

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE

OPTION
COMMANDE ELECTRIQUE

THEME

**COMMANDE NON LINEAIRE AVEC OBSERVATEURS D'ETAT
DES HACHEURS MULTICELLULAIRES SERIE**

Proposé et dirigé par :

Mr. BARKATI Saïd

Présenté par :

- CHOUDER Adel

- BENADEL Messaoud

Année universitaire 2005-2006

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES D'INGENIORAT EN ELECTROTECHNIQUE

OPTION : *COMMANDE ELECTRIQUE*

Proposée et dirigée par : *Mr. BARKATI Saïd*

Etudié par : *CHOUDER Adel & BENADEL Messaoud*

THEME :

*COMMANDE NON LINEAIRE AVEC OBSERVATEURS D'ETAT DES HACHEURS
MULTICELLULAIRES SERIE*

RESUME

Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacrés à l'étude des lois de commandes et au développement des observateurs d'états pour les hacheurs multicellulaires série.

Après une présentation des caractéristiques de cette topologie, nous avons développés deux modèles multidimensionnels de l'hacheur multicellulaire : un modèle aux valeurs instantanées et un modèle aux valeurs moyennes. Ces modèles permettent de poursuivre deux objectifs principaux qui sont la synthèse et la validation en simulation des lois de commande.

Ensuite, deux lois de commande découplantes sont étudiées. Une commande non linéaire et une commande non interactive permettant de minimiser d'une part l'interaction entre les différentes grandeurs électriques et d'autre part d'imposer les dynamiques d'évolution de celle-ci.

La dernière partie de ce mémoire est consacrée à l'étude d'observabilité des tensions flottantes de l'hacheur avec les modèles développés, et au développement d'autres modèles permettant la conception d'un observateur d'état de Luenberger, un filtre de Kalman et en fin un pseudo-observateur.

MOTS CLES :

Convertisseur multicellulaire série, Observateur de Luenberger, Filtre de Kalman, Pseudo-observateur.

Table de matière

Nomenclature	
Introduction générale.....	1
I Modélisation des hacheurs multicellulaires série	3
I.1 Introduction.....	3
I.2 Topologie de la structure.....	3
I.2.1 La cellule élémentaire de commutation.....	4
I.2.2 Propriétés de la structure.....	5
I.2.3 Dynamique idéale des tensions des condensateurs flottantes.....	7
I.3 Modèle aux valeurs instantanées.....	8
I.3.1 Hypothèses	8
I.3.2 Formulation générale.....	8
I.3.3 Simulation du modèle aux valeurs instantanées.....	10
I.3.3.1 Commande des interrupteurs.....	10
I.3.3.2 Simulation en boucle ouverte.....	11
I.3.3.3 Association hacheur filtre d'entrée.....	12
I.3.3.4 Circuit auxiliaire.....	14
I.3.3.5 Prise en compte de la bidirectionnalité en courant des interrupteurs	15
I.4 Modèle aux valeurs moyennes	18
I.4.1 Hypothèses	19
I.4.2 Modèle moyen d'un bras multicellulaire	19
I.4.3 Aspect multidimensionnel et non linéaire	22
I.5 Conclusion.....	23
II Commande en boucle fermée des hacheurs multicellulaires série	24
II.1 Introduction.....	24
II.2 Contrôle proportionnel des tensions condensateurs.....	25
II.2.1 Simulation.....	29
II.3 Commande non interactive des hacheurs multicellulaires série.....	30

II.3.1 Généralités	30
II.3.2 Présentation de la méthode de linéarisation.....	31
II.3.2.1 Application au modèle moyen du convertisseur.....	32
II.3.3 Commandabilité des hacheurs multicellulaires série.....	34
II.3.3.1 Rappel sur la commandabilité	34
II.3.3.2 Commandabilité du modèle de l'hacheur.....	35
II.3.4 Principe de la commande non interactive	36
II.3.5 Application à la structure hacheur trois cellules.....	40
II.3.5.1 Structure et caractéristiques de la loi de commande.....	40
II.3.5.2 Mise en évidence du découplage.....	41
II.3.5.3 Simulations et interprétations.....	44
II.3.5.4 Etude dans le cas d'un démarrage.....	50
II.3.6 Extension à p cellules de commutations.....	52
II.4 Commande non linéaire des hacheurs multicellulaires série.....	54
II.4.1 Présentation de la méthode de linéarisation.....	54
II.4.1.1 Rappels.....	54
II.4.2.1.1.1 Définition de la modélisation d'un système non linéaire.....	54
II.4.2.1.1.2 Dérivée de Lie.....	54
II.4.1.2 Résultats généraux.....	55
II.4.2 Application à un hacheur 3 cellules.....	57
II.4.2.1 Application au calcul de découplage.....	57
II.4.2.1.1 Calcul de découplage.....	57
II.4.2.2 Boucle de régulation proportionnel.....	58
II.4.2.2.1 Calcul des dynamiques.....	58
II.4.2.3 Validation du découplage.....	59
II.5 Conclusion.....	60
III Etude de l'observabilité des tensions flottantes dans les hacheurs multicellulaires série	61
III.1 Introduction.....	61
III.2 Etat de l'art.....	61
III.3 Observabilité.....	62
III.3.1 Utilisation du modèle instantané.....	62
III.3.2 Utilisation du modèle moyen.....	63
III.4 Modélisation en vue de l'observation des tensions flottantes.....	63
III.4.1 Modèles exacte échantillonnés.....	63

III.4.1.1	Modèle exacte échantillonné à une période de découpage.....	63
III.4.1.1.1	Principe.....	64
III.4.1.1.2	Fonctionnement en boucle ouverte.....	67
III.4.1.1.3	Fonctionnement en boucle fermée.....	72
III.4.1.2	Modèle exacte échantillonné à un tiers de période de découpage.....	77
III.4.2	Modèle moyen sur un tiers de période de découpage.....	79
III.4.2.1	Principe.....	79
III.4.2.2	Mise en équation.....	79
III.4.2.3	Généralisation à un hacheur à p cellules.....	84
III.4.3	Observabilité du hacheur avec les modèles échantillonnés.....	86
III.4.3.1	Observabilité du hacheur avec le MEE à T_d	86
III.4.3.2	Observabilité du hacheur avec le MM3 à T_d	86
III.5	Conclusion.....	87
IV	Observateurs pour les tensions flottantes dans les hacheurs multicellulaires série	88
IV.1	Introduction.....	88
IV.2	Observateur échantillonné de Luenberger.....	88
IV.2.1	théorie.....	88
IV.2.1.1	Structure de l'observateur.....	88
IV.2.1.2	Equations de l'observateur.....	89
IV.2.1.3	Détermination du gain de Luenberger.....	90
IV.2.2	Application aux convertisseurs à 3 cellules.....	90
IV.2.2.1	Fonctionnement avec rapports cycliques constants.....	90
IV.2.2.2	Fonctionnement avec rapports cycliques variables.....	98
IV.2.2.2.1	Simulation dans le cas d'un hacheur 3 cellules.....	99
IV.3	Filtre de Kalman.....	101
IV.3.1	Modèle d'état stochastique.....	101
IV.3.2	Equations du filtre.....	102
IV.3.2.1	Phase de prédiction.....	102
IV.3.2.2	Phase de correction.....	102
IV.3.3	Algorithme du filtre de Kalman.....	103
IV.3.4	Application à un hacheur 3 cellules.....	104
IV.3.4.1	Simulation avec une mesure du courant non bruité.....	105
IV.3.4.2	Simulation avec une mesure du courant bruité.....	106
IV.4	Implantation d'un pseudo-observateur.....	107
IV.4.1	Reconstructeur des grandeurs d'états à l'aide des grandeurs de sorties.....	107

IV.4.1.1 Contraintes sur la mesure.....	109
IV.4.2 Résultats de simulation.....	110
IV.5 Conclusion.....	113
Conclusion générale.....	114
Annexe	

Table de figures

Chapitre I

Figure I.1.	Structure multicellulaire série	4
Figure I.2.	Cellule de commutation idéale	4
Figure I.3.	Association de deux cellules de commutations	5
Figure I.4.	Dynamique idéale de la tension des condensateurs flottants	7
Figure I.5.	Hacheur dévolteur p cellules associé à une charge RL	9
Figure I.6.	Génération des signaux de commande d'un hacheur MLI	11
Figure I.7.	Evolution des tensions condensateurs dans le cas d'un démarrage en BO	11
Figure I.8.	Evolution des tensions appliquées aux cellules de commutation	12
Figure I.9.	Association hacheur-filtre d'entrée	13
Figure I.10.	Effet d'un filtre d'entrée sur le comportement de l'hacheur	13
Figure I.11.	Mise en parallèle d'un circuit auxiliaire	14
Figure I.12.	Accélération de la dynamique d'équilibrage des tensions flottantes	15
Figure I.13.	Cellule de commutation	16
Figure I.14.	Différentes configurations possibles lors de la conduction des diodes de la cellule i	17
Figure I.15.	Prise en compte de l'effet des diodes	18
Figure I.16.	Structure d'un bras multicellulaires p cellules	19
Figure I.17.	Evolution des grandeurs électriques au sein d'une cellule i	20
Figure I.18.	Représentation du modèle moyen d'un bras multicellulaire	20

Chapitre II

Figure II.1.	Principe de régulation par modulation des rapports cycliques	25
Figure II.2.	Structure de la loi de commande modulant les rapports cycliques	26
Figure II.3.	Boucle de régulation de la tension condensateur v_{ci}	27
Figure II.4.	Evolution en unité réduite de la constante du temps en fonction des rapports cycliques de référence et du nombre de cellules p	29
Figure II.5.	Régulation par modulation des rapports cycliques avec $G = 0.1$	30

