REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° :PH Th 02/2019

1985

جامعة محمد بوضياف - المسيلة

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

DOMAINE : Sciences de la matière

FILIERE : Physique

OPTION : physique théorique

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master Académique

Par : Abdelouahab Mohamed

Bahache Fouad

Intitulé

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger pour le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace de phase non commutatif à deux dimensions

Soutenue le : 01/07/2019

Devant le jury composé de :

Monir BOUSSAHEL	Prof. Univ. de M'sila	Président
Abdelmadjid MAIRECHE	Prof. Univ. de M'sila	Rapporteur
Ali GHOMEID	M.C.A. Univ. de M'sila	Examinateur1
Youcef SABRI	M.C.B. Univ. de M'sila	Examinateur2

Année universitaire : 2018/2019

Dédicace

Afin d'être reconnaissant envers tous ceux qui me sont chers, je dédie ce mémoire :

A mes parents pour leur amour inestimable, leur confiance, leur soutien, leurs sacrifices et toutes les valeurs qu'ils ont su m'inculquer.

A mon frères ainsi qu'à mes sœurs tous avec leurs noms pour leur complicité et leur présence malgré la distance qui nous sépare.

A tous ceux qui m'aime et que ma réussite leur tient à cœur.

Mohamed Abdelouahab

Remerciement

Tout d'abord, je remercie notre Dieu Allah, notre créateur de m'avoir donné

la force, la volonté, la patience, l'espoir et le courage afin d'accomplir ce travail modeste, et je salue notre Prophète Mohammed que le Salut soit sur lui Je suis très reconnaissant tout en remerciant chaleureusement mon promoteur *le professeur Abdelmadjid Maireche de m'avoir encadré, d'être disponible, d'être très patient avec moi tout au long de ma formation et surtout pour ses précieux conseils, que je ne les oublierai jamais. Toute ma gratitude et mes remerciements aux membres de jury qui nous ont fait l'honneur d'être présent le jour de ma soutenance, plus particulièrement ; Mr Monir BOUSSAHEL d'avoir présidé le jury et Mr Ali GHOMEID et Mr Youcef SABRI d'avoir lu, examiné et jugé mon travail*

Finalement, je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes salutations à ma famille, qui m'a toujours soutenu en me donnant la force, la volonté, et surtout sa présence qui m'a toujours encouragé d'aller en avant. Un grand merci à tout ce qui ont participé et contribué afin de bien réaliser ce mémoire, sans oublier bien sur l'ensemble de mes enseignants qui ont contribué à ma formation.

Mohamed Abdelouahab

Dédicace

Je dédie ce travail aux symbole de dévouement ; mes chères parents qui ne m'avarent pas à aucun effort pour maider durant mon chemin d'étude.

À mon ami Mohammed ABDELOUAHAB .

À toute ma famille, et à tout mes amie

À ceux qui m'aiment.

fouad

Remerciements

Nos premiers remerciements vont à Dieu Le Clément et Le Miséricordieux, qui nous a accordés tous les bénédictions.

Nos remerciements s'adressent tout particulièrement au professeur A. MAIRECHE notre directeur de recherche, pour avoir accepté de diriger ce travail, pour sa disponibilité, sa patience, son encouragement et ses conseils précieux, qui nous ont permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions.

Nous tenons également à remercier les membres de jury **:** *prof. M. BOUSSAHEL , Dr. A.GHOMEID* et Dr. Y. *SABRI d'avoir accepté de lire et d'évaluer ce modeste* travail.

Nous tenons à remercier aussi tous nos enseignants du département de la science de la matière puisque nous leur devons nos progrès et nos connaissances. Nous tenons à remercier aussi tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

fouad

Table des matière

Chapitre III :

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger pour le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace - phase non commutatif à deux dimensions

Introduction générale

Selon Wikipédia: ((La mécanique quantique est la branche de la physique qui étudie et décrit les phénomènes fondamentaux à l'œuvre dans les systèmes physiques, plus particulièrement à l'échelle atomique et subatomique)). Actuellement, la mécanique quantique est divisée en deux parties fondamentales, la première partie traitée l'état non relativiste, qui est étudié par l'équation de Schrödinger, c'est-à-dire dans le domaine des vitesses faibles par rapport de la vitesse de la lumière dans le vide, pour les différentes particules élémentaire, telles que les électrons, les mésons et molécules. En ce qui concerne la deuxième partie, c'est l'état relativiste des mouvements à grande vitesse par rapport à la vitesse de la lumière dans le vide à hautes énergies. Ces situations sont traités en deux équations fondamentales, Ils sont les équations de Klein-Gordon et Dirac, et se caractérisent par des particules sans spin et les particules fermionique comme l'electron et le positron de spin 1/2 [1-3].

Et en ce qui concerne, l'équation de Schrödinger non relativiste qui est apparue il y a environ un siècle. Mais cela reste très intéressant pour les chercheurs. Bondant les années derniers, la mécanique quantique basée sur l'équation de Schrödinger développé par plusieurs méthodes : la méthode de Nikiforov-Uvarov, super-symétrique quantum mécaniques, calcule numérique, interaction asymptotique, l'approché de l'intégrale de chemin …etc. pour étudier les différents modèles quantique, dans les différents domaines de la science atomique, nucléaire, moléculaire….etc. [4-16].

En cas particulière l'équation de Schrödinger peut être étudié des atomes hydrogéniques et les intéractions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons en basé sur le potentiel Cornell modifié à deux dimensions [17-18].

L'objectif de ce travail de la mémoire de Master en physique théorique promotion 2018-2019 est l'étude l'effet de la non-commutativité de l'espace-phase à deux dimensions sur le potentiel Cornell modifié par la distance relative entre le quark et antiquark et de la température.

Le but principal :

L'objectif principal de ce travail est la résoudre l'équation de Schrödinger avec le potentiel Cornell modifié, dans l'espace-phase à deux dimensions. Ce travail se divisé on trois chapitres principales avec une conclusion générale :

Le premier chapitre :

Consacré aux la structure quantique de l'espace-phase non-commutatif à deux dimensions,

.Dans le chapitre deuxième :

On résume les solutions de l'équation de Schrödinger pour le potentiel Cornell modifié dans l'espace ordinaire à deux dimensions ont basé sur [17-18],

Et dans le troisième chapitre

On étude l'équation de Schrödinger modifiée pour le nouveaux potentiel de Cornell modifié dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions pour obtenir les nouveaux spectres énergétiques.

On termine notre mémoire de master par une conclusion générale et l'interprétation physique.

Chapitre I :

La structure quantique de l'espace-phase non-commutatif à deux dimensions

I.1. Introduction :

Dans ce chapitre on traite les postulats et les hypothèses caractérisant la structure quantique et physique de l'espace-phase non-commutatif à deux dimensions, les éléments principaux sont :

- Rappelle sur la structure quantique ordinaire,
- Les nouveaux postulats de l'espace de phase non commutatif à deux dimensions,
- Produit star et ces propriétés, la formule de Moyal-Weyl,
- La méthode de Bopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale général,

La méthode de Bopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale spéciale, dans l'espace-phase non-commutatif à deux dimensions (NC 2D : RSP), de la forme **[16-17] :**

$$V(r) = ar - \frac{b}{r} \rightarrow V(r) = a(T,r)r - \frac{b(T,r)}{r}$$

Avec a et b sont les paramètres du potentiel de Cornel, T représente la température et r la distance relative entre les deux quarks (quark et antiquark) qui constituent le méson.

I.2. Rappelle sur la structure de la mécanique quantique ordinaire :

On sait que le début de la physique quantique est connue en 1900, lorsque Planck quantifie l'énergie de la lumière sait que le début de la physique quantique est connue en 1900, lorsque Planck quantifie l'énergie de la lumière $E_\gamma = h\nu$ d'un quanta de Planck ($h \approx 6{,}6262.10^{-34}\,\text{joul} - \text{seconde}$).Actuellement, la mécanique quantique ordinaire est formulée sur l'espace commutatif des coordonnées de variable et le moment canonique des opérateurs hermétiques (x_i, p_i), suivants **[1-2] :**

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \tag{I.1}$$

Où $\hbar = \frac{h}{2\Pi}$ et δ_{ij} sont la constante de Planck réduite et le symbole ordinaire de Kronecker, la quantification satisfaite par les deux principes concernant l'énergie el l'impulsion E et p_i :

$$\begin{aligned} E &\to i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \\ p_i &\to \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x^i} \end{aligned} \tag{I.2}$$

On sait que, l'énergie d'une particule de masse μ soumise à des forces produites par un potentiel $V(\vec{r},t)$, en mécanique classique est donnée par :

$$E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2\mu} + V(\vec{r},t) \tag{I.3}$$

Maintenant, si on applique les deux principes de quantification canonique présentés dans l'équation (I.2), on trouve :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + V(\vec{r},t)\right]\Psi(\vec{r},t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \tag{I-4}$$

Où Δ est le laplacien, en deux dimensions prend l'expression suivante, en cordonnée cartésienne :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{I-5}$$

L'équation (I.4) connue par l'équation de Schrödinger dans l'espace-temps ordinaire, basée sur les postulats présentés par (I.1). $\Psi(\vec{r},t)$ $\Psi(\vec{r},t)$ Est la fonction complexe d'onde, qui détermine la probabilité de trouver la particule à l'instant t dans un surface d^2r entourant le point $\vec{r}$ **[1-2] :**

$$dP = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 d^2r \tag{I-6}$$

Avec $d^2r = rdrd\varphi$. On peut transformer la fonction complexe d'onde $\Psi(\vec{r},t)$ dans l'espace d'impulsion $\Psi(\vec{p},t)$ par transformation de Fourrier et on détermine la probabilité de $\vec{p}$ par :

$$dP(\vec{p}) = \left|\Psi(\vec{p},t)\right|^2 d^2p \tag{I-7}$$

Avec $d^2p = pdpd\varphi$ Ce qui donne les relations d'incertitude de Heisenberg :

