

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N°: PH/ENR/14/2023



DOMAINE : Sciences de la matière

FILIERE : Physique

OPTION : Physique énergétique et énergies renouvelables

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master

Par : ZEMMIRI Khadidja et LOUGHLAITI Zeyneb

Intitulé

**Simulation de l'écoulement et des transferts thermiques dans une cuve agitée à double enveloppe**

Soutenu devant le jury composé de : 27/06/2023

Dr MAHDI Khaled	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Président
Dr BEKRENTCHIR Khalida	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Rapporteur
Dr SALMI Mohamed	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Examineur
Dr SILEM Mourad	Université Mohamed Boudiaf M'sila	Examineur

Année universitaire : 2022 /2023

## Remerciements

Au terme de ce travail, nous remercions tout d'abord Dieu qui nous a donné force et courage afin d'élaborer ce mémoire.

Nous tenons à remercier Madame BEKRENTCHIR Khalida, pour son encadrement efficace et les nombreux conseils qu'il a pu nous donner. Grace à lui, ce travail a pris toute sa consistance scientifique.

Nous exprimons notre profonde gratitude à l'ensemble des enseignants qui ont contribué à assurer notre formation, nous les prions de bien vouloir accepter l'expression de notre gratitude envers eux toute en espérant que cet humble travail obtiendra la crédibilité liée à leurs efforts.

Nous tenons à remercier également les membres du jury : Mr SALMI Mohamed, Mr MAHDI Khaled et Mr SILEM Mourad qui ont bien voulu examiner ce travail. Qu'ils trouvent notre profonde gratitude.

Enfin nous sommes également reconnaissants à tous les membres de nos familles qui nous ont soutenus tout nous encourageons à réaliser cette mémoire et à nos amis qu'ils nous ont encouragés à réaliser ce travail.

# Dédicace

Je dédie ce travail :

## **A ma chère mère**

En témoignage de ma profonde gratitude et de mon incontestable reconnaissance, pour tous les sacrifices, toute la confiance qu'elle m'a accordée et tout l'amour avec lequel elle m'inonde chaque jour.

## **A mon cher père**

Qui est le meilleur père dans ce monde, pour son encouragement, sa confiance, son soutien moral et matériel et son amour infini.

**A mes sœurs; frères et cousins que j'aime**, en leur souhaitant pleins de succès dans leur vie.

**A tous mes amis**, merci pour vos conseils et votre soutien de tous les jours.

## RÉSUMÉ

Le champ d'écoulement et le transfert de chaleur d'un fluide newtonien dans une cuve cylindrique à double enveloppe avec un fond plat et quatre chicanes, équipée d'une turbine de Rushton, ont été étudiés numériquement à l'aide d'un logiciel commercial ANSYS Fluent 15.0. La cuve dispose d'une couverture et d'un fond plats. Pour la simulation des phénomènes impliqués dans le processus d'agitation, la géométrie de la cuve a été construite en utilisant un maillage hybride et une approche à référentiel multiple (MRF). Les parois cylindriques et le fond de la cuve sont maintenus à une condition limite de température uniforme et constante. Le modèle de turbulence standard k- $\epsilon$  et le schéma de discrétisation Upwind ont été utilisés pour résoudre les équations de conservation et obtenir des résultats précis. Les caractéristiques de puissance de la turbine de Rushton ont été déterminées et les nombres de puissance obtenus ont été comparés aux données expérimentales de la littérature. Après validation de notre méthodologie numérique, les résultats de l'écoulement et du transfert de chaleur ont été présentés. Les champs de vitesse montrent deux zones de recirculation : l'une est marquée sous l'agitateur et l'autre au-dessus. Les champs de température montrent un gradient de température important dans la zone de l'agitateur, ce qui signifie que la turbine accélère le transfert de chaleur dans la cuve.

## ABSTRACT

Flow field and heat transfer to a Newtonian fluid in cylindrically jacketed vessel with a flat bottom and four baffles, equipped with Rushton turbine has been numerically investigated using a commercial software ANSYS Fluent 15.0. The vessel has flat top and bottom surface. For the simulation of the phenomena involved in the stirring process, the tank geometry was constructed using hybrid mesh and Multiple Reference Frame approach (MRF). The cylindrical walls and bottom of the vessel are maintained at uniform constant temperature boundary condition. The Standard k- $\epsilon$  turbulence model and the Upwind discretization scheme were employed to solve conservation equations and to obtain accurate results. The power characteristics of the Rushton turbine were determined and the obtained power numbers were compared with the experimental data in the literature. After validation of our numerical methodology, the result for flow field and heat transfer have been presented. The velocity fields show two zones of recirculation: one is marked below the agitator and the other above it. Furthermore, heat transfer is show that, the temperature of the fluid in the vessel increases with heating time and reaches a relatively constant value after 100 s. The temperature fields show a significant temperature gradient in the turbine zone, which means that the impeller accelerates heat transfer in the vessel.

## المخلص

تم دراسة مجال التدفق وانتقال الحرارة إلى مانع نيوتوني في وعاء مغلف بشكل أسطواني ذو قاع مسطح وأربعة حواجز ومجهز بتوربينات ريشتون باستخدام البرنامج التجاري ANSYS Fluent 15.0. السفينة لديها سطح مسطح العلوي والسفلي. لمحاكاة الظواهر المرتبطة بعملية التحريك، تم إنشاء هندسة الخزان باستخدام شبكة هجينة ونهج الإطار المرجعي المتعدد (MRF). يتم الحفاظ على الجدران الأسطوانية وقاع الوعاء عند درجة حرارة ثابتة موحدة. تم استخدام نموذج الاضطراب k- $\epsilon$  القياسي ونظام التمييز ضد الرياح لحل معادلات الحفظ والحصول على نتائج دقيقة. تم تحديد خصائص القدرة لتوربين ريشتون وتمت مقارنة أرقام القدرة التي تم الحصول عليها مع البيانات التجريبية في الأدبيات. بعد التحقق من صحة منهجيتنا العددية، تم عرض نتيجة مجال التدفق وانتقال الحرارة. تُظهر حقول السرعة منطقتين لإعادة التدوير: تم تحديد إحدهما أسفل المحرض والأخرى فوقه. علاوة على ذلك، أظهر انتقال الحرارة أن درجة حرارة السائل في الوعاء تزداد مع زمن التسخين وتصل إلى قيمة ثابتة نسبياً بعد 100 ثانية. تظهر حقول درجة الحرارة تدرجاً كبيراً في درجة الحرارة في منطقة التوربينات، مما يعني أن المكره يسرع نقل الحرارة في الوعاء.

# Sommaire

Nomenclature  
Liste des figures  
Liste des tableaux

Introduction générale..... 1

## Chapitre I : Généralités sur les cuves mécaniquement agitée

I.1	Système d'agitation mécanique.....	3
I.1.1	Types de cuves de mélange.....	3
I.1.2	Types d'agitateurs mécaniques.....	3
I.1.2.1	Mobiles d'agitation à écoulement axial.....	3
I.1.2.2	Mobiles d'agitation à écoulement radial.....	4
I.1.2.3	Mobiles d'agitation à écoulement tangentiel.....	4
I.1.3	Les principaux mobiles d'agitateur.....	4
I.1.3.1	Les mobiles d'agitation de fluides peu visqueux .....	5
I.1.3.1.1	Les hélices.....	5
I.1.3.1.2	Les turbines.....	6
I.1.3.2	Les mobiles d'agitation pour les fluides très visqueux et pates.....	7
I.1.4	Parties internes dans les cuves.....	9
I.1.4.1	Les dispositifs anti-vortex.....	9
I.1.4.2	Les dispositifs thermiques.....	10
I.2	Critères de choix d'un système d'agitation.....	11

## Chapitre II : Généralités sur les cuves mécaniquement agitée

II.1	Nomenclature de la cuve de mélange.....	12
II.2	Régimes hydrodynamiques.....	12
II.2.1	L'écoulement laminaire : $Re < 10-40$ .....	13
II.2.2	L'écoulement transitoire : $10 - 40 < Re < 10^4 - 10^5$ .....	13
II.2.3	L'écoulement turbulent : $Re > 10^4 - 10^5$ .....	13
II.3	Caractérisation du système de mélange.....	13
II.3.1	Puissance d'agitation.....	14
II.3.1.1	Mesure de la puissance électrique.....	17
II.3.1.2	Mesure du couple nécessaire à faire tourner l'agitateur.....	17
II.3.2	Débit de pompage et de circulation.....	18
II.3.2.1	Débit de pompage.....	18
II.3.2.2	Débit de circulation.....	18
II.3.3	Temps de mélange.....	21
II.3.3.1	Les méthodes visuelles.....	21
II.3.3.2	Les méthodes thermiques.....	21
II.3.3.3	Méthode des traceurs.....	22
II.3.4	Taux de cisaillement.....	24
II.4	Transfert thermique dans des cuves agitées.....	25
II.4.1	Détermination des coefficients d'échange.....	26
II.4.2	Corrélations de Nusselt.....	27

II.4.2.1	Cas d'un fluide Newtonien.....	28
II.4.2.2	Cas d'un fluide Non-Newtonien.....	28

### **Chapitre III : Formulations mathématiques et méthodes numériques**

III.1	Démarche de la CFD.....	30
III.1.1	Préprocesseur.....	30
III.1.2	Solveur.....	30
III.1.3	Post-traitement.....	30
III.2	Équations de base. ....	31
III.2.1	Équations de continuité.....	31
III.2.2	Équation de la quantité de mouvement.....	32
III.2.3	Équation de l'énergie.....	32
III.3	Définition de la turbulence.....	33
III.3.1	Aperçu des approches de calcul.....	33
III.3.1.1	Simulation numérique directe.....	33
III.3.1.2	Simulation des grandes turbulences.....	33
III.3.1.3	Simulation de Navier Stokes avec moyenne de Reynolds..	34
III.3.2	Modélisation de la turbulence.....	34
III.3.3	Modèles de turbulence disponibles dans Fluent.....	35
III.3.4	Modèle de turbulence k-ε.....	36
III.4	Modélisation de l'écoulement autour de l'agitateur.....	36
III.4.1	Approche boîte noire.....	36
III.4.2	Approche à référentiels multiple.....	37
III.4.3	Approche de maillage glissant.....	37

### **Chapitre IV : Simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur dans une cuve agitée**

IV.1	Configuration du Système d'Agitation.....	39
IV.2	Géométrie et maillage.....	40
IV.3	Les conditions aux limites et les conditions opératoires.....	41
IV.4	Résultats de la simulation numérique.....	42
IV.4.1	Critère de convergence.....	42
IV.4.2	Etude de l'écoulement dans la cuve agitée.....	43
IV.4.2.1	Validation.....	43
IV.4.2.2	Profil de vitesse.....	44
IV.4.3	Etude de transfert de chaleur dans la cuve agitée.....	45
IV.4.3.1	Profil de température.....	45
IV.4.3.2	Temps de chauffage.....	46
	<b>Conclusion générale.....</b>	<b>47</b>

### **Bibliographie**

## Nomenclature

<i>A</i>	Surface d'échange, m <sup>2</sup>
<i>A<sub>L</sub>, a, b, c,</i>	Constantes empiriques
<i>b</i>	Largeur des chicanes, m
<i>C</i>	Couple en charge, N.m
<i>C<sub>0</sub></i>	Couple à vide, N.m
<i>C<sub>0</sub></i>	Concentration initiale, mol. m <sup>-3</sup>
<i>C<sub>p</sub></i>	Capacité calorifique du fluide, J.kg <sup>-1</sup> °K <sup>-1</sup>
<i>d</i>	Diamètre de l'agitateur, m
<i>D</i>	Diamètre de la cuve, m
<i>e</i>	Epaisseur des pales, m
<i>E<sub>P</sub></i>	Efficacité énergétique
<i>Fr</i>	Nombre de Froude
<i>g</i>	Gravité, m.s <sup>-2</sup>
<i>h</i>	Coefficient de transfert de chaleur global, W.m <sup>-2</sup> . K <sup>-1</sup>
<i>H</i>	Hauteur de fluide, m
<i>m</i>	Masse du fluide, kg
<i>N</i>	Vitesse de rotation, rpm
<i>N<sub>p</sub></i>	Nombre de puissance
<i>N<sub>QC</sub></i>	Nombre de circulation
<i>N<sub>QP</sub></i>	Nombre de pompage
<i>Nu</i>	Nombre de Nusselt
<i>P</i>	Puissance consommation, Wat
<i>Pr</i>	Nombre de Prandtl
<i>Q</i>	Quantité de chaleur transférée, Watt
<i>Q<sub>C</sub></i>	Débit de circulation, m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup>
<i>Re</i>	Nombre de Reynolds
<i>T</i>	Diamètre de la cuve, m
<i>t<sub>m</sub></i>	Temps de mélange, s
<i>T<sub>j</sub></i>	Température de fluide utilité, °K
<i>V</i>	<b>Volume de la cuve, m<sup>3</sup></b>
<i>W</i>	Largeur des pales, m

$Y$	Dégagement au fond, m
$z_B$	Position axiale, m

Symboles grecs

$\gamma$	Taux de cisaillement, $s^{-1}$
$\nu$	Viscosité cinématique, $m \cdot s^{-2}$
$\mu$	Viscosité dynamique du fluide, Pa.s
$\rho$	Densité du fluide, $kg \cdot m^{-3}$
$\lambda$	Conductivité thermique, $W \cdot m^{-1} K^{-1}$
$\eta_E$	Efficacité de pompage
$\Delta T_{LM}$	Force motrice, °K

## Liste des figures

<b>Figure I.1 :</b>	Les différentes formes de cuves.....	3
<b>Figure I.2 :</b>	Présentation schématique des types d'écoulements.....	4
<b>Figure I.3 :</b>	Domaines d'utilisation des divers types de mobiles en fonction de la viscosité du fluide.....	5
<b>Figure I.4 :</b>	Agitateurs de type « Hélice » .....	6
<b>Figure I.5 :</b>	Agitateurs de type « turbine » .....	7
<b>Figure I.6 :</b>	Agitateurs pour les fluides très visqueux et pates. ....	8
<b>Figure I.7 :</b>	dispositifs anti-vortex. ....	9
<b>Figure I.8 :</b>	Cuves munies d'échangeurs de chaleur. ....	10
<b>Figure I.9 :</b>	Les étapes pour choisir un agitateur.....	11
<b>Figure II.1 :</b>	Schéma d'une cuve mécaniquement agitée de géométrie standard.....	12
<b>Figure II.2 :</b>	Courbe de puissance pour divers agitateurs. ....	15
<b>Figure II.3 :</b>	Schéma de montage expérimental pour la mesure de la puissance d'agitation. ....	17
<b>Figure II.4 :</b>	Procédure d'obtention du débit de pompage selon le type de mobile...	18
<b>Figure II.5 :</b>	Débit de circulation. ....	19
<b>Figure II.6 :</b>	Position des sondes de mesure pour la détermination de $t_m$ . ....	22
<b>Figure II.7 :</b>	Courbes types obtenues en trois localisations d'une cuve agitée chicanée. ....	23
<b>Figure II.8 :</b>	Description du profil de température dans une cuve agitée double enveloppe. ....	26
<b>Figure III.1 :</b>	Les principaux modules du code de calcul CFD. ....	31
<b>Figure III.2 :</b>	Vitesse instantanée dans un écoulement turbulent. ....	34
<b>Figure III.3 :</b>	Modèle de turbulence dans ANSYS Fluent.....	35
<b>Figure III.4 :</b>	Illustration des zones utilisées dans l'approche à référentiels multiple. ....	37
<b>Figure III.5 :</b>	Orientations du maillage coulissant en 2D. ....	38
<b>Figure IV.1 :</b>	Représentation schématique de la géométrie simulée. ....	39
<b>Figure IV.2 :</b>	Vue isométrique du maillage utilisé.....	41
<b>Figure IV.3 :</b>	Les conditions aux limites.....	42
<b>Figure IV.4 :</b>	Evolution de convergence des résidus. ....	43

<b>Figure IV.5 :</b>	Vecteurs de vitesse générés à $Re = 4,2 \cdot 10^5$ ( $N=1500$ rpm) sur le plan de symétrie. ....	44
<b>Figure IV.6 :</b>	Les positions d'enregistrement dans la cuve agitée pour la détermination de $t_c$ . ....	45
<b>Figure IV.7 :</b>	Evolution temporelle de la température du fluide dans les positions P1, P2 et P3 pour : $N = 5000$ rpm et $T_c = 353$ °K. ....	46

## Liste des tableaux

<b>Tableau II.1 :</b>	Liste des paramètres agissant sur la consommation énergétique.....	14
<b>Tableau II.2 :</b>	Quelques valeurs de la constante $k_L$ pour différents type d'agitateurs.....	16
<b>Tableau II.3 :</b>	Nombre de pompage et de circulation en régime turbulent.....	20
<b>Tableau II.4 :</b>	Efficacité énergétique et de pompage pour différents types d'agitateur.	21
<b>Tableau II.5 :</b>	Corrélations empiriques relatives au produit $N.tm$ .....	24
<b>Tableau II.6 :</b>	Comparaison des principales techniques de mesure utilisées.....	25
<b>Tableau II.7 :</b>	Ordres de grandeurs pour les coefficients dans l'équation de Nusselt..	29
<b>Tableau III.1 :</b>	Constantes empiriques du modèle $k-\varepsilon$ standard.....	36
<b>Tableau IV.1 :</b>	Dimensions de toutes les géométries réalisées.....	40
<b>Tableau IV.2 :</b>	Propriétés des fluides.....	40
<b>Tableau IV.3 :</b>	Nombre de mailles générés dans les différentes zones de la cuve agitée.	41
<b>Tableau IV.4 :</b>	Nombre de Puissance, $N_P$ , numérique et expérimental.....	43
<b>Tableau IV.5 :</b>	Nombre de Pompage, $N_{QP}$ , numérique et expérimental.....	44
<b>Tableau IV.6 :</b>	Les conditions considérées dans l'étude de transfert thermique.....	46

# **Introduction générale**

L'agitation mécanique est l'une des opérations les plus universelles qui existe dans plusieurs secteurs industriels : la chimie, la pétrochimie, l'industrie agroalimentaire, l'industrie nucléaire, l'industrie pharmaceutique, etc. L'agitation sert à homogénéiser des fluides, accélérer les réactions chimiques, uniformiser la concentration et réaliser les contacts intimes entre les différentes phases.

Souvent l'opération de mélange est associée au chauffage ou au refroidissement du fluide afin d'apporter ou d'évacuer de la chaleur absorbée ou générée par la réaction chimique. Ce transfert est effectué par contact du milieu avec une double enveloppe ou un réseau de serpentins intérieurs immergé dans le fluide. L'utilisation de surfaces immergées est très rare et peu conseillée afin d'éviter tout croûtage et séchage sur les parois de la surface d'échange. Ainsi le transfert thermique réalisé dans une cuve à double enveloppe est un des dispositifs les plus rencontrés dans l'industrie.

Le transfert d'énergie thermique est l'un des plus grands défis liés à la conception des cuves d'agitation. L'échange de chaleur est principalement dû aux mouvements globaux fournis au fluide par l'agitateur et au caractère aléatoire des molécules du fluide, ce qui a des effets significatifs sur le coefficient de transfert de chaleur. La connaissance fine des structures hydrodynamique des écoulements dans les cuves agitées, permet de comprendre et d'appréhender les phénomènes de transfert qui s'y développent et éventuellement leurs interactions mutuelles. Elle permet également d'améliorer les performances des mobiles d'agitation mis en œuvre, par la mise au point des conditions géométriques et opératoires optimales assurant simultanément l'amélioration de la qualité du mélange, de transfert thermique et de l'économie d'énergie.

Plusieurs techniques expérimentales existent pour mesurer le champ hydrodynamique dans les cuves mécaniquement agitées citons : la vélocimétrie par images de particule et la vélocimétrie laser doppler. Cependant, ces techniques nécessitent l'appareillage et le savoir-faire pour la mise en fonction et un temps de mesure qui est assez grand. A ce titre, la mécanique des fluides numérique (CFD) apparaît comme un outil intéressant pour mieux caractériser les différents phénomènes engendrés au sein des cuves agitées. Elle offre la possibilité d'accéder aux caractéristiques hydrodynamiques souvent difficiles à mesurer expérimentalement, ce qui permet d'améliorer la conception de ces appareils et d'optimiser les différents paramètres de fonctionnement. La technique consiste à résoudre les équations fondamentales de la mécanique des fluides, couplées éventuellement aux équations de transfert de matière, et de chaleur de manière à caractériser les écoulements.

