

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



جامعة محمد بوضياف - المسيلة

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

كلية التكنولوجيا

FACULTE DE TECHNOLOGIE

قسم الإلكترونيك

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

MEMOIRE DE MASTER

DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE

FILIERE : GENIE ELECTRIQUE

OPTION : S3ER

THEME

**Etude théorique de la propagation des ondes acoustique dans une
membrane à cristal phononique bidimensionnels**

Proposé et dirigé par :

Dr Ahmed KAHLOUCHE

présenté par :

Walid HERIZI

:

N°D'ordre : 2016/S3ER/89/385

Promotion Juin 2016

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, nous adressons nos remerciements les plus sincères à notre encadreur Dr : Ahmed KAHLOUCHE, pour nous avoir permis de bénéficier de son grand savoir dans la matière, pour sa disponibilité, sa pédagogie, ses compétences, sa modestie et son aide précieuse tout au long de ce projet même pendant les moments les plus difficiles. Vraiment merci pour une qualité d'encadrement si sérieuse et si consistante ...

J'exprime mes profonds remerciements à monsieur le président de jury d'avoir accepté de présider le jury de ce travail. Je remercie également tous les membres de jury, qui m'ont fait l'honneur d'être membres à ce jury.

Je remercie tous les enseignants de département d'électronique et les personnels administratifs et techniques, qui ont contribué de près ou de loin à notre formation durant ces cinq années.

Je tiens à remercier tout particulièrement ceux qui sont très chers: nos parents, nos amis, nos frères...

Que la paix d'Allah soit toujours avec vous

Herizi walid

Résumé

La propagation des ondes dans les matériaux composites, désordonnés ou périodiques, est un sujet très général qui se trouve au confluent de nombreuses disciplines de la physique. En particulier, les cristaux phononiques, structures artificielles périodiques (1D, 2D ou 3D) formés d'au moins de deux matériaux élastiques. Ces matériaux présentent en effet sous certaines conditions des bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes élastiques ou acoustiques est interdite, dans certaines directions et gammes de fréquences.

L'objectif de ce travail est consacré à l'étude de la propagation des ondes acoustiques dans un cristal phononique bidimensionnels. Cependant, avant de réaliser de véritables fonctions pour contrôler la propagation des ondes acoustiques, il faut effectuer une étude topologique et paramétrique sur la cellule élémentaire d'un réseau carré 2D en vue de déterminer les différents paramètres ayant une influence significative sur la bande de fréquence interdite.

Mots clés : Cristal phononique 2D, bande interdite, ondes acoustiques et guidage d'ondes.

SOMMAIRE

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	2
-----------------------------	---

CHAPITRE I

INTRODUCTION	5
1.1. ONDES ELASTIQUES ET ACOUSTIQUES	5
1.1.1. ONDES LONGITUDINALES.....	6
1.1.2 ONDES TRANSVERSALES	6
1.1.3. ONDES DE SURFACE.....	7
1.1.3.1. ONDES DE RAYLEIGH.....	8
1.1.3.2. ONDES DE STONELEY.....	9
1.2. PARAMETRES ELASTIQUES	9
1.2.1. RELATION ENTRE CONTRAINTES ET DEFORMATIONS	9
1.2.2. LOIS DE SNELL-DESCARTES.....	10
1.2.3. ANGLES CRITIQUES	11
1.2.4. IMPEDANCE ACOUSTIQUE.....	12
1.2.5. COEFFICIENT DE REFLEXION	12
1.3. CONSTANTES ELASTIQUES.....	13
1.3.1. MODULE DE YOUNG.....	13
1.3.2. MODULE DE CISAILLEMENT	14
1.3.3. MODULE DE POISSON	15
1.3.4. MODULE DE COMPRESSIBILITE.....	16
CONCLUSION.....	17

CHAPITRE II

INTRODUCTION	19
II.1. LES CRISTAUX PHONONIQUES.....	19
II.1.1. DEFINITION	19
II.1.2. HISTORIQUE ET CONCEPT	20
II.1.3. COMPARAISON ENTRE CRISTAUX PHONOINIQUES ET PHOTONIQUES	22
II.2. DIFFERENTS FAMILLES DES CRISTAUX PHONONIQUES	23
II.2.1. CRISTAUX PHONONIQUES UNIDIMENSIONNELS	23
II.2.2. CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS	24
II.2.3. CRISTAUX PHONONIQUES TRIDIMENSIONNELS.....	24
II.3. DIFFERENTS TYPES DE RESEAUX D'UN CRISTAL PHONONIQUE 2D.....	25
II.3.1. RESEAU CARREE.....	26
II.3.2. RESEAU TRIANGULAIRE.....	26
II.3.3. RESEAU HEXAGONAL	27
II.4. STRUCTURE DE BANDES INTERDITES	28
II.4.1. RESEAU RECIPROQUE ET ZONE DE BROUILLIN	28
II.4.1.1. RESEAU RECIPROQUE	28
II.4.1.2. ZONE DE BRILLOUIN.....	28
II.4.2. DIAGRAMME DE BANDE.....	29
II.4.3. PARAMETRES D'INFLUENCE SUR LA BANDE INTERDITE.....	30
II.5. APPLICATION DES CRISTAUX PHONONIQUES	31
II.5.1. GUIDES D'ONDES	32
II.5.2. CAVITES RESONANTES ET RESONATEURS ACOUSTIQUES	33
II.5.3. COUPLAGE DE DEFAUTS.....	34
II.5.4. FILTRAGE ET MULTIPLEXAGE DES ONDES ACOUSTIQUES.....	35
CONCLUSION	36

CHAPITRE III

INTRODUCTION	38
III.1. METHODE FDTD (FINITES DIFFERENCES TIME DOMAIN)	38
III.1.1. PRINCIPE DE LA METHODE FDTD.....	40
III.1.2. APPLICATION DE FDTD POUR LE CALCUL DES BANDES	40

III.1.3. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION	41
III.1.4. CONDITIONS AUX LIMITES PML (PERFECTLY MATCHED LAYER) .	42
III.1.5. COEFFICIENT DE TRANSMISSION	42
III.1.6. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE FDTD	43
III.2. LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	44
III.2.1. PRINCIPE GENERAL	44
III.2.2. FORMULATION VARIATIONELLE OU FORME FAIBLE	45
III.2.3. MAILLAGE, FONCTIONS DE FORME ET RESOLUTION	45
III.2.4. CONVERGENCE	46
III.3. METHODE DE DIFFUSION MULTIPLE.....	46
III.4. METHODE DE DECOMPOSITION EN ONDES PLANES	47
III.4.1. INTRODUCTION A LA METHODE (PWE)	47
III.4.2. PRINCIPE ET FORMULATION DE LA METHODE	48
III.4.3. AVANTAGES ET INCONVENIENTS	51
CONCLUSION	52

CHAPITRE IV

INTRODUCTION	54
IV.1. PREMIERE STRUCTURE	54
IV.1.1. STRUCTURE CONNECTEE	54
IV.1.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	56
IV.2. DEUXIEME STRUCTURE	60
IV.2.1. STRUCTURE DECONNECTEE.....	60
IV.2.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES.....	62
IV.3. INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUES	66
IV.3.1. INFLUENCE DE LA MASSE VOLUMIQUE	66
IV.3.2. INFLUENCE DE LA VITESSE LONGITUDINALE	68
IV.4. GUIDAGE SUIVANT LA DIRECTION GX	68
CONCLUSION	70
CONCLUSION GENERALE.....	72

BIBLIOGRAPHIE

Liste des tableaux

CHAPITRE I

Tableau I.1 : Valeurs des modules de Young et de cisaillement15

Tableau I.2 : Valeurs du coefficient de poisson16

CHAPITRE II

Tableau II.1 : Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes.....22

CHAPITRE IV

Tableau IV.1 : Constantes élastiques des matériaux utilisés 55

Tableau IV.2 : Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes 57

Tableau IV.3 : Influence du rayon des inclusions «r » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes 59

Tableau IV.4 : Influence de la période du réseau « a » sur les la largeur et la location des bandes phononiques ouvertes. 62

Tableau IV.5 : Influence du rayon des inclusions «r » sur les propriétés des bandes..... 63

Tableau IV.6 : Influence de la masse volumique sur les propriétés des bandes.....66

Liste des figures

CHAPITRE I

Figure I.1 : Domaines fréquentiels des ondes élastiques	5
Figure I.2 : Représentation Schématique d'un solide traversé par une onde longitudinale	6
Figure I.3 : Représentation schématique d'une onde transverse.....	7
Figure I.4 : Vocabulaire associé à la réfraction entre deux milieux.....	10
Figure I.5 : un schéma qui nous montre l'angle critique.....	11
Figure I.6 : Coefficient de réflexion $R(\theta)$ de la structure eau / Si ₃ N ₄	13
Figure I.7 : Schéma du principe de cisaillement	14
Figure I.8 : Schéma de principe du coefficient de poisson	15

CHAPITRE II

Figure II.1 : Structure de bandes pour un cristal phononique consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel	21
Figure II.1 : Structure de bandes pour un cristal phononique consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel	21
Figure II.3 : Représentation Schématique des cristaux phononiques a) Unidimensionnel 1D, b) Bidimensionnels 2D, c) Tridimensionnels 3D	21
Figure II.4 : Différentes structures 2D : structure à réseau carrée (a), structure à réseau triangulaire (b) et structure à réseau hexagonale (c).....	24
Figure II.5 : Exemples de structures 3D : structure cubique (a), tas de bois(b), structure multicouches (c), opales ou opales inversées(d)	25
Figure II.6 : Représentation schématique d'un cristal phononique 2D : Réseau carré ou réseau triangulaire.....	26
Figure II.7 : Représentation : a) d'un réseau carré, b) son réseau réciproque, c) de sa zone de Brillouin.....	26
Figure II.8 : Représentation : a) d'un réseau triangulaire, b) de son réseau réciproque, c) et de sa zone de Brillouin	27
Figure II.9 : Représentation schématique : a) d'un réseau hexagonal, b) de son réseau réciproque, c) et de sa zone de Brillouin	27
Figure II.10 : (a) 1 ^{ère} , (b) 2 ^{ème} , (c) 3 ^{ème} zone de Brillouin d'un réseau carré.....	29

Figure II.9 : Guide d'ondes phononique : (a) guide d'ondes linéaire W1 et (b) guide coudé.....	32
Figure I-10 : Transmission à travers un guide W1 dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif	33
Figure II.11 : Transmission à travers un guide coudé formé par l'omission d'inclusions dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans de l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif	33
Figure II.12 : Transmissions mesurées (lignes pleines) et calculées (lignes pointillées) en fonction de la fréquence pour (a) une cavité résonante, (b) deux cavités alignées dans la direction de propagation, (c) deux cavités alignées dans la direction perpendiculaire à la propagation et (d) une série de cavités formant un guide. (e) pression calculée dans une série de cavités formant un guide identique à la figure (d) selon	34
Figure II.13 : Transmission mesurée (lignes pleines) et calculée (pointillés) pour (a) un guide d'ondes linéaire, (b) un guide couplé à une cavité, (c) un guide couplé à une cavité longue à cheval sur le guide et (d) un guide bordé de cavités sur ces deux côtés, d'après	35
Figure II.14 : Schéma de principe d'un dispositif de multiplexage	36

CHAPITRE III

Figure III.1 : Exemple de spectre de transmission dans un cristal phononique bidimensionnel pour un vecteur d'onde fixé	41
Figure III.2 : Cristal phononique 2D constitué de cylindres en aluminium disposés périodiquement suivant un réseau carré dans une matrice d'époxy.....	41
Figure III.3 : Le modèle adopté pour le calcul du coefficient de transmission du cristal phononique de la figure III.2	42
Figure III.4 : Coefficient de transmission des ondes planes en fonction de fréquences pour une structure à CP2D composée de cylindres d'acier dans une matrice d'époxy	43
Figure III.5 : Structure du cristal phononique PVC-AIR (PC) avec un réseau carré de paramètre $a=27\text{mm}$, et $R=12,9\text{mm}$	50
Figure III.6 : structure de bande déterminée par méthode d'onde plane (PWE) pour PVC-Air (PC) avec un réseau carré	51

CHAPITRE IV

Figure IV.1 : Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de cylindres disposés en réseau périodique carré..... 55

Figure IV.2 : (a) Cellule élémentaire, (b) Première zone de Brioullin..... 55

Figure IV.3 : Diagramme de bandes dans e cas d'un cristal phononique 2D. 56

Figure IV.4 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $a= 3.0$ mm, (b) Pour $a= 2.4$ mm 57

Figure IV.5 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la période du réseau carré « a » 58

Figure IV.6 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $r= 1.47$ mm, (b) Pour $r= 1.41$ mm..... 58

Figure IV.7 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de surface cercle..... 59

Figure IV.8 : Variations de la largeur de la bande phononique ouverte en fonction de la fraction de remplissage..... 60

Figure IV.9 : Structure déconnectée d'un cristal phononique 2D constituée avec des inclusions de silicium insérées dans l'air en un réseau carré 61

Figure IV.10 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D formé par des inclusions de silicium dans l'air : (a) Pour $a= 200 \mu\text{m}$, (b) Pour $a= 170 \mu\text{m}$ 61

Figure IV.11 : Variations des propriétés des bandes phononiques ouvertes..... 63

Figure IV.12 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $r= 97 \mu\text{m}$, (b) Pour $r= 76 \mu\text{m}$ 64

Figure IV.13 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de silicium..... 64

Figure IV.14 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $ff=0.63$, (b) Pour $ff= 0.44$ 65

Figure IV.15 : Variations de la de la bande en fonction de la fraction de remplissage..... 65

Figure IV.16 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $r= 97 \mu\text{m}$, (b) Pour $r= 76 \mu\text{m}$ 67

Figure IV.17 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du contraste dans la masse volumique en Kg/m^3 67

Figure IV.18 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation..... 68

Liste des tableaux et les figures

- Figure IV.19** : Cristal phononique 2D du guide d'onde W1 obtenu par omission d'une rangée d'inclusions suivant l'axe OY 69
- Figure IV.20** : Diagramme de dispersion dans le cas d'un guide W1 à cristal phononique 2D. (a) suivant toute la première zone de Brouillin, (b) suivant ΓX 69



INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'environnement tout entier de l'homme regorge de systèmes et phénomènes périodiques dont il profite ou subit l'influence. Ceux-ci peuvent être matériels ou non, et incarnent l'ordre dans la nature. Si la plupart d'entre eux sont naturels, d'autres sont par contre l'œuvre pure du génie et de l'imagination de l'homme. En effet, fasciné par tout ce qui est périodique autour de lui, et mû par le désir de l'exploiter à ses fins, l'homme a toujours mené des études pour en cerner le comportement et pouvoir ainsi orienter en conséquence son intervention. Ces dernières années, l'étude de la propagation des ondes élastiques ou acoustiques dans les milieux élastiques périodiques a connu un énorme intérêt par les scientifiques du fait de l'introduction du concept de cristal phononique [3].

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites présentant des variations périodiques de leur densité et de leurs constantes élastiques suivant une, deux ou trois dimensions de l'espace. Ils disposent de ce fait et sous certaines conditions, la particularité de pouvoir interdire la propagation des ondes élastiques dans une gamme de longueurs d'ondes de même ordre de grandeur de la période du réseau de la structure. Il s'agit alors, comme en physique des solides et des cristaux photoniques, d'un phénomène de bande interdite [1].

Les ondes acoustiques présentent des avantages par rapport à ceux des ondes optiques et électroniques. En effet, il est possible d'observer ces effets de bandes interdites élastiques sur de vastes gammes de fréquences, ce qui autorise la simple fabrication de dispositifs macroscopiques et leur champ d'application devient de plus en plus très large, allant de l'atténuation des ondes sismiques au filtrage radio-fréquence, en passant par l'isolation phonique ou les interactions acousto-optiques. Le travail présenté dans ce mémoire de master a été structuré en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous sommes intéressés à donner quelques rappels et notions fondamentales des ondes élastiques et acoustiques, ainsi que leur propagation dans les solides homogènes.

Le second chapitre est entièrement consacré aux cristaux phononiques en particulier les cristaux phononiques bidimensionnels. Dans ce chapitre, nous présentons en premièrement un bref historique sur ces nouvelles structures. Puis, nous présentons les fondements théoriques et le principe de base de ces matériaux. Ensuite, nous terminerons avec une comparaison entre les cristaux phononiques, électroniques et photoniques.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons les différentes méthodes théoriques utilisés généralement pour l'étude et la modélisation des structures périodiques notamment les phononiques 2D. La méthode de développement en ondes planes est introduite en détail dans ce travail. Alors, Il existe, bien entendu, d'autres méthodes théoriques disponibles dans la littérature scientifique pour traiter le comportement des ondes élastiques dans ce type de structures périodiques.

Quant au quatrième chapitre, il est entièrement dédié à l'étude de l'influence des paramètres physiques et géométriques sur les conditions d'ouverture des bandes phononiques. D'autres part, nous avons simulé l'influence des paramètres r , a , le facteur de remplissage, la vitesse de propagation et la masse volumique sur les propriétés des bandes interdites ouvertes dans deux cas de structures : Structure connectée et structure déconnectée. En fin, nous terminons ce mémoire par une conclusion générale.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS UN MILIEU ELASTIQUE

INTRODUCTION

La propagation des ondes acoustiques ou élastiques dans les milieux hétérogènes composés d'une structure périodique fait l'objet d'un grand intérêt depuis quelques années. Par conséquent, un grand nombre de structures périodiques a été étudié et plusieurs approches théoriques ont été employées. Toutes ces méthodes et techniques ont mis en évidence l'existence de propriétés physiques telles que la présence de bandes interdites phononiques en fréquences (*Band Gap*) correspondant à une forte atténuation et des bandes passantes d'atténuation plus faible. Au cours de ce chapitre, nous sommes intéressés aux caractéristiques principales des différents types d'ondes élastiques, ainsi une présentation préliminaire sur les milieux élastiques et leurs comportements vis à vis la propagation des ondes acoustiques /élastiques a été décrite [1].

1.1. ONDES ELASTIQUES ET ACOUSTIQUES

Les ondes élastiques et acoustiques font partie de notre environnement, Les ondes sonores se propagent dans l'atmosphère, elles sont utilisées dans des domaines aussi bien diversifiés tels que l'imagerie échographique du corps humain, la détection et la localisation d'objets sous-marins (le sonar), l'étude des séismes et dans la téléphonie mobile. Le schéma ci-dessous indique les principales applications des ondes sonores, acoustiques et élastiques en fonction de la fréquence des signaux employés (figure I.1) [2].

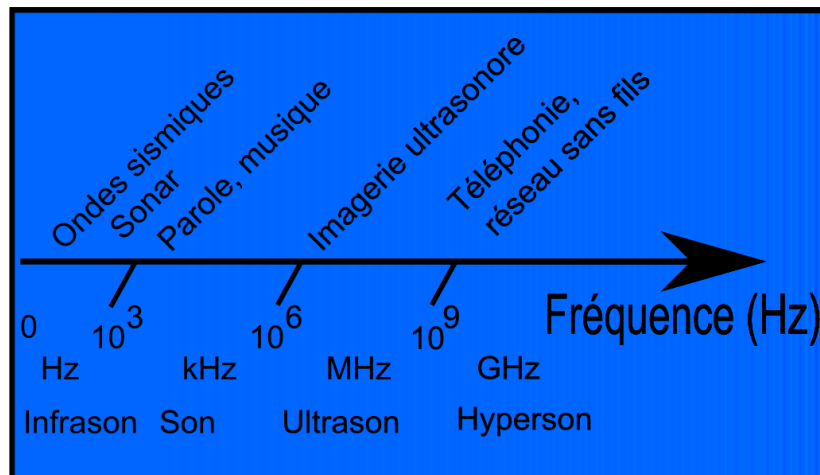


Figure I.1 : Domaines fréquentiels des ondes élastiques [2]

La propagation d'une onde acoustique se traduit par des vibrations progressives des atomes composant le milieu élastique. Ce comportement vibratoire est dû aux forces d'inertie et celles de rappel élastique qui concourent entre elles en agissant sur les particules du milieu ;

support de la propagation. Ainsi, les caractéristiques d'une onde acoustique dépendent des propriétés élastiques et de la densité du milieu transporteur des vibrations (gaz, liquide ou solide). Sachant que les caractéristiques élastiques d'un matériau dépendent de sa structure cristallographique. Dans un milieu homogène et isotrope, les propriétés physiques des ondes acoustiques ou élastiques ne dépendront que de sa polarisation quelle que soit la direction de propagation. On parle alors d'une onde de volume. Alors que, dans le cas des milieux solides isotropes, la vitesse des ondes à polarisation longitudinale est supérieure à celle des ondes à polarisation transverse [3].

I.1.1. ONDES LONGITUDINALES

Les ondes élastiques et acoustiques sont dites longitudinales ou également appelées ondes de compression, lorsque le mouvement des particules est faite en parallèle à la direction de propagation c'est-à-dire par une polarisation colinéaire au vecteur d'onde (figure I.2). Le passage d'une onde longitudinale plane entraîne une variation de la distance entre les plans parallèles contenant les particules si bien que le volume occupé par un nombre donné de particules varie. Les ondes longitudinales se propagent normalement dans les solides, les liquides et les gaz. Cependant, compte tenu des fréquences très élevées utilisées dans le contrôle non destructif, l'atténuation de ces ondes est extrêmement élevée dans les gaz. Ainsi, les ondes longitudinales ne se propagent réellement que dans les solides et les liquides [4].

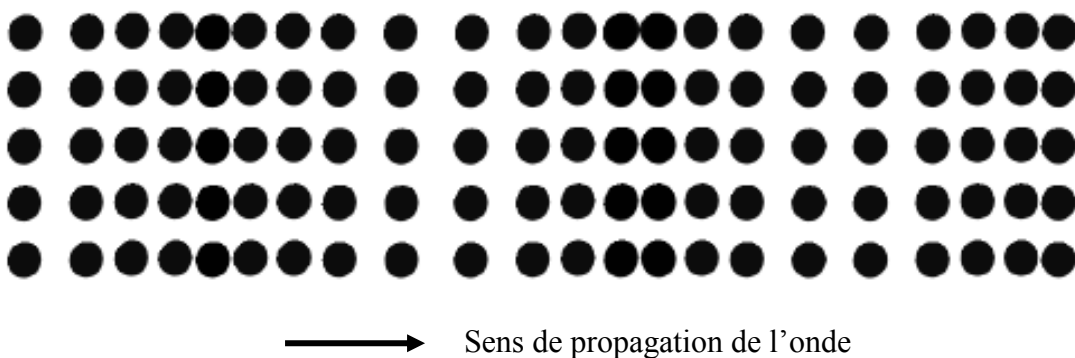


Figure I.2 : Représentation Schématique d'un solide traversé par une onde longitudinale [4]

1-1-2 ONDES TRANSVERSALES

Les ondes élastiques et acoustiques transversales, plus communément appelées aussi ondes de cisaillement. Ce type d'ondes sont composées de déplacements perpendiculaires à la direction de propagation. Par conséquent le glissement des plans parallèles ne donne lieu à aucune variation de volume puisque les distances entre les plans sont conservées. Si ces

vibrations se font infiniment dans toutes les directions contenues dans ce plan, l'onde transversale est dite polarisée. Autrement dit, elles sont caractérisées par une polarisation perpendiculaire au vecteur d'onde ou tout simplement, les particules oscillent de part et d'autre de la droite de leur position initiale. Les ondes transversales ne se propagent que dans les solides ou dans les liquides visqueux. La figure I.3 représente le schéma d'un solide traversé par une onde transversale [4].

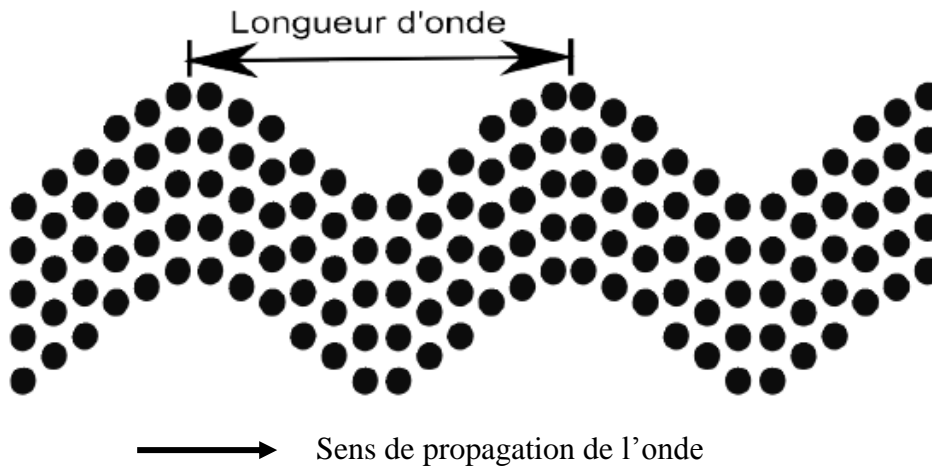


Figure I. 3 : Représentation schématique d'une onde transverse [4]

I.1.3. ONDES DE SURFACE

Les ondes acoustiques ou élastiques de surface se trouvent à la frontière plane d'un milieu semi-infini. Dans ce type d'onde l'amplitude décroît exponentiellement avec la profondeur et n'affecte donc le substrat que sur une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde. Les ondes de surface n'affectent que les particules d'un matériau qui se trouve à proximité immédiate de sa surface de séparation avec l'air ou avec un autre milieu. Les ondes de surface se propagent, généralement, sur une épaisseur correspondante à une longueur d'onde [6].