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq \dfrac{\hbar}{2} \\ \Delta y \Delta p_y \geq \dfrac{\hbar}{2} \end{cases} \tag{I.8}$$

Une valeur très importante caractérise la mécanique quantique ordinaire, connue par la valeur moyenne d'un opérateur $\hat{A}$ noté par $\langle a \rangle$, prend les deux expressions dans le cas à deux et trois dimensions, respectivement :

$$\begin{aligned} \langle a \rangle &= \int \Psi(\vec{r},t)^* \hat{A} \Psi(\vec{r},t) d^2r \\ \langle a \rangle &= \int \Psi(\vec{r},t)^* \hat{A} \Psi(\vec{r},t) d^3r \end{aligned} \tag{I.9}$$

Avec l'élément de volume $d^3r = r^2 drd\theta d\varphi$. Le vecteur densité de courant de probabilité $\vec{J}(\vec{r},t)$ est donnée par [1-2] :

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{2mi}\left(\Psi \Delta \Psi^* - \Psi^* \Delta \Psi\right) \tag{I.10}$$

On peut aller à la forme locale de l'équation de continuité ;

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t) + \vec{\nabla}\vec{J}(\vec{r},t) = 0 \tag{I-11}$$

Où $\rho(\vec{r},t) = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2$ traduit la densité de probabilité ; elle est parfaitement semblable à l'équation de conservation de la charge. En mécanique quantique le moment angulaire global $\vec{J}$ est la somme des deux moments angulaire $\vec{L}$ et le moment de spin $\vec{S}$, donc **[1-2] :**

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \tag{I.12}$$

Ce qui permet de trouver le couplage spin-orbite $\vec{L}\vec{S}$ de la façon suivante **:**

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}[\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2] \tag{I.13}$$

Les valeurs propres des opérateurs $\vec{J}^2, \vec{L}^2$ et $\vec{S}^2$ en mécanique quantique $(c = \hbar = 1)$ **:**

$$\begin{aligned} \vec{J}^2\Psi &= j(j+1)\Psi \\ \vec{L}^2\Psi &= \ell(\ell+1)\Psi \\ \vec{S}^2\Psi &= s(s+1)\Psi \end{aligned} \tag{I.14}$$

Les relations (I.13) et (I.14) permettent d'obtenir :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \frac{1}{2}[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]\Psi \tag{I.15}$$

Pour $\vec{S} = \vec{1}$, on a $|l-1| \leq j \leq |l+1|$, donc on peut déduire pour une particule bosonique comme le méson, les trois valeurs possible $j = l-1$, $j = l$ et $j = l+1$ correspondant une trois polarités.

I.3. La structure quantique de l'espace-phase non-commutatif :

L'idée de la non commutativité de l'espace est introduit par W. Heisenberg en 1930 et H. Syndre en 1947 [19-20], satisfait par la nouvelle structure algébrique, connue par la règle de non commutative commutations relations **[21-42] :**

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [\hat{x}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [\hat{x}_i, \hat{x}_j] = i\hbar\theta_{ij} \\ [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\bar{\theta}_{ij} \end{cases} \tag{I.16}$$

Où $(i, j = \overline{1, D})$ et D la dimensions de l'espace, l'espace –temps non commutatif est définie en termes d'un ensemble des générateurs ($\hat{x}_i$ et $\hat{p}_i$) dits coordonnée non commutatif :

$$\begin{aligned} x_i &\rightarrow \hat{x}_i = f(x_i, p_i) \\ p_i &\rightarrow \hat{p}_i = g(x_i, p_i) \end{aligned} \tag{I.17}$$

Les deux paramètres $\left(\theta^{\mu\nu} =, \bar{\theta}^{\mu\nu}\right) \equiv -\left(\theta^{\nu\mu} =, \bar{\theta}^{\nu\mu}\right) = \varepsilon^{\mu\nu}(\theta, \bar{\theta})$ sont les deux tenseurs antisymétriques induits par la non commutativité position-position et impulsion-impulsion, respectivement. Il est très important de noter les dimensions $\left(\theta^{\mu\nu} =, \bar{\theta}^{\mu\nu}\right)$ est $\left((\text{Lenngth})^2 = (\text{Impulsion})^2\right)$ respectivement.

Dans ce mémoire de master on s'intéresse par l'espace de phase à deux dimensions (N=2), donc les indices prendre les valeurs $(\mu, \nu = 1{,}2)$, dans ce cas particulière, satisfait les règles de commutation canonique suivantes :

$$\begin{cases} [\hat{x}_1, \hat{p}_1] = [\hat{x}_2, \hat{p}_2] = i \\ [\hat{x}_1, \hat{p}_2] = [\hat{x}_2, \hat{p}_1] = 0 \\ [\hat{x}_1, \hat{x}_2] = i\hbar\theta_{12} \\ [\hat{p}_1, \hat{p}_2] = i\hbar\bar{\theta}_{12} \end{cases} \tag{I.18}$$

Où bien de la forme

$$\begin{cases} [\hat{x}, \hat{p}_x] = [\hat{y}, \hat{p}_y] = i \\ [\hat{x}, \hat{p}_y] = [\hat{y}, \hat{p}_x] = 0 \\ [\hat{x}, \hat{y}] = i\hbar\theta_{12} \\ [\hat{p}_x, \hat{p}_y] = i\hbar\bar{\theta}_{12} \end{cases} \tag{I.19}$$

Il est très important de noter que les relations de commutation dans l'espace non commutatif, satisfait par le nouveau produit connus par le produit star.

I.4.Le produit star :

I.4.1.Formule de Moyal-Weyl :

Le formalisme du star-produit introduit par Harman Weyl et Wigner pour permettre une description de la mécanique quantique en termes d'espace de phases **[23-42] :**

$$(f * g)(\mathrm{x,p}) = (fg)(x,p) + \frac{i}{2}\theta^{mn}\frac{\partial}{\partial x^m}f(x,p)\frac{\partial}{\partial x^n} + O(\theta^2) \tag{I.20}$$

$$+\frac{i}{2}h\bar{\theta}^{mn}\frac{\partial}{\partial p^m}f(x,p)\frac{\partial}{\partial p^n}g(x,p) + 0(\bar{\theta}^2)$$

Où $(f * g)(\mathrm{x,p})$ représente le produit star dans la mécanique quantique non-commutatif, $(fg)(x,p)$ représente le produit star dans la mécanique quantique et le deuxième terme représente l'effet de la position-position, le troisième terme représente l'effet de la phase-phase.

I.4.2.Propriétés du de produit star :

Le produit star satisfait les déférentes propriétés suivantes **[21-42] :**

- a)-non commutatif :

$$f(x,p) * g(x,p) \neq g(x,p) * f(x,p) \qquad \text{(I.21)}$$

- Associatif :

$$\big(f(x,p) * g(x,p)\big) * h(x,p) = f(x,p)\big(g(x,p) * h(x,p)\big) \qquad \text{(I.22)}$$

- La relation du complexe conjugué

$$\big(f(x,p) * g(x,p)\big)^* = f(x,p)^* * g(x,p)^* \qquad \text{(I.23)}$$

- La relation d'intégrale :

$$\int d^D x (f * g)(x,p) = \int d^D x\, (g * f)(x,p) = \int d^D x f(x,p) g(x,p) \qquad \text{(I.24)}$$

- Permutation cyclique :

$$\int d^D x (f * g * h)(x,p) = \int d^D\, (h * f * g) = \int d^D\, x(f * h * g) \qquad \text{(I.25)}$$

- La règle de Leibniz :

$$\partial_\mu (f * g) = \partial_\mu f * g + f \partial_\mu g \qquad \text{(I.26)}$$

I.5. La Méthode de Bopp's Shift :

Pour écrire l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif, on applique les étapes suivantes **[28-31, 34-42] :**

- On remplace la fonction d'onde ordinaire $\Psi(\vec{r},t)$ par nouveaux fonction d'onde $\hat{\Psi}(\hat{\vec{r}},t)$,
- On remplace l'opérateur d'Hamiltonien ordinaire $H(p_i, x_i)$ par le nouvel opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$,
- On remplace l'énergie ordinaire E par nouveaux valeur E_{nc},
- On remplace le produit ordinaire par le produit star.

