



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Licence**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées

Par

1- NAIDJI Ali 2-LOMARI Bakhti 3-SAADI Sohaib

Sujet

Sur l'espace de Banach

Dirigé par :

Mr. Soraya Amel BENMERROUCHE

Promotion: 2013/2014

Introduction	1
1 Rappels sur l'espace de Banach	3
1.1 Les application linéaire	4
1.1.1 Les groupes	4
1.1.2 Espace vectoriel	4
1.1.3 Les application linéaires	6
1.2 Les espaces vectoriels normes	7
1.2.1 Normès	7
1.2.2 espaces vectoriels normés	8
1.3 Espace Métrique Complet	10
1.3.1 Distances	10
1.3.2 Espaces Métriques	11
1.3.3 Topologies générales	11
1.3.4 Topologie d'un espace métrique	12
1.3.5 Suites de Cauchy	13
1.3.6 Espaces Métriques Complets	13
1.3.7 Espace Métrique Compacte	14
2 ESPACE DE BANACH	15
2.1 Espace de Banach	16
2.1.1 Quelques exemples d'espace de Banach	16

2.1.2	Exemples des espaces qui ne sont pas des espaces de Banach	17
2.1.3	Espace de Hilbert	17
2.1.4	Suites sur espace de Banach	18
2.2	Séries dans les espaces de Banach	19
2.3	Compacité et espace de Banach	21
2.4	Théorème de Banach	26
3	les fonctions et les calculs dans l'espace de Banach	30
3.1	Applications différentiables et différentielles	31
3.1.1	Différentielle d'une fonction différentiable	32
3.1.2	Opérations sur les fonctions différentiables	32
3.1.3	Opération sur les fonctions de classe c^1	34
3.1.4	Dérivée selon un vecteur Dérivées partielles	34
3.1.5	Fonction dérivable à valeurs dans un espace de Banach	35
3.2	Théorème des accroissements finis; Applications	36
3.2.1	Énoncé de théorème	36
3.3	Inversion locale, fonction implicite	39
3.3.1	Définition (difféomorphisme)	39
3.3.2	Théorème d'inversion locale	40
3.3.3	Théorème du difféomorphisme local	40
3.4	Théorème des fonctions implicites	40
3.5	Formules de Taylor	42
3.5.1	Formule de Taylor avec reste intégral	42
3.6	Conclusion générale	45
	Conclusion générale	45
	Bibliographie	46

Le chapitre 0 leçon 1 à un rappels sur l'espace de Banach

On définit les groupes, espace vectoriel et les applications linéaires, rappels de l'espace vectoriel normé et espace métrique complet (de notion de distance, espace métrique et la théorie du suite de Cauchy)

Introduction

En 1920, connue sous le nom soi-disant vide Banach et lancé l'idée d'un Banach à vide par certains sceptiques, par exemple, Wiener (1894-1964) Norbert Wiener a introduit les concepts, mais il n'a pas établi des théories et qui a inventé le nom du vide Banach est Friche et l'importance de la contribution de Banach, il a développé une théorie de l'analyse systématique Daly où il a été pas de score isolé plus tard développé pour s'adapter à la nouvelle théorie franchi une autre étape dans l'abstraction par Banach en 1932 quand il a quitté le record du bâton bleu à la norme de vide, prenant fonctionnelles Banach linéaire Friche, et expliqué qu'ils ont une situation naturellement les blancs standards, et Banach prouvé un certain nombre de conclusions clés les blancs linéaire normalisée, et un grand nombre de théories importantes en son nom appelés après lui il Ya une théorie et Han - linéaires Banach fonctionnelles sur l'extension de la théorie et liée Banach - Steinhausen et la théorie de point. Xe de Banach En mathématiques, et plus particulièrement en analyse, on appelle espace de Banach un espace vectoriel normé sur un sous-corps K de \mathbb{C} (en général, $K = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}), complet pour la distance issue de sa norme. Comme la topologie induite par sa distance est compatible avec sa structure d'espace vectoriel, c'est un espace vectoriel topologique. Les espaces de Banach possèdent de nombreuses propriétés qui font deux un outil essentiel pour l'analyse fonctionnelle, parmi les applications dans les espaces de Banach on trouve: STANDARD utilise vide et vide Banach dans l'économie et les applications. nacrères, également appliquée en génétique, physique, génie chimique, chimie quantique, statistiques, et utilise la théorie du contrôle optimal. Le travail est organisé comme suit:

Le chapitre 01 consacré à un rappels sur l'espace de Banach

On dé.ni les groupes , espace vectoriel et les applications linéaires, rappels de l'espace vectoriel normé et espace métrique complet (dé nation de distance, espace métrique, topologie et la théorème du suite de Cauchy) .