Figure II.6.	Evolution des rapports cycliques u_i	30
Figure II.7.	Concepts de non-interaction	31
Figure II.8.	Compensation par retour d'état du système S	37
Figure II.9.	Représentation d'état du système \bar{S}	38
Figure II.10.	Représentation sous forme intégrale découplée du système \bar{S}	38
Figure II.11.	Compensation du système \bar{S}	39
Figure II.12.	Compensation du système S	39
Figure II.13.	Sous-systèmes 1 ^{er} ordre	42
Figure II.14.	Structure du retour d'état découplant	43
Figure II.15.	Structure du retour d'état découplant simplifié	43
Figure II.16.	Structure du retour d'état découplant simplifié	44
Figure II.17.	Variation du courant de référence à partir du point d'équilibre	45
Figure II.18.	Evolution des rapports cycliques lors d'une variation de courant de charge à partir du point d'équilibre	46
Figure II.19.	Evolution des tensions condensateurs et de la tension de sortie lors d'une variation du courant de charge à partir du point d'équilibre	46
Figure II.20.	Evolution des tensions condensateurs lors d'une variation de la tension d'alimentation à partir du point d'équilibre	47
Figure II.21.	Evolution de la tension de charge lors d'une variation de la tension d'alimentation à partir du point d'équilibre	47
Figure II.22.	Influence d'une variation de la tension d'alimentation sur le courant de charge et les rapports cycliques	48
Figure II.23.	Structure de commande découplante avec correcteur PI sur le courant de charge	49
Figure II.24.	Influence d'une variation de la tension d'alimentation sur le courant de charge	49
Figure II.25.	Evolution dans grandeurs électriques dans le cas d'un démarrage	50
Figure II.26.	Evolution dans grandeurs électriques dans le cas d'un démarrage avec PI	51
Figure II.27.	Evolution des tensions cellules dans le cas d'un démarrage avec PI	51
Figure II.28.	Structure de commande non-interactive dans le cas p cellules	53
Figure II.29.	Représentation de découplage par linéarisation exacte	56
Figure II.30.	Système découplé	57
Figure II.31.	Boucle de régulation avec correcteur proportionnel	58
Figure II.32.	Simulation avec découplage non-linéaire	59

Chapitre III

Figure III.1.	Hacheur à trois cellules	62
Figure III.2.	Séquences de fonctionnement d'un hacheur à trois cellules sur une période de découpage	63
Figure III.3.	Hacheur à trois cellules	64
Figure III.4.	Séquences de fonctionnement dans un convertisseur à trois cellules pour des rapports cycliques donnés	65
Figure III.5.	Les trois configurations possibles dans un hacheur à trois cellules quand les rapports cycliques sont égaux	68
Figure III.6.	Validation du MEE à T_d	69
Figure III.7.	Les trois configurations possibles quand les rapports cycliques sont égaux	70
Figure III.8.	Hacheur à trois cellules avec circuit d'équilibrage	70
Figure III.9.	Validation du MEE à T_d avec circuit d'équilibrage	71
Figure III.10.	Configurations possibles avec $V = [1,1,2]^T$	75
Figure III.11.a.	Validation du MEE à T_d en BF avec la commande découplante linéaire	76
Figure III.11.b.	Validation du MEE à T_d en BF avec la commande non-linéaire	77
Figure III.12.	Echantillonnage à $T_d/3$	77
Figure III.13.	Validation du MEE à $T_d/3$ sans circuit d'équilibrage	78
Figure III.14.	Validation du MEE à $T_d/3$ avec circuit d'équilibrage	79
Figure III.15.	Principe di modèle moyen sur un tiers de période	80
Figure III.16.	Validation de MM3 en BO sans circuit d'équilibrage	82
Figure III.17.	Validation de MM3 en BF avec la commande non-interactive pour une période d'échantillonnage de $T_d/3$ e T_d	83
Figure III.18.	Validation de MM3 en BF avec la commande non-linéaire pour une période d'échantillonnage de $T_d/3$ e T_d	84
Figure III.19.	Déterminant de la matrice d'observabilité en régime permanent quand le période d'échantillonnage est T_d	86
Figure III.20.	Déterminant de la matrice d'observabilité avec le MM3	87

Chapitre IV

Figure IV.1.	Structure de l'observateur de Luenberger	89
Figure IV.2.	Schéma de principe d'un observateur échantillonné de Luenberger pour un hacheur à trois cellules sans circuit de rééquilibrage	91
Figure IV.3.	Validation de l'observateur de Luenberger sans circuit auxiliaire en BO	92
Figure IV.4.	Validation de l'observateur de Luenberger sans circuit auxiliaire en BO après correction	94

Figure IV.5.	Schéma de principe d'un observateur échantillonné de Luenberger pour un hacheur à trois cellules avec circuit de rééquilibrage	95
Figure IV.6.	Observateur de Luenberger appliqué à un hacheur trois cellules en BO avec circuit de rééquilibrage avec un courant estimé	96
Figure IV.7.	Evolution des erreurs d'observation	96
Figure IV.8.	Observateur de Luenberger appliqué à un hacheur trois cellules en BO avec circuit de rééquilibrage avec un courant mesuré instantané	97
Figure IV.9.	Evolution des erreurs d'observation	97
Figure IV.10.	Schéma d'une commande sans capteurs de tensions flottantes	100
Figure IV.11.	Simulation avec une commande en BF	100
Figure IV.12.	Organigramme du filtre de Kalman standard	104
Figure IV.13.	Fonctionnement dans le cas où les bruits de mesures sont nuls $T_e = T_d$	105
Figure IV.14.	Fonctionnement en présence de mesure avec $R = 0.01 A^2$	106
Figure IV.15.	Fonctionnement en présence de mesure avec $R = 0.25 A^2$	107
Figure IV.16.	Schémas de principe de la commande avec reconstituteur d'état	108
Figure IV.17.	Algorithme du pseudo-observateur	109
Figure IV.18.	Tension de sortie en fonction des différents cas de rapport cyclique	110
Figure IV.19.	Estimation en BO	111
Figure IV.20.	Observation avec $T_{e\ obs} = T_h/6$ en BF	112

Introduction Générale

Le domaine de l'électronique de puissance est devenu récemment, une discipline fondamentale et extrêmement importante de l'électrotechnique. Elle est actuellement, très présente dans l'industrie vu son très vaste champ d'application comme les alimentations régulées, le filtrage actif ou le contrôle des machines électriques. Cet essor incontestable est dû, notamment, aux grands progrès qu'ont connus les semi-conducteurs de puissance depuis la fin des années cinquante avec l'apparition du premier thyristor.

Par ailleurs, et afin de répondre aux besoins grandissant de l'industrie, les puissances commutées par les convertisseurs statiques sont de plus en plus élevée. Cette augmentation est obtenue par une augmentation du courant et/ou de la tension commutée. Bien que l'augmentation de la tension soit souvent privilégiée, afin d'améliorer le rendement de l'installation, elle reste cependant difficilement maîtrisable à l'échelle des semi-conducteurs et conduit à une dégradation de leurs performances dynamiques et statistiques [2].

Dans les applications haute puissance, on veut pouvoir utiliser des structures permettant d'une part d'obtenir une haute tension de sortie, et d'autre part de pouvoir la faire varier. Pour cela, il est possible d'utiliser des structures composées uniquement de composants de faible tension en les plaçant en série, ainsi les contraintes de tension sont répartie équitablement sur plusieurs commutateurs. Les composants de faible tension présentent de meilleures performances et ils sont également plus simples à réaliser que ceux de haute tension.

L'apparition des convertisseurs multicellulaires séries, au début des années 90, apporte des solutions par la mise en série de cellules de commutations élémentaires. Cette topologie permet d'assurer la répartition des contraintes en tension sur les différents composants semi-conducteurs basses tensions connectés en série. Elle permet aussi, d'améliorer les formes d'ondes en sortie et notamment le contenu harmonique, par un déphasage adéquat des ordres de commande. La structure multicellulaire nécessite, toutefois, l'utilisation de capacités flottantes dont les tensions aux bornes doivent être maîtrisées et maintenues à des niveaux bien définis afin de ne pas perdre ces avantages [2].

Afin de conserver un fonctionnement correct du convertisseur au cours du temps, sa commande doit assurer la régulation des tensions de condensateurs. Ainsi, la régulation permet d'une part de répartir équitablement les contraintes sur chaque interrupteur, et d'autre part de conserver les mêmes caractéristiques de point de vue des niveaux de tension de sortie.

Cette régulation est assurée par une commande convenable. Il existe une commande en boucle ouverte très simple permettant d'assurer la stabilité de ce convertisseur. Elle est connue sous le nom de commande MLI (Modulation de Largeur d'Impulsions). Cette commande permet l'équilibrage naturel des tensions aux bornes des condensateurs [4].

Il apparaît cependant que pour certains points de fonctionnement, la commande MLI ne

permet plus d'assurer la stabilité des tensions condensateurs, ce qui peut conduire à la destruction du convertisseur [4]. Pour pouvoir fonctionner quelque soit le point de fonctionnement, il est absolument nécessaire de développer de nouvelles commandes en boucle fermée.

L'utilisation de commandes en boucle fermée prennent en compte l'évolution des tensions condensateurs et permet de respecter la condition de maîtrisées et maintenir ses tensions à des niveaux bien définis, mais nécessite un recours à des capteurs de tensions flottantes dont le nombre augmente avec le nombre de cellules.

Par ailleurs, l'un des premiers succès incontestables de l'automatique a été de proposer des observateurs d'état comme substituts aux capteurs trop souvent onéreux ou pas assez fiable, permettant ainsi de réduire le coût et l'encombrement de l'installation industrielle. L'observateur est donc un système dynamique qui permet d'estimer l'état à partir d'un nombre minimal de mesures et de la connaissance d'entrées du système.

L'objectif de ce mémoire est la présentation de quelques lois de commande assurant le contrôle des tensions condensateurs et du courant de charge. Nous développerons également, par la suite, des observateurs d'états qui ont pour but d'éviter l'utilisation des capteurs de tensions pour les condensateurs flottants.

Le présent mémoire sera organisé en quatre chapitres comme suit :

Dans le premier chapitre, nous présenterons deux modèles de l'hacheur multicellulaire : un modèle aux valeurs moyenne et un modèle aux valeurs instantanées. Ces modèles très différents permettent de poursuivre deux objectifs principaux : la synthèse et la validation en simulation des lois de commandes.

Dans le deuxième chapitre, nous développerons des lois de commande pour un hacheur trois cellules. Nous présentons dans un premier temps un contrôle de type proportionnel. Dans un second temps deux commandes découplantes seront étudiées et validées en simulation. Il s'agit de la commande non-interactive et la commande par découplage entrée-sortie.

Le troisième chapitre, sera consacré à son tour au développement de nouveaux modèles échantillonnés observables capables d'être utilisés pour la conception des observateurs d'états des tensions flottantes aux bornes des condensateurs.

Enfin, le dernier chapitre sera dédié à l'étude et la conception d'un observateur déterministe de Luenberger et d'un filtre de Kalman récursif pour un hacheur à trois cellules. Pour finir, nous présenterons le développement d'un reconstruteur d'état appelé observateur sans dynamique, qui utilise le modèle instantané dans sa structure.

Chapitre I

Modélisation des hacheurs multicellulaires série

I.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va tout d'abord voir la topologie d'un hacheur multicellulaire série. On donne les notations et on rappelle les propriétés de ce type d'hacheur. C'est un hacheur modulaire avec un élément élémentaire qui se nomme cellule. Chaque cellule est constituée d'interrupteurs et d'un condensateur flottant. Puis on verra la dynamique idéale des tensions condensateurs.