Ainsi, l'objectif de ce travail est l'étude numérique de l'écoulement d'un fluide newtonien dans une cuve cylindrique à fond plat avec chicanes, munie d'une double enveloppe en utilisant le code de calcul FLUENT 2019 R3. Différents conditions de fonctionnement sont considérées afin de mieux comprendre l'influence de la vitesse d'agitation, les caractéristiques géométriques de la cuve et du mobile d'agitation sur l'écoulement dans la cuve agitée. Cette caractérisation est en effet très importante, car elle permet de déterminer les différents régimes de fonctionnement et les paramètres contrôlant la transition entre eux. La simulation numérique est ensuite étendue à l'étude de transfert thermique dans le but de caractériser l'influence de la vitesse d'agitation et la température de fluide caloporteur sur le temps de chauffage.

Cette étude est organisée en trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la définitions des différents types de cuves, d'agitateurs et des dispositifs thermique couramment employés dans les cuves mécaniquement agitées ainsi que les critères de choix du mobile d'agitation.

Dans le deuxième chapitre nous présentons les différentes caractéristiques du régime d'écoulement dans les cuves mécaniquement agitées, ainsi que les performances quantifiées de l'agitation telles que le nombre de pompage, nombre de puissance, temps de mélange et l'influence du régime d'écoulement sur ces caractéristiques. Puis nous exposons en détail les informations acquises de la littérature portant sur le transfert thermique en cuve agitée munie d'une double enveloppe en milieu Newtonien.

Le troisième chapitre expose les formulations mathématiques et les méthodes numériques, les équations hydrodynamiques, les conditions aux frontières et les conditions initiales et enfin les conditions spécifiques du problème traité.

Dans le dernier chapitre nous discutons l'ensemble des résultats obtenus par simulation numérique et qui concernent la répartition des vitesses dans les différentes sections de la cuve de part et d'autres du mobile d'agitation, ainsi que les courbes de performances du système d'agitation (vitesse d'écoulement, puissance consommée, temps de chauffage,...).

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale qui synthétise les résultats obtenus.

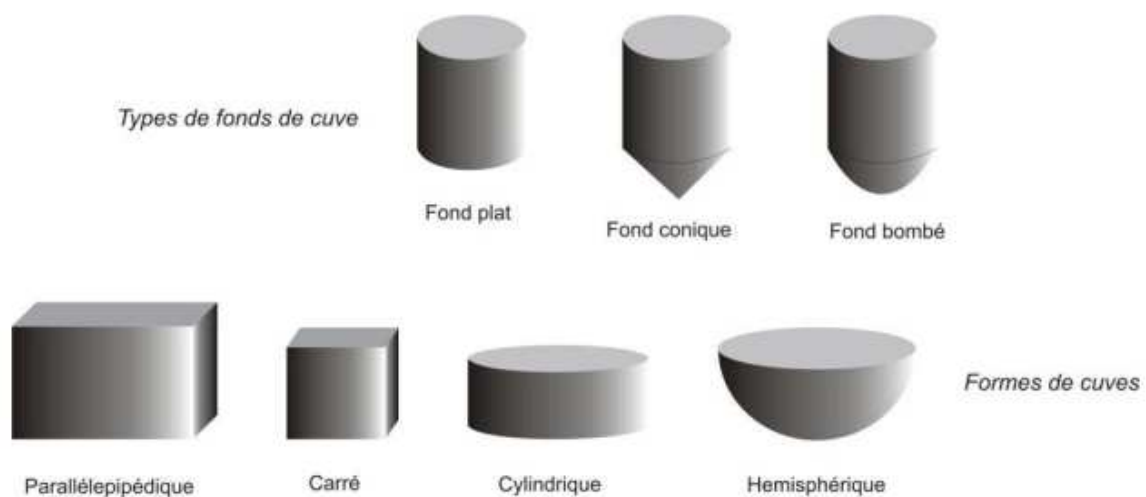
# **Chapitre I : Généralités sur les cuves mécaniquement agitée**

## I.1 Système d'agitation mécanique

La majorité des opérations d'agitation et de mélange s'effectuent au moyen d'un agitateur pendulaire tournant, placé dans une cuve généralement de forme cylindrique. Dans la pratique industrielle, il existe de nombreuses formes de cuves et de mobiles d'agitation qui diffèrent selon les applications industrielles :

### I.1.1 Types de cuves de mélange

Selon l'application visée, la cuve peut prendre plusieurs formes, et avoir différents types de fonds (Figure I.1) [1]. La forme cylindrique est la plus répandue. Elle présente un fond plat, bombé "semi-elliptique" ou conique comme le montre la. Leurs diamètres peuvent aller de 10 cm pour des dispositifs de laboratoire à 10m et plus pour des installations industrielles. Les cuves à fond plates sont utilisées principalement pour les fluides à viscosité très élevée pour faciliter leur évacuation tandis que les cuves à fond rond servent mieux pour l'agitation solide-liquide et évitent la création des zones mortes.



**Figure I.1** : Les différentes formes de cuves [1].

### I.1.2 Types d'agitateurs mécaniques

Il existe trois principales grandes classes de mobiles d'agitation suivant le mouvement des fluides engendré dans la cuve par rapport à l'axe de rotation du mobile :

#### I.1.2.1 Mobiles d'agitation à écoulement axial

Ces mobiles d'agitation créent une circulation de fluide du haut vers le bas de la cuve. Ils génèrent une circulation importante de fluide en créant une seule boucle de circulation (Figure I.2-a). Cependant, certains mobiles d'agitation présentent, en plus de la composante axiale, prépondérante, une composante radiale. Se trouvent dans cette catégorie des mobiles tels que

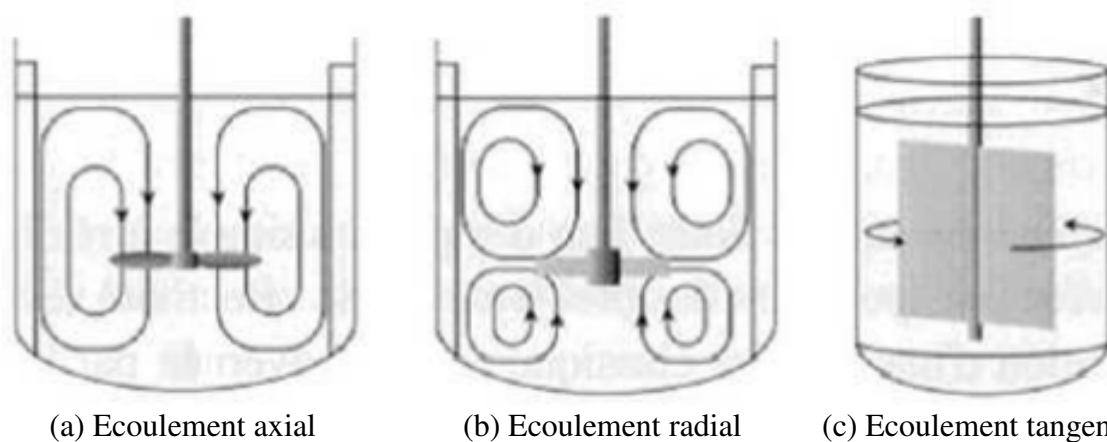
l'hélice marine, la turbine à pales inclinées ou d'autres mobiles de conception plus élaborée et de marques déposées.

### I.1.2.2 Mobiles d'agitation à écoulement radial

Les mobiles d'agitation appartenant à cette famille sont caractérisés par développement d'un écoulement radial perpendiculaire à l'arbre de rotation. Le flux de liquide est expulsé depuis les pales du mobile vers les parois de la cuve, puis se divise en deux parties, créant ainsi deux boucles de circulation qui se développent : l'une au – dessus du mobile, l'autre en dessous. Ils créent des effets de cisaillement relativement importants (Figure I.2-b). Les turbines de Rushton et les turbines à pales incurvées font partie de cette catégorie d'agitateur.

### I.1.2.3 Mobiles d'agitation à écoulement tangential

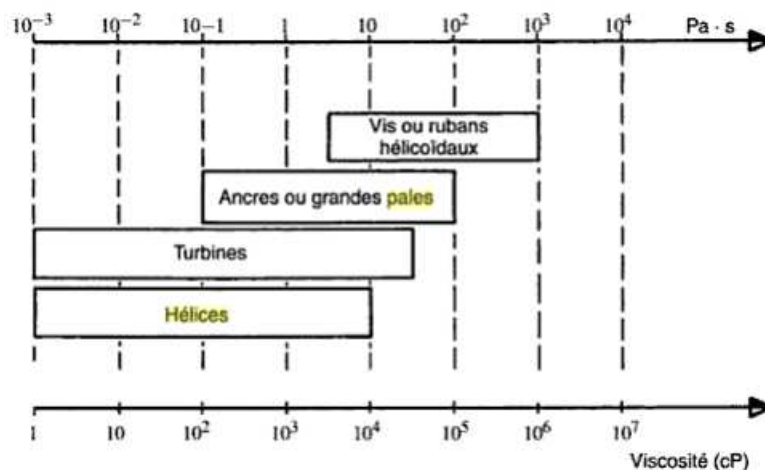
Les mobiles d'agitation de ce type développent un écoulement primaire essentiellement tangential, c'est-à-dire dans le sens de rotation du mobile où le liquide a tendance à tourner d'un seul bloc autour de l'arbre d'agitation (Figure I.2-c). Ce sont les agitateurs de grand diamètre relatif tel que les agitateurs à pales, les ancres, les agitateurs à barrière. Préconisés pour assurer le renouvellement du fluide en paroi, ils sont mis en place dans les opérations de transfert de chaleur difficiles et surtout dans le cas de l'utilisation de fluide très visqueux.



**Figure I.2** : Présentation schématique des types d'écoulements [2].

### I.1.3 Les principaux mobiles d'agitateur

Selon les propriétés rhéologiques des milieux agités, deux grandes catégories de mobile d'agitation se distinguent: celles des fluides peu visqueux et celles des fluides très visqueux, pour s'adapter à chaque cas, différentes forme de mobiles sont utilisées; la figure I.3 indique les domaines d'utilisation des divers types de mobiles en fonction de la viscosité du fluide.



**Figure I.3 :** Domaines d'utilisation des divers types de mobiles en fonction de la viscosité du fluide.

### I.1.3.1 Les mobiles d'agitation de fluides peu visqueux

L'agitation de fluides peu visqueux dont la viscosité est inférieure à 10-2 Pa.s s'effectue à nombre de Reynolds élevé. Les agitateurs ont des diamètres faibles (allant du 1/4 à la 2/3 du diamètre de la cuve) et sont actionnés avec des vitesses de rotation élevées (500 à 1500 tr/mn). Parmi les mobiles utilisés pour l'agitation de milieux peu visqueux on trouve deux grandes familles de mobiles : les hélices et les turbines [3].

#### I.1.3.1.1 Les hélices

Les premières hélices utilisées étaient directement dérivées des hélices marines utilisées pour la population des bateaux. Depuis, pour améliorer l'efficacité énergétique, des modèles variés sont maintenant disponibles avec des pales minces, plates, profilées ou multiplans (Figure I.4).

Le type le plus utile des hélices est le type marin (Figure I.3-a), souvent avec trois pales. Avec les hélices, l'agitation des fluides se fait par un mouvement axial caractérisé par un bon débit de pompage, une faible énergie dissipée, peu de cisaillement et une intensité de turbulence faible. Elles peuvent être utilisées pour mélanger des liquides à viscosité allant jusqu'à 2 Pa.s.

Les hélices radiales ou les turbines axiales ont un écoulement composé axial-radial (Figure I.4-c ; Figure I.4-e). Ils se composent de 4 à 16 pales ou de lames profilées montés sur un axe sous un angle de 10 à 25° avec la perpendiculaire de cet axe. A la différence des hélices ordinaires, les lames finissent dans les faces plates, qui sont la cause du flux radial. Ce sont les mélangeurs à grande vitesse et conviennent aux opérations de suspension, homogénéisation, mélange liquide-liquide miscible, et transfert thermique avec des viscosités importantes de 20 Pa.s [3]. Ces agitateurs sont caractérisés par :

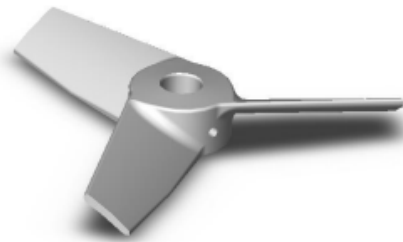
- Le diamètre,  $d$ , souvent égal au tiers, sinon entre  $1/5$  et  $2/3$ , du diamètre du réacteur,  $D$  ; les rapports  $d/D$  les plus élevés conduisant à favoriser un débit plutôt axial, donc l'homogénéisation et le transfert de chaleur, alors que les rapports les plus faibles, associés à des vitesses plus grandes, sont favorables à la turbulence et au micromélange ;
- Le nombre de pales (généralement 2, 3 ou 4) ;
- Le pas, souvent égal au diamètre de l'hélice, mais plus généralement compris entre 0,5 et 3 fois ce diamètre ;
- Le sens de rotation qui induit un mouvement ascendant ou descendant du fluide.



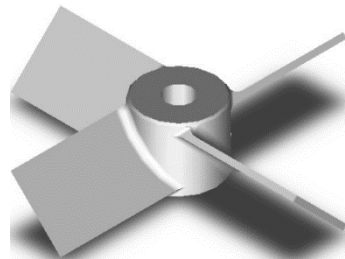
(a) Hélice marine à 3 pales



(b) Maxflo (Chemineer)



(c) Lightinn A310



(d) Turbine à 4 pales inclinées



(e) Hélice multiplans (MIXEL)

**Figure I.4** : Agitateurs de type «Hélice ».

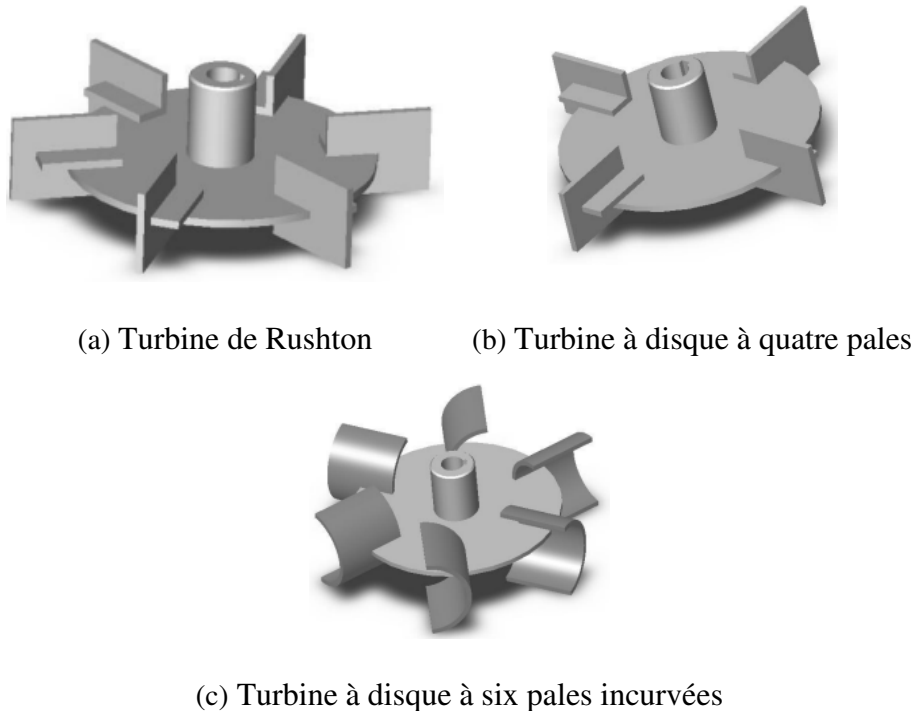
### I.1.3.1.2 Les turbines

Les turbines typiquement constituées de pales radiales, plates, verticales, montées sur un disque horizontal, délivrent essentiellement un débit radial, avec un fort cisaillement en bout de pales (Figure I.5). Elles sont donc très souvent utilisées dès qu'il s'agit de fragmenter un fluide en bulles ou en gouttes.

L'avantage des turbines est qu'elles peuvent être employées sur une large gamme de viscosités et de densités. Il n'y a pas de limite supérieure définie pour la viscosité qui peut être mélangée. Le modèle de base à pales plates dit turbine Rushton est caractérisé par :

- le diamètre, souvent égal au tiers, sinon entre 1/5 et 2/3 du diamètre du réacteur ;
- le nombre de pales, le plus souvent égales à 6 ;
- les dimensions des pales rapportées au diamètre de la turbine, en particulier largeur entre 1/10 et 1/4 du diamètre de la turbine ;
- La hauteur des pales est comprise entre 0.1 et 0.3 fois leur diamètre.

De très nombreuses variantes, se distinguent par le nombre, la forme, l'inclinaison des pales, leur courbure, la présence ou non d'un disque central. Elles sont souvent plus efficaces en termes de puissance, débit maximum de gaz tolérable, mais provoquent, en contrepartie, un cisaillement moins accentué [4].



**Figure I.5 :** Agitateurs de type « turbine ».

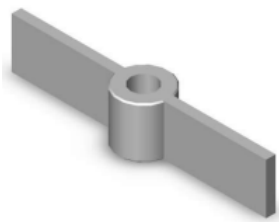
### I.1.3.2 Les mobiles d'agitation pour les fluides très visqueux et pâtes

Pour les fluides très visqueux, l'agitation est réalisée surtout par des mobiles de grandes surfaces de manière à éviter l'apparition des zones mortes et de cisaillement, mais tournant à faible vitesse pour éviter la consommation d'énergie. Le régime de l'écoulement est généralement laminaire. Les agitateurs ancrés et les agitateurs à barrières sont les plus communs représentant de cette famille d'agitateur (Figure I.6-a&b). Le déplacement du fluide produit est tangential, c'est-à-dire qu'il s'écoule le long de la paroi de la cuve. Ces agitateurs sont efficaces

pour les transferts thermiques et des racleurs peuvent être ajoutés pour augmenter leur efficacité, mais ils présentent une efficacité médiocre en mélange. En effet, le fluide au centre de la cuve stagne à cause de l'absence de circulation axiale [5].

Il y a aussi le ruban hélicoïdal et la vis hélicoïdale (Figure I.6-c ; Figure I.6-e), ils sont parfaits pour le mélange de fluide très visqueux car ils produisent un écoulement axial et permettent le brassage de l'ensemble du fluide. Différentes variantes de ces deux agitateurs existent en fonction de l'efficacité désirée, comme le double ruban hélicoïdal, le simple ou le double ruban hélicoïdal associé à une vis hélicoïdale [6].

Dans le cas de vis hélicoïdale (Figure I.6-d) l'écoulement axial crée au centre de la cuve est canalisé vers le bas par des chicanes ou un tube de circulation qui enveloppe la vis. Par contre les agitateurs à rubans hélicoïdaux (Figure I.6-c) raclent totalement la paroi, permettant ainsi la circulation axiale du fluide le long de la paroi, ce qui s'avère intéressant lorsqu'il y a échange thermique avec la paroi. On utilise ce genre d'agitateur dans les cas des fluides très visqueux difficile à mélanger, en associant les deux mobiles pour assurer une meilleure circulation et éliminer les zones mortes (Figure I.6-e).