Dans un milieu donné, les vitesses de propagation des ondes acoustiques de surface sont toujours inférieures à celles des ondes de volume. Cela est dû au fait que les particules qui se trouvent à la surface libre ne subissent les forces de cohésion élastiques que d'un seul côté, alors que les ondes de volume affectent des particules qui sont entourées de tous les côtés dans le milieu. Ces ondes de surface sont très complexes et les vibrations des particules peuvent être diverses.

I.1.3.1. ONDES DE RAYLEIGH

L'existence d'une onde sur la surface libre plane d'un milieu semi-infini a été découverte par Lord Rayleigh en 1885 [6], ce type d'onde est connu sous le nom d'onde de Rayleigh. Ce mode d'ondes acoustiques de surface est constitué par la superposition des ondes longitudinale et transversale se propageant le long de la surface libre avec une vitesse de phase commune. Selon la nature de l'interface, vide/solide ou liquide/solide, les ondes qui s'y propagent sont appelées ondes de Rayleigh ou ondes de Rayleigh généralisées.

Les ondes de Rayleigh ont reçu un intérêt considérable grâce à leur utilité pour la détection des défauts de surface dans le test ultrasonique non destructif des matériaux. En plus, elles ont été employées dans la construction des lignes à retard électromécaniques utilisées pour les radars et les systèmes de télécommunication.

a. Interface vide / solide

L'onde de Rayleigh est particulièrement typique à l'acoustique, car elle dépend de la capacité du milieu à supporter les contraintes longitudinale et transversale. Cette onde se propage à la surface d'un solide semi-infini, limité par le vide dans lequel l'amplitude de déplacement des ondes dans le matériau est plus grande à la surface libre puis décroît exponentiellement en s'éloignant de cette surface [7]. Par conséquent, l'énergie mécanique transportée par l'onde est concentrée dans une région de l'ordre de la longueur d'onde en profondeur au-dessous de l'interface vide/solide. Contrairement à l'onde de volume qui s'étale comme le carré de l'inverse de la profondeur de la pénétration, l'onde de surface qui se trouve à une distance loin de son point de génération est dominante à toutes autres ondes de volume puisque son intensité s'étale comme l'inverse de la profondeur de pénétration [8].

b. Interface liquide /solide

Du fait que les ondes acoustiques ne se propagent plus dans l'air, ce dernier est remplacé par un liquide. Dans ce cas les ondes se propageant dans une structure liquide/solide, sont des ondes de Rayleigh généralisées. Ces ondes réémettent de l'énergie dans le liquide et génèrent par conséquent des ondes qui se propagent à l'angle critique de Rayleigh (définie par la loi de Snell). Et comme les ondes de Rayleigh sont des ondes de surfaces, elles peuvent réagir avec le liquide sur de grandes distances. Ainsi, le couplage des ondes acoustiques dans le liquide peut être plus fort que dans le cas des ondes de volume dans un solide. Par conséquent, les ondes de fuite de Rayleigh jouent un rôle très important dans le

contraste de la microscopie acoustique des solides, ce qui nécessite l'utilisation d'un liquide de couplage [9].

I.1.3.2. ONDES DE STONELEY

Entre deux milieux élastiques semi-infinis, ils peuvent exister à l'interface des ondes de type de Rayleigh généralisées comme l'a montré Stoneley en 1924, ces ondes sont souvent connues comme ondes de Stoneley. Les ondes de Rayleigh généralisées apparaissent toujours sur l'interface liquide-solide, cependant elles peuvent ne pas exister sur l'interface entre deux solides comme dans le cas des ondes de Stoneley.

Donc elles n'existent que sous certaines conditions, par exemple la vitesse de l'onde transversale dans la couche mince doit être inférieure à la vitesse de l'onde transversale dans le substrat [9].

I.2. PARAMETRES ELASTIQUES

La notion de rigidité est d'origine mécanique et c'est d'abord par leurs propriétés élastiques que les matériaux ont été sélectionnés, étudiés et utilisés par l'homme. Les corps réels sont susceptibles de se déformer, c'est-à-dire de changer leurs forme et dimensions. Les déformations des corps sont le résultat de l'action des forces extérieures. Par définition, un corps est élastique s'il retrouve son état initial lorsque les forces extérieures sont supprimées. Ce retour à l'état de départ est l'œuvre des contraintes internes.

Les contraintes et les déformations s'annulent simultanément au repos. Un matériau ne peut être élastique que dans un domaine limité, au-delà duquel il subit une déformation plastique [10].

I.2.1. RELATION ENTRE CONTRAINTES ET DEFORMATIONS

L'état élastique d'un solide peut être caractérisé d'une part par les déformations qui résultent des modifications des positions relatives des particules, soumises à des déplacements sous l'action des forces extérieures et d'autre part, par les contraintes qui apparaissent dans un solide déformé sous la forme de tensions élastiques qui tendent à le ramener dans son état de repos et assurent l'équilibre de la matière. Ces contraintes se transmettent de proche en proche par les forces de liaison entre atomes [8,11].

Les relations qui existent entre contrainte et déformation pour un milieu donné et à l'intérieur de la limite élastique, peuvent différer selon l'intensité des déformations.

I.2.2. LOIS DE SNELL-DESCARTES

En optique, les ondes électromagnétiques se propagent en ligne droite. Les directions de propagation des ondes planes sont données par la loi de Snell et l'amplitude de ces ondes par les équations de Fresnel.

Lorsqu'un faisceau incident rencontre une interface entre deux milieux caractérisés par des vitesses de propagation respectives V_1 et V_2 , une partie de son énergie est transmise, l'autre est réfléchi. Les faisceaux incident (d'angle θ_i), réfléchi (d'angle θ_r) et transmis (ou réfracté d'angle θ_t) ont des directions déterminées par les lois de Snell-Descartes : (i) les faisceaux réfléchi et réfracté sont contenus dans le plan d'incidence formé par le faisceau incident et (ii) les angles de réfraction.

Les relations analogues existent aussi pour les ondes acoustiques dans les solides. Par conséquent, l'élasticité et l'optique sont deux disciplines qui se complètent.

Lors du passage des ondes élastiques à travers une interface liquide- solide, la réfraction se fait sur deux directions : La première, par rapport à l'interface, représente la direction de l'onde longitudinale et la seconde celle de l'onde transversale. Donc il y'a possibilité de changement de mode vibratoire [9].

Dans le cas d'une interface entre deux milieux ayant des propriétés acoustiques différentes, la vitesse de la particule et la contrainte doivent être continues en tout point de la frontière [8]. Par exemple, dans le cas de l'interface liquide / solide (fig. 1- 4).

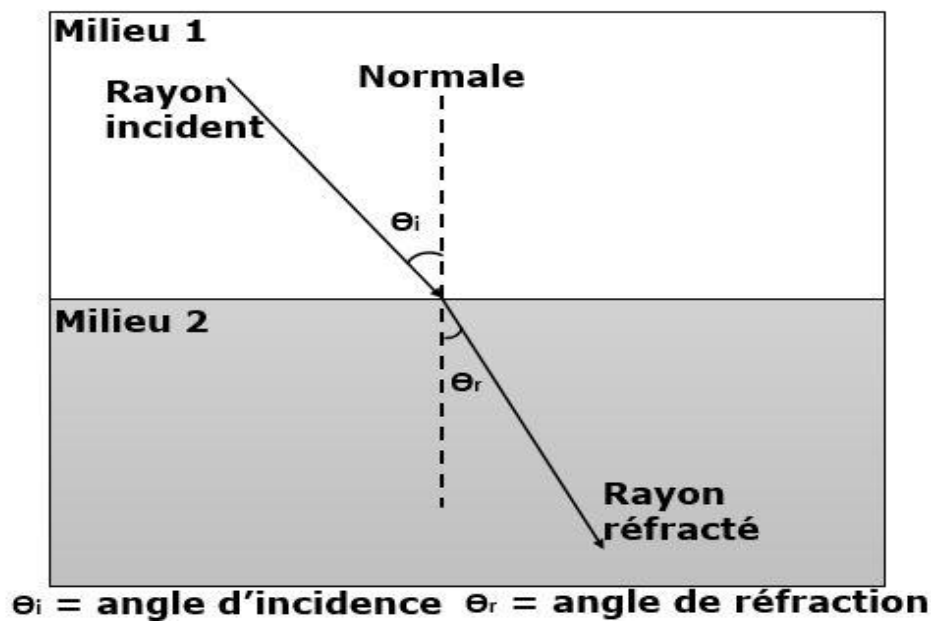


Figure I.4 : Vocabulaire associé à la réfraction entre deux milieux [9].

I.2.3. ANGLES CRITIQUES

Maintenant que nous connaissons le phénomène qu'est la réflexion totale interne, il faut le décortiquer en détail. En effet, nous savons que lorsqu'il y a un cas de réfraction d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, il peut y avoir une réflexion totale interne si l'angle réfracté est supérieur à 90° , mais comment savoir cette limite ? Comment savoir si le rayon sera réfléchi ou réfracté ? Heureusement, il existe une façon de connaître la réponse à cette question. Il s'agit de l'angle critique. En fait, l'angle critique est l'angle d'incidence qui correspond à un angle réfracté de 90° . Il s'agit donc de la limite entre la réfraction et la réflexion totale interne. Effectivement, avec cet angle, nous pouvons savoir à partir de quel angle d'incidence le rayon sera réfléchi au lieu d'être réfracté. Voici la figure (I.5) qui nous montre l'angle critique :

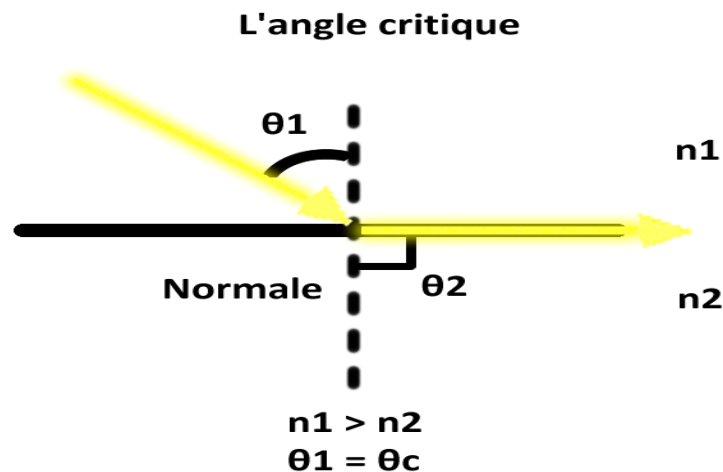


Figure I.5 : un schéma qui nous montre l'angle critique [12]

n_1 = Indice de réfraction du milieu d'où vient le rayon

n_2 = Indice de réfraction du milieu où va le rayon

De plus, l'angle critique est une mesure très complète, car il prend aussi en compte l'écart entre l'indice de réfraction des 2 milieux. En effet, l'angle critique est calculé à partir de la loi de la réfraction. En fait, à partir de cette loi, on peut le trouver en déduisant certaines variables. On sait, par exemple, qu'il s'agit de l'angle d'incidence qui donne un angle réfracté de 90° . Donc, nous pouvons déduire que la formule aura un angle de réfraction de 90° . Par la suite, nous connaissons aussi l'indice de réfraction des milieux donc il reste à isoler l'angle d'incidence soit notre angle critique [12].

I.2.4. IMPEDANCE ACOUSTIQUE

Lors de la propagation des ondes ultrasonores, les particules subissent un déplacement vibratoire sinusoïdal autour de leur position de repos. Par conséquent leur densité varie en faisant apparaître des régions plus dense et d'autres moins dense qu'à l'état de repos. Le rapport de ces suppressions et dépressions par la célérité acoustique définit la notion d'impédance.

Lorsqu'une onde acoustique est incidente sur une surface plane avec un angle θ par rapport à la normale, chaque rayon réfracté obéit à la loi de Snell :

$$\sin\theta / V = \text{constante} \quad (\text{I.1})$$

Où r représente la densité et V est la vitesse de propagation de l'onde dans ce milieu. Sa valeur est d'autant plus importante que le milieu est solide [9].

I.2.5. COEFFICIENT DE REFLEXION

Le rapport de l'intensité du faisceau réfléchi à celle du faisceau incident représente le coefficient de réflexion.

Le coefficient de réflexion une fonction complexe qui montre des fluctuations à la fois au niveau de l'amplitude et de la phase. Son étude dépend des conditions aux limites à l'interface liquide- solide (impédance Z , densité r , angle d'incidence θ , et les vitesses des différents modes de propagation).

Notons que la réflexion totale représentée par une amplitude égale à l'unité s'obtient à partir de l'angle critique correspondant aux ondes transversales. La figure I.6 illustre schématiquement la variation du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence de Si_3N_4 [9].

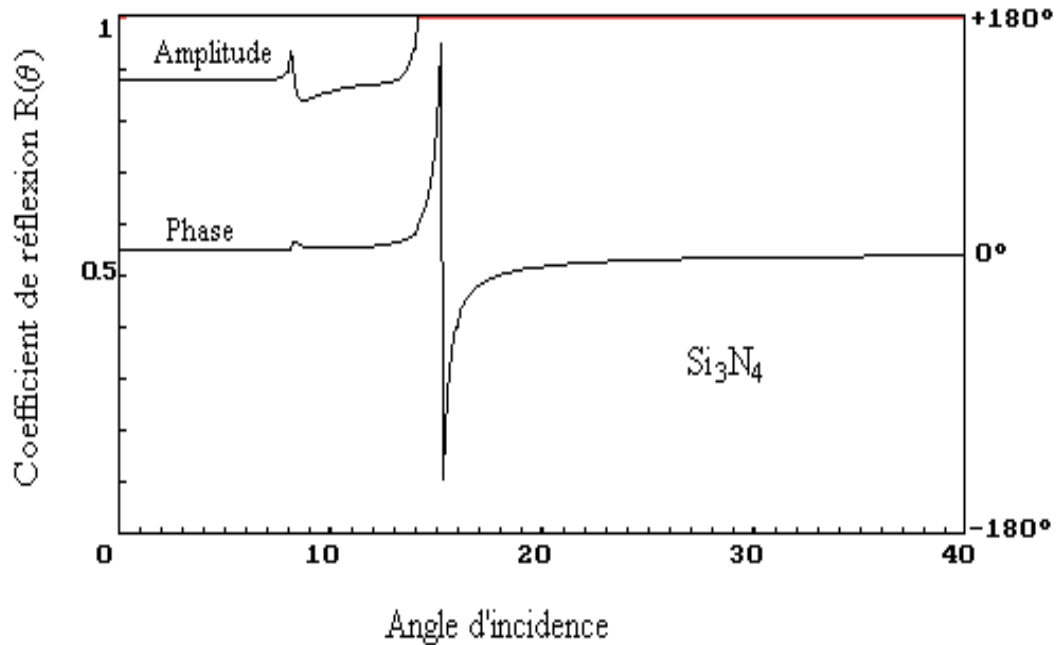


Figure I.6 : Coefficient de réflexion $R(\theta)$ de la structure eau / Si_3N_4 [9]

I.3. CONSTANTES ELASTIQUES

Les constantes élastiques appelés communément modules élastiques. Les modules élastiques expriment l'aptitude du matériau à se déformer élastiquement sous l'effet d'une contrainte. Ces modules sont généralement définis comme le rapport entre la variation de pression et la variation des dimensions du matériau soumis à cette pression [13]. On peut citer les quatre modules suivants :

I.3.1. MODULE DE YOUNG

Le module de Young ou module d'élasticité (longitudinale) ou encore module de traction est la constante qui relie la contrainte de traction (ou de compression) et le début de la déformation d'un matériau élastique isotrope. Ce module caractérise la rigidité de la matière. A contrainte égale, un matériau ayant un module d'élasticité élevé subira une déformation plus faible qu'un matériau ayant un module d'élasticité plus petit.

Il existe plusieurs moyens pour calculer le module de Young, la plus simple moyenne consiste à réaliser un essai de traction et enregistrer la courbe contrainte, $\sigma = f(\text{déformation}, \epsilon)$. La pente de la courbe dans sa partie linéaire représente le module de Young E tels que :

$$E = \sigma/\epsilon \quad (\text{I-2})$$

- σ est la contrainte (en unité de pression) ;

- E est le module de Young (en unité de pression) ;
- ε est l'allongement relatif, ou déformation (adimensionnel).

La vitesse des vibrations longitudinales V_L dépend du module de Young et de la densité ou la masse volumique du matériau élastique ρ [14] :

$$V_L = (E/\rho)^{1/2} \quad (\text{I-3})$$

I.3.2. MODULE DE CISAILLEMENT

En résistance des matériaux, le module de cisaillement (en anglais: shear modulus), aussi appelé module de glissement, module de Coulomb ou second coefficient de Lamé, est une grandeur physique intrinsèque à chaque matériau et qui intervient dans la caractérisation des déformations causées par des efforts de cisaillement.

Le cisaillement ou glissement a lieu lorsque les forces extérieures provoquent un déplacement de deux sections planes parallèles, l'une par rapport à l'autre, la distance entre elles demeurant inchangée. Si le matériau est sollicité non plus en tension - compression, mais en cisaillement, le coefficient de proportionnalité entre l'effet et la déformation est désigné par G , « module de cisaillement ». Par conséquent, G est une mesure de la résistance de cisaillement d'un matériau (dans sa limite élastique) par unité de contrainte (Figure I.7) [9].

$$G = (F \cdot l) / (A \cdot \Delta x) \quad (\text{I. 4})$$

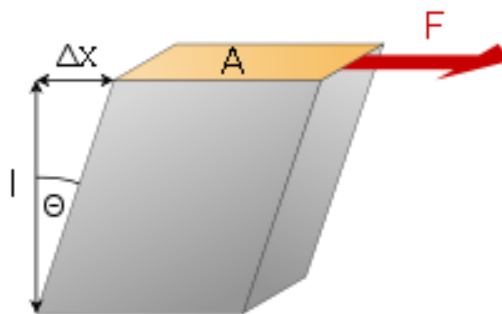


Figure I.7 : Schéma du principe de cisaillement

Le module de cisaillement a la dimension d'une contrainte et est généralement exprimé en GPa (Gégapascals). Dans le cas de matériaux isotropes, il est relié au module d'élasticité E et au coefficient de Poisson ν par l'expression :

$$G = E / 2 (1 + \nu) \quad (\text{I. 5})$$

Le tableau suivant donne les valeurs du module de Young et de cisaillement pour quelques matériaux :

Matériau	E (GPa)	G (GPa)
Métaux	30-130	10-150
oxydes	140-380	50-150
plastiques	28-40	10-15
verres	60-75	25-35
céramiques	350-450	100-200

Tableau I.1 : Valeurs des modules de Young et de cisaillement [9]

I.3.3. MODULE DE POISSON

Le coefficient de Poisson ν fait partie des constantes élastiques. Le module de Poisson est une grandeur adimensionnelle qui permet de caractériser la contraction de la matière perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué. Il est défini par l'opposé du rapport de la déformation latérale (contraction vers l'intérieur du cube) à la déformation longitudinale [11, 15].

La valeur du coefficient de Poisson est comprise entre 0 et 0,5. Les valeurs expérimentales obtenues pour un matériau quelconque sont souvent voisines de 0,3. Il faut signaler l'existence de matériaux à coefficient de Poisson voisin de zéro, et on a même pu réaliser artificiellement des matériaux à coefficient de Poisson négatif (on parle alors parfois de matériaux auxétiques). Le coefficient de poisson est donné par :

$$\nu = \frac{\text{contraction transversale unitaire}}{\text{allongement axial unitaire}} = \frac{(l_0 - l)/l_0}{(L - L_0)/L_0}$$

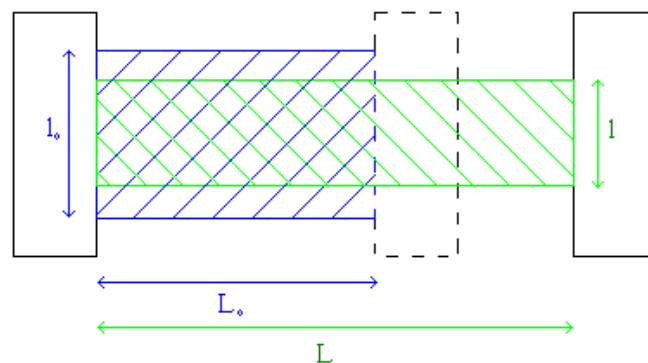


Figure I. 8: Schéma de principe du coefficient de poisson

Le tableau I.2 donne la valeur du coefficient de poisson pour quelque matériaux.

Matériau	Coefficient de poisson
Silicium	0,17
Cuivre (Cu)	0,33
Fer (Fe)	0,21 - 0,259
Verre	0,18 - 0,3
Acier de construction	0,27 - 0,30
Aluminium (Al)	0,346

Tableau I.2 : Valeurs du coefficient de poisson

I.3.4. MODULE DE COMPRESSIBILITE

La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. C'est une valeur très grande pour les gaz, faible pour les liquides et très faible pour les solides usuels. Le module de compressibilité est l'inverse du module d'élasticité cubique. On l'appelle également coefficient de compressibilité. La compressibilité est définie comme :

$$\chi = - (1/V) (dV/dP) \quad (\text{I.6})$$

Où :

V est le volume du corps et P la pression appliquée (en Pa). La compressibilité χ s'exprime donc en Pa^{-1} . La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition rend alors la compressibilité χ positive.

Notons aussi que les quatre modules élastiques E, G, χ , et ν permettent de donner les résultats d'élasticité du matériau, et sont reliés entre eux, dans le cas d'un matériau isotrope [9], par les relations suivantes :

$$\nu = E/2G - 1 \quad (\text{I.7})$$

et

$$\chi = 3(3/E - 1/G) \quad (\text{I.8})$$

CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, nous avons donné les notions de base sur l'élasticité des matériaux élastiques, en définissant les paramètres élastiques des matériaux sur lesquels on se basant pour le choix et l'utilisation des matériaux. D'autre part, nous avons rappelé quelques définitions sur les différents constantes élastiques caractérisant ces milieux ; tels que le module de Young, le module de cisaillement, le coefficient de poisson et le module de compressibilité.

Par ailleurs, nous sommes intéressés aux propriétés principales des différents types d'ondes acoustiques et élastiques ainsi que les paramètres caractéristiques de propagation de ces ondes dans un milieu élastique.

CHAPITRE II

GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS

INTRODUCTION

La propagation d'ondes acoustiques ou élastiques dans les milieux hétérogènes dotés d'une structure périodique dans l'espace fait l'objet d'un grand intérêt depuis quelques décennies. Un grand nombre de structures périodiques selon une, deux ou trois dimensions a été étudié auparavant et des approches théoriques variées ont été employées. Toutes ces méthodes ont mis en évidence l'existence de propriétés physiques des cristaux telles que la présence de bandes interdites (Gaps) correspondant à une forte atténuation et des bandes passantes d'atténuation moindre des ondes incidentes [1].

À l'image des cristaux photoniques qui ont la propriété d'empêcher la lumière de se propager dans certaines gammes de fréquence, on peut concevoir des matériaux composites de propriétés élastiques qui réfléchissent totalement les ondes acoustiques ou élastiques incidentes. Ces derniers matériaux permettent d'élaborer des isolants phoniques bien plus efficaces que les isolants usuels.

Cet état de l'art revient sur les concepts nécessaires à la compréhension des matériaux à bandes interdites phononiques. Au cours de ce chapitre, nous nous sommes focalisés en premier temps à fournir quelques notions fondamentales sur les structures périodiques, la propagation des ondes acoustiques, les cristaux phononiques et la création des différents types de défauts dans ces structures périodiques [2].

II.1. LES CRISTAUX PHONONIQUES

II.1.1. DEFINITION

Les cristaux phononiques (CP) forment une branche nouvelle et dynamique du domaine des ondes acoustiques et élastiques qui reçoit un grand intérêt depuis quelques années [16]. Les cristaux phononiques par définition sont des structures artificielles, dont la densité et les constantes élastiques sont des fonctions périodiques suivant une, deux ou trois directions de l'espace. Un cristal phononique est constitué d'au moins de deux matériaux élastiques différents ; il est formé généralement d'une distribution périodique d'inclusions ou diffuseurs incorporées dans une matrice. Ces nouveaux matériaux appelés cristaux phononiques sont conçus principalement pour modifier la propagation des ondes acoustiques ou élastiques de la même manière qu'un potentiel périodique dans un cristal semi-conducteur affecte le déplacement des électrons en créant des bandes d'énergie autorisées et interdites. Du fait de leur structure périodique, les cristaux phononiques appelés aussi cristaux acoustiques peuvent présenter, sous certaines conditions géométriques et physiques, des gaps acoustiques

absolus, c'est-à-dire des bandes interdites de fréquence quelque soit la direction de propagation de l'onde acoustique incidente.

Dans le domaine de fréquences du gap, une onde incidente sera réfléchiée par le cristal phononique qui opère alors comme un miroir parfait non absorbant. Une telle propriété est prometteuse pour une variété importante d'applications, comme par exemple la réflexion des ondes sismiques, la création de boucliers acoustiques ou encore la construction de miroirs non absorbants permettant l'isolation phonique de cavités.