Par la suite, deux modèles du hacheur multicellulaire série seront développés : Le modèle aux valeurs instantanées, qui prend en compte les commutations des interrupteurs et les grandeurs instantanées des variables d'état du hacheur. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du convertisseur à l'échelle de la période de découpage. Le modèle aux valeurs moyennes, qui est mis en œuvre en considérant que les variables d'état peuvent être représentées par leurs valeurs moyennes sur une période de découpage, et ce modèle sera utilisé pour dimensionner les lois de commande qui seront ensuite validées en simulation avec le modèle aux valeurs instantanées [6].

I.2 Topologie de la structure

La structure multicellulaire nommée aussi structure de Meynard et Foch résulte de la connexion de p sources de tensions flottantes placées en série de façon à obtenir $(p+1)$ niveaux discrets de tension de sortie, indexés de 0 à p (noté i). Les sources de tensions sont la tension de bus d'alimentation (tension constante) E et $(p-1)$ condensateurs utilisées comme sources flottantes [4].

Le hacheur est de p cellules. La fonction de chaque cellule i est représentée par s_i . Le s_i sera également appelé état de la cellule i . Les tensions de condensateurs sont notées par v_{ci} , $i=1 \dots p-1$, la tension de sortie par v_s , qui est également la tension de charge.

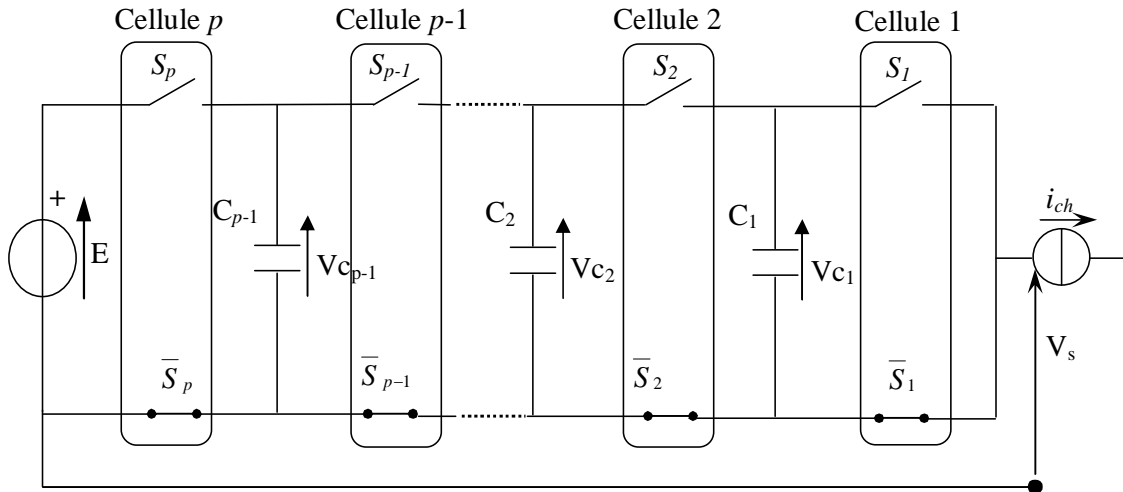


Figure I.1. Structure multicellulaire série [3]

I.2.1 La cellule élémentaire de commutation

Le principe d'une cellule élémentaire de commutation à comme bases les règles d'interconnexion de sources suivantes [6]:

1. Une source de tension ne doit jamais être mise en court-circuit, mais elle peut être en circuit ouvert.
2. Une source de courant ne doit jamais fonctionner en circuit ouvert, mais elle peut se trouver en court-circuit.
3. des sources de même nature ne peuvent pas être connectée entre elles, mais des sources de natures différentes peuvent se connecter entre elles (tension-courant).

Sur la figure (I.2) on trouve le schéma de principe d'une cellule élémentaire de commutation.

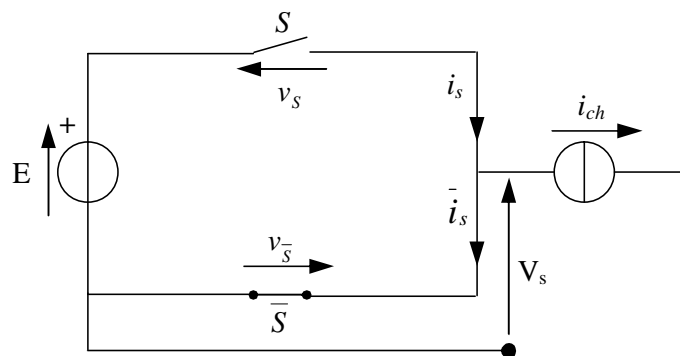


Figure I.2. Cellule de commutation idéale

Afin de respecter les règles de d'interconnexion de sources, les signaux de commande des interrupteurs S et \bar{S} devront être de nature complémentaire, quand l'un est passant l'autre est bloqué. Ainsi, une cellule élémentaire de commutation ne peut présenter que deux états. Par convention la cellule de commutation est dite à l'état 1 lorsque l'interrupteur S est à l'état passant. De la même façon elle est dite à l'état 0 lorsque ce même interrupteur est bloqué.

Pour finir la présentation de la cellule élémentaire il nous reste qu'à écrire les équations élémentaires des tensions et des courants caractérisant la cellule d'une telle association :

$$i_{ch} = i_s - i_{\bar{s}} \quad (I.1)$$

$$E = v_s + v_{\bar{s}} \quad (I.2)$$

Sur le tableau (I.1) on résume les caractéristiques principales d'une cellule de commutation.

Tableau I.1. Caractéristiques d'une cellule de commutation

Etat	Etat S	Etat \bar{S}	V_s	i_s	$i_{\bar{s}}$	v_s	$v_{\bar{s}}$
1	Passant	bloqué	E	i_s	0	0	E
0	bloqué	Passant	0	0	$-i_s$	E	0

La cellule de commutation peut être considérées comme un système binaire, ainsi pour faciliter les explications, par la suite on va définir l'état passant des interrupteurs comme *état 1* et l'état bloqué comme *état 0*.

I.2.2 Propriétés de la structure

La structure de base d'un hacheur multicellulaire série commence par l'association de deux cellules élémentaires de commutation telle que l'on montre sur la figure (I.3).

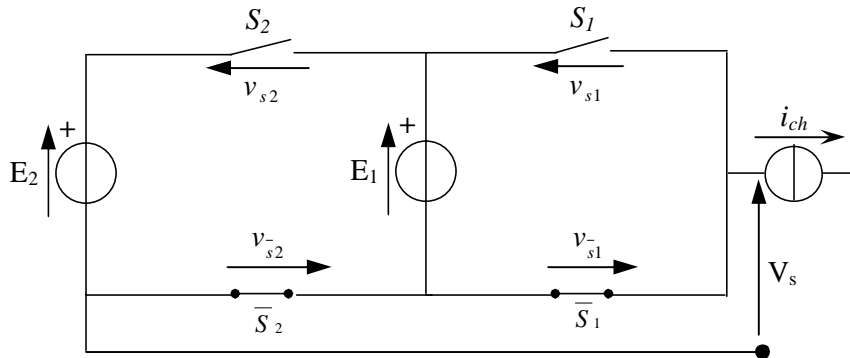


Figure I.3. Association de deux cellules de commutation

Etant donné que la cellule peut être considérées comme un système binaire, l'association de deux cellules donne 2^2 états possibles dont les caractéristiques principales sont résumées sur le tableau (I.2.a).

Tableau I.2.a. Caractéristiques principales de l'association de deux cellules (Convertisseur 3-niveaux)

Etat cellule 2	Etat cellule 1	v_{s2}	v_{s1}	i_2	i_1	V_s
0	0	$E_2 - E_1$	E_1	0	0	0
0	1	$E_2 - E_1$	0	0	i_s	E_1
1	0	0	E_1	I_s	$-i_s$	$E_2 - E_1$
1	1	0	0	I_s	0	E_2

Soit :

$$V_s = s_1(E_1) + s_2(E_2 - E_1) \quad (I.3)$$

où : s_1 et s_2 représentent l'état de la cellule 1 et de la cellule 2 respectivement.

Si la tension d'alimentation principale est égale à E_2 . Sachant qu'elle doit être partagée équitablement parmi les interrupteurs mis en série, on en déduit facilement que la source de tension E_1 doit être égale à $E_2/2$. Par ailleurs, cette même valeur de tension va nous permettre d'avoir une tension multiniveaux en sortie du convertisseur dont les valeurs sont égales à 0, E_2 et $E_2/2$.

Tableau I.2.b. Caractéristiques principales de l'association de 2 cellules ($E_1=E$ et $E_2=E/2$)

Etat cellule 2	Etat cellule 1	v_{s2}	v_{s1}	V_s
0	0	$\frac{1}{2}E$	$\frac{1}{2}E$	0
0	1	$\frac{1}{2}E$	0	$\frac{1}{2}E$
1	0	0	$\frac{1}{2}E$	$\frac{1}{2}E$
1	1	0	0	E

On peut généraliser la méthode précédente pour exprimer les grandeurs principales d'une association de p cellules de commutation. Sur le tableau (I.3) on trouve les grandeurs principales pour l'association de p cellules de commutation. Cette définition est basée sur les résultats exprimés sur les tableaux (I.2).

Tableau I.3. Définition des grandeurs caractéristiques de l'association de p cellules de commutation

Nombre de cellules associées	p
Nombre d'états possibles	2^p
Nombre de niveaux de tension en sortie	$(p+1)$
Valeur de la tension principale d'alimentation	E
Valeur de la source de tension de la cellule i	$v_{cp} = \frac{i}{p} E$

(I.4)

D'autre part, une fonction de commutation peut être définie afin de connaître la tension de sortie et la tension tenue par chaque interrupteur lors des différents états de l'ensemble de cellules. La fonction de commutation est définie par une variable binaire, appelées signal de commande s_i , qui représente l'état de $i^{\text{ème}}$ cellule de commutation :

$$s_i \in \{0, 1\} \quad (I.5)$$

Ayant cette variable on peut déterminer les différentes tensions présentes dans chaque état de l'association multiniveaux. On les expressions suivantes :

Tension de sortie :

$$V_s = \sum_{i=1}^p (E_i - E_{i-1}) \cdot s_i \quad (I.6)$$

avec : $E_0 = 0$

$$\text{Tension des interrupteurs : } \begin{cases} v_{s_i} = (E_i - E_{i-1}) \cdot \bar{s}_i & \text{(I.7.a)} \\ v_{\bar{s}_i} = (E_i - E_{i-1}) \cdot s_i & \text{(I.8.b)} \end{cases}$$

Les courants débités par les sources de tension sont :

$$i_{E_i} = (s_i - s_{i+1}) \cdot i_s \quad \text{(I.9)}$$

Etant donné la relation entre les différentes sources de tension, (équation I.4), les expressions des tensions citées ci-dessus peuvent être simplifiées :

$$\text{Tension de sortie : } V_s = \frac{E}{p} \sum_{i=1}^p s_i \quad \text{(I.10)}$$

$$\text{Tension des interrupteurs : } \begin{cases} v_{s_i} = \frac{E}{p} \cdot \bar{s}_i & \text{(I.11.a)} \\ v_{\bar{s}_i} = \frac{E}{p} \cdot s_i & \text{(I.11.b)} \end{cases}$$

En résumé, l'association de cellules de commutation pour aboutir à une structure multiniveaux obéi à la définition des grandeurs établis sur le tableau (I.3) ainsi qu'aux relations (I.4) et (I.11).

