

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



جامعة محمد بوضياف - المسيلة
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

كلية التكنولوجيا
FACULTE DE TECHNOLOGIE

قسم الإلكترونيك
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

MEMOIRE DE MASTER

DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE
FILIERE : ELECTRONIQUE

OPTION : STN

THEME

Méthodes Itératives de Reconstruction Tomographique pour les Réductions des Artéfacts

Proposé et dirigé par :

Mr. BOUDJELAL Abdelwahhab

Réalisé par :

KHECHAB Mohammed

N° D'ordre:

PROMOTION: JUIN 2016

Remerciement

Avant de commencer la présentation de ce travail, je profite de l'occasion pour remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de fin d'études.

Tout d'abord on remercie le bon dieu puissant de la bonne santé, la volonté et de la patience qu'il nous a donnée tout au long de notre étude.

Nous remercions Très sincèrement notre encadreur de ce travail Boudjelal Abdelwahhab, pour ses conseils pertinents, et ses orientations judicieuses sa patience et diligence, et par ses suggestions a grandement facilité ce travail.

Nous tenons à exprimer notre gratitude aux membres de jury qui ont bien voulu examiner ce travail.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants du département d'électronique qui ont contribué à notre formation.

Enfin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour leur le soutien moral et matériel...

Dédicaces

À mes très chers parents, qui m'ont permis de devenir ce que je suis

Aujourd'hui

À mes très chers frères

À ainsi mes sœurs

À toute ma famille

À mes amis

Khechab mohammed

Table des matières

Remerciement.....	I
Dédicaces.....	II
Table des Matières	III
Liste des Figures	VI
Notations	V
Arconymes.....	X
Introduction générale.....	1
Chapitre I (la tomographie d'emission)	
I.1 Introduction.....	4
I.2 La Déférente Génération de Tomographes X et Leurs Géométries d'Acquisition.....	4
I.3 Les Types de Tomographie en Imagerie.....	6
I.3.1 La Tomographie de Transmission.....	6
I.3.2 La Tomographie d'Emission.....	7
I.4 Introduction de la Tomographie par Emission	8
I.4.1 Tomographie par émission de positrons.....	9
a. Étapes de la chaîne de traitement en TEP.....	9
b. Radioéléments et traceurs en TEP.....	10
c. Acquisition TEP.....	11
c.1 Annihilation et émission de photons.....	11
c.2 Détecteurs.....	12
c.3 Para métrisation des LOR, format événementiel et sinogrammes.....	13
I.4.2 La tomographie d'émission mono photonique (TEMP) ou (SPECT)	14
I.4.2.1Principe de fonctionnement.....	16
I.5 Conclusion	17
Chapitre II (Principe de base de la reconstruction tomographique)	
II.1 Introduction	19

II.2 Principe de base de la reconstruction tomographique.....	20
II.2.1. Transformée de Radon.....	21
a.Les Transformée de Radon dans le cas particulier (2D).....	23
b.Le Théorème De La Coupe Centrale.....	24
c.Sinogramme.....	25
II.2.2 Les Bruits en Tomographie.....	27
a. Rapport signal à bruit SNR.....	28
II.2.3 Principe de la Reconstruction des Objets à Partir de Leurs Projections.....	29
II.2.4 Inversion De La Transformée De Radon.....	29
II.3 Les méthodes des reconstructions tomographique.....	31
II.3.1 Méthodes Analytique.....	31
a.La Rétroprojection directe(RP).....	31
b.La Rétroprojection Filtrée (RPF).....	33
II.3.2Méthodes Algébriques.....	37
a.La méthode ART (Algebraic Reconstruction Technique).....	39
b.La méthode SIRT (<i>Simultaneous Iterative Reconstruction Technique</i>).....	40
c.La méthode SART (<i>Simultaneous Algebraic Reconstruction Techniques</i>).....	40
II.4 Conclusion.....	41
Chapitre III (résultats et discussions)	
III.1 Introduction.....	43
III.2 Résultats et discussions.....	43
III.2.1 Nature des Données.....	43
III.2.2 Qualité de Reconstruction.....	44
III.2.3 Erreur quadratique moyenne.....	44
III.3 Résultats de Reconstruction.....	45
III.4 Méthodes Analytiques.....	45
III.4.1 BP (Rétroprojection).....	45
III.4.2 FBP (Rétroprojection Filtrée).....	46

III.4.3 Influence du filtre utilisé dans la méthode FBP sur la qualité de l'image reconstruite	47
III.4.4 Comparaison entre la Méthode FBP et la Méthode BP	48
III.5 Méthodes Itératives	48
III.5.1 Méthode ART	49
III.5.2 Méthode SIRT	51
III.5.3 Comparaison entre la Méthode ART et la Méthode SIRT	52
III.6 Conclusion	53
Conclusion générale	54
Référence	55

Liste des figures

FIG I.1 Les quatre générations des tomographes X.....	6
FIG I.2 : Au centre, superposition de l'image morphologique (rayons X) de gauche et de l'image fonctionnelle (tomographie à émission de positons) de droite.	9
FIG. I.3 – Etapes d'un examen TEP, depuis la radiochimie jusqu'à l'analyse paramétrique.	10
FIG. I.4 – Acquisition en TEP. Les différentes étapes sont schématisées depuis l'émission du positron jusqu'à la détection dans la couronne de détecteurs.	11
FIG. I.5 – Principe de la détection d'une coïncidence. La détection des deux photons émis depuis leur site d'annihilation (ici en vert) va définir une LOR (représentée par une ligne) sur laquelle est localisé le site d'annihilation.	12
FIG I.6 : Exemple de gamma caméra: la Siemens E-CAM Signature du CHU de Liège. Deux détecteurs qui permettent d'acquérir les données plus rapidement en effectuant seulement un demi-tour autour du patient.	14
FIG I.7 : Principe de la tomographie par TEMP	14
FIG I.8 – TEMP caméra fixe 180 de Siemens [Siemens AG].....	16
FIG. II.1 – Projection tomographique selon un angle θ	20
FIG. II.2 Définition d'une projection en géométrie parallèle 2D.	22
FIG.II.3. Procédé de projection.....	22
FIG.II.4. Illustration de la transformée de Radon 2D	22
FIG.II.5. transformée de Radon dans R^2	23
FIG.II.6. Illustration de la transformée en rayons 2D (en géométrie éventail) pour une trajectoire circulaire	24
FIG.II.7. Représentation des données dans le plan de Fourier	25
FIG II.8. Exemple de sinogramme « fantôme de Shepp-Logan »	26
FIG.II.9 Un sinogramme contient l'ensemble des éléments de projection	27
Fig.II.10. Problème de la reconstruction tomographique « bruit »	28
Fig. II.11 Trois projections d'un objet composé de deux points.....	30
FIG.II.12: (a) Projection d'un objet simple composé d'un seul pixel non nul au centre.	32

FIG.II.13 : les différentes étapes de la méthode rétroprojection plus détaillé.	36
FIG.II.14 : les Filtres de rétroprojection.	36
FIG II.15 Exemples de simulation par MATLAB.	37
FIG II.16 Géométrie du problème de reconstruction pour les méthodes itératives. Le coefficient R_{ji} modélise le recouvrement du pixel i et du rayon j	38
FIG.II.17 Schéma général des algorithmes itératifs	39
FIG II.18 Principe de la méthode SIRT.	41
FIGIII.1 (a) Le phantom « Shepp-Logan » de taille (128x128) (b) Sinogramme.	43
FIGIII.2.a. Deuxième phantom (128x128) b. Sinogramme.	44
FIGIII.3. Méthode de BP sur Le phantom Shepp-Logan (a) Image originale (b) Image reconstruite.	45
FIGIII.4. Méthode de BP sur deuxième phantom (a) Image originale (b) Image reconstruite	46
FIGIII.5 filtre pack projection 180 projections	46
FIGIII.6 Méthode de FBP sur deuxième phantom (a) Image originale (b) Image reconstruite	47
FIGIII.7 Images reconstruites « <i>Shepp-Logan</i> » par l’algorithme ART pour différentes valeurs d’itérations	49
FIGIII.8 Variation des erreurs relatives en fonction du Nombre d’itérations par l’algorithme ART	50
FIG III.9 comparaison entre l'image original et l'image reconstruite par l'algorithme ART à 100 itérations	50
FIGIII.10 Images reconstruites « <i>Shepp-Logan</i> » par l’algorithme SIRT pour différentes valeurs d’itérations.	51
FIGIII.11 Variation de erreur quadratique moyenne (MSE) en fonction du Nombre d’itérations par l’algorithme SIRT	52
FIGIII.12 Comparaison entre les deux méthodes ART et SIRT avec une Variation de erreur quadratique moyenne (MSE) en fonction du Nombre d’itérations.	53

Notations

Les notations définies ci-dessous sont celles que nous utilisons le plus dans ce manuscrit :

δ	Scène examinée
$\mathfrak{S}_{t,\theta}$	Droite définie par un couple $(t, \theta) \in R_+ \times (0, 2\pi)$
θ	Angle de projection
δ	Distribution de Dirac centrée
ω_θ	Direction de projection
ν	Valeur fréquentiel
$\ \cdot\ , \cdot $	Norme et valeur absolue
λ^k	Coefficient de relaxation
λ	Paramètre de régularisation
δt_k	Taille des pixels détecteurs pour la k-ème projection.
t_k	Position du premier pixel détecteur pour la k-ème projection.
M	Taille total des données.
m	Nombre totale de projections
N	Nombre de projections
k	Nombre d'itération
\mathfrak{R}	Energie de régularisation
κ	Terme d'adéquation aux données
j	Energie a posteriori
b	Bruit
σ_b^2	Variance de bruit
σ_f^2	Variance de la fonction f

Images

n	Nombre de pixels
$r, (r_x \times r_y)$	Nombre de pixels d'une image 2D (ou radiographies)
$f = [f_1, \dots, f_n]^T$	Densité des pixels
$f(x, y)$	Image originale
f^0	Estimation initiale de $f(x, y)$
$\hat{f}(x, y)$	Image estimée (reconstruite)
f^k	Objet reconstruit à l'itération de rang k
f^{k+1}	Objet reconstruit à l'itération de rang k+1
$d f$	L'erreur relative entre f et \hat{f}

Acronymes

Les acronymes définis ci-dessous sont celles que nous utilisons dans ce manuscrit :

ART	A lgebraic R econstruction T echnique
BP	B ack P rojection
CT	C omputed T omography (tomographie assistée par ordinateur)
EM	E xpectation- M aximization
FBP	F iltered B ack P rojection
IRM	I magerie par R ésonance M agnétique
PET	P ositron E mission T omography
RFP	R étro P rojection F iltrée
SIRT	S imultaneous I terative R econstruction T echnique
SPECT	S ingle P hoton E mission C omputed T omography
TDM	T omo D ensito M ètre
TEMP	T omographe par E mission M ono P hotonique
TEP	T omographe par E mission de P ositons
TF	T ransformée de F ourier
TR	T ransformée de R adon

Introduction générale

La tomographie [1]. est un mode de visualisation en coupe d'un objet qui trace les caractéristiques biologiques et physiques du corps humain. Le procédé qui permet de réaliser cette opération est la tomographie. Cette technique a révolutionné l'imagerie médicale depuis son application aux diagnostics radiologiques en tomodensitométrie X [2]. Depuis, d'autres méthodes ont été développées pour étudier des structures anatomiques ou fonctionnelles du corps humain.

La tomographie assistée par ordinateur (CT) est une technique permettant l'acquisition d'informations et la reconstruction de sections planes d'objets ou d'organes. Le premier scanner X fut développé d'après le travail de Hounsfield [3]. Depuis cette époque et grâce aux progrès informatiques et technologiques, les scanners X se sont perfectionnés et sont maintenant utilisés en routine médicale. Le principe de la tomographie assistée par ordinateur s'est également étendu à d'autres phénomènes physiques que les rayons X: résonance magnétique nucléaire (IRM) [4]. Émission radioactive (Tomographie d'émission à un seul photon (SPECT) ou, Tomographie à émission de positons (PET)), ultrasons, micro-ondes). Principalement développée dans le domaine médical pour la visualisation de sections de l'anatomie humaine, la (CT) [5].est applicable à de nombreux autres domaines par exemple :

La tomographie par transmission (microscopie électronique), radioastronomie, la sismologie, que ce soit en aéronautique, en automobile ou encore dans l'industrie pétrolière, etc... .

L'imagerie nucléaire est une imagerie par émission utilisée en médecine nucléaire dans un but diagnostique. L'objectif de l'imagerie nucléaire est de déterminer la distribution dans l'organisme d'une substance radioactive administrée au patient et appelée radio traceur, en Détectant le rayonnement émis par cette substance à l'aide de dispositifs spécifiques. Il existe Deux modalités d'imagerie par émission :

- 1) la tomographie d'émission mono photonique SPECT [6]. (pour Single Photon Emission Computed Tomography) pour laquelle le radio traceur émet des photons gamma détectés par un gamma caméra.
- 2) la tomographie par émission de positons PET [7]. (pour Positron Emission Tomography) pour laquelle le radio traceur émet des positons qui, suite à leur annihilation avec des électrons du milieu, donnent lieu à une paire de photons gamma émis en coïncidence détectés sur une couronne de cristaux scintillants.

Les données acquises par les détecteurs sont traitées à l'aide d'un algorithme de reconstruction tomographique, pour estimer la distribution tridimensionnelle du radio traceur dans l'organisme, L'imagerie nucléaire permet d'avoir accès de manière non invasive à des Informations sur le fonctionnement des organes et d'étudier des processus physiologiques et métaboliques.

Le présent mémoire concerne le développement de techniques de traitement d'image dans le domaine de la Tomographie par Emission. La principale problématique réside dans la mise en œuvre d'un algorithme de reconstruction performant permettant d'obtenir, à partir de cet ensemble d'images planes (2D) [8]. Les phénomènes majeurs perturbant la formation des images telles que l'atténuation et la diffusion, sont décrits ainsi que leurs conséquences sur l'interprétation qualitative et surtout quantitative des images reconstruites.

Ce travail consiste une étude comparative des algorithmes de reconstruction utilisés. L'objectif principal est de comparer les différences obtenues entre les reconstructions, nous nous sommes intéressés plus particulièrement aux méthodes ART et SIRT [9,10] qui s'inscrivent dans le cadre des méthodes itératives.

Ce mémoire concerne donc l'étude des techniques de reconstruction tomographiques. Il est constitué de la présente introduction générale, trois chapitres illustrant les différents aspects de nos travaux et d'une conclusion générale

Chapitre 1

La tomographie d'Emission

I.1 Introduction

La tomographie est une technique de création d'image par section, qui permet de produire la reconstruction d'une coupe du corps humain et donc de visualiser les organes selon un plan de coupe. Ce mot vient de deux racines grecques : **tomo** qui signifie coupe et de **graphen** qui signifie écrire. Elle consiste à reconstruire une vision en trois dimensions d'un objet à partir d'une série d'images en deux dimensions. On peut donc avoir une vision de la structure interne d'un objet sans découper matériellement cet objet. Le problème mathématique associé à la tomographie X est le problème inverse de détermination du paramètre physique d'atténuation à partir des mesures recueillies par un tomographe. Un objet est reconstruit à partir de l'acquisition d'un nombre fini de ses projections. La tomographie consiste à acquérir un ensemble de projections d'angles θ différents puis à reconstruire une approximation de l'objet 2D.

Historiquement, c'est l'évolution technologique des systèmes tomographiques qui a permis d'améliorer la vitesse d'acquisition et la qualité des reconstructions. Par voie de conséquence de nouvelles contraintes ont été imposées dans la résolution du problème inverse à partir de données d'organes statiques ou en mouvement.

Dans ce chapitre, nous commençons par introduire les différentes générations de tomographes X, nous aborderons le principe de reconstruction des objets à partir de leurs projections, A la fin du Chapitre, nous présenterons les nature des mesures de projections de la reconstruction tomographiques à savoir : La Tomographie Par Transmission et La Tomographie Par Emission.

I.2 La différence entre la génération de tomographe X et leurs géométries d'acquisition

Les évolutions successives des tomographes X décrivant les différentes géométries d'acquisition de données pour reconstruire une coupe d'intérêt ont été nommées générations. Nous emploierons par la suite le terme tomographe X pour dénommer tout système d'acquisition Reposant sur l'imagerie de rayonnement X et capable de produire une reconstruction tomodensitométrique de la fonction mesurée. Nous précisons la distinction terminologique que nous faisons au sein de la famille des tomographes X : nous nommons tomographe CT tout tomographe X produisant les coupes de reconstruction en routine clinique, ce qui n'est pas le cas de l'angiographie en imagerie cardiaque. Il existe quatre générations de modèles de tomographes présentes schématiquement dans (FIGI.1)

La première génération est celle du premier appareil de Cormack et Hounsfield qui ont reçu le prix Nobel de médecine en 1979 pour le développement de la tomographie assistée par ordinateur. Dans ce premier système présent pour la première fois en 1972, la source d'émission des rayons X émet un seul faisceau fin reçu par un détecteur unique lié mécaniquement à la source [3]. Le couple (source, détecteur) subit une translation pour acquérir des mesures par incidence donnée (FIGI.1 (a)).

Dans la deuxième génération de tomographes X, le faisceau de rayonnement X est plus large, en forme d'éventail et le détecteur unique est remplacé par une série de détecteurs permettant d'étudier une zone plus large pour chaque position de la source et donc de réduire le temps d'acquisition des données (FIGI.1 (b)).

La troisième génération de tomographes X est composée d'une série de détecteurs dont la largeur correspond à la largeur de la région d'intérêt étudiée. Ainsi, pour acquérir des données sous une incidence particulière, il suffit d'une seule émission de rayons X depuis (FIGI.1 (c)).

Enfin, dans la quatrième génération de tomographes X, le système est constitué d'un tube et d'une couronne de quelques milliers de détecteurs et seul le tube est en mouvement rotationnel ce qui a facilité l'augmentation mécanique de la vitesse de rotation (FIGI.1(d)).

