

Chapitre I

I.1 INTRODUCTION :

La modélisation des machines électriques est d'une grande importance aussi bien pour le concepteur que pour l'automaticien. Au niveau de la conception (interne voir externe) Les équations de maxwell offrent une analyse parfaite du comportement de la machine alors qu'au niveau de la commande, un modèle basé sur les équations électriques est suffisant pour sa synthèse.

Il faut noter cependant qu'il existe trois approches concernant la modélisation des machines Electriques [1] :

✎ La modélisation de PARK basée sur l'équation électrique des machines avec un certain nombre d'hypothèses simplificatrices conventionnelles ; ce modèle est bien adapté à l'élaboration d'algorithmes de commande.

✎ La modélisation par réseau de permanence ou le circuit magnétique est modélisée Par un circuit électrique équivalent. Elle peut être utilisée pour tester la robustesse des algorithmes de commande, comme elle peut contribuer à l'estimation des paramètres de la machine.

✎ La modélisation par éléments finis c'est la modélisation la plus précise elle est surtout utilisée pour la conception des machines entre autres pour leurs dimensionnements.

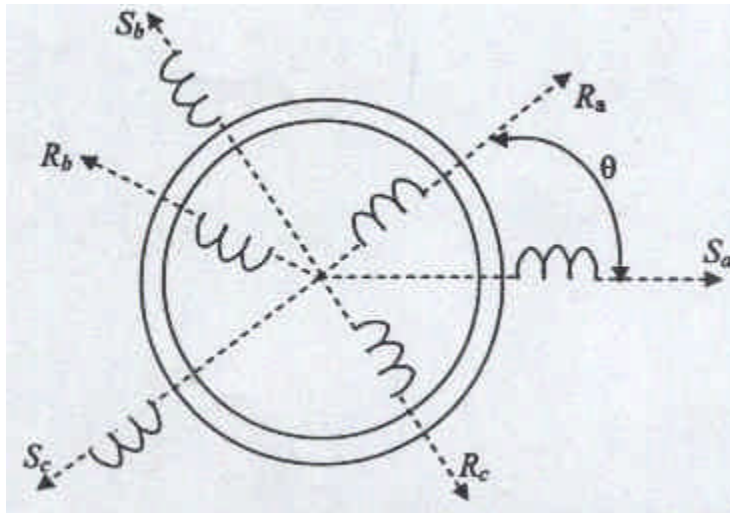
Dans ce chapitre, nous présenterons le modèle mathématique triphasé de la machine asynchrone (MAS) avec ses hypothèses simplificatrices et sa transformation dans le système biphasé.

I-2 MODELISATION DE LA MACHINE ASYNHRONE:

I.2.1 hypothèses simplificatrices et représentation schématique :

Etude de la machine induction traduit les lois de l'électromagnétisme dans le contexte Habituel d'hypothèses simplificatrices suivantes

1. Symétrie de la machine.
2. Répartition sinusoïdale de l'induction dans l'entrefer.
3. caractéristiques linéaires du matériau magnétique.
4. pertes par hystérésis et courant de Foucault négligeable.
5. Entrefer parfaitement lisse.



S-abc : phases statoriques
R-abc : phases rotoriques
θ : Position absolue du rotor

Fig. (I-1) Représentation de la MAS triphasée ;

I.2.1 Modélisation dans le plan (abc) :

La loi d'hom généralisée permet d'écrire pour l'armature statorique (s), respectivement rotorique (r) les équation matricielles suivantes chacune dans son repère respectif:

$$[V_s] = R_s [i_s] + \frac{d[\phi_s]}{dt} \quad (I-1)$$

$$[V_r] = R_r [i_r] + \frac{d[\phi_r]}{dt} \quad (I-2)$$

$$[V_s] = [V_{SA} \quad V_{SB} \quad V_{SC}]^T, \quad [\phi_s] = [\phi_{SA} \quad \phi_{SB} \quad \phi_{SC}]^T ;$$

$$\begin{aligned} [V_r] &= [V_{rA} \quad V_{rB} \quad V_{rC}]^T, \quad [\phi_r] = [\phi_{rA} \quad \phi_{rB} \quad \phi_{rC}]^T ; \\ [i_s] &= [i_{sA} \quad i_{sB} \quad i_{sC}]^T, \quad [i_r] = [i_{rA} \quad i_{rB} \quad i_{rC}]^T ; \end{aligned}$$