I.2.3 Dynamique idéale des tensions des condensateurs flottants

La dynamique des tensions des condensateurs flottants doit suivre celle de la tension d'alimentation principale E, afin de maintenir l'équilibrage de la tension parmi les différents semi-conducteurs de puissance de la structure multiniveaux. Cet équilibre des tensions doit être assuré aussi bien en régime transitoire qu'en régime statique [6].

Il est souhaitable que la tension aux bornes des condensateurs flottants puisse suivre la tension d'entrée selon l'équation (I.4). Sur la figure (I.4) on présente une dynamique idéale des tensions des condensateurs flottants dans le cas d'une association de 4 cellules de commutation.

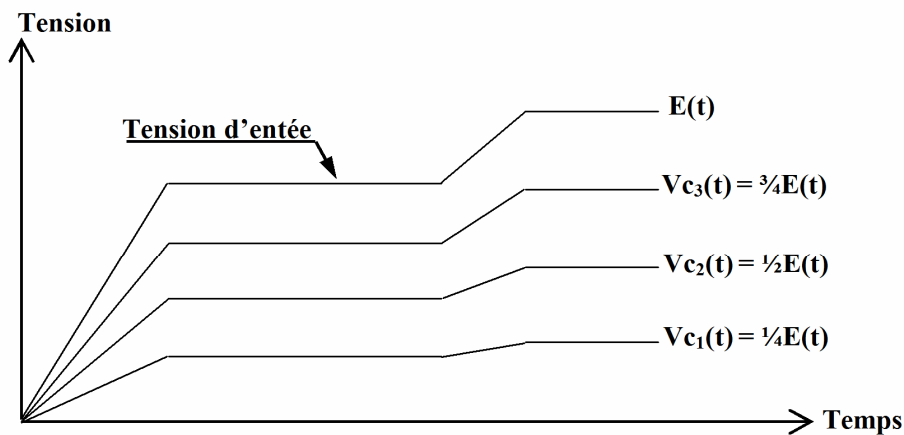


Figure I.4. Dynamique idéale de la tension des condensateurs flottants

L'évolution de la dynamique des tensions aux bornes des condensateurs doit se rapprocher de cet exemple afin de garantir le fonctionnement correct de la structure multiniveaux avec des condensateurs flottants. Car cette dynamique est responsable, d'une part, du partage équilibré de la tension d'entrée parmi les semi-conducteurs mis en série, et d'autre part elle assure une sortie de tension multiniveaux dont l'amplitude des niveaux égale à :

$$E_{niv}(t) = \frac{E(t)}{i} \quad (\text{I.12})$$

I.3 Modèle aux valeurs instantanées

Le modèle que nous présentons dans un premier temps permet d'étudier l'évolution des différentes grandeurs d'états régissant le fonctionnement des hacheurs multicellulaires série tout en prenant en compte les commutations des interrupteurs. Il permet de représenter l'état de chacune des cellules de commutation du convertisseur à l'échelle de la période de découpage et les phénomènes harmoniques liés à la commutation des interrupteurs.

Le modèle aux valeurs instantanées nous permettra de mettre en évidence le phénomène d'équilibrage naturel des tensions condensateurs, l'une des propriétés intéressantes de ce convertisseur [8].

I.3.1 Hypothèses

Les hypothèses retenues pour la mise en œuvre du modèle aux valeurs instantanées d'un hacheur multicellulaire série sont [8]:

- Les interrupteurs sont idéaux (tension de saturation, courant de fuite et temps de commutation nuls),
- Les temps morts sont nuls (les interrupteurs étant considérés comme parfaits),
- Les interrupteurs d'une même cellule de commutation fonctionnent de façon complémentaire,
- La tension d'alimentation E est constante.

I.3.2 Formulation générale

La présence des p cellules ayant chacune deux états possibles (interrupteurs S_i et \bar{S}_i étant à tout instant dans des états complémentaires) implique que le hacheur peut avoir 2^p configurations possibles. Le signal de commande associé à l'interrupteur S_i sera noté s_i et ce signal sera à l'état 1 si l'interrupteur S_i est passant ou à l'état 0 si l'interrupteur S_i est bloqué.

Ces 2^p configurations peuvent être rassemblées dans un système d'équations différentielles représentant l'évolution des tensions v_{ci} et du courant de charge i_{ch} . Ce système d'équations est bien sûr fonction du type de fonctionnement (hacheur ou onduleur) et de la nature de la charge.

Nous représentons à la figure (I.5) un hacheur p cellules fonctionnant en hacheur-dévolteur associé à une charge R-L.

La mise en équations de ce type de structure met en œuvre [8]:

- $(p-1)$ équations liées à l'évolution des tensions aux bornes des $(p-1)$ condensateurs flottants,
- Une équation liée au courant de charge i_{ch} .

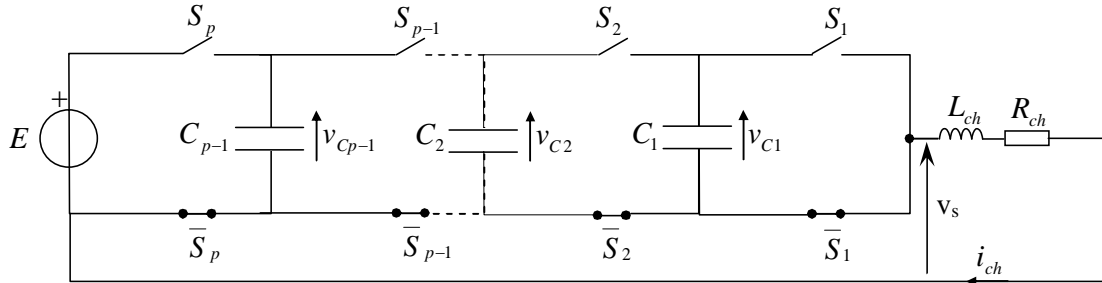


Figure I.5. Hacheur-dévolteur p cellules associé à une charge R-L

L'évolution de la tension aux bornes du condensateur C_i est liée à l'évolution du courant i_{ci} ce dernier étant fonction de l'état des cellules adjacentes Cel_{i+1} , Cel_i et du courant de charge i_{ch} .

Le courant i_{ci} est donc fonction des signaux de commande des interrupteurs s_{i+1} et s_i .

$$i_{ci} = [s_{i+1} - s_i] i_{ch} \quad (\text{I.13})$$

Connaissant la valeur du condensateur C_i nous obtenons l'équation régissant l'évolution de la tension v_{ci} .

$$\frac{d}{dt} v_{ci} = \frac{[s_{i+1} - s_i]}{C_i} i_{ch} \quad (\text{I.14})$$

Le courant de charge est quant à lui fonction de la tension de sortie du bras multicellulaire v_s et de la nature de la charge. La tension de sortie v_s correspond à la somme des tensions aux bornes des interrupteurs \bar{S}_i . Ces tensions qui sont définies par

$$v_{\bar{S}_i} = s_i [v_{ci} - v_{ci-1}] \quad (\text{I.15})$$

ce qui implique que l'expression de la tension v_s s'écrit :

$$v_s = \sum_{i=1}^p v_{\bar{S}_i} = \sum_{i=1}^p s_i [v_{ci} - v_{ci-1}] \quad (\text{I.16})$$

où $v_{cp} = E$ et $v_{c0} = 0$.

Dans le cas d'une charge de type R-L, l'équation donnant l'évolution du courant i_{ch} s'obtient à partir de la tension v_{ch}

$$v_{ch} = v_s = R_{ch} i_{ch} + L_{ch} \frac{d}{dt} i_{ch} \quad (\text{I.17})$$

et a pour expression :

$$\frac{d}{dt} i_{ch} = \frac{v_s}{L_{ch}} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} \quad (I.18)$$

A partir de l'équation (I.16), nous obtenons l'expression de l'évolution du courant i_{ch} en fonction des tensions condensateurs v_{ci} :

$$\frac{d}{dt} i_{ch} = \frac{[s_1 - s_2]}{L_{ch}} v_{C1} + \frac{[s_2 - s_3]}{L_{ch}} v_{C2} + \dots + \frac{[s_p - s_{p-1}]}{L_{ch}} v_{Cp-1} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} + \frac{s_p}{L_{ch}} E \quad (I.19)$$

Le modèle aux valeurs instantanées représentant un bras multicellulaire p cellules fonctionnant en hacheur-dévolteur associée à une charge R-L est résumé par le système d'équations (I.20).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} v_{C1} &= \frac{[s_2 - s_1]}{C_1} i_{ch} \\ \frac{d}{dt} v_{C2} &= \frac{[s_3 - s_2]}{C_2} i_{ch} \\ &\vdots \\ \frac{d}{dt} v_{Cp-1} &= \frac{[s_p - s_{p-1}]}{C_{p-1}} i_{ch} \\ \frac{d}{dt} i_{ch} &= \frac{[s_1 - s_2]}{L_{ch}} v_{C1} + \frac{[s_2 - s_3]}{L_{ch}} v_{C2} + \dots + \frac{[s_p - s_{p-1}]}{L_{ch}} v_{Cp-1} - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} i_{ch} + \frac{s_p}{L_{ch}} E \end{aligned} \quad (I.20)$$

Remarque : Nous avons choisi par défaut comme signaux de commande s_i ceux pilotant les interrupteurs S_i mais nous aurions pu choisir les signaux de commande \bar{s}_i commandant les interrupteurs \bar{S}_i . Les équations s'obtiennent de la même façon que précédemment mais peuvent aussi être directement obtenues à partir des équations (I.19), (I.20) en remplaçant les variables s_i par \bar{s}_i .

I.3.3 Simulation du modèle aux valeurs instantanées

I.3.3.1 Commande des interrupteurs

Dans le cas de la commande des interrupteurs d'un bras multicellulaire, les p signaux de commande doivent avoir des rapports cycliques u_i identiques et un déphasage de $\frac{2\pi}{p}$ correspondant à la phase entre deux signaux commandant deux cellules adjacentes. L'obtention de ces signaux s_i est possible à partir de l'élaboration de p signaux triangulaires de fréquence f_p (correspondant à la fréquence de découpage f_d) et déphasés entre eux de $\frac{2\pi}{p}$.