Les quatre étapes permirent d'obtenteur l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif

$$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\vec{r}, t) = E_{nc}\hat{\Psi}(\vec{r}, t) \tag{I.27}$$

La fonction d'onde $\hat{\Psi}(\vec{r}, t)$ est peut être écrié :

$$\hat{\Psi}(\vec{r}, t) = \hat{\Psi}(\vec{r}) f(t) \tag{I.28}$$

Cela permit de simplifier l'équation (I.40) :

$$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\vec{r}, t) = E_{nc}\hat{\Psi}(\vec{r}, t) \tag{I.29}$$

La méthode Bopp's Shift permet de traiter l'équation de Schrödinger déformée (I.27) comme une équation ordinaire à condition d'appliquer les deux translations :

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)\Psi(\vec{r}) = E_{nc}\Psi(\vec{r}) \tag{I.30}$$

Avec l'opérateur d'Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ peut être écrit en trois variétés **[35-42] :**

$$\begin{aligned}
H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) &\equiv H\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j, \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) \quad \text{pour} \quad (\text{NC-2D}:\text{RSP}) \\
H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) &\equiv H\left(\hat{p}_i = p_i, \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) \quad \text{pour} \quad (\text{NC-2D}:\text{RS}) \\
H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) &\equiv H\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j, \hat{x}_i = x_i\right) \quad \text{pour} \quad (\text{NC-2D}:\text{RS})
\end{aligned} \tag{I.31}$$

Avec les notations : R ≡ Real, S ≡ Space et P ≡ Phase, NC ≡ non commutativité et 2D≡ deux dimensions. C'est-à-dire, les trois variétés qui correspondent :

$$\begin{cases}
p_i \rightarrow \hat{p}_i = p_i + \dfrac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j \\
x_i \rightarrow \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta^{ij}}{2} p_j
\end{cases} \tag{I.32}$$

Et

$$\begin{cases} p_i \rightarrow \hat{p}_i = p_i \\ x_i \rightarrow \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta^{ij}}{2} p_j \end{cases} \tag{I.33}$$

Et

$$\begin{cases} p_i \rightarrow \hat{p}_i = p_i + \dfrac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j \\ x_i \rightarrow \hat{x}_i = x_i \end{cases} \tag{I.34}$$

Notation : Notre travail est fait dans l'espace-phase non commutatif a deux dimensions, pour cela les commutateurs $[\hat{x}_i, \hat{x}_j]$ et $\lfloor \hat{p}_i, \hat{p}_j \rfloor$ dans les relations (I .16), (I .17), (I .18) et (I.19) sont remplacées par les commutateurs $[\hat{x}, \hat{y}]$ et $\lfloor \hat{p}_x, \hat{p}_y \rfloor$, respectivement :

$$\begin{cases} i = 1 \rightarrow \hat{x}_1 = \hat{x} \rightarrow p_1 = p_x \\ i = 2 \rightarrow \hat{x}_2 = \hat{y} \rightarrow p_2 = p_y \end{cases} \tag{I.35}$$

et

$$\begin{gathered} \hat{x} = x - \frac{\theta}{2} p_y, \quad \hat{y} = y + \frac{\theta}{2} p_x \\ \hat{p}_x = p_x + \frac{\overline{\theta}}{2} y \text{ et } \quad \hat{p}_y = p_x - \frac{\overline{\theta}}{2} x \end{gathered} \tag{I.36}$$

Avec $(\theta, \overline{\theta}) = (\theta^{12}, \overline{\theta}^{12})$ et le carré de ($\hat{r}$ et $\hat{p}$) est donné par :

$$\hat{r}^2 = \hat{x}^2 + \hat{y}^2 \qquad \text{Et} \quad \hat{p}^2 = \hat{p}_x{}^2 + \hat{p}_y{}^2 \tag{I.37}$$

La méthode de Bopp's Shift est considéré comme une conséquence du produit star entre l'opérateur du potentiel $\hat{V}(\hat{x})$ et la fonction d'onde complexe $\hat{\hat{\Psi}}(\hat{r})$:

$$\left(\frac{\overset{\leftrightarrow}{\hat{p}}{}^2}{2m_0} + \hat{V}(\hat{x}) \right) * \hat{\Psi}(\hat{x}) \rightarrow \left(\frac{\overset{\leftrightarrow}{p}{}^2}{2m_0} + V(\hat{x}) \right) \Psi(x) \tag{I.38}$$

Les deux opérateurs $\hat{r}$ et $\hat{p}$ écrits en deux dimension dans l'espace et phase non commutatif **[35-42] :**

$$\hat{r}^2 = r^2 - \theta L_z \quad \text{et} \quad \hat{p}^2 = p^2 + \overline{\theta} L_z \tag{I.39}$$

Avec $L_z = xp_y - yp_x$.

6. Application sur le potentiel de Cornell modifiée à deux dimensions :

On applique les notions du président paragraphe sur le potentiel de Cornell modifié $V(r) = ar - \frac{b}{r} \rightarrow V(r) = a(T,r)r - \frac{b(T,r)}{r}$ ce potential est réduit dans la condition physique $(T \rightarrow 0)$ à la forme **[16-17] :**

$$V(r) = a(T,r)r - \frac{b(T,r)}{r} \rightarrow V_{cp}(r) = A + Cr - \frac{b}{r} - Dr^2 \qquad \text{(I.40)}$$

Avec $A = bm_D(T)$, $C = a - 1/2bm_D{}^2(T)$ et $D = 1/2am_D(T)$, $m_D(T)$ est la masse de Debye.

- Le terme quadratique de la forme : $V_1(r) = Dr^2$ est semblable à l'oscillateur harmonique
- Le terme linéaire de la forme : $V_2(r) = Cr$
- Le terme de Coulomb de la forme $V_3(r) = -\frac{b}{r}$ est semblable à l'atome d'hydrogène

L'opérateur Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ correspondant la variété générale du non commutativité de l'espace-phase :

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j , \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) \qquad \text{(I.41)}$$

Dans l'espace de phase non commutatif à deux dimensions (NC-2D : RSP), l'opérateur d'Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ est donnée par :

$$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i - \frac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j , \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} + V(\hat{r}) \qquad \text{(I.42)}$$

Avec $V(\hat{r})$ prend l'expression suivant :

$$V_{cp}(r) \Rightarrow V_{cp}(\hat{r}) = A + C\hat{r} - \frac{b}{\hat{r}} - D\hat{r}^2 \tag{I.43}$$

Et le terme cinétique $\frac{\hat{p}^2}{2\mu}$ prend l'expression :

$$\frac{\hat{p}^2}{2\mu} = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{\overline{\theta}}{2\mu} L_z \tag{I.44}$$

Les résultants de l'équation (I.39) permirent de calculer les trois termes ($C\hat{r}$, $\left(-\frac{b}{\hat{r}}\right)$

et $\left(-D\hat{r}^2\right)$) suivant :

$$\begin{aligned}
&-\frac{b}{r} \rightarrow -\frac{b}{\hat{r}} = -\frac{b}{r} - \frac{b}{2r^3}\theta L_z + O(\theta^2) \\
&Cr \rightarrow C\hat{r} = Cr - \frac{C}{2r}\theta L_z + O(\theta^2) \\
&-Dr^2 \rightarrow -D\hat{r}^2 = -Dr^2 + D\theta L_z + O(\theta^2)
\end{aligned} \tag{I.45}$$

Donc le potentiel $V(\hat{r})$ prend l'expression suivante, dans l'espace de phase non commutatif a deux dimensions (NC-2D : RSP) :

$$V_{cp}(\hat{r}) = A + Cr - \frac{b}{r} - Dr^2 - \left\{\frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D\right\}\theta L_z \tag{I.46}$$

La combinaison entre deux équations (I.43) et (I.44) donné l'opérateur d'Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j , \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right)$ de la façon suivant :

$$\begin{aligned}
H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\overline{\theta}^{ij}}{2} x_j , \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta^{ij}}{2} p_j\right) &= \frac{p^2}{2\mu} + A + Cr - \frac{b}{r} - Dr^2 \\
-\left\{\frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D\right\}\theta L_z + \frac{\overline{\theta} L_z}{2\mu}&
\end{aligned} \tag{I.47}$$

L'opérateur $H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}}=p_i+\frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j,\hat{x}_{\mathrm{i}}=x_i-\frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right)$ est la somme des deux opérateurs $H\left(p_i,x_i\right)$ et $H_{pert}\left(\overline{\theta},\theta,p_i,x_i\right)$, qui traduit l'opérateur d'Hamiltonien dans l'espace ordinaire à deux dimensions, et le terme additive $H_{pert}\left(\overline{\theta},\theta,p_i,x_i\right)$, respectivement :

$$H\left(p_i,x_i\right)=\frac{p^2}{2\mu}+A+Cr-\frac{b}{r}-Dr^2 \tag{I.48}$$

Et

$$H_{pert}\left(\overline{\theta},\theta,p_i,x_i\right)=-\left\{\frac{b}{2r^3}+\frac{C}{2r}-D\right\}\theta L_z+\frac{\overline{\theta}L_z}{2\mu} \tag{I.49}$$

Chapitre II :
Etude de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell modifié dans l'espace ordinaire à deux dimensions

II.1. Introduction :

Dans ce chapitre on a résumé les solutions de l'équation de Schrödinger pour déterminer les fonctions d'ondes, les énergies correspondent à l'état fondamental, le premier état excité et l'état excité n pour le potentiel de Cornell modifié à deux dimensions.

II.2. Etude de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell modifié dans l'espace ordinaire à deux Dimensions :

Le potentiel (modified Cornell potential) Où le potentiel de Cornell modifié par la température et la distance relative entre le quark et antiquark dans les systèmes des Quarkonium, est considéré comme un potentiel purement central, dépend par la distance r, physiquement, ce potentiel joue un rôle très important dans l'étude d'un système de Quarkonium. Il convient de noter que le potentiel de Cornell est composé par deux termes, le terme ($-\frac{b}{r}$) responsable du processus de l'attractive entre le quark et antiquark et dominante dans les distances grand relativement, le terme (ar) responsable du processus de répulsive entre le quark et antiquark et dominante dans les distances petite relativement. L'expression analytique de ce potentiel est donnée par **[16-17] :**

$$V(r) = ar - \frac{b}{r} \rightarrow V(r) = a(T,r)r - \frac{b(T,r)}{r} \tag{II.1}$$

Avec a et b sont les paramètres du potentiel de Cornell. $a(T,r)$ et $b(T,r)$ sont les paramètres du potentiel de Cornell modifié dépondent de la température T et la distance relative r entre le quark et antiquark **[16-17] :**

$$\begin{aligned} a(T,r) &= \frac{A}{m_D(T)r}\left(1-\exp\left(-m_D(T)r\right)\right) \\ b(T,r) &= b\exp\left(-m_D(T)r\right) \end{aligned} \tag{II.2}$$