Une matrice des inductances établit la relation entre les flux et les courants telle que cette relation est décrite par l'équation matricielle suivante :

$$\begin{cases} [\phi_s] = [L_s][i_s] + [M_{sr}][i_r] \\ [\phi_r] = [L_r][i_r] + [M_{rs}][i_s] \end{cases} \quad (I-3)$$

Avec :

$$[L_s] = \begin{pmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{pmatrix} \quad (I-4)$$

$$[L_r] = \begin{pmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{pmatrix} \quad (I-5)$$

$[L_s]$ Et $[L_r]$ représentation respectivement les matrices des inductances statiques et rotorique tandis que $[M_{sr}]$ et $[M_{rs}]$ correspondent aux matrices des inductances mutuelles entre phases du stator et du rotor

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T = M_0 \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (I-6)$$

Avec :

M_0 : représenté le maximum de la mutuelle inductance rotor stator.

La taille et la complexité des équations (I-1) et (I-2) associées à (I-3) jusqu'à (I-6) ,

ne permet pas aisément d'en déduire une stratégie de loi de commande pour la machine Asynchrone, d'où la nécessité d'utiliser un modèle plus simple et plus manipulable.

I-3 MODELISATION PAR LE COMPLEXE :

I.3.1 Equations électromagnétiques :

Les équations précédentes sont définies dans le repère (α, β) , leur transcription complexe est obtenue en associant un plan complexe à ce repère. Cette écriture complexe a un sens de formulation vectorielle des équations de la machine. Ainsi on posera pour la tension V quelque soit le repère :

$$\bar{V} = V_{\alpha} + jV_{\beta} \quad (I-7)$$

La tension complexe est l'image du champ tournant produit par le système triphasé de bobines

Comme illustré sur la figure (I-2). Il en est de même pour les autres grandeurs : courants et flux. Le vecteur tension $\bar{V}(t)$ définit le phasor, qui est un vecteur tournant dans le plan (α, β) à la vitesse ω et donnée comme suit :

$$\bar{V} = K(V_A + aV_B + a^2V_C) \quad (I-8)$$

Avec, K : coefficient au choix de l'utilisateur [2] :

$K=2/3$ pour une représentation vectorielle conservant les amplitudes ;

$K = \sqrt{\frac{2}{3}}$ pour une représentation vectorielle conservant la puissance ;

$a = e^{j2\pi/3}$ Opérateur de position à 120° ;

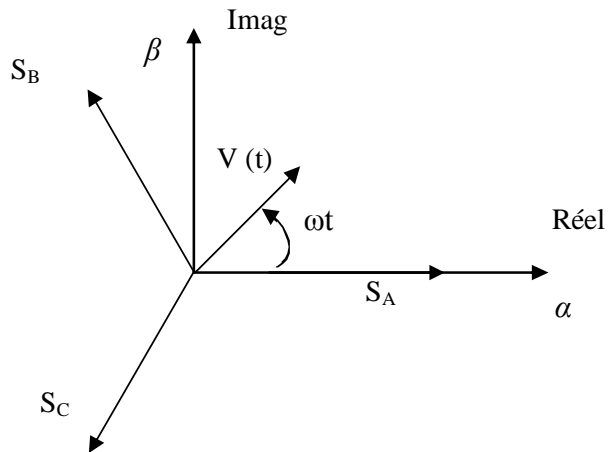


Fig. (I -2) Représentation d'un phaseur dans le plan;

L'expression (I-7) permet la transformation à un axe dans les équations matricielles des tensions $[V_s]$ et $[V_r]$. Celles-ci seront ramenées à deux équations complexes :

$$\overline{V_s} = R_s \overline{i_s} + \frac{d\overline{\phi_s}}{dt} \quad (\text{I-9})$$

$$\overline{V_r} = R_r \overline{i_r} + \frac{d\overline{\phi_r}}{dt} \quad (\text{I-10})$$

Ainsi, on pourra représenter schématiquement la machine par le schéma de la figure (I-3)

Avec ϕ_s : vecteur flux statorique dans le repère statorique ;

ϕ_r : Vecteur flux rotorique dans le repère rototorique ;