Dans le deuxième chapitre on va étudier:

L'espace de Banach:

Dé nation de l'espace de Banach et des exemples par espace de Banach, espace de Hilbert, les séries dans un espace de Banach, la compacité d'un espace de Banach est les théorèmes de Banach (théorème du point fixe de Banach, théorème de fermés) au dernier chapitre on présente

Nos calculs appliqués dans l'espace de Banach :

Les application différentielles, théorème de différentiables, les théorèmes des fonctions différentiables dans l'espace de Banach, les dérivées selon un vecteur et dérivées partielle , les fonctions dérivables dans l'espace Banach, théorème des accroissements locaux, inverse locale de fonction implicites (théorème d'inversion local , théorème d'isomorphisme local, théorème des fonctions implicites).

Conclusion générale

Dans ce travail, on présente les importances des propriétés de l'espace de Banach dans plusieurs domaines scientifiques, et leurs théorèmes importants, et leurs fonctions qui ont été étudiées les calculs et les propriétés dans les plusieurs autres espaces.

Bibliographie

- [1] Les cours de l'Université de Tunis (1991)
- [2] Les cours de l'Université de Tunis (1992)
- [3] Les cours de l'Université de Tunis (1993)
- [4] Les cours de l'Université de Tunis (1994)
- [5] Les cours de l'Université de Tunis (1995)
- [6] Les cours de l'Université de Tunis (1996)
- [7] Les cours de l'Université de Tunis (1997)
- [8] Les cours de l'Université de Tunis (1998)
- [9] Les cours de l'Université de Tunis (1999)
- [10] Les cours de l'Université de Tunis (2000)
- [11] Les cours de l'Université de Tunis (2001)

Bibliographie

- [1] les cours premeir licence (algebre 1),2011
- [2] les cours Troisième (topologie),2013
- [3] cédric Milliet Topologie des espaces vectoriels normés ,2011-2012
- [4] laurent Berger. Topologie et calcul différentiel, 2013
- [5] tawfik Sari. ecpaces métriques vectoriels normés
- [6] F.Golse. Analyse réelle
- [7] Sylvie Benzoni.Calcul différentiel (licence de mathématiques),11 mai 2005
- [8] nicolas raymond. espaces vectoriels normés et calcule differentiell
- [9] v.komornik. Analyse fonctionnelle 2, Espaces de Banach , Définitions et exemples.2013
- [10] NHa m Breiz.Analyse fonctionnelle.Theori et applications.Dunod,1999. Définitions et exemples.2013
- [11] Cours de troisieme année de licence (Universite Galatasaray)

ملخص :

الغرض الرئيسي لهذا العمل المتواضع هو دراسة فضاءات دالية مختلفة متداولة بكثرة في مختلف المجالات العلمية الا وهو الفضاء الدالي بناخ والذي يتميز بخواص مختلفة عن الفضاءات الأخرى

من خلال هذا العمل استنتجنا بان خواص هذا الفضاء جد مهمة ومميزة عن باقي خواص الفضاءات الاخرى وانه توطئة لفضاءات دالية مختلفة.

الكلمات المفتاحية فضاء دالي بناخ

Résumé :

L'objectif essentiel de ce travail est l'étude l'espace fonctionnel différents très connus dans le domaine scientifique que est espace fonctionnel de Banach c'espace a des propriétés différentes par rapport en autres espace.

On déduit de ce travail que les propriétés ce cet espace très importante et différente lemme a' les autres espace

Motsclés : l'espace de Banach

Abstract:

The aim of this work is the study different functional escapes, with ere very know in the scientific domain it's the spaces of Banach with have a properties different with another spaces

We conclude of this work, that the properties of this spaces is very important and special of another proprieties spaces also is lemma of functional spaces

Key words: Spaces de Banach