Où $m_D(T)$ est la masse de Debye et on utilise l'approximation :

$$\exp(-m_D(T)r)=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-m_D(T)r)^j}{\mathrm{j!}}\approx 1-m_D(T)r+\frac{(-m_D(T)r)^2}{2!}+O(m_D(T)r)^2 \quad \text{(II.3)}$$

Si on remplacé les équations (II.2) et (II.3) dans l'expression du potentiel de Cornell modifié (II.1), le potentiel réduit sous la forme :

$$V_{cp}(r)=A+Cr-\frac{b}{r}-Dr^2 \quad \text{(II.4)}$$

Avec

$$A=bm_D(T),\ \mathrm{C=a\text{-}1/2}bm_D{}^2(T)\ \text{and}\ \mathrm{D=1/2}am_D(T) \quad \text{(II.5)}$$

On peut construit l'opérateur d'Hamiltonien H_{cp} comme suivant :

$$H_{cp}=\frac{\vec{P}^2}{2\mu}+A+Cr-\frac{b}{r}-Dr^2 \quad \text{(II.6)}$$

Où μ est la masse réduit de la particule Quarkonium :

$$\mu=\frac{m_q\overline{m}_q}{m_q+\overline{m}_q} \quad \text{(II.7)}$$

Avec m_q et $\overline{m}_q$ sont les masse de quark et antiquark, respectivement, par exemple $(c\bar{c},b\bar{b},c\bar{s},b\bar{s},b\bar{u})$ et $c\bar{b}$. L'équation de Schrödinger ordinaire:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta+V(r)\right]\Psi(\vec{r},t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \quad \text{(II.8)}$$

Pour lé états stationnaire, la fonction d'onde $\Psi(\vec{r};t)$ peut etre ecrié de la facon suivant:

$$\Psi(\vec{r};t)=\exp\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\Psi(\vec{r}) \quad \text{(II.9)}$$

L'opérateur Lapaient s'écrit comme suit :

$$\Delta=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi^2} \quad \text{(II.10)}$$

Donc l'équation de Schrödinger devient :

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+A+Cr-\frac{b}{r}-Dr^2\right\}\Psi(r,\varphi)=\mathrm{E}\Psi(r,\varphi) \qquad \text{(II .11)}$$

Avec E est l'énergie de la particule quarkonium. Dans les coordonnées polaires (r,φ), dans l'espace à deux dimensions, la solution stationnaire $\Psi(\vec{r})$ est donnée par :

$$\Psi(r,\varphi)=\frac{1}{\sqrt{2\prod}}\frac{R(r)}{r^{1/2}}\exp(im\varphi) \qquad \text{(II.12)}$$

Avec $m=0,\pm1,....,\pm l$ sont le nombre quantique magnétique et l le nombre quantique angulaire. $R(r)$ Est la partie radiale de function d'onde qui satisfait l'équation suivant [17-18] :

$$\begin{aligned}&\frac{d^2U(r)}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dU(r)}{dr}+2\mu\left[E-A+\frac{b}{r}-Cr+Dr^2-\frac{l^2}{2\mu r^2}\right]U(r)\\ &\rightarrow\frac{d^2R(r)}{dr^2}+2\mu\left[E-A+\frac{b}{r}-Cr+Dr^2-\frac{l^2-1/4}{2\mu r^2}\right]R(r)\end{aligned} \qquad \text{(II.13)}$$

Avec $U(r)=\frac{R(r)}{r^{1/2}}$. Le potentiel de Cornell réduit est composé par quatre termes, le premier terme est indépendant de la distance relative, le 2-terme $V_2(r)=-\frac{b}{r}$ analogue Où potentiel Colombien potentiel, 3-terme $V_3(r)=Cr$ le terme linéaire et le dernière terme est analogue à l'oscillateur harmonique. On a basé sur les références **[17-18]** pour écrier la parité radiale de la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes $R_{n,l,m}(r)$ et l'énergie $E_{n,l}$, sont donnée par dans l'espace-temps à deux dimensions **:**

$$R_{n,l,m}(r)=C_{nl}r^{-\frac{D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-1}\exp\left(\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right) \qquad \text{(II.14)}$$

ET [16] :

$$E_{nm}=A+\frac{3C}{\delta}-\frac{6D}{\delta^3}-\frac{2\mu\left(\frac{3C}{\delta^2}-\frac{8D}{\delta^3}+b\right)}{\left[1+2n\pm\sqrt{1+4\left(\left(l+\frac{N-2}{2}\right)^2-1/4\right)+\frac{8\mu C}{\delta^3}-24\frac{\mu D}{\delta^4}}\right]^2} \qquad \text{(II.15)}$$

Avec $D_{1n}=-\mu\left(E_n-A-\frac{3C}{\delta}+\frac{6D}{\delta^2}\right)$, $D_2=\mu\left(\frac{3C}{\delta^2}-\frac{8D}{\delta^3}+b\right)$ et C_{nl} constant de normalization. $r_0\equiv 1/\delta$ Est caractérise le diamètre du méson étudié. n Est le nombre quantique principal.

Pour $N=2$, la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes sont réduit à la forme :

$$\Psi(r,\varphi)=\frac{C_{nl}}{\sqrt{2\prod}}r^{-\frac{D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-1}\exp\left(\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right)\exp(im\varphi) \quad \text{(II.16)}$$

Et :

$$E_{nm}=A+\frac{3C}{\delta}-\frac{6D}{\delta^3}-\frac{2\mu\left(\frac{3C}{\delta^2}-\frac{8D}{\delta^3}+b\right)}{\left[1+2n\pm\sqrt{1+4\left((m+1/2)^2-1/4\right)+\frac{8\mu C}{\delta^3}-24\frac{\mu D}{\delta^4}}\right]^2} \quad \text{(II.17)}$$

Pour l'état fondamental la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes sont réduit à la forme :

$$\Psi(r,\varphi)=\frac{C_{00}}{\sqrt{2\prod}}r^{-\frac{D_2}{\sqrt{2D_{10}}}-1}\exp\left(\sqrt{2D_{10}}r\right)\left(r^{\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{10}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{10}}r\right)\right) \quad \text{(II.18)}$$

Et :

$$E_{00}=A+\frac{3C}{\delta}-\frac{6D}{\delta^3}-\frac{2\mu\left(\frac{3C}{\delta^2}-\frac{8D}{\delta^3}+b\right)}{\left[1\pm\sqrt{\frac{8\mu C}{\delta^3}-24\frac{\mu D}{\delta^4}}\right]^2} \quad \text{(II.19)}$$

Avec $D_{10}=-\mu\left(E_0-A-\frac{3C}{\delta}+\frac{6D}{\delta^2}\right)$. Pour le premier état excité, la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes sont réduit à la forme :

$$\Psi(r,\varphi)=\frac{C_{nl}}{\sqrt{2\prod}}r^{-\frac{D_2}{\sqrt{2D_{11}}}-1}\exp\left(\sqrt{2D_{11}}r\right)\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\exp(im\varphi) \quad \text{(II.20)}$$

Et :

$$E_{1m} = A + \frac{3C}{\delta} - \frac{6D}{\delta^3} - \frac{2\mu\left(\frac{3C}{\delta^2} - \frac{8D}{\delta^3} + b\right)}{\left[3 \pm \sqrt{1 + 4\left((m+1/2)^2 - 1/4\right) + \frac{8\mu C}{\delta^3} - 24\frac{\mu D}{\delta^4}}\right]^2} \quad \text{(II.21)}$$

Avec $D_{11} = -\mu\left(E_{1m} - A - \frac{3C}{\delta} + \frac{6D}{\delta^2}\right)$.

II.2.1 Les moments cinétiques à deux dimensions :

En mécanique quantique, les moments classée en trois familles **[1-2] :**

- Le moment cinétique orbital noté par $\vec{L}$
- Le moment de spin, noté par $\vec{S}$
- Le moment total $\vec{J} = \vec{S} + \vec{L}$

Le moment cinétique orbital $\vec{L}$ définie par :

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} \quad \text{(II.22)}$$

Les composants cartésiennes est donnée par :

$$\vec{L} = \begin{cases} L_x = y\,p_z - z\,p_y = 0 \\ L_y = z\,p_x - x\,p_z = 0 \\ L_z = x\,p_y - y\,p_x \end{cases} \quad \text{(II.23)}$$

Et

$$\begin{cases} L_z\, y_m^l(\varphi) = m\hbar\, y_m^l(\varphi) \\ L^2\, y_m^l(\varphi) = l(l+1)\hbar^2\, y_m^l(\varphi) \end{cases} \quad \text{(II.24)}$$

Avec $l = \overline{0, n-1}$ et $-l \le m \le l$. Les moments orbitaux et de spin commutent entre eux, il reste :

$$\hat{L}^2 \Psi = \hbar^2 l(l+1)\Psi \quad \text{(II-25)}$$

$$\begin{cases} \hat{J}^2 |\, j, m\rangle = j(j+1)\hbar^2 |\, j, m\rangle \\ \hat{J}_z |\, j, m\rangle = m|\, j, m\rangle \end{cases} \quad \text{(II.26)}$$

Chapitre III :

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger pour le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions

III.1 Introduction :

L'objectif de ce chapitre, est l'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace phase à deux dimensions, qui peut être appliquée pour étudier :

- Les atomes hydrogéniques sous l'influence des champs extérieurs.
- les interactions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons.

Dans l'espace de phase non commutatif à deux dimensions en utilisant la méthode Bopp's Shift et le théorème de perturbation indépendant du temps pour trouver les corrections des énergies correspondant aux état fondamental, le premier état excité et états excité n.