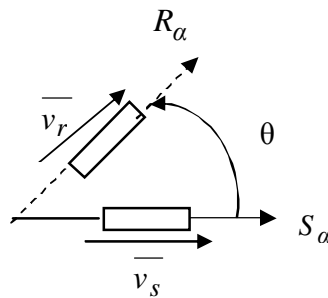


Fig. (I -3) Représentation à un axe de la MAS ;

Aussi les flux s'expriment par :

$$\overline{\phi}_s^{(s)} = L_s \overline{i}_s^{(s)} + M \overline{i}_r^{(r)} e^{j\theta} ; \quad (I-11)$$

$$\overline{\phi}_r^{(r)} = L_r \overline{i}_r^{(r)} + M \overline{i}_s^{(s)} e^{-j\theta} ; \quad (I-12)$$

Avec:

$L_s = l_s - M$; $L_r = l_r - M$: inductances cycliques propre du stator et du rotor respectivement.

Les indices exposants (s) ou (r) indiquent, la mesure de la grandeur courant ou flux dans le repère considéré.

$M = 3/2 M_0$: inductance cyclique mutuelle stator-rotor.

Des expressions (I-9), (I-10), (I-11) et (I-12) on déduit les équation électriques de la machine à induction relativement à chacun des deux repères respectivement le stator et le rotor :

$$\overline{V}_s = R_s \overline{i}_s + \frac{d(L_s \overline{i}_s)}{dt} + \frac{d(M \overline{i}_r e^{j\theta})}{dt} ; \quad (I-13)$$

$$\overline{V}_r = R_r \overline{i}_r + \frac{d(L_r \overline{i}_r)}{dt} + \frac{d(M \overline{i}_s e^{-j\theta})}{dt} ; \quad (I-14)$$

Nous pouvons alors écrire l'équation d'état linéaire suivante :

$$\dot{\overline{X}} = A \overline{X} + B U ;$$

I.3.2 Equation du couple électromagnétique:

L'expression du couple électromagnétique exprimé à partir des différentes grandeurs dans le repère (α, β) est donnée par :

$$C_e = p \frac{M}{L_r} (\phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \phi_{r\beta} i_{s\alpha}); \quad (I-15)$$

I.3.3 Equation mécanique :

Pour avoir un modèle complet de la machine asynchrone, il est nécessaire d'avoir le modèle décrivant le mouvement de l'arbre de la machine. L'expression décrivant la dynamique de la partie mobile du moteur est exprimée par la relation suivante :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_e - C_r \quad (I.16)$$

Avec :

C_r : couple résistant;

C_e : couple électromagnétique,

$f\Omega$: couple de frottement visqueux,

$J \frac{d\Omega}{dt}$: couple d'inertie des masses;

I.4.Simulation et interprétation :

Le moteur est alimenté directement par le réseau **220/380 ,50hz** . Puis nous avons appliqués un couple résistant ($C_r=25\text{n.m}$) à **t=1.5sec** ; les résultats de la simulation sont représentés par le **fig (I -3)**

➤ A vide :

Le courant statorique présentent des fortes oscillations dans le régime transitoire, puis se stabilise dans le régime permanent et il reste un courant correspondant au comportement inductif de la machine.

La courbe du couple présente au démarrage des pulsations très importantes après **20ms** le couple tend vers zéro en régime permanent.

La courbe de la vitesse présente au démarrage un accroissement presque linéaire, après d'environ **0.12sec** la vitesse de rotation s'établit à **157 rad/s**.

➤ En charge :

Nous avons appliquée à l'arbre de la machine asynchrone un couple résistant ($C_r = C_n = 25 \text{ N.M}$) à l'instant (**t=1.5s**) .Nous constatons que :

La diminution du flux durant l'application de la charge prouve le fort couplage entre le flux et le couple électromagnétique.

Le courant statorique évolue selon la charge appliquée à l'arbre du moteur.