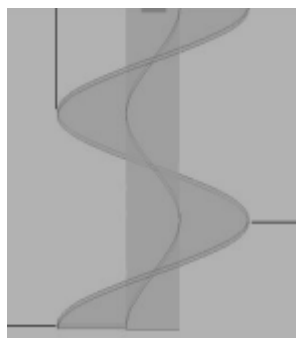
(a) Agitateur bipale



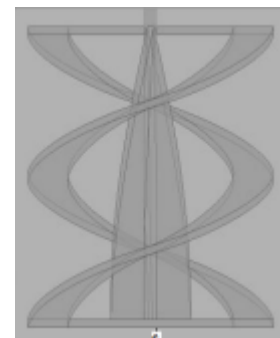
(b) Agitateur ancre



(c) Ruban hélicoïdal simple



(d) Vis hélicoïdale



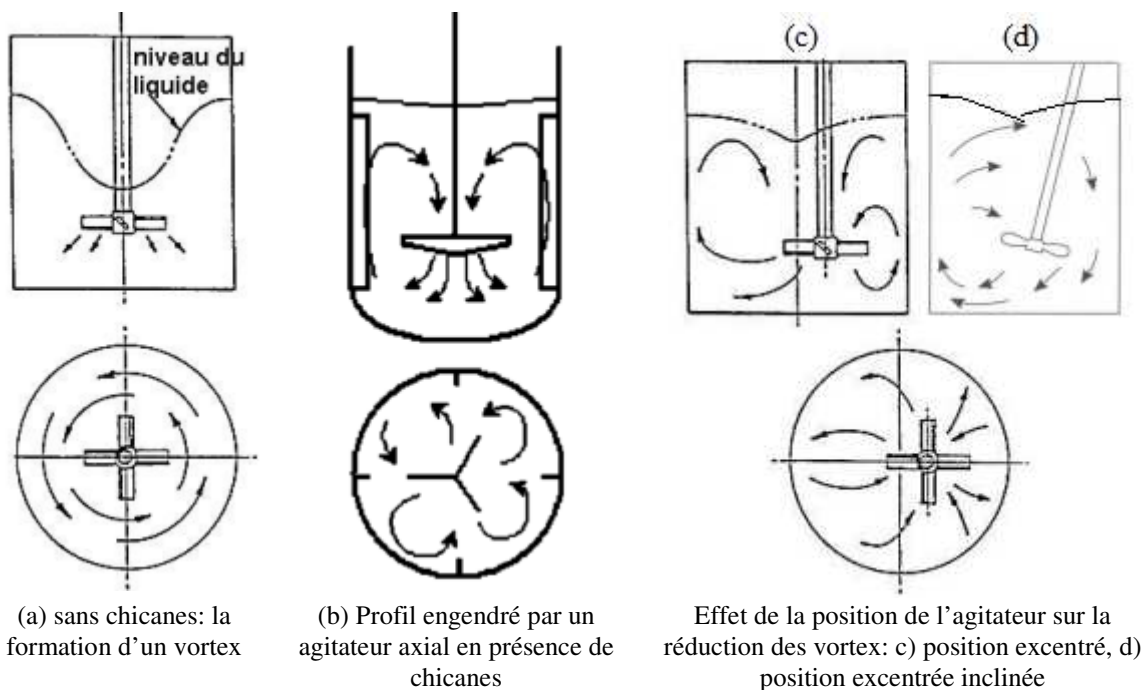
(e) Ruban-vis hélicoïdale

**Figure I.6** : Agitateurs pour les fluides très visqueux et pates.

## I.1.4 Parties internes dans les cuves

### I.1.4.1 Les dispositifs anti-vortex

L'ajout de chicanes, de contre-pales ou même de serpentins a souvent pour effet de réduire considérablement la formation d'un vortex. Ces derniers sont produits par la force centrifuge due à la rotation de l'agitateur. Pour un nombre de Reynolds de 300 ou plus, les vortex commencent à se développer et la présence des chicanes empêchent la formation de vortex par lequel l'air est entraîné dans la cuve, et créent des boucles de circulation radiale qui réduisent l'écoulement tangentiel propre aux cuves sans contre-pales [7]. La figure I.7-b montre les boucles secondaires créées entre chacune des contre-pales qui augmentent la turbulence au sein de la cuve.



**Figure I.7 :** Dispositifs anti-vortex.

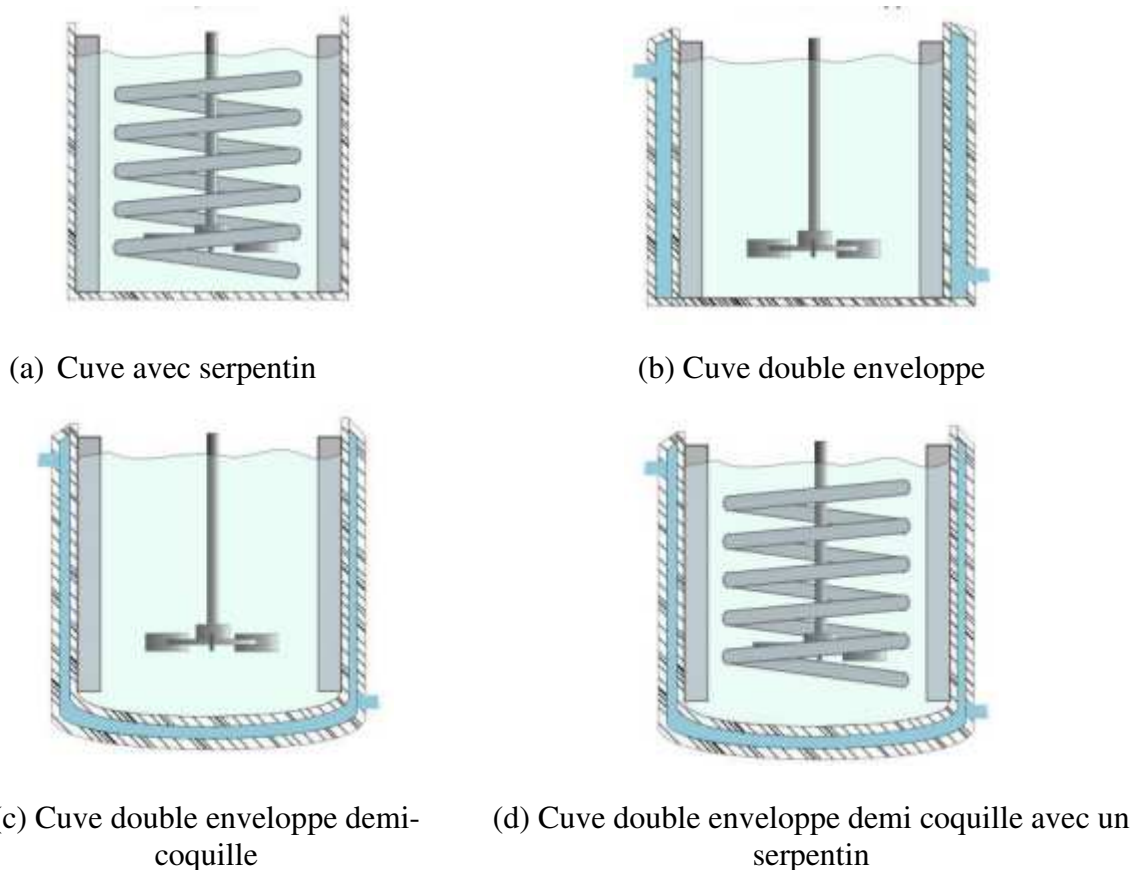
Bien qu'il existe des applications où la présence du vortex est bénéficiaire, les chicanes sont indispensables pour obtenir un mélange efficace en régime d'écoulement turbulent. Cependant ils augmentent les besoins en énergie dans la cuve de mélange. En mélange solide-liquide en régime turbulent, la suspension des particules est améliorée par la présence des contre-pales qui stoppent le phénomène de rotation de solides appelé « swirling ». Cependant, leur utilisation en milieu visqueux peut engendrer des zones de stagnation qui rendent le mélange inefficace [8]. Il a également montré que la présence de contre-pales était défavorable à la suspension de boues très concentrées [9].

La réduction de la formation de vortex peut également être obtenue en plaçant un mobile d'agitation dans une position excentrée ou excentrée inclinée (Figure I.7-c&d). Cela crée un

modèle d'écoulement déséquilibré, réduisant ou éliminant le tourbillon et augmentant ainsi ou maximisant la consommation d'énergie. La position exacte est essentielle, car trop loin ou trop peu décentrant dans un sens ou l'autre provoquera un tourbillon plus important, un vortex erratique et des contraintes dangereuses élevées, sur l'arbre de rotation [10].

#### I.1.4.2 Les dispositifs thermiques

Souvent l'opération de mélange est associée au chauffage ou au refroidissement du fluide dans la cuve. Il existe différents équipements possibles pour assurer ce transfert thermique. Les cuves destinées à ce genre d'opération sont généralement équipées soit d'un réseau de serpentins intérieurs, d'une double enveloppe, d'une demi-coquille ou d'une demi-coquille avec un serpentin comme illustré sur la figure I.8. Les cuves destinées au transfert de chaleur peuvent généralement être équipées de tubes verticaux intérieurs.



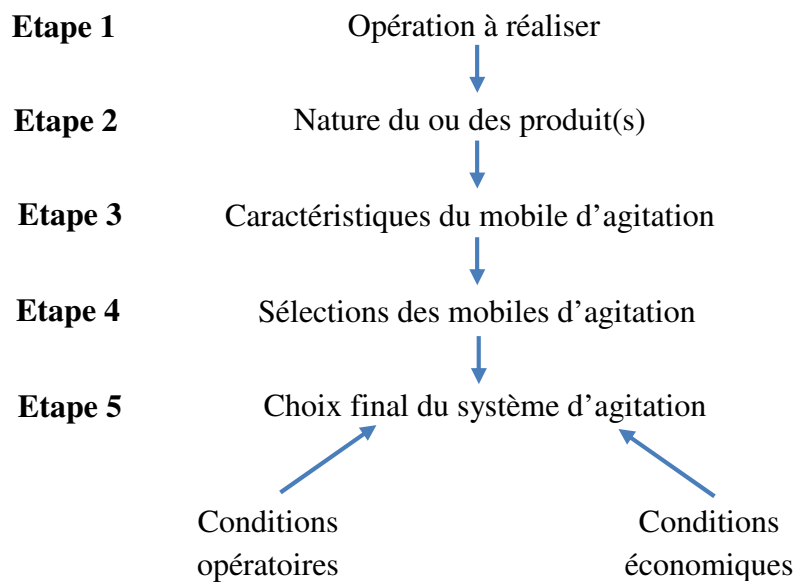
**Figure I.8:** Cuves munies d'échangeurs de chaleur.

L'enveloppe est généralement choisie en raison de plusieurs avantages, tels qu'une plus grande surface de transfert de chaleur, des matériaux de construction peu coûteux, une maintenance plus facile et moins de problèmes liés à l'écoulement des fluides visqueux. En outre, les enveloppes peuvent être utilisées quels que soient la taille et le type d'agitateur, contrairement aux serpentins, qui limitent la taille de la roue. Les serpentins ont l'avantage

d'avoir un coefficient de film global plus élevé. Cependant, les serpentins internes ont tendance à affecter l'écoulement à l'intérieur des cuves d'agitation car ils restreignent la circulation du fluide [11, 12].

## I.2 Critères de choix d'un système d'agitation

Il existe de nombreux types d'agitateur dans l'industrie, afin de choisir l'agitateur le mieux adapter pour effectuer l'opération désirée, il faut considérer les propriétés rhéologiques du fluide, son type d'écoulement et le mode opératoire de l'agitateur. Les différentes étapes à entreprendre lors du choix définitif du mobile d'agitation sont résumées dans la figure I.9.



**Figure I.9** : Les étapes pour choisir un agitateur [6].

# **Chapitre II : Hydrodynamique et transfert thermique dans des cuves agitées**

### II.1 Nomenclature de la cuve de mélange

Une cuve mécaniquement agitée standard est généralement cylindrique avec une hauteur de fluide  $H$  égale à son diamètre  $D$ . Elle est équipée d'un agitateur de diamètre  $d$  dont les pales ont une largeur  $w$ , installé à une distance  $Y$  de son fond appelée dégagement au fond. Elle est le plus souvent munie de contre-pales de largeur  $b$  en régime turbulent et transitoire (Figure II.1).

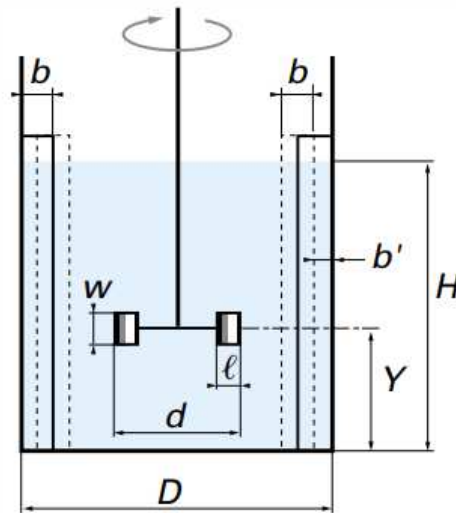


Figure II.1 : Schéma d'une cuve mécaniquement agitée de géométrie standard.

### II.2 Régimes hydrodynamiques

Expérimentalement, nous constatons que trois régimes d'écoulement au sein de la cuve se succèdent lorsque nous augmentons la vitesse de rotation de l'agitateur. À faibles vitesses, le régime laminaire est observé. À hautes vitesses, le régime turbulent apparaît. Entre les deux cas extrêmes, un régime transitoire existe. Ces différents types d'écoulement se distinguent par le comportement des filets de fluide les uns par rapport aux autres. Chaque mode d'écoulement est caractérisé par un intervalle de valeur du nombre de Reynolds ; celui-ci sert ainsi d'échelle de référence. Le nombre de Reynolds est un nombre adimensionnel. Il traduit l'importance des forces d'inertie par rapport aux forces de viscosité. Dès lors, son expression théorique est :

$$Re = \frac{\rho \cdot \text{vitesse caractéristique} \cdot \text{longueur caractéristique}}{\mu} \quad (\text{Eq. II-1})$$

où  $\rho$  est la densité du fluide ( $\text{kg/m}^3$ ),  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide ( $\text{Pa.s}$ ).

Lorsque le nombre de Reynolds est appliqué à une cuve agitée :

- la longueur caractéristique est : le diamètre  $d$  de l'agitateur en mètre ;
- la vitesse caractéristique est  $N \cdot d$  où  $N$  est la vitesse de rotation en  $\text{s}^{-1}$ .

L'expression du nombre de Reynolds devient :

$$Re = \frac{\rho \cdot N \cdot d^2}{\mu} = \frac{N \cdot d^2}{\nu} \quad (\text{Eq. II-2})$$

Où  $\nu$  est la viscosité cinématique ( $\text{m}^2/\text{s}$ ).

### II.2.1 L'écoulement laminaire : $Re < 10 - 40$

L'écoulement laminaire est caractérisé par des valeurs du nombre de Reynolds très faibles. Ce régime est décrit par des trajectoires de paquets de fluides toutes parallèles et l'absence de mouvement de fluide dans une autre direction que celle imposé par l'agitateur. Dès lors, le mélange entre couches parallèles n'a lieu que par diffusion moléculaire et est indépendante de la puissance fournie qui est dissipée sous forme de chaleur par le frottement visqueux.

### II.2.2 L'écoulement transitoire : $10 - 40 < Re < 10^4 - 10^5$

L'écoulement transitoire est décrit par l'apparition de tourbillons instables: ils se forment en un point et disparaissent presque instantanément pour se reformer ailleurs. À des vitesses de rotation croissantes, cette turbulence apparaît d'abord dans le voisinage immédiat de l'agitateur et gagne ensuite progressivement le reste de la cuve. Le passage d'un régime à l'autre dépend de causes qui provoquent la naissance de tourbillons. En effet, les perturbations existantes au sein du fluide en mouvement ne peuvent pas se maintenir pour des faibles nombres de Reynolds inférieurs à une valeur comprise entre 10 et 40. Elles sont au contraire d'autant plus facilement entretenues que le nombre de Reynolds est élevé et supérieur à des valeurs de  $10^4$  à  $10^5$ . Dans une cuve agitée, la valeur du nombre de Reynolds pour lequel les transitions se font entre les différents écoulements est fonction de la configuration du système d'agitation : hauteur de liquide par rapport au diamètre de la cuve, présence et nombre de baffles, rapport des diamètres du mobile d'agitation et de la cuve, position, type et géométrie du mobile d'agitation...

### II.2.3 L'écoulement turbulent : $Re > 10^4 - 10^5$

Lorsque l'écoulement devient suffisamment rapide, ou que les particules de fluide subissent des accélérations assez sévères pour que s'établissent des composantes de vitesse perpendiculaires à l'écoulement principal, l'écoulement devient turbulent. Expérimentalement des tourbillons et des structures en filaments sont observés, ce sont les structures cohérentes. Ces structures ont un spectre de taille. Les plus grandes ont une taille du même ordre de grandeur que le diamètre de l'agitateur ; les plus petites ont une dimension caractéristique de quelques microns.

## II.3 Caractérisation du système de mélange

La caractérisation globale d'un système de mélange est souvent effectuée en analysant quatre caractéristiques : la consommation de puissance, la capacité de pompage, le taux de

cisaillement généré et le temps de mélange. Au cours de cette section, les quatre caractéristiques seront abordées brièvement afin de donner une vue globale sur la caractérisation des systèmes de mélange.

### II.3.1 Puissance d'agitation :

Comme toute action physique, la mise en mouvement d'un liquide en vue de son mélange avec un autre liquide, miscible ou non, ou bien en vue de la création d'une suspension solide, ou encore pour favoriser la dispersion d'une phase gazeuse demande une certaine quantité d'énergie.

La connaissance du besoin énergétique est un critère nécessaire pour le calcul de la motorisation mais aussi un élément essentiel pour la comparaison de l'efficacité de mobile entre eux, il y a un nombre élevé de variable qui vont influencer sur la consommation énergétique, le tableau II.1 regroupe quelques paramètres agissant sur la consommation de cette dernière :

**Tableau II.1** : Liste des paramètres agissant sur la consommation énergétique.

Géométrie		Propriétés physico chimiques	Données opératoires
cuve	agitateur		
-Forme de la cuve - Nombre et taille des chicanes. - Forme du fond ; - Diamètre (T) ; - Volume (V).	- Type ; - Diamètre (D) ; - Position dans la cuve (C) ; - Nombre.	- Masse volumique ; - Viscosité (ou rhéologie).	- Vitesse de rotation (N) ; - Gravité.

L'appréciation de l'énergie consommée est basée sur l'analyse adimensionnelle pour désigner le nombre de puissance qui représente une notion généralisée de la consommation d'énergie. Les recensements des variables amènent à exprimer la puissance consommée sous la forme :

$$P = f(N, d, \rho, \mu, g) \quad (\text{Eq. II-3})$$

L'analyse dimensionnelle par l'application du théorème de Vashy-Buckingham avec une équation impliquant six variables exprimées à l'aide de trois dimensions [13], aboutit à trois nombres adimensionnels

$$N_P = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot d^5} ; \text{ nombre de puissance} \quad (\text{Eq. II-4})$$

Le nombre de puissance est l'expression adimensionnelle de la puissance :

$$Re = \frac{\rho \cdot N \cdot d^2}{\mu}; \text{ nombre de Reynolds} \quad (\text{Eq. II-2})$$

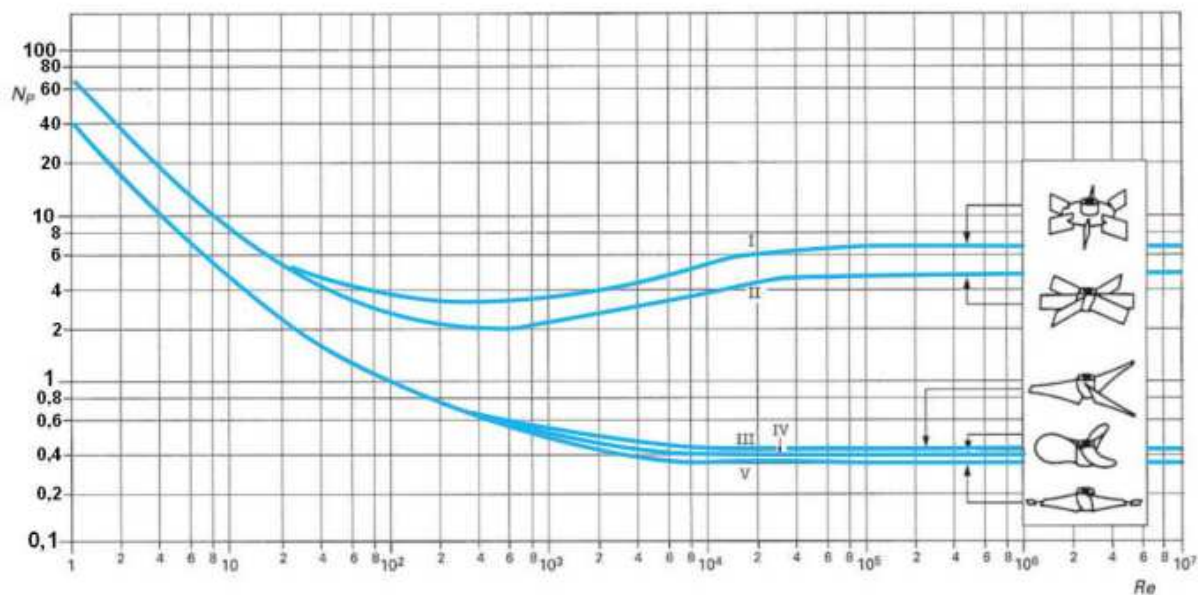
$$Fr_r = \frac{N^2 \cdot d}{g_r}; \text{ nombre de Froude} \quad (\text{Eq. II-5})$$

Le nombre de Froude est le rapport des forces d'inertie aux forces de la pesanteur. Lorsque le nombre de Reynolds reste inférieur à une valeur limite il n'y a pas de formation de vortex donc les forces d'inertie sont négligées par rapport aux forces de gravité. Par conséquent, l'influence du nombre de Froude peut être négligée, donc l'équation II-4 devient :

$$N_p = k \cdot Re^x \quad (\text{Eq. II-6})$$

Où les valeurs de  $k$  et de  $x$  dépendent du régime d'écoulement et de la géométrie étudiée.