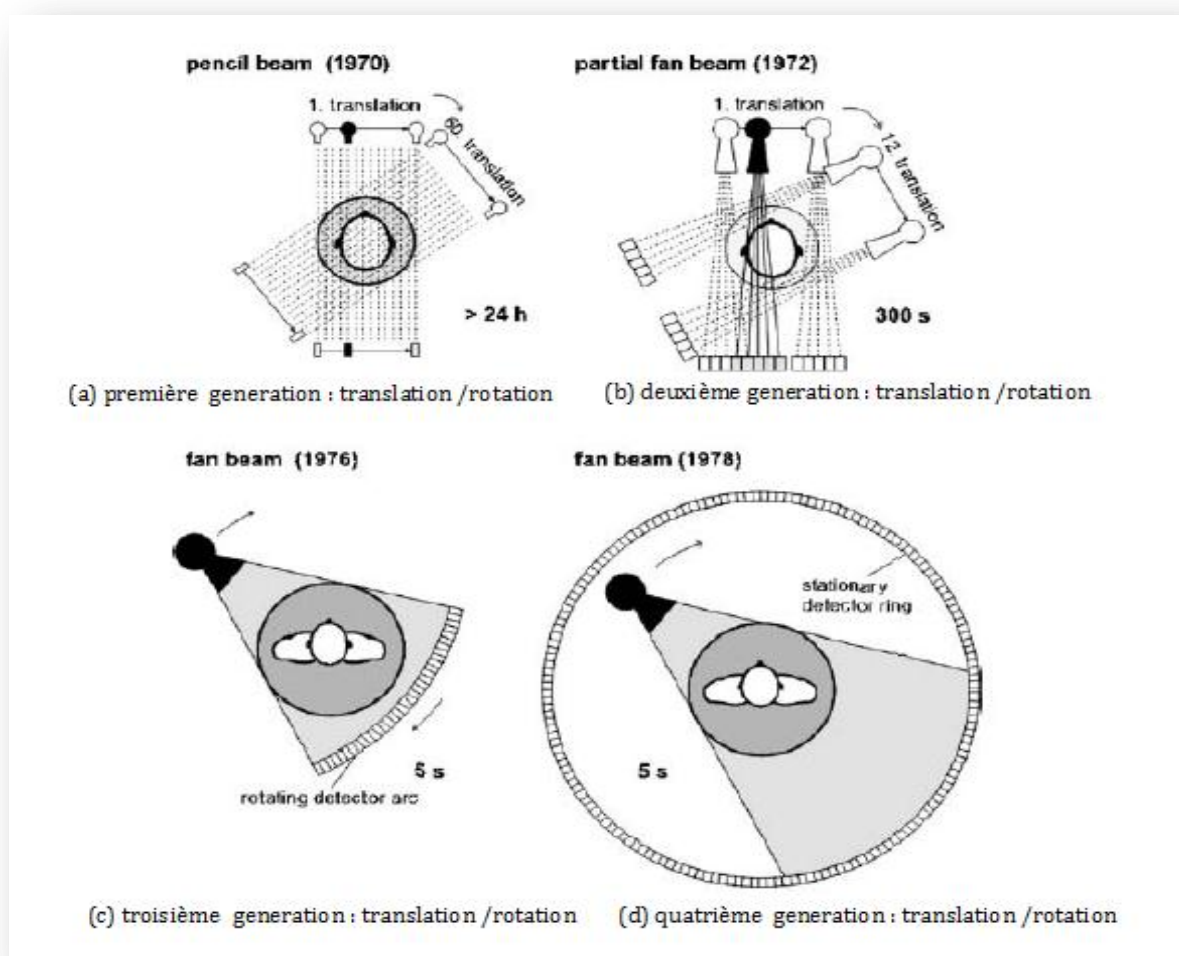


FIG I.1 Les quatre générations des tomographes X

I.3 Les Types de Tomographie en Imagerie

L'utilisation de la tomographie est majoritairement et historiquement connue dans le cadre de l'imagerie médicale pour laquelle l'objet à reconstruire est le corps humain, mais elle est aussi pratiquée dans d'autres domaines très différents tels qu'en géophysique, pour reconstruire une structure géologique ou en contrôle non destructif. Il existe deux types de tomographie en imagerie:

I.3.1 La Tomographie de Transmission

Dans ce cas, l'objet étudié n'est pas lui-même émetteur mais il est soumis à un rayonnement. Le rayonnement transmis par l'objet est ensuite récupéré puis traité. Par exemple, en imagerie médicale, un tomographe de transmission très connu est le tomodensitomètre (TDM,

vulgairement appelé scanner). Pour le TDM, la source émettrice est une source de rayons X

Située à l'extérieur du patient et on mesure les projections du rayonnement ayant traversé le patient. Les photons émis par la source de rayons X subissent des interactions avec les différents tissus du corps humain et le rayonnement est donc atténué de manière plus ou moins intense en fonction de la densité des tissus traversés. Les projections mesurées correspondent donc aux intégrales des coefficients d'atténuation de ces tissus. On reconstruit ainsi une cartographie 3D des coefficients d'atténuation du milieu traversé qui nous offre une information sur la densité des tissus à l'intérieur du corps humain.

I.3.2 La Tomographie d'Emission

Dans ce cas, c'est l'objet lui-même qui est émetteur. La tomographie d'émission est donc idéale pour étudier des objets qui rayonnent. Dans le cas de l'imagerie médicale, la source émettrice de rayonnement, qui est un traceur radioactif ou radio traceur, est injectée au patient (le plus souvent par voie intraveineuse, parfois par voie orale) et les mesures effectuées tout autour du patient correspondent à l'intégrale de l'activité le long des lignes de projections, en tenant compte de l'atténuation. Il existe deux types d'imagers médicaux basés sur la tomographie d'émission : le Tomographe à Emission Mono Photonique (TEMP), traduite par l'acronyme « SPECT » en anglais qui signifie « Single Photon Emission Computed Tomography » et le Tomographe par Emission de Positons (TEP), traduite par « PET » en anglais qui signifie « Positron Emission Tomography ». Ceux sont deux des méthodes les plus fréquemment utilisées en routine clinique pour diagnostiquer la présence de cancers ou de maladies cardio-vasculaires. Elles permettent également l'étude du fonctionnement du cerveau et la détection de pathologies osseuses, thyroïdiennes, rénales ou cérébrales. La SPECT et la PET fournissent des images fonctionnelles qui reflètent le métabolisme (l'absorption de glucose dans les tissus par exemple). Afin d'obtenir ces images fonctionnelles, on administre au patient un radio traceur qui va se loger préférentiellement dans les organes à étudier et émettre des rayons γ . Ces rayons sont ensuite détectés pour reconstruire une image qui représente la répartition du radio traceur dans le corps du patient. Contrairement aux techniques comme l'IRM ou les rayons X qui fournissent une image morphologique. Certaines machines permettent de superposer ces deux types d'images pour plus de précision. Les applications des techniques de reconstruction tomographique sont multiples et variées, notamment en médecine, avec :

- L'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique)

- La TDM (Tomodensitométrie)
- La TEMP (Tomographie par Emission Mono Photonique)
- La TEP (Tomographie par Emission de Positron)

Ou encore en contrôle non destructif avec :

- La tomographie en cohérence optique
- Le microscope à effet de champ ou le microscope électronique en transmission

Pour conclure, cette multitude d'images, SPECT, PET, IRM, etc. ..., produit des informations anatomiques (structurelles et physiologiques, c.à.d. fonctionnelles) complémentaires sur un même sujet. Cependant, cette augmentation d'informations disponibles pour réaliser le diagnostic doit être suivi par une amélioration équivalente de la qualité des données que l'utilisateur doit intégrer et interpréter. Les protocoles diagnostiques traditionnels n'ont pas suivi la même progression et se révèlent souvent inadaptés à l'utilisation conjointe de cet ensemble d'informations. Ainsi, la manière traditionnelle dont le médecin utilise les données contenues dans ces images est trop souvent sous optimale et un nombre important d'informations complémentaires se trouve alors exclu du processus de décision clinique.

I.4 Introduction de la Tomographie par Emission

Parmi les techniques d'imagerie médicale actuelles, la tomographie d'émission mono photonique ou TEMP (en anglais qui signifie « Single Photon Emission Computed Tomography » SPECT) et la tomographie par émission de positons ou TEP (en anglais qui signifie « Positron Emission Tomography » PET) sont deux des méthodes les plus fréquemment utilisées en routine clinique pour diagnostiquer la présence de cancers ou de maladies cardio-vasculaires. Elles permettent également l'étude du fonctionnement du cerveau et la détection de pathologies osseuses, thyroïdiennes, rénales ou cérébrales.

La TEMP et la TEP fournissent des images fonctionnelles qui reflètent le métabolisme (l'absorption de glucose dans les tissus par exemple) contrairement aux techniques comme l'IRM ou les rayons X qui fournissent une image morphologique. Certaines machines permettent de superposer ces deux types d'image pour plus de précision (FIG I.2).

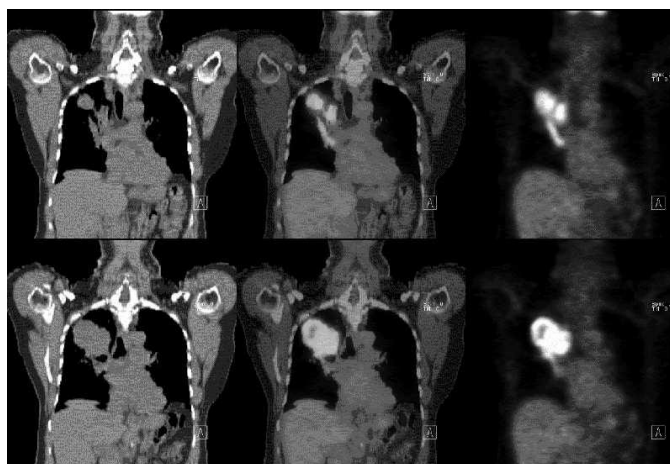


FIG I.2 : Au centre, superposition de l'image morphologique (rayons X) de gauche et de l'image fonctionnelle (tomographie à émission de positons) de droite.

Afin d'obtenir ces images fonctionnelles, on administre au patient un radio traceur qui va se loger préférentiellement dans les organes à étudier et émettre des rayons γ . Ces rayons sont ensuite détectés pour reconstruire une image qui représente la répartition du radio traceur dans le corps du patient.

Ces images sont l'outil que le médecin utilisera pour établir son diagnostic, leur précision est donc primordiale. Cette image peut être en 2D mais les techniques informatiques actuelles permettent des reconstructions 3D qui donnent des indications volumiques.

I.4.1 Tomographie par émission de positons

La Tomographie par Émission de Positons (TEP) est une technique d'imagerie nucléaire, fonctionnelle et quantitative. L'historique qui suit s'appuie principalement, son objectif étant d'illustrer que ce sont les développements conjugués en instrumentation, en radiochimie, en reconstruction d'images et en analyse compartimentale qui ont permis le développement des applications cliniques en TEP.

a. Étapes de la chaîne de traitement en TEP

La TEP repose sur une série d'étapes, illustrées sur la(FIGI.3), permettant de suivre le devenir d'une molécule dans l'organisme du patient. Nous allons maintenant nous intéresser à Ces différentes étapes en suivant leur chronologie.

b. Radioéléments et traceurs en TEP

Un traceur en TEP est constitué d'une molécule marquant un phénomène physiologique ou biochimique (par exemple une constante de dissociation d'un complexe ligand-récepteur) et d'un radionucléide émetteur de positrons, c'est-à-dire un isotope instable car en excès de protons. Cet isotope va retourner à un état stable par capture électronique ou en transformant un proton p en neutron n par la réaction nucléaire suivante : $p \rightarrow n + \nu + e^+$. Provoquant ainsi l'émission d'un neutrino ν et d'un antiélectron, ou positron e^+ .

Leur faible demi-vie implique qu'ils soient produits à proximité de leur endroit d'utilisation. Une fois produits, ces radioéléments vont être fixés par des méthodes biochimiques à la molécule d'intérêt. Il est à noter que ce sont des radio-isotopes d'éléments déjà présents dans les molécules organiques ou pharmaceutiques, ce qui veut dire que les traceurs peuvent ainsi mieux conserver les propriétés (structure, devenir dans l'organisme) de la molécule non marquée.

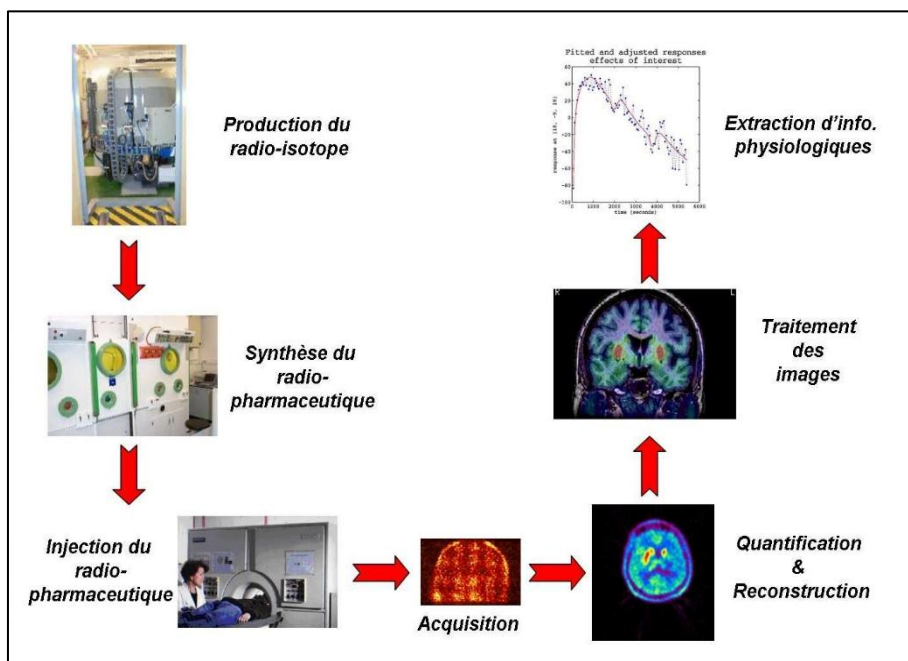


FIG. I.3 – Etapes d'un examen TEP, depuis la radiochimie jusqu'à l'analyse paramétrique.

c. Acquisition TEP

Nous allons exposer le principe sur lequel repose la TEP, sur lequel vont s'articuler des notions simples sur l'instrumentation en TEP.

c.1 Annihilation et émission de photons

Les étapes de l'acquisition sont représentées sur la (FIG I.4). Le traceur est tout d'abord principalement par collision avec des électrons, suivant donc un chemin sinueux dans la matière de l'ordre du millimètre en moyenne. Au repos, chacun d'entre eux va s'annihiler avec un électron produisant l'émission de deux photons de 511 keV émis à 180° , comme indiqué par la loi de conservation de l'énergie et du moment. C'est cette émission à 180° qui est à la base de la TEP, comme nous allons maintenant le voir.

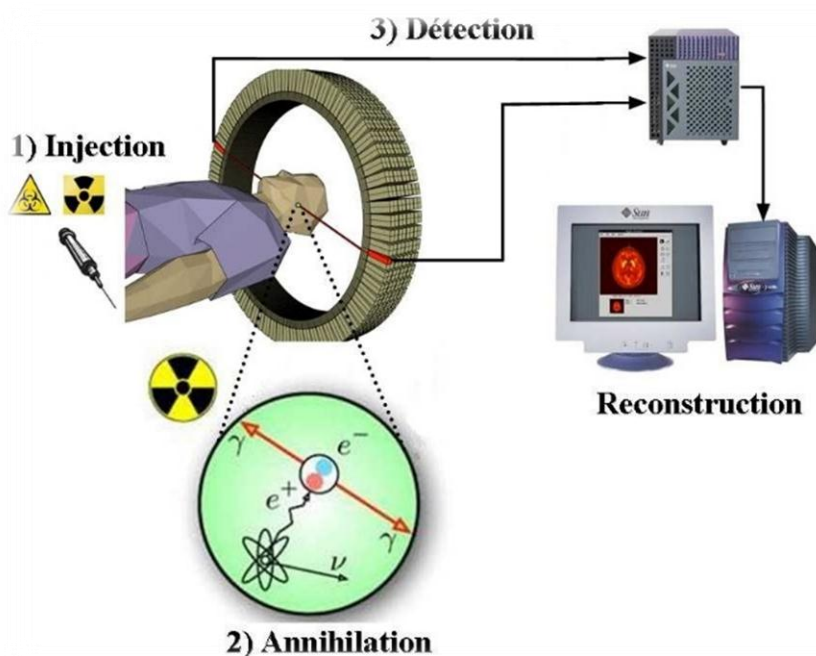


FIG. I.4 – Acquisition en TEP. Les différentes étapes sont schématisées depuis l'émission du positron jusqu'à la détection dans la couronne de détecteurs.

Ces photons émis à 180° vont atteindre, après un parcours dans la matière, la couronne de détecteurs presque simultanément. Celle-ci va permettre de localiser l'impact de ces deux photons. Leur lieu d'origine peut alors être localisé dans le tube reliant ce couple de détecteurs (appelé tube de détection), souvent assimilé à la ligne reliant leur centre qui est appelée ligne de réponse (ou LOR pour Line Of Response), la seule inconnue restant alors la position le long de cette ligne (voir FIG I.5). La mesure des temps d'arrivée des deux photons dans la couronne de détecteurs permettrait de mieux estimer cette position (principe du temps

de vol). Ceci nécessite cependant une détection avec une résolution temporelle suffisamment fine (c'est-à-dire inférieure à la nanoseconde).

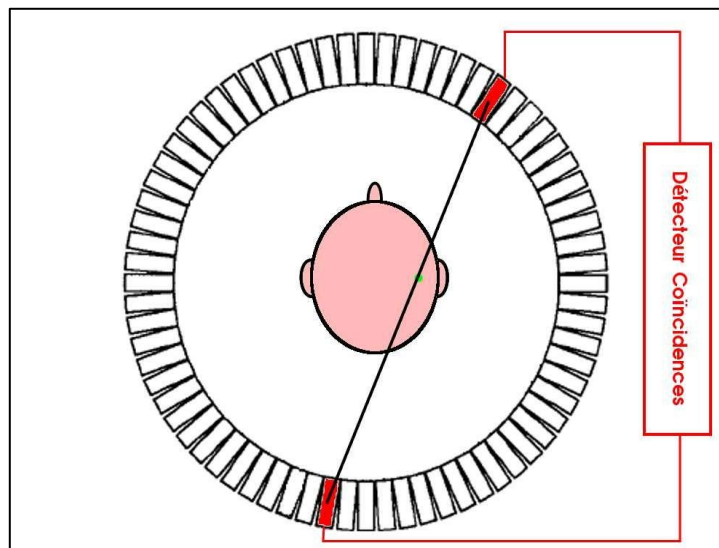


FIG. I.5 – Principe de la détection d'une coïncidence. La détection des deux photons émis depuis leur site d'annihilation (ici en vert) va définir une LOR (représentée par une ligne) sur laquelle est localisé le site d'annihilation.

En suivant le raisonnement inverse, si deux photons sont détectés pendant un intervalle de temps très court appelé fenêtre de coïncidence (typiquement de l'ordre de quelques nanosecondes, 6 ns pour le scanner haute résolution dédié cerveau que nous avons utilisé), alors on estime qu'ils proviennent de la même annihilation. Ceci s'écrit également : pour t_1 et t_2 les temps de détection dans les deux détecteurs concernés et une fenêtre de coïncidence de taille 2τ , si $|t_1 - t_2| \leq \tau$ alors on considère qu'il y a coïncidence.