Les interrupteurs des différentes cellules sont commandés par des signaux de commande s_i valant 0 (respectivement 1) lorsque les interrupteurs sont bloqués (respectivement passants). Ces signaux de commande peuvent être obtenus par modulation de largeur d'impulsion (MLI) qui consiste à utiliser les intersections d'une onde de référence appelée modulante constante, avec une onde de modulation appelée porteuse et généralement triangulaire. C'est à partir de ces intersections que sont générés les signaux de commande.

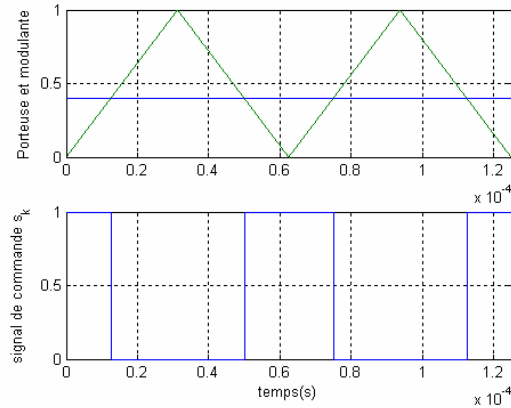


Figure I.6. Génération des signaux de commande d'un hacheur MLI

I.3.3.2 Simulation en boucle ouverte (équilibre naturel des tensions flottantes)

Nous considérons un hacheur-dévolteur 3-cellules dont les caractéristiques sont [8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = 1500V, \\ L_{ch} = 0.5mH, \\ R_{ch} = 10\Omega, \\ C_1 = C_2 = 40\mu F, \\ f_d = 16kHz, \quad T_d = 62.5\mu s, \\ u_i = 0.2 \text{ (identique sur les trois cellules)}, \end{array} \right.$$

A partir d'un état initial où les tensions condensateurs v_{C1} , v_{C2} et le courant de charge i_{ch} sont nuls, nous effectuons le démarrage de notre convertisseur. Le système évolue alors vers un état d'équilibre caractérisé par des tensions condensateurs v_{C1} , v_{C2} ayant pour composante continue respectivement 500V et 1000V ($E/3$ et $2E/3$) (figure I.7), bénéficiant de l'une des propriétés intéressantes de cet hacheur : *l'équilibrage naturel*.

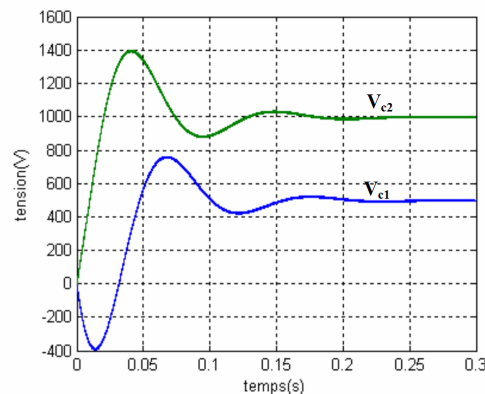


Figure I.7. Evolution des tensions condensateurs dans le cas d'un démarrage en boucle ouverte « Phénomène de l'équilibrage naturel »

Les oscillations présentes en régime transitoire des tensions v_{Ci} (figure I.7) se répercutent sur les tensions appliquées à chaque cellule de commutation v_{Celi} (figure I.8) qui sont définies pour un convertisseur 3 cellules par :

$$\begin{aligned}
 v_{Cel1} &= v_{C1} \\
 v_{Cel2} &= v_{C2} - v_{C1} \\
 v_{Cel3} &= E - v_{C2}
 \end{aligned}
 \tag{I.21}$$

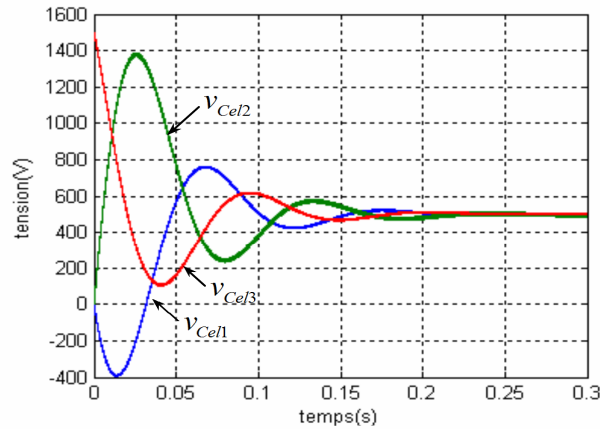


Figure I.8. Evolution des tensions appliquées aux cellules de commutation

En régime déséquilibré, nous pouvons remarquer que les interrupteurs doivent supporter des tensions bien supérieures aux valeurs obtenues à l'équilibre : par exemple la cellule 2 doit supporter une tension maximale de 1400V en régime transitoire. Par contre lorsque les tensions condensateurs sont équilibrées, les tensions v_{Celi} sont identiques avec une composante continue de 500V ce qui garantit une répartition équilibrée des tensions aux bornes des interrupteurs bloqués.

A partir de ces premiers résultats, nous pouvons mettre en évidence que la simulation du modèle aux valeurs instantanées permet de retrouver la propriété suivante [8]:

- Si les signaux de commande des cellules de commutation ont les mêmes rapports cycliques et sont déphasés de $\frac{2\pi}{p}$ ($\frac{2\pi}{3}$ dans notre cas) alors il existe un seul état stable

en boucle ouverte pour la répartition des tensions condensateurs : $V_{Ci} = \frac{i \cdot E}{p}$ ($V_{Ci} = \frac{i \cdot E}{3}$

dans notre cas) avec $i \in [1 \dots p-1]$ (p représente le nombre de cellules du convertisseur).

Dans le cas réel la source d'alimentation est un condensateur et la charge varie selon l'utilisation de l'hacheur, pour cette raison on trouve ces hacheurs associés à un filtre soit à l'entrée ou à la sortie.

I.3.3.3 Association hacheur-filtre d'entrée

Notre hacheur peut être associé à un filtre d'entrée, comme le montre la figure (I.9) :

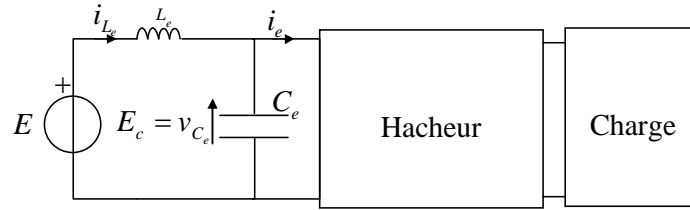


Figure I.9. Association hacheur-filtre d'entrée

Le filtre d'entrée est connecté entre la tension d'alimentation et le bras multicellulaire, figure (I.9).

Les équations qui régissent l'évolution du courant dans l'inductance i_{L_e} et de la tension aux bornes du condensateur v_{C_e} sont fonction du courant d'entrée i_e du convertisseur :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{L_e} &= -\frac{v_{C_e}}{L_e} + \frac{E}{L_e} \\ \frac{d}{dt} v_{C_e} &= \frac{i_{L_e}}{C_e} - \frac{i_e}{C_e} \end{aligned} \quad (\text{I.22})$$

Le courant d'entrée du hacheur i_e correspond au courant i_p vu par l'interrupteur S_p : $i_e = i_{S_p} = s_p \cdot i_{ch}$ ce qui implique

$$\frac{d}{dt} v_{C_e} = \frac{i_{L_e}}{C_e} - \frac{s_p \cdot i_{ch}}{C_e} \quad (\text{I.23})$$

Paramètres de simulation :

$$\begin{cases} R_{ch} = 10\Omega \\ L_{ch} = 1,5 \text{ mH} \\ f_d = 16\text{kHz} \\ C_1 = C_2 = 40 \mu\text{F} \\ L_e = 1 \text{ mH} \\ C_e = 500 \mu\text{F} \\ u_i = 0.2 \text{ (identique sur les trois cellules)}, \end{cases}$$

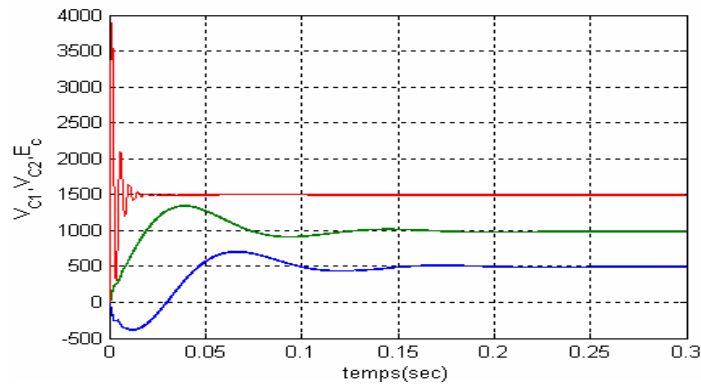


Figure I.10. Effet d'un filtre d'entrée sur le comportement de l'hacheur

I.3.3.4 Circuit auxiliaire

Comme nous avons vus au cour de la simulation en boucle ouverte, la dynamique de l'équilibrage naturel est lente et fatale à la suivie des interrupteurs lors de brusques variations de la tension d'alimentation E .

Une solution pour accélérer et augmenter la dynamique d'équilibrage des tensions flottantes tout en évitant que le courant en sortie du convertisseur soit nul ou très faible. Cette solution consiste à ajouter en parallèle sur la charge un circuit auxiliaire qui est un filtre RLC série. Ce filtre doit avoir une faible impédance dans la gamme de fréquence $f_d, 2f_d, \dots, (p-1)f_d$ de façon à amplifier les harmoniques de courant à ces fréquences et une impédance élevée aux fréquences multiple de pf_d afin de ne pas consommer d'énergie lorsque les tensions flottantes sont équilibrées [2].

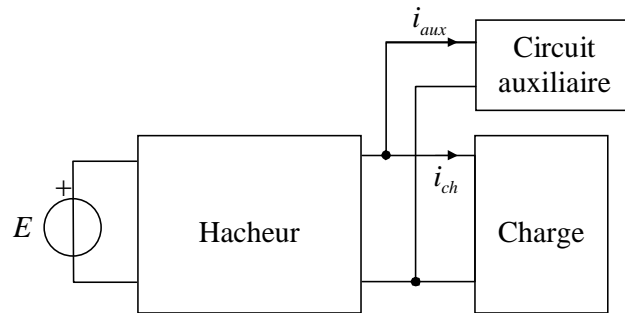


Figure I.11. Mise en parallèle d'un circuit auxiliaire

Les équations qui régissent l'évolution de la tension aux bornes du condensateur C_{aux} et de l'inductance L_{aux} s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_{aux} &= -\frac{R_{aux}}{L_{aux}} i_{aux} - \frac{1}{L_{aux}} v_{C_{aux}} + \frac{1}{L_{aux}} v_{ch} \\ \frac{d}{dt} v_{C_{aux}} &= -\frac{R_{aux}}{L_{aux}} i_{aux} \end{aligned} \quad (I.24)$$

où s représente l'opérateur de Laplace.