Cette relation se traduit par une courbe appelée courbe caractéristique d'un mobile d'agitation, donnant les variations de  $N_p$  en fonction du nombre de Reynolds (Figure II.2).



**Figure II.2** : Courbe de puissance pour divers agitateurs. ( $H/L=1$ ).

Fondamentalement, trois zones différentes se distinguent (les bornes sont données à titre indicatif puisque le passage d'un régime à l'autre varie en fonction du fluide, du mobile, de la géométrie globale) :

En régime laminaire, le nombre de puissance est inversement proportionnel au nombre de Reynolds. Nous avons alors la relation :

$$N_p \propto Re^{-1} \quad \text{ou} \quad N_{pL} = \frac{k_L}{Re} = \frac{k_L \cdot \vartheta}{N \cdot d^2} \quad (\text{Eq. II-7})$$

La valeur de la constante  $k_L$  dépend du mobile d'agitation. Le tableau II.2 donne un ordre de grandeur de la constante  $k_L$  pour quelques agitateurs utilisés en régime d'écoulement laminaire:

**Tableau II.2 :** Quelques valeurs de la constante  $k_L$  pour différents type d'agitateurs.

Agitateur	Constante $k_L$
Turbine de Rushton, turbine sans disque à 6 pales droites ( $\frac{w}{d} = \frac{1}{5}$ )	75
Turbine de Rushton, turbine sans disque à 6 pales droites ou inclinées ( $\frac{w}{d} = \frac{1}{8}$ )	50
Hélice	35 à 50
Ancre	200 à 300

Dans cette zone, la puissance est indépendante de la masse volumique du fluide et de la présence ou non de vortex, par contre elle est proportionnelle à la viscosité du fluide et d'après l'équation II-4 :

$$P = N_{PL} \cdot \mu \cdot N^2 \cdot d^3 \quad (\text{Eq. II-8})$$

Ce type d'écoulement est obtenu avec des fluides visqueux.

En régime transitoire, il n'y a pas de relation simple entre  $N_P$  et  $Re$ . La forme de la courbe est différente selon le schéma d'écoulement engendré par le mobile.

En régime turbulent et en l'absence d'un vortex (avec contre-pales), le nombre de puissance est constant et indépendant du nombre de Reynolds. Cela signifie que l'on a :

$$P \propto N^3 \cdot d^5 \quad (\text{Eq. II-9})$$

et, d'après l'équation II-4:

$$P = N_{PT} \cdot \rho \cdot N^3 \cdot d^5 \quad (\text{Eq. II-10})$$

Dans ce cas,  $P$  est indépendante de la viscosité et fortement dépendante du diamètre du mobile  $d$ .

Il existe peu de corrélations générales permettant d'estimer de manière précise le nombre de puissance turbulent. Pour les turbines de Rushton et les turbines à pales inclinées, Sano et Usui (1987) [14] proposent une corrélation empirique reliant le nombre de puissance turbulent à l'épaisseur relative des pales ( $b/D$ ), le nombre de pales ( $n_p$ ) et le diamètre relatif de l'agitateur ( $d/D$ ):

Pour les turbines à pales inclinées :

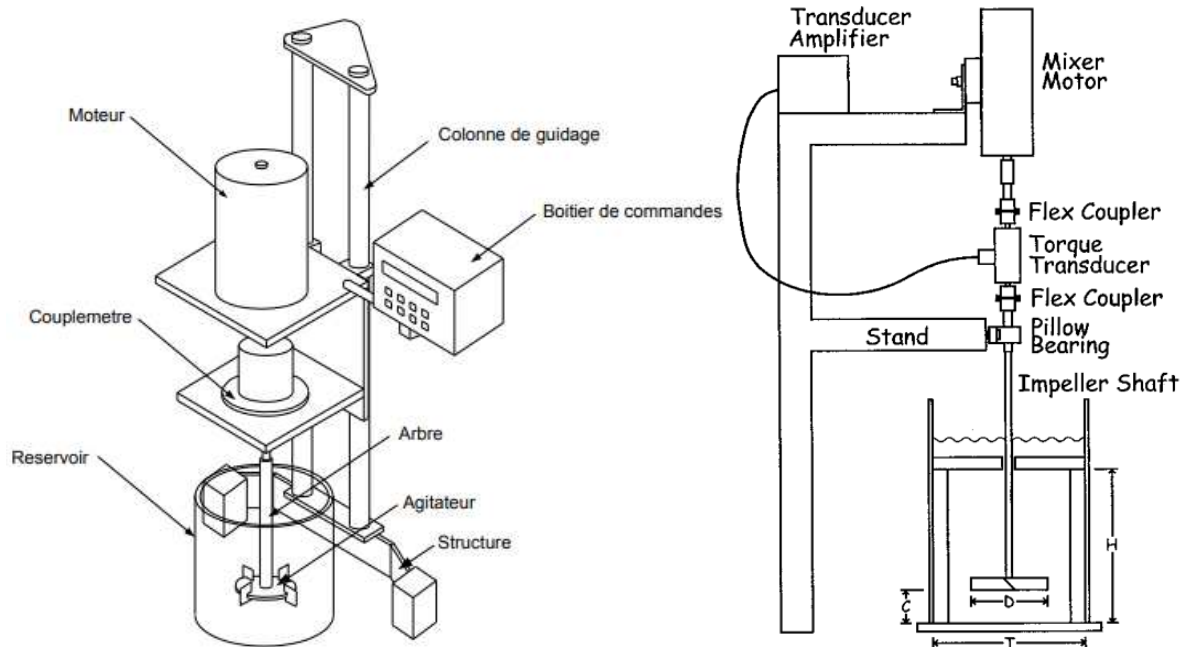
$$N_{p_T} = 7,3 (d/D)^{-1,15} \cdot (b/D)^{1,15} \cdot n_p^{0,80} \quad (\text{Eq. II-11})$$

Pour les turbines à disque :

$$N_{p_T} = 3,6 (d/D)^{-0,95} \cdot (b/D)^{0,75} \cdot n_p^{0,80} \quad (\text{Eq. II-12})$$

### II.3.1.1 Mesure de la puissance électrique

On peut évaluer la puissance d'agitation en mesurant la puissance électrique absorbée sur le réseau et en retranchant les diverses pertes par effet de Joule dans les enroulements du moteur, les pertes mécaniques et les pertes magnétiques. Cette technique est assez peu précise en particulier pour les faibles puissances.



**Figure II.3** : Schéma de montage expérimental pour la mesure de la puissance d'agitation.

### II.3.1.2 Mesure du couple nécessaire à faire tourner l'agitateur

La puissance est calculée d'après une détermination du couple nécessaire pour faire tourner l'agitateur [15], par l'utilisation d'un assemblage de dynamomètre permettant de mesurer le couple qui s'exerce sur l'arbre entraînant l'agitateur. Les pertes dues aux frictions sur les parties en mouvement sont évaluées aux essais à vide dans lesquels l'agitation tourne dans l'air.

La puissance consommée est obtenue par l'équation :

$$P = 2 \cdot \pi \cdot N \cdot (C - C_0) \quad (\text{Eq. II-13})$$

Avec:

$C$  : le couple en charge [N.m] ;

$C_0$  : le couple à vide [N.m] ;

$N$  : la vitesse de rotation de l'agitateur [Hz].

### II.3.2 Débit de pompage et de circulation

#### II.3.2.1 Débit de pompage

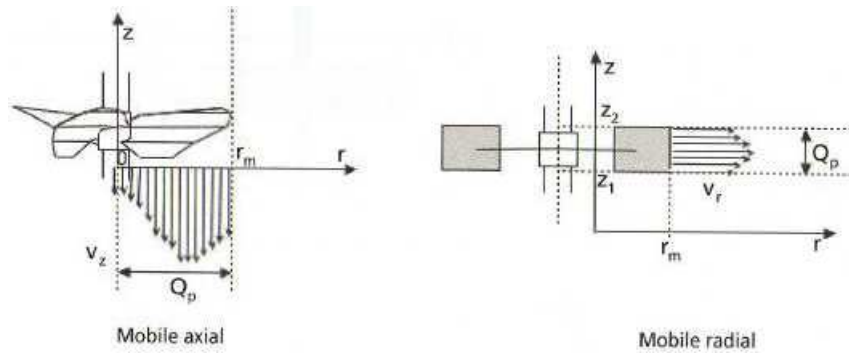
Le débit de pompage correspond au débit de fluide sortant du volume délimité par les dimensions du mobile d'agitation.

Pour un agitateur de diamètre ( $d$ ) et de hauteur ( $w$ ), l'expression générale du débit de pompage prend en compte le débit pompage radial et le débit de pompage axial :

$$Q_P = \int_{z_B}^z \pi \cdot D \cdot (V_r)_{r=D/2} dz + \int_0^{D/2} 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (V_z)_{z=z_B} dz \quad (\text{Eq. II-14})$$

Où la première intégrale représente le débit radial positif sur le côté de l'agitateur et la seconde représente le débit de décharge dans le plan inférieur de l'agitateur (Figure II.4).

Dans cette équation,  $z_B$  est la position axiale situant la plan inférieur de l'agitateur la coordonnée  $z$ .



**Figure II.4** : Procédure d'obtention du débit de pompage selon le type de mobile [16].

Pour un agitateur radial, le débit de pompage ne prend en compte que le débit de fluide sortant radialement sur le côté.

$$Q_P = \int_{z_B}^{z_B+W} \pi \cdot D \cdot (V_r)_{r=D/2} dz \quad (\text{Eq. II-15})$$

$W$  : la hauteur de la pale.

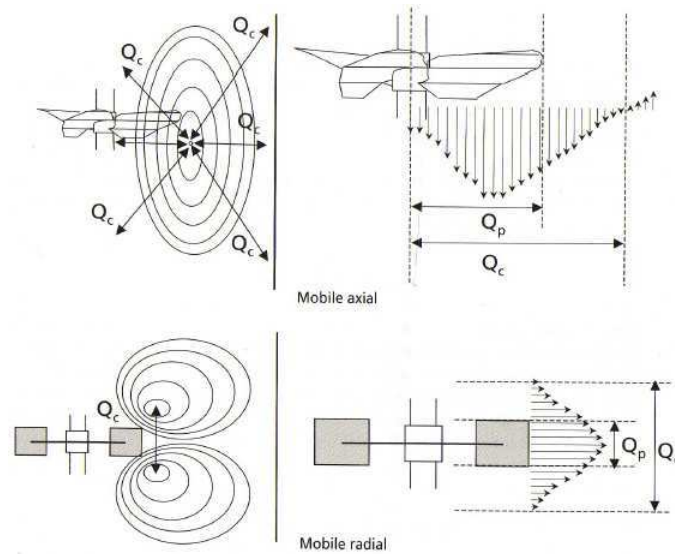
Pour un agitateur axial, il s'exprime par l'intégrale suivante :

$$Q_P = \int_0^{D/2} 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (V_z)_{z=z_B} dz \quad (\text{Eq. II-16})$$

#### II.3.2.2 Débit de circulation

Le courant de liquide sortant de l'agitateur entraîne les éléments de fluide voisins, créant ainsi, dans la cuve, un débit plus important, dit de circulation  $Q_C$ , qui est la somme du débit de pompage et du débit de liquide entraîné par le mobile d'agitation (Figure II.5). Le débit de

circulation assure la répartition du produit dans toute la cuve. C'est donc un facteur prépondérant pour les phénomènes se rattachant au m'attachant à la macro mélange.



**Figure II.5** : Débit de circulation [16].

On a donc :

$$Q_C = Q_e + Q_P \quad (\text{Eq. II-17})$$

Pour un agitateur axial ou mixte, le débit de circulation est le débit de fluide entraîné dans la boucle de circulation, il donc être calculé au niveau du nœud de circulation à il est donné par l'expression suivante :

$$Q_C = \int_0^{r_0} 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (V_z)_{z=z_B} dr \quad (\text{Eq. II-18})$$

Pour un agitateur radial, le débit de circulation correspond au débit de fluide entre deux nœuds de circulation (entre  $z_{sup}$  et  $z_{inf}$ ) et est donné par l'expression suivante :

$$Q_C = \int_{z_1}^{z_2} \pi \cdot D \cdot (V_r)_{r=D/2} dz \quad (\text{Eq. II-19})$$

Afin de comparer les performances de différents agitateurs et d'établir des règles d'extrapolation, des nombres caractéristiques ont été déterminés par analyse dimensionnelle :

- Le nombre de pompage  $N_{QP}$ , est l'expression adimensionnelle du débit de pompage, il est en fonction de type de mobile d'agitation et le régime hydrodynamique. Pour le régime turbulent il est considéré constant. Pour le régime laminaire il augmente avec le nombre de Reynolds.

$$N_{QP} = \frac{Q_P}{N \cdot D^3} \quad (\text{Eq. II-20})$$

- De même que pour le pompage, le nombre de circulation est la forme adimensionnelle du débit de circulation.

$$N_{QC} = \frac{Q_C}{N.D^3} \quad (\text{Eq. II-21})$$

Le nombre de circulation est en fonction de la géométrie et le régime d'écoulement. Pour le régime turbulent, le nombre de circulation est considéré constant et pour le régime laminaire il s'accroît avec le nombre de Reynolds.

Le tableau II.3 présente des valeurs de  $N_{QP}$  et  $N_{QC}$  pour plusieurs types d'agitateurs. On observe que, quel que soit le mobile d'agitation et pour une géométrie standard, le rapport est à peu près constant et vaut environ 1.8.

**Tableau II.3** : Nombre de pompage et de circulation en régime turbulent.

Type de l'agitateur	$N_{QP}$	$N_{QC}$ pour $D/T=1/3$
Hélice marine	0,50	0,85
Turbine disque à 6 pales droites	0,47	0,90
Turbine disque à 6 pales droites (Rushton)	0,80	1,40

A partir de ce nombre de pompage et du nombre de puissance caractéristiques d'un agitateur en régime turbulent, on peut définir une efficacité énergétique :

$$E_P = \frac{N_{QP}^3}{N_P} \quad (\text{Eq. II-22})$$

Elle exprime le besoin en puissance d'un agitateur pour fournir un débit de pompage donné.

Pour deux agitateurs, le rapport des efficacités énergétiques est inversement proportionnel au rapport des puissances consommées par chaque agitateur à débit de pompage constant :

$$\frac{E_{P1}}{E_{P2}} = \frac{P_1}{P_2} \text{ à } Q_{P1} = Q_{P2} = \text{constante} \quad (\text{Eq. II-23})$$

Cette expression de l'efficacité est la plus adaptée pour comparer les performances relatives de différents agitateurs.

L'efficacité de pompage est définie par l'expression :

$$\eta_E = \frac{N_{QP}}{N_P} \quad (\text{Eq. II-24})$$

Un agitateur à forte valeur de  $\eta_E$  générera plus de convection qu'un agitateur à faible valeur de  $\eta_E$  et sera alors plus adapté pour des applications contrôlées par la convection comme par exemple le mélange de fluides miscibles.

Le tableau II.4 rassemble les valeurs de  $\eta_E$  et  $E_P$  pour différents types d'agitateurs. Il ressort nettement que les hélices sont les mobiles d'agitation les plus économiques pour fournir un débit de pompage donné.

**Tableau II.4** : Efficacité énergétique et de pompage pour différents types d'agitateur [17].

Agitateur	$N_P$	$N_{Qp}$	$E_P$	$\eta_E$
Turbine de Rushton	4,5	0,84	0,14	0,195
Hélice marine	0,35	0,53	0,40	1,485
Hélice (A310)	0,56	0,62	0,43	1,107
Hélice (TT Mixel)	0,65	0,73	0,60	1,123

### II.3.3 Temps de mélange

Le temps de mélange  $t_m$  est un paramètre permettant d'évaluer la performance d'agitateurs en évaluant leur capacité à engendrer rapidement un degré d'homogénéité arbitraire considéré comme l'état d'homogénéisation complète. Il est défini comme étant l'intervalle de temps nécessaire entre le début de l'agitation et le moment où un degré d'homogénéisation choisi est obtenu dans des conditions d'agitations bien déterminées.

Généralement, le temps de mélange sera mesuré par des méthodes conductimétriques, thermiques (homogénéisation de la température), visuelles (changement de couleur) et chimiques (pH). Cependant, d'autres méthodes sont de plus en plus utilisées comme la ERT (Tomographie à résistance électrique) ou encore les traceurs radioactifs.

#### II.3.3.1 Les méthodes visuelles

Ces techniques sont généralement des techniques globales qui consistent à mesurer le temps nécessaire pour colorer ou décolorer la cuve entière. La technique de décoloration est la plus fréquemment utilisée car il est plus facile de détecter des petites régions colorées dans une masse de fluide décolorée que l'inverse. La décoloration impose de choisir une réaction chimique instantanée entre le produit colorant la cuve et le réactif ajouté en excès. L'avantage de ces techniques est qu'elles ne nécessitent aucune instrumentation particulière, mise à part une cuve transparente, et qu'elles permettent, pour une cuve donnée, de comparer rapidement différentes configurations géométriques et de situer les zones de mauvais mélange.

#### II.3.3.2 Les méthodes thermiques

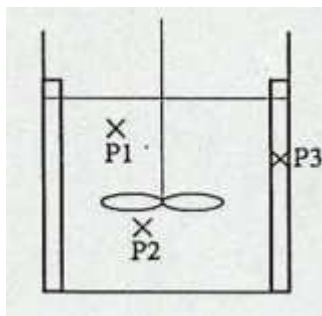
Ces méthodes utilisent une variation de température en tant que propriété à mesurer, une impulsion thermique, de quantité de chaleur connue, est produite dans la masse fluide soit par un élément électrique chauffant soit par addition d'une petite quantité de liquide chauffé soit

encore par la dissolution d'un sel. Il est créé dans le voisinage de l'injection thermique un gradient de température dont les fluctuations au cours du mélange sont enregistrées par plusieurs thermocouples placés dans la cuve. L'impulsion thermique doit se produire en un temps très court, ce qui permet d'éviter une homogénéisation de température par conduction thermique et les sondes doivent avoir une conductivité thermique élevée, c'est-à-dire une inertie thermique aussi faible que possible. Lorsque le gradient local de température est nul et  $dT/dt = 0$ , l'homogénéisation est atteinte. Certaines précautions pratiques sont nécessaires pour obtenir des résultats valables.