La position du couple de détecteur est alors sauvegardée (voir paragraphe Paramétrisation des LOR, format événementiel et sinogrammes suivant) et on parle de coïncidence. La détection d'un photon dans la couronne est appelé détection simple, ou single. Lors d'un examen, un grand nombre de coïncidences va avoir lieu (typiquement de l'ordre de la dizaine de million), et c'est ce qui permettra de retrouver la distribution tridimensionnelle d'activité grâce à l'étape de reconstruction. Nous allons maintenant nous intéresser à la détection des photons dans la couronne de détection.

c.2 Détecteurs

La couronne placée autour du patient est constituée de détecteurs, composés de cristaux scintillateurs couplés à des photomultiplicateurs (PM). Les photons vont déposer de l'énergie

dans le scintillateur par effet Compton ou photo-électrique ce qui va engendrer l'émission de photons dans le spectre visible. Lorsque le photon de scintillation atteint le PM il va être transformé en photoélectron, celui-ci générant ensuite de multiples photoélectrons secondaires et conduisant ainsi à une amplification du signal de détection.

Le couple détecteur/PM détermine donc les performances d'un système

c.3 Para métrisation des LOR, format événementiel et sinogrammes

Après détection d'une coïncidence, la position des cristaux où ont eu lieu les deux interactions est enregistrée, ce qui équivaut à repérer la position de la LOR dans l'espace des projections. Deux modes de sauvegarde sont généralement proposés. Dans le mode événementiel (aussi appelé modéliste), les identifiants des détecteurs concernés lors des coïncidences sont sauvegardés séquentiellement dans un fichier. De plus, des étiquettes temporelles sont également insérées régulièrement, de façon à ce que chaque événement soit repéré spatialement et temporellement. L'approche par sinogramme consiste à choisir un échantillonnage spatial et temporel a priori. L'échantillonnage temporel est irrégulier pour compenser la décroissance radioactive du radioélément et éventuellement pour compenser l'inégale répartition du traceur au cours d'un examen. Pour chaque intervalle de temps sélectionné, l'espace des projections est donc décrit par une matrice 4D, appelée sinogramme. Chaque élément de cette matrice, constitué d'un sous-ensemble de projections, est appelé bin. Si une coïncidence est détectée sur une LOR, le bin correspondant dans le sinogramme est alors incrémenté.

Le modéliste a pour avantage évident de conserver l'échantillonnage spatio-temporel le plus fin possible. D'un autre côté, le sinogramme permet de limiter la taille du fichier de sauvegarde, et correspond souvent à une description plus régulière de l'espace des projections que l'ensemble des LOR décrites par le système d'acquisition, ce qui peut permettre par la suite un gain de temps dans la reconstruction. Par ailleurs, il faut noter qu'en pratique le mode liste est également ré-échantillonné après l'acquisition en sinogramme qui est alors reconstruit (la plupart des logiciels de reconstruction sont basés sur cette représentation), et qu'en général l'information temporelle n'est pas utilisée au-delà du choix de l'échantillonnage temporel de l'examen. Le mode liste peut cependant servir à rejouer des reconstructions avec un échantillonnage temporel différent.

I.4.2 La tomographie d'émission mono photonique (TEMP) ou(SPECT)

La tomographie d'émission mono photonique s'effectue grâce à un appareil appelé (gamma –camera). La TEMP peut être utilisée pour étudier le débit sanguin dans les parois musculaires du cœur mais aussi pour obtenir des images du cerveau, des reins ou du squelette en cas de tumeur.



FIG I.6 : Exemple de gamma caméra: la Siemens E-CAM Signature du CHU de Liège. Deux détecteurs qui permettent d'acquérir les données plus rapidement en effectuant seulement un demi-tour autour du patient.

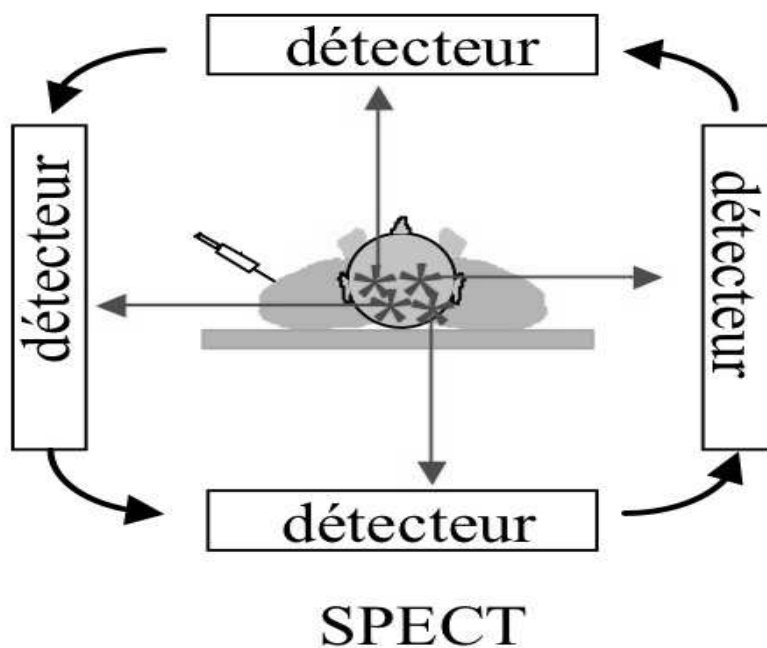


FIG I.7 : Principe de la tomographie par TEMP

La phase d'acquisition des données d'une tomographie d'émission mono photonique consiste en une série de mesures 2D de l'activité radioactive à différentes positions autour du patient pour reconstituer la répartition spatiale du traceur en 3D. Pour chacune de ces mesures 2D, la caméra vient se positionner à un angle précis autour du patient et mesure l'activité radioactive. Elle effectue un tour complet en tournant autour du patient d'un nombre de cas déterminés et en prenant une nouvelle acquisition 2D à chaque pas.

Les rayons gamma émis par le patient atteignent le détecteur du gamma caméra. Grâce au collimateur, seuls les rayons perpendiculaires au détecteur sont pris en compte. Les rayons gamma non déviés rencontrent ensuite un cristal scintillant (FIG I.7). Ce cristal a comme propriété de transformer l'énergie du rayon gamma en énergie lumineuse. Ces photons lumineux sont envoyés vers un réseau de photomultiplicateurs qui produisent une impulsion électrique dont l'intégrale est proportionnelle à l'énergie lumineuse et donc à l'énergie du rayon gamma. Les techniques informatiques actuelles permettent de récolter et de stocker toutes ces données électriques lors de la tomographie pour ensuite reconstruire une image. Chacune des mesures 2D est ce qu'on appelle une projection. L'ensemble des projections acquises pendant la rotation de la caméra est ensuite regroupé dans un sinogramme. La reconstruction tomographique 2D consiste à calculer la répartition du traceur dans une coupe à partir de ce sinogramme.

I.4.2.1 Principe de fonctionnement

Les traceurs radioactifs utilisés en TEMP sont des émetteurs de photons gamma. Leur énergie est comprise entre 80 keV pour le thallium-201 et 360 keV pour l'iode-131. Le marqueur le plus utilisé est le technétium-99m. Il émet des photons gamma d'énergie 140 keV bien adaptés à la détection par le gamma-cameras [9].

Le détecteur utilisé en TEMP est un gamma-camera composée d'une ou plusieurs têtes de détections fixées à un portique (FIG I.6). Les gamma-camera sont caractérisées par leur résolution spatiale, leur sensibilité et leur résolution en énergie. Les détecteurs plans TEMP sont composés d'un cristal scintillant d'iodure de sodium dope au thallium d'environ 1 cm d'épaisseur. La dimension de ce cristal détermine la taille du champ de vue de la camera, généralement 60×40 cm. Des tubes photomultiplicateurs sont disposés derrière le cristal.

Comme pour la TEP, la détection par scintillation se fait en deux étapes. Tout d'abord une conversion des photons gamma en lumière visible et suivie par une conversion de la lumière visible en signal électrique.

Chaque élément du détecteur reçoit des photons d'un cône étroit défini par l'ouverture du collimateur. L'angle solide défini par le collimateur autour d'une direction donnée est très limité. Les collimateurs sont constitués d'un réseau de canaux d'environ 4 cm de long et de faible diamètre (1 à 2 mm), séparés par une fine paroi de plomb. Les collimateurs peuvent être parallèles, en éventail ou coniques (FIG I.5).

Pour extraire les photons provenant d'une interaction Compton, une fenêtre d'énergie centrée sur la valeur théorique d'énergie d'émission du photon est mise en place.



FIG I.8 – TEMP caméra fixe 180 de Siemens [Siemens AG]

La TEP est la technique d'imagerie clinique in vivo utilisée chez l'homme pour obtenir la cartographie tridimensionnelle au sein des organes d'un paramètre physiologique comme le métabolisme du glucose, le débit sanguin, ou la densité de récepteurs d'un système de transmission neuronale. L'application clinique la plus importante aujourd'hui se situe en oncologie, [10]. Une nouvelle application d'imagerie in-vivo de l'expression des gènes est en train de voir le jour, [11].

La dose en TEMP est très faiblement ionisante pour le patient. Cette modalité nous permet d'avoir accès à une information fonctionnelle cruciale plus facilement qu'en TEP, mais la résolution des images n'est pas très bonne.

I.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que l'étude de deux méthodes de tomographie par émission de positons du domaine imagerie médical.

L'organisation morphologique et fonctionnelle du cerveau a été ensuite rapidement décrite, et quatre grandes modalités ont été présentées. Les applications de la TEP et TEMP ont donc pu être exposés : reconstruction de la projection pour trouver l'image, pouvant apporter via l'analyse compartimentage de nombreuses informations physio- logiques grâce à une grande variété de radio traceur.

Cependant, elle est sujette à une faible résolution et un niveau de bruit élevé empêchant une analyse compartimentage non-biaisée et une analyse paramétrique robuste. Jusqu'à présent, les analyses compartimentages sont donc effectuées avec un échantillonnage grossier sur des régions d'intérêt définies a priori sur des images anatomiques (IRM pour le cerveau) recalées sur le TEP ou le TEMP.

Depuis l'émission du positron jusqu'à la détection et la sauvegarde des coïncidences, de nombreux phénomènes vont venir s'ajouter au modèle physique simple que nous venons de décrire et sur lequel repose la TEP. La capacité de cette modalité fonctionnelle à délivrer une mesure quantitative va alors dépendre de la capacité à tenir compte de ces limites durant la reconstruction. Nous nous attacherons ici à décrire ces phénomènes, et nous verrons dans le chapitre III dans un cas pratique un exemple de solutions.

Enfin nous avons vu que les méthodes itératives et analytique de reconstruction tomographique, Dans le chapitre suivant, nous parlerons donc des techniques de reconstruction, qui permettent d'estimer les paramètres d'intérêt à partir des données acquises.

Chapitre 11

Principes de base de la reconstruction

Tomographique

II.1 Introduction

La reconstruction tomographique est considérée comme un problème inverse dont la résolution exacte et directe est délicate. Les données initiales de ce problème inverse sont les projections de l'objet étudié, mesurées autour de celui-ci. Le principal problème de la reconstruction tomographique à partir de projections, c'est qu'il n'existe pas de solution unique ; il existe toujours plusieurs objets qui peuvent être à l'origine d'un ensemble fini de projections. Ce problème est rendu très complexe par le déficit d'information des données. En effet, le fait que les angles soient limités, appauvrit grandement les informations disponibles sur la scène. D'autres parts, la présence du bruit, du au procédé expérimental, rend la reconstruction tomographique d'autant plus difficile à résoudre et ce bruit génère des instabilités de la solution. C'est principalement pour cette raison que l'on qualifie la tomographie de problème mal posé: les seules observations expérimentales ne suffisent pas à déterminer parfaitement tous les paramètres recherchés puisque les équations à résoudre sont inexactes du fait de la présence de.

La reconstruction tomographique est l'art de la reconstruction d'image à partir de ses projections, i.e. l'intégrale des lignes (line integrals). Du point de vue mathématique, la tomographie consiste à reconstruire une fonction $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ à partir de ses lignes d'intégrales g_L

$$g_L = \int_L f(x) d\sigma(x), L \in \ell \quad (\text{II.1})$$

Où ℓ représente l'ensemble des lignes dans \mathfrak{R}^n et σ est une mesure monodimensionnelle. L'équation II.1 est un problème linéaire inverse. (FIG II.1) illustre la projection tomographique selon un angle θ . La nature physique de l'objet f et les raies L dépend essentiellement du domaine d'application. Le problème est de déterminer la structure interne de l'objet sans le détruire.

En donnant accès à la structure et à la forme des composants, elle rend possible l'appréhension de la complexité des objets à étudier. Dans ce chapitre, nous aborderons le principe de reconstruction des objets à partir de leurs projections. Nous exposerons également la nature de leurs mesures de projections. Nous mettrons l'accent sur les grandes classes des méthodes de reconstruction à partir de données tomographiques.

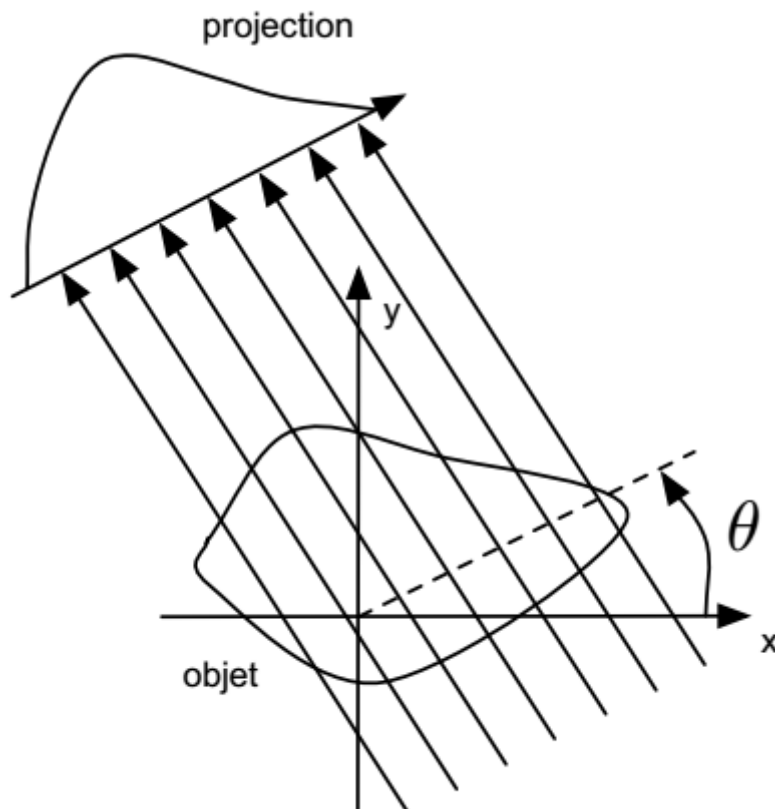


FIG. II.1 – Projection tomographique selon un angle θ .

II.2.Principes de base de la reconstruction tomographique

Un tomographe sert à mesurer de manière indirecte certaines propriétés d'un objet. Le système tomographique capte la somme des propriétés de l'objet suivant une droite. Cette mesure est faite pour un ensemble de droites de pentes et d'ordonnées à l'origine différentes. Si les droites sont correctement choisies, et en nombre suffisant, nous pouvons par une étape de reconstruction tomographique, déterminer une propriété en chaque point de l'objet. Les deux principales propriétés mesurées par les tomographes sont l'activité du rayonnement γ ou β^+ ou dans un objet (SPECT ou PET) et le coefficient d'atténuation d'un rayon X.

En Tomographie Assistée par Ordinateur 2D, l'acquisition permet d'obtenir un ensemble de projections 1D, dont nous précisons la par métrisation usuelle, Soit $f(x, y)$ la fonction à reconstruire supposée à support borné D , continue et infiniment différentiable. La projection (parallèle) d'angle θ notée $p_\theta(t)$, égale aux intégrales de la fonction f sur des droites

parallèles dont la direction commune est repérée par l'angle θ , une ligne de projection à un point t se traduit comme suit est : $x \sin(\theta) + y \cos(\theta) = t$ ce qui nous donne la formule suivante:

$$p_{\theta}(t) = \iint f(x, y) \delta(x \sin(\theta) + y \cos(\theta) - t) dx dy \tag{II.2}$$

La droite en pointillé (FIG II.2), spécifiée par θ et t , sur laquelle s'effectue l'intégration, est appelée rayon de projection. L'acquisition fournit :

$$\{ p_{\theta}(t) / \theta \in [0, \pi[\text{ et } t \in \mathbb{R} \}$$

Qui représente exactement la Transformée de Radon de l'image $f(x, y)$, avec la correspondance : $R f(t, \theta) = p_{\theta}(t)$ Où θ est le vecteur directeur du rayon de projection. Le problème de la reconstruction 2D est donc exactement équivalent à celui de l'inversion de la transformée de Radon. Toutefois, on utilise en pratique, des formules d'inversion mathématiquement équivalentes, mais plus efficaces au niveau algorithmique. (FIG II.2) schématise la projection $p(t, \theta)$, le long d'un axe u , de la fonction $f(x, y)$ suivant deux angles de vue θ de 0° à 360° l'un de l'autre.

II.2.1. Transformée de Radon

La principale opération de la tomographie est la transformée de Radon. Elle a été introduite par J. Radon en 1917 [12] dans le cadre de la reconstruction d'une image 2D à partir de ses intégrales de lignes. Les travaux de Radon sont à la base de nombreuses applications dans différents domaines. Pour avoir plus de précisions sur les fondements théoriques et connaître les nombreuses applications de la tomographie, nous pourrions nous référer aux ouvrages de F. Natterer [13], G. Herman [14] et à un ouvrage plus récent dirigé par P. Grangeat [15]. Problème de reconstruction tomographique : inverser la transformée de Radon, estimer $f(x,y)$ à partir de $p(u,\theta)$. ensemble des projections pour $\theta \in [0, \pi]$ = transformée de Radon de $f(x,y)$ (FIG II.3) représenté espace (objet, radon)

$$p(u, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dv \tag{II.3}$$



Nous définissons la transformée de Radon dans \mathbb{R}^2 intervenant en tomographie à rayons X parallèles, Tout d'abord, nous allons utiliser le système de coordonnées défini dans la (FIG II.4), Une droite \mathcal{L} dans \mathbb{R}^2 est paramétrée par (θ, t) et son équation est :

$$\mathcal{L}(\theta, t) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \langle x, \xi \rangle \geq t\} \text{ pour } \xi = (\cos\theta, \sin\theta) \tag{II. 4}$$

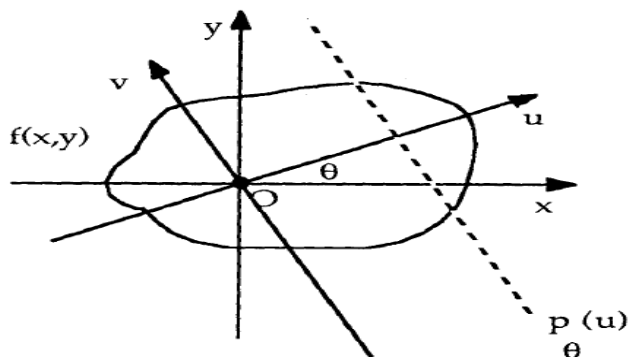


FIG. II.2 Définition d'une projection en géométrie parallèle 2D.