II.1.2. HISTORIQUE ET CONCEPT

A partir des années 1970 et pour des raisons aussi fondamentales qu'appliquées, les structures périodiques acoustiques sont apparues. On peut citer par exemple les travaux de L. P. Solie [18] sur les filtres à ondes de surface, ceux de J. D. Achenbach [17] concernant le calcul des relations de dispersion de matériaux possédant des inclusions sphériques périodiques ou encore ceux de V. Narayanamurti [2] relatifs à des filtres phononiques utilisant des super réseaux en arséniure de gallium (AsGa). Au début des années 1990, devenues de plus en plus intéressantes par la communauté des opticiens pour des matériaux composites formés des structures périodiques de diffuseurs diélectriques ; appelées cristaux photoniques. Les cristaux phononiques forment alors une nouvelle voie dans le domaine des ondes acoustiques et élastiques qui reçoit un grand intérêt depuis 20 ans [16].

Le concept de cristal phononique, bi- ou tridimensionnel permettant l'ouverture de bandes interdites pour les ondes élastiques, a été introduit de façon quasiment simultanée par Kushwaha et al. [19] d'une part, et Economou et Sigalas [20] d'autre part en 1993.

Du point de vue d'application, les cristaux phononiques ont été utilisés en plusieurs systèmes : structures anti-vibratoires ou encore transducteurs. D'autres applications évidentes sont rapidement envisagées : systèmes d'isolation phonique [21,22] structures parasismiques [15], filtrage et traitement du signal acoustique. S.M. Kushwaha publie un article présentant le calcul de la structure de bandes d'un matériau composite périodique constitué de cylindres de nickel dans une matrice d'aluminium. Il met ainsi en évidence, pour la première fois, un matériau composite présentant une bande interdite absolue pour les ondes transverses, c'est-à-dire capable de bloquer la propagation des ondes incidentes quelle que soit leur direction [17].

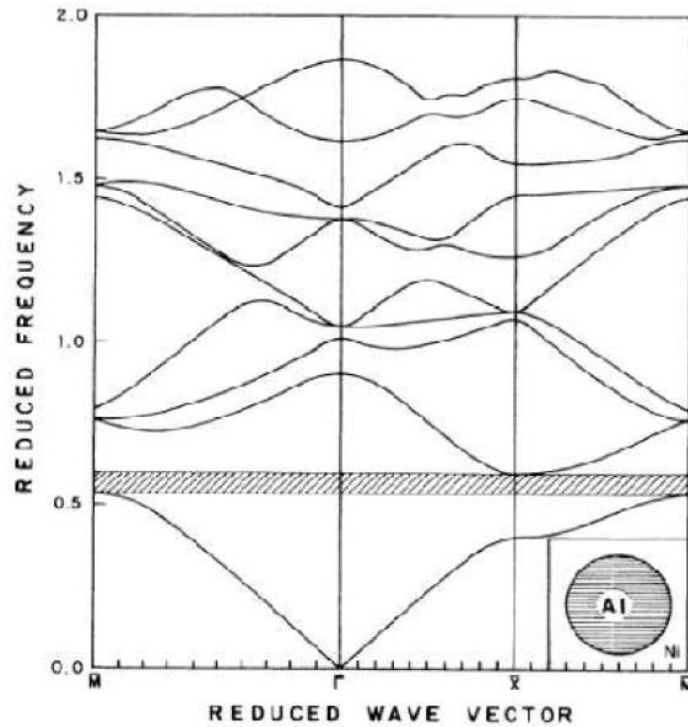


Figure II.1 : Structure de bandes pour un cristal phononique consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel [17].

Les premières mesures ont été réalisées sur une structure objectivement non prévue pour cela, puisqu'il s'agit d'une sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere exposée dans les jardins de la Juan March Foundation à Madrid. Cette sculpture (figure II.2), constituée de cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre répartis selon un réseau carré simple de pas 10 cm, présente des bandes interdites pour les ondes sonores entre 1,7 KHz et 2,4 kHz. Ces atténuations du signal sont reliées à la diffraction sur les plans cristallographiques [17].

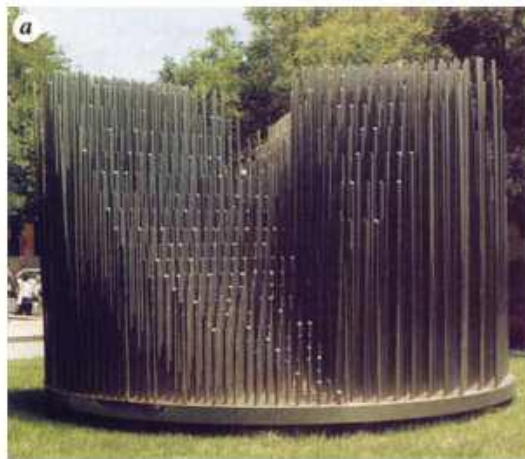


Figure II.2 : Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere, qui a servi de support à la première démonstration expérimentale de bandes interdites pour les ondes élastiques [17].

II.1.3. COMPARAISON ENTRE CRISTAUX PHONONIQUES ET PHOTONIQUES

Les cristaux phononiques tels qu'ils sont définies au paragraphe précédent, sont des structures périodiques. Cependant, il y a de fortes analogies entre la propagation des électrons dans les cristaux ordinaires (à semi-conducteurs) et la propagation des ondes électromagnétiques respectivement élastiques dans les cristaux photoniques respectivement phononiques. Le tableau II.1, résume les propriétés fondamentales régissant la propagation des ondes électroniques, électromagnétiques et élastiques dans une structure périodique tridimensionnelle isotrope [17].

propriétés	Cristal <i>électronique</i>	Cristal <i>photonique</i>	Cristal <i>phononique</i>
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques.	Composé de deux matériaux élastiques.
Paramètres	Constantes universelles nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants.	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constantes de maille	1-5Å (microscopique)	0.1µm -1cm (mésoscopiques ou macroscopiques)	mésoscopiques ou macroscopiques
Ondes	De Broglie (électron) ψ	Électromagnétiques ou lumineuses (photon) E.B	Vibration ou sonores (phonon) u
Polarisation	Spin (haut et bas)	Transversale : $\nabla \cdot D = 0$ $\nabla \cdot E \neq 0$	Trans. Longit : $\nabla \cdot u \neq 0$ $\nabla \times u \neq 0$
Équation différentielle	$\left(-\frac{\hbar}{2m}\right) \nabla^2 \psi + v(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 E - \nabla(\nabla E) = \frac{\epsilon(r)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x_l} \left(\lambda \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial}{\partial x_l} \left[\mu \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] \right)$ milieu isotrope
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (electron)	$w = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} k$ (photons)	$w = c_{t,l} k$ (phonons)
Bandes interdite	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'état électronique possible.	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $; pas de photons, pas de lumière.	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $; pas de vibration, pas de son
Gamme spectrale	Ondes radio, micro-ondes, optiques, rayons X	Micro-ondes, optique	$w \leq qq \text{ GHz}$

Tableau II.1. Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes [17].

La propagation des ondes électromagnétiques et/ou élastiques acoustiques dans les matériaux composites a fait l'objet d'une attention particulière. Ces derniers en l'occurrence les cristaux photoniques et phononiques respectivement, existent naturellement, ou sont fabriqués artificiellement. Ils montrent une grande variété d'intérêt de propriétés physiques, à la fois sur le plan de la recherche fondamentales et celui de la recherche appliquée.

Les propriétés des cristaux phononiques et photoniques sont comparables, toute fois il existe une certaine nuance entre eux. Les cristaux photoniques peuvent être caractérisés par deux paramètres indépendants, à savoir le rapport de la fraction diélectrique et la fraction volumique occupée par un de ces composants ; alors pour les cristaux phononiques plusieurs paramètres peuvent déterminer la propagation des ondes élastiques ou acoustiques ; le rapport des vitesses transversales et longitudinales, leurs densités, la fraction volumique ou facteur de remplissage. Dans les deux cas la propagation des ondes électromagnétiques / élastiques dépend de la topologie des réseaux cristallins [2].

II.2. DIFFERENTS FAMILLES DES CRISTAUX PHONONIQUES

Les cristaux phononiques sont des matériaux élastiques et périodiques, c'est-à-dire des structures à bandes interdites phononiques, constituées de deux matériaux de propriétés élastiques différentes et disposés périodiquement suivant une, deux ou trois dimensions de l'espace comme schématisé par la figure II.3. Selon la dimensionnalité des structures on peut distinguer trois familles de cristaux phononiques : Les cristaux 1D, les cristaux 2D et les cristaux 3D.

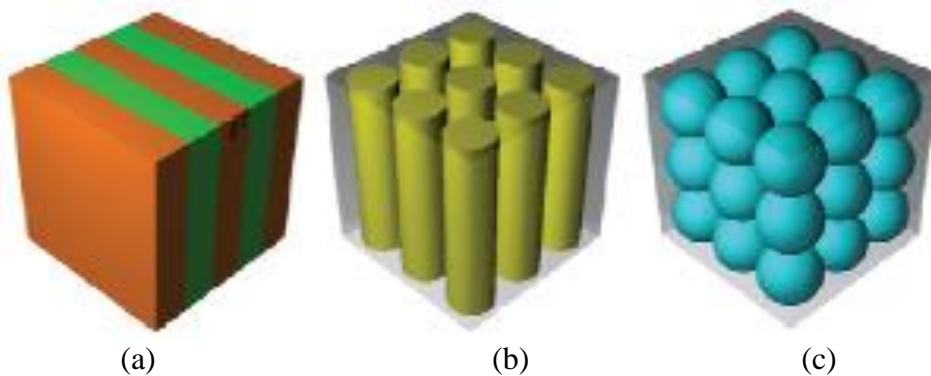


Figure II.3 : Représentation Schématisée des cristaux phononiques a) Unidimensionnel 1D, b) Bidimensionnels 2D, c) Tridimensionnels 3D [36].

II.2.1. CRISTAUX PHONONIQUES UNIDIMENSIONNELS

Les structures à cristaux phononiques unidimensionnels sont les plus anciennes, elles ont été déjà longtemps étudiées et utilisées comme miroirs ou filtres acoustiques. D'un

point de vue pratique, les structures à une dimension (1D) sont constituées de couches élastiques empilées les unes sur les autres suivant une alternance périodique. De manière plus traditionnelle, le comportement des miroirs de Bragg peut s'expliquer par les réflexions multiples de l'onde incidente entre les interfaces des différentes couches et l'interférence d'une onde propagative et d'une onde contra-propagative.

Les bandes interdites de cette structure, appelée également miroir de Bragg, sont sensibles à l'angle d'incidence de l'onde. Ainsi pour obtenir un contrôle des bandes interdites quel que soit l'angle d'incidence, il faut étendre la périodicité de la structure à deux ou même à trois dimensions.

II.2.2. CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS

A deux dimensions, les cristaux phononiques sont composés d'un réseau périodique des inclusions d'un matériau élastique dans l'air ou de cylindres d'air percés dans une matrice. Les cristaux phononiques bidimensionnels 2D [17 ,21] sont des structures dont les propriétés élastiques varient périodiquement suivant deux dimensions de l'espace et reste invariante dans la troisième dimension. Elles se regroupent principalement suivant trois types de réseaux qui sont le réseau carré, le réseau triangulaire et le réseau hexagonal comme illustré sur la figure II.4.

Ces structures sont généralement composées de cylindres élastiques appelés inclusions ou diffuseurs plongés dans une matrice hôte. Car ce type de structure présente une géométrie simple ce qui facilite leurs études théoriques et expérimentales.

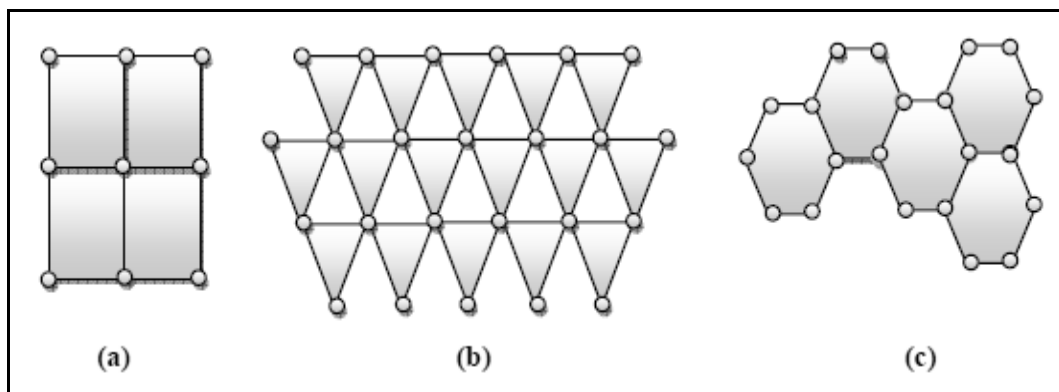


Figure II. 4 : Différentes structures 2D : structure à réseau carré (a), structure à réseau triangulaire (b) et structure à réseau hexagonale (c).

II.2.3. CRISTAUX PHONONIQUES TRIDIMENSIONNELS

Les cristaux phononiques tridimensionnels sont des structures artificielles périodiques suivant les trois directions de l'espace. Dans les structures phononiques

bidimensionnelle et tridimensionnelle, en revanche, il est possible d'obtenir des bandes interdites absolues ou omnidirectionnelles, c'est-à-dire qu'une onde incidente de fréquence appartenant à une telle bande interdite ne peut pas se propager, quelque soit son angle d'incidence. Malheureusement, l'inconvénient des structures 3D réside dans le fait qu'elles soient difficiles à réaliser expérimentalement. La figure II.5 montre quelques exemples de structures 3D.

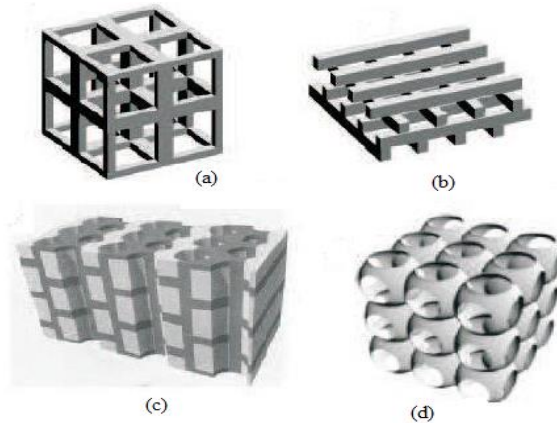


Figure II.5 : Exemples de structures 3D : structure cubique (a), tas de bois(b), structure multicouches (c), opales ou opales inversées(d) [19].

II.3. DIFFERENTS TYPES DE RESEAUX D'UN CRISTAL PHONONIQUE 2D

Les cristaux phononiques bidimensionnels sont des structures périodiques suivant deux directions de l'espace et infinies suivant la troisième. Les cristaux phononiques 2D sont formés d'au moins de deux matériaux composites distinctes. Selon leurs constituants inclusions / air ou cylindre d'Air / matrice hôte, on peut distinguer deux types de structures périodiques bidimensionnels :

- Les structures dites «connectées» : Dans ces structures les propriétés acoustiques telles que la masse volumique et vitesse de propagation dans les diffuseurs/ inclusions (motif élémentaire) sont inférieures à celles dans la matrice élastique. Cette structure est constituée par exemple de cylindre d'airs percés dans la matrice hôte.
- Les structures dites «déconnectées» : Dans ce cas, les diffuseurs ou les inclusions ont des propriétés acoustiques supérieures à celles de la matrice. Elles sont constituées de tiges élastiques alignées périodiquement dans l'air par exemple.

Dans le cas d'un cristal phononique bidimensionnel, les inclusions sont des cylindres de section quelconque que l'on peut disposer par exemple suivant un réseau carré ou triangulaire (figure II.6). Les inclusions peuvent aussi être composées d'un matériau différent

de celui de la matrice qui peut être de simples trous. L'essentiel est que la diffusion (l'interférence) des ondes acoustiques et/ou élastiques sur ces inclusions soit très efficace, [2].

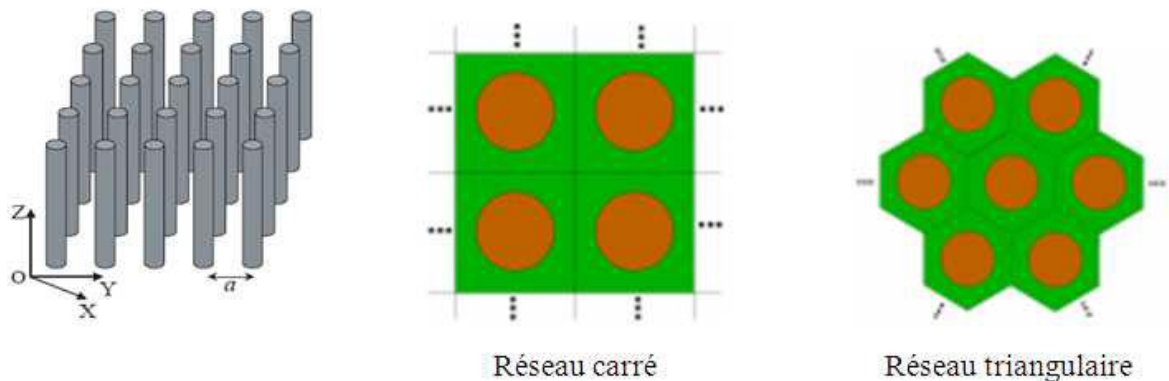


Figure II.6 : Représentation schématique d'un cristal phononique 2D : Réseau carré ou réseau triangulaire [2].

II.3.1. RESEAU CARRE

Les nœuds du réseau sont situés sur un carré de côté « a » (Figure II.7.a). Il a été montré que ce type de réseau est très sensible à l'angle d'incidence et à la polarisation de l'onde incidente [24]. Il est ainsi difficile d'obtenir une bande interdite totale, c'est-à-dire une bande interdite qui empêche la propagation quelle que soit la polarisation.

La figure II.7 (b) et (c) représentent le réseau réciproque et la zone de Brillouin respectivement [26,25].

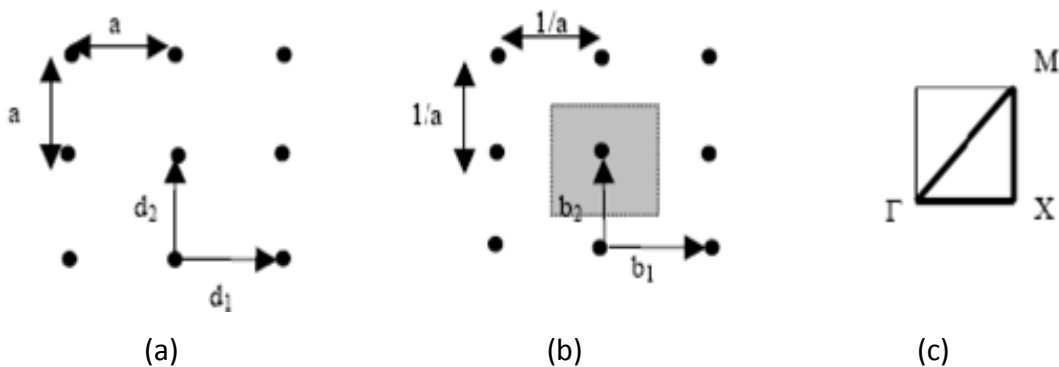


Figure II.7 : Représentation : a) d'un réseau carré, b) son réseau réciproque, c) de sa zone de Brillouin [23], [25].

II.3.2. RESEAU TRIANGULAIRE

Le réseau triangulaire, est le réseau 2D de plus haute symétrie dès lors que l'on se limite à un seul « atome » par maille. La zone de Brillouin est un hexagone. Chaque nœud du réseau est espacé de son proche voisin d'une même distance « a » (Figure II.8.b). Cette

structure est moins sensible à l'angle d'incidence que le réseau carré mais la bande interdite complète reste difficile à obtenir.

La zone de Brillouin pour ce type de réseaux est un hexagone comme il est montré sur la figure II.8 (c).

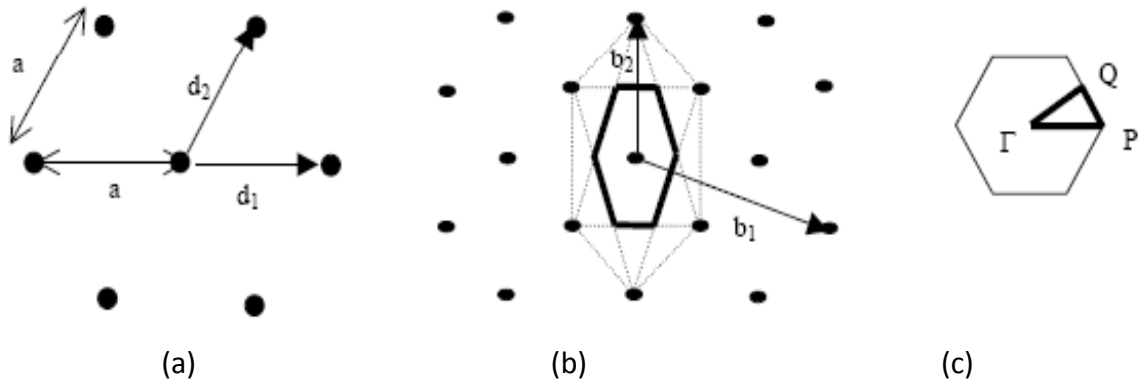


Figure II.8 : Représentation : a) d'un réseau triangulaire, b) de son réseau réciproque, c) et de sa zone de Brillouin [24,25].

II.3.3. RESEAU HEXAGONAL

Dans cette structure tous les nœuds sont identiques et espacés de "a", elle est similaire à la structure d'un réseau triangulaire sauf que le nœud du centre est enlevé. Parmi ces structures, on trouve la structure cristalline du graphite [27] (figure II.9.a).

La zone de Brillouin pour ce type de réseaux est un hexagone comme il est montré sur la figure II.9 (c).

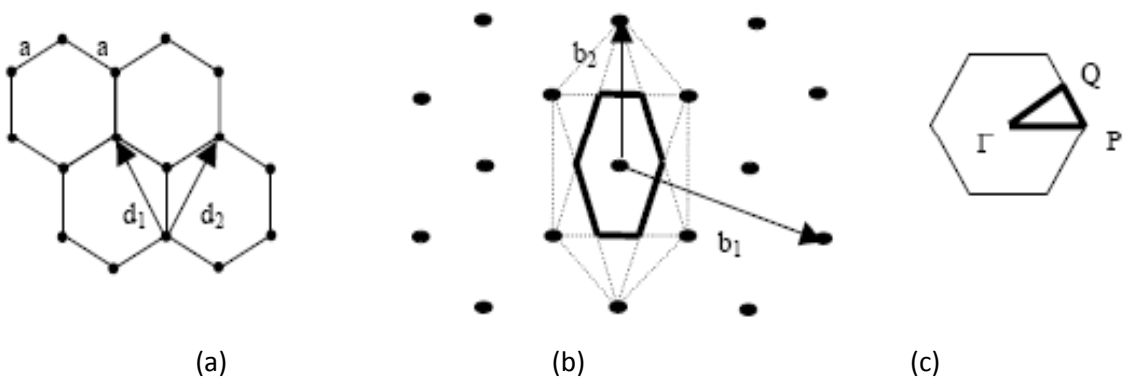


Figure II.9 : Représentation schématique : a) d'un réseau hexagonal, b) de son réseau réciproque, c) et de sa zone de Brillouin [24,25].

On distingue plusieurs classes de cristaux phononiques selon la nature physique des constituants, tels que les composites solide/solide (respectivement fluide/fluide) dont tous les constituants sont des solides (respectivement fluides) et les composites mixtes formés à la fois de solides et de fluides.

II.4. STRUCTURE DE BANDES INTERDITES

Déterminer la structure de bandes interdites d'un cristal phononique bidimensionnels, c'est trouver la correspondance entre énergie et vecteur d'onde en tout point de la première zone de Brillouin.

II.4.1. RESEAU RECIPROQUE ET ZONE DE BROUILLIN

II.4.1.1. RESEAU RECIPROQUE

A toute structure cristalline est associée deux réseaux : le réseau direct et le réseau réciproque. Une figure de diffraction d'un cristal est une carte du réseau réciproque du cristal, Quand nous faisons subir une rotation, nous faisons subir la même rotation au réseau direct et au réseau réciproque [2]. Si \vec{a} , \vec{b} et \vec{c} sont les vecteurs primitifs du réseau cristallin, un nœud de ce réseau est repéré par un vecteur \vec{r} tel que :

$$\vec{r} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} \quad (\text{II. 1})$$

Et si \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} sont les vecteurs primitifs du réseau réciproque, un nœud de ce réseau est repéré par un vecteur \vec{G} tel que :

$$\vec{G} = h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C} \quad (\text{II. 2})$$

Ou u, v, w sont les coordonnées d'un nœud du réseau direct et h, k, l les indices de Miller définissant un nœud du réseau réciproque. Les deux réseaux sont reliés par les définitions suivantes :

$$\vec{a} \cdot \vec{A} = 2\pi, \vec{b} \cdot \vec{B} = 2\pi \quad \text{et} \quad \vec{c} \cdot \vec{C} = 2\pi \quad \text{avec} :$$

$$\vec{A} = \frac{2\pi}{V} (\vec{b} \times \vec{c}), \vec{B} = \frac{2\pi}{V} (\vec{c} \times \vec{a}) \quad \text{et} \quad \vec{C} = \frac{2\pi}{V} (\vec{a} \times \vec{b}) \quad \text{avec} \quad V = (\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}). \quad (\text{II.3})$$

Le facteur 2π n'est pas utilisé par les cristallographes mais il est pratique en physique du solide. Les vecteurs du réseau cristallin (direct) ont les dimensions d'une [longueur] ; les vecteurs du réseau réciproque ont les dimensions d'une [longueur]⁻¹.