La méthode thermique nécessite un appareillage important et coûteux et ne sera applicable qu'en laboratoire. Les thermocouples les plus sensibles ont des temps de réponse plus lents que les sondes conductimétriques et la mesure du temps de mélange peut alors être entachée d'erreur.

### II.3.3.3 Méthode des traceurs

La méthode consiste à enregistrer plusieurs réponses à une injection d'une petite quantité d'électrolyte (traceur) de même viscosité et de même densité que le fluide. L'addition du traceur peut être faite, soit en surface, soit en profondeur ou encore dans le cœur même de la zone de pompage de l'agitateur. Les traceurs les plus couramment utilisés sont les électrolytes forts tels que l'acide sulfurique et la soude caustique, les sels comme le chlorure de sodium. Il faut en effet employer des substances fortement ioniques afin de produire des variations importantes de la conductivité lors de l'ajout d'un volume réduit de traceur. L'emplacement de la sonde de mesure est à choisir avec prudence : afin d'obtenir un temps correspondant au mélange de la masse fluide dans sa totalité, la sonde doit être placée dans les zones de la cuve les moins agitées. La BHRG/FMP préconise trois positions d'enregistrement dans la cuve agitée comme définies sur la figure II.6 [18].



P1 : sous la surface :  $z_1 = 0,78 H$  ;  $r_1 = 0,21 T$

P2 : sous le mobile d'agitation :  $r_2 = 0,12 T$

P3 : près de la paroi :  $z_3 = 0,67 H$  ;  $r_3 = 0,45 T$

**Figure II.6** : Position des sondes de mesure pour la détermination de  $t_m$ .

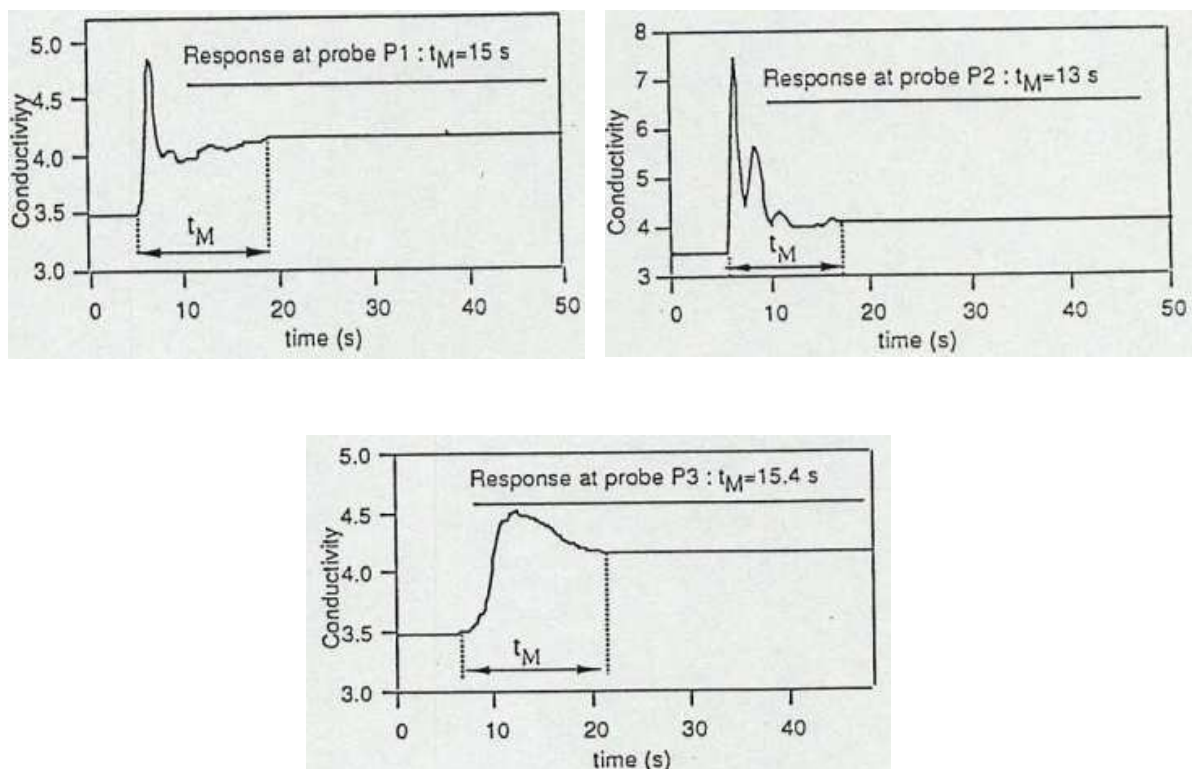
Pour chaque courbe enregistrée, on mesure le temps  $t_{0,99}$  au bout duquel la conductivité ne dévie pas de plus de 1% de sa valeur finale. On parle alors du temps d'homogénéisation à 99%.

Le temps de mélange  $t_{0,99}$  correspond au temps nécessaire pour atteindre un degré d'inhomogénéité  $\delta = 99\%$  généralement défini comme suit :

$$\delta = \frac{C_t - C_\infty}{C_\infty - C_0} \quad (\text{Eq. II-25})$$

Où  $C_0$  est la concentration initiale,  $C_t$  la concentration du traceur au temps  $t$  et la valeur  $C_\infty$  finale de  $C_t$  quand l'homogénéité est atteinte dans le réacteur entier.

Le paramètre caractéristique  $t_m$  est la moyenne des trois temps  $t_{0,99}$  ainsi déterminés, cette moyenne étant considérée comme représentative de l'efficacité globale de l'agitation. En cuve chicanée, on trouve que le produit  $t_m$  est constant en régime turbulent.



**Figure II.7 :** Courbes types obtenues en trois localisations d'une cuve agitée chicanée.

Le temps de mélange peut également être exprimé de manière adimensionnelle lorsque multiplié par la vitesse de rotation et, concrètement, ce temps de mélange adimensionnel représente le nombre de rotations que l'agitateur doit effectuer pour atteindre le degré d'homogénéité désiré et il s'agit d'un paramètre constant en écoulements laminaire et turbulent. Selon la géométrie, cette constante peut s'exprimer simplement par des relations du type :

$$N \cdot t_m \cong a \left( \frac{D}{d} \right)^b \quad (\text{Eq. II-26})$$

avec  $a$ ,  $b$  constantes dépendant du type de mobile.

Les principales corrélations empiriques proposées par différents auteurs caractérisant le mélange dans des réacteurs agités sont rassemblées dans le tableau I.5.

**Tableau II.5** : Corrélations empiriques relatives au produit  $N.t_m$ .

Auteurs	Agitateur	$\frac{d}{D}$	C	Corrélations
Roustan et coll., (1950) [19]	Hélice marine à trois pales	-	$\frac{H}{3}$	$N.t_m = 6 \left(\frac{D}{d}\right)^2$
	Turbine (Rushton) à six pales	-	$\frac{H}{3}$	$N.t_m = 4 \left(\frac{D}{d}\right)^2$
Khang et coll., (1976) [20]	Hélice marine à trois pales	0,1-0,45	$\frac{H}{2}$	$N.t_m = 0,9 \left(\frac{D}{d}\right)^2 \ln\left(\frac{2}{A}\right)$
	Turbine (Rushton) à six pales	0,23-0,45	$\frac{H}{2}$	$N.t_m = 0,5 \left(\frac{D}{d}\right)^{2,3} \ln\left(\frac{2}{A}\right)$
Sano et Usui [14]	Turbine à pales inclinées	-	-	$N.t_m = 2,1 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1,76} \cdot \left(\frac{b}{D}\right)^{-0,74} \cdot (n_p)^{-0,47}$
	Turbine (Rushton)	-	-	$N.t_m = 3,8 \left(\frac{d}{D}\right)^{-1,80} \cdot \left(\frac{b}{D}\right)^{-0,51} \cdot (n_p)^{-0,47}$

Toutes ces méthodes peuvent être utilisées pour tester un mobile d'agitation. Le tableau II.6 permet d'envoyer les avantages et les inconvénients. Le choix de la technique dépend des conditions opératoires, du système étudié et des caractéristiques des fluides.

### II.3.4 Taux de cisaillement

Une autre caractéristique importante lors de la caractérisation d'un système de mélange est le taux de cisaillement généré par l'agitateur. Le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  est défini comme un gradient de vitesse.

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{Eq. II-27})$$

En effet, le cisaillement généré par l'agitateur est responsable de plusieurs phénomènes souvent présents dans le mélange comme la dispersion de bulles de gaz, l'étirement et la cassure des phases et bien d'autres phénomènes. Il est donc important de prendre en considération ce phénomène dans l'évaluation d'un système de mélange. Le cisaillement n'est toutefois pas constant dans une cuve de mélange : il est maximal au niveau du bout de la pale de l'agitateur

et minimal à la paroi de la cuve. Le nombre adimensionnel de cisaillement  $N_s$ , définit selon l'équation II.27, est utilisé afin de quantifier cet effet.

$$N_s = \frac{\|\dot{\gamma}\|}{N} \quad (\text{Eq. II-28})$$

**Tableau II.6** : Comparaison des principales techniques de mesure utilisées.

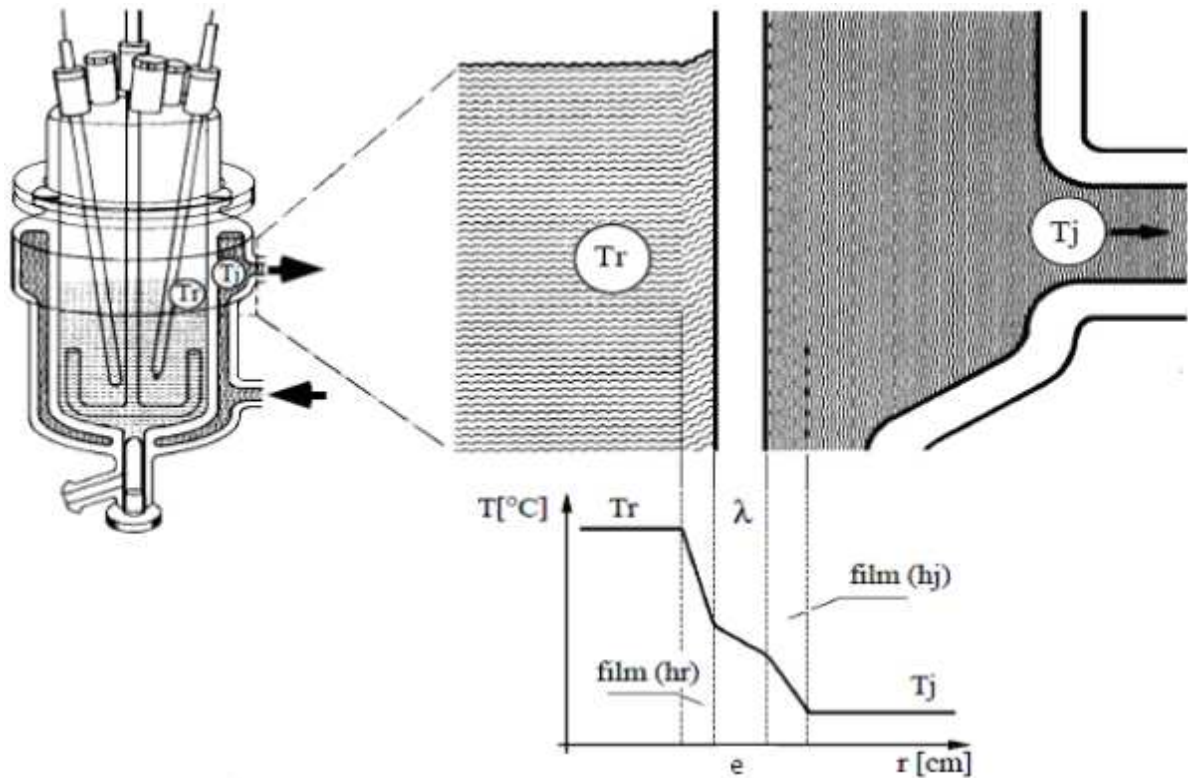
Méthodes	Avantages	Inconvénients
Colorimétrie avec réaction chimique	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pas de capteur de mesure.</li> <li>- La décoloration d'un fluide est facile à déterminer.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Demandant une bonne observation visuelle.</li> <li>- Ne s'applique pas pour fluides opaques.</li> <li>- Consommation de fluides.</li> </ul>
Thermiques	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Pas de modification de la nature des fluides.</li> <li>- Ne consomment pas de produits</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- La cuve doit être isolée thermiquement.</li> <li>- Appareillage important et coûteux</li> </ul>
Conductimétries	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilisent des capteurs très simples et des produits bon marché.</li> <li>- Mise en œuvre rapide.</li> <li>- Résultats corrects.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Nécessité de renouveler les fluides au bout d'un certain nombre d'essais.</li> </ul>

#### II.4 Transfert thermique dans des cuves agitées

Un échangeur de chaleur est un appareil dans lequel deux fluides circulent dans deux circuits séparés par une paroi permettant le transfert de chaleur du fluide chaud vers le fluide froid (Figure II.8). Le transfert thermique à travers une paroi est généralement décrit avec le coefficient de transfert de chaleur global,  $h$ . Ainsi la loi de Newton est utilisée sous la forme :

$$Q = h \cdot A \cdot \Delta T_{LM} \quad (\text{Eq. II-29})$$

$Q$  (W) est la quantité de chaleur transférée à travers une surface d'échange  $A$  (m<sup>2</sup>). La force motrice,  $\Delta T_{LM}$  (°K ou °C) est la valeur moyenne de différence de température entre le fluide chaud et le fluide froid pour l'ensemble de l'échangeur.



**Figure II.8** : Description du profil de température dans une cuve agitée double enveloppe.

#### II.4.1 Détermination des coefficients d'échange

La détermination des coefficients de transfert thermique dépend des propriétés du fluide agité et des caractéristiques géométriques de la cuve et du système d'agitation.

La résistance globale au transfert thermique  $1/h$  peut être exprimée par les trois résistances principales:

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{h_c} + \frac{1}{h_f} + \frac{e}{\lambda} + R^* \quad (\text{Eq. II-30})$$

Où  $h_c$  et  $h_f$  sont les coefficients d'échange, du fluide chaud et du fluide froid,  $e$  est l'épaisseur de la paroi et  $\lambda$  est sa conductivité thermique;  $R^*$  est la somme des résistances d'encrassement.

#### Remarque :

- L'encrassement des parois de l'échangeur génère des résistances supplémentaires au transfert thermique et une réduction de ses performances. Cet effet doit être évité, et si cela n'est pas possible, doit être pris en compte comme une résistance au transfert.
- Quand des fluides à viscosité élevée sont mis en refroidissement, la résistance initiale contrôlant le transfert thermique se trouve de côté liquide visqueux du procédé et  $h \approx h_c$  (souvent noté  $h_i$ , coefficient d'échange interne).

Le coefficient de transfert global,  $h$ , peut être calculé à partir de l'équation du bilan thermique dans la cuve agitée et des données expérimentales [21]:

$$h = \frac{m \cdot C_p}{A \cdot t} \ln \frac{T_{ri} - T_j}{T_{rf} - T_j} \quad (\text{Eq. II-31})$$

Où :  $t$  est la durée nécessaire de l'opération (s) ;

$T_j$  est la température du fluide utilité (°C) ;

$T_{ri} / T_{rf}$  est la température initiale/finale du fluide dans la cuve (°C) ;

$C_p$  est la capacité calorifique du fluide (J/kgK) ;

$m$  est la masse du fluide (kg) ;

$A$  est la surface d'échange (m<sup>2</sup>).

Dans le calcul du coefficient d'échange global,  $h$ , plusieurs hypothèses doivent être faites en fonction du système utilisé. La température de la double enveloppe,  $T_j$ , doit être considérée constante au cours du temps et les pertes thermiques et la dissipation visqueuse sont négligées.

#### II.4.2 Corrélations de Nusselt

Les résultats du transfert thermique sont usuellement présentés sous une forme adimensionnelle [22-24]. Chilton et al. (1944) [25] sont les premiers à avoir utilisé l'analyse adimensionnelle pour représenter le transfert thermique.

Ainsi les coefficients de transfert thermique en régime laminaire pour un échangeur de chaleur sont corrélés par :

$$Nu = A_1 \cdot Re^a \cdot Pr^b \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_w}\right)^{c_1} \quad (\text{Eq. II-32})$$

Avec :

$Nu$  est le nombre de Nusselt

$A_1$  est la constante qui dépend du système d'agitation

$Re$  est le nombre de Reynolds

$Pr$  est le nombre de Prandtl

$\mu$  est la viscosité du fluide procédé (Pa.s)

$\mu_w$  est la viscosité du fluide procédé à proximité de la paroi (Pa.s)

Le nombre de Nusselt et de Prandtl sont définis :

$$Nu = \frac{h_i D}{\lambda}; Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} \quad (\text{Eq. II-33})$$

La corrélation de Nusselt est établie pour une géométrie donnée.  $A_1$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , sont des constantes empiriques qui dépendent de la géométrie cuve/agitateur et du régime d'écoulement du fluide. La constante  $A_1$  peut être exprimée à l'aide des facteurs géométriques ( $D/T$ ,  $H/T$ ...) ou en fonction du type d'agitateur et de la présence de chicanes. L'exposant  $a$  est défini à partir de l'analyse des résultats expérimentaux, mais souvent est égal à 0,67. Les exposants  $b$  et  $c_1$

sont souvent identiques à ceux proposés initialement par Sieder et Tate (1936) (en transfert thermique dans des conduites circulaires), respectivement 0,33 et 0,14 [26].

Pour démontrer l'influence de la vitesse d'agitation et de la température du fluide sur les coefficients d'échange thermique Chilton et al. (1944) [25] présentent le nombre de Nusselt en fonction du Reynolds. Des revues avec un grand nombre de corrélations pour Nusselt de type (Eq. II-32) sont présentées par Chhabra (2003) [22], Paul et al. (2004) [23], Chhabra et Richardson (2008) [24], Mohan et al. (1992) [27].

#### II.4.2.1 Cas d'un fluide Newtonien

Par la suite nous donnerons quelques ordres de grandeurs pour les coefficients dans l'équation (Eq. II-32) pour les systèmes d'agitation les plus communs en prenant en compte les études globales de Chilton et al. (1944) [25], Uhl (1955) [28], Brooks et Su (1959) [29], Chapman et al. (1965) [30].

Ces exposants représentent des valeurs optimales des paramètres estimés à partir des résultats expérimentaux et ne sont pas toujours valables. Le coefficient  $A_1$  dépend majoritairement de la géométrie du système d'agitation mais aussi de la géométrie de la cuve.

#### II.4.2.2 Cas d'un fluide Non-Newtonien

Il y a un certain nombre d'études, qui ont traité le transfert thermique dans des cuves agitées pour des fluides Non-Newtoniens. Ce sont exclusivement des fluides rhéofluidifiants dont la viscosité obéit à la loi de puissance ou au modèle Herschel-Bulkley (des solutions aqueuses de Carboxymethylcellulose (CMC) et de Carbopol sont parmi les fluides modèles les plus utilisés). Carreau et al. (1966) [31] et de nombreux auteurs par la suite (Hagedorn et Salamone (1967) [32], Sandall et Patell (1970) [33], Delaplace et al. (2001) [34]) suggèrent de corrélérer le transfert thermique aux caractéristiques Non-Newtoniennes du fluide. Les corrélations de Nusselt, provenant de ces études, classées par type de mobile d'agitation peuvent être trouvées dans l'ouvrage de Chhabra et Richardson (2008) [24].

Nous pouvons citer ici les travaux de Hagedorn et Salamone (1967) [32] qui relient le nombre de Nusselt à l'indice du comportement du fluide,  $n$ , et établissent des corrélations de Nusselt pour une large gamme de mobiles d'agitation. D'autre part, Sandall et Patell (1970) [33] ont gardé la même forme de corrélation généralisée (Eq. II-32) qui est valable pour des fluides Newtoniens. Ils définissent le cisaillement moyen dans la cuve à partir du concept de Metzner et Otto (1957) [35] et introduisent la viscosité apparente du fluide,  $\mu_a$ , à la place de  $\mu$  dans la corrélation. Les valeurs des constantes de l'équation II-32 sont présentées dans le tableau II.7.