III.2.L'opérateur d' Hamiltonien pour le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace de phase non commutatif à deux dimensions (NC : 2D-RSP) :

Pour étudier l'équation de Schrödinger modifiée pour le nouveau potentiel de Cornell modifié en l'espace phase non commutatif à deux dimensions, la première étape est l'écriture cette équation dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions **[22-42] :**

$$\hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i,\hat{x}_i)*\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)=E_{nc-cp}\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right) \qquad \text{(III-1)}$$

Tel que :

- L'opérateur $\hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i,\hat{x}_i)$ noté a l' Hamiltonien dans l'espace- phase non commutatif à deux dimensions,

- $\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)$ noté à la fonction d'onde complexe dans l'espace de phase non commutatif à deux dimensions,
- E_{nc-cp} noté à la l'énergie produit par le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace - phase non commutatif à deux dimensions,
- Le symbole $*$ est noté de la produit étoile.

L'opérateur $\hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ peut être traité en trois modèles physiques **[31-42] :**

$$\hat{H}_{cp}(p_i, x_i) \rightarrow \begin{cases} \hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \dfrac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta_{ij}}{2} p_j\right) & \text{for (NC : 2D - RSP)} \\ \hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i ; \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta_{ij}}{2} p_j\right) & \text{for (NC : 2D - RS)} \\ \hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \dfrac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i\right) & \text{for (NC : 2D - RP)} \end{cases} \quad \text{(III-2)}$$

- Le premier modèle correspondant $\hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \dfrac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta_{ij}}{2} p_j\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur l'espace et la phase,
- La deuxième modèle correspondant $\hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i ; \hat{x}_i = x_i - \dfrac{\theta_{ij}}{2} p_j\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur l'espace,
- La troisième modèle correspondant $\hat{H}_{nc-cp}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \dfrac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur la phase.

L'équation de Schrödinger modifiée peut être traité par la méthode de Bopp's shift, cette méthode permet d'utilisé les mécanismes le produit ordinaire avec des translations appliqué à la nouveau potentiel de Cornell modifié et le terme cinétique, les deux commutateurs, qu'ils décrivent les déformations de l'espace et la phase deviennent :

$$\left[\hat{x}_{\mu},\hat{x}_{\nu}\right]=i\theta_{\mu\nu}\text{et }\left[\hat{p}_{\mu},\hat{p}_{\nu}\right]=i\bar{\theta}_{\mu\nu} \tag{III-3}$$

1. Avec, les deux opérateurs ($\hat{x}_{\mu}$ et $\hat{p}_{\mu}$) sont donnée par :

$$\begin{cases}\hat{x}_{\mu}=x_{\mu}-\dfrac{\theta_{\mu\nu}}{2}p_{\nu}\\ \hat{p}_{\mu}=p_{\mu}+\dfrac{\bar{\theta}_{\mu\nu}}{2}x_{\nu}\end{cases} \tag{III-4}$$

Avec les indices ($\mu,\nu=1,2$). L'équation de Schrödinger modifiée, ce réduite a la forme suivant :

$$H_{cp}\left(\hat{p}_{i},\hat{x}_{i}\right)\psi\left(\vec{r}\right)=E_{nc-cp}\psi\left(\vec{r}\right) \tag{III-5}$$

Avec, L'opérateur d'Hamiltonien $H_{cp}\left(\hat{p}_{i},\hat{x}_{i}\right)$, qui correspondant le premier modèle prendre la forme :

$$H_{cp}\left(\hat{p}_{\mu},\hat{x}_{\mu}\right)=\frac{\hat{p}^{2}}{2\mu}+V\left(\hat{r}\right) \tag{III-6}$$

Le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace (NC : 2D-RSP) prendre la forme suivant :

$$V_{cp}\left(r\right)\Rightarrow V_{cp}\left(\hat{r}\right)=A+C\hat{r}-\frac{b}{\hat{r}}-D\hat{r}^{2} \tag{III-7}$$

On basé, sur les références de notre encadreur Prof. A. Maireche [34-43], nous avons discuté dans le premier chapitre, les deux opérateurs $\hat{r}^{2}$ and $\hat{p}^{2}$ dans l'espace phase non-commutatif à deux dimensions :

$$\begin{cases}r^{2}\rightarrow\hat{r}^{2}=r^{2}-L_{z}\theta+O\left(\theta^{2}\right)\\ p^{2}\rightarrow\hat{p}^{2}=p^{2}+L_{z}\bar{\theta}+O\left(\bar{\theta}^{2}\right)\end{cases} \tag{III-8}$$

Avec Les trois composantes du moment cinétique sont donnée par :

$$\begin{cases}L_{x}=yp_{z}-zp_{y}=0\\ L_{y}=zp_{x}-xp_{z}=0\\ L_{z}=xp_{y}-yp_{x}\neq0\end{cases} \tag{III-9}$$

L'équation présentée par (III-8) permettre de trouver les termes :

$$\begin{cases} -\frac{b}{r} \rightarrow -\frac{b}{\hat{r}} = -\frac{b}{r} - \frac{b}{2r^3} L_z\theta + O(\theta^2) \\ Cr \rightarrow C\hat{r} = Cr - \frac{C}{2r} L_z\theta + O(\theta^2) \\ -Dr^2 \rightarrow -D\hat{r}^2 = -Dr^2 + DL_z\theta + O(\theta^2) \end{cases} \tag{III-10}$$

Ces résultats récents permettre de donnée la nouvelle forme du nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace phase non commutatif a deux dimensions :

$$\begin{cases} V_{cp}(r) = a(T,r)r - \frac{b(T,r)}{r} \\ \frac{p^2}{2\mu} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{nc-cp}(\hat{r}) = V_{cp}(r) - \left\{ \frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D \right\} L_z\theta \\ \frac{\hat{p}^2}{2\mu} = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{L_z\bar{\theta}}{2\mu} \end{cases} \tag{III-11}$$

C'est à dire que le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions est la somme de deux parties principales, la première $V_{cp}(r)$ est le potentiel de Cornell modifié dans l'espace ordinaire à deux dimensions et l'autre partie $--\left\{ \frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D \right\} L_z\theta$ est la contribution de la déformation produite par la non-commutativité de l'espace.

L'opérateur d'Hamiltonien dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions est la somme du nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace phase ordinaire et la parie de terme cinétique dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions :

$$H_{nc-cp}(\hat{p}_\mu, \hat{x}_\mu) = H_{cp}(p_\mu, x_\mu) + H_{\text{pert-cp}}(r, \Theta, \bar{\theta}) \tag{III-12}$$

Avec $H_{cp}(p_\mu, x_\mu)$ et $H_{\text{pert-cp}}(r, \theta, \bar{\theta})$ sont donnée par, respectivement :

$$H_{cp}(p_\mu, x_\mu) = \frac{p^2}{2\mu} + A + Cr - \frac{b}{r} - Dr^2 \tag{III-13}$$

Et

$$H_{pert-cp}(r, \theta, \bar{\theta}) = -\left\{ \frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D \right\} L_z\theta + \frac{L_z\bar{\theta}}{2\mu} + O\left(\theta^2, \bar{\theta}^2\right) \tag{III-14}$$

L'opérateur $H_{cp}(p_\mu, x_\mu)$ décrié L'Hamiltonien dans l'espace ordinaire à deux dimensions et $H_{pert-cp}(r, \theta, \bar{\theta})$ est produit par les deux déformations de l'espace et la phase. On remarque que l'opérateur $H_{pert-cp}(r, \theta, \bar{\theta})$ proportionnel avec deux paramètres θ and $\bar{\theta}$.

III.3. Le spectre énergétique produit par le nouveau potentiel de Cornell modifié en (NC : 2D-RSP) :

Nous avons observé que l'Hamiltonien perturbé $H_{pert-cp}(r, \theta, \bar{\theta})$ est proportionnel au deux paramètres infinitésimale $(\theta, \bar{\theta})$ et cela signifie que $H_{pert-cp}(r, \theta, \bar{\theta})$ prend une valeur très petite par rapport à la partie principale $H_{cp}(p_\mu, x_\mu)$, donc on peut appliquer le théorème de perturbation indépendant du temps pour obtenir les modifications exacte d'énergie E_{cp-per} au premier ordre en $(\theta, \bar{\theta})$. L'énergie totale dans l'espace-temps non commutatif E_{nc-cp} est la somme de l'énergie correspondant à l'espace ordinaire E_{nm} et les corrections E_{nc-per} :

$$E_{nc-an} = E_{nm} + E_{cp-per} \tag{III-15}$$

Le théorème de perturbation permet d'obtenir les corrections au premier ordre de la façon suivante :

$$E_{cp-per} = \langle n | H_{\text{pert-cp}}(r, \theta, \bar{\theta}) | n \rangle \tag{III-16}$$

On peut récrire l'équation (III-16) sous la forme :

$$E_{cp-per}(\theta, \bar{\theta}) = -m \int \Psi^*(r, \varphi) \left(\theta \left(\frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D \right) - \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) \Psi(r, \varphi) r dr d\varphi \tag{III-17}$$

Avec $ds = r dr d\varphi$ représenté l'élément de surface en coordonnées polaires (r, φ). La fonction d'onde $\Psi(r, \varphi)$ est présentée au chapitre II du mémoire. Donc, on peut écrire l'équation (III-17), de la forme :

$$E_{nc-per}(\Theta, \bar{\theta}) = -m \int R^*(r) \left(\left(\frac{b}{2r^3} + \frac{C}{2r} - D \right) \Theta - \frac{\bar{\theta}}{2\mu} \right) R(r) r dr \int_0^{2\Pi} d\varphi \tag{III-18}$$

Avec $R(r)$ est la partie radiale de fonction d'onde. On remplace la partie radiale de la fonction d'onde $R(r)$ dans équation (III-18) on obtient la correction sur l'énergie d'un quarkonium particule :

$$E_{cp-per}(\theta,\bar{\theta}) \equiv -|C_{n,l}|^2 m \int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-1} \exp\left(2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right)\right\}^2\left(\left(\frac{b}{2r^3}+\frac{C}{2r}-D\right)\theta-\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right)dr \quad \text{(III-19)}$$