II.4.1.2. ZONE DE BRILLOUIN

L'énoncé le plus important de la condition de diffraction pour la physique de l'état solide fut donné par Brillouin. C'est la seule construction utilisée dans la théorie des bandes d'énergie pour les électrons d'un cristal et dans l'expression des excitations élémentaires des cristaux. Par raison de symétrie, la zone de Brillouin est par définition la maille de Wigner-Seitz du réseau réciproque ; nous représentons les vecteurs joignant un site du réseau réciproque à tous les sites voisins, puis on dessine les plans bissecteurs perpendiculaires à ces

vecteurs. Le volume le plus petit autour du site choisi limité par ces plans est appelé la première zone de Brillouin. Nous pouvons construire les zones supérieures de Brillouin de la même manière, la $i^{\text{ème}}$ zone de Brillouin est l'espace limité d'une part par les plans bissecteurs perpendiculaires aux vecteurs joignant le site à l'origine aux $i^{\text{ème}}$ sites voisins et d'autre part les plans bissecteurs des zones de Brillouin inférieures.

La figure II.10 montre les premières zones de Brillouin du réseau réciproque dans le cas d'une structure carrée [2].

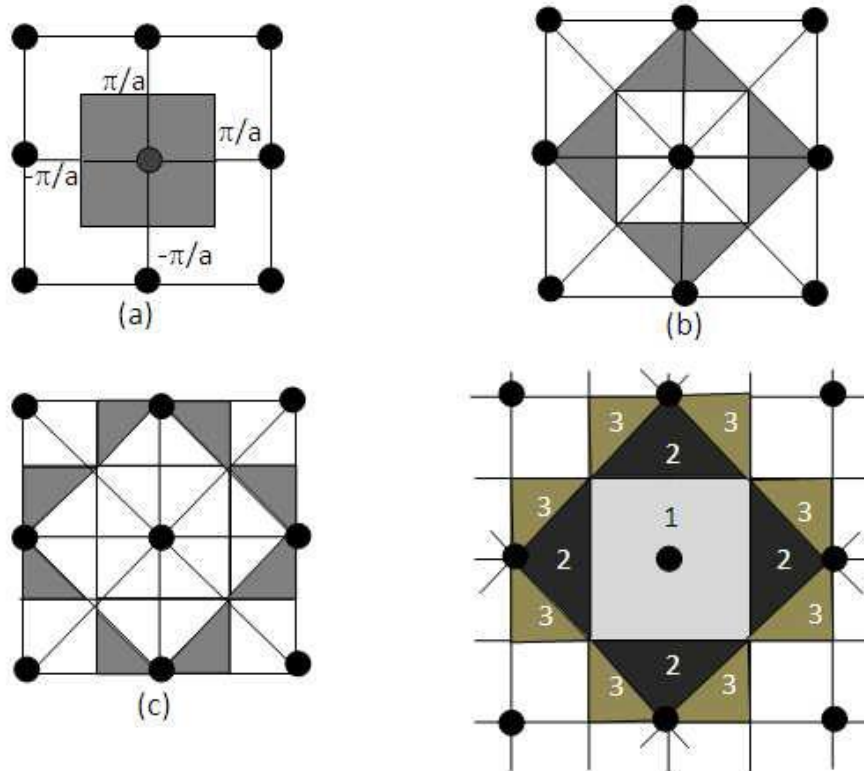


Figure II. 10 : (a) 1^{ère}, (b) 2^{ème}, (c) 3^{ème} zone de Brillouin d'un réseau carré [2].

II.4.2. DIAGRAMME DE BANDE

Les diagrammes de bandes sont parmi les outils les plus utilisés pour illustrer les propriétés de propagation d'une onde acoustique ou élastique au sein des cristaux. Il s'agit en fait d'une représentation de la relation de dispersion entre la fréquence de l'onde ω et le vecteur de propagation k . Dans le cas des structures unidimensionnelles, l'ensemble des diffuseurs est réparti de façon périodique, les ondes sont très fortement diffusées d'un obstacle à l'autre. Elles interfèrent de manière constructive ou destructive suivant la fréquence de l'onde incidente. Par conséquent, une bande interdite apparaît quand les ondes diffusées interfèrent d'une façon destructive dans la direction de propagation de l'onde incidente.

Un cristal unidimensionnel n'a pas de bande interdite complète parce que ses propriétés élastiques sont périodiques dans une direction. Lorsque le vecteur d'onde se forme perpendiculairement à la direction de propagation, il ne sera pas traduit, alors il n'y aura pas de bande interdite dans cette direction. En effet, le mécanisme régissant la constitution de bande interdite dans un cristal 1D est basé sur les réflexions de Bragg en raison de la périodicité ou sur le phénomène de résonance locale des éléments mis en réseaux.

Le cas des structures périodiques à une dimension ne présente qu'un intérêt réduit pour les applications. On réalise alors des structures périodiques à deux et trois dimensions [1].

II.4.3. PARAMETRES D'INFLUENCE SUR LA BANDE INTERDITE

Pour ouvrir une bande interdite dans le plan ou l'espace, toutes les bandes interdites unidirectionnelles doivent se recouvrir au moins partiellement sur la première zone de Brillouin. Le recouvrement sera maximal si les bandes interdites sont centrées à des énergies proches. La situation la plus favorable est celle où la zone de Brillouin est la plus isotrope possible. Les réseaux qui s'en rapprochent le plus sont le réseau triangulaire à deux dimensions et le réseau cubique à faces centrées à trois dimensions [25]. Les paramètres ayant une influence significative sur la largeur et la position des bandes interdites sont : la topologie du réseau, le contraste de vitesse, la densité et la fraction volumique des inclusions.

a. La topologie du réseau

En effet, les propriétés des bandes ouvertes, notamment la position et la largeur des bandes interdites phononiques dépendent fortement de la symétrie et de la forme du diffuseur ainsi que de son orientation. Cette dépendance est une caractéristique commune aux cristaux phononiques et photoniques. L'effet de la forme et de la symétrie des diffuseurs sur le gap phononique d'un cristal phononique bidimensionnel a été étudié récemment par Kuang et [2]. Par ailleurs, les cristaux phononiques peuvent être façonnés suivant plusieurs réseaux ; hexagonaux, triangulaires et carrés. Les diffuseurs prennent aussi des formes multiples notamment hexagones, cercles, triangles et carrés.....etc.

b. La fraction volumique (facteur de remplissage)

Le nombre et la largeur des bandes d'arrêt dépend aussi du taux de remplissage, c'est-à-dire de la fraction volumique des inclusions dans le cristal phononique. La bande d'arrêt la plus basse apparaît pour des facteurs de remplissage faibles. D'autres bandes apparaissent pour des facteurs de remplissage suffisants, puis disparaît pour des remplissages trop élevés ou très faibles. Cela peut être expliqué par le fait que, si le remplissage est égal à 0, on a un matériau homogène, qui ne permet donc pas d'obtenir des bandes d'arrêt. Si on introduit petit

à petit un autre matériau dans la matrice on voit apparaître une bande, due au contraste des matériaux. Lorsqu'on continue à augmenter le remplissage on passe progressivement à un système où les rôles sont inversés et où ce qui était auparavant la matrice devient les inclusions, et où celle-ci finit même par disparaître pour que le milieu se ramène un milieu homogène correspondant au matériau constituant les inclusions d'origine [28].

c. Le contraste dans la masse volumique

Les bandes interdites apparaissent plus facilement lorsque les matériaux en présence présentent un contraste de densités et un contraste de constants élastiques important. En effet, la courbe présente une bande d'arrêt plus large lorsque l'on augmente le contraste de densités ou celui des constantes élastiques, avec un maximum de la largeur lorsque ces deux contrastes sont au maximum. Ce résultat généralise l'observation faite sur des miroirs de Bragg mono dimensionnels où la largeur du miroir augmente lorsque le contraste d'impédances acoustiques (donc de constantes élastiques et de densités) entre les matériaux constituant le miroir augmente. Dans le cas monodimensionnel, ceci s'explique par une augmentation du coefficient de réflexion des ondes à chaque interface. Pour un cristal phononique, l'effet obtenu est une plus forte réflexion des ondes à l'interface entre les inclusions et la matrice, ce qui augmente leur diffusivité et diminue la transmission directe des ondes à travers les inclusions [28].

d. Le contraste de vitesse

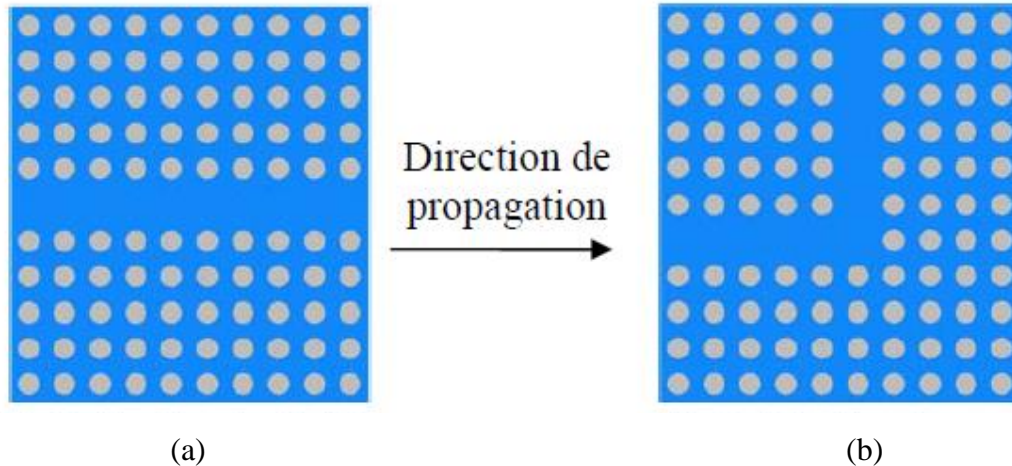
Des inclusions présentant une vitesse acoustique moins importante que celle de la matrice favorisent l'ouverture de bandes interdites. Une explication possible à ce phénomène, toujours utilisant l'idée de trajets multiples des ondes dans les cristaux, est que suite aux diffusions des ondes sur les inclusions, celles-ci subissent des réflexions multiples entre ces inclusions avant de pouvoir interférer avec les ondes ayant suivi un trajet direct à travers les inclusions. Ceci n'est possible que si les ondes subissant une propagation directe sont ralenties par rapport à celles se propageant sur des trajets plus longs dans la matrice [28].

II.5. APPLICATION DES CRISTAUX PHONONIQUES

Il est alors nécessaire d'isoler l'espace qui se trouve derrière le mur de tout ou d'une gamme des fréquences sonores. Dans une telle application, les périodicités mises en jeu sont de l'ordre du mètre, et tout le jeu de la conception réside dans la possibilité de diminuer cette dimension sans que la bande de fréquence ouverte soit trop élevée, l'oreille humaine étant sensible aux fréquences sonores typiquement comprises entre 20 et 20000 Hertz.

II.5.1. GUIDES D'ONDES

Il est possible de réaliser à partir d'un cristal phononique 2D des guides d'ondes simples ou complexes par la suppression ou la modification d'une simple rangée d'inclusions cylindriques selon la direction de propagation.



(a) (b)
Figure II.9 : Guide d'ondes phononique: (a) guide d'ondes linéaire W1
 et (b) guide coudé

Des guides droits W1 ont ainsi été réalisés dans le cristal 2D par suppression d'une rangée d'inclusions cylindriques colinéairement à la direction de propagation [29]. En effet, si on enlève ou on modifie une ligne d'inclusions dans le sens de propagation, on s'attend à ce que les ondes, bloquées dans le cristal parfait, soient guidées par ce défaut dans laquelle peuvent se propager. Khélif nous confirme en 2004 que c'est effectivement le cas [30, 31], appuyé par le bilan dressé par Miyashita [32]. En utilisant un montage assez simple constitué de cylindres d'acier immergés dans l'eau et organisés selon une maille carrée, il montre que l'omission d'une ligne de cylindres provoque, dans la bande d'arrêt, une remontée de la transmission à certaines fréquences. L'expérience est en accord avec le calcul théorique (réalisé en FDTD) qui prédisait l'apparition d'un mode guidé dans le défaut, localisé à l'intérieur de la bande d'arrêt. Le calcul de la distribution de pression dans l'eau indique aussi que l'onde est rapidement atténuée dans le cristal phononique, mais qu'elle se propage correctement dans la ligne de défauts créée. La Figure II-10 présente les spectres de transmission et une image des champs de pression dans l'eau obtenus pour cette configuration.

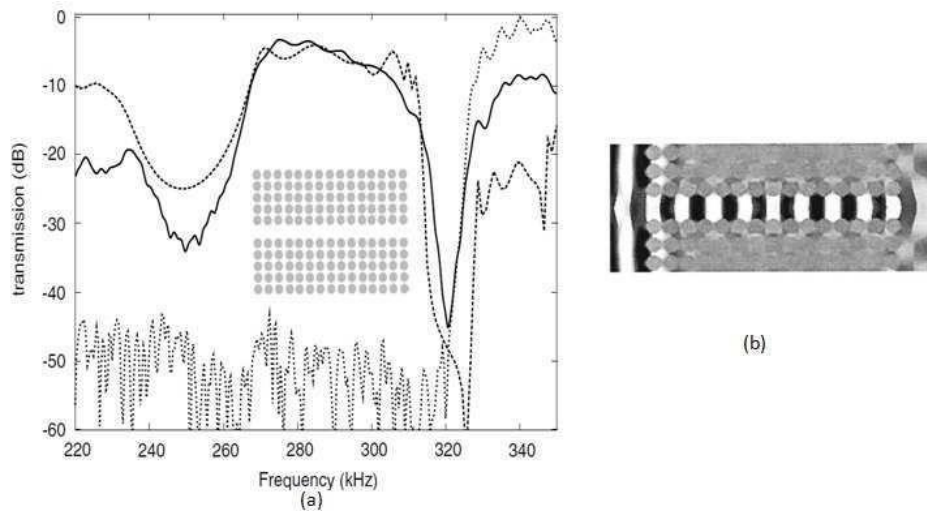


Figure I-10 : Transmission à travers un guide W dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif [30, 31]

Afin de vérifier que l'onde est effectivement guidée, Khelif vient former des coudes dans le guide, comme on peut le voir sur la Figure II.11. Si l'onde guidée présente des creux de transmission pour certaines fréquences, on observe tout de même qu'elle est toujours correctement guidée à d'autres fréquences. Les pertes liées aux coudes sont minimales, même avec des coudes à angle droit.

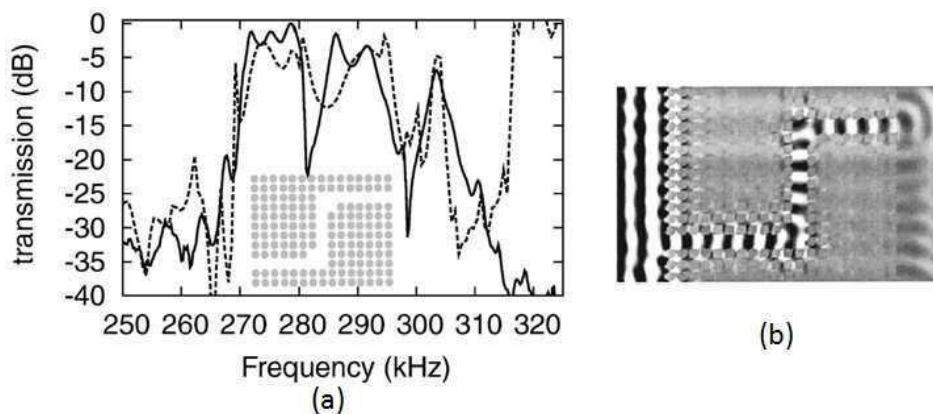


Figure II.11 : Transmission à travers un guide coudé formé par l'omission d'inclusions dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans de l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif [30, 31].

II.5.2. CAVITES RESONANTES ET RESONATEURS ACOUSTIQUES

Il est possible de modifier localement la nature du matériau et plus concrètement en agissant sur la valeur des propriétés élastiques du matériau. Au lieu d'enlever une ligne d'inclusion, on vient maintenant enlever ou modifier une unique inclusion. Toute onde

présente dans ce défaut se reflète sur le cristal phononique entourant le défaut et est donc confinée dans la cavité, qu'on peut qualifier de résonante. L'expérience montée par Khélif [33] comportant des cylindres d'acier immergés dans l'eau prouve là encore ce phénomène. Comme le montre la Figure II-12, lorsqu'on enlève une inclusion, on observe un pic de transmission dans la bande d'arrêt, une résonance. Son travail s'intéresse aussi à ce qui arrive lorsqu'on met deux de ces cavités l'une à côté de l'autre. On remarque que, si elles sont alignées avec la direction de propagation, on a l'apparition de deux pics. En couplant judicieusement ces cavités on obtient une bande passante dans la bande d'arrêt. Par contre, si elles sont alignées dans le sens perpendiculaire à la propagation, la résonance est légèrement décalée en fréquence, mais elle est toujours seule [28].

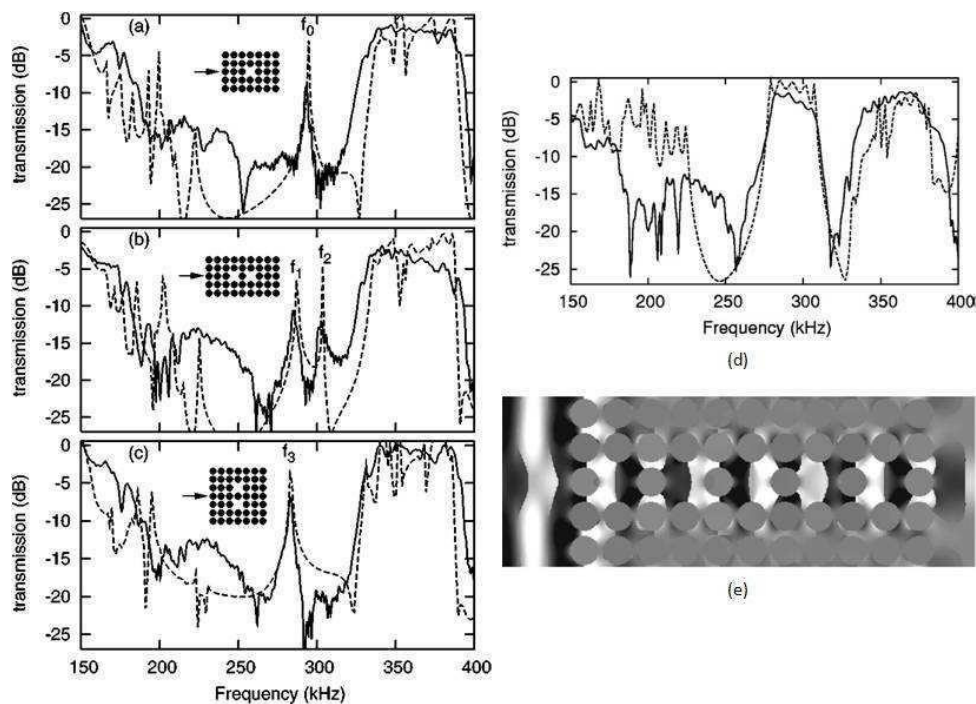


Figure II.12 : Transmissions mesurées (lignes pleines) et calculées (lignes pointillées) en fonction de la fréquence pour (a) une cavité résonante, (b) deux cavités alignées dans la direction de propagation, (c) deux cavités alignées dans la direction perpendiculaire à la propagation et (d) une série de cavités formant un guide. (e) pression calculée dans une série de cavités formant un guide identique à la figure (d) selon [33].

II.5.3. COUPLAGE DE DÉFAUTS

Dans un premier temps on vient placer une cavité sur le bord d'un guide, comme indiqué sur la Figure II-13 [34]. Ces dispositifs sont réalisés en plaçant des cylindres d'acier dans l'eau selon une maille carrée. Le guide d'onde décrit précédemment procurait une bande passante dans la bande d'arrêt, l'adjonction d'une cavité au guide provoque deux creux de transmission dans la bande passante. La longueur de la cavité modifie la fréquence des

résonances, même si la cavité se trouve à cheval de chaque côté du guide (comme indiqué sur la Figure II.13). Si on vient mettre plusieurs cavités le long du guide on forme alors une nouvelle bande d'arrêt dans la bande passante du guide.

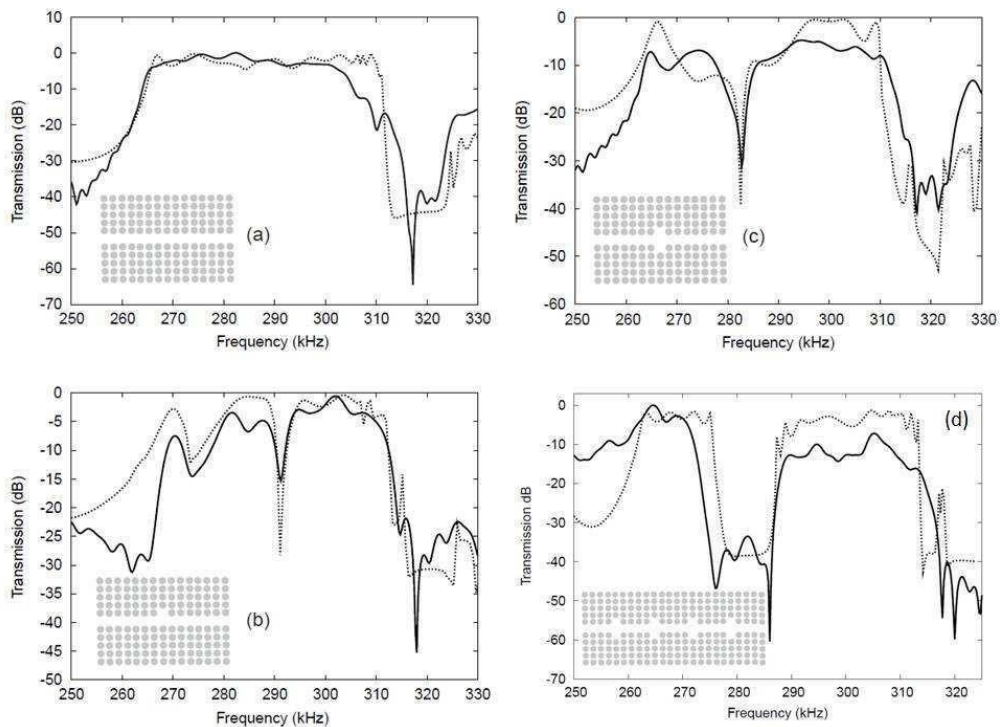


Figure II.13 : Transmission mesurée (lignes pleines) et calculée (pointillés) pour (a) un guide d'ondes linéaire, (b) un guide couplé à une cavité, (c) un guide couplé à une cavité longue à cheval sur le guide et (d) un guide bordé de cavités sur ces deux côtés, d'après [34]

II.5.4. FILTRAGE ET MULTIPLEXAGE DES ONDES ACOUSTIQUES

La propriété de filtrage est la capacité de séparer et sélectionner des éléments à partir d'un flux. Il s'agit de séparer les ondes acoustiques ayant des fréquences déterminées à partir d'un paquet de fréquences initiales.

En effet, en exploitant la bande interdite phononique, il est possible d'éliminer certains paquets d'ondes indésirables sur des intervalles de fréquences bien déterminés. Le guidage permet, quant à lui, de laisser passer certaines fréquences dans la gamme fréquentielle de la bande interdite afin d'isoler une information parmi d'autres transportées par l'onde. La figure II.14 illustre le principe de réalisation d'un dispositif de multiplexage permettant l'insertion ou extraction de certaines fréquences des ondes acoustiques [35].

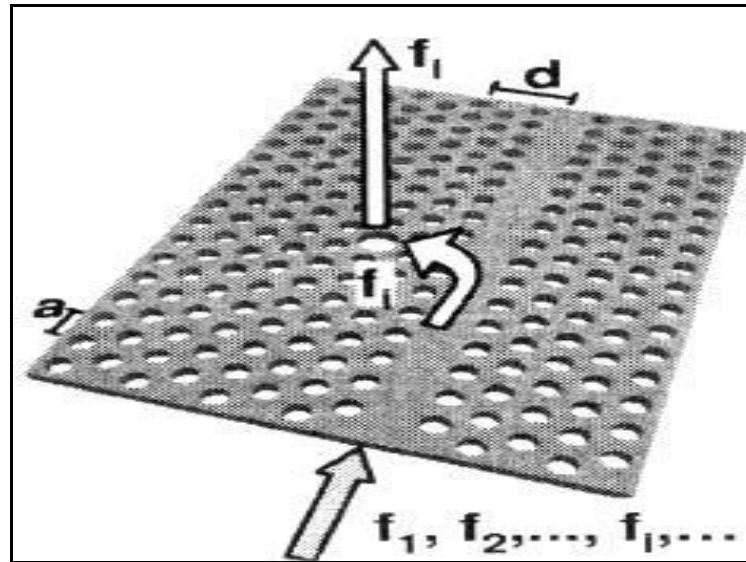


Figure II.14 : Schéma de principe d'un dispositif de multiplexage [35].

CONCLUSION

Les cristaux phononiques sont des structures périodiques présentant des propriétés acoustiques très intéressantes. Ils sont le sujet de nombreux travaux de recherche et suscitent beaucoup d'intérêt dans le cadre de l'isolation sonore par exemple. En effet, cette périodicité est à l'origine de plusieurs propriétés intéressantes comme par exemple l'ouverture d'une bande photonique interdite interdisant la propagation des ondes acoustiques. C'est cette propriété qui nous intéresse et que nous voulons mettre en évidence, étudier et utiliser.