**Tableau II.7** : Ordres de grandeurs pour les coefficients dans l'équation de Nusselt (Eq. II-32) [28-36].

Fluide	Mobile d'agitation	$A_1$	a	b	$c_1$
Newtonien	Turbine	0,33-1,0			
	Hélice	0,5-1,0			
	Agitateur à pales	0,4-0,8	0,5-0,75 (souvent 0,67)	0,25-0,5 (souvent 0,33)	0,14
	Ancre	0,4-0,8			
	Hélice hélicoïdale	4,2			
Non-Newtonien $0,35 \leq n \leq 1$	Turbine	0,482			
	Ancre	0,315	0,67	0,33	0,12

# **Chapitre III : Formulations mathématiques et méthodes numériques**

L'abréviation CFD signifie "Computational Fluid Dynamics" (dynamique des fluides numérique). Il s'agit d'un domaine d'analyse numérique dans le domaine des phénomènes d'écoulement des fluides. Des techniques informatiques sophistiquées ayant été développées au cours des dernières décennies, la méthode CFD est un outil de résolution utile et puissant pour les problèmes industriels et non industriels tels que le transfert de chaleur et de masse, la réaction chimique et la prévision de l'écoulement des fluides (régime laminaire et turbulent). Certaines applications telles que:

- Aérodynamique des avions et des véhicules : portance et traînée ;
- Hydrodynamique des navires ;
- Centrale électrique : combustion dans les turbines internes et à gaz ;
- Ingénierie des procédés chimiques : mélange et séparation, moulage des polymères.  
Environnement extérieur et intérieur des bâtiments : charge du vent et chauffage/ventilation ;
- Beaucoup d'autres domaines où la CFD intervient : ingénierie marine, météorologique, biomédicale, environnementale, hydrologique et océanographique.

### **III.1 Démarche de la CFD**

Le CFD comprend trois éléments principaux :

#### **III.1.1 Préprocesseur**

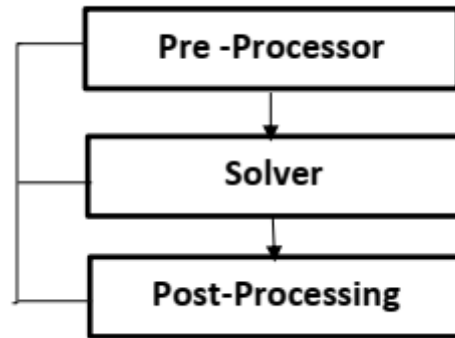
- Création de la géométrie
- Génération de maillage
- Spécification des conditions aux limites

#### **III.1.2 Solveur**

- Définition du problème (modèle choisit, condition initiale, condition aux limites, propriété du fluide...etc.)
- Modèle supplémentaire
- Calcul numérique (schémas de discrétisation, nombre d'itérations, tolérance d'erreur...etc.).

#### **III.1.3 Post-traitement**

- Compréhension de l'écoulement avec contour de couleur, etc.
- Tracés vectoriels
- Suivi des particules
- Valeurs moyennes (traînée, portance, transfert de chaleur, vitesse)
- Génération de rapports



**Figure III.1** : Les principaux modules du code de calcul CFD.

Un solveur CFD est principalement basé sur la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis est également utilisée. Cela signifie que le domaine est discrétisé en un ensemble fini de volumes de contrôle et que les équations générales de conservation (transport) pour la masse, la quantité de mouvement, l'énergie, les espèces, etc. sont résolues sur cet ensemble de volumes de contrôle. Un volume de contrôle fini peut être exprimé comme  $\phi$ , par exemple une composante de vitesse ou d'enthalpie [37].

$$\begin{array}{ccccccc}
 \text{Taux de} & & \text{Taux net} & & \text{Taux net} & & \text{Taux net de} \\
 \text{variation de } \phi & & \text{d'augmentation de } \phi & & \text{d'augmentation de } \phi & & \text{création de } \phi \text{ à} \\
 \text{dans le volume} & = & \text{dû à la convection} & + & \text{dû à la diffusion dans} & + & \text{l'intérieur du} \\
 \text{de contrôle en} & & \text{dans le volume de} & & \text{le volume de} & & \text{volume de} \\
 \text{fonction du} & & \text{contrôle} & & \text{contrôle} & & \text{contrôle} \\
 \text{temps} & & & & & & 
 \end{array}$$

## III.2 Équations de base

Le CFD est basé sur les équations fondamentales de la dynamique des fluides, à savoir les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qui relèvent de la physique. Mais il s'agit de déclarations mathématiques de trois principes physiques fondamentaux dont dépend toute la dynamique des fluides :

1. La masse est conservée
2. Deuxième loi de Newton  $F=ma$ .
3. L'énergie est conservée.

Ces équations de base sous forme de conservation pour les écoulements instationnaires, tridimensionnels, compressibles et visqueux sont abordées dans les sections suivantes:

### III.2.1 Équations de continuité

L'équation de continuité sous forme de conservation est obtenue en appliquant le principe de conservation de la masse sur un volume de contrôle fixé dans l'espace et décrit sous forme différentielle est :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (\text{Eq. III.1})$$

Où  $\vec{u}$  est la vitesse d'écoulement en un point de la surface du volume de contrôle  $\vec{u} = (x, x, z, t)$  et  $\rho$  est la densité du fluide.

Pour un écoulement incompressible, l'équation III.2 s'écrit de manière simplifiée :

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (\text{Eq. III.2})$$

### III.2.2 Équation de la quantité de mouvement

La forme de conservation de l'équation de la quantité de mouvement par l'application de la deuxième loi de Newton à un élément fluide fixe est décrite par trois équations scalaires dans les directions X, Y et Z. Pour les écoulements visqueux, elle est appelée équation de Navier-Stokes.

La forme de conservation est décrite comme suit :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f} \quad (\text{Eq. III.3})$$

Où  $\nabla \cdot \tau$  est le tenseur visqueux et  $f$  est la force du corps par unité de masse.

L'équation de Navier-Stokes est composée des composantes X, Y et Z suivantes :

Composante X de l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho u_x)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_x \vec{u}) = -\frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (\text{Eq. III.4})$$

Composante Y de l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho u_y)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_y \vec{u}) = -\frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (\text{Eq. III.5})$$

Composante Z de l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial(\rho u_z)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u_z \vec{u}) = -\frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (\text{Eq. III.6})$$

Les équations [III.4, III.5 et III.6] sont des équations de Navier-Stokes sous forme de conservation.

### III.2.3 Équation de l'énergie (équation de Fourier-Kirchhoff)

L'objectif principal des équations de transport d'énergie est de calculer le champ de température en fonction des vitesses, des pressions et des conditions aux limites. Les températures peuvent être dérivées de l'enthalpie calculée (ou de l'énergie interne) à l'aide de la relation thermodynamique :

$$\frac{Dh}{Dt} = C_p \frac{DT}{Dt} + \left( v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right) \frac{DP}{Dt} \quad (\text{Eq. III.7})$$

Donnant l'équation de transport pour la température :

$$\rho C_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T \right] = \lambda \nabla^2 T + \vec{\tau} : \vec{\Delta} + \dot{q}^{(g)} \quad (\text{Eq. III.8})$$

Où  $C_p$  est la chaleur spécifique à pression constante,  $T$  est la température absolue,  $\tau$  est le tenseur des contraintes dynamiques,  $\Delta$  est la partie symétrique du tenseur du gradient de vitesse et  $\dot{q}^{(g)}$  est la source ou le puits de chaleur interne ( il est nécessaire d'inclure également les enthalpies de réaction et de changement de phase et la chaleur électrique ) [38].

### III.3 Définition de la turbulence

La plupart des problèmes d'ingénierie sont liés aux turbulences. Par exemple, lors d'un vol en raison d'un effet de turbulence élevé, l'avion vibrera pour échapper à l'effet de turbulence et le pilote changera l'altitude de l'avion. Cependant, il est très difficile de donner une définition précise de la turbulence. Quelques caractéristiques de l'écoulement turbulent [39]:

- Diffusion améliorée
- Dissipation importante
- Grand nombre de Reynolds
- Trois dimensions
- Fluctuation de la vorticité
- Mécanismes de fractalisation

#### III.3.1 Aperçu des approches de calcul

Trois approches de base peuvent être utilisées pour calculer un écoulement turbulent :

##### III.3.1.1 Simulation numérique directe (DNS)

- Il est techniquement possible de résoudre chaque mouvement fluctuant dans l'écoulement.
- Le maillage de la géométrie doit être très fin et le nombre de pas de temps très faible.
- Les exigences augmentent avec le nombre de Reynolds.
- Ce DNS n'est qu'un outil de recherche pour les écoulements à faible nombre de Reynolds.
- Il est réservé aux applications sur supercalculateur.

##### III.3.1.2 Simulation des grandes turbulences (LES)

- En termes de demande de calcul, LES se situe entre DNS et RANS.
- Comme DNS, une simulation 3D est réalisée sur de nombreux pas de temps.

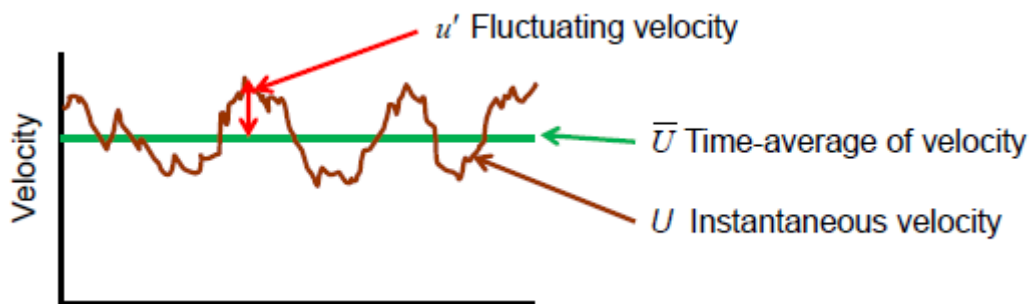
- Seuls les grands "tourbillons" sont résolus.
- Le maillage peut être plus grossier et les pas de temps plus importants que pour la DNS, car le mouvement des fluides plus petits est représenté par un modèle à l'échelle de la sous-maille (SGS).

### III.3.1.3 Simulation de Navier Stokes avec moyenne de Reynolds (RANS)

- De nombreux modèles différents sont disponibles.
- Principal outil utilisé par les ingénieurs.
- Les équations sont résolues pour le comportement de l'écoulement en fonction du temps et des fluctuations turbulentes.
- Tous les mouvements turbulents sont modélisés.

### III.3.2 Modélisation de la turbulence RANS

Un modèle de turbulence est défini comme un ensemble d'équations algébriques ou différentielles qui déterminent les termes de transport de la turbulence dans les équations de l'écoulement moyen et à proximité du système d'équations. Dans les fluides, tous les écoulements turbulents se caractérisent par des fluctuations aléatoires des quantités de transport telles que la vitesse d'écoulement, la pression, la température, etc.



**Figure III.2 :** Vitesse instantanée dans un écoulement turbulent [39].

À tout moment :

$$U = \bar{U} + u' \quad (\text{Eq. III.9})$$

où

$U$  : Vitesses moyennes

$\bar{U}$  : Moyenne temporelle de la vitesse

$u'$  : Vitesse fluctuante

Dans l'équation de Navier-Stokes qui régit la vitesse et la pression de l'écoulement d'un fluide, les fluctuations de vitesse dépendantes du temps sont séparées de la vitesse moyenne de l'écoulement par le calcul de la moyenne de l'équation de Navier-Stokes et l'équation résultante

obtenue est appelée équation de Navier-Stokes moyennée par Reynolds (RANS) et peut s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \pi_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{Eq. III.10})$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_i \bar{u}_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x_m} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} - \rho \bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_j \quad (\text{Eq. III.11})$$

où

$\rho \bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_j$  : Tenseur des contraintes de Reynolds,  $R_{ij}$ .

Le modèle RANS appartient à l'une des deux catégories suivantes. La différence entre ces deux catégories réside dans la façon dont le terme  $\bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_j$  de la contrainte de Reynolds est pris en compte dans l'équation précédente (Eq. III.11). En introduisant le concept de viscosité turbulente tourbillonnaire (EVM).

$$-\rho \bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_j = \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x_m} \right) \quad (\text{Eq. III.12})$$

Où

$\mu_t$  : Viscosité turbulente

$$\mu_t = \rho C_u \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{Eq. III.13})$$

Dans l'équation (Eq. III.13),  $k$  représente l'énergie cinétique turbulente,  $\varepsilon$  représente le taux de dissipation de l'énergie cinétique et  $C_u$  est une constante empirique.

### III.3.3 Modèles de turbulence disponibles dans Fluent

Modèle à une équation Spalart-Allmaras
Modèles à deux équations k -ε Standard k- ε RNG k-ε Realizable
-----
k-ω Standard k-ω SST
Reynolds Stress Model
k-kl-ω Transition Model

**Figure III.3** : Modèle de turbulence dans ANSYS Fluent.

### III.3.4 Modèle de turbulence k - ε

Dans le présent travail, le modèle de turbulence k - ε est choisi pour simuler les turbulences dans une cuve agitée. Le modèle k-ε standard, proposé par Launder et Spalding., [40], est l'un des plus utilisés dans l'industrie dans les cas des écoulements incompressibles à faible vitesse. Il s'agit d'un modèle semi-empirique, basé sur les hauts nombres de Reynolds. Deux équations de conservation doivent être résolues : l'énergie cinétique turbulente,  $k$ , et la dissipation de l'énergie cinétique turbulente,  $\varepsilon$ .

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \gamma_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\gamma_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \gamma \frac{\partial^2 k}{\partial x_i \partial x_j} - \varepsilon \quad (\text{Eq. III.14})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \gamma_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\gamma_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (\text{Eq. III.15})$$

Avec

$$\gamma_t = \frac{\mu_t}{\rho} \quad \text{et} \quad \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Les grandeurs  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$  et  $C_\mu$  sont des constantes empiriques déterminées d'écoulements simples en air et eau, à très haut nombre de Reynolds. Leurs valeurs sont rassemblées dans le tableau III.1.

**Tableau III.1** : Constantes empiriques du modèle k-ε standard

$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$C_\mu$
1,44	1,92	1	1,3	0,09

### III.4 Modélisation de l'écoulement autour de l'agitateur

En raison de la rotation de la turbine dans la cuve agitée, il y a une interaction rotor-stator entre la turbine et les limites non murales environnantes (par exemple, les chicanes). Pour prendre en compte l'effet de cette interaction rotor-stator, il existe différentes techniques de modélisation. Ces techniques sont décrites dans les sous-sections suivantes :

#### III.4.1 Approche boîte noire

Dans l'approche boîte noire [41], les simulations sont faites en mode stationnaire et l'agitateur n'est pas modélisé directement. On doit fournir au volume balayé par l'agitateur des données expérimentales du champ de vitesse et celui de la turbulence. Ces conditions doivent correspondre aux conditions de similitude exacte ce qui rend la simulation plus simple et rapide. Cependant, les résultats ne seront pas complets parce que les phénomènes à l'intérieur de la

boite noire ne sont pas simulés. De ce fait, on ne peut pas calculer la consommation énergétique du système.

### III.4.2 Approche à référentiels multiple (MRF approche)

Le présent travail a été réalisé pour calculer l'écoulement permanent à l'intérieur d'une cuve agitée de forme cylindrique avec chicanes. Par conséquent, l'approche MRF (cadre de référence mobile) a été utilisée pour modéliser l'effet de l'agitateur. La technique MRF est une technique simple, robuste et efficace de modélisation CFD en régime permanent. L'approche MRF suppose qu'un volume assigné (par exemple, la région entre les pales de la turbine) a une vitesse de rotation constante et que les limites non murales sont des surfaces tournantes (Figure III.4). Dans ANSYS Fluent, une région fluide séparée contenant la turbine est définie et pour cette région, un repère de référence tournant avec une vitesse de rotation donnée est spécifié. Pour chaque position de la turbine, un champ d'écoulement est calculé. L'approche MRF est utilisée dans les problèmes où l'interaction entre le rotor et le stator est généralement faible.

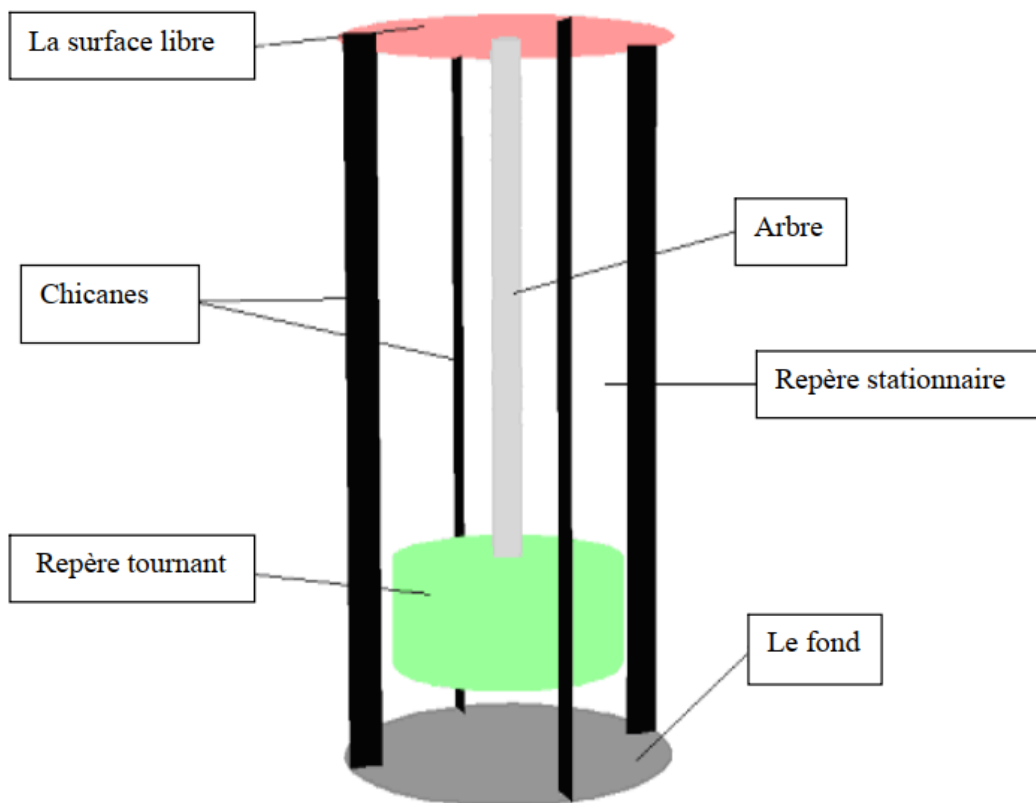
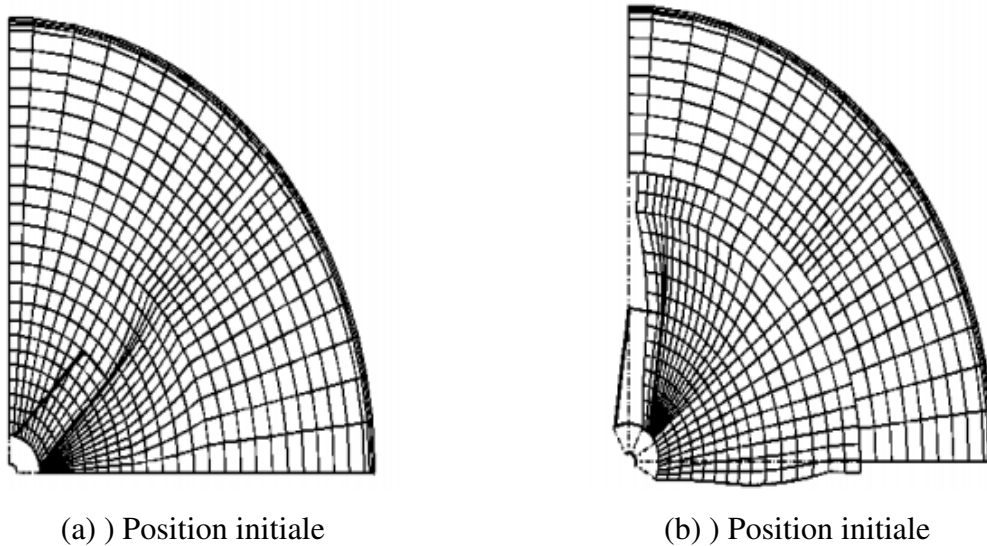


Figure III.4 : Illustration des zones utilisées dans l'approche à référentiels multiple.