On peut écrier l'équation (III-19) sous la forme :

$$E_{cp-per}(\theta,\bar{\theta}) \equiv |C_{n,l}|^2\left\{\theta\sum_{i=1}^{3}T_i+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}T_4\right\} \quad \text{(III-20)}$$

Avec les quatre termes $T_i\left(i=\overline{1,4}\right)$ sont donnée par :

$$\begin{aligned}
T_1 &= -m\frac{b}{2}\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-4}\exp\left(2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right)\right\}^2 dr,\\
T_2 &= -m\frac{C}{2}\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-2}\exp\left(2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right)\right\}^2 dr, \quad \text{(III-21)}\\
T_3 &= mD\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-1}\exp\left(2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right)\right\}^2 dr,\\
T_4 &= m\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}-1}\exp\left(2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)^n\left(r^{-2n+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{1n}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{1n}}r\right)\right)\right\}^2 dr
\end{aligned}$$

Pour l'état fondamental, les expressions du 4-facteurs $T_i\left(i=\overline{1,4}\right)$ peut être simplifié sous la forme :

$$\begin{aligned}
T_1(b,n=0,D_2,D_{10}) &= -m\frac{b}{2}\int_0^{+\infty} r^{\lambda_0-3-1}\exp(-\beta_0 r)dr\\
T_2(C,n=0,D_2,D_{10}) &= -m\frac{C}{2}\int_0^{+\infty} r^{\lambda_0-1-1}\exp(-\beta_0 r)dr \quad \text{(III-22)}\\
T_3(D,n=0,D_2,D_{10}) &= mD\int_0^{+\infty} r^{\lambda_0-1}\exp(-\beta_0 r)dr = DT_4(n=0,D_2,D_{1n})
\end{aligned}$$

Avec $D_{10}=-\mu\left(E_0-A-\frac{3C}{\delta}+\frac{6D}{\delta^2}\right)$, $\beta_0=2\sqrt{2D_{10}}$ et $\lambda_0=\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{10}}}$. Pour obtenir les résultants d'intégrales, ont appliqué l'intégrale spéciale suivant [44] :

$$\int_0^{+\infty} x^{\nu-1}\exp\left(-\lambda x^p\right)dx = \frac{\lambda^{-\frac{\nu}{p}}}{p}\Gamma\left(\frac{\nu}{p}\right) \qquad \text{(III-23)}$$

Avec $\Gamma(\nu)$ est la fonction Gamma et ($\mathrm{Rel}(\lambda)\rangle 0$ et $\mathrm{Rel}(\nu\rangle 0)$. Ce qui permit de trouver les résultats suivant :

$$\begin{aligned}
&T_1\left(b, n=0, D_2, D_{10}\right) = -m\frac{b}{2}\beta_0^{-(\lambda_0-3)}\Gamma\left(\lambda_0-3\right)\\
&T_2\left(C, n=0, D_2, D_{10}\right) = -m\frac{C}{2}\beta_0^{-(\lambda_0-1)}\Gamma\left(\lambda_0-1\right) \qquad \text{(III-24)}\\
&T_3\left(D, n=0, D_2, D_{10}\right) = mD\beta_0^{-\lambda_0}\Gamma\left(\lambda_0\right) = DT_4\left(n=0, D_2, D_{10}\right)
\end{aligned}$$

Ce qui permit d'obtenir les corrections $E_{cp-per}\left(n=0,\theta,\bar{\theta}\right)$ on fonctions des paramètres $\left(\theta,\bar{\theta}\right)$ et les paramétrées de potentiels b, C et D :

$$E_{cp-per}\left(\theta,\bar{\theta}\right) \equiv -\left|C_{n,l}\right|^2 m\left\{\theta T_{nc-s} + \bar{\theta}T_{nc-p}\right\} \qquad \text{(III-25)}$$

Avec T_{nc-s} et T_{nc-p} sont donnée par :

$$\begin{cases}
T_{nc-s} = \sum_{i=1}^{3} T_i \equiv -m\frac{b}{2}\beta_0^{-(\lambda_0-3)}\Gamma\left(\lambda_0-3\right) - m\frac{C}{2}\beta_0^{-(\lambda_0-1)}\Gamma\left(\lambda_0-1\right) + mD\beta_0^{-\lambda_0}\Gamma\left(\lambda_0\right)\\
T_{nc-pk} \equiv T_4
\end{cases} \qquad \text{(III-26)}$$

Pour le premier état excité, les expressions du 4-facteurs $T_i\left(i=\overline{1,4}\right)$ peut être simplifié sous la forme :

$$\begin{aligned}
&T_1\left(b, n=1, D_2, D_{11}\right) = -m\frac{b}{2}\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}-4}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2 dr\\
&T_2\left(C, n=1, D_2, D_{11}\right) = -m\frac{C}{2}\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}-2}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2 dr \qquad \text{(III-27)}\\
&T_3\left(D, n=1, D_2, D_{11}\right) = mD\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}-1}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2 dr\\
&T_4\left(n=1, D_2, D_{11}\right) = m\int_0^{+\infty} r^{-\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}-1}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2 dr
\end{aligned}$$

On peut simplifier :

$$T_1(b,n=1,D_2,D_{11})=-m\frac{b}{2}\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-4}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\lambda_1}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2dr$$
$$T_2(C,n=1,D_2,D_{11})=-m\frac{C}{2}\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-2}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\lambda_1}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2dr$$
$$T_3(D,n=1,D_2,D_{11})=mD\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-1}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\lambda_1}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2dr \quad \text{(III-28)}$$
$$T_4(n=1,D_2,D_{11})=m\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-1}\exp\left(2\sqrt{2D_{11}}r\right)\left\{\left(-r^2\frac{d}{dr}\right)\left(r^{-2+\lambda_1}\exp\left(-2\sqrt{2D_{11}}r\right)\right)\right\}^2dr$$

Et aussi autre simplifications :

$$T_1(b,n=1,D_2,D_{11})=-m\frac{b}{2}\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-4}\left\{\alpha_1^2r^{2\alpha_1+2}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{2\alpha_1+4}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{2\alpha_1+3}\exp(-\beta_1r)\right\}dr$$
$$T_2(C,n=1,D_2,D_{11})=-m\frac{C}{2}\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-2}\left\{\alpha_1^2r^{2\alpha_1+2}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{2\alpha_1+4}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{2\alpha_1+3}\exp(-\beta_1r)\right\}dr$$
$$T_3(D,n=1,D_2,D_{11})=mD\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-1}\left\{\alpha_1^2r^{2\alpha_1+2}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{2\alpha_1+4}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{2\alpha_1+3}\exp(-\beta_1r)\right\}dr \quad \text{(III-29)}$$
$$T_4(n=1,D_2,D_{11})=m\int_0^{+\infty}r^{-\lambda_1-1}\left\{\alpha_1^2r^{2\alpha_1+2}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{2\alpha_1+4}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{2\alpha_1+3}\exp(-\beta_1r)\right\}dr$$

Et aussi autre simplifications :

$$T_1(b,n=1,D_2,D_{11})=-m\frac{b}{2}\int_0^{+\infty}\left\{\alpha_1^2r^{\lambda_1-6}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{\lambda_1-3}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{\lambda_1-4}\exp(-\beta_1r)\right\}dr$$
$$T_2(C,n=1,D_2,D_{11})=-m\frac{C}{2}\int_0^{+\infty}\left\{\alpha_1^2r^{\lambda_1-4}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{\lambda_1-1}1\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{\lambda_1-2}\exp(-\beta_1r)\right\}dr$$
$$T_3(D,n=1,D_2,D_{11})=mD\int_0^{+\infty}\left\{\alpha_1^2r^{\lambda_1-3}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{\lambda_1}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{\lambda_1-1}\exp(-\beta_1r)\right\}dr \quad \text{(III-30)}$$
$$T_4(n=1,D_2,D_{11})=m\int_0^{+\infty}\left\{\alpha_1^2r^{\lambda_1-3}\exp(-\beta_1r)+\beta_1^2r^{\lambda_1}\exp(-\beta_1r)-2\beta_1\alpha_1r^{\lambda_1-1}\exp(-\beta_1r)\right\}dr$$

Avec $D_{11}=-\mu\left(E_1-A-\frac{3C}{\delta}+\frac{6D}{\delta^2}\right)$, $\beta_1=2\sqrt{2D_{11}}$, $\lambda_1=\frac{2D_2}{\sqrt{2D_{11}}}$ and $\alpha_1=\lambda_1-2$. Pour obtenir les résultants d'intégrales, ont appliqué l'intégrale spéciale présente dans l'equation (III-23), on obtient :

$$T_1\left(b,n=1,D_2,D_{11}\right)=-m\frac{b}{2}\beta_1^{-\lambda_1+3}\left\{\alpha_1^{\,2}\Gamma\left(\lambda_1-5\right)+\Gamma\left(\lambda_1-3\right)-2\alpha_1\Gamma\left(\lambda_1-4\right)\right\}$$

$$T_2\left(C,n=1,D_2,D_{11}\right)=-m\frac{C}{2}\beta_1^{-\lambda_1+1}\left\{\alpha_1^{\,2}\Gamma\left(\lambda_1-3\right)+\Gamma\left(\lambda_1-1\right)-2\alpha_1\Gamma\left(\lambda_1\right)\right\} \quad \text{(III-31)}$$

$$T_3\left(D,n=1,D_2,D_{11}\right)=mD\beta_1^{-\lambda_1}\left\{\alpha_1^{\,2}\Gamma\left(\lambda_1-2\right)+\beta_1\Gamma\left(\lambda_1-1\right)-2\alpha_1\Gamma\left(\lambda_1-1\right)\right\}=DT_4\left(n=1,D_2,D_{11}\right)$$