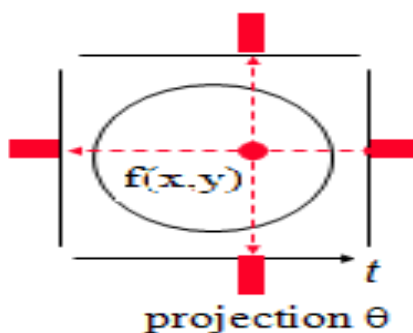


FIG.II.3. Procédé de projection

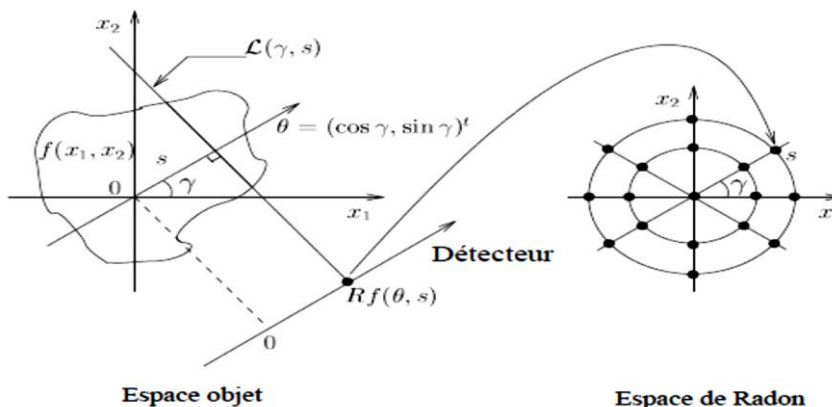


FIG.II.4. Illustration de la transformée de Radon 2D

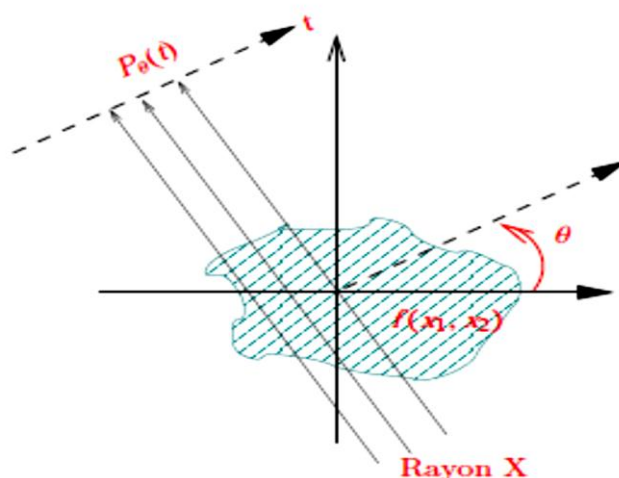


FIG.II.5. transformée de Radon dans R^2 .

Ou θ est l'angle entre le vecteur perpendiculaire de cette ligne et l'axe X, t est la distance perpendiculaire de la ligne à l'origine. De plus, en se munissant de la topologie naturelle dans l'espace des lignes, notée par $P(R^2)$, l'application $(\theta, t) \rightarrow \mathcal{L}(\theta, t)$ est régulière de $[(0, \pi) \times R \rightarrow P(R^2)]$. Ainsi, on identifie une fonction φ continue dans $P(R^2)$ et la fonction φ sur le domaine $\theta \in (0, \pi), t \in R$.

A présent, on définit la transformée de Radon R d'une fonction $f \in \mathcal{L}^1(R^2)$. Rf est l'intégrale de f sur la ligne $\mathcal{L} \in P(R^2)$, donc, elle est une fonction de ligne donnée par la formule suivante :

$$Rf : P_\theta(t) = \int_{\mathcal{L}(\theta,t)} f(x) ds \tag{II.5}$$

a. Les Transformée de Radon dans le cas particulier (2D)

Dans le cas d'un espace de dimension 2, les hyperplans sont des droites. La transformée de Radon de f est donc l'intégrale de f selon les droites

$$\mathcal{L}(\gamma, s) = \{(x_1, x_2) \in R^2, x_1 \cos \gamma + x_2 \sin \gamma = s\}$$

Voir (FIG II.3). Il y a donc correspondance entre la transformée de Radon et la transformé en rayons X pour cette dimension. Toutefois, le para métrisation est différent.

$$Rf(\theta, s) = \chi f(\theta^\perp, s\theta)$$

En dimension 2, nous faisons l'abus de notation $\theta^\perp = (-\sin \gamma, \cos \gamma)^t$

La géométrie divergente dans un espace de dimension 2 est appelée géométrie en éventail voir (FIG II.5). Cette transformée divergente correspond à la géométrie d'acquisition des scanners médicaux 2D .Dans le cas, décrit une trajectoire circulaire paramétrée par λ voir (FIG II.5).

b. Le Théorème De La Coupe Centrale

La transformée de Fourier d'une projection parallèle d'une image $f(x, y)$ prise à l'angle θ donne une tranche de transformée bidimensionnel $F(u, v)$ tendre secondaire un angle θ avec l'axe \mathbf{u} . En d'autres termes, la transformée de Fourier de $R_f(p, \theta)$ donne les valeurs de $F(u, v)$ suivant la (FIG II.6) [16].

Donc le théorème de la coupe centrale est définit par

$$F(v \cos\theta, v \sin\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_f(p, \theta) e^{-j2\pi pv} dp \tag{II.6}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} dudv \tag{II.7}$$

Avec : $u = v \cos \theta, v = v \sin \theta$

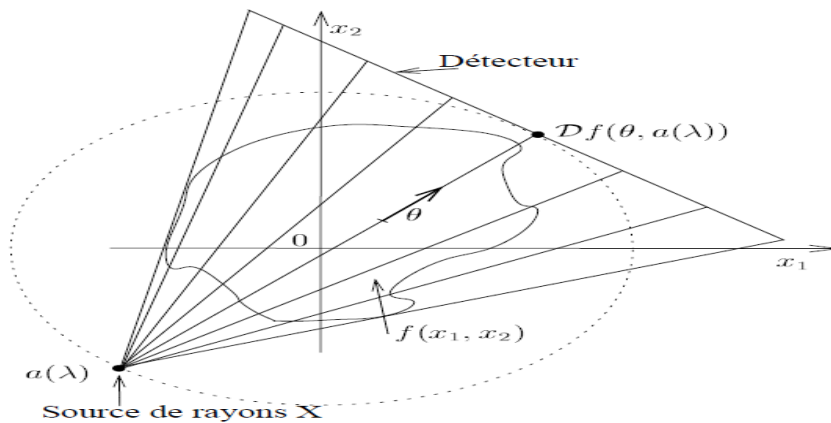


FIG.II.6. Illustration de la transformée en rayons 2D (en géométrie éventail) pour une trajectoire circulaire

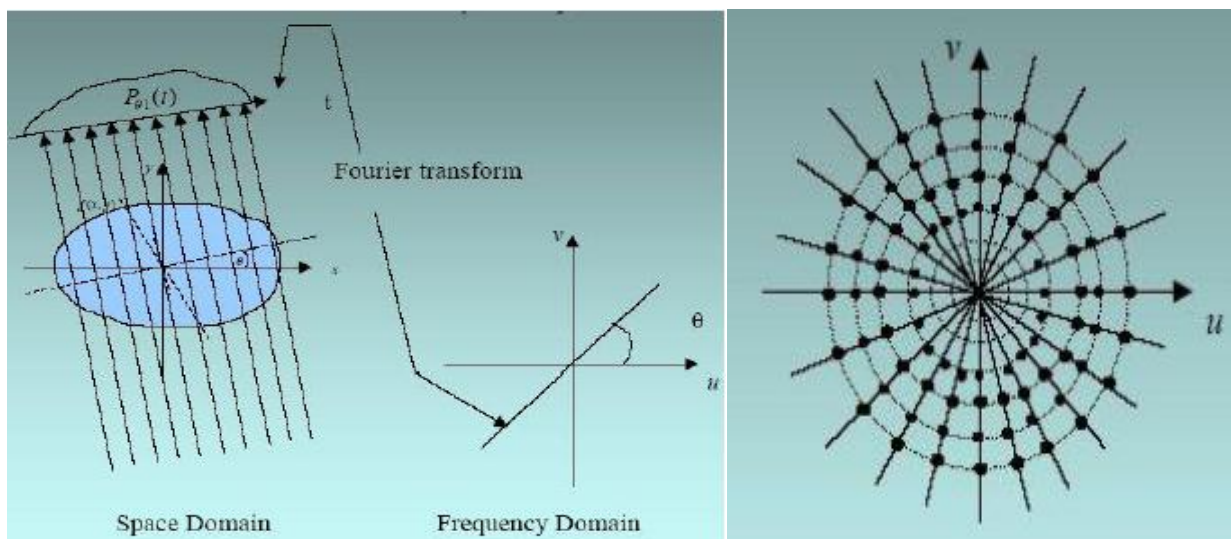


FIG.II.7. Représentation des données dans le plan de Fourier

La transformée de la fonction projetée sur l'axe de direction θ est égale à la valeur de la transformée de Fourier de la fonction bidimensionnelle initiale $F(u, v)$ le long d'un axe de pente θ comme c'est montré dans la (FIG II.7). On peut donc envisager la reconstitution du signal bidimensionnel $f(x, y)$ de la manière suivante : On mesure différentes fonctions projetées pour différentes valeurs de θ de la fonction $f(x, y)$ on en prend la transformée de Fourier. On reporte cette transformée de Fourier monodimensionnelle dans le plan des fréquences bidimensionnel $(v \cos\theta, v \sin\theta)$; on réalise par sommation de ces portions de transformées de Fourier bidimensionnelles une reconstitution estimée Ff de et par transformée de Fourier inverse on obtient la fonction cherchée $f(x, y)$. Le défaut majeur de cette technique de reconstitution est la nécessité d'utiliser à la fois des représentations en coordonnées polaires (pour estimer la transformée de Fourier bidimensionnelle à partir de celles des projections) et en coordonnées cartésiennes pour effectuer le calcul de la transformée de Fourier inverse.

c. Sinogramme

Les lignes de projections acquises peuvent être disposées les unes au-dessous des autres en fonction de l'angle ; cette représentation est un sinogramme. Un sinogramme contient toute l'information relative à une coupe, pour tous les angles de projection alors qu'une projection contient toute l'information relative à toutes les coupes mais pour une incidence angulaire donnée. Ainsi, une source de radioactivité, par exemple, va se déplacer dans cette représentation

selon une courbe sinusoidale. Un exemple de représentation sous forme de sinogramme est donné dans les FIGS (II.8 et II.9) [17].

Une fois l'acquisition effectuée de l'ensemble des projections, il s'agit maintenant d'inverser la transformée de Radon afin de remonter à l'objet qui est à l'origine du sinogramme obtenu. La méthode la plus simple pour reconstruire un objet à partir de ses projections est de projeter en sens inverse rétroprojection la valeur de chaque projection $p_{\theta}(t)$ sur le plan de reconstruction. Pour un angle donné, la valeur de $p_{\theta}(t)$ est assignée à tous les pixels qui se trouvent le long de la ligne d'intégration. On somme ensuite la totalité des contributions issues de toutes les projections. Ainsi, La superposition linéaire de toutes les rétroprojections forme l'image reconstruite. L'opération de rétroprojection peut être formalisée selon l'équation à $\hat{f}(x, y)$ constitue la fonction de distribution reconstruite après rétroprojection:

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^{\pi} p_{\theta}(t) d\theta \quad (\text{II.8})$$

Il faut cependant faire attention à ne pas confondre rétroprojection et inversion de la transformée de Radon; ce sont deux opérations bien distinctes. En effet, la rétroprojection ne

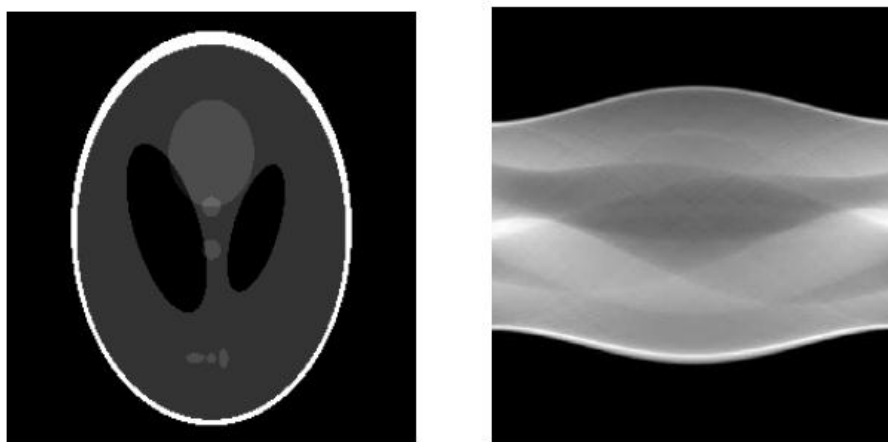


FIG II.8. Exemple de sinogramme « fantôme de Shepp-Logan »

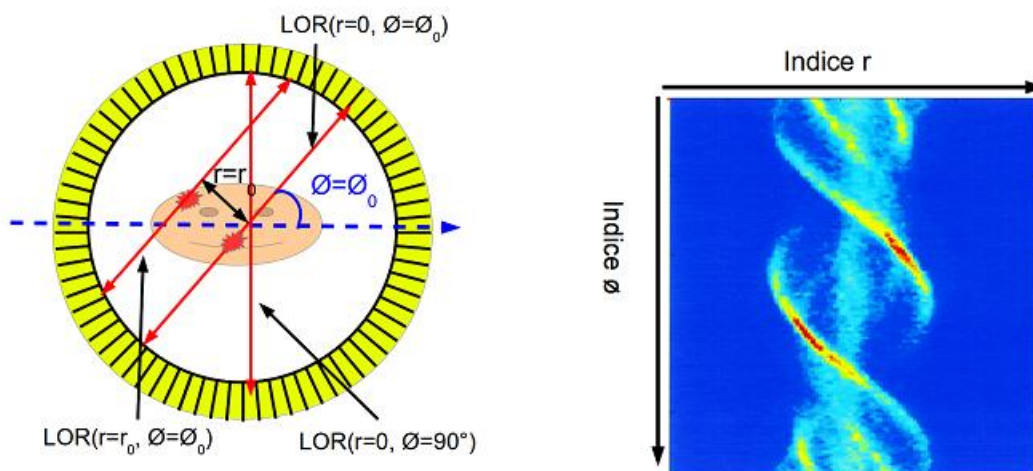


FIG.II.9 Un sinogramme contient l'ensemble des éléments de projection

Donne pas la solution exacte à l'inversion de la transformée de Radon mais elle en est une alternative plus simple à mettre en œuvre. L'image obtenue après rétroprojection n'est pas exactement l'image recherchée puisque elle s'accompagne d'un flou alors que l'inversion de la transformée de Radon mènerait à une image exacte. Toutefois, pour pouvoir calculer l'inverse de la transformée de Radon, les projections devraient être connues continûment sur l'intervalle $[0, \pi]$. Or, dans la réalité expérimentale, les systèmes d'acquisition permettent d'obtenir des projections seulement pour un nombre fini d'angles. De plus, les détecteurs sont en nombre limité et de dimension finie, ce qui entraîne un échantillonnage des projections dont on ne connaît, par conséquent, que des valeurs discrètes.

II.2.2 Les Bruits en Tomographie

Problème de la reconstruction tomographique est inverser la transformée de radon soit estimer $g(x,y)$ à partir des $P_\theta(t)$, pas de solution du fait du bruit entachant les données voir (FIG II.3).

- Non unicité de la solution du fait du manque de données (nombre fini de projections).
- Instabilité de la solution : petit écart sur les données est grand écart sur la solution.

En concaténant l'ensemble des données (toutes les projections) dans un vecteur \mathbf{d} et en notant A l'opérateur de passage de la scène aux données, nous pouvons modéliser le problème par :

$$d = A_{t,\theta}(S) + b \tag{II.9}$$

Où b , communément appelée « **bruit** », représente tous les facteurs que l'on ne maîtrise pas : les erreurs de mesures, les incertitudes du modèle et éventuellement les erreurs de discrétisation.

a. Rapport signal à bruit SNR

Le rapport signal à bruit (SNR, pour Signal to Noise Ratio) est souvent utilisé comme un paramètre quantitatif de bruit dans les applications de traitement de signaux et d'images. Soit une image f de taille $M \times N$ dégradée par un bruit :

$$\tilde{f}_{m,n} = f_{m,n} + n_{m,n} \quad \forall m \in \{1, \dots, M\}, \forall n \in \{1, \dots, N\}.$$

Le SNR est défini par la fonction log du rapport de la variance de l'image à la variance du bruit :

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma^2(f)}{\sigma^2(n)} \quad (\text{II.10})$$

Où $\sigma^2(f)$ est la variance de l'image empirique :

$$\sigma^2(f) = \frac{1}{MN} \sum_{m,n} (f_{m,n} - \mu)^2 \quad (\text{II.11})$$

Et $\mu = \frac{1}{MN} \sum_{m,n} f_{m,n}$ est la moyenne de l'image. La variance du bruit $\sigma^2(n)$ peut être donnée par une estimation empirique ou être donnée formellement quand le modèle de bruit est connu.

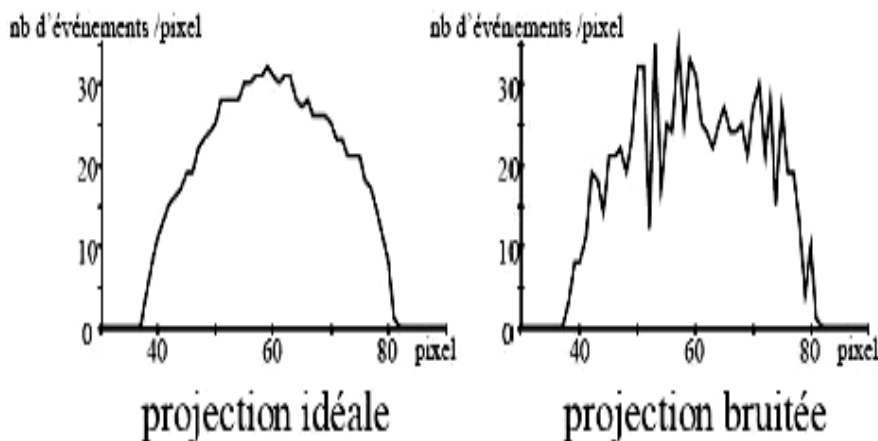


Fig.II.10. Problème de la reconstruction tomographique « bruit »

II.2.3 Principe de la Reconstruction des Objets à Partir de Leurs Projections

La reconstruction tomographique est un problème inverse puisqu'il s'agit d'estimer la distribution 3D d'une grandeur physique à partir de ses projections 2D mesurées autour de l'objet. Ces projections correspondent à des mesures intégrales de la grandeur physique d'intérêt, effectuées sous différentes incidences angulaires. Elle permet initialement de reconstruire et de visualiser des images en coupes transversales de l'objet étudié, par exemple dans un espace à deux dimensions à partir des projections vues sous des angles différents. C'est ce qui se passe dans un cas plus simple lorsqu'on fait de la triangulation comme c'est illustré dans la (FIG II.10) : supposons que l'objet soit composé de deux points P1 et P2 de coordonnées (x_1, y_1) , et (x_2, y_2) dans un plan xOy . On mesure les projections de ces deux points sur trois plans. Si on trace les droites passant par ces projections et perpendiculaires au plan de projection, trois de ces droites se coupent en chacun des deux points P1 et P2. Il n'y a pas d'autres points par lesquels passent trois droites. Le principe de reconstruction en tomographie n'est pas exactement celui-là, mais les idées sont assez semblables.