Dans la figure (I.12), nous présentons un démarrage du hacheur avec un filtre auxiliaire.

Les paramètres de simulation sont [2]:

$$\begin{cases} E = 1800V, \\ L_{ch} = 5mH, \\ R_{ch} = 56\Omega, \\ C_1 = C_2 = 10\mu F, \\ f_d = 5kHz, \\ u = 0.2 \text{ (identique sur les trois cellules)}, \\ C_{aux} = 1\mu F, \\ L_{aux} = 1mH, \\ R_{aux} = 10 \end{cases}$$

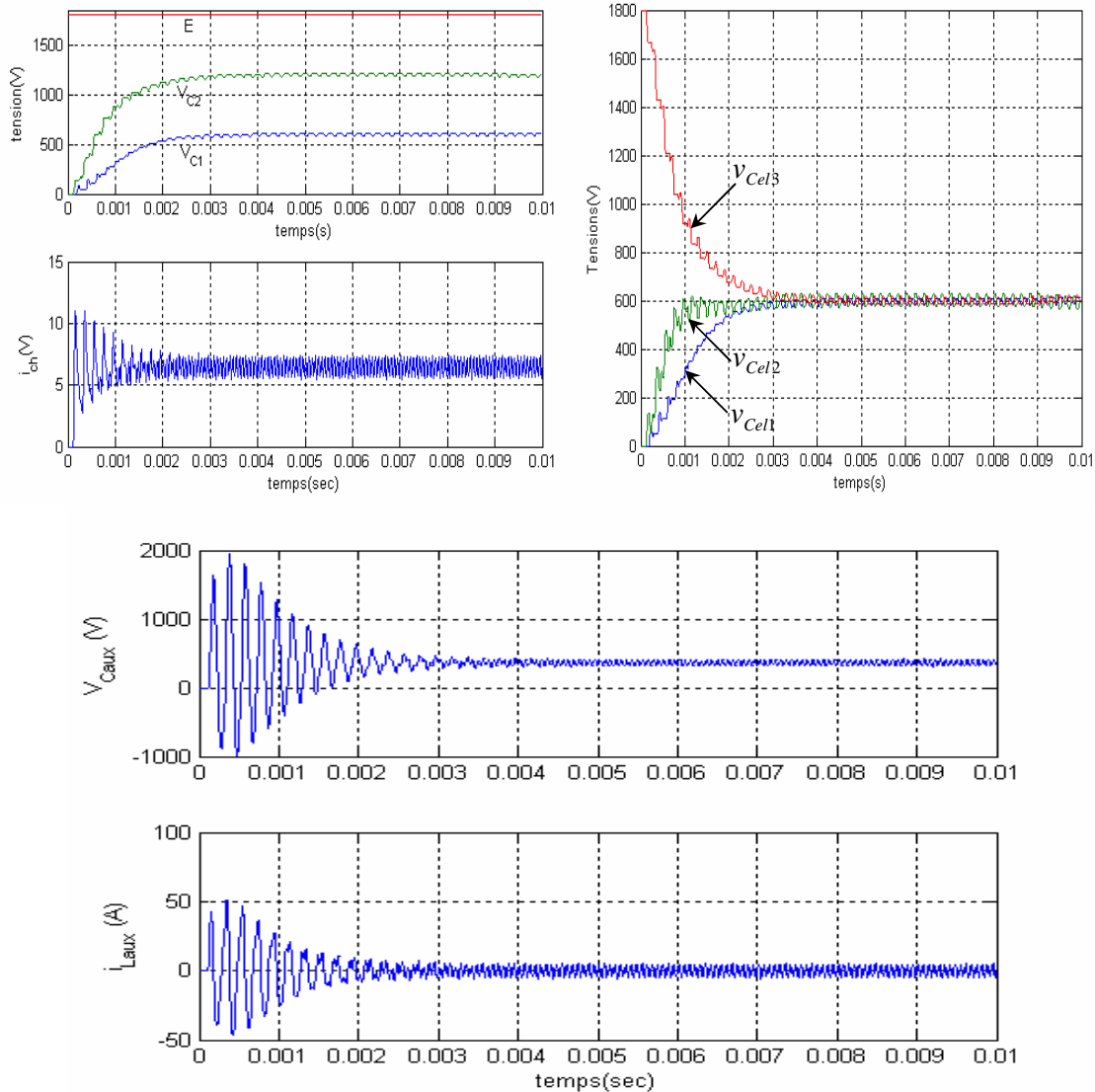


Figure I.12. Accélération de la dynamique d'équilibrage des tensions flottantes et les tensions des cellules avec un circuit auxiliaire

On remarque une très grande différence dans la dynamique des tensions flottantes entre les deux simulations (avec et sans circuit auxiliaire). En effet, pendant que le hacheur est déséquilibré, la tension vue par la charge contient des harmoniques à la fréquence de découpage. Ces harmoniques créent un courant important dans le circuit auxiliaire qui va accélérer l'équilibrage des tensions flottantes, et on aura une élimination des oscillations transitoires des tensions condensateurs qui se répercute sur les tensions cellules comme on vu.

De plus, en régime transitoire, nous pouvons remarquer l'absence des oscillations qui ont été présent lors d'une simulation sans circuit de rééquilibrage.

I.3.3.5 Prise en compte de la bidirectionnalité en courant des interrupteurs

Le modèle aux valeurs instantanées que nous avons développé ne prend pas en compte les diodes placées en antiparallèle sur les interrupteurs composant les cellules de commutation.

Nous avons représenté à la figure (I.13) la cellule de commutation avec comme interrupteurs des IGBT associés à des diodes en antiparallèle [8].

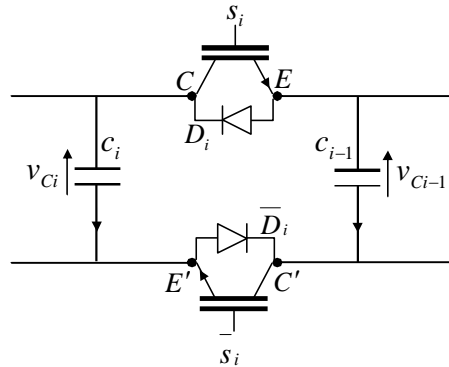


Figure I.13. Cellule de commutation

En effet dès que la tension $v_{C_{i-1}}$ soit supérieure à la tension v_{C_i} (potentiel E supérieur au potentiel C), la diode D_i se met à conduire et prend le contrôle du convertisseur quels que soient les signaux de commande. L'état de la cellule de commutation est imposé par les diodes, ce qui implique qu'en aucun cas la tension $v_{C_{i-1}}$ ne peut devenir supérieure à la tension v_{C_i} . Pour la cellule de commutation 1 (cellule connectée à la charge), la diode D_1 interdit à la tension v_{C_1} de devenir négative.

La prise en compte de l'effet des diodes dans notre modèle est effectuée en faisant l'hypothèse que lorsque les diodes D_i ou D_{i+1} rentrent en conduction, c'est-à-dire la tension $v_{C_{i-1}}$ devient supérieur à la tension v_{C_i} ou la tension v_{C_i} devient supérieur à la tension $v_{C_{i+1}}$, la tension aux bornes du condensateur v_{C_i} sera bloquée à sa valeur.

Ceci est une approximation car dans le cas d'un fonctionnement réel, lors de l'entrée en conduction de la diode D_i , les condensateurs C_i et C_{i-1} se retrouvent connectés en parallèle et ils évoluent tous les deux selon l'état des signaux de commande des cellules Cel_{i+1} et Cel_{i-1} .

Le schéma (Figure I.14) met en évidence les différentes configurations des cellules de commutation lorsque les diodes D_i , \bar{D}_i sont passantes : la cellule i est considérée comme court-circuitée, c'est à dire que les condensateurs sont en parallèle. Pour cette raison, les diodes D_i , \bar{D}_i ne sont pas représentées sur le schéma (Figure I.14).

Nous avons dit au début que les interrupteurs d'une même cellule fonctionnent en complémentaire, mais le cas qu'on discute (D_i , \bar{D}_i passantes en même temps) est lié au fait que la tension $v_{C_{i-1}}$ peut être supérieur à la tension v_{C_i} , ce qui implique à la diode D_i de rentrer en conduction (potentiel E supérieur au potentiel C) avec la diode \bar{D}_i (potentiel E' supérieur au potentiel C') et la cellule Cel_i se met en court-circuit.

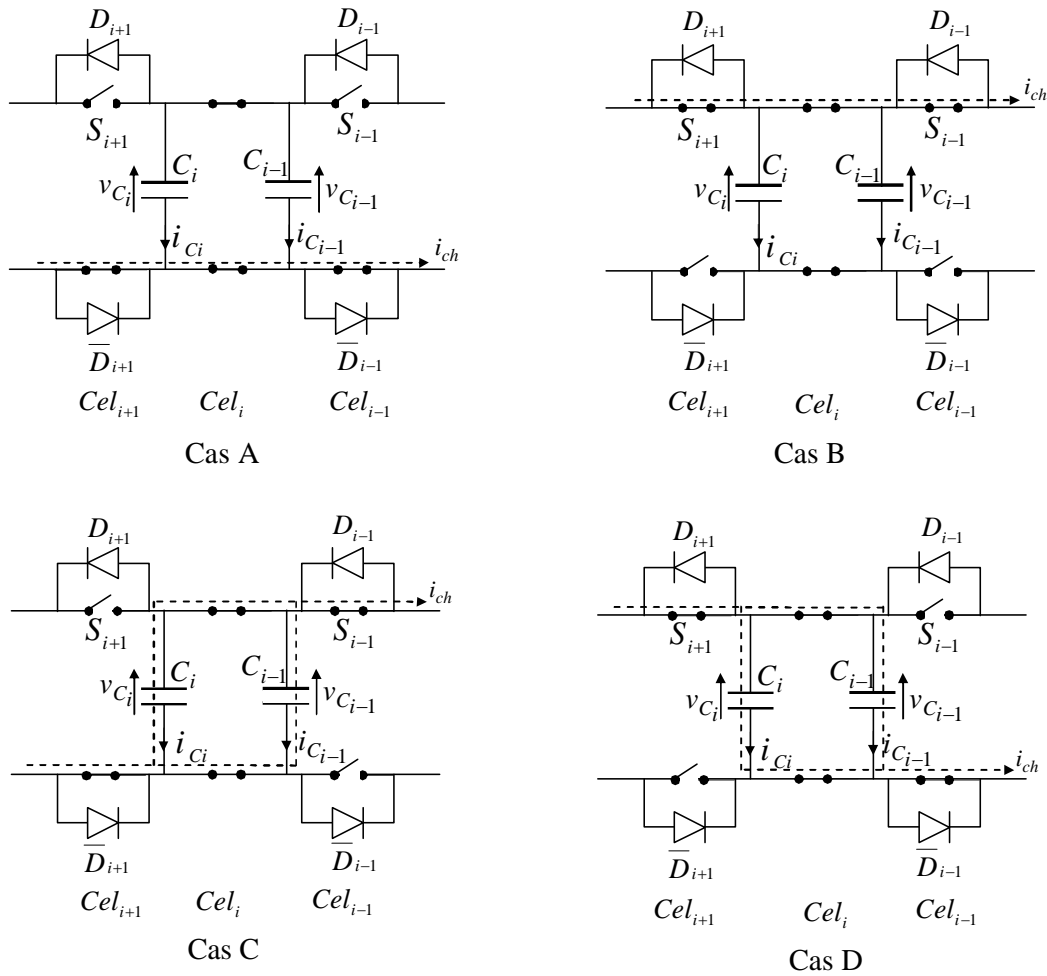


Figure I.14. Différentes configurations possibles lors de la conduction des diodes de la cellule i