Tout d'abord, nous avons présenté les cristaux phononiques en commençant par quelques concepts fondamentaux : Tels que les différentes classes des cristaux phononiques ainsi que les différentes familles des réseaux cristallins en cristaux 2D. Puis, nous avons expliqué les diagrammes de bandes, permettant de décrire les différents modes présents dans les structures périodiques et de faire apparaître les bandes d'arrêt des cristaux phononiques. Enfin, nous avons présenté quelques fonctions avancées des cristaux phononiques, notamment les guides d'ondes, les cavités résonantes et les filtres.



CHAPITRE III

METHODES NUMERIQUES ET OUTILS DE SIMULATIONS

INTRODUCTION

Pour trouver des réponses à d'innombrables questions sur les comportements des systèmes et phénomènes physiques est devenu de plus en plus complexes, cela, nécessite de développer des modèles rigoureux et plus réalistes. Cette "prédiction" est basée sur des équations mathématiques dont la recherche de solutions a tant suscité et suscite encore une grande préoccupation de la part des scientifiques. A ce propos, on peut citer l'exemple des équations régissant le champ électromagnétique établies par James Clerck Maxwell au 19ème siècle ; elles sont devenues depuis lors les équations de base pour décrire les comportements de tous les systèmes électroniques, optiques et optoélectroniques quelle que soit leur complexité. Par conséquent, plusieurs méthodes et techniques numériques ont été développées [39].

Dans le domaine de propagation des ondes, la simulation numérique a longtemps été appliquée en électromagnétisme pour la résolution des équations de Maxwell, pour d'innombrables systèmes complexes. Parmi ces derniers, les cristaux photoniques qui ont fait l'objet d'une large application de méthodes numériques pour l'étude de leur comportement ondulatoire. On peut citer par exemple la méthode de décomposition en ondes planes appelée : PWE (Plane Wave Expansion), très utilisée pour le calcul de structures de bandes. D'autres méthodes, basées aussi sur l'approche de décomposition, ont été développées, dont celle de Kohn-Korringa-Rostocker (KKR), la méthode TMM (The Transfer Matrix Method), la MST (Multiple scattering Theory) et la décomposition en ondelettes. D'autres algorithmes basés sur d'autres approches de calcul ont été utilisés, comme la méthode des différences finies résolues dans le temps, appelée FDTD (Finit Difference Time Domaine), et celle des éléments finis (Finite Elements Method) qui utilise une base de fonctions définies sur un maillage du domaine de résolution.

Durant les deux dernières décennies, certaines de ces méthodes ont été appliquées à l'étude théorique de la propagation des ondes élastiques/acoustiques dans les cristaux phononiques (CP) [39].

III.1. METHODE FDTD (finites differences time domain)

Durant ces dernières décennies, les scientifiques ont développé une méthode numérique permettant la résolution de problèmes physiques dans le temps basée sur les différences finies (appelée souvent par son acronyme FDTD).

La FDTD a été mise en place dans les années soixante pour étudier les phénomènes régis par des équations différentielles impliquant le temps. Elle permet de suivre l'évolution des événements physiques depuis l'instant initial jusqu'à l'état permanent en passant par le régime transitoire. Il n'y a donc pas d'inversion de matrice ou de recherche de valeurs propres comme dans le cas de la PWE. De plus, l'approche temporelle qu'offre la FDTD la rend adaptée même aux phénomènes non linéaires et non stationnaires.

Offrant davantage de facilité dans sa compréhension et dans l'écriture de son algorithme, la FDTD est largement utilisée dans les études relatives à la mécanique des matériaux ainsi qu'à la propagation des ondes. Dans le domaine de la phononique, elle se rapproche plus de la réalité car elle offre la possibilité de générer une excitation (source) dans un CP et de suivre dans le temps le comportement de l'onde et son interaction avec le CP, ce qui permet d'y étudier sa transmission. Ainsi, elle a été appliquée en 2000 par Sigalas et Garcia pour déterminer le coefficient de transmission dans une structure phononique tridimensionnelle.

Ils ont montré qu'en plus de ses résultats concordant parfaitement avec ceux de la PWE dans la détermination des bandes interdites, la FDTD dépasse les limites de la PWE car elle permet l'étude de systèmes phononiques impliquant des éléments fluides (où la vitesse transverse est nulle) dans une matrice solide. La FDTD a de surcroît montré son efficacité pour différents types de systèmes périodiques solide-solide, solide-liquide et solide-vide [39].

En plus du calcul du coefficient de transmission, Myashita et Inoue [40] se sont intéressés au guidage d'ondes élastiques dans un cristal sonique fini. Ils ont ainsi construit une structure artificielle finie et ont montré l'efficacité de la FDTD dans l'analyse de propagation d'ondes élastiques dans ce type de système. D'autres études de transmission, de confinement d'ondes et de guidage ont pu être réalisées par la suite en recourant à la FDTD. On peut citer par exemple les travaux de Khelif et al[41,42] et ceux de Pennec et al[43] sur des structures phononiques présentant des défauts avec des guides d'ondes simples et coudés, ou ayant des défauts de cavité pour des systèmes infinis à inclusions cylindriques périodiques. Heisch et mettre en place un algorithme al[44] ont pu FDTD pour le calcul de structures de bandes, donnant des résultats qui concordent avec ceux de la PWE. De leur côté, Sun et al [45] se sont intéressés au guidage des ondes acoustiques de surface dans un CP bidimensionnel en utilisant des milieux absorbants appelées PML (Perfectly Matched Layer). Nous aurons l'occasion de revenir sur les propriétés de ce type de milieux par la suite.

III.1.1. PRINCIPE DE LA METHODE FDTD

A partir des équations de mouvement qui régissent la propagation des ondes acoustique dans un milieu élastique quelconque, la FDTD permet de rapprocher les solutions champ de déplacement et contraintes en se basant sur un développement en différences finies des dérivées partielles qui interviennent dans les équations en question. Ces différences finies reposent sur une discrétisation dans l'espace (pour les dérivées spatiales) et une autre temporelle (relative aux dérivées temporelles), lesquelles discrétisations doivent être bien choisies afin d'assurer la convergence des fonctions inconnues recherchées [39].

III.1.2. APPLICATION DE FDTD POUR LE CALCUL DES BANDES

La première étape dans la résolution des équations de mouvement consiste à isoler une cellule de périodicité de la structure phononique en appliquant la condition périodique de Bloch, introduite en FDTD par Hsieh et al [44]. Si le calcul de structure de bandes dans la PME et la FEM se ramène à la résolution d'un problème matriciel de recherche de valeurs propres, l'approche adoptée dans la FDTD est bien différente.

En effet, dans le calcul des courbes de dispersion par la FDTD, les modes de vibration de la structure phononique sont déterminés pour chaque valeur de k . Pour se faire, une source d'excitation à large bande fréquentielle est introduite à un endroit de la cellule. Une onde acoustique est ainsi générée par cette source et se propage dans la cellule unité en conformément aux conditions de Bloch. Après plusieurs itérations temporelles, les modes de vibration de la cellule apparaissent. En relevant les valeurs du champ de déplacement en fonction du temps sur un point de la cellule, les modes peuvent être obtenus à partir des pics de résonance du spectre du champ de déplacement. La figure III.1 montre un exemple de spectre de champ de déplacement pour une structure phononique bidimensionnelle infinie, avec des pics de modes longitudinaux, calculé par transformée de Fourier. Les valeurs des fréquences des pics sont ainsi relevées pour chaque valeur du vecteur d'onde, ce qui permet de déterminer la structure de bandes du CP [39].

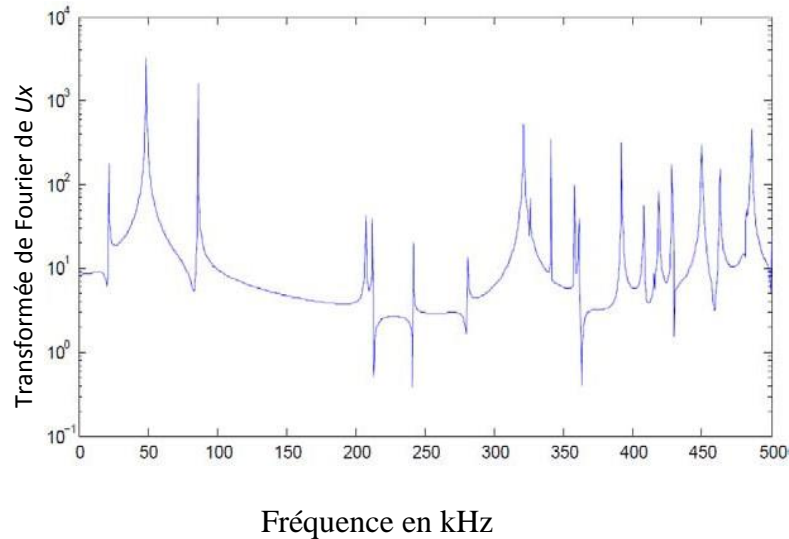


Figure III.1 : Exemple de spectre de transmission dans un cristal phononique bidimensionnel pour un vecteur d'onde fixé [39].

III.1.3. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION

En acoustique, la transmission est la capacité de l'onde acoustique à traverser une structure périodique à une fréquence donnée. Elle se calcule en mettant en place une source générant des ondes acoustiques à large bande de fréquences, puis en va enregistrer les valeurs de champ de déplacement en fonction du temps. Afin de comprendre le processus de calcul du coefficient de transmission, nous prendrons l'exemple du cristal phononique 2D de la figure III.2 ci-dessous. Le cristal est formé de cylindres en aluminium arrangés dans une matrice d'époxy suivant une périodicité carrée dans les deux directions X et Y de l'espace et infiniment longs suivant l'axe Z [39].

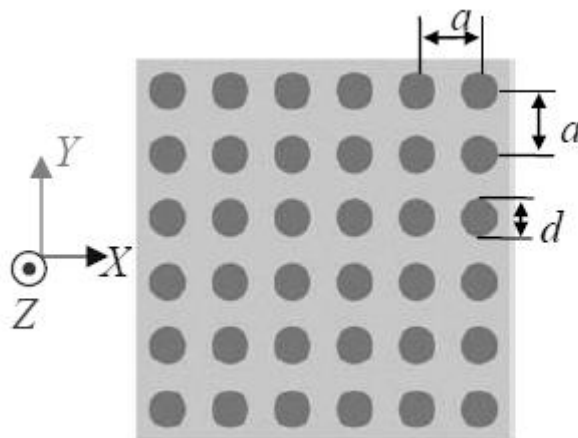


Figure III.2 : Cristal phononique 2D constitué de cylindres en aluminium disposés périodiquement suivant un réseau carré dans une matrice d'époxy

Pour calculer le coefficient de transmission, on commence d'abord par choisir une direction de propagation qui définira l'arrangement des cylindres vus par l'onde élastique afin d'étudier sa transmission dans cette direction. Ensuite, une rangée de cylindres suffisamment nombreux est choisie afin d'avoir une bonne interaction entre l'onde et la structure. A tout cela, les conditions aux limites périodiques sont ajoutées sur les frontières dont la normale est perpendiculaire à la direction de propagation. Des domaines absorbants (PML) sont aussi joints aux frontières perpendiculaires à la direction de propagation afin d'éliminer les phénomènes de réflexion de l'onde sur les bords (figure III.3) [39].

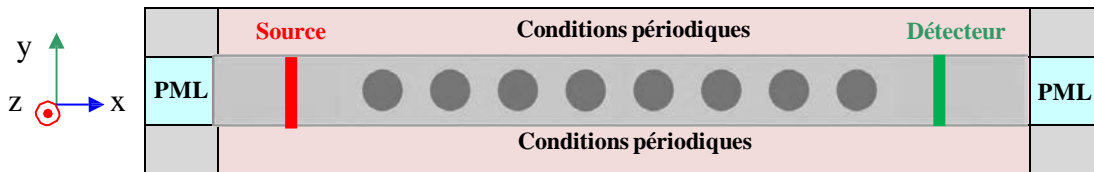


Figure III.3 : Le modèle adopté pour le calcul du coefficient de transmission du cristal phononique de la figure III.2

Dans l'exemple présenté ci-dessus, la direction de propagation choisie est suivant X et les domaines absorbants utilisés sont de type PML. Avant de continuer le calcul du coefficient de transmission, nous allons présenter brièvement ce type de condition absorbante.

III.1.4. CONDITIONS AUX LIMITES PML (PERFECTLY MATCHED LAYER)

En simulation numérique, les domaines conçus ne peuvent pas être infinis, donc, il est nécessaire de placer des couches absorbantes aux frontières du domaine étudié PML (**Perfectly Matched Layer**). L'objectif est de pouvoir empêcher l'onde de se réfléchir au niveau de ces frontières. Les ondes passent ainsi l'interface entre le domaine Non PML et le domaine PML et sont absorbées au niveau de ce dernier [39].

III.1.5. COEFFICIENT DE TRANSMISSION

Une fois que les domaines de propagation de l'onde sont bien définis, que les conditions aux limites périodiques sont introduites et les domaines PML définis aussi, une excitation de l'onde acoustique à large spectre est produite au niveau de la source. Au fur et à mesure de l'avancement des itérations temporelles, cette onde traverse le CP, puis elle est interceptée au niveau du détecteur. A ce niveau, l'évolution temporelle du champ de déplacement est enregistrée en fonction du temps, et le spectre du signal est calculé par

transformée de Fourier, ce qui permet de tracer le coefficient de transmission en fonction de la fréquence.

La figure III.4 présente un exemple de résultat de calcul du coefficient de transmission pour des ondes planes. Elle révèle la présence de deux principales bandes interdites phononiques situées aux intervalles de fréquences [90kHz, 210kHz] et [224 kHz, 257 kHz] [39].

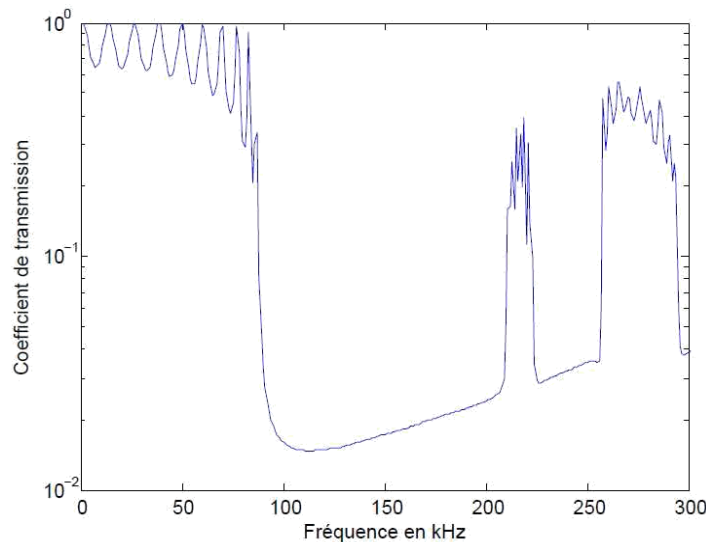


Figure III.4 : Coefficient de transmission des ondes planes en fonction de fréquences pour une structure à CP2D composée de cylindres d'acier dans une matrice d'époxy [39].

III.1.6. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE FDTD

La méthode FDTD est relativement simple à mettre en œuvre et rapide puisque le nombre d'opérations arithmétiques mises en œuvre à chaque itération est faible. Elle met en jeu, des concepts et des outils de résolutions élémentaires, cette méthode permet de :

- Obtenir en une seule simulation des informations temporelles et spectrales sur une structure.
- Offrir la possibilité d'obtenir la distribution du champ à différents temps.
- Modéliser des structures aux géométries complexes dont les matériaux peuvent être anisotropes ou inhomogènes.

La méthode FDTD nécessite l'utilisation d'une grille cartésienne ; cela entraîne des difficultés pour faire des raffinements locaux. En particulier, les géométries courbées doivent être approchées par des courbes en escalier. La FDTD possède des limitations telles que :

- Le schéma de Yee impose une discrétisation en mailles régulières.
- Il faut des longueurs d'arêtes entre $\lambda / 16$ et $\lambda / 20$ pour avoir la convergence en maillage.
- Il est difficile de prendre en compte des matériaux dispersifs.

- Les conditions aux limites approchées introduisent une approximation qui peut avoir une influence sur la précision du calcul.
- La FDTD étant un schéma explicite, le pas temporel maximal est relié au pas spatial par une condition de stabilité.
- Le pas de maillage et par conséquent le pas sur le temps sont liés à la plus petite longueur d'onde λ considérée. Un maillage typique aura au moins 10 mailles par longueur d'onde pour garantir une précision acceptable sur la solution. Donc, pour traiter un objet de taille 100λ , il faudra un maillage $1000 \times 1000 \times 1000$, soit 6 milliards d'inconnues scalaires, d'où un coût mémoire très important sur de gros maillages.

Le principal inconvénient de la FDTD est qu'elle nécessite de longs temps de calculs et un espace mémoire important, en particulier pour les calculs 3D [39].

III.2. LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis, appelée aussi FEM (*Finit Element Method*), est largement utilisée dans la simulation numérique pour la résolution des équations aux dérivées partielles, décrivant les phénomènes physiques. Cette technique est utilisée au départ dans les problèmes liés aux structures mécaniques lesquels nécessitent la recherche des solutions de contraintes et de déformations dans un milieu élastique. Elle est appliquée aussi dans le cas de l'étude de la propagation des ondes acoustiques / élastiques dans les cristaux phononiques. Parmi ses applications en phononique est le calcul des courbes de dispersion d'un cristal phononique 2D formé d'inclusions cylindriques dans une plaque [46]. L'ouverture de bandes interdites ainsi que le guidage des ondes élastiques dans ces structures à inclusions ont été aussi étudiés par Djafari-Rouhani *et al* [47] en utilisant la méthode des éléments finis. T. Chen et T-T. Wu [48] se sont intéressés aussi aux structures de bandes et au guidage des ondes élastiques, mais dans un nouveau type de CP constitué de cylindres déposés périodiquement sur une plaque d'aluminium. Dans toutes ces études, la FEM a montré son efficacité en termes de convergence et de temps de calcul, comparée à la PWE, notamment dans le cas des plaques finies.

III.2.1. PRINCIPE GENERAL

La méthode des éléments finis est adaptée pour résoudre presque tous les types d'équations aux dérivées partielles régissant un problème physique quelconque, en particulier les équations relatives à la propagation des ondes élastiques. Pour une onde acoustique ou

élastique se propageant dans un milieu cubique ou isotrope, les équations de propagation s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} -\rho\omega^2 u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ -\rho\omega^2 u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ -\rho\omega^2 u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

A ce système d'équations sont ajoutées les conditions aux limites qui contraignent les solutions recherchées [39].

III.2.2. FORMULATION VARIATIONNELLE OU FORME FAIBLE

Afin de décrire plus aisément la méthode des éléments finis, nous partirons d'une formulation plus générale en écrivant le système (III.2) plutôt sous la forme suivante :

$$-\nabla \cdot (C \nabla u) = \omega^2 u \quad (\text{III.2})$$

En principe de la méthode des éléments finis peut se résumer comme suit :

- L'écriture sous la forme variationnelle : les équations aux dérivées partielles sont écrites sous une forme variationnelle vérifiée pour des fonctions test appartenant à un espace vectoriel bien défini.
- La discrétisation : la solution du problème variationnel est décomposée dans la base d'un espace vectoriel de dimension finie. Les éléments de cette base sont appelés les fonctions de forme.

La formulation variationnelle du problème est ensuite exprimée en fonction des fonctions de forme de l'espace, et le système est finalement écrit sous forme matricielle. La résolution du système matriciel permet d'obtenir la fonction solution du problème [39].

III.2.3. MAILLAGE, FONCTIONS DE FORME ET RESOLUTION

La résolution du problème se fait dans un espace V de fonction bien défini à dimension infinie. Pour le calcul numérique, l'étape suivante consiste à choisir un sous-espace vectoriel de travail, de dimension finie N , inclus dans V .

L'espace d'approximation $N \subset V$ est construit par la mise en place d'un maillage du domaine. Le maillage est un découpage du domaine de résolution W en un nombre fini de sous domaines disjoints deux à deux et définis par des points appelés nœuds. Les bords de ces

sous domaines définissent un réseau de frontières liant ces nœuds dans tout le domaine compact W [39].

III.2.4. CONVERGENCE

La convergence de la solution dépend de la construction de l'espace d'approximation $N \ V$. Plus la dimension N de ce dernier est grande, plus l'espace de décomposition est grand, et meilleure est l'interpolation de la solution qui se rapproche de la solution recherchée sur V . Au niveau du maillage, l'augmentation des éléments de la base de l'espace V implique un plus grand nombre de nœuds, et donc des sous domaines du maillage car, au moins une fonction de forme (élément de base de $N \ V$) est associée à chaque nœud. En somme, plus le maillage n'est fin et bien distribué dans le domaine, mieux la solution est approchée.

Par ailleurs, le maillage est d'une importance capitale dans la méthode des éléments finis. En effet, le choix de la forme des sous-domaines du maillage ainsi que les fonctions de forme sont déterminants dans le degré d'approximation souhaité pour la solution recherchée.

Aussi, il est très utile de prédire la forme et les variations de la fonction solution afin de déterminer le maillage le plus adapté pour mieux l'approcher. D'un autre côté, plus le nombre d'éléments du maillage est grand, plus le temps nécessaire au calcul de la solution est long, du fait de l'augmentation du nombre de fonctions de forme, et par conséquent des matrices de rigidité et de masse. Malgré cela, cette méthode reste, dans beaucoup de configurations, plus efficace et rapide comparée à d'autres méthodes [39].

III.3. METHODE DE DIFFUSION MULTIPLE

La méthode de diffusion multiple (**MSM**) découla de la méthode Koring- Kohn-Rostoker (**KKR**), développée initialement pour le calcul de la structure électronique des solides. Le succès de cette méthode réside dans le calcul des structures de bandes électroniques et électromagnétiques. Son application a été étendue à des problèmes acoustiques ou élastiques, pour calculer les structures de bande phononique. Elle est également susceptible de calculer la transmission de ces ondes dans les matériaux composites à structure périodiques et aléatoires ; ce qui n'est pas le cas pour la méthode de développement en ondes planes, alors que la MSM semble être numériquement efficace.

Dans un système périodique ou aléatoire formé de tiges (diffuseurs), par exemple, parallèles à une direction donnée, de section quelconque (circulaire, carré, rectangulaire, elliptique...) insérées dans une matrice, l'onde incidente sur chaque diffuseur est la somme des ondes diffusées par tous les autres diffuseurs. D'où l'appellation diffusion multiple. Dans

ce qui suit nous détaillons la méthode sur laquelle s'appuiera ce travail, éventuellement la méthode de développement en ondes planes (PWE) [39].

III.4. METHODE DE DECOMPOSITION EN ONDES PLANES

III.4.1. INTRODUCTION A LA METHODE (PWE)

La décomposition en ondes planes, communément appelée PWE, est sans doute la méthode la plus utilisée dans les domaines où les systèmes étudiés sont généralement périodiques en particulier dans les cristaux photoniques et les cristaux acoustiques. La méthode PWE a été utilisée initialement pour obtenir les états d'énergie électroniques dans un cristal métallique périodique. Elle a été ensuite largement utilisée en photonique puis en phononique pour le calcul des structures de bandes. Dans le domaine de la phononique, du fait de la périodicité des structures étudiées, le champ de déplacement et les paramètres d'élasticité sont décomposés en ondes planes périodiques suivant les directions de la périodicité du cristal.

Le théorème de Bloch est appliqué afin de ramener l'étude au niveau d'une cellule élémentaire de périodicité du système en révélant les conditions aux limites périodiques. Le système d'équations de mouvement est ensuite développé et ramené à un problème classique de recherche de valeurs propres. Ce dernier permet de calculer les modes de propagation des ondes et de tracer la structure de bandes. Durant ces dernières années, la PWE a largement montré son efficacité dans le calcul des structures à bandes interdites acoustiques pour différents types de systèmes: structures bidimensionnelles solides composites ou solide-air, cristaux phononiques 1D ou 2D, constitués d'une plaque avec inclusions périodiques, pour la propagation d'ondes de Lamb, systèmes présentant un ou plusieurs défauts, ainsi que le guidage des ondes dans des systèmes finis [39].

La méthode des ondes planes a aussi fait ses preuves dans l'étude des milieux anisotropes ou dispersifs pour les ondes de surfaces ainsi que les milieux piézoélectriques. Elle a également été modifiée et améliorée afin de calculer la structure de bandes interdites complexes pour la propagation des ondes évanescentes. D'autre part, et à cause de la formulation plus variable, cette méthode permet l'intégration de nouvelles conditions relatives à la propagation comme le substrat.

La méthode PWE s'est imposée comme l'un des outils de modélisation privilégié des cristaux photoniques et phononiques et figure par ailleurs parmi les premiers formalismes à avoir été employés afin de mettre théoriquement en évidence l'existence de bandes interdites

pour les ondes élastiques. Elle permet de représenter de façon assez directe, du point de vue du formalisme mathématique comme de la mise en œuvre numérique, la propagation de champs (électromagnétiques ou de déplacement) dans un milieu périodique. Elle est d'ailleurs bien connue en acoustique où elle est employée pour simuler des structures périodiques de type transducteurs composites qui trouvent leurs applications dans le domaine de l'imagerie médicale par exemple [39].