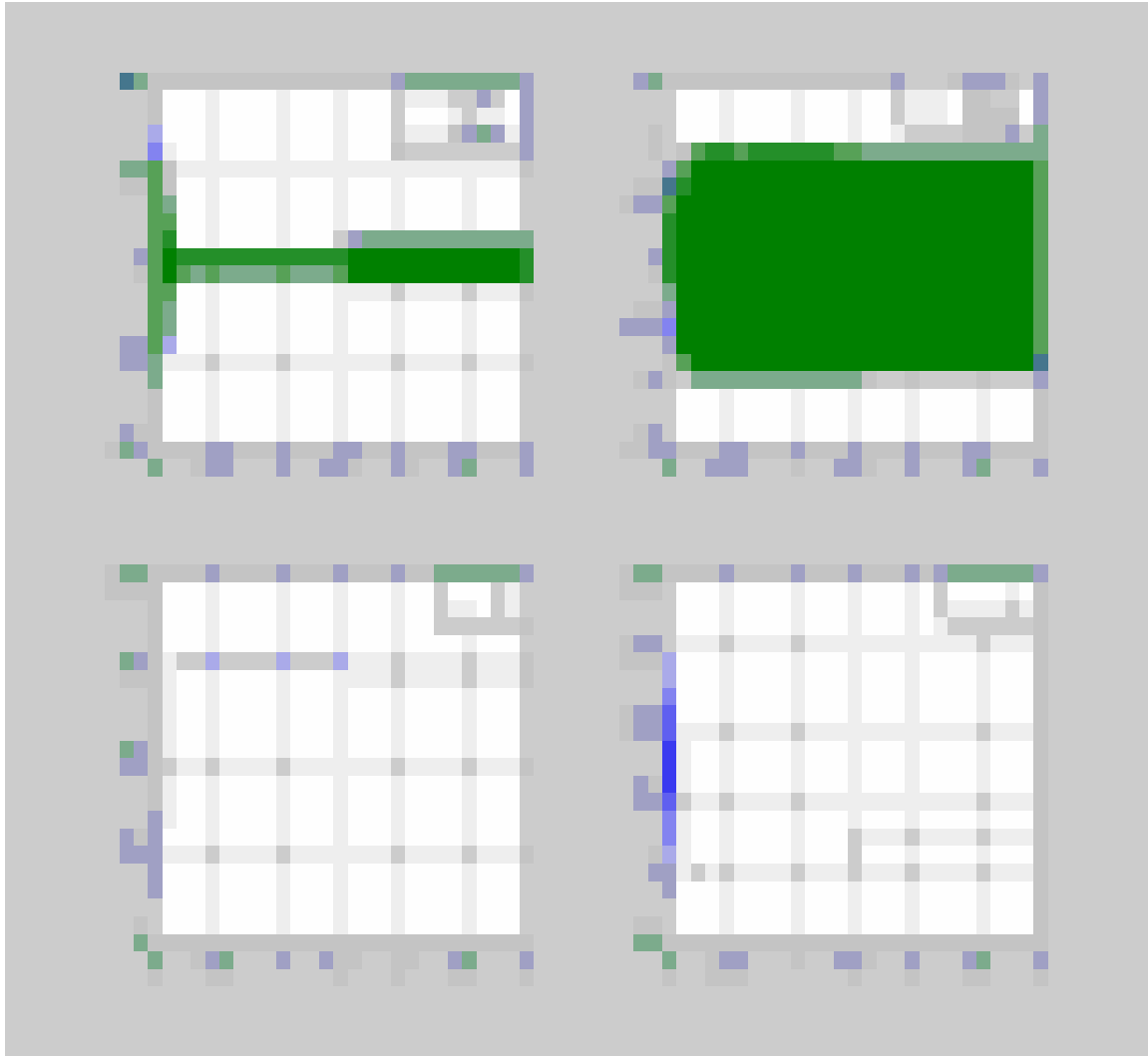


Fig.(I -4) démarrage a vide avec une perturbation $C_r = 25 \text{ N.M}$ à $t=1.5 \text{ sec}$;

I-5 CONCLUSION :

Ce premier chapitre nous à permis de présente, la modélisation de la machine asynchrone en tentant compte des hypothèses simplificatrices.

La présentation du modèle de la machine asynchrone sous forme de schéma bloc nous à permis de voir les caractéristiques de la MAS et de valider le modèle utilisé

Nous remarquons dans ce chapitre le couplage à grandeurs statorique et rotorique de la machine, et la complexité des lois de contrôle de cette machine

Pour détenir de bonne performance en fermée on adapte la commande vectorielle qui sera présentée dans le chapitre suivant.