Cette figure met en évidence que suivant l'état des cellules Cel_{i+1} et Cel_{i-1} , les condensateurs C_i et C_{i-1} sont traversés par des courants respectifs $i_{C_{i-1}}$ et i_{C_i} :

$$i_{C_{i-1}} = i_{C_i} = 0 \text{ dans les cas A et B,}$$

$$i_{C_{i-1}} = -\frac{C_{i-1}}{C_i + C_{i-1}} i_{ch} \text{ et } i_{C_i} = -\frac{C_i}{C_i + C_{i-1}} i_{ch} \text{ dans le cas C,} \quad (I.25)$$

$$i_{C_{i-1}} = \frac{C_{i-1}}{C_i + C_{i-1}} i_{ch} \text{ et } i_{C_i} = \frac{C_i}{C_i + C_{i-1}} i_{ch} \text{ dans le cas D.}$$

L'approximation faite est de bloquer la tension d'un condensateur i (en annulant son courant) lorsque la tension de la cellule adjacente $i-1$ devient supérieur à la tension de sa cellule, cette hypothèse nous conduit à prendre en compte uniquement les cas A et B et nous verrons que le comportement du modèle est satisfaisant car à l'échelle de la période de découpage, la durée de ces phénomènes est très faible [8].

En simulation, la prise en compte de l'effet de ces diodes dans notre modèle est obtenue en remplaçant les courants i_{C_i} par la fonction suivante [8]:

$$F_i = [(V_{C_i} \leq V_{C_{i+1}}) \vee (i_{C_i} \leq 0)] \wedge [((V_{C_i} \geq V_{C_{i-1}}) \vee (i_{C_i} \geq 0))], \quad (I.26)$$

si $F_i = 0$ $i_{C_i} = 0$, sinon $i_{C_i} = q_i \cdot i_{ch}$. avec $q_i = s_{i+1} - s_i$

Cette fonction possède 3 entrées qui sont le courant i_{C_i} circulant dans la capacité C_i , la tension condensateur $v_{C_{i+1}}$ utilisée comme limite supérieure et la tension condensateur $v_{C_{i-1}}$ utilisée comme limite inférieure. La tension aux bornes du condensateur v_{C_i} constitue l'unique sortie. La fonction réalisée est la suivante:

- Si la tension v_{C_i} est supérieure à la tension $v_{C_{i+1}}$ ou le courant i_{C_i} est positif, alors une constante nulle est intégrée à la place du courant i_{C_i} ,
- Si la tension v_{C_i} est inférieure à la tension $v_{C_{i-1}}$ ou le courant i_{C_i} est négatif, alors une constante nulle est intégrée à la place du courant i_{C_i} .

D'une façon plus simple notre fonction est une expression logique à 4 combinaisons, si l'une de ces combinaisons n'est pas vérifiée une constante nulle est intégrée à la place du courant i_{C_i} et la tension de la condensateur C_i sera bloquée à sa valeur. Deux combinaisons vérifiant les tensions de cellules et qu'en aucune tension de cellule $i-1$ ou i devient supérieur à la tension de la cellule i ou $i+1$ respectivement. Les deux autres combinaisons vérifiant le courant i_{C_i} et qu'il ne doit pas être positif (du haut vers le bas) avec $V_{C_i} > V_{C_{i+1}}$, ou négatif avec $V_{C_i} < V_{C_{i-1}}$.

Nous mettons en évidence les évolutions des tensions condensateurs obtenues avec le modèle prenant en compte les diodes. Dans notre cas de figure, seule la diode D_1 intervient et interdit à la tension v_{C_i} de devenir négative.

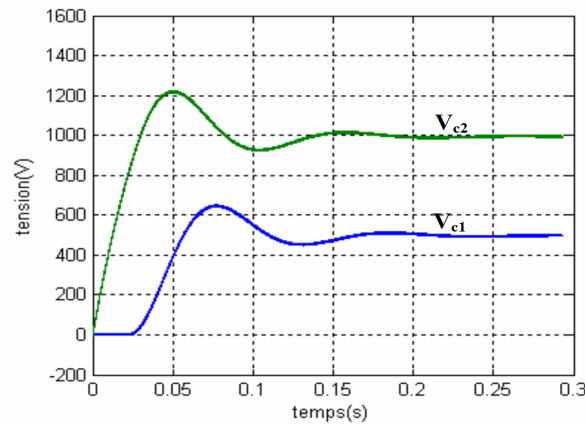


Figure I.15 Prise en compte de l'effet des diodes

On remarque que les tensions condensateurs v_{C_i} s'établissent à leur valeur d'équilibre, mais le comportement en régime transitoire est différent à celui de la figure (I.7) et le cas où la tension v_{C_i} est négative est complètement annulé. Les oscillations présentes en régime transitoire sont liées à la nature de la charge.

I.4 Modèle aux valeurs moyennes

Le modèle aux valeurs moyennes utilise le rapport cyclique u_i comme seule information concernant la cellule de commutation, le déphasage ϕ du signal de commande n'étant pas pris en compte. Ceci implique que le modèle moyen ne permet pas de mettre en évidence les phénomènes harmoniques donc le phénomène de rééquilibrage naturel en boucle ouverte propre au convertisseur multicellulaire [8].

I.4.1 Hypothèses

Les hypothèses retenues pour la mise du modèle aux valeurs moyennes d'un convertisseur multicellulaire sont [8]:

- Les interrupteurs sont idéaux (tension de saturation, courant de fuite et temps de commutation nuls),
- Les temps morts sont nuls (les interrupteurs étant considérées comme parfaits),
- Les interrupteurs d'une même cellule de commutation fonctionnent de façon complémentaire,
- Les valeurs des condensateurs flottants C_i sont telles que les tensions à leurs bornes V_{C_i} sont constantes sur une période de découpage,
- Le courant de charge I_{ch} est constant sur une période de découpage et correspond à la valeur moyenne de celui-ci sur cette même période.
- La tension d'alimentation E est constante.

I.4.2 Modèle moyen d'un bras multicellulaire

Nous rappelons à la figure (I.16) la structure d'un bras multicellulaire :

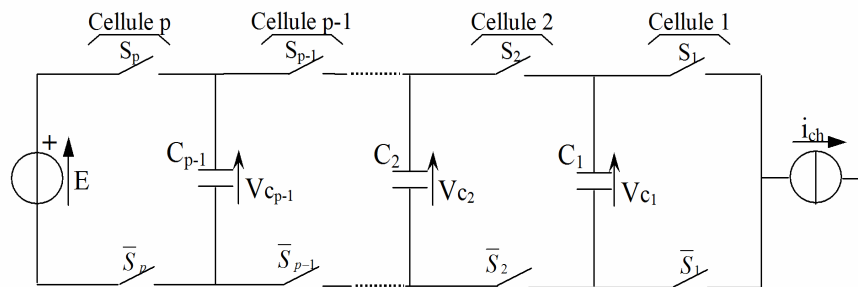


Figure I.16. Structure d'un bras multicellulaire p -cellules

L'étude du comportement de la cellule de commutation i nous permet de mettre en évidence l'obtention du modèle moyen.

L'interrupteur S_i de la cellule i est pilotée par le signal de commande s_i de fréquence de découpage f_d . Cet interrupteur est à l'état passant pendant la durée $u_i \cdot T_d$ et à l'état bloqué pendant $[1 - u_i] \cdot T_d$. Nous obtenons ainsi, à la figure (I.17), les formes d'ondes de la tension $V_{\bar{S}_i}$ aux bornes de l'interrupteur \bar{S}_i et du courant i_{S_i} circulant dans l'interrupteur S_i :

- Pendant $(u_i \cdot T_d)$
 $S_i = \text{ON}$ $\bar{S}_i = \text{OFF}$
 $v_{\bar{S}_i} = v_{C_i} - v_{C_{i-1}}$ et $i_{S_i} = i_{ch}$
- Pendant $([1 - u_i] \cdot T_d)$
 $S_i = \text{OFF}$ $\bar{S}_i = \text{ON}$
 $v_{\bar{S}_i} = 0$ et $i_{S_i} = 0$

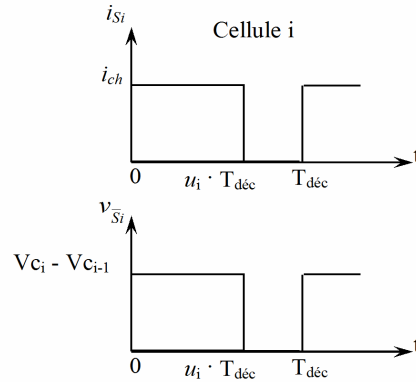


Figure I.17. Evolution des grandeurs électriques au sein d'une cellule i

Les valeurs moyennes du courant circulant dans l'interrupteur S_i et de la tension aux bornes de l'interrupteur $\overline{V_{S_i}}$ s'expriment :

$$\begin{aligned} \overline{V_{S_i}} &= \frac{1}{T_{déc}} \int_0^{T_{déc}} v_{S_i} dt = u_i \cdot [V_{C_i} - V_{C_{i-1}}] \\ \overline{I_{S_i}} &= \frac{1}{T_{déc}} \int_0^{T_{déc}} i_{S_i} dt = u_i \cdot I_{ch} \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

Ainsi chaque interrupteur $\overline{S_i}$ peut être représentée par une source de tension de valeur $u_i \cdot [V_{C_i} - V_{C_{i-1}}]$ et chaque interrupteur S_i peut être représenté par une source de courant de valeur $u_i \cdot I_{ch}$. Ces observations nous permettent de définir le schéma équivalent moyen d'un bras multicellulaire (figure I.18) [8].