III.4.2. PRINCIPE ET FORMULATION DE LA METHODE

Le principe de base de la méthode de décomposition en ondes planes consiste à décomposer en séries de Fourier les champs propagatifs dans le domaine fréquentiel, c'est-à-dire dans le référentiel défini par le réseau réciproque du cristal. Kushwaha et al. [17] ont en particulier appliqué cette méthode dans le cas d'un réseau bidimensionnel, en limitant toutefois dans un premier temps leur analyse à des milieux isotropes et à des champs de déplacement purement transverses. Dans cette configuration, les polarisations dans le plan et hors plan du champ de déplacement peuvent être découplées.

Dans un solide homogène et isotrope le champ de déplacement ou vecteur de déplacement élastique dépend du temps t et de la position \mathbf{r} , il peut se décomposer sous la forme [37] :

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \vec{\nabla}(\rho(\vec{r}) C_l(\vec{r})^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}) \quad (\text{III.3})$$

Où ρ_{el} est définie pour être la constante élastique C_{11} . On peut maintenant développer C_{11} , et la densité par une série de Fourier, c'est dû au rapport périodique de nature des deux dimensions de PC.

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \sigma(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{III.4})$$

$$C_{11}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \beta(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{III.5})$$

Où \mathbf{G} et \mathbf{R} sont les vecteurs en réseaux directe et réciproque respectivement. En supposant une onde plane de solution et la périodicité de la moyenne ; on peut invoquer Bloch de résoudre pour de théorème Eq(III.6), pour lesquelles le champ de déplacement est :

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \sum_{\vec{G}} \vec{u}_k(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{III.6})$$

Ici \mathbf{k} est le vecteur Bloch à deux dimensions. En bref, la combinaison d'eq. (III.4) et (III.5) avec équation (III.6), on peut formuler un ensemble infini d'équations pour lesquelles les valeurs propres, $\omega(\mathbf{K})$, et vecteurs propres, $u_k(\mathbf{G})$, peut être trouvée :

$$\sum_{\vec{G}} [\sigma(\vec{G} - \vec{G}')(\vec{K} + \vec{G})(\vec{K} + \vec{G}') - \beta(\vec{G} - \vec{G}')\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \quad (\text{III.7})$$

On peut maintenant étudier les deux dimensions pour un cristal phononique en réseau réciproque avec la fraction de remplissage f . La densité et les constantes élastiques prennent la forme :

$$q(\vec{G}) = \begin{cases} xf + y(1-f) \equiv \bar{z}, \text{ for } \vec{G} = 0 \\ (x-y)F(\vec{G}) \equiv \Delta \bar{z} F(\vec{G}), \text{ for } \vec{G} \neq 0 \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Où q est représenté par σ ou β et x, y représentent la densité ou constantes élastiques pour les inclusions et matrix. Le facteur de structure $F(\mathbf{G})$ est donnée par :

$$F(\vec{G}) = \frac{1}{A} \int_i d^2 r e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \quad (\text{III.9})$$

Où A est le domaine de l'inclusion unit cellule et l'intégration s'effectue sur l'inclusion. On peut maintenant refonte Eq (III.9) Comme:

$$\begin{aligned} & \sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} F(\vec{G} - \vec{G}') [\Delta \alpha (\vec{K} + \vec{G})(\vec{K} + \vec{G}') - \Delta \beta \omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}') \\ & + \left[\bar{\sigma} |\vec{K} + \vec{G}|^2 - \bar{\beta} \omega^2 \right] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

La formulation antérieure de vagues dans un matériau périodique démontre qu'il peut être résolu numériquement pour déterminer les fréquences propres et vecteurs propres pour un ensemble donné de vecteurs d'onde. Il est de pratique courante pour trouver la fréquences propres pour les vecteurs d'onde qui sont dans la zone de Brillouin irréductible (c.-à-d. les directions de symétrie élevée). Afin d'obtenir une bonne convergence avec cette méthode, le nombre d'ondes planes doit être bien choisir [38].

Exemple : Calcul de la bande interdite pour une structure PVC/Air

Une structure de bande ou diagramme de dispersion se rapporte à la fréquence d'une onde avec sa longueur d'onde. Ces diagrammes sont extrêmement utiles pour déterminer les fréquences disponibles pour la propagation et la phase des ondes de vitesse de groupe et des matériaux (c'est-à-dire la vitesse des vagues et la vitesse de l'énergie). Ces schémas sont généralement formatés de telle façon qu'ils prennent avantage de symétrie dans les cristaux de sorte que seules les directions de symétrie élevée ne doivent être affichées. D'autre part, si l'on s'intéresse à l'ensemble de la propagation des ondes dans un cristal phononique.

Comme il est discuté plus tôt le système d'intérêt dans cette recherche est un cristal phononique à deux dimensions composé d'une matrice carrée de vérin en PVC qui sont intégrés dans les inclusions d'une matrice d'air. Le paramètre de réseau est, $a = 27,0$ mm et le rayon des inclusions est $r = 12,9$ mm, voir figure. III.5.

Les paramètres physiques des matériaux constitutifs de ce cristal phononique sont : $\rho_{\text{pvc}} = 1264$ kg/m³, $C_t, \text{PVC} = 1000$ m/s, $c_l, \text{PVC} = 2300$ m/s, $\rho_{\text{air}} = 1.3$ kg/m³, $C_t, \text{air} = 0$ m/s, $c_l, \text{air} = 340$ m/s, où ρ est la densité de masse, C_t est la vitesse transversale de son, et c_l est la vitesse longitudinale du son. Avec l'utilisation de la méthode de bande résultantes PWE de structure pour ce système peut être vu dans la Figure. III.6. Il est fait remarquer qu'il existe un écart de bande complète entre 4 et 10 kHz. Il est également noté qu'il existe une bande partielle entre 13,5 à 17,0 kHz (quatrième bande) dans la direction ΓX [37].

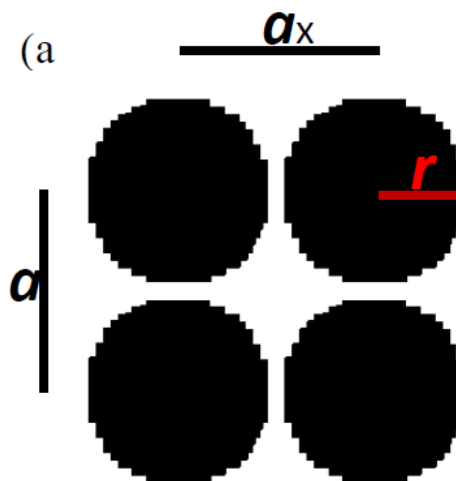


Figure III.5 : Structure du cristal phononique PVC-AIR (PC) avec un réseau carré de paramètre $a = 27$ mm, et $R = 12,9$ mm [37].

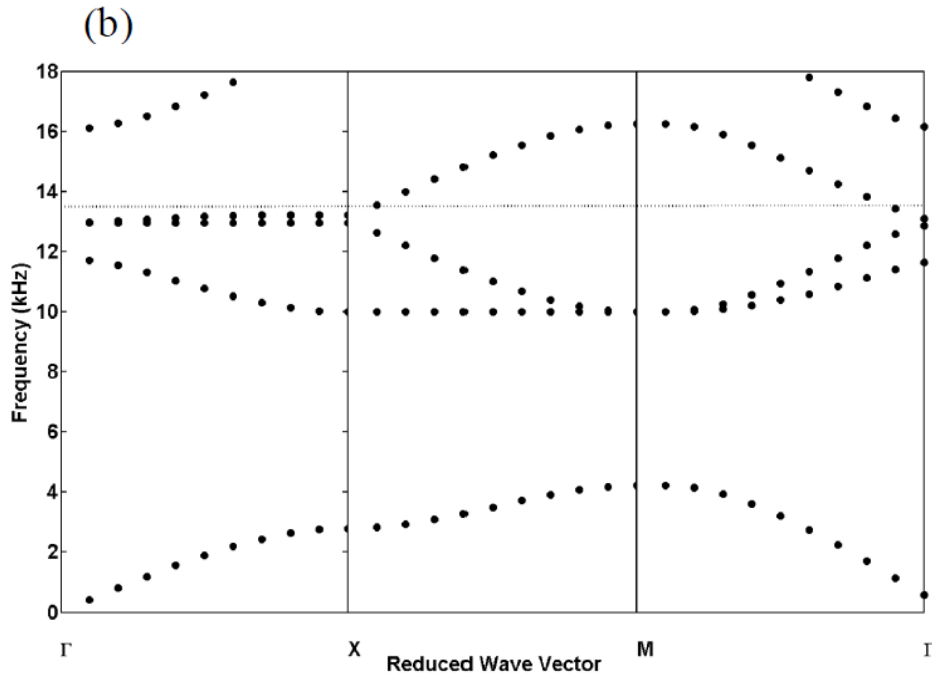


Figure III.6 : structure de bande déterminée par méthode d'onde plane (PWE) pour PVC-Air (PC) avec un réseau carré [37].

III.4.3. AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Les décompositions de cette méthode sont des solutions exactes. La méthode est particulièrement bien adaptée au problème des solutions modales. Les problèmes de grande taille peuvent être résolus en utilisant des techniques itératives, comme la méthode du gradient conjugué.

Que ce soit pour le problème aux valeurs propres normal ou généralisé, un petit nombre seulement d'indices de bande dans le diagramme est nécessaire, reposant souvent sur les côtés de la zone de Brillouin. Ceci correspond aux solutions des modes propres en utilisant des techniques itératives et non à la diagonalisation de toute la matrice.

Il arrive que de faux modes apparaissent. Les problèmes de grande taille s'exécutent en, la méthode PWE est assez consommatrice à la fois de temps et d'espace mémoire.

Parmi les alternatives figurent la méthode spectrale et les méthodes utilisant FDTD qui sont plus simples et plus indépendants du modèle.

CONCLUSION

Les méthodes PWE, MSM, FEM, FDTD sont devenues des outils incontournables pour simuler le comportement mécanique des structures à cristaux phononiques lors d'une propagation d'onde acoustique dans un milieu élastique. Ainsi, à partir des équations de mouvement élastique, elles ont permis aux chercheurs d'accéder aux calculs des courbes de dispersion de ces systèmes ainsi que leurs coefficients de transmission d'onde acoustique / élastique. Chacune de ces méthodes numériques, ayant une formulation différente, présente des avantages et des inconvénients, et est plus ou moins adaptée à l'étude de tel ou tel autre système. Ainsi, le choix de la méthode de calcul se base essentiellement sur son degré de complexité et d'adéquation avec le système étudié, et dépend du comportement physique que l'on envisage d'observer, des objectifs fixés, et enfin des moyens de calculs.

CHAPITRE IV

RESULTATS DE SIMILATIONS ET DISCUSSIONS

INTRODUCTION

Dans la plupart des cas l'intérêt d'un cristal phononique provient de sa capacité à interdire la propagation des ondes acoustiques ou élastiques. Il est donc hautement désirable de travailler avec un cristal qui présente la bande interdite la plus complète possible.

La création des défauts dans le cas des cristaux phononiques bidimensionnels s'effectue, soit par une modification locale des propriétés élastiques ou un changement de taille d'un motif du cristal (d'une inclusion), soit par le déplacement d'un de ces inclusions (défaut interstitiel), ou par l'insertion d'un diffuseur de propriétés élastiques différentes (dopant), ou encore par l'absence de l'un des motifs (défaut lacunaire). La présence d'un défaut ponctuel peut conduire à l'existence de niveaux discrets d'énergies dans une bande interdite.

Les modes introduits par le défaut sont appelés modes de défaut. C'est un mode dont la fréquence peut se situer dans la bande interdite et qui est localisé autour du site du défaut. Il est montré théoriquement que les propriétés des modes de défauts peuvent être contrôlées en modifiant les paramètres géométriques (la taille) et le type de défauts. Avant d'aborder les structures avec défauts, nous entamons en premier lieu l'étude des structures bidimensionnelles sans défauts. Ensuite, nous étudierons la propagation des ondes acoustiques dans les guides d'ondes à cristaux phononiques fabriqués par ces mêmes structures après création d'un défaut linéique. La connaissance approfondie dans ce type de guide est essentielle car le guide W1 est l'élément de base nécessaire à la réalisation de structures plus complexes.

IV.1. PREMIERE STRUCTURE

IV.1.1. STRUCTURE CONNECTEE

Pour étudier les propriétés notamment la largeur et la location des bandes phononiques ouvertes dans le cas d'un cristal phononique bidimensionnels à réseau carré, nous considérons un cristal phononique 2D à réseau carré de trous d'air plongés dans une matrice de semi-conductrice (Silicium) comme représenté sur la figure IV.01. Les figures IV.2 (a) et (b) illustrent la cellule élémentaire et la première zone de Brioullin.

Dans la structure considérée, le rayon des inclusions est $r = 1.44$ mm, la période du réseau (le paramètre de maille) est $a = 3$ mm.

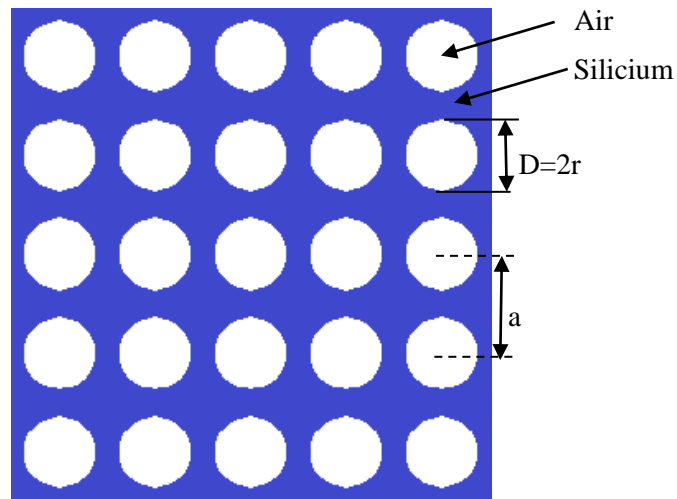


Figure IV.1 : Cristal phononique à deux dimensions constitué d’un ensemble de cylindres disposés en réseau périodique carré.

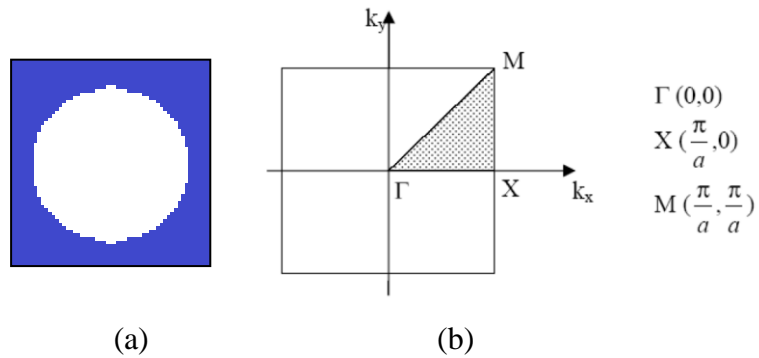


Figure IV.2 : (a) Cellule élémentaire, (b) Première zone de Brioullin

Les constantes d’élasticité de la matrice et des inclusions constituants du cristal 2D sont illustrées par le tableau IV.1.

Matériau/constante	Silicium	Air
Masse volumique (Kg/m ³)	2333	1.3
Module de Young (GPa)	107	0.0001
Vitesse longitudinale (m/s)	5844	343
Vitesse transversale (m/s)	3500	0

Tableau IV.1 : Constantes élastiques des matériaux utilisés

En utilisant un code en Matlab de la méthode des ondes planes PWE, nous avons obtenu le diagramme de bandes illustré sur la figure IV.3. D'après ce diagramme, il est clair que le cristal phononique 2D considéré présente trois bandes interdites dans la gamme des fréquences d'ultrasons ; la première entre 0.7570 et 1.1891 Mhz, la seconde entre 1.5015 et 1.9738 Mhz et la troisième entre 2.5848 et 2.7176 Mhz.

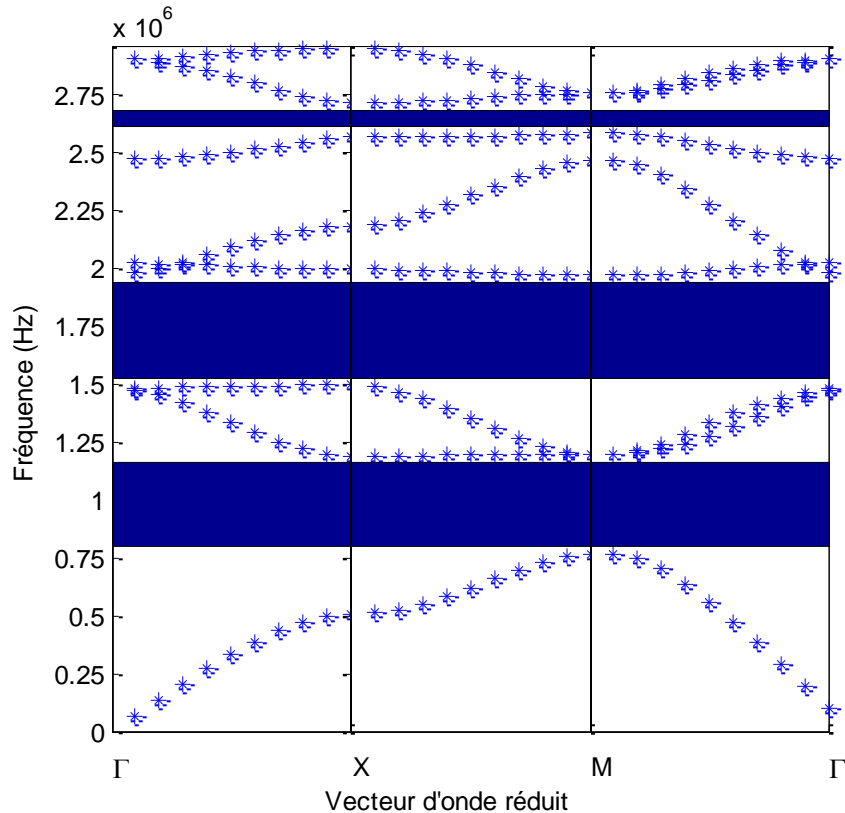


Figure IV.3 : Diagramme de bandes dans e cas d'un cristal phononique 2D.

IV.1.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Il est intéressant d'étudier l'influence des paramètres géométriques sur les variations de la bande interdite phononique ; c'est-à-dire : l'effet du rayon des inclusions d'air « r » et l'effet de la période a du réseau.

a. Influence de la période du réseau :

Pour étudier l'influence de la période « a » sur la bande interdite photonique, nous avons considérés la structure décrite précédemment où le diamètre des inclusions d'air est $D = 2.88$ mm puis on fait varier la période tout en gardant les mêmes valeurs des paramètres élastiques pour les deux matériaux du cristal phononique. La figure IV.4 donne le diagramme de bande pour deux valeurs de la période.

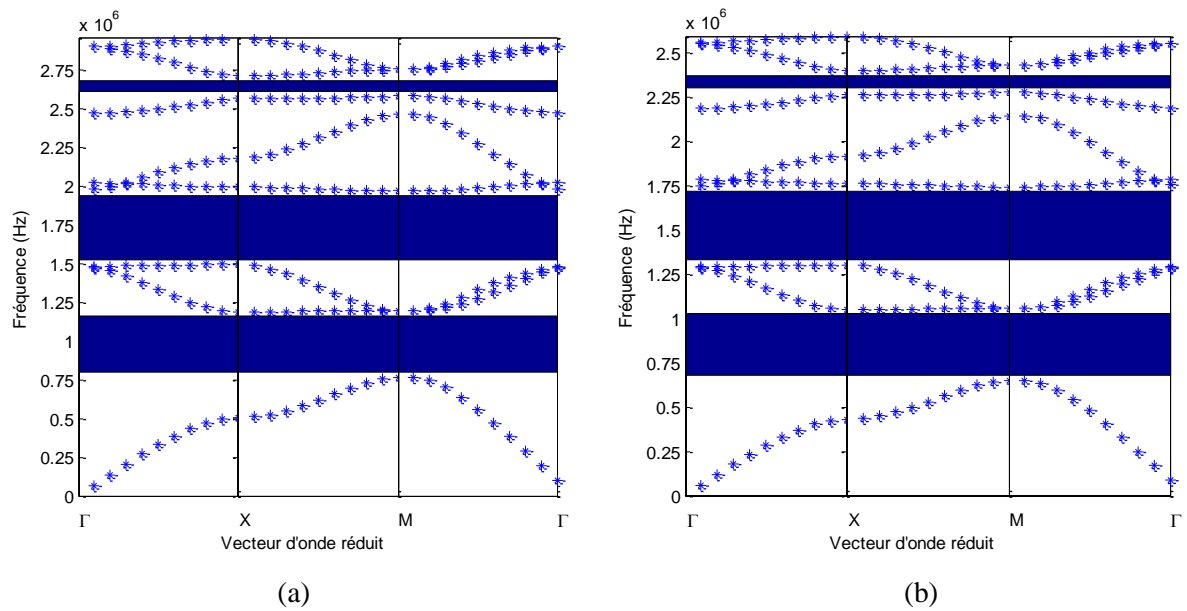


Figure IV.4 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour a= 3.0 mm, (b) Pour a= 2.4 mm

Le tableau IV.2, représente les variations de la fréquence inférieure, supérieure, centrale et la largeur de la première bande ouverte.

Période en (μm)	f_{inf} (MHZ)	f_{sup} (MHZ)	f_c (MHZ)	Δf (MHZ)
3.4	0.6509	1.0525	0,8517	0,4016
3.3	0.6988	1.0845	0,87715	0,4147
3.2	0.6899	1.1185	0,9042	0,4286
3	0.7339	1.1933	0,9636	0,4594
2.9	0.7580	1.2346	0,9963	0,4766
2.8	0.7838	1.2788	1,0313	0,495
2.7	0.8114	1.3264	1,0689	0,515
2.6	0.8410	1.3776	1,1093	0,5366
2.5	0.8729	1.4349	1,1539	0,562
2.4	0.9072	1.4929	1,20105	0,5877

Tableau IV.2 : Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes

Sur la figure IV.5, nous avons présenté les variations de la largeur, la fréquence inférieure, la limite supérieure et la fréquence centrale de la première bande interdite. Les courbes de la figure IV.5 montrent bien que plus la période augmente, la largeur, la fréquence inférieure, la limite supérieure et la fréquence centrale diminuent.

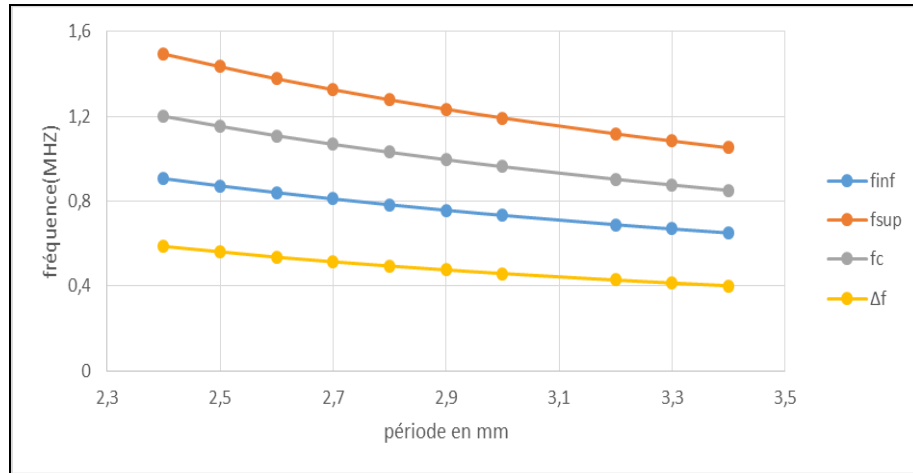


Figure IV.5 : Variations des propriétés des bandes phoniques en fonction de la période du réseau carré « a ».

b. Influence du rayon des inclusions :

Pour voir l'influence du paramètre r sur les caractéristiques des bandes phoniques ouvertes, on va fixer d'abord la période du réseau à la valeur $a=3$ mm. Ensuite, on va changer le rayon r des inclusions d'air. Puis, en utilisant le même code de la méthode des ondes planes PWE après modification on va calculer les bandes interdites ouvertes pour chaque valeur du rayon r. La figure IV.6, illustre le diagramme des bandes pour deux valeurs du rayon.