### III.4.3 Approche de maillage glissant

La technique du maillage glissant est basée sur les interactions transitoires entre le rotor et le stator, dans lesquelles deux zones cellulaires ou plus sont utilisées et délimitées par des zones

d'interface. Les zones d'interface des zones cellulaires adjacentes sont associées l'une à l'autre pour former un maillage d'interface. Les deux zones cellulaires se déplacent l'une par rapport à l'autre le long de l'interface maillée. Au cours du calcul, les zones de cellules glissent (c'est-à-dire tournent ou se translatent) l'une par rapport à l'autre le long de cette interface par pas finis. Comme la géométrie de la turbine change pendant le calcul (en raison de son mouvement par rapport aux composants géométriques stationnaires), le maillage change également.



**Figure III.5** : Orientations du maillage coulissant en 2D [42].

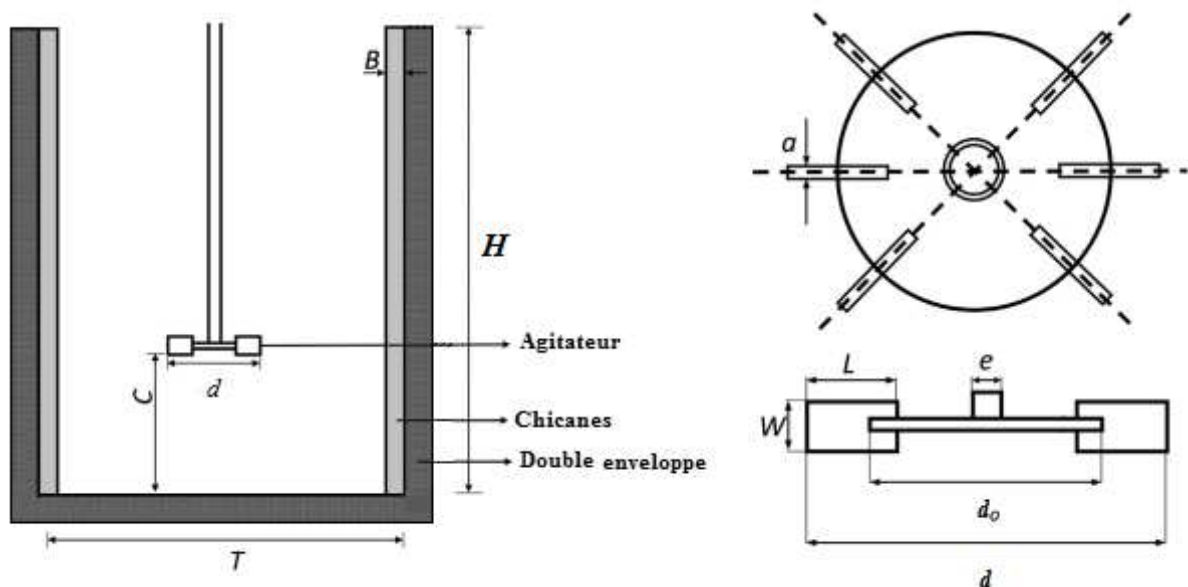
La technique du maillage glissant est similaire à l'approche MRF car dans les deux techniques de modélisation, une région fluide séparée pour la turbine est définie à l'exception du fait que dans la technique du maillage glissant, le maillage de la région de la turbine doit être déconnecté du maillage de la région de la cuve. La déconnexion du maillage de la région de la turbine du maillage de la région de la cuve a été réalisée en créant une partie distincte dans le modèle de conception ANSYS et, par conséquent, une interface de maillage non conforme a été créée dans le maillage ANSYS. En outre, la technique du maillage glissant est plus coûteuse en termes de calcul que l'approche MRF, principalement parce qu'il s'agit d'une simulation transitoire.

# **Chapitre IV : Simulation de l'écoulement et du transfert de chaleur dans une cuve agitée**

Ce chapitre présente la description de l'énoncé du problème, les configurations géométriques et la réalisation de la simulation CFD avec des conditions limites appropriées pour la cuve agitée. La géométrie est un modèle réduit de la cuve réelle utilisée dans l'équipement de l'usine. La section suivante décrit les paramètres géométriques de la cuve agitée utilisés pour l'analyse CFD.

#### IV.1 Configuration du Système d'Agitation

Le système d'agitation considéré dans notre étude consiste à une cuve cylindrique de fond plat de volume de  $0,016 \text{ m}^3$ , ce qui correspond à un diamètre  $T$  de  $0,31 \text{ m}$  et une hauteur  $H$  de  $0,42 \text{ m}$ , munie de quatre chicanes de largeur  $B$  égale à  $0,031 \text{ m}$  et positionnées à  $90$  degrés. Le mobile d'agitation est une turbine de Rushton à six pales de diamètre de  $d = 0,13 \text{ m}$  située à un niveau correspondant au  $1/3$  de la hauteur de la cuve. Les pales de l'agitateur sont fixées sur un disque de  $0,1125 \text{ m}$  de diamètre, qui est attaché à un axe de diamètre  $e = 0,01 \text{ m}$ . La largeur  $l$  et la hauteur  $w$  de la pale sont respectivement égale à  $0,0375 \text{ m}$  et  $0,03 \text{ m}$ . Un schéma de la cuve agitée est présenté dans la figure III.1. L'eau a été choisie comme milieu fluide. Les propriétés du fluide sont choisies par les valeurs par défaut d'ANSYS Fluent. Les tableaux IV.1 et IV.2 présentent les dimensions de la cuve agitée et de l'agitateur, ainsi que les propriétés du fluide.



**Figure IV.1 :** Représentation schématique de la géométrie simulée.

Le tableau suivant (**Tableau IV.1**) représente les différentes configurations géométriques réalisées pour notre étude.

**Tableau IV.1** : Dimensions de toutes les géométries réalisées.

<b>Grandeur</b>	<b>Symbole</b>	<b>Dimension</b>
Diamètre de la cuve	$T$	0,31 m
Hauteur de la cuve / hauteur du liquide	$H$	0,42 m
Nombre de chicanes	/	4
Largeur de chicanes	$B$	0,031 m
Diamètre de la turbine	$d$	0,13 m
Nombre de pales	/	6
Dégagement de l'agitateur	$C$	0,1 m
<b>Largeur de la pale</b>	$l$	0,0375 m
<b>Hauteur de la pale</b>	$w$	0,03 m
<b>Epaisseur de la pale</b>	$a$	0.01 m

**Tableau IV.2** : Propriétés des fluides (les valeurs d'ANSYS Fluent).

<b>Grandeur</b>	<b>Symbole</b>	<b>Dimension</b>
Masse volumique	$\rho$	<b>998.2 Kg /m<sup>3</sup></b>
Viscosité dynamique	$\mu$	<b>0.001003 Pa. s</b>
Chaleur spécifique	$C_p$	<b>4182 J/Kg/ K</b>
Conductivité thermique	$\lambda$	<b>0.6 W/m K</b>

## IV.2 Géométrie et maillage

La construction de la géométrie et de maillage ont été réalisés avec le logiciel " Gambit ". De manière à implémenter la méthode Multiple Reference Frame (MRF) pour modéliser l'agitation, la cuve est divisée en deux parties : une zone tournante et une zone stationnaire.

La première zone (MRF) est définie de manière à contenir l'agitateur et une partie de l'axe d'agitation, elle est maillée avec un maillage hexaédrique non structuré dans la partie centrale et un maillage curviligne structuré hexaédrique dans l'autre partie.

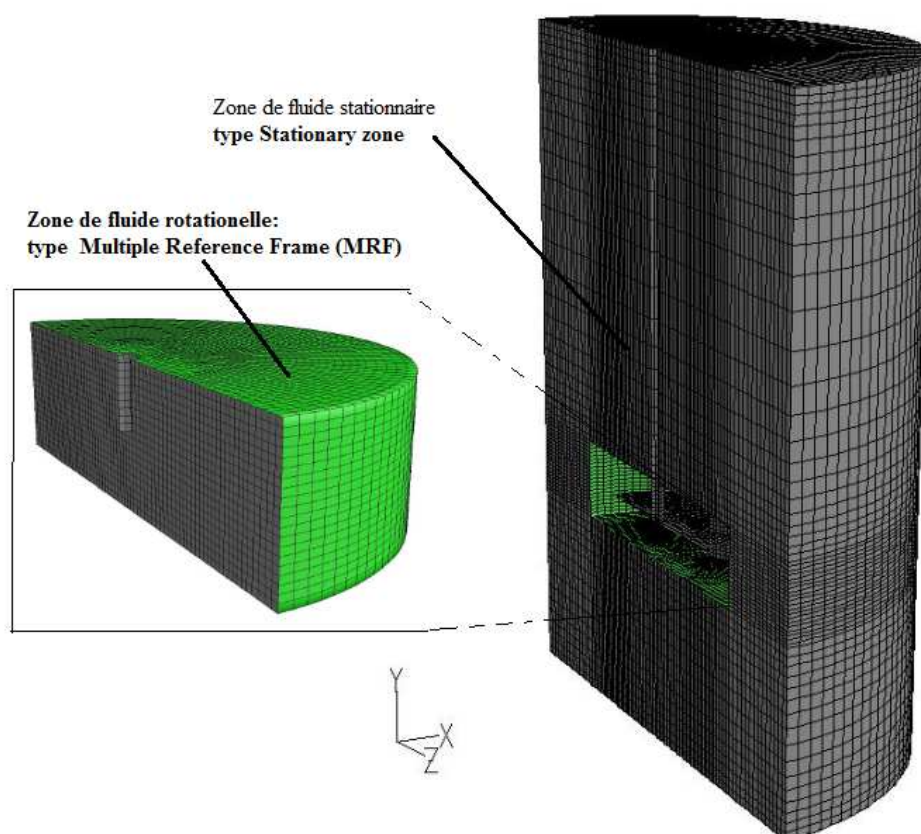
La zone stationnaire est discrétisée à l'aide d'un maillage curviligne structuré hexaédrique. La distribution axiale et radiale de maillage augmente à l'approche du mobile d'agitation pour

bien modéliser l'écoulement dans cette zone où les gradients de vitesses sont importants. Cette particularité est assez importante en cas d'un régime d'écoulement turbulent.

Ces paramètres génèrent un maillage d'environ 34940 mailles dans la zone MRF et 122804 mailles dans la zone stationnaire (Tableau IV.3).

**Tableau IV.3** : Nombre de mailles générés dans les différentes zones de la cuve agitée.

Nombre de mailles totales	Nombre de mailles dans la zone stationnaire	Nombre de mailles dans la zone rotationnelle (zone MRF)
157744	122804	34940



**Figure IV.2** : Vue isométrique du maillage utilisé (zone stationnaire et zone rotationnelle MRF Zone).

### IV.3 Les conditions aux limites et les conditions opératoires

La cuve étudiée étant équipée d'une turbine à 6 pales, le domaine de calcul est alors réduit à un secteur de  $180^\circ$  de la cuve et une condition cyclique est imposée sur le plan de symétrie. La vitesse de rotation de l'agitateur est imposée à la zone de fluide en rotation (zone MRF) et une vitesse relative nulle est appliquée sur les parois de la cuve, l'axe et les pales de l'agitateur (Figure IV.3).

Les conditions opératoires dans tout le domaine sont une pression atmosphérique (101325 Pa) et l'accélération due à la pesanteur est de  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Le fluide considéré est de l'eau (Tableau

IV.2) : (masse volumique :  $\rho = 998,2 \text{ kg/m}^3$ , viscosité dynamique :  $\mu = 0,001003 \text{ kg/m.s}$ , capacité calorifique :  $C_p = 4182 \text{ J/kg.}^\circ\text{K}$ , conductivité thermique  $\lambda = 0.6 \text{ W/m.}^\circ\text{K}$ ).

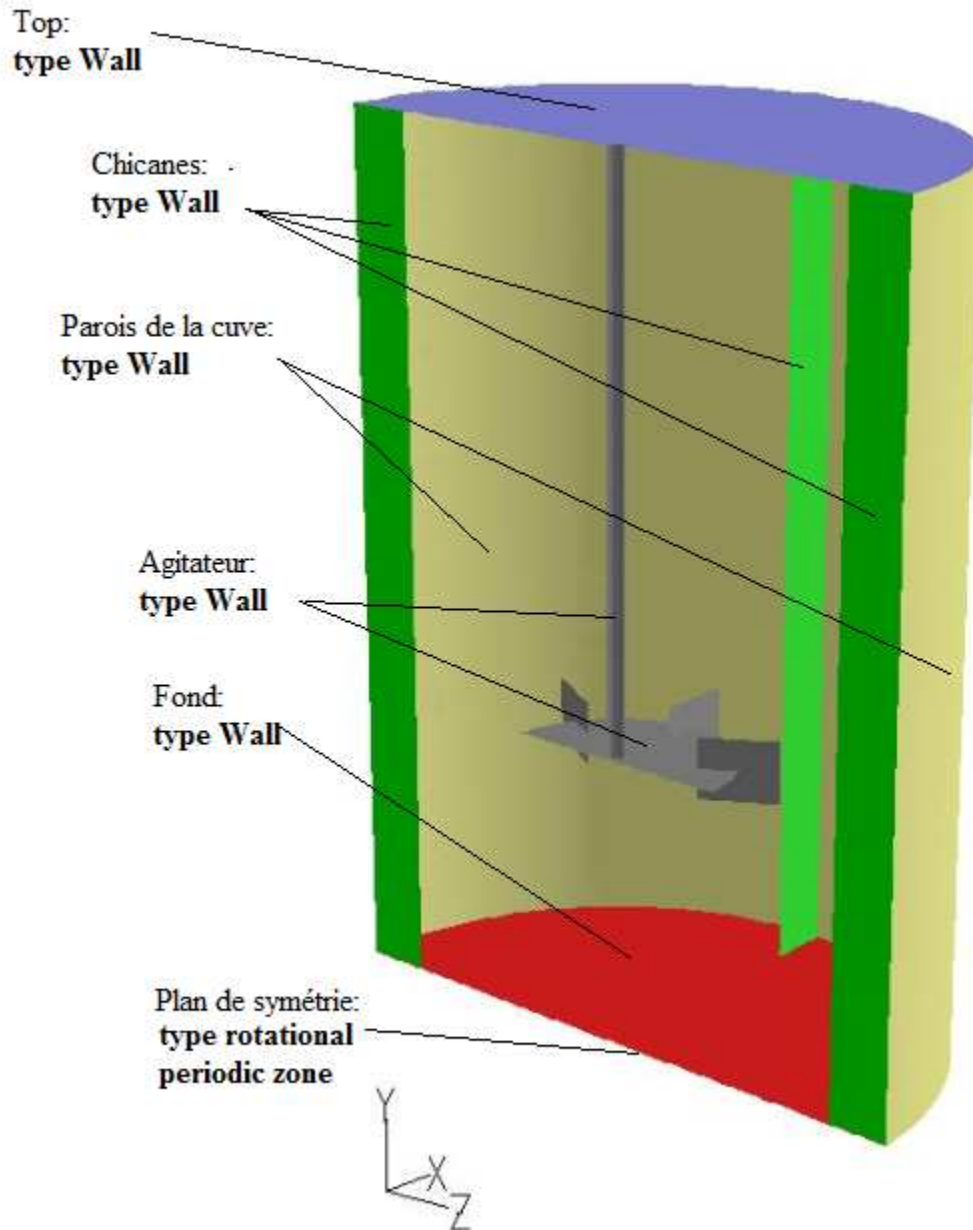


Figure IV.3 : Les conditions aux limites.

#### IV.4 Résultats de la simulation numérique

##### IV.4.1 Critère de convergence

L'écoulement a été résolu avec le code de calcul FLUENT (version 6.2.16). Ce code de calcul résout les équations de turbulence, conservation de quantité de mouvement, masse, énergie et scalaires par la méthode des volumes finis.

La figure IV.4 présente un exemple d'évolution de convergence des résidus. On constate que la convergence est atteinte après 2250 itérations ou l'erreur des résidus est inférieure de  $10^{-4}$ .

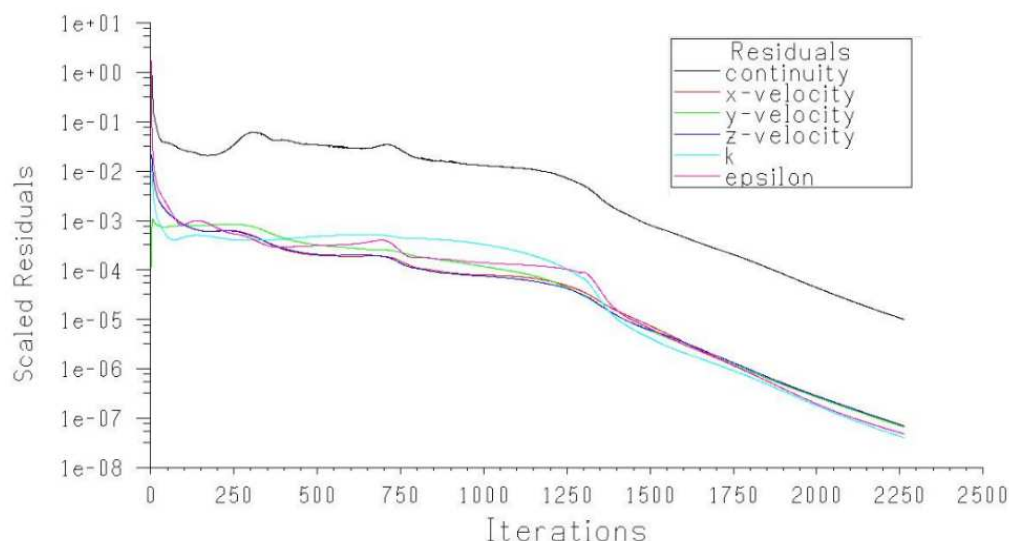


Figure IV.4 : Evolution de convergence des résidus.

## IV.4.2 Etude de l'écoulement dans la cuve agitée

### IV.4.2.1 Validation

Afin de vérifier la fiabilité du code de calcul et de la méthode de simulation utilisée, les résultats des prédictions numériques concernant le nombre de puissance et le nombre de pompage en régime turbulent sont comparés à des données expérimentales disponibles dans la littérature.

Comme le montre les tableaux IV.4 et IV.5, un accord satisfaisant a été trouvé entre les résultats numériques et les données expérimentales. D'autre part, on constate que les nombre de puissance et de pompage en régime turbulent sont pratiquement constants et égale respectivement à 3,64 et 0,86.

Tableau IV.4: Nombre de Puissance,  $N_p$ , numérique et expérimental.

