies the good performance of fractional control systems.

Keywords: Classical PID, fractional PID controller, DC motor, tuning parameters

ملخص:

الهدف من هذا العمل هو إجراء دراسة مقارنة بين اثنين من المراقبين: الأول من نوع (PID) الكلاسيكي والأخر ذكي قائم على نظرية الحساب والأنظمة الجزئية يسمى PID جزئي وهذا للتحكم في محرك التيار المستمر و دراسة السلوك الديناميكي لاستجابة سرعة هذه الماكينة.

وفي هذا السياق، حاولنا إجراء دراسة تفصيلية حول آلات التيار المستمر، تقنية التحكم PID، والأنظمة الجزئية و إجراء محاكاة لخوارزميات بسيطة لضبط المعاملات P و PI و PID لوحدة التحكم لمحرك التيار المستمر.

تم الحصول على نتائج المحاكاة بواسطة برنامج MATLAB. تتمت بهذه النتائج مقارنة الأداء لمنظم PID الكلاسيكي مع المنظم PID الجزئي ومكنت من إبراز تفوق المنظم الجزئي. حيث يتميز هذا الأخير بأداء ديناميكي ممتاز (السرعة، الدقة والثبات) مقارنة بمنظم PID الكلاسيكي.

الكلمات المفتاحية: المنظم PID الكلاسيكي، الأنظمة الجزئية، المنظم الجزئي، محرك التيار المستمر