Autrement dit des images bidimensionnelles, puis les coupes reconstruites peuvent être ensuite superposées les unes aux autres pour former une image tridimensionnelle. Après cela, il devient possible par divers traitements informatiques de visualiser l'objet directement en 3D, ou de visualiser des sections de l'objet d'orientation quelconque. Donc : La projection d'un objet est la transformée de Radon et la reconstruction d'un objet comme une image est l'inversion de cette transformée.

II.2.4 Inversion De La Transformée De Radon

Les développements du théorème de la coupe centrale sont à la base de l'inversion de la transformée de Radon, et d'un algorithme rapide qui n'utilise pas l'interpolation fréquentielle. On peut obtenir la formule suivante, basée sur l'utilisation de l'opérateur de rétroprojection $A^\#$

$$f = \frac{1}{4\pi} A^\#(\varrho * d) \quad (\text{II.12})$$

Où le filtre ϱ est un filtre rampe $F\varrho(v) = |v|$. Cet algorithme est couramment rencontré sous le nom rétroprojection filtrée. La rétroprojection filtrée, comme l'indique son nom, incorpore une étape de filtrage des données et une rétroprojection dans le processus de reconstruction. L'opération de filtrage se réalise généralement par convolution de la fonction à filtrer par le filtre lui-même.

Le produit de convolution, difficile à calculer, se transformant en simple multiplication dans

L'espace de Fourier, le filtrage est bien souvent effectué par l'intermédiaire d'une transformée de Fourier. La TF inverse d'une image nous permet, à partir de l'espace Fréquentiel, de remonter à la coupe tomographique $\hat{f}(x, y)$ comme le montre l'équation. (II.13).

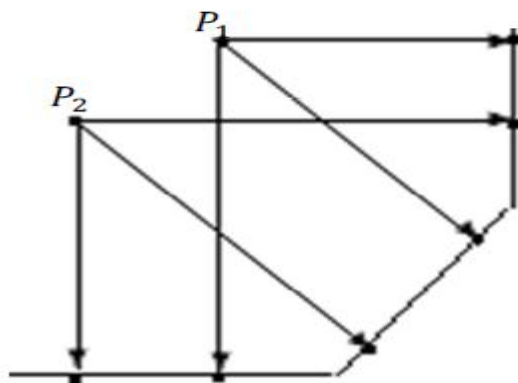


Fig. II.11 Trois projections d'un objet composé de deux points

$$\hat{f}(x, y) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} F(u_x, u_y) \cdot e^{2i\pi(xv_x + yu_y)} du_x du_y \tag{II.13}$$

D'après le théorème de la coupe centrale, on peut remplacer $F(u_x, u_y)$ par la transformée de Fourier 1D des projections, ce qui nous permet d'exprimer la fonction $\hat{f}(x, y)$ décrivant l'objet selon l'équation:

$$\hat{f}(x, y) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} Fp_{\theta}(v) \cdot e^{2i\pi(xv_x + yu_y)} du_x du_y \tag{II.14}$$

Suite au changement de variable $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ et $u = x \cdot \cos\theta + y \cdot \sin\theta$, l'équation (II.15) devient la transformée de Fourier inverse de la transformée de Fourier des projections avec un facteur multiplicatif $|v|$ supplémentaire qui correspond au filtre rampe $F\Omega(v) = |v|$. L'équation (II.13) récapitule ce changement. On obtient ainsi l'équation (1.4) qui est équivalente à l'équation (II.15) et qui formule la rétroprojection des projections filtrées. La fonction $\hat{p}_{\theta}(t)$

est la projection filtrée et correspond à la transformée de Fourier inverse de la TF de la projection $\hat{p}_\theta(t)$, multipliée par le filtre rampe.

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^\pi \hat{P}_\theta(t) d\theta \quad (\text{II.16})$$

II.3 Les méthodes de reconstruction tomographiques

En principe, on distingue deux approches différentes de reconstruction : les méthodes analytiques, qui sont basées sur une inversion analytique de la transformée de Radon, et les méthodes itératives qui commencent par une évaluation et puis essaient de reconstruire l'image itérativement, comme nous allons le voir maintenant. Dans le paragraphe suivant, nous mettrons l'accent, sur Les méthodes analytiques et les méthodes itératives qui expriment le problème sous une forme continue et discrète successivement.

II.3.1 Méthodes Analytiques

Dans ce type de méthode la projection est considérée comme étant une projection orthogonale simple, sans prendre en compte la fonction de dispersion ponctuelle du système d'imagerie. Aussi, il est possible, pour simplifier l'écriture, de considérer que l'objet 3D à reconstruire est un empilement de coupes 2D indépendantes, dont chacune se projette selon une ligne 1D pour chaque angle de projection. Autrement dit, il s'agit de reconstruire une à une chaque coupe de l'objet à partir de leur sinogramme, puis d'empiler ces coupes. Il faut remarquer que ce problème a été résolu d'un point de vue théorique bien avant l'invention de la tomographie, en 1917 par J. Radon.

a. La Rétroprojection directe(RP)

Historiquement, c'est une méthode simple pour estimer f à partir de ses projections parallèles. La fonction \hat{f} est obtenue à partir de l'ensemble des projections ($p_\theta; \theta \in [0, \pi]$) par la formule suivante :

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^\pi p(s, \theta) d\theta \quad (\text{II.17})$$

À chaque point $M(x, y)$ du plan de coupe considéré, la rétroprojection directe consiste à superposer les contributions de l'ensemble des rayons passant par le point, c'est-à-dire en intégrant $p(s, \theta)$ pour toutes les valeurs de θ .

En fait, les méthodes analytiques expriment le problème de la reconstruction dans un espace continu et leur mise en œuvre nécessite une étape de discrétisation des formules de reconstruction, l'intégrale précédente s'écrit alors :

$$\hat{f}(x, y) = \sum_{k=1}^{n_\theta} p(s, \theta_k) \Delta\theta \quad (\text{II.18})$$

Où n_θ est le nombre total de projections, θ_k est la $k^{\text{ème}}$ position angulaire et $\Delta\theta$ est le pas angulaire entre deux projections successives : $\Delta\theta = \pi/n_\theta$.

Cette méthode ne fournit malheureusement qu'une estimation grossière de la distribution f . En effet elle génère à l'extérieur de l'objet que l'on souhaite reconstruire des voxels non nuls, alors qu'ils ne contiennent aucune information en réalité. En conséquence, des artefacts, dits « artefacts en étoile » apparaissent sur l'image reconstruite (FIG II.11). Le résultat obtenu \hat{f} n'est donc pas une inversion exacte de la projection. Il nous faut utiliser une méthode qui permette l'élimination de ces artefacts : c'est la méthode de rétroprojection filtrée, qui est basée sur un calcul dans le plan de Fourier.

L'algorithme de reconstruction le plus répandu et presque le seul utilisé est la rétroprojection filtrée FBP (Filtered Back Projection) [18]. Cet algorithme est présenté ci-dessous, ainsi que les différents filtres avec lesquels il est utilisé.

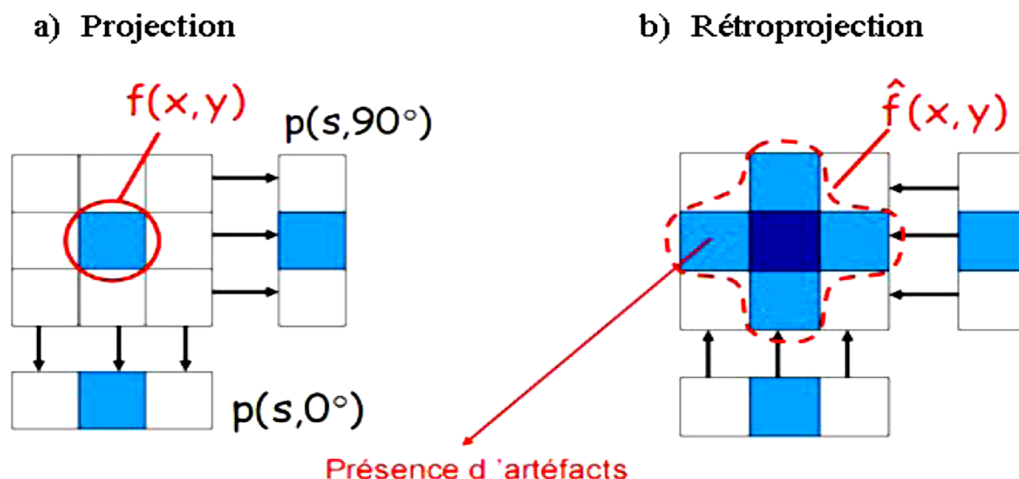


FIG.II.12: (a) Projection d'un objet simple composé d'un seul pixel non nul au centre.
(b) Rétroprojection directe génère des artefacts en étoile autour du pixel central.

b. La Rétroprojection Filtrée (RPF)

Il est important de comprendre le concept de la fréquence spatiale pour appréhender le rôle du filtrage dans la reconstruction d'image. Une fréquence spatiale dans une image correspond à une variation de l'amplitude dans n'importe quelle direction sur une distance donnée. Comme il y a de grands et petits objets, toute image inclura habituellement plusieurs fréquences. En utilisant la transformée de Fourier, une image peut être ainsi traduite dans le domaine fréquentiel. Pour éliminer l'effet de « flou » (artefacts en étoile) apparaissant dans la méthode de rétroprojection directe, un filtre spécifique peut être utilisé : c'est le principe de la rétroprojection filtrée. Cela suppose que les données sont continuées et que la valeur d'une projection est connue en chaque point (t, θ) du sinogramme. Rappelons pour mémoire que la relation entre les deux repères (x, y) et (t, r) de l'objet et de la projection respectivement, est

$$\begin{pmatrix} t \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (\text{II.19})$$

La somme des différentes projections $P_\theta(t)$ acquises lors d'un examen de tomographie, donne une estimation de $\hat{f}(x, y)$. C'est-à-dire, qu'on peut estimer la distribution f en rétro projetant p suivant chaque angle θ .

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^\pi p_\theta(t) d\theta = \int_0^\pi p_\theta(x \cos\theta + y \sin\theta) d\theta \quad (\text{II.20})$$

Cette opération de rétroprojection simple (ou épandage) reproduit bien les zones actives mais introduit aussi des valeurs d'activité non nulles (artefacts en étoile) dans des zones où aucune activité n'existe. Il est donc nécessaire d'éliminer ces artefacts en étoile. Ce que fait la rétroprojection filtrée.

Nous avons vu que la projection 1D $P_\theta(t)$ de la fonction 2D s'écrit de la façon suivante:

$$p_\theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dr = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t \cos\theta - r \sin\theta, t \sin\theta + r \cos\theta) dr \quad (\text{II.21})$$

Le calcul de la transformée de Fourier de la projection $P_\theta(t)$ donne

$$P(v, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta(t) e^{-i2\pi vt} dt \quad (\text{II.22})$$

En remplaçant par sa valeur donnée par l'équation 3.9, la relation devient :

$$P(v, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dr \right] e^{-i2\pi vt} dt \quad (\text{II.23})$$

Les formules de transformation des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires nous donnent :

$$vt = v(x \cos\theta + y \sin\theta) = x(v \cos\theta) + y(v \sin\theta) = x v_x + y v_y \quad (\text{II.24})$$

En posant $v_x = v \cos\theta$ et $v_y = v \sin\theta$. De plus, on a $dt \cdot dr = dx \cdot dy$ Finalement, nous avons :

$$P(v, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(x v_x + y v_y)} dx dy \quad (\text{II.25})$$

Cette double intégrale n'est autre que la transformée de Fourier 2D de $f(x, y)$, donc de l'image. L'équation (II.25) indique que la transformée de Fourier de la projection $P_\theta(t)$ par rapport à t est égale à la transformée de Fourier de la coupe centrale de l'image qui est perpendiculaire à la direction de projection. Cette expression est connue par le théorème de la coupe centrale:

$$P(v, \theta) = F(v_x = v \cos\theta, v_y = v \sin\theta) \quad (\text{II.26})$$

La transformée de Fourier inverse permettant d'estimer $f(x, y)$ à partir de $F(v_x, v_y)$, comme s'écrit dans l'équation (II.14). D'après le théorème de la coupe centrale, exprimé par l'équation (II.6), on peut remplacer $F(v_x, v_y)$ par la transformée de Fourier des projections $P(v, \theta)$ dans l'équation (II.14) :

$$\hat{f}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P(v, \theta) e^{i2\pi(x v_x + y v_y)} dv_x dv_y \quad (\text{II.27})$$

Avec $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ et $t = x \cos\theta + y \sin\theta$, un changement de variables, intégrant le Jacobien de la transformation ($dv_x dv_y = v dv d\theta$) simplifie l'écriture. Les bornes d'intégration pour la variable θ deviennent 0 et 2π . Du fait de la symétrie par rapport à l'origine, le point (v, θ) a la même valeur que le point $(-v, \theta + \pi)$. On peut donc, pour parcourir le plan fréquentiel, utiliser la valeur absolue de v et faire varier θ de 0 à π .

On obtient finalement l'équation suivante :

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^\pi \left[\int_{-\infty}^{+\infty} P(v, \theta) e^{i2\pi vt} dv \right] |v| d\theta \quad (\text{II.28})$$

L'intégrale interne représente la transformée de Fourier inverse de la transformée de Fourier de la projection $P_\theta(t)$ multipliée par la valeur absolue de v . Cette projection multipliée dans l'espace des fréquences est appelée une projection filtrée $\hat{P}_\theta(t)$, avec :

$$\hat{f}(x, y) = \int_0^\pi \hat{p}_\theta(t) d\theta \quad (\text{II.29})$$

Il est donc possible de reconstruire $f(x, y)$ à l'aide de la formule suivante :

$$\hat{p}_\theta(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(v, \theta) |v| e^{i2\pi vt} dv \quad (\text{II.30})$$

Il apparaît donc que la fonction f peut être obtenue de façon analytiquement exacte à partir de la transformée de Fourier des projections mesurées. L'action du filtrage dans la méthode rétroprojection filtrée peut être comprise comme suit: après filtrage par le filtre $|v|$, les projections filtrées peuvent contenir des valeurs négatives. La sommation de ces valeurs négatives et positives se compense de telle sorte que l'on obtient une image f correspondant à l'image réelle de l'objet, alors que les artefacts en étoile apparaissant par rétroprojection directe sont, en théorie, éliminés. Pour résumer, on obtient donc ici la solution mathématiquement exacte du problème de reconstruction. L'algorithme de rétroprojection filtrée apparaît alors comme la succession de 4 grandes étapes (FIG II.13). l'image obtenue n'est pas la solution mathématiquement exacte du problème d'inversion, mais seulement une approximation de la fonction f . Il est donc nécessaire de réduire le bruit ainsi amplifié et cela en utilisant des filtres Supplémentaires (lissant) qui sont présentes dans le paragraphe suivant. Le choix du filtre lissant est dicté par un compromis entre la réduction du bruit et la dégradation de la résolution spatiale qui en résulte. (FIG II.12) La permet de visualiser forme de quelques filtres fréquemment utilisés : Hann, Butterworth, Hamming, ce dernier étant le plus lissant des filtres dans la (FIG II.14).

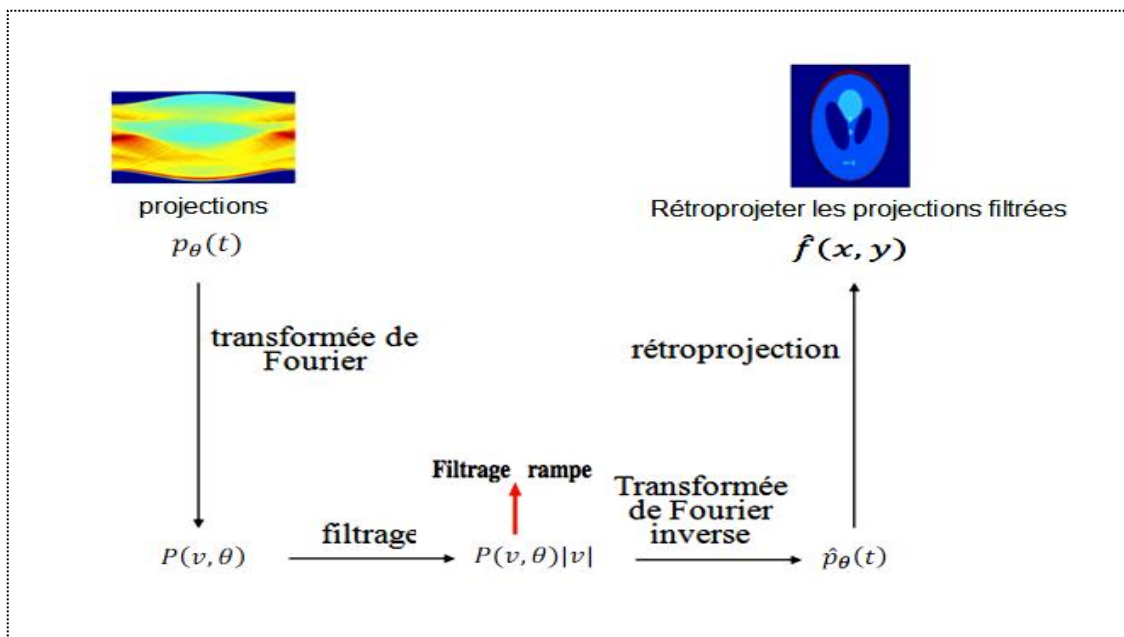


FIG.II.13 : les différentes étapes de la méthode rétroprojection plus détaillé.