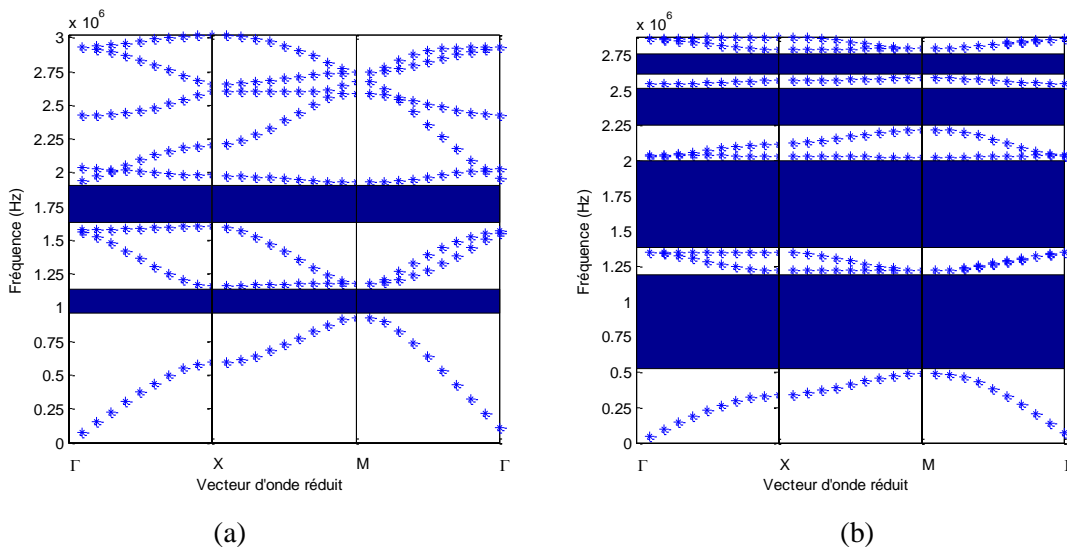


Figure IV.6 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $r= 1.47$ mm, (b) Pour $r= 1.41$ mm

Le tableau IV.3, représente les propriétés de la première bande interdite ouverte ainsi que la longueur d'onde centrale la structure connectée étudiée.

Rayon en (μm)	f_{inf} (MHZ)	f_{sup} (MHZ)	f_c (MHZ)	Δf (MHZ)
1.47	0.9285	1.1649	1,0467	0,2364
1.46	0.8798	1.1729	1,02635	0,2931
1.45	0.8256	1.1810	1,0033	0,3554
1.44	0.7657	1.1891	0,9774	0,4234
1.43	0.7010	1.1975	0,94925	0,4965
1.42	0.6328	1.2059	0,91935	0,5731
1.41	0.5634	1.2144	0,8889	0,651
1.40	0.4949	1.2231	0,859	0,7282

Tableau IV.3 : Influence du rayon des inclusions « r » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes

Sur la figure IV.7, nous avons reporté les résultats obtenus concernant la variation de la largeur et la position de la 1^{ère} bande en fonction du diamètre des inclusions pour différentes. On peut constater d'une part, que la largeur des bandes est inversement proportionnelle au rayon des inclusions. D'autre part, les bandes ouvertes se déplacent vers les fréquences supérieures.

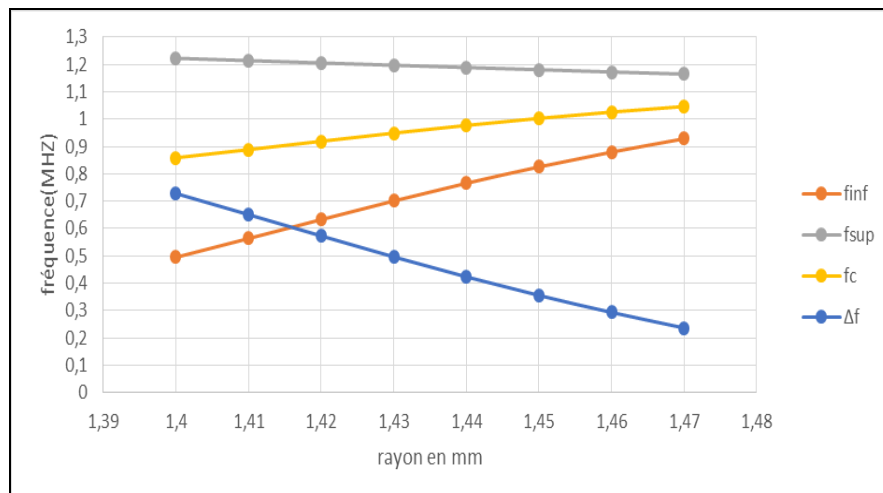


Figure IV.7 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de surface cercle.

c. Influence de la fraction de remplissage

Le calcul du diagramme de bande vu précédemment nous renseigne entre autres, sur les propriétés (la position et la largeur) des bandes interdites phononiques. Cependant, pour une structure donnée, on peut définir un facteur appelé facteur de remplissage ou la fraction de remplissage. Cette dernière représente le rapport entre la surface occupée par l'inclusion sur la surface de la cellule élémentaire. Pour la structure carré de côté a ce facteur de remplissage est donné par : $ff = \pi.r^2/a^2$.

La figure IV.8, représente les variations des bandes ouvertes en fonction du facteur de remplissage pour la structure considérée. D'après les résultats obtenus on remarque que l'ouverture des bandes interdites est réalisée pour des facteurs de remplissages déterminés.

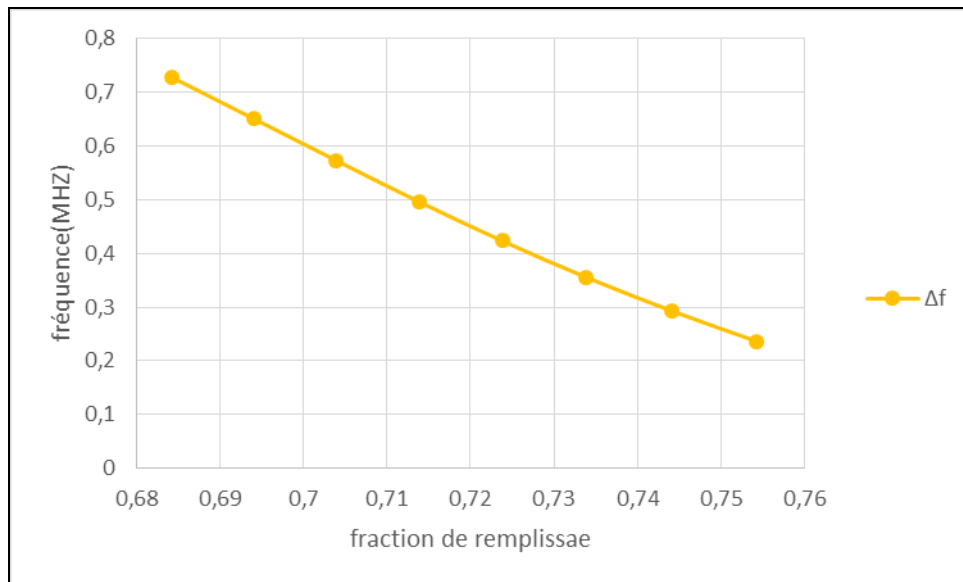


Figure IV.8 : Variations de la largeur de la bande phononique ouverte en fonction de la fraction de remplissage

IV.2. DEUXIEME STRUCTURE

IV.2.1. STRUCTURE DECONNECTEE

Dans cette section, la structure étudiée est un cristal phononique bidimensionnels à réseau carré de période a et composé à partir des inclusions de silicium de forme cylindrique de rayon $r=D/2$ insérées dans l'air comme représenté sur la figure IV.9.

Dans la structure considérée, le rayon des inclusions est $r = 84\mu\text{m}$, la période du réseau (le paramètre de maille) est $a=200\mu\text{m}$.

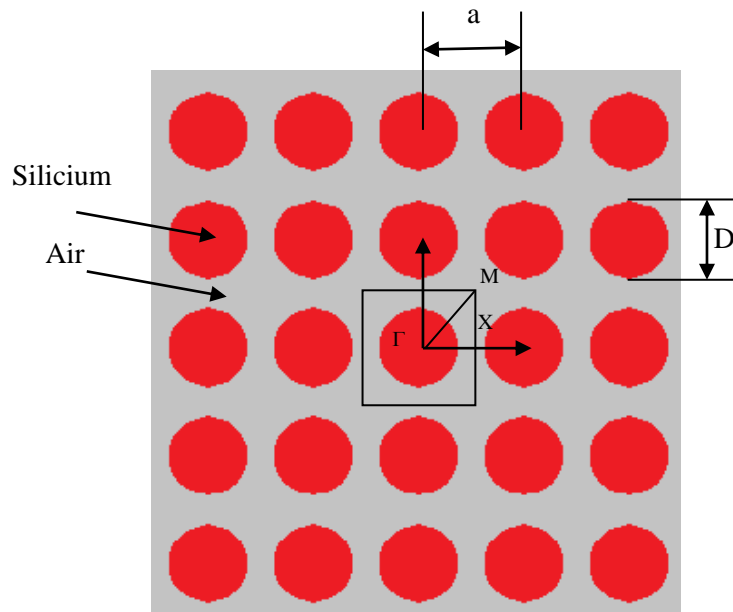


Figure IV.9 : Structure déconnectée d'un cristal phononique 2D constituée avec des inclusions de silicium insérées dans l'air en un réseau carré.

En appliquant, la méthode des ondes planes PWE programmée en code Matlab, nous avons obtenu les deux diagrammes de dispersion représentés sur la figure IV.10 pour deux valeurs de la période du réseau : pour $a=200 \mu\text{m}$ et pour $a= 170 \mu\text{m}$ dans le cas d'une structure à bande interdite phononique 2D déconnecté.

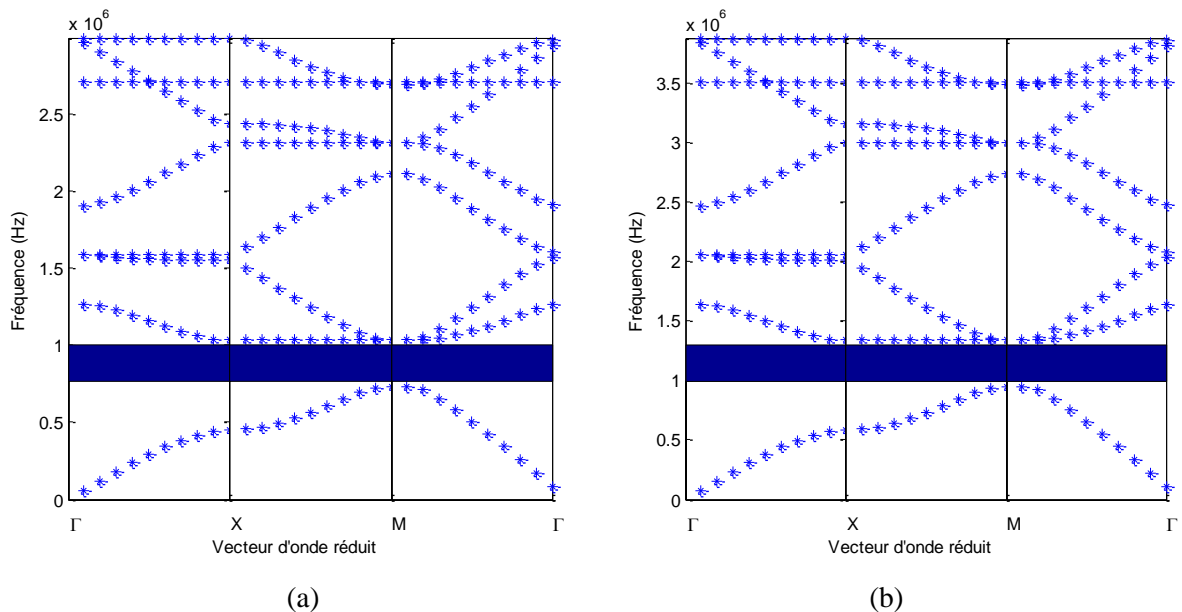


Figure IV.10 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D formé par des inclusions de silicium dans l'air : (a) Pour $a= 200 \mu\text{m}$, (b) Pour $a= 170 \mu\text{m}$

IV.2.2. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Dans cette section, on va faire le même travail qu'on a fait avec la première structure. C'est-à-dire étudier l'influence des paramètres géométriques sur les caractéristiques des bandes interdites phononiques.

a. Influence de la période du réseau :

Pour voir l'influence de la période du réseau sur la position et la largeur de la bande interdite on va utiliser un code écrit en Matlab de la méthode PWE pour la structure décrite précédemment. Le tableau ci-dessous, représente les variations de la bande ouverte pour un cristal composé d'inclusions en silicium plongées dans l'air.

Période en (μm)	f_{inf} (MHZ)	f_{sup} (MHZ)	f_c (MHZ)	Δf (MHZ)
220	0.7355	1.0345	0.885	0.299
215	0.7526	1.0585	0.90555	0.3059
210	0.7705	1.0837	0.9271	0.3132
205	0.7893	1.1102	0.95475	0.3309
200	0.8091	1.1379	0.9735	0.3288
195	0.8298	1.1671	0.99845	0.3373
190	0.8517	1.1978	1.02625	0.3431
185	0.8747	1.2302	1.05245	0.3555
180	0.8990	1.2644	1.0817	0.3654
175	0.9247	1.3005	1.1126	0.3758
170	0.9519	1.3387	1.1453	0.3868

Tableau IV.4 : Influence de la période du réseau « a » sur les la largeur et la location des bandes phononiques ouvertes.

Sur la figure IV.11, nous avons reporté les variations de la largeur de la bande interdite phononique en fonction de la période pour la structure étudiée. Ces résultats sont obtenus en changeant uniquement la valeur de la période dans le code en matlab qu'on a utilisé pour calculer les diagrammes de bandes.

D'après les courbes, on peut conclure que plus la période du réseau est élevée, les fréquences limites f_{sup} , f_{inf} et la fréquence centrale f_c ainsi que la largeur Δf diminuent.

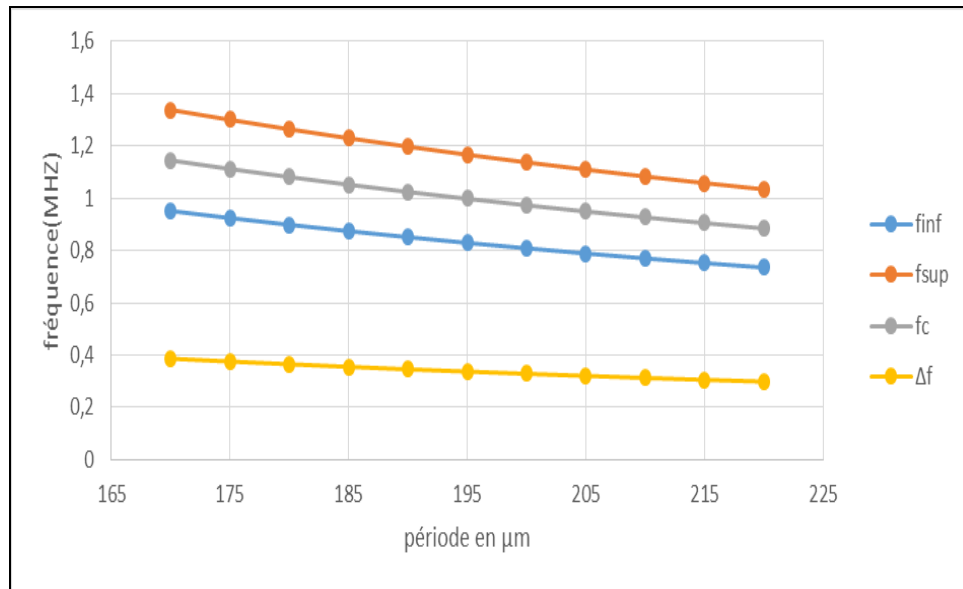


Figure IV.11 : Variations des propriétés des bandes phononiques ouvertes

b. Influence du rayon des inclusions :

Le tableau ci-dessous, donne les variations de la bande interdite ; les fréquences limitent f_{sup} , f_{inf} et la fréquence centrale f_c ainsi que la largeur de la bande. D'après les mesures, on peut conclure que plus le diamètre des inclusions d'air jouent un rôle important pour l'ouverture des bandes phononiques.

Rayon en (μm)	f_{inf} (MHZ)	f_{sup} (MHZ)	f_c (MHZ)	Δf (MHZ)
97	0.5153	1.4266	0.97095	0.9133
95	0.5925	1.3401	0.9663	0.7476
93	0.6490	1.2794	0.9642	0.6304
91	0.6943	1.2342	0.96425	0.5399
89	0.7324	1.1991	0.96575	0.4667
87	0.7656	1.1710	0.9583	0.4054
84	0.8091	1.1397	0.9535	0.3288
82	0.8349	1.1202	0.97755	0.2853
80	0.8589	1.1050	0.98195	0.2461
78	0.8141	1.0918	0.95295	0.2777
76	0.9026	1.0802	0.99155	0.1773

Tableau IV.5 : Influence du rayon des inclusions « r » sur les propriétés des bandes.

Pour voir l'influence du paramètre r ; le rayon des inclusions sur les caractéristiques des bandes interdites phononiques ouvertes, on va fixer tous les autres paramètres de la structure précédente, c'est-à-dire on reprend la même structure précédente avec une période $a=200 \mu\text{m}$. Ensuite, on va effectuer une série de simulations en changeant uniquement le rayon « r » des inclusions entre deux valeurs limites : rayon minimale et rayon maximale nécessaires pour l'ouverture des bandes. Puis, en utilisant un code Matlab, on va calculer les bandes interdites ouvertes pour chaque valeur du rayon r .

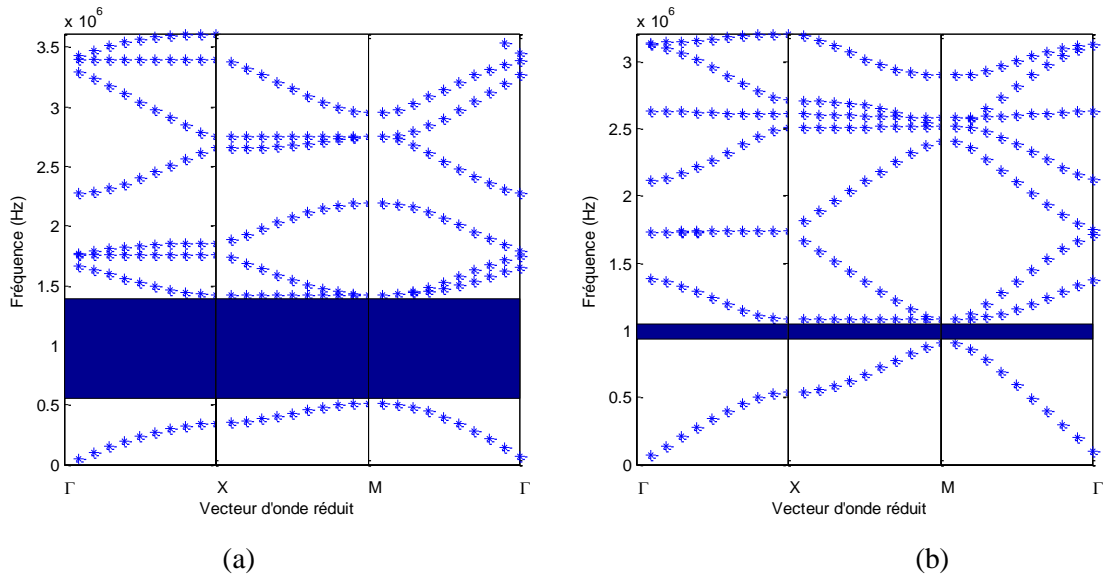


Figure IV.12 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $r= 97 \mu\text{m}$, (b) Pour $r= 76 \mu\text{m}$.

Sur la figure IV.12, nous avons reporté les résultats obtenus pour deux rayons ($97\mu\text{m}$ et $76\mu\text{m}$). Alors que, sur la figure IV.13 nous avons reporté les variations des bandes pour différents diamètres d'inclusions.

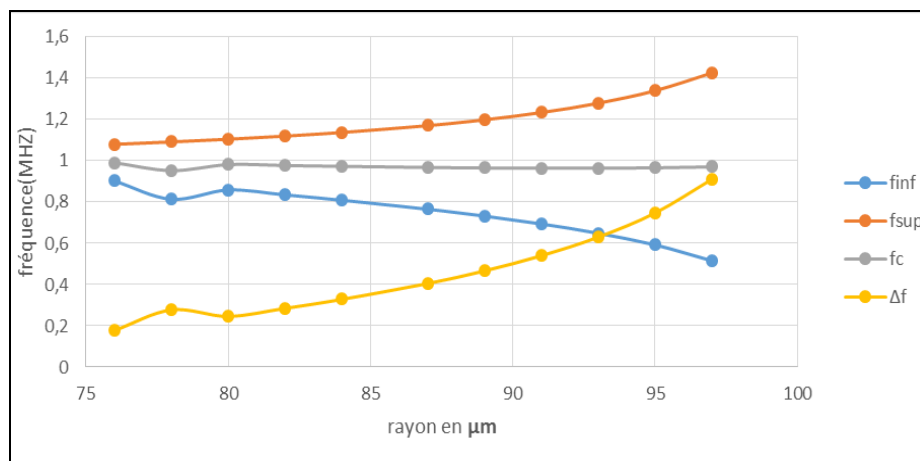


Figure IV.13 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de silicium.

c. Influence de la fraction de remplissage :

Pour étudier l'influence de la fraction de remplissage nous avons simulé la structure d'un cristal phononique 2D dont le motif élémentaire est un anneau de rayon externe R_{ext} et de rayon interne R_{int} . La figure IV.14, montre le diagramme de bande pour $ff=0.63$ c'est-à-dire le cylindre remplie ($R_{int}=0 \mu m$) et $ff=0.44$ ($R_{int}=15\mu m$).

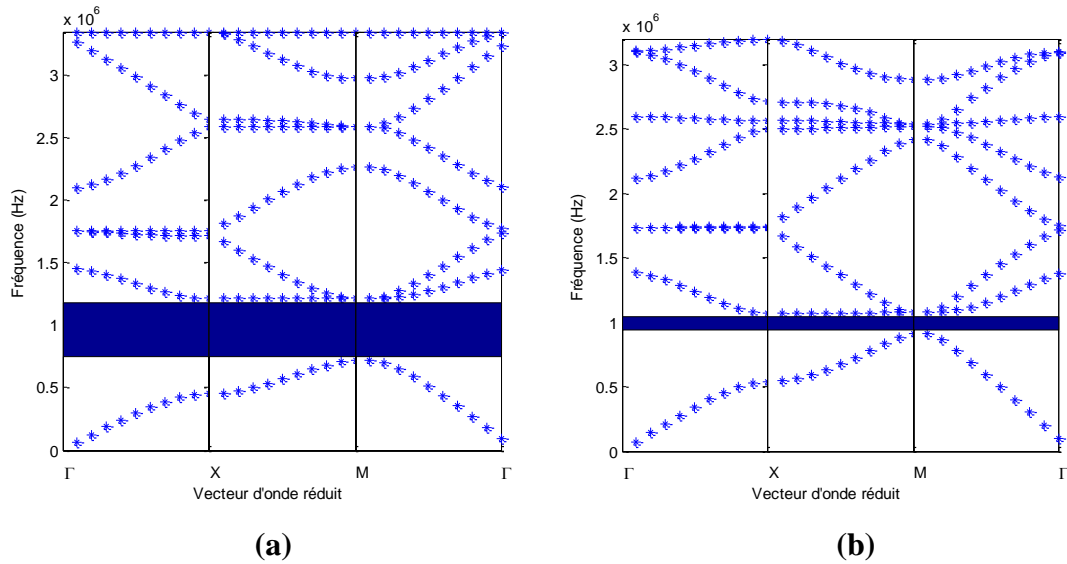


Figure IV.14 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $ff=0.63$, (b) Pour $ff= 0.44$.

La figure IV.15 représente les variations des bandes phononiques ouvertes en fonction de la fraction de remplissage ou du rapport « ff ». D'après les résultats obtenus on remarque que l'ouverture des bandes interdites est réalisée pour ff compris entre deux valeurs 0,37 et 0,63.

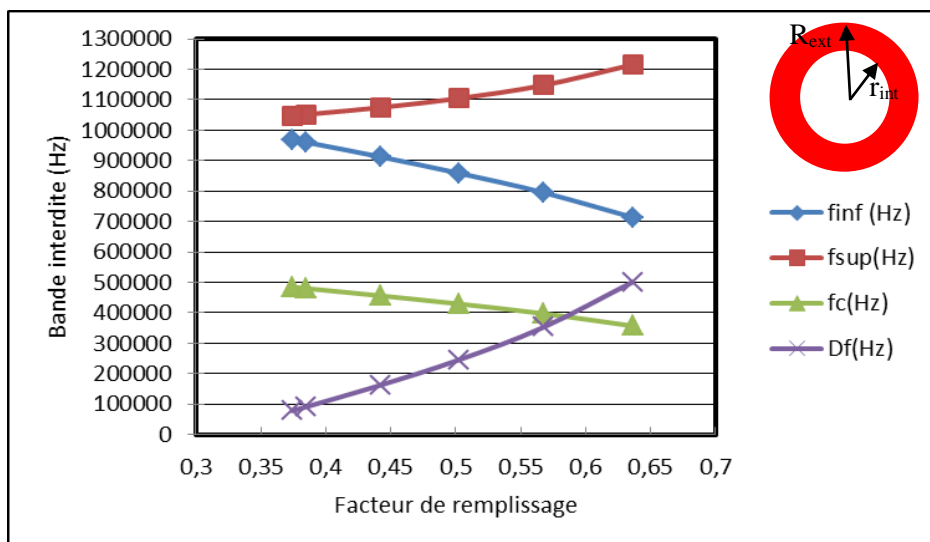


Figure IV.15 : Variations de la de la bande en fonction de la fraction de remplissage

IV.3. INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUES

Dans cette partie, nous reviendrons sur la structure décrite dans la section IV.1.1, qui représente un cristal phononique bidimensionnels composé à partir des inclusions en air de section cylindrique percés dans l'air.