Ce qui permit d'obtenir les corrections $E_{cp-per}\left(n=1,\theta,\bar{\theta}\right)$ on fonctions des paramètres $\left(\theta,\bar{\theta}\right)$ et les paramétrées de potentiels b, C et D :

$$E_{cp-per}\left(n=1,\theta,\bar{\theta}\right)\equiv-\left|C_{n,l}\right|^2 m\left\{\theta T_{nc-s}+\bar{\theta}T_{nc-p}\right\} \quad \text{(III-32)}$$

Avec T_{nc-s} et T_{nc-p} sont donnée par :

$$\begin{cases} T_{nc-s}=\sum_{i=1}^{3}T_i\equiv T_1\left(b,n=1,D_2,D_{11}\right)+T_2\left(C,n=1,D_2,D_{11}\right)+T_3\left(D,n=1,D_2,D_{11}\right) \\ T_{nc-pk}\equiv T_4\left(n=1,D_2,D_{11}\right) \end{cases} \quad \text{(III-33)}$$

Ce qui permit d'obtenir les corrections correspondent l'état excité n, noté par $E_{cp-per}\left(n,\theta,\bar{\theta}\right)$ on fonctions des paramètres $\left(\theta,\bar{\theta}\right)$ et les paramétrées de potentiels b, C et D :

$$E_{cp-per}\left(n,\theta,\bar{\theta}\right)\equiv-\left|C_{n,l}\right|^2 m\left\{\theta T_{nc-s}\left(b,C,D,n,D_2,D_{1n}\right)+\bar{\theta}T_{nc-p}\left(b,n,D_2,D_{1n}\right)\right\} \quad \text{(III-34)}$$

Avec T_{nc-s} et T_{nc-p} sont donnée par :

$$\begin{cases} T_{nc-s}\left(b,C,D,n,D_2,D_{1n}\right)=T_1\left(b,n,D_2,D_{1n}\right)+T_2\left(C,n,D_2,D_{1n}\right)+T_3\left(D,n,D_2,D_{1n}\right) \\ T_{nc-pk}\equiv T_4\left(n,D_2,D_{1n}\right) \end{cases} \quad \text{(III-35)}$$

L'énergie $E_{nc-cp}\left(\theta,\bar{\theta}\right)$ de l'état excité n dans l'espace-phase -non commutatif a deux dimensions produit par l'effet de la non-commutativité de l'espace et la phase, est la somme de l'énergie $E_{n,m}$ (donnée par (II.17) de l'état excité n dans l'espace-temps-ordinaire et les modifications non commutatif, qui déterminé par l'équation (III-33) :

$$E_{nc-cp}\left(\theta,\bar{\theta}\right)\equiv +\frac{3C}{\delta}-\frac{6D}{\delta^{3}}-\frac{2\mu\left(\frac{3C}{\delta^{2}}-\frac{8D}{\delta^{3}}+b\right)}{\left[3\pm\sqrt{1+4\left(\left(m+1/2\right)^{2}-1/4\right)+\frac{8\mu C}{\delta^{3}}-24\frac{\mu D}{\delta^{4}}}\right]^{2}}-\frac{b^{2}}{4a}- \tag{III-36}$$

$$-\left|C_{n,l}\right|^{2}m\left\{\theta T_{nc-s}\left(b,C,D,n,D_{2},D_{1n}\right)+\bar{\theta}T_{nc-p}\left(b,n,D_{2},D_{1n}\right)\right\}$$

Et l'opérateur d'Hamiltonien $\hat{H}_{nc-cp}$ correspondant peut être représenté par la forme suivant :

$$H_{nc-cp}\left(\hat{p}_{\mu},\hat{x}_{\mu}\right)=H_{cp}\left(p_{\mu},x_{\mu}\right)-\left\{\frac{b}{2r^{3}}+\frac{C}{2r}-D\right\}L_{z}\theta+\frac{L_{z}\bar{\theta}}{2\mu}+O\left(\theta^{2},\bar{\theta}^{2}\right) \tag{III-37}$$

L'expression d'énergie corrigée $E_{cp-per}\left(n,\theta,\bar{\theta}\right)$ est produite sous l'effet d'un champ magnétique sur le système de quarkonium. Ainsi, on peut dire qu'une étude le système de quarkonium dans l'espace phase non commutatif a deux dimensions donne au moins une autre valeur d'énergie générée par l'effet de Zeman en plus de la valeur de l'énergie quarkonium dans l'espace quantique ordinaire.

Notez clairement que les nouveaux niveaux d'énergie deviennent dégénérés, chaque niveau d'énergie devient $2l+1$ niveaux, c'est à cause de l'effet automatique produit par l'influence de l'effet Zeeman modifié.

Conclusions et interprétations Physique

A travers ce mémoire de master en filière physique, spécialité théorique : Promotion 2018-2019 :

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger pour le nouveau potentiel de Cornell modifié dans l'espace de phase non commutatif a deux dimensions

Le but de ce mémoire est l'étude d'un système physique comme les mésons qui sont composées par des quarks et des antiquarks dans le cadre de l'équation de Schrödinger modifiée pour le nouveau potentiel de Cornell modifié, en géométrie non commutatif à deux dimensions.

Dans le premier chapitre, nous avons représenté les formalismes mathématiques et physiques de l'espace-phase non commutatif à deux dimensions, et on a appliqué ces principes sur les quarkoniums sous l'influence du nouveau potentiel de Cornell modifié.

Dans le deuxième chapitre, nous avons révisé l'effet potentiel de Cornell modifié sur le système d'un quarkonium en se basant sur [**17-18**].

Dans le dernier chapitre, nous avons étudié l'effet du non commutativité de l'espace phase à deux dimensions, en appliquant la méthode de Bopp shift du premier ordre dans les paramètres de non commutativité θ et $\bar{\theta}$, les modifications sur l'énergie sous la forme :

$$E_{cp-per}\left(n=1,\theta,\bar{\theta}\right)\equiv-\left|C_{n,l}\right|^{2} m\left\{\theta T_{nc-s}\left(b,C,D,n,D_{2},D_{1n}\right)+\bar{\theta} T_{nc-p}\left(b,n,D_{2},D_{1n}\right)\right\}$$

L'énergie $E_{nc-cp}\left(\theta,\bar{\theta}\right)$ de l'état excité n dans l'espace phase non commutatif a deux dimensions produit par l'effet de la non-commutativité de l'espace et la phase, est la somme de l'énergie $E_{n,m}$ (donnée par (II.17) de l'état excité n dans l'espace-temps-ordinaire et les modifications non commutatif, qui déterminé par l'équation (III-34) :

$$E_{nc-cp}(\theta,\bar{\theta}) \equiv +\frac{3C}{\delta}-\frac{6D}{\delta^3}-\frac{2\mu\left(\frac{3C}{\delta^2}-\frac{8D}{\delta^3}+b\right)}{\left[3\pm\sqrt{1+4\left((m+1/2)^2-1/4\right)+\frac{8\mu C}{\delta^3}-24\frac{\mu D}{\delta^4}}\right]^2}-\frac{b^2}{4a}-$$

$$-\left|C_{n,l}\right|^2 m\left\{\theta T_{nc-s}(b,C,D,n,D_2,D_{1n})+\bar{\theta}T_{nc-p}(b,n,D_2,D_{1n})\right\}$$

L'expression d'énergie corrigée $E_{cp-per}(n,\theta,\bar{\theta})$ est produite sous l'effet d'un champ magnétique sur le système de quarkonium. Ainsi, on peut dire qu'une étude du système de quarkonium dans l'espace de phase -non commutatif à deux dimensions donne au moins une autre valeur d'énergie générée par l'effet de Zeman en plus de la valeur de l'énergie quarkonium dans l'espace quantique ordinaire.

La limite $(\theta,\bar{\theta})\rightarrow(0,0)$ permet d'obtenir tous les résultants de l'espace ordinaire à deux dimensions pour le potentiel étudiés.

Espace non commutatif pour le nouveau potentiel de Cornell modifié $\equiv$ Espace ordinaire pour potentiel de Cornell modifié + L'effet de Zeeman

Références Bibliographiques

1. J. L. Basidevant, Mécanique Quantique, ellipses, ISBN 2-7298-8614-1 (1986), Paris, France.
2. E. Elbaz, Quantum, The quantum theory of particles, Fields, and Cosmology, Springer, ISBN 3-540-62093-1 (1995), New York, USA.
3. Walter Greiner, Relativistic Quantum Mechanics, Third edition Springer-Verlag Heidelberg New York 2000.
4. J J Pena, G Ovando and J Morales, D-dimensional Eckart+deformed Hylleraas potential: Bound state solutions, Journal of Physics: Conference Series 574 (2015) 012089, doi:10.1088/1742-6596/574/1/012089
5. L. Buragohain and S. A. S .Ahmed, Exactly solvable quantum mechanical systems generated from the anharmonic potentials, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 4, No. 1, 79-83 (2010).
6. A. Niknam, A. A. Rajab and M. Solaimani, Solutions of D-dimensional Schrödinger equation for Woods-Saxon potential with spin-orbit, coulomb and centrifugal terms through a new hybrid numerical fitting Nikiforov-Uvarov method, J Theor App Phys, (2015) DOI 10.1007/s40094-015-0201-9.
7. Sameer M. Ikhdair1 and Ramazan Sever, Exact solutions of the radial Schrödinger equation for some physical potentials, CEJP. 5(4) (2007) 516–527.
8. B. I. Ita, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Hellmann plus Mie-type potential using Nikiforov-Uvarov Method, International Journal of Recent advances in Physics (IJRAP), Vol. 2, No, 4, 2013.
9. S. M. Ikhdair and R. Sever, Exact polynomial eigensolutions of the Schrödinger equation for the pseudoharmonic potential, J. Mol. Struc.-Theochem. Vol. 806, (2007), pp. 155–158.
10. Ahmed, A. S. and Buragohain, L., Generation of new classes of exactly solvable potentials, Phys.Scr.80. (2009) 1-6.