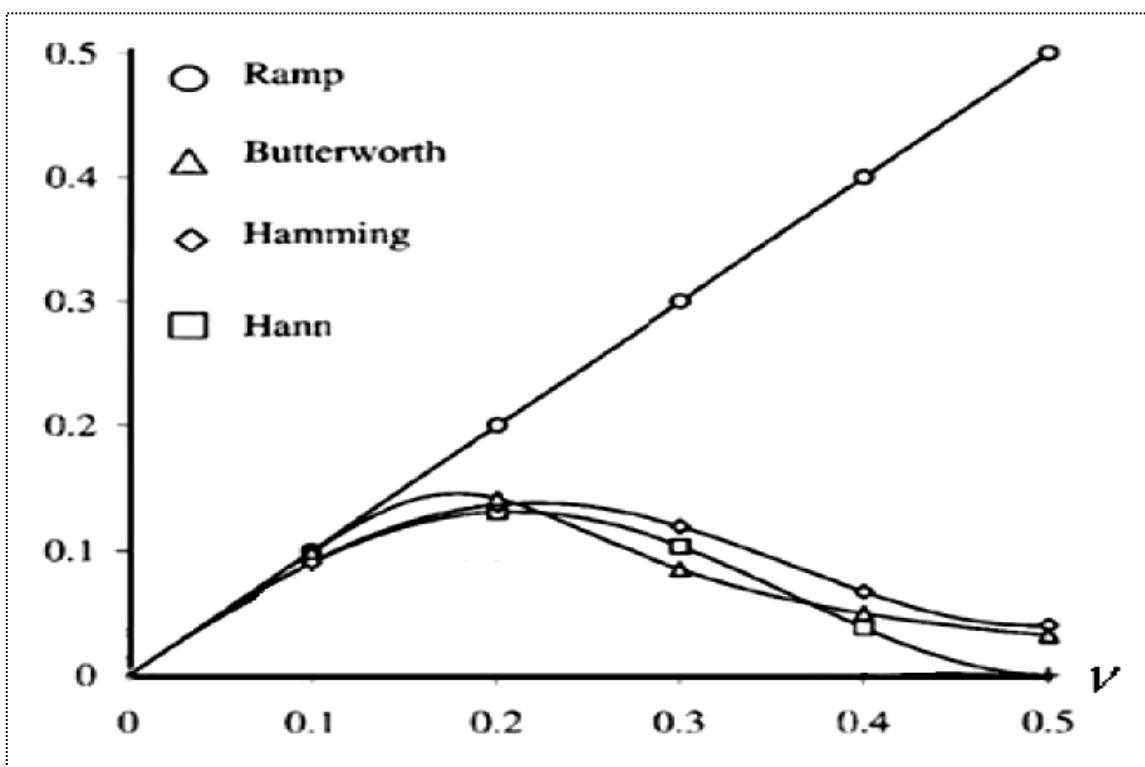


FIG.II.14 : les Filtres de rétroprojection.

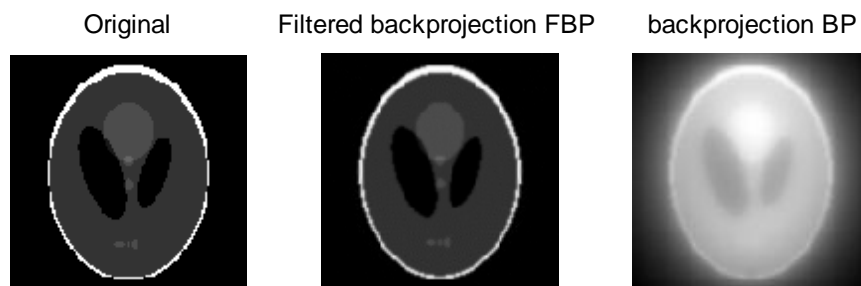


FIG II.15 Exemples de simulation par MATLAB.

II.3.2 Méthodes Algébriques

Dans cette partie, nous présentons le principe des méthodes algébriques. La reconstruction tomographique algébrique consiste donc à retrouver les valeurs de chacun de ces pixels, à partir des projections, comme précédemment. Les projections sont également discrétisées en M éléments parfois nommés «dexels» (pour detector élément et en analogie avec pixel). Elles sont donc désormais représentées par des vecteurs dont chaque élément possède une valeur connue puisque ces éléments correspondent aux mesures obtenues expérimentalement pour chaque ligne de projection.

Le problème de la reconstruction tomographique exprimé sous sa forme algébrique peut être traduit par Equation:

$$p = A * f \quad (\text{II.31})$$

Contrairement aux méthodes analytiques, les méthodes algébriques expriment le problème de la reconstruction directement dans un espace discret. Les algorithmes obtenus sont alors considérés comme de « bonnes approximations » des formules continues. On définit un vecteur p des projections $\{p_j ; 1 \leq j \leq n\}$ où n est égal au nombre total de rayons de projection pour tous les angles de vue. On définit un vecteur f de la grandeur locale à reconstruire $\{f_i ; 1 \leq i \leq m\}$ où m est le nombre de voxels à reconstruire. On pose alors :

$$P_j = \sum_{i=1}^m A_{ji} f_i \quad (\text{II.32})$$

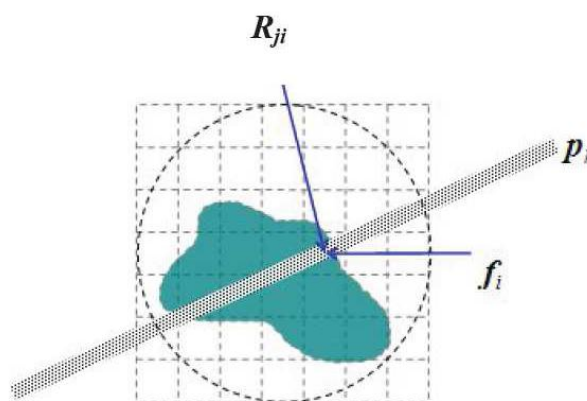


FIG II.16 Géométrie du problème de reconstruction pour les méthodes itératives. Le coefficient R_{ji} modélise le recouvrement du pixel i et du rayon j

La matrice des coefficients A est appelée matrice de projection. Le coefficient A_{ji} caractérise la contribution du voxel i au rayon de projection j la (FIG II.16) représente la géométrie du problème de reconstruction pour les méthodes itératives. Il exprime la probabilité qu'un événement du pixel i soit détecté dans la projection j . Cette formulation mathématique permet d'exprimer le problème comme la résolution d'un système linéaire classique. A priori, l'inversion directe de la matrice permettrait de résoudre le problème de reconstruction une fois pour toutes, pour une géométrie d'acquisition donnée. Cependant ceci n'est pas réalisable en pratique, en raison de la taille de la matrice à inverser. En réalité, il faut toutefois noter que les éléments de matrice sont en grande partie nuls, puisque seul un nombre restreint de pixels contribue à une projection donnée. Notons enfin que, les données expérimentales étant inévitablement bruitées, ce système d'équations peut être inconsistant, c'est-à-dire qu'il n'admet pas en général une solution unique. Pour toutes ces raisons, l'inversion de cette matrice n'est pas effectuée de manière directe, mais par itérations successives. Le principe général consiste à partir d'une estimation initiale de f , que nous noterons $f^{(0)}$, et à corriger pas à pas cette estimation. Pour obtenir la distribution $f^{(k+1)}$ à l'ordre $k+1$ des itérations, on modifie $f^{(k)}$ par des facteurs de correction déterminés en comparant les projections calculées $p^{(k)}$ et les projections réelles [19].

Nous distinguerons les algorithmes suivants : les méthodes itératives classiques (Algebraic Reconstruction Technique (ART), Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT), Simultaneous Algebraic Reconstruction Techniques (SART)), et les méthodes itératives statistiques (Expectation Maximization (MLEM), Algorithme du Gradient Conjugué(GC)). Le schéma général des méthodes itératives, est illustré dans la (FIG II.17).

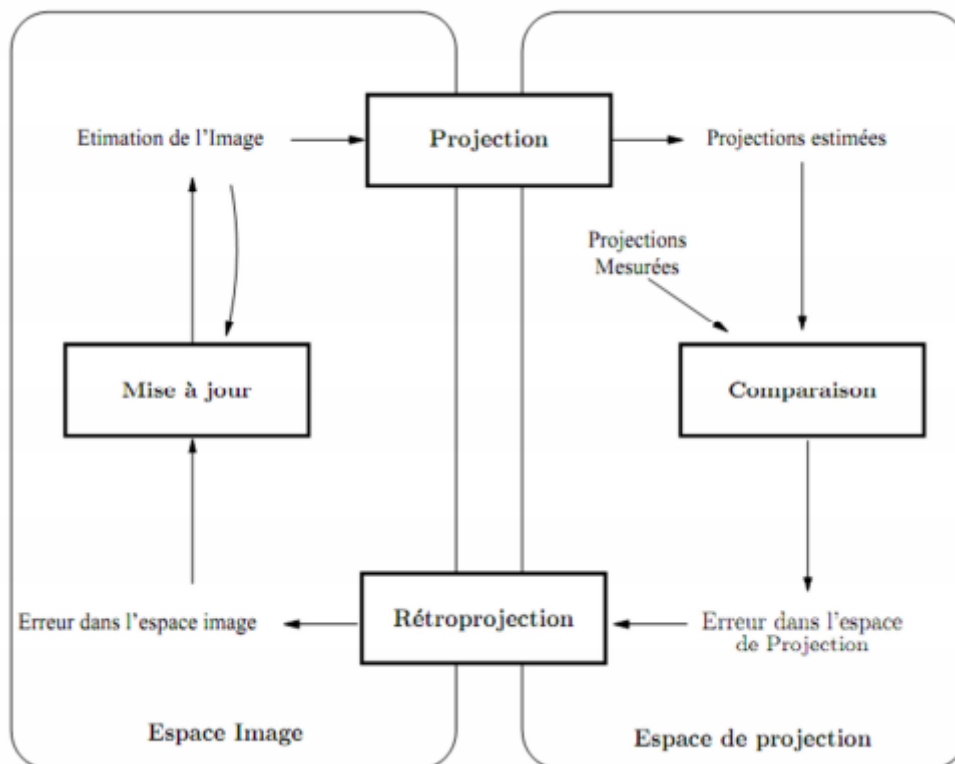


FIG.II.17 Schéma général des algorithmes itératives

a. La méthode ART (Algebraic Reconstruction Technique)

La méthode ART est une méthode itérative de résolution de systèmes Linéaires introduite en 1970 [20]. Elle a été utilisée dans la première fois en imagerie médicale par Hounsfield[3] en 1973 pour effectuer les reconstructions d’images sur le premier tomodynamomètre (TDM, nommé vulgairement scanner) de l’histoire. La résolution s’effectue en projetant l’objet f^k (objet reconstruit à l’itération de rang k) sur le sous-espace $[[A]_i; f = p_i]$, de partir d’un volume initial f^0 , généralement nul. L’algorithme ART peut se traduire par l’expression suivante :

$$f^{k+1} = f^k + \lambda^k [A]_i^T \left[\frac{(p_i - [A]_i f^k)}{\|[A]_i\|^2} \right] \tag{II.33}$$

p_j : La projection expérimentale, mesurée à s et θ fixés. Le paramètre $\lambda^k \in] 0,2]$ contrôle la vitesse de convergence. Son rôle est de régulariser la méthode de reconstruction et de diminuer

le bruit. L'algorithme s'applique ligne par ligne ou en traitant chaque acquisition successivement. L'ordre dans lequel on prend ces acquisitions s'avère en fait très important pour La vitesse de convergence de la méthode.

b. La méthode SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique)

La méthode SIRT consiste à corriger un pixel en utilisant toutes les équations c'est-à-dire toutes les raies de projection sur toutes les incidences angulaires – lors d'une seule et même itération. Elle corrige donc simultanément un pixel à partir de tous les rayons qui le traversent. Ainsi, la méthode SIRT ne réalise qu'une seule mise à jour par pixel et par itération alors que les méthodes ART effectuent autant de mises à jour par pixel et par itération qu'il y a de raies de projection au total. Son expression, en version additive est donnée par l'équation ci-dessous :

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} + \lambda_k \frac{\sum_k (P_k - P_k^{(n)}) \times A_{ik}}{\sum_k \sum_i A_{ik}^2} \quad (\text{II.34})$$

Les méthodes de type SIRT consistent à corriger simultanément un pixel i en utilisant les rayons p_j qui le traversent, comme l'illustre la (FIG II.18). Ce type de méthode est surtout employé pour la reconstruction à partir de données bruitées. Dans ce cas, ces méthodes sont plus consistantes que les méthodes ART. Cependant expérimentalement, ces méthodes convergent moins vite vers une solution que les méthodes ART. Une itération de SIRT correspond environ à n_θ itérations d'ART (n_θ étant le nombre de projections).

c. La méthode SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Techniques)

La méthode *SART* dérive également des méthodes par bloc. Elle conjugue les avantages des techniques SIRT et ART .cette technique d'abord introduite par Andersen permet d'obtenir une reconstruction numériquement de bonne qualité dès les premières itérations. Un bloc contient cette fois ci l'ensemble des équations correspondant à une projection c'est-à-dire l'ensemble des rayons de projection pour une position donnée du système tomographique. La formule d'itération s'écrit alors par l'équation:

$$f^{k+1} = f^k + \lambda^k \frac{A_{ik}(p_{ik} - A_{ik}f^k)}{\|A_{ik}A_{ik}^T\|} \quad (\text{II.35})$$

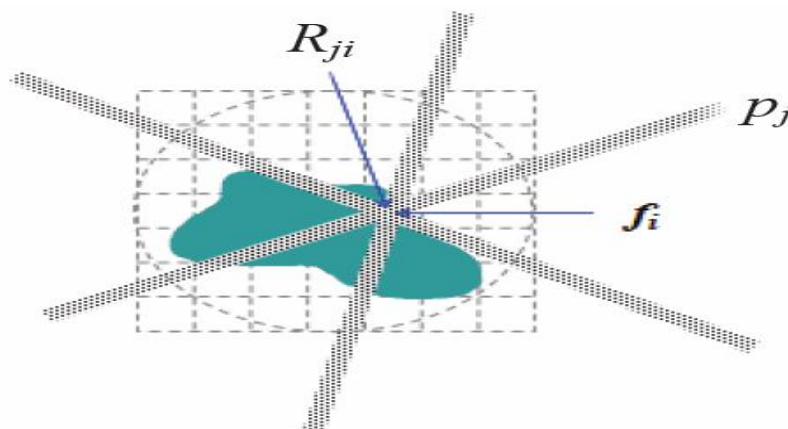


FIG II.18 Principe de la méthode SIRT

II.4 Conclusion

Nous avons dédié ce deuxième chapitre à la tomographie que nous avons présentée sous tous ses aspects. Nous avons, dans un premier temps, consacré toute une partie à définir ce qu'est la tomographie, quel en est le principe mathématique de base ainsi qu'à la description détaillée des deux grandes classes de méthodes de reconstruction à partir de données tomographiques : les méthodes analytiques et les méthodes itératives. Les algorithmes classiques nécessitent la connaissance « complète » pour 360° des projections de f et produisent des résultats médiocres si l'information des données est limitée. Nous avons vu que la tomographie trouvait son utilité dans de très nombreux et très variés domaines d'application allant de l'astronomie à la géologie en passant par l'imagerie médicale. Dans le chapitre suivant, nous détaillerons davantage les algorithmes de reconstruction tomographie que nous avons déjà introduite. Particulièrement, les algorithmes itératifs. Nous mettrons l'accent sur une nouvelle classe les méthodes ART et SIRT.

Chapitre III

Résultats et discussions

III.1 Introduction

Les travaux de ce mémoire ont essentiellement consisté à établir une comparaison entre les différentes méthodes de reconstruction tomographique par Emission. Le but de ce Chapitre est d'illustrer et de comparer les performances des méthodes présentées dans ce manuscrit. A cet effet, nous traitons plusieurs jeux de données synthétiques par différentes classes de méthodes. Dans plusieurs sections de ce Chapitre, nous commencerons par traiter le phantom « Shepp-Logan » lorsqu'il permet une meilleure illustration des méthodes. Avant de procéder à ces simulations, nous définissons les jeux de données sur lesquels nous évaluons l'ensemble des méthodes. Puis, nous formalisons les critères de qualité des reconstructions.

III.2 Résultats et discussions

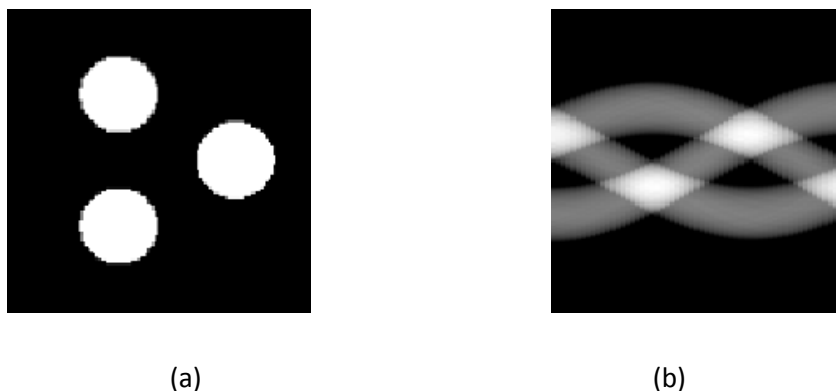
III.2.1 Nature des Données

Dans nos simulations, nous avons utilisé des images synthétiques en niveaux de gris. Le premier phantom et le plus utilisé dans nos simulations, est celui de « Shepp-Logan » qui représente une image cerveau humain. Cette image est utilisée pour tester les performances des algorithmes de reconstruction. La (FIGIII.1).a illustre le premier phantom que nous avons utilisé. La (FIGIII.2) illustre le sinogramme de « Shepp-Logan ». Du moment que nous ne disposons pas du matériel d'acquisition, nous avons considéré dans notre étude de simulation des méthodes de reconstruction tomographiques, que le sinogramme de la (FIGIII.1(b)) représente les projections mesurées. Pour obtenir les projections calculées, nous avons utilisé la fonction « Radon » en Matlab.



FIGIII.1 (a) Le phantom « Shepp-Logan » de taille (128x128) (b) Sinogramme

Le deuxième phantom utilisé est obtenu tout simplement en appliquant l'équation du cercle comme c'est illustré dans la (FIGIII.2(a)). Le sinogramme de ce phantom est représenté sur la (FIGIII.2(a)).



FIGIII.2.a. Deuxième phantom (128x128) b. Sinogramme.

III.2.2 Qualité de Reconstruction

Une fois que l'on a les résultats, il nous reste encore à estimer la validité, ou la qualité extrinsèque de ces méthodes. Cette section est consacrée à la présentation de deux méthodes de validation des résultats d'un algorithme de reconstruction tomographique. Certaines méthodes permettent d'obtenir un résultat chiffré, d'autres sont basées sur une validation visuelle de la reconstruction. Étant donné la grande diversité des algorithmes de reconstruction, il est souvent difficile de les comparer quantitativement. Enfin notons bien sûr que le meilleur moyen de comparer deux techniques de reconstruction, est de faire estimer visuellement par un expert les résultats obtenus.