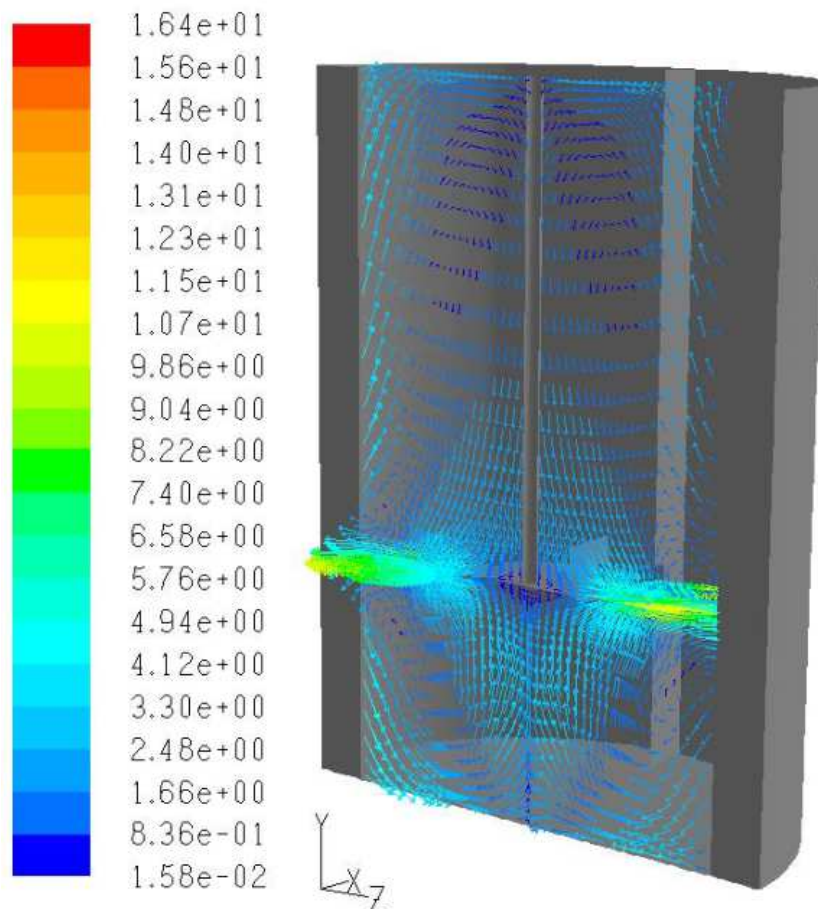
Vitesse d'agitation N [rpm]	$Re = \frac{\rho \cdot N \cdot d^2}{\mu}$	Simulation			Bibliographie
		Couple ( $C - C_0$ ) [N.m]	Puissance consommée [W] $P = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot N \cdot (C - C_0)$	$N_p = \frac{P}{\rho \cdot N^3 \cdot d^5}$	$N_p$ en régime turbulent
500	$1,4 \cdot 10^5$	0,74458594	77,93332839	3,633562507	3,64
1000	$2,8 \cdot 10^5$	2,9817811	624,1861769	3,637756042	
1500	$4,2 \cdot 10^5$	6,7126955	2107,786387	3,639755762	
2000	$5,6 \cdot 10^5$	11,938559	4998,276701	3,641243579	

**Tableau IV.5** : Nombre de Pompage,  $N_{QP}$ , numérique et expérimental.

Vitesse d'agitation N [rpm]	$Re = \frac{\rho \cdot N \cdot d^2}{\mu}$	Simulation		Bibliographie
		Débit de pompage Q [m <sup>3</sup> /s]	$N_{QP} = 2 \cdot \frac{Q_P}{N \cdot d^3}$	$N_{QP}$ en régime turbulent
500	1,4 10 <sup>5</sup>	0,0078624496	0,858892992	0,86
1000	2,8 10 <sup>5</sup>	0,015744671	0,859972927	
1500	4,2 10 <sup>5</sup>	0,023632715	0,860544925	
2000	5,6 10 <sup>5</sup>	0,031523935	0,86091766	

#### IV.4.2.2 Profil de vitesse

Dans la figure IV.5, les vecteurs de vitesse générés à  $Re = 4,2 \cdot 10^5$  (N=1500 rpm) sont présentés sur le plan de symétrie. Elle montre deux zones de recirculation : une est marquée sous l'agitateur et l'autre au-dessus de celui-ci.

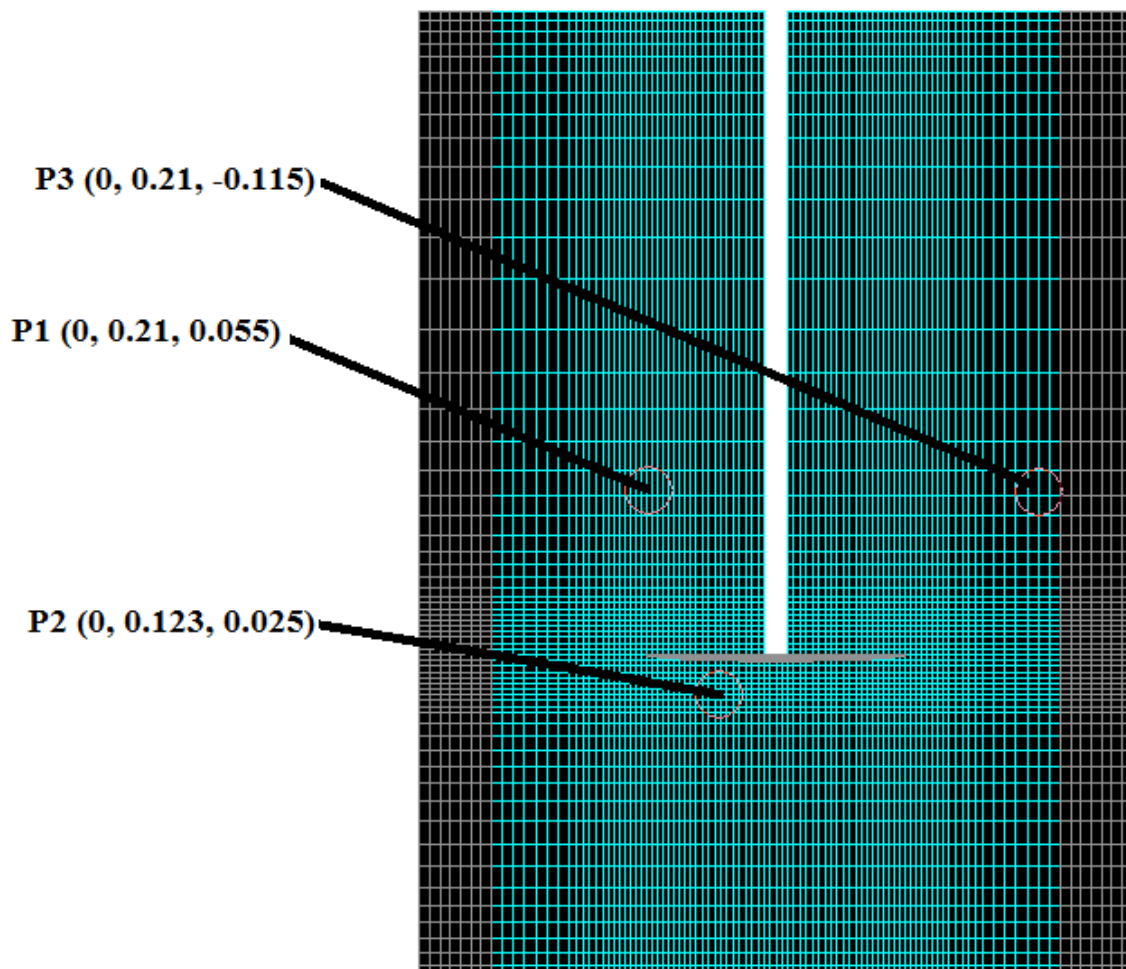


**Figure IV.5** : Vecteurs de vitesse générés à  $Re = 4,2 \cdot 10^5$  (N=1500 rpm) sur le plan de symétrie.

### IV.4.3 Etude de transfert de chaleur dans la cuve agitée

#### IV.4.3.1 Profil de température

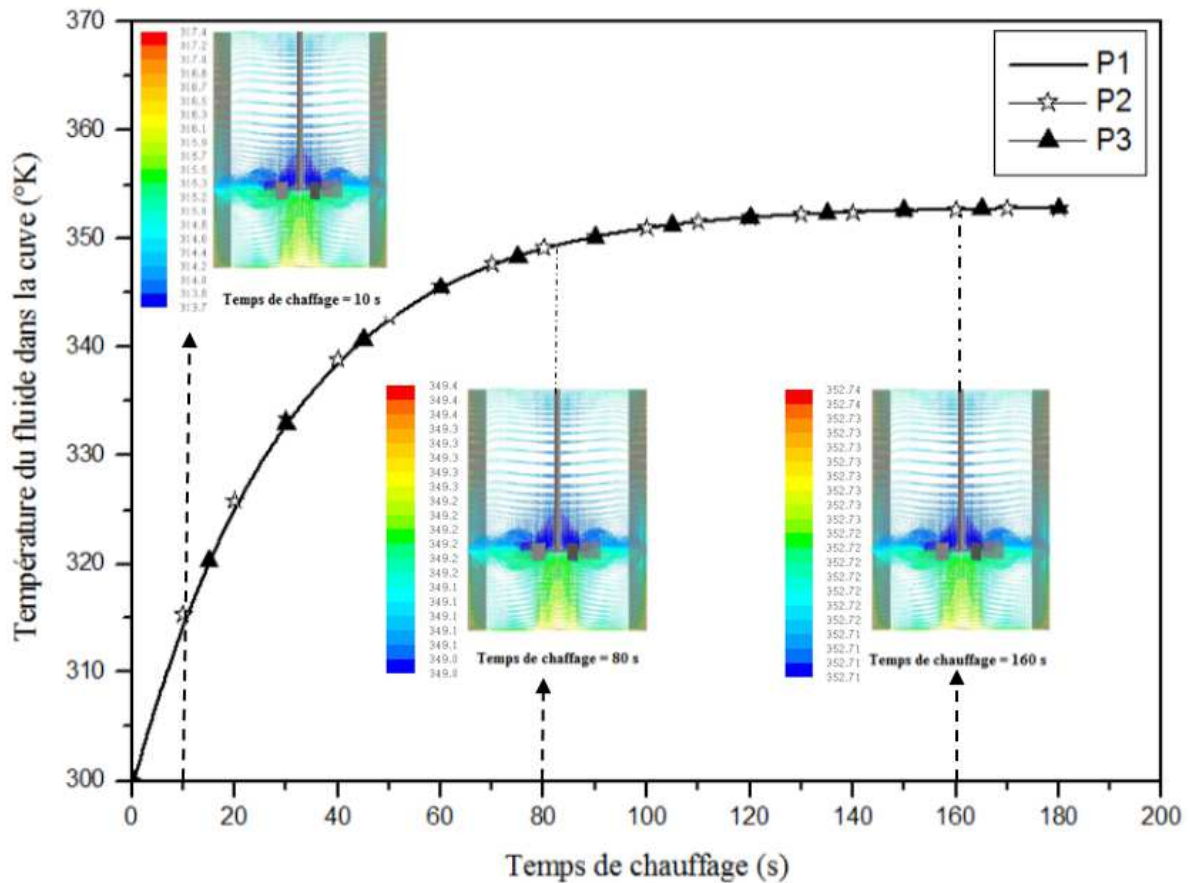
Après la validation de modèle numérique, différentes simulations sont réalisées pour étudier l'effet de la vitesse d'agitation et la température de fluide caloporteur sur le temps de chauffage. Se rapprochant de l'étude expérimentale, le temps de chauffage est estimé en déterminant l'évolution temporelle de la température du fluide dans les positions P1, P2 et P3 (Figure IV.6).



**Figure IV.6 :** Les positions d'enregistrement dans la cuve agitée pour la détermination de  $t_c$ .

Un exemple de résultat est représenté dans la figure IV.7 correspond à une vitesse d'agitation  $N= 5000$  rpm et une température de fluide caloporteur  $T_c= 353$  °K.

On constate que l'allure des trois courbes est quasiment la même et les profils de température se superposent. La température du fluide dans la cuve augmente avec le temps de chauffage et atteint une valeur relativement constante après 100 s. Les champs de température montrent un gradient de température important dans la zone sous l'agitateur, ce qui signifie que l'agitateur accélère le transfert de chaleur dans la cuve.



**Figure IV.7 :** Evolution temporelle de la température du fluide dans les positions **P1**, **P2** et **P3** pour :  $N = 5000$  rpm et  $T_c = 353$  °K.

**IV.4.3.2 Temps de chauffage**

Les simulations réalisées sont représentées dans le tableau suivant:

**Tableau IV.6 :** Les conditions considérées dans l'étude de transfert thermique.

Conditions	Vitesse d'agitation (rpm), $N$	Température du fluide caloporteur (°K), $T_c$	Temps de chauffage (s), $t_{c, max}$	Temps de chauffage (s), $t_{c, 323^{\circ}K}$
Test 1	500	328	200	53,22
Test 2	500	353	180	17,97
Test 3	1000	353	80	9,45
Test 4	1500	353	60	5,76

D'après les résultats de temps de chauffage maximal ( $t_{c, max}$ ) et le temps de chauffage pour atteindre une température de 323 °K dans la cuve ( $t_{c, 323^{\circ}K}$ ), on remarque que le temps de chauffage diminue avec l'augmentation de la vitesse d'agitation et la température du fluide caloporteur.

# **Conclusion générale**

Dans ce travail on a utilisé le code de calcul « FLUENT » pour modéliser le comportement hydrodynamique et thermique d'une cuve agitée à double enveloppe, équipées d'une turbine Rushton à six pales et munie de quatre chicanes. Les résultats trouvés suite aux différents tests effectués concernant la vitesse de rotation d'agitateur et la température du fluide caloporteur permettent de souligner les points suivant :

- L'écoulement généré par la turbine Rushton est pratiquement radial.
- Les nombre de puissance et de pompage en régime turbulent sont pratiquement constants et égale respectivement à 3,64 et 0,86. Ces résultats numériques sont en bon accord avec la littérature.
- L'augmentation de la vitesse d'agitation et la température du fluide caloporteur réduit considérablement le temps de chauffage. Ces résultats nous permettront d'optimiser les conditions opératoires dans le but de diminuer le coût énergétique et/ou la durée de l'opération d'agitation et de chauffage ou refroidissement.

# **Bibliographie**

**Bibliographie**

- [1] Cabaret, F., & Fradette, L. (2011). GCH6112a - Conception des opérations industrielles d'agitation et de mélange. Montréal, Canada.
- [2] Harnbay N., Edwards M.F., Nienow A.W., (1985), Mixing in the process industries, Butterworths-Heinemann, 2eme edition.
- [3] Sterbacek, Z., & Tausk, P., (1965). Mixing in the Chemical Industry. Pergamon, New York, N.Y., 389 pp.
- [4] Nienow, A.W. (1996). Mixing in the Process Industries. Second edition, Butterworth Heinemann, London.
- [5] Dominique Anne-Archard., Henri-Claude B., Mohamed M. Etude expérimentale d'une cuve agitée en fluide viscoplastique. 18ème Congrès Français de Mécanique Grenoble, (27- 31 août 2007).
- [6] JACOB Valentin (2017). L'étude de la transition à l'état chaotique de fluides d'Herschel Bulkley en écoulement de Taylor-Couette.
- [7] Oldshue, J. Y. (1961). Mixing of solid-liquid suspensions. Journal of Pharmaceutical Sciences, 50(6), 523-530.
- [8] Tamburini, A., Cipollina, A., Micale, G., Brucato, A. (2009). Particle distribution in an unbaffled stirred vessel by a novel laser image analysis technique. AIDIC Conference Series, 9, 319-328.
- [9] Wang, S., Parthasarathy, R., Bong, E. Y., Wu, J., & Slatter, P. (2012). Suspension of ultrahigh concentration solids in an agitated vessel. American Institute of Chemical Engineers Journal, 58(4), 1291-1298.
- [10] Holland. F.A., Bragg. R. (1995). Fluid Flow for Chemical Engineers, ARNOLD member of the Hodder Headline Group LONDON, Second edition.
- [11] Coker K.A., (2001), Modeling of Chemical Kinetics and Reactor Design. Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
- [12] Pedrosa S.M.C.P., Nunhez J.R., (2003), Improving heat transfer in stirred tanks cooled by helical coils. Brazilian Journal of Chemical Engineering. 20(2):111-120.
- [13] Rushton, J.H., Costich, E.W. and Everett, H.J, (1950), Power Characteristics of Mixing Impellers. Chemical Engineering Progress, 46, 467-476.
- [14] Sano Y.; Usui H., (1987), Effects of paddle dimensions and baffle conditions on the interrelations among discharge flow rate, mixing power and mixing time in mixing vessels, Journal of Chemical Engineering of Japan, 20, 399-404.

- [15] Damas, M. (2005). Méthodologie de Modélisation et D'optimisation d'opération de Dispersion Liquide-Liquide en Cuve Agitée. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France.
- [16] Xuereb, C., Poux, M., et Bertrand, J. (2006). Agitation et Mélange Aspects fondamentaux et applications industrielles.
- [17] DEBAB, A. (2002). Effets de l'agitation sur les transferts thermiques par double enveloppe dans une cuve agitée. D.E.A. Génie des procédés I.N.P/E.N.S.I.G.C Toulouse.
- [18] Ruszkowski, S.W. and Muskett, M.J., 5th European conférence on Mixing, Wurzburg, 10-12 June, (1985), éd. BHRA Fluid Engineering, Paper 11.
- [19] Roustan, M., Pharamond, J. C. (1999). Agitation et Mélange : Concepts théoriques de base. Technique de l'ingénieur, J 3800.
- [20] Khang, J.S., Levenspeil, O. (1976). New scale up and design method for stirred agitated batch mixing vessels. Chemical Engineering Science, 31,569-577.
- [21] Kern D. Q., (1950), Process Heat Transfer, McGraw-Hill, Inc., New York.
- [22] Chhabra R. P., (2003), Fluid mechanics and heat transfer with Non-Newtonian liquids in mechanically agitated vessels, Advances in heat transfer, Vol. 37.
- [23] Paul E. L., Atiemo-Obeng V. A. and Kresta S. M., (2004), Handbook of Industrial Mixing , Wiley , New York.
- [24] Chhabra R. P., Richardson J. F., (2008), Non-Newtonian flow and applied rheology, engineering applications, 2nd edition, Butterworth-Heinemann.
- [25] Chilton T. H., Drew T. B., Jebens R. H., (1944), Heat transfer in agitated vessels, Industrial and engineering chemistry, Vol.36, N°6.
- [26] Sieder E. N., Tate G. E., (1936), Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes, Industrial & Engineering Chemistry. 28, p. 1429-1435.
- [27] Mohan P., Nicholas A., Al-Hassan T., (1992), Heat transfer to Newtonian fluids in mechanically agitated vessels, Experimental Thermal and Fluid Science5, 861-883.
- [28] Uhl V. W., (1966), Heat transfer to viscous materials in jacketed agitated kettles, Chemical engineering process symposium series, Heat transfer, N°17, Vol. 51.
- [29] Brooks G., Su G.J. (1959), Heat transfer in agitated kettles, Chemical Engineering Progress, no. 55, p. 54.
- [30] Chapman F. S. and Holland F., (1965), Heat transfer correlations for agitated liquids in process vessels, Chemical Engineering, 18, 153-158.
- [31] Carreau P. J., Charest G. and Corneille J. L., (1966), Heat transfer to agitated non-Newtonian fluids, Journal of Chemical Engineering of Japan, 44: 3-8.

- [32] Hagedorn D. and Salamone J. J., (1967), Batch heat transfer coefficients for pseudoplastic fluids in agitated vessels. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 6, 469–475.
- [33] Sandall O. C. and Patel K. G., (1970), Heat transfer to non-Newtonian pseudoplastic fluids in agitated vessels. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*. 9, 139–144.
- [34] Delaplace G., Torrez C., Leuliet J.-C., Belaubre N., Andre C., (2001), Experimental and CFD simulation of heat transfer to highly viscous fluids in an agitated vessel equipped with a non-standard helical ribbon impeller, *Transactions of the Institution of Chemical Engineers*, Vol. 79, Part A.
- [35] Metzner, A.B. and Otto, R.E, (1957), Agitation of non-Newtonian fluids. *AIChE Journal*. 3: 3–10.
- [36] Strek F. and Poland S., (1967), Heat transfer in liquid mixers, *International Chemical Engineering*, Vol.7, N°4, 697-702.
- [37] Versteeg, H. K, Malalasekera, W. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics the Finite Volume Method* second edition.
- [38] *Momentum and Heat Transfer Course by Rudolf Zitny CVUT (2017)*.
- [39] *ANSYS 17.0 Fluent Theory Guide (2016)*.
- [40] Launder, B. E., Spalding, D. B. (1972). *Lectures in mathematical models of turbulence*. Academic Press, London, UK
- [41] RANADE, V. V., JOSHI, J. B., (1989), Flow generated by pitched blade turbines II: simulation using k-e model. *Chem. Eng. Comm.* N° 81, pp. 197-224.
- [42] Marshall, E.M and Bakker, A. (2004). *Computational fluid mixing*, In Paul, E.L., Atiemo-Obeng, V.A. and Kresta, S.M. (Eds.). *Handbook of Industrial Mixing*, Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, pp, 257-343.