11. Bose, S. K., Exact solution of non-relativistic Schrödinger equation for certain central physical potentials, Nouvo Cimento B. 113 (1996) 299- 328.

12. B. I. Ita, A. I. Ikeuba and A. N. Ikot, Solutions of the Schrödinger Equation with Quantum Mechanical Gravitational Potential Plus Harmonic Oscillator Potential, Commun. Theor. Phys. 61 (2014) 149.

13. H. Hassanabadi, M. Hamzavi, S. Zarrinkamar and A. A. Rajabi, Exact solutions of N-Dimensional Schrödinger equation for a potential containing coulomb and quadratic terms, International Journl of the Physical Sciences, Vol. 6(3), pp. 583-586, 2011.

14. R. Kumar and F. Chand, Asymptotic Study to the N-Dimensional Radial Schrödinger Equation for the Quark-Antiquark System. Communications in Theoretical Physics, 59(5) (2013) 528–532. doi:10.1088/0253-6102/59/5/02

15. Tapas Das, Treatment of N-dimensional Schrödinger Equation for Anharmonic Potential via Laplace Transform, EJTP (Electronic Journal of Theoretical Physics)13, No. 35 (2016) 207–214.

16. J. Fingberg, Heavy quarkonia at high temperature, Physics Letters B, 424(3-4) (1998) 343–354. Doi: 10.1016/s0370-2693(98)00205-6

17. M. Abu-Shady, N-dimensional Schrödinger equation at finite temperature using the Nikiforov–Uvarov method. Journal of the Egyptian Mathematical Society, 25(1) (2017) 86–89. doi:10.1016/j.joems.2016.06.006

18. A. F. Al-Jamel, and H. Widyan, Heavy Quarkonium Mass Spectra in a Coulomb Field Plus Quadratic Potential Using Nikiforov-Uvarov Method. Applied Physics Research, 4(3) (2012) 94-99. doi:10.5539/apr.v4n3p94

19. W. Heisenberg. Letter to R. Peierls (1930), in ’Wolfgang Pauli, Scientific Correspondence’, Vol. III, p.15, Ed. K. von Meyenn - 1985. Springer. : Verlag).

20. H. Snyder, The Quantization of space-time, Phys. Rev. 71 (1946) 38-41. doi:10.1103/physrev.71.38

21. R. J. Szabo, “Quantum field theory on noncommutative spaces”, Phys. Rept. 378 207 (2003) hep-th/0109162.

22. F. A. Schaposnik “Three lectures on noncommutative field theories”, hep-th/0408132.

23. M. Chaichian, P. P. Kulish, K. Nishijima and A. Tureanu, “On a Lorentz-Invariant Interpretation of Noncommutative Space-Time and Its Implications on Noncommutative QFT,” Phys. Lett. B 604 98 (2004) hep-th/0408069.

24. J. Wess, “Deformed Coordinate Spaces: Derivatives,” hep-th/0408080.

25. A. Connes and M. A. Rieffel, “Yang-Mills for Noncommutative Two-Tori”, Contemp. Math. 62, 237 (1987).

26. A. Connes and J. Lott, “Particle Models and Noncommutative Geometry”, Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) 18 B 29 (1991).

27. M. Darroodi, H. Mehraban and H. Hassanabadi, The Klein–Gordon equation with the Kratzer potential in the noncommutative space, Modern Physics Letters A, 33, No. 35 (2018) 1850203 (6 pages). doi:10.1142/s0217732318502036

28. A. E. F. Djemei and H. Smail, On Quantum Mechanics on Noncommutative Quantum Phase Space, Commun. Theor. Phys. (Beijinig, China). 41 (2004) pp.837-844.

29. A. Jahan, Noncommutative harmonic oscillator at finite temperature: a path integral approach, Brazilian Journal of Physics, vol. 37, no. 4 (2007) 144-146.

30. Anselme F. Dossa, Gabriel Y. H. Avossevou, Noncommutative Phase Space and the Two Dimensional Quantum Dipole in Background Electric and Magnetic Fields, Journal of Modern Physics. 4 (2013) 1400-1411.

31. Jumakari-Mamat; Sayipjamal Dulat and Hekim Mamatabdulla, Landau-like Atomic Proplem on a Non-commutative Phase Space, Int J Theor Phys; DIO 10.1007/s10773-016-2922-1 (2016).

32. Mémoire de master préparé par : Gharbi Noura et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, L’atome d’Hydrogène sous l’action d’un potentiel Coulombien dans l’espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M’sila, Algérie.

33. Mémoire de master préparé par : Elbahi Fatima et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, L’atome d’Hydrogène sous l’action d’un multi-potentiels dans l’espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M’sila, Algérie.

34. Mémoire de master préparé par : Zellagui Asma et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergies atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non commutatif à deux dimensions : 2014-2015, département de physique, université de M'sila, Algérie.

35. Abdelmadjid Maireche, Deformed Quantum Energy Spectra with Mixed Harmonic Potential for Nonrelativistic Schrödinger equation, J. Nano- Electron. Phys. 7 No 2, (2015) 02003.

36. Abdelmadjid Maireche, A Study of Schrödinger Equation with Inverse Sextic Potential in 2-dimensional Non-commutative Space, The African Rev. Phys. 9:0025, (2014) 185-193.

37. Abdelmadjid Maireche Deformed Bound States for Central Fraction Power Potential: Non-Relativistic Schrödinger Equation, The African Rev. Phys. 10:0014, (2015) 97-103.

38. Abdelmadjid. Maireche, Nonrelativistic Atomic Spectrum for Companied Harmonic Oscillator Potential and its Inverse in both NC-2D: RSP, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 56, pp. 1-9, Jul. 2015.

39. Abdelmadjid Maireche, Atomic Spectrum for Schrödinger Equation with Rational Spherical Type Potential in Non-commutative Space and Phase, The African Review of Physics, Vol. 10:0046, 373-381(2015).

40. Abdelmadjid Maireche, A Nonrelativistic Subatomic Model to Describe a Behavior of 2D Anharmonic Sextic Potential for Atomic Nucleus in the Symmetries of Extended Quantum Mechanics, J. Nano- Electron. Phys. 11 No 1, 01024 (2019) DOI: https://doi.org/10.21272/jnep.11(1).01024

41. Maireche A (2017) New Exact Non-relativistic Energy Eigen Values for Modified Inversely Quadratic Hellmann Plus Inversely Quadratic Potential. J Nanosci Curr Res 2:115. DOI: 10.4172/2572-0813.1000115.

42. Abdelmadjid Maireche and Janaoui Imane (2016) A New Nonrelativistic Investigation for Spectra of Heavy Quarkonia with Modified Cornell Potential: Noncommutative Three Dimensional Space and Phase Space Solutions, J. Nano- Electron. Phys. 8(3): 03025-1 - 03025-9.

43. Maireche A (2016) A New Nonrelativistic Investigation for Interactions in One-Electron Atoms with Modified Inverse-Square Potential: Noncommutative Two and Three Dimensional Space Phase Solutions at Planck's and Nano-Scales. J Nanomed Res 4(3): 00090. DOI: 10.15406/jnmr.2016.04.00090
44. I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products, ISBN-13: 978-0-12-373637-6, (2007) USA.

Abstract

In this work, of master memory, in theoretical physics, (2018/2019), we have studied the Schrödinger equation with new modified Cornell potential by the temperate and the relative distance between quark and antiquark in noncommutative two dimensional spaces and phases by applying the Bopp's shift method to first order in the noncommutative parameters ($\theta, \bar{\theta}$), instead of using the star product method. The corrections of energy levels obtained by applying standard perturbation theory for quarkonium systems, it has been observed that the obtained energy spectra was changed radically, and replaced by degenerate new states, depending on the discrete quantum atomic number m , these results produced from self-Zeeman effect.

Keywords: Star product, noncommutative space and phase, Cornell potential.

Paces number(s): **11.10.Nx, 32.30-r, 03.65-w.**

ملخص

في هذا العمل الخاص بمذكرة الماستر في الفيزياء النظرية (2019/2018). درسنا معادلة شرود ينغر تحت تأثير كمون يسمي **الكمون الجديد المعدل** بسبب درجة الحرارة والبعد النسبي بين الكوارك ومضاد الكوارك في نظام الكواركونيوم في الفضاء اللاتبادلي ثنائي البعد وثنائي الطور بتطبيق مبدأ Bopp بدلا من الحل المباشر الناتج عن الجداء النجمي. اعتمدنا النتائج الموافقة للحد **(** $\theta, \bar{\theta}$ **)**. وجدنا الكمون الناتج عن خواص الفضاء يحتوي على حد جديد متناهي في الصغر بالمقارنة مع الحد الرئيسي وهذا يسمح بتطبيق نظرية الاضطرابات المستقرة. قمنا بحساب الطاقات الجديدة. لأنظمة الكواركونيوم حيث أن النتائج المحصل عليها تختلف جذريا عن النتائج الأصلية وأصبحت متوالدة ومتعلقة بعدد كمي مغناطيسي m هذا التوالد في مستويات الطاقة يمكن تفسيره فيزيائيا نتيجة لتأثير مفعول زيمان-الذاتي.

الكلمات المفتاحية: الجداء النجمي. الفضاء اللاتبادلي البعدي -الطوري وكمون كورنل.