III.2.3 Erreur quadratique moyenne

Afin de quantifier les performances de ces différents estimateurs, nous avons employé l'erreur quadratique moyenne (MSE). Ces rapports sont définis respectivement en décibel comme suit :

$$MSE = \frac{1}{M^2} \sum (\hat{f} - f)^2 \quad (\text{III.1})$$

Où f est l'image originale, \hat{f} est l'image d'ébruitée et M la taille de l'image.

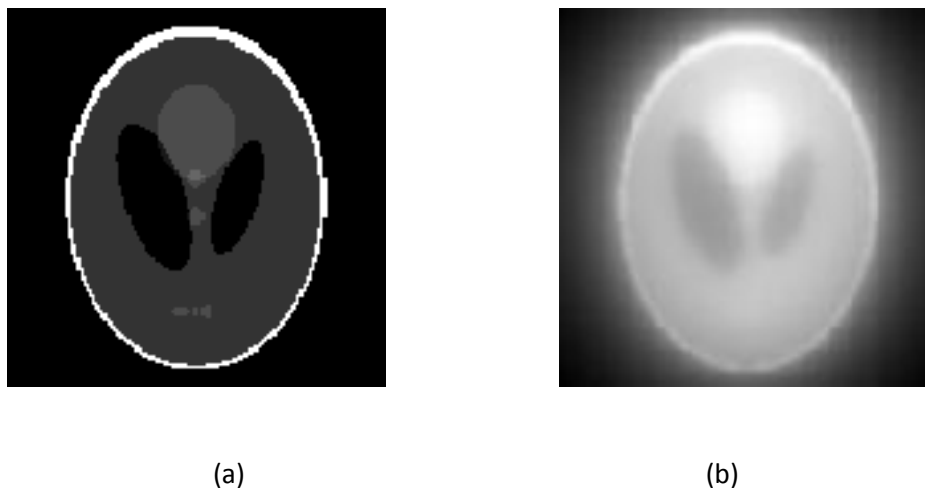
III.3 Résultats de Reconstruction

Dans cette section, nous présenterons les résultats de reconstruction des deux méthodes analytiques : Back Projection, notée BP, Filtered Back Projection, notée FBP, et deux méthodes Itératives statistiques : ART et SART. Dans FBP, nous appliquerons plusieurs fenêtres de filtrage, pour illustrer l'influence du filtre sur la reconstruction. Pour les méthodes statistiques, nous évaluerons la qualité de reconstruction en fonction du nombre d'itérations. Commençons tout d'abord par les méthodes analytiques.

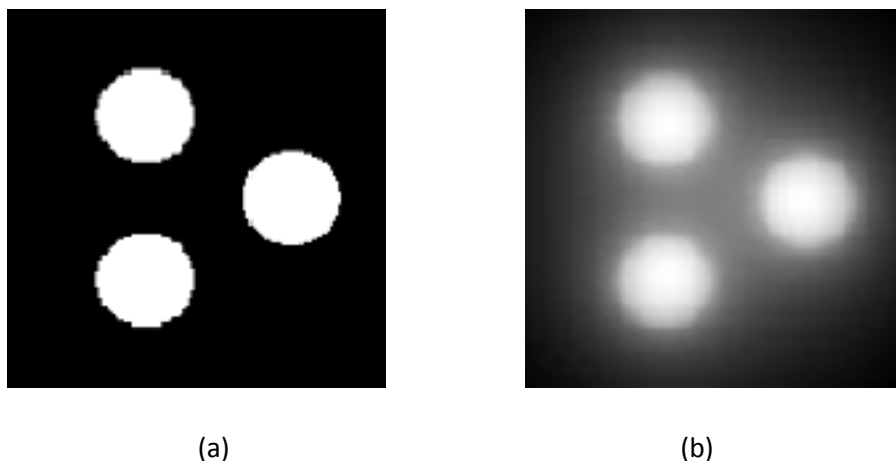
III.4 Méthodes Analytiques

III.4.1 BP (Rétroprojection)

Nous avons appliqué la Méthode BP sur le phantom Shepp-Logan et deuxième phantom, comme c'est illustré dans la (FIGIII.3 et III.4). Nous constatons, que le nombre de projections récoltées N joue un rôle crucial dans la reconstruction. Nous observons à l'œil nu l'influence que les artefacts diminuent et l'image est semblable mais souffre d'une perte de contraste. Ces artefacts en étoile déforment énormément le résultat et il n'est pas possible d'obtenir une image correcte par simple rétroprojection.



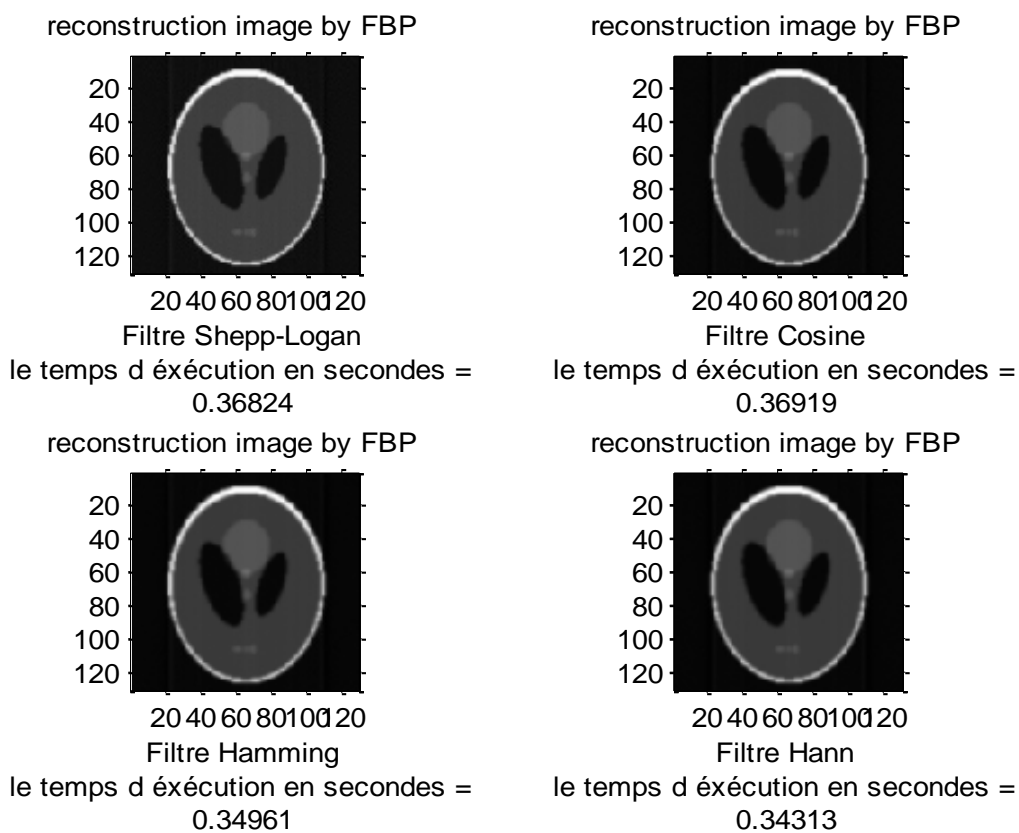
FIGIII.3. Méthode de BP sur Le phantom Shepp-Logan (a) Image originale (b) Image reconstruite



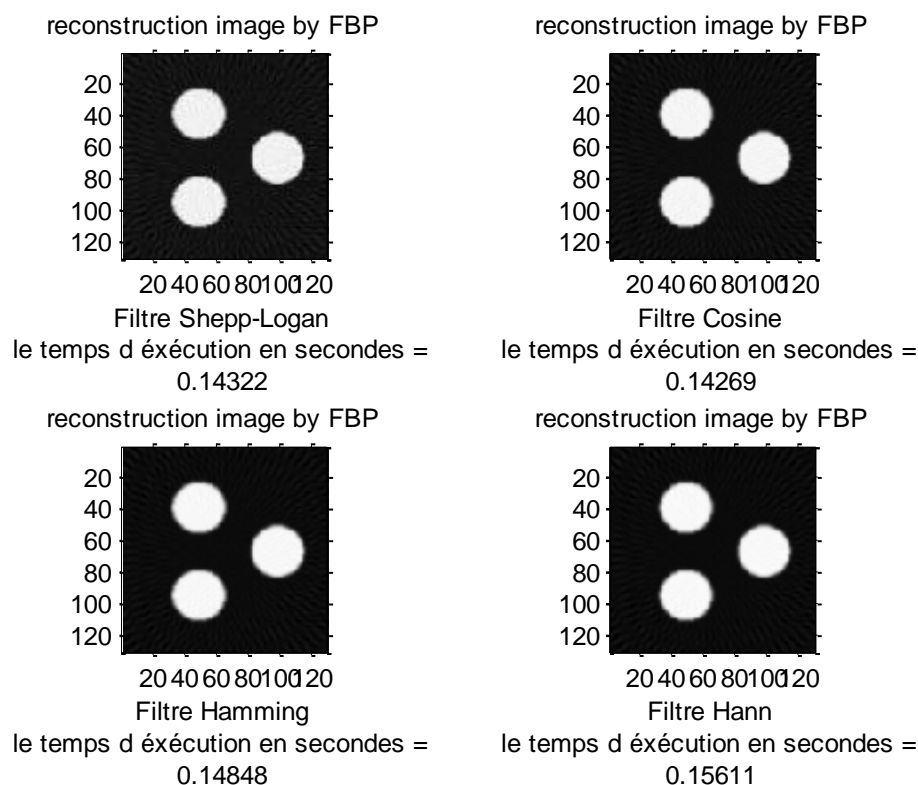
FIGIII.4. Méthode de BP sur deuxième phantom (a) Image originale (b) Image reconstruite

III.4.2 FBP (Rétroprojection Filtrée)

L’algorithme qui est actuellement utilisé dans la plupart des applications tomographiques à émission est l’algorithme de rétroprojection filtrée. Dans cette section, nous allons présenter les détails numériques ainsi que le comportement de l’algorithme avec les données simulées.



FIGIII.5 filtre pack projection 180 projections



FIGIII.6 Méthode de FBP sur deuxième phantom (a) Image originale (b) Image reconstruite

III.4.3 Influence du filtre utilisé dans la méthode FBP sur la qualité de l'image reconstruite

La rétroprojection simple n'inverse pas tout à fait la transformée de radon du fait de la présence de ces artefacts en étoile. L'application d'un filtre sur les projections avant de le rétroprojecteur permet de réduire substantiellement les artefacts en étoile. Avec un filtre adéquat, la rétroprojection filtrée permet d'inverser exactement la transformée de Radon, à condition d'avoir un nombre infini de projections]. Nous avons appliqué un filtre Cosine, un filtre Hanning et un filtre Hamming. La Figure permet de visualiser la forme du filtre Cosine. Ce filtre amplifie donc les hautes fréquences qui comportent du bruit. Il est donc rarement utilisé seul, mais toujours associé à un filtre d'apodisation (de type Hanning) qui permet de remédier à cet inconvénient et d'obtenir des résultats satisfaisants, en contrôlant l'amplification du bruit dans les images reconstruites. Un filtre Cosine peut ainsi être multiplié par une fenêtre d'anodisation, l'utilisation d'une fenêtre de lissage comme Hanning, Hamming ou Shepp-Logan supprime les plus hautes fréquences spatiales et réduit ces artefacts.

III.4.4 Comparaison entre la Méthode FBP et la Méthode BP

La méthode BP est la méthode la plus simple pour reconstituer la coupe tomographique à partir d'un ensemble de projections qui sont rétro projetées sur la portion du plan des valeurs de la projection. Cette méthode souffre toutefois d'introduire des artefacts, dit « artefacts en étoile » dans l'image reconstruite comme c'est illustré dans la figure, et déforment considérablement l'image. Ces artefacts, qui dépendent du nombre de projections, produisent un halo autour de la source et engendrent une perte du contraste de l'image. De ce fait, il n'est pas possible d'obtenir une image correcte par rétroprojection simple. Alors L'opérateur de la rétroprojection n'est pas donc l'inverse exacte de la transformée de Radon, mais il correspond à son opérateur adjoint.

La méthode FBP c'est une méthode de BP complétée par des notions de filtrage dans le domaine de Fourier, i.e. FBP basée sur un calcul dans le plan de Fourier. Cette méthode permet d'éliminer, grâce à un filtre spécifique, l'effet des artefacts et du « flou » apparaissant dans la méthode BP. La FBP s'est imposé grâce à deux avantages. Le premier est l'efficacité de l'algorithme dans l'étape de filtrage parce qu'il est implémenté en une dimension et applicable parallèlement. Le second avantage est d'éviter une interpolation dans l'espace de Fourier, la rétroprojection ne nécessite qu'une simple interpolation dans le domaine spatial.

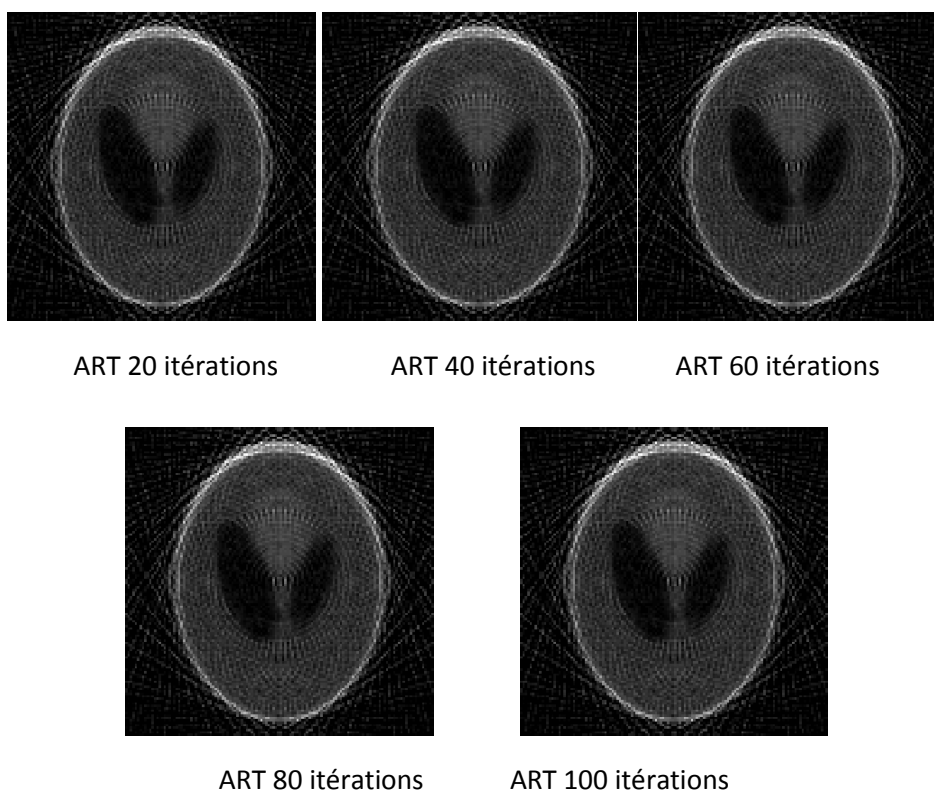
Cependant, cet algorithme connaît aussi quelques limitations. D'abord, il n'est exact qu'à la condition d'avoir un grand nombre de données et il manque d'adaptation en cas de données manquantes comme c'est illustrée dans la (FIGIII.5). D'autre part, le filtre Cosine amplifie les fréquences élevées qui correspondent principalement au bruit persistant dans les projections. Il est donc nécessaire de réduire le bruit ainsi amplifié et cela en utilisant des filtres supplémentaires.

III.5 Méthodes Itératives

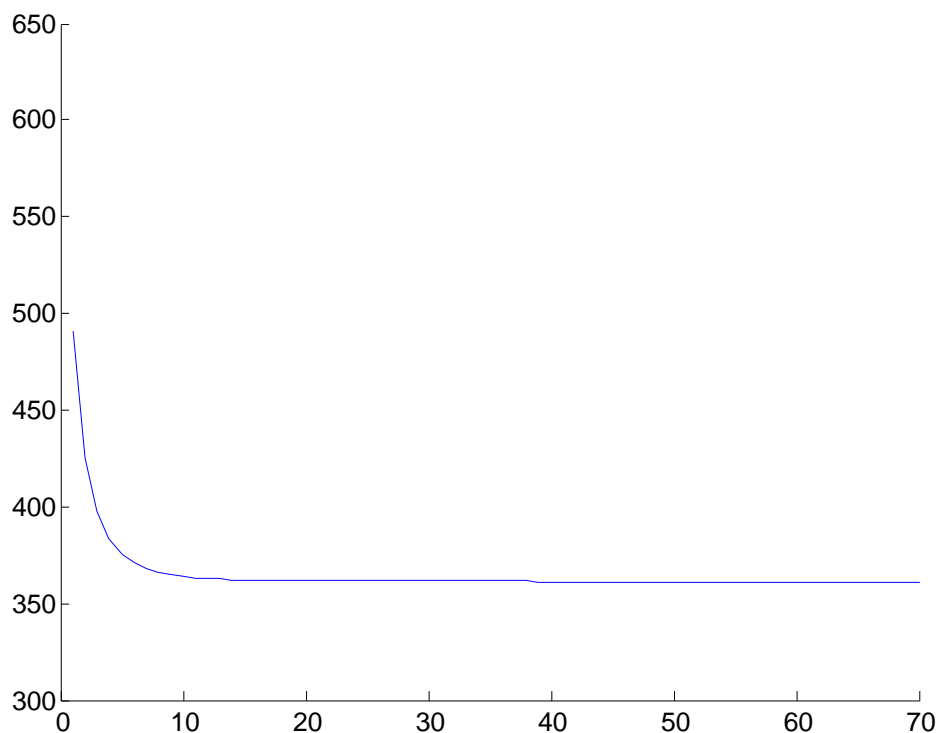
Contrairement aux méthodes analytiques, les méthodes itératives expriment le problème de la reconstruction directement dans un espace discret. De plus, l'un des avantages les plus pertinents des méthodes itératives, sont qu'elles offrent la possibilité d'intégrer la régularité a priori dans l'image reconstruite. Dans ce que suit, nous présentons, les résultats de reconstruction obtenues via deux méthodes :

III.5.1 Méthode ART

Dans la (FIGIII.7) nous illustrons les images résultantes, pour chaque nombre d'itération, pour mieux voir l'influence de ce nombre sur la qualité de l'image reconstruite. Malgré l'augmentation du nombre d'itérations, la différence entre les images résultantes n'est pas remarquable. La (FIGIII.8) représente la variation des MSE en fonction du nombre d'itérations pour l'image « Shepp-Logan ». Notons que la convergence du processus est lente. Nous pouvons facilement constater qu'au-delà de l'itération 70, la qualité de l'image reconstruite c'est nettement améliorée. Avec l'augmentation du nombre d'itérations, l'erreur relative diminue rapidement pour des nombres compris entre 1 et 10 itérations et diminue lentement au-delà de 10 itérations. La qualité de l'image reconstruite reste loin d'être satisfaisante. Quand le nombre d'itérations augmente, la valeur de l'erreur commence à décroître de façon rapide.