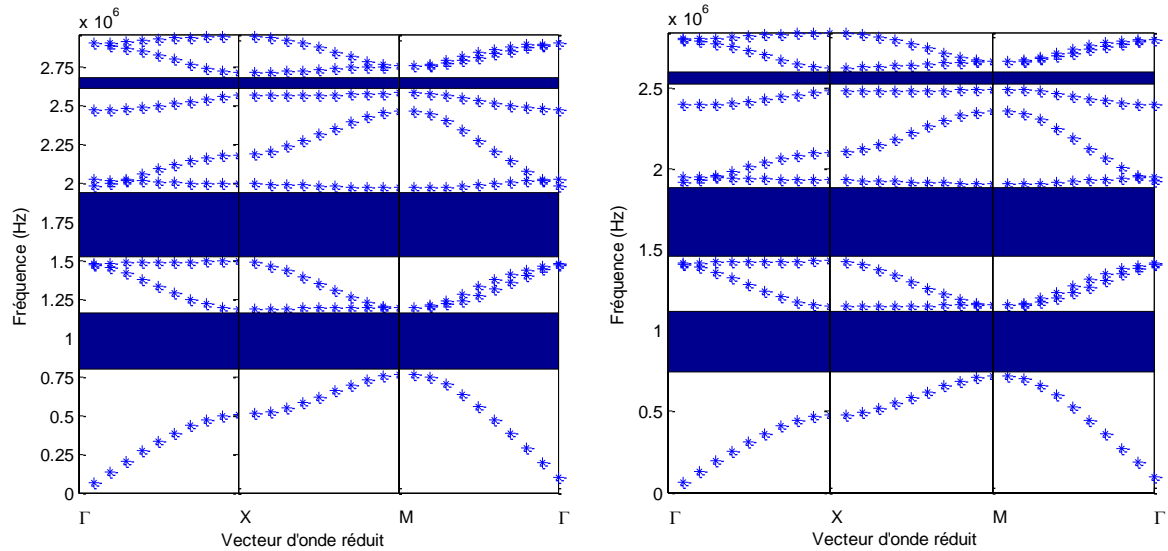
IV.3.1. Influence de la masse volumique

De la même que dans la section IV.1.1, on définit le paramètre ($\rho_{\text{inclusion}} / \rho_{\text{matrice}}$) ou ($\rho_{\text{inclusion}} - \rho_{\text{matrice}}$) qui représente le rapport entre la masse volumique ou le contraste dans la masse volumique entre les inclusions et la matrice. Les autres caractéristiques géométriques des matériaux restent inchangées. Dans cette section, nous avons repris la structure connectée composée par des inclusions d'air dans une matrice de silicium. Ensuite, en gardant les paramètres géométriques (la période $a=3$ mm et le rayon $r=1.44$ mm) et en appliquant ce modèle pour différents matériaux de masse volumique $\rho_{\text{inclusion}}$ pour les inclusions et ρ_{matrice} nous avons obtenus les mesures reportés dans le tableau IV.6. Les différentes valeurs (limite inférieure, limite supérieure et largeur de la bande) sont obtenues après des modifications apportées au code en matlab de la méthode PWE.

$\Delta\rho$ (kg/m ³)	f_{inf} (MHz)	f_{sup} (MHz)	f_c (MHz)	Δf (MHz)
1328,7	0,7407	1,148	0,94435	0,4073
2328,7	0,76575	1,1891	0,977425	0,42335
3328,7	0,7914	1,2299	1,01065	0,4385
4328,7	0,8173	1,2706	1,04395	0,4533
5328,7	0,8433	1,3113	1,0773	0,4680
6328,7	0,8693	1,3520	1,11065	0,4827

Tableau IV.6 : Influence de la masse volumique sur les propriétés des bandes

La figure IV.16 illustre le diagramme de bande pour deux cristaux phononiques 2D, le premier est constitué par des inclusions de cuivre en air et le second est formé par des inclusions cylindriques de silicium en air.



(a) pour Cuivre/Air

(b) Pour Silicium/Air

Figure IV.16 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $r= 97 \mu\text{m}$, (b) Pour $r= 76 \mu\text{m}$.

La figure IV.17 illustre les propriétés de la bande phononique ouverte en fonction du contraste dans la masse volumique entre les deux constituants du cristal phononique 2D. D'après les résultats obtenus, il est clair que le contraste joue un rôle important sur les propriétés de la bande ouverte (limite inférieure, limite supérieure et largeur de la bande).

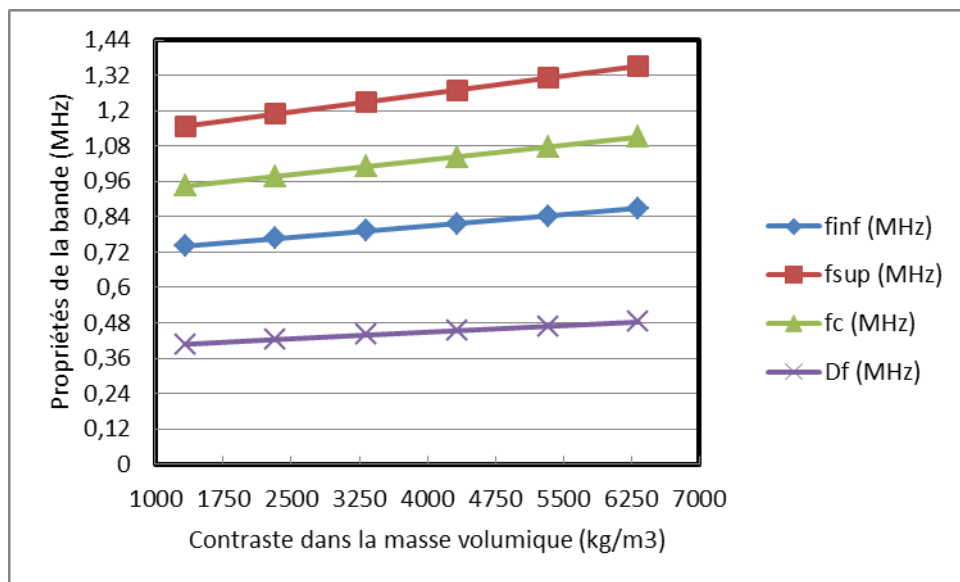


Figure IV.17 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du contraste dans la masse volumique en Kg/m^3 .

IV.3.2. Influence de la vitesse longitudinale

Il est noté que la bande interdite se referme pour des masses volumiques équivalentes des deux matériaux, ce qui peut s'expliquer par le fait que la topologie d'un réseau de Bragg est basée sur un contraste élevé des vitesses transverses et longitudinales dans les matériaux.

Pour étudier l'influence du contraste dans la vitesse de propagation des ondes sonores dans un cristal phononique 2D, il est nécessaire de fixer les autres paramètres géométriques et physiques. En utilisant le même code pour différents matériaux en tant que matrice dont la vitesse de propagation longitudinale V_L (m/s) soit différente.

Sur la figure IV.18, nous avons reporté les variations de la bande interdite phononique en fonction de la vitesse de propagation longitudinale de la matrice. Ces résultats sont obtenus en modifiant le même code en Matlab de la méthode des ondes planes PWE. D'après les courbes, on peut conclure que plus la vitesse n'augmente, les fréquences limites f_{sup} , f_{inf} et la fréquence centrale f_c ainsi que la largeur Δf augmentent.

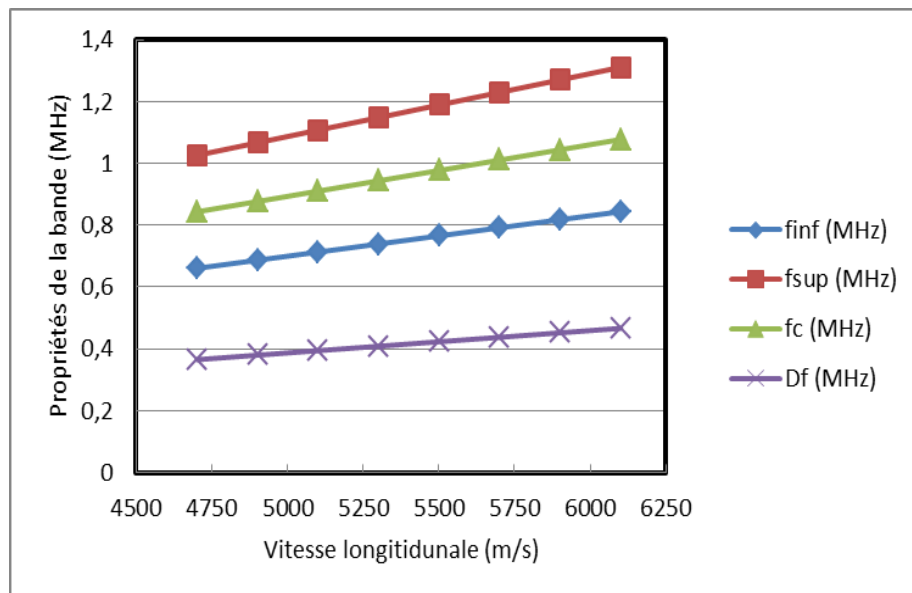


Figure IV.18 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation.

IV.4. GUIDAGE SUIVANT LA DIRECTION GX

La fonction de guidage repose naturellement sur l'idée de bande interdite, pour laquelle l'onde sonore est réfléchi, et de bande permise pour laquelle elle est transmise. Il est possible de réaliser des guides d'ondes rectilignes par modifiant localement la structure périodique du cristal phononique bidimensionnel (2D) parfait. Ainsi, en enlevant une ou plusieurs rangées de cylindres d'inclusions dans une structure bidimensionnelles 2D, on crée

le guide d'onde W1 de largeur $2*a$ (a est la période du cristal) suivant la direction ΓX . La figure IV.19(a) représente le guide d'onde simulé W1 obtenu par l'omission d'une rangée de trous suivant la direction des premiers voisins ΓX .

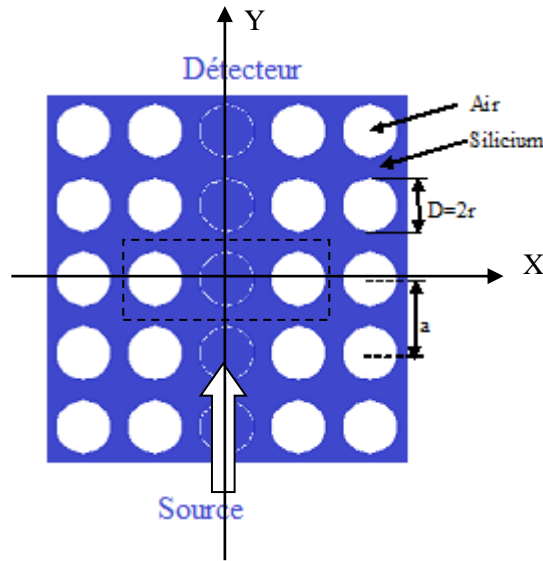


Figure IV.19 : Cristal phononique 2D du guide d'onde W1 obtenu par omission d'une rangée d'inclusions suivant l'axe OY.

Le guidage en fonction de la longueur d'onde est mesuré en utilisant le code en matlab de la méthode PWE après modification. Cette méthode est appliquée sur la cellule élémentaire composé de trois inclusions laquelle est schématisée par un rectangle de largeur $3axa$ (a est période).

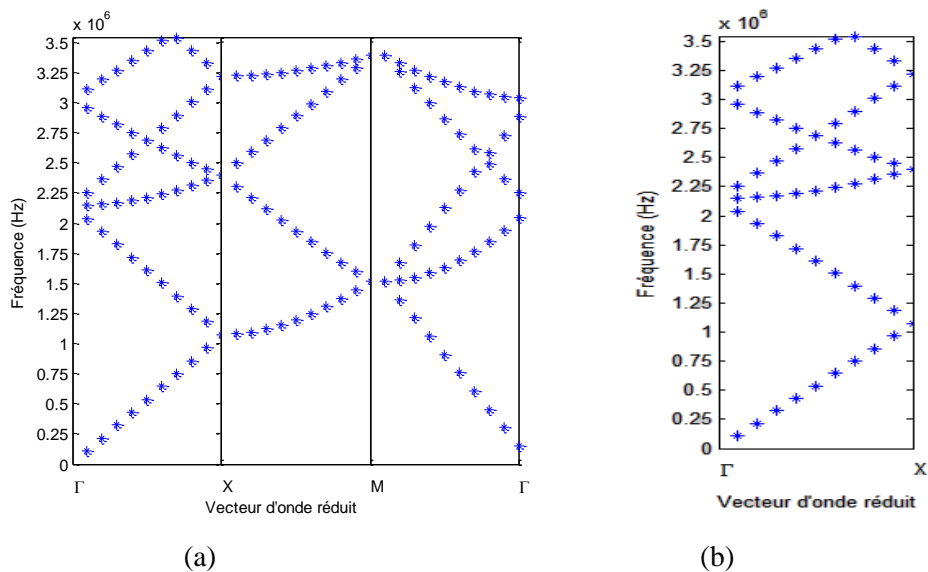


Figure IV.20 : Diagramme de dispersion dans le cas d'un guide W1 à cristal phononique 2D. (a) suivant toute la première zone de Brouillin, (b) suivant ΓX .

D'après les courbes de dispersion, il est clair qu'après l'introduction d'un défaut linéaire dans le cristal parfait 2D, l'existence d'un mode guidé. Ce dernier est relié au défaut crée W1.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons eu l'occasion d'étudier la possibilité d'ouverture des bandes interdites dans le domaine fréquentiel des ondes acoustiques autour de 1MHz. Nous nous sommes intéressés à l'influence des paramètres géométriques notamment la période, le rayon et le facteur de remplissage d'une part et d'autre part des paramètres physiques en particulier la masse volumique et la vitesse de propagation longitudinale.

Les différents calculs des bandes interdites pour le modèle d'un cristal phononique 2D démontrent que pour obtenir une bande interdite autour d'une fréquence donnée, il est nécessaire de régler les paramètres géométriques, il faut bien choisir les constituants du cristal et d'autre part, il faut bien choisir la topologie du cristal phononique notamment le type du réseau et la forme des inclusions. Enfin, nous avons simulé un guide d'onde W1 crée par omission d'une rangée d'inclusions suivant la direction de propagation ΓX .



CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites constitués de réseaux périodiques d'inclusions à une, deux ou trois dimensions de l'espace. Cette nouvelle classe de matériaux pouvant agir fortement sur la propagation d'ondes élastiques ou acoustiques représente un domaine de recherche d'actualité. Durant ces dernières années un grand nombre de structures a été étudié et plusieurs approches théoriques ont été développées. Toutes ces études ont montré l'existence de propriétés physiques importantes, en particulier l'ouverture de bandes de fréquences interdites où aucune propagation d'onde n'est permise dans ces structures. En effet, du fait que les ondes acoustiques s'étendent sur un large spectre en fréquence. Cela offre de nombreuses applications potentielles allant de l'isolation sonore au filtrage et traitement du signal acoustique en passant par les guides et les capteurs.

Le travail présenté dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre d'une contribution à l'étude théorique et numérique de la propagation d'ondes élastiques ou acoustiques dans les cristaux phononiques bidimensionnels. En utilisant la méthode des ondes planes en expansion, nous avons calculé les relations de dispersion d'un cristal phononique 2D, constitué de cylindres en Silicium (respectivement en air) disposés suivant un réseau carré insérés dans l'air (respectivement dans le silicium).

En premier lieu, nous avons étudié l'influence des paramètres géométriques (le rayon des inclusions et la période du réseau) sur la largeur et la position des bandes interdites phononiques. Les simulations réalisées ont montré clairement l'ouverture des bandes interdites en fréquences au voisinage de 1MHz. D'autre part, les variations de ces bandes interdites dépendent fortement de la topologie des structures.

En second lieu, nous avons simulé l'influence des constantes élastiques représentés par le contraste dans la masse volumique des constituants et la vitesse longitudinale sur les propriétés des bandes interdites phononiques. Les différents résultats de simulation ont montré clairement que la largeur et la position des bandes interdites sont liées au contraste dans la masse volumique et le contraste dans la vitesse. Ensuite, la simulation d'un guide d'onde linéaire W1 montre clairement l'existence d'un mode guidé.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. bougressi, memoire de magister, universite mouloud mammeri de tizi-ouzou, Application du concept des réseaux acoustiques à bandes interdites pour l'isolation sismique d'un site, Année 2013
- [2] S. kheffache, memoire de magister, université mouloud mammeri, tizi-ouzou, propagation d'ondes élastiques dans les cristaux phononiques bidimensionnels, 2011.
- [3] Doufene Med.a, mémoire de magister, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, Application du concept des réseaux acoustiques à bandes interdites dans la protection sismique des ouvrages de génie civil, 2013
- [4] R. Houwink, Elasticity Plasticity and structure of matter, Cambridge University Press, London, (1971)
- [5] R. D. Weglein, R. G. Wilson, Characteristic material signature by acoustic microscopy, Electron.Lett. , 14, 12, (1978)
- [6] J. Kushibiki, N. Chubachi, E. Tejima, Quantitative Evaluation of Materials by Acoustic Microscopy, Ultrason. Int., 89, (1989)
- [7] C. G. R. Sheppard, T. Wilson, Effects of High Angles of Convergence on $V(z)$ in the Scanning Acoustic Microscopy, Appl. Phys. Lett., 38, (1981)
- [8] Z. Hadjoub, Modélisation des Rayons Acoustiques pour les Structures Non-Planes et Etude des Caractéristiques des Modes de Surface. Microanalyse des Matériaux pour REFERENCES Composants à Ondes de Surface et à Semi-conducteurs, Thèse de Doctorat d'Etat, Université d'Annaba, (1993)
- [9] S. Bouhedja, doctorat d'état en physique, universite mentouri constantine, etude des vitesses des ondes de surface et de l'atténuation du mode de rayleigh via un capteur fonctionnant en champ noir.
- [10] D. Zhang, G. M. Grean, Appl. Phys. Lett., Acoustic Shear Wave Imaging Using an Annular Lens, Appl. Phys. Lett., 62, (1993)
- [11] W. L. Bond, C. C. Culter, R. A. Lemons and C. F. Quate, Dark Field and Stereo Viewing with the Acoustic Microscope, Appl. Phys. Lett., 27, (1975)
- [12] sites.google.com/site/larefraction/upcoming-seminars.html
- [13] E. Dieulesaint, D. Royer, Ondes Élastiques dans les Solides: Application au Traitement du Signal, Ed Masson et Cie, (1974)
- [14] J. D. Achenbach, Evaluation of Materials and Structures by Quantitative Ultrasonis, (Ed.), Springer, Verlag, NY, (1993)
- [15] D. A. Sinclair, D. A. Smith, Dark Field Acoustic Microscopy, Electron. Lett. 16, (1980)

- [16] Kushwaha, M.S., Halevi, P., Dobrzynski, L. et Djafari-Rouhani, B., "Acoustic band structure of periodic elastic composites", *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022–2025 (1993).
- [17] Kushwaha, M.S., Halevi, P., Dobrzynski, L. et Djafari-Rouhani, B., "Acoustic band structure of periodic elastic composites", *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022–2025 (1993).
- [18] R. Martínez-Sala, J. Sancho, J. V. Sánchez, V. Gómez, J. Llinares, F. Meseger, "Sound Attenuation by Sculpture", *Nature*, 378, pp. 241, 1995.
- [19] Jaffre, T., "Caractérisation des matériaux à bande interdite électromagnétique multi-périodiques et leurs applications aux antennes", Thèse de doctorat - Université de Limoges, (2005).
- [20] Ho, K.M., Chan, C.T. et Soukoulis, C. M., *Phys. Rev. Lett.* 65, 3152, 1990.
- [21] Van Der Biest, F., "Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodiques et désordonnés ", Thèse de doctorat - Université de Paris 7, (Janvier 2006).
- [22] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, S. Ballandras, and V. Laude, "Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap.
- [23] Boukarzaza Loubna «Influence des paramètres physiques sur la bande interdite photonique d'un cristal photonique bidimensionnel à réseau hexagonal», mémoire de magistère, Université de Constantine, 2008.
- [24] Benaissa Fatima « Etude et Simulation de la Propagation des Ondes Electromagnétiques dans les guides à Cristaux Photoniques-Application aux Fibres Optiques», mémoire de Magister, université de Tlemcen, 2012.
- [25] Benmerkhi Ahlem, «Influence des paramètres géométriques sur la cavité à cristaux photoniques bidimensionnels », mémoire de Magister, Université de Constantine, 2008.
- [26] Marc zelsmann, «Cristaux photoniques en silicium sur isolant pour le guidage, le filtrage, l'émission et l'extraction de la lumière», Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble 1, novembre 2003.
- [27] Amel labani, « matériaux bip à base de nanoparticules métalliques et semi-conductrices étude des propriétés optiques par FDTD», thèse de mdoctrat, université de Constantine, 2009.
- [28] M. GORISSE, Réalisation de filtres RF à base de cristaux phononiques, docteur de l'université de grenoble, 17 Novembre 2011.
- [29] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani et V. Laude, Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides. *Appl. Phys. Lett.*, 84, 4400 (2004).
- [30] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, "Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides", *Applied Physics Letters*, 84 (22), 4400-4402 (2004).
- [31] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, V. Laude, and B. Djafari-Rouhani, "Guiding and filtering acoustic waves in a two-dimensional phononic crystal", *Ultrasonics Symposium*, 2004 IEEE, 654-657 Vol.1 (2004).

- [32] T. Miyashita, "Sonic crystals and sonic wave-guides", *Measurement Science & Technology*, 16 (5), R47-R63 (2005).
- [33] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, S. Ballandras, and V. Laude, "Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic crystal", *Physical Review B*, 68 (21), 214301 (2003).
- [34] S. Benchabane, A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, "Interaction of waveguide and localized modes in a phononic crystal", *Europhysics Letters*, 71 (4), 570-575 (2005).
- [35] S. Benchabane, *Guidage et filtrage des ondes dans les cristaux phononiques*, grade de docteur de l'université de franche-comté, 2006
- [36] Yu, J.-K., Mitrovic, S., Tham, D., Varghese, J. & Heath, J. R. Reduction of thermal conductivity in phononic nanomesh structure. *Nature Nanotechnol.* 5, 718–721 (2010).
- [37] Stefan A. Bringuier, *acoustic logic gates implemented using a phase-controlling phononic crystal*, masters of Science in the graduate college, the University of Arizona, 2011
- [38] M. Sigalas and N. Garcia, *J. Appl. Phys.* 87(6), 3122 (2000)
- [39] M. oudich, « Contribution à l'étude des cristaux phononiques à résonance locale dans les régimes sonique et hypersonique : approches théorique et expérimentale », Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 4 novembre 2011
- [40] T. Miyashita, and C. Inoue, *Jpn. J. Appl. Phys.* 40, 3488 (2001).
- [41] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, and M. Solal, *J. Appl. Phys.* 94, 7944 (2003).
- [42] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, *Appl. Phys. Lett.* 84, 4400 (2004).
- [43] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, and H. Larabi, *Appl. Phys. Lett.* 87, 261912 (2005).
- [44] P-F. Heisch, T-T. Wu, and J-H Sun, *Trans. Ultrason. Ferro- electr. Freq. Control* 53, 148 (2006).
- [45] J-H. Sun, and T-T. Wu, *Phys. Rev. B* 74, 174305 (2006).
- [46] A Khelif, B. Aoubiza, S. Mohammadi, A. Adibi, and V. Laude, *Phys. Rev. E* 74, 46610 (2006).
- [47] B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. C. Hladky-Hennion, P. Deymier, F. Duval, B. Dubus, and Y. Pennec, *Photonics and Nanostruct. Fundament. and Applic.* 6, 32 (2008).
- [48] T-C. Wu, T-T. Wu, and J-C Hsu, *Phys. Rev. B* 79, 104306 (2009).

Abstract

Wave propagation in composite materials, disordered or periodic, is a very broad subject that lies at the confluence of many disciplines of physics. In particular, the phononic crystals, periodic artificial structures (1D, 2D or 3D) formed from two elastic materials. These materials have indeed under certain conditions of frequency bands for which the propagation of elastic or acoustic waves is prohibited in certain directions and frequency ranges.

The objective of this work is devoted to the study of the propagation of acoustic waves in a two-dimensional phononic crystal. However, before making real functions to control the propagation of acoustic waves, we have to perform a topological and parametric study of the elementary cell of a 2D square lattice to determine the parameters that have a significant influence on the forbidden band.

Keywords: Crystal phonon 2D, bandgap, acoustic waves and wave guiding.

ملخص :

إن انتشار الموجات في المواد المركبة، المختلة أو الدورية ، هو موضوع واسع جدا حيث تتقاطع عنده العديد من التخصصات الفيزيائية. إن البلورات الفونونية (خصوصا) هي أجسام صناعية دورية (أحادية ، ثنائية أو ثلاثية البعد) تتكون على الأقل من مادتين مرنتين. في الواقع و في شروط معينة، هذه المواد تتميز بظهور عصب من الترددات التي تحظر على الموجات المرنة و الصوتية الإنتشار في بعض الإتجاهات ونطاقات الترددات.

إن هذا العمل يهدف إلى دراسة انتشار الموجات الصوتية في المواد البلورية الفونونية ثنائية الأبعاد. لكن و قبل إنجاز وظائف حقيقية للتحكم في انتشار الموجات الصوتية و المرنة يجب إجراء دراسة طوبوغرافية و براميترية للخلية الأساسية لشبكة بلورية مثالية 2D (مربعة الشكل) من أجل تحديد العوامل التي تؤثر على خصائص العصابة المحرمة.

كلمات المفتاحية : البلورات الفونونية ثنائية الأبعاد ، العصابة المحرمة ، الموجات الصوتية و انتشار الموجة.