FIGIII.7 Images reconstruites « *Shepp-Logan* » par l'algorithme ART pour différentes valeurs d'itérations



FIGIII.8 Variation de erreur quadratique moyenne (MSE) en fonction du Nombre d'itérations par l'algorithme ART

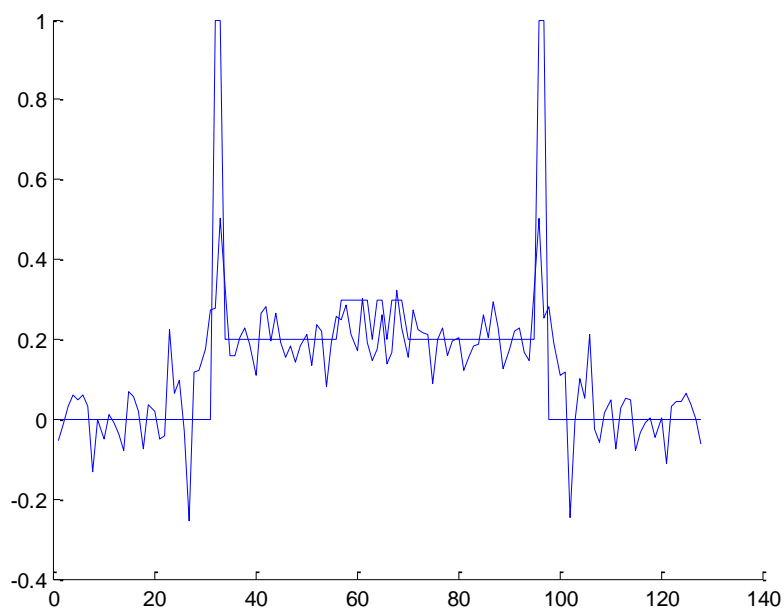
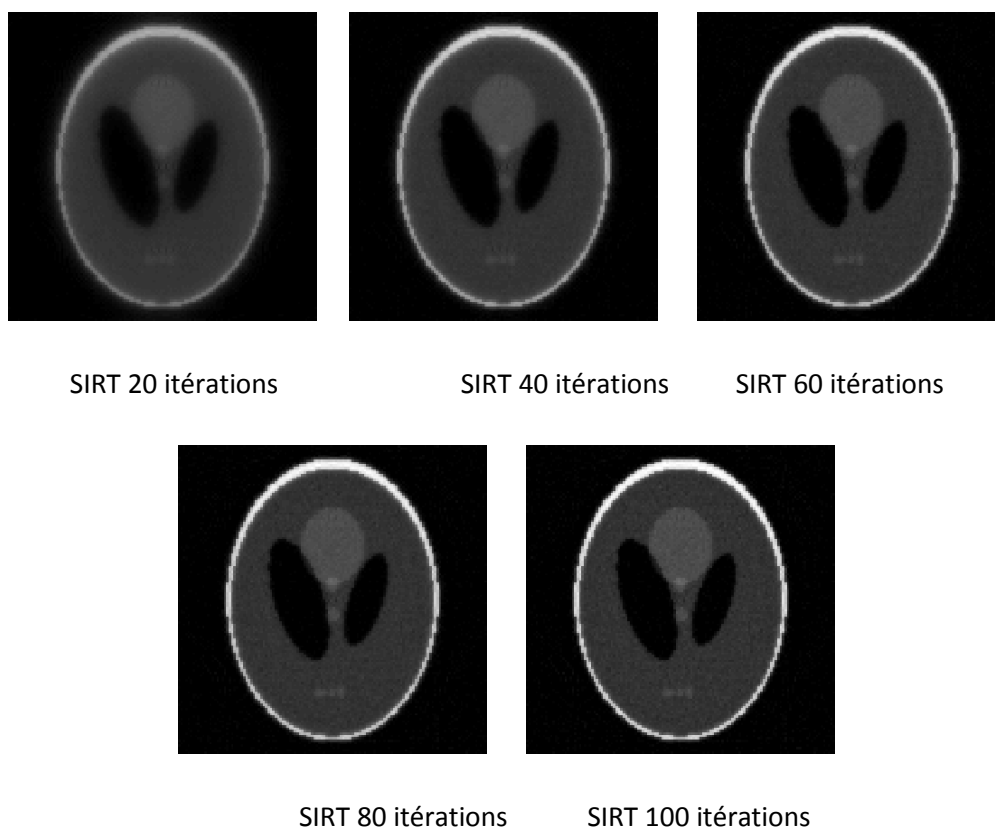


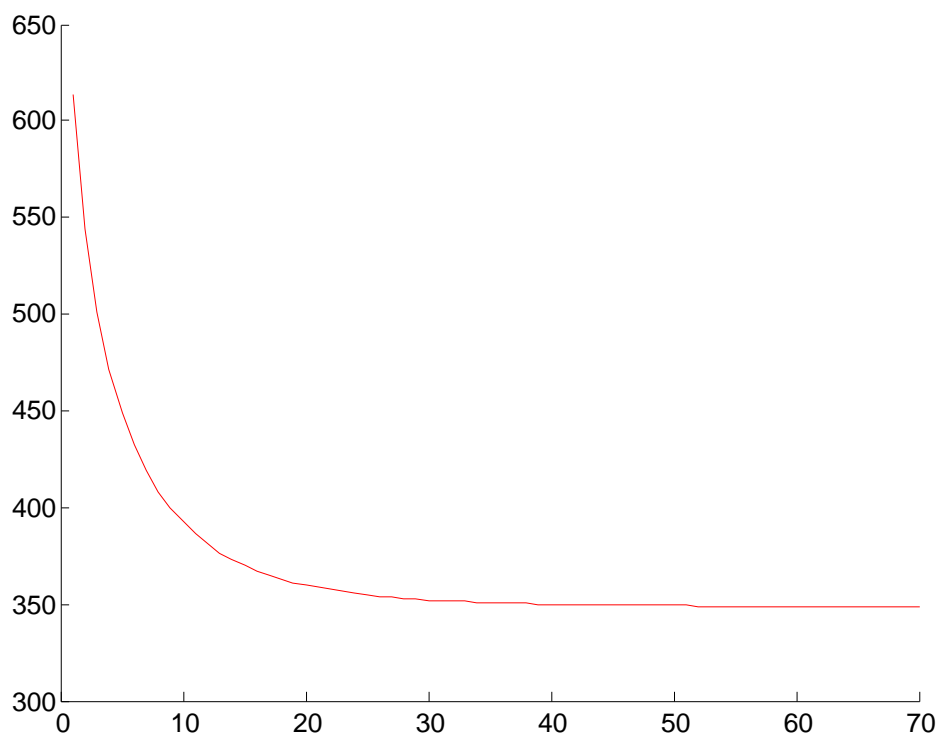
FIG III.9 comparaison entre l'image original et l'image reconstruite par l'algorithme ART à 100 itérations

III.5.2 Méthode SIRT

La (FIGIII.10) illustre les images résultantes, avec l'augmentation de nombre d'itérations. Nous pouvons facilement remarquer l'amélioration de la qualité de reconstruction avec l'augmentation du nombre d'itération. Pour mieux justifier ces remarques, nous avons calculé l'erreur relative en fonction du nombre d'itérations, pour les différents nombre d'itérations. Dans la (FIGIII.11) sont tracées les courbes de variation de cette erreur. Nous pouvons clairement constater que cette erreur diminue rapidement entre 1 et 35 itérations et lentement au-delà de 35 itérations.



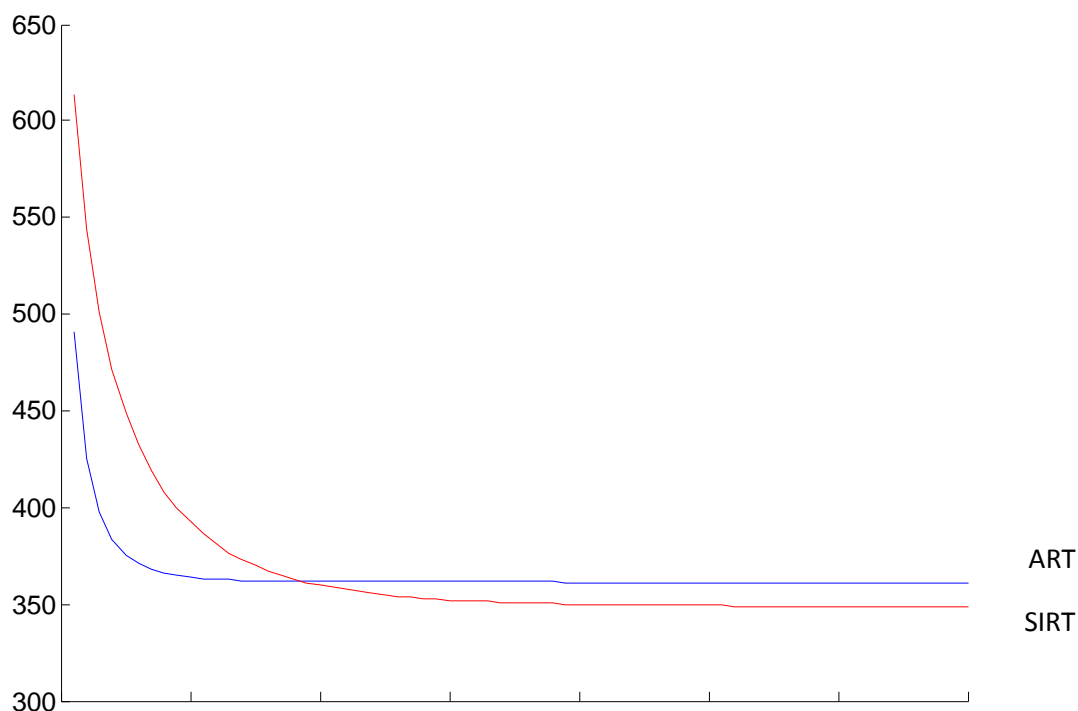
FIGIII.10 Images reconstruites « *Shepp-Logan* » par l'algorithme SIRT pour différentes valeurs d'itérations.



FIGIII.11 Variation de erreur quadratique moyenne (MSE) en fonction du Nombre d'itérations par l'algorithme SIRT

III.5.3 Comparaison entre la Méthode ART et la Méthode SIRT

Dans un souci de comparaison, nous avons calculé Erreur quadratique moyenne pour les deux méthodes ART et SIRT. Les résultats sont rapportés dans la (FIGIII.12) illustrent les résultats de MSE. Il est clair que les performances de l'algorithme de SIRT sont supérieures à celles de la méthode d'ART.



FIGIII.12 Comparaison entre les deux méthodes ART et SIRT avec une Variation de erreur quadratique moyenne (MSE) en fonction du Nombre d'itérations.

III.6 Conclusion

Dans ce Chapitre, nous avons établi une comparaison entre quatre méthodes de reconstruction tomographique 2-D : deux méthodes analytiques : la méthode de rétroprojection simple (BP) et la méthode de rétroprojection filtrée (FBP) et deux méthodes itératives : la méthode ART et la méthode SIRT. Du moment que nous ne disposons pas du matériel d'acquisition, nous avons utilisé dans notre étude de simulation des images test synthétique et une image médicale. Pour mieux apprécier les performances des méthodes de reconstruction, nous avons calculé Erreur quadratique moyenne (MSE)dans l'espace.

Les résultats obtenus ont montré que la méthode FBP a bien corrigé le problème de la méthode BP. Les meilleures reconstructions en termes d'erreurs relatives, sont celles des filtres Hamming et Hanning. Nous avons montré que la rétroprojection filtrée et l'interpolation directe dans le domaine de Fourier, permettent une reconstruction rapide et bien meilleure par rapport à la méthode BP dans le cas de données suffisantes. Elle reste cependant inférieure par rapport aux méthodes ART et SIRT. Cette dernière méthode nous a permis une amélioration considérable de

la qualité de reconstruction surtout pour un nombre important d'itérations.

Conclusion générale

En guise de conclusion générale, nous allons tenter d'établir une synthèse globale sur le travail qui a été réalisé dans ce mémoire. L'objectif principal consistait à établir, du début à la fin, une étude comparative des différentes méthodes de reconstruction tomographique, dans le double but de souligner les avantages et les inconvénients de chaque méthode et de pouvoir proposer des améliorations, notamment pour les méthodes itératives. La reconstruction tomographique est l'art de la reconstruction d'image à partir de ses projections. Nous avons présenté le principe de la reconstruction des objets à partir de leurs projections.

Nous avons ainsi discuté des différentes méthodes de résolution d'un problème tomographique en présentant quelques algorithmes typiques. Deux grandes méthodes de résolution existent : l'approche analytique et l'approche itérative, et nous avons constaté que les méthodes itératives offrent beaucoup plus de possibilités et d'avantages, notamment en termes de performance et de qualité de reconstruction, que les techniques analytiques.

Finalement nous avons exposé en détail nos résultats de simulation suivis par des interprétations et des comparaisons. Les avantages des méthodes itératives, sont appréciables dans le sens d'améliorer la convergence. Les résultats de comparaison ont montré une certaine supériorité en faveur des méthodes analytiques.

Référence

- [1] J.L. Amans et G. Ferretti, La tomographie médicale, imagerie morphologique et imagerie fonctionnelle, chapitre 1, La tomographie X médicale, pages 33–56. Traitement du Signal et de l'Image, Pierre Grangeat, Hermes science édition, Janvier 2002.
- [2] F. MEGHERBI ET R. DRAI, Approche statistique pour la Reconstruction des Images 2D dans la Tomographie à Rayons X, 5ème Symposium image, multimédia, application graphique et environnement ,IMAGE'2009, pp. 249-262, novembre 2009, Biskra, Algérie
- [3] G. N. Hounsfield, Computerized transverse transverse axial scanning (tomography).1.Description of system, The British Journal of Radiology, volume 46, pp.1016-1022
- [4] Leung AO, Paterson I, Thompson RB (2008). "Free-breathing cine MRI." Magnetic Resonance in Medicine. 60:709-717.
- [5] Larson G L, Ruth C C and Crawford C R 1998 Nutating slice CT image reconstruction. Patent Application WO 98/44847.
- [6] D. Lazaro, Validation de la plate-forme de simulation GATE en Tomographie d'Émission Monophotonique et application au développement d'un algorithme de reconstruction 3D complète, Thèse de doctorat , Université Blaise Pascal, octobre 2003.
- [7] H. Fahey Frederic, Data acquisition in PET imaging,Journal of Nuclear Medicine Technology,30(2):39–49, June 2002.
- [8] F. Peyrin, L. Garnero, I. Magnin, Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D reposant sur une propagation en ligne droite:Cas de la tomographie par rayon X, par émission et par ultrasons, Traitement du Signal, Vol 13.N° 4, pp.381- 413,1996.
- [9] NGUYEN, Thibaut, Etude comparative des performances en contraste de tomographes d'émission, Travail de fin d'études I.S.I. Gramme, 2005. SAHA, GOPAL B., Physics and radiobiology of Nuclear Medecine, Springer, third edition, 2006.
- [10] T. Elfving, "Block-iterative methods for consistent and inconsistent linear equations," *Numer Math*, vol. 35, pp. 1-12, 1980.

- [11] J. Yang, P. Karjalainen, J. Kuikka, L. Patomaki, "A Scatter Correction Based on the Deconvolution Method in SPECT," in : Yuan B, Tang X, eds. 1996 3rd International Conference on Signal Processing. Proceedings, Beijing, China, October 14-18,1996, p. 501-504. New York : IEEE Press, 1996.
- [12] J. Radon, On the determination of functions from their integrals along Certain manifolds, Ber Verh Sachs Akad Wiss ,69:262-277,1917
- [13] F. Netterer, The mathematics of computerized tomography, Wiley , 1986
- [14] Herman G, Image reconstruction from projections – The fundamentals of computerized tomography. New York: Academic Press, 1980
- [15] Grangeat, P., 1991. Mathematical methods in tomography. Berlin, Springer, Ch. vol. 1497, pp. 66–97.
- [16] Jackson, J., Meyer, C., Nishimura, D., Macovski, A., 1991. Selection of a convolution function for fourier inversion using gridding. IEEE Trans. Med. Imag. 10 (3), 473–478
- [17] Katsevich A 2002 Improved exact BP algorithm for spiral CT, submitted to Adv. Appl.Math.
- [18] Katsevich A 2002 Improved exact FBP algorithm for spiral CT, submitted to Adv. Appl.Math.
- [19] Byrne, C. L., 1996. Block-iterative methods for image reconstruction from projections. IEEE Trans.
- [20] Gordon, R., Bender, R., Herman, G. T., 1970. Algebraic reconstruction techniques (ART) for threedimensional electron microscopy and x-ray photography. J. Theor. Biol. 29 (3), 471–481. Image Process. 5 (5), 792–794.

Résumé:

Ce mémoire est constitué de deux principaux axes de recherche portant sur l'imagerie par la tomographie d'émission (TEP et TEMP). Nous avons établi une étude comparative des méthodes de reconstruction tomographiques par émission. Après avoir exposé les limitations des méthodes de reconstruction analytiques telle que la rétroprojection (BP) et la rétroprojection filtrée (FBP), nous avons mis l'accent sur les méthodes de ART et SIRT qui fait parties des méthodes itératives. Nous avons montré, grâce aux résultats de simulation, que les méthodes itératives offre une meilleure qualité de reconstruction en termes de MSE.

Mots clés : tomographie d'émission, la rétroprojection, la rétroprojection filtrée, les méthodes itératives.

Abstract

This work presents two methods of medical imaging by emission tomography reconstruction (PET and SPECT). We have established a comparative study of methods for emission tomography reconstruction. After outlining the limitations of analytical reconstruction methods such as Back-projection (BP) and filtered back projection (FBP), we focused ART and SIRT which is part of iterative methods. We have shown through simulation results, the iterative methods provide is a better quality of reconstruction in MSE.

Keywords: emission tomography reconstruction, Back-projection, filtered back projection, iterative methods.

ملخص

في هذه المذكرة تتناول نوعين رئيسيين من التصوير الاشعاعي الموجه TEP و TEMP. نحن قمنا بدراسة مقارنة بين طرفي بناء التصوير الاشعاعي المرسل. بعد تبين أوجه القصور في طرق اعادة البناء التحليلية مثل الاسقاط الخلفي (BP) و تصفية الاسقاط الخلفي (FBP). ركزنا على طرقتين من الطرق التكراري ART و SIRT. أظهرنا من خلال النتائج التجريبية بان الطرق التكرارية توفر أفضل نوعية اعادة بناء من حيث الدقة.

الكلمات الرئيسية : التصوير الاشعاعي الموجه, الاسقاط الخلفي, تصفية الاسقاط الخلفي, الطرق التكرارية, التصوير الاشعاعي المرسل.