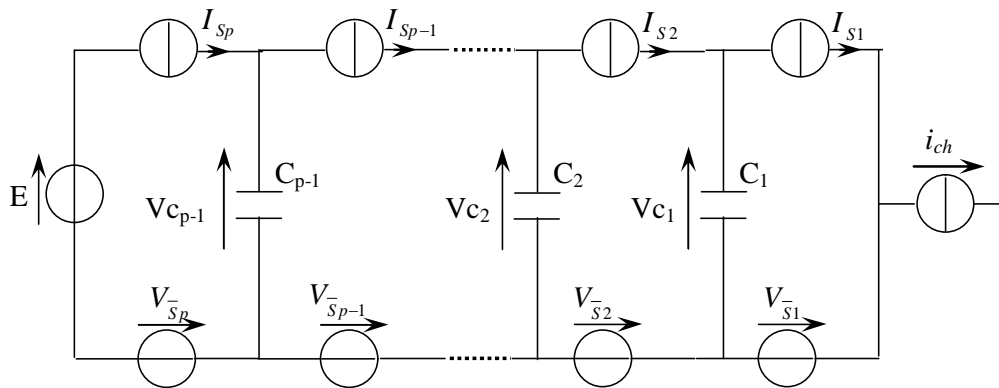


Figure I.18. Représentation du modèle moyen d'un bras multicellulaire

L'expression de la tension de sortie moyenne du bras multicellulaire V_s est obtenue en faisant la somme des tensions moyennes $\overline{V_{S_i}}$:

$$V_s = \sum_{i=1}^p \overline{V_{S_i}} = \sum_{i=1}^p u_i \cdot [V_{C_i} - V_{C_{i-1}}] \quad (\text{I.28})$$

où $V_{C_0} = 0$ et $V_{C_p} = E$

Dans le cas où les rapports cycliques u_i sont identiques sur toutes les cellules et les tensions condensateurs V_{C_i} égales à $i \cdot E/p$, la tension de sortie moyenne V_s est égale à $u_i \cdot E$.

La connaissance des courant moyens parcourant les interrupteurs de deux cellules de commutation adjacentes (cellules $i+1$ et i) nous permet de connaître le courant moyen parcourant le condensateur C_i :

$$I_{C_i} = I_{S_{i+1}} - I_{S_i} = [u_{i+1} - u_i] \cdot I_{ch} \quad (I.29)$$

A partir de l'équation de I_{C_i} , nous obtenons l'équation régissant l'évolution de la tension moyenne V_{C_i} aux bornes des condensateurs :

$$\frac{d}{dt} V_{C_i} = \frac{1}{C_i} \cdot I_{C_i} = \frac{1}{C_i} \cdot [u_{i+1} - u_i] \cdot I_{ch} \quad (I.30)$$

Il est possible d'écrire l'équation (I.30) en prenant en compte non plus les rapports cycliques u_i mais leurs différence :

$$\alpha_i = u_{i+1} - u_i \quad (I.31)$$

En effet, ce sont ces différences qui nous permettent de connaître l'évolution des tensions aux bornes des condensateurs flottants :

$$\frac{d}{dt} V_{C_i} = \frac{I_{ch}}{C_i} \cdot \alpha_i \quad (I.32)$$

En écrivant l'évolution (équation I.28) en fonction des grandeurs α_i , la tension de sortie du bras multicellulaire V_s devient :

$$V_s = - \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \cdot V_{C_i} + u_i \cdot E \quad (I.33)$$

Si la charge est connectée entre le point bas de la source de tension E et la cellule de commutation 1, la tension aux bornes de la charge V_{ch} est égale à la tension de sortie du bras V_s , de plus, si la charge est de type R-L, la relation liant les grandeurs de sortie s'écrit :

$$V_{ch} = V_s = R_{ch} \cdot I_{ch} + L_{ch} \frac{d}{dt} I_{ch} \quad (I.34)$$

Nous pouvons, à partir des équations (I.33) et (I.34), déterminer l'équation d'état représentant l'évolution du courant de charge I_{ch} en fonction des grandeurs d'état V_{C_i} , des grandeurs de commande α_i , de la tension d'alimentation E et des paramètres de la charge :

$$\frac{d}{dt} I_{ch} = - \sum_{i=1}^{p-1} \frac{\alpha_i}{L_{ch}} V_{C_i} + \frac{u_p}{L_{ch}} E - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} I_{ch} \quad (I.35)$$

Les équations régissant les évolutions des tensions condensateurs (équation I.32) et l'évolution du courant de charge (équation I.35) permettent de définir un système d'état d'ordre p composé de :

- $(p-1)$ équations représentant les évolutions des tensions aux bornes des condensateurs,
- Une équation représentant l'évolution du courant de charge, celle-ci étant de type R-L.

Ce système est de la forme $\dot{x} = A_1(x) + B_1(x)u$ où x représente le vecteur d'état $[V_{c_1}, V_{c_2}, \dots, V_{c_{p-1}}, I_{ch}]^T$ et u le vecteur de commande $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-1}, u_p]^T$.

Les matrices A_1 et B_1 sont définies par les expressions suivantes :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \end{pmatrix} \quad (I.36)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} \frac{I_{ch}}{C_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{I_{ch}}{C_{p-2}} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{I_{ch}}{C_{p-1}} & 0 \\ -\frac{V_{c_1}}{L_{ch}} & \dots & -\frac{V_{c_{(p-2)}}}{L_{ch}} & -\frac{V_{c_{(p-1)}}}{L_{ch}} & \frac{E}{L_{ch}} \end{pmatrix}$$

et elles sont de dimension $p \times p$.

Ce système d'état peut également être mis sous la forme $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, forme caractéristique d'un système linéaire.

I.4.3 Aspect multidimensionnel et non-linéaire

L'aspect non-linéaire du modèle $\dot{x} = A_1(x) + B_1(x)u$ se traduit par la présence des grandeurs d'état V_{c_i} et I_{ch} dans la matrice B_1 comme le montre l'expression (I.36).

Sous cette représentation, le vecteur d'état x a pour expression $[V_{c_1}, V_{c_2}, \dots, V_{c_{p-1}}, I_{ch}]^T$ et le vecteur de commande u a pour expression $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-1}, u_p]^T$. Ces deux vecteurs étant de dimension $p \times 1$, cela traduit le caractère multidimensionnel du modèle qui possède p entrées et p sorties.

Ce caractère multidimensionnel implique dans la majorité des cas une interaction entre les entrées et les sorties qui se caractérise par le fait qu'une entrée peut agir sur plusieurs sorties. Cette interaction peut facilement être mise en évidence en calculant la matrice de transfert en boucle ouverte $T_{BO}(s) = (sI - A_1)^{-1}B_1$: le fait que celle-ci ne soit pas diagonale implique la présence de termes de couplage.

Dans notre cas de figure, la matrice de transfert $T_{BO}(s)$ s'exprime [8]:

$$T_{BO}(s) = \begin{pmatrix} \frac{I_{ch}}{C_1 \cdot s} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{I_{ch}}{C_{p-2} \cdot s} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{I_{ch}}{C_{p-1} \cdot s} & 0 \\ \frac{Vc_1}{R_{ch}(1 + \frac{L_{ch}}{R_{ch}}s)} & \dots & \frac{Vc_{(p-2)}}{R_{ch}(1 + \frac{L_{ch}}{R_{ch}}s)} & \frac{Vc_{(p-1)}}{R_{ch}(1 + \frac{L_{ch}}{R_{ch}}s)} & \frac{E}{R_{ch}(1 + \frac{L_{ch}}{R_{ch}}s)} \end{pmatrix} \quad (I.37)$$

et peut être mise sous la forme générale :

$$T_{BO}(s) = \begin{pmatrix} T_{1,1}(s) & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & T_{p-2,p-2}(s) & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & T_{p-1,p-1}(s) & 0 \\ T_{p,1}(s) & \dots & T_{p,p-2}(s) & T_{p,p-1}(s) & T_{p,p}(s) \end{pmatrix} \quad (I.38)$$

Le terme $T_{i,j}(s)$ caractérise l'influence de l'entrée j sur la sortie i . Ainsi, le terme $T_{p,p-1}(s)$ caractérise l'influence de la commande a_{p-1} sur la sortie p correspond au courant de charge.

Comme le système d'état décrit précédemment est non-linéaire, nous ne pouvons pas lui appliquer une commande établie à partir de la théorie des systèmes linéaires. La solution adoptée est de linéariser ce système comme nous allons voir au chapitre suivant.

I.5 Conclusion

Au cours de ce premier chapitre, on a présenté brièvement la topologie et les propriétés nécessaires de l'hacheur dédié à l'étude.

Nous avons présenté par la suite deux modèles des hacheurs multicellulaires série qui permettent de poursuivre deux objectifs différents : dimensionnement de lois de commande (modèle moyen) et validation en simulation de ces lois de commandes dans des conditions proches du fonctionnement réel (modèle instantané).

La modélisation aux valeurs moyennes a permis de mettre en évidence le caractère non linéaire du modèle ce qui nous conduira à linéariser celui-ci dans le chapitre suivant. Cette linéarisation va nous permettre de mettre en œuvre des lois de commande établies à partir des méthodes de l'automatique linéaire.

Chapitre II

Commande en boucle fermée des hacheurs multicellulaires série

II.1 Introduction

Nous avons vu au chapitre I qu'il est possible de commander un convertisseur multicellulaire en boucle ouverte, en bénéficiant de l'équilibrage naturel des tensions flottantes. Cependant, pour des applications nécessitant une dynamique de rééquilibrage plus importante, différentes stratégies de commande ont été imaginées. Certaines de ces stratégies assurent juste le contrôle actif des tensions flottantes, d'autres contrôlent les tensions flottantes et le courant de sortie du convertisseur multicellulaire [4].

Dans ce chapitre, nous présenterons quelques commandes capables d'imposer la dynamique des tensions flottantes et du courant de charge. Les références de tensions sont donc calculées à partir de la valeur de la tension de source ($v_{ciréf} = i \cdot E/p$). La plus simple d'entre elles c'est la commande proportionnelle qui tient en compte uniquement la régulation des tensions condensateurs.

Ensuite, nous verrons deux autres commandes qui appartiennent à la première grande famille des stratégies de commande « commande en durée » (rappelons que la deuxième famille est la commande en amplitude). Dans cette famille, la conversion d'énergie s'effectue par modulation du temps de conduction des interrupteurs. Le modèle servant de base pour la synthèse de ces commandes est le modèle moyen sur la période découpage.

La difficulté majeure réside dans le fait que ce modèle est non linéaire et que les variables d'états sont couplées entre elles. La première étape dans le calcul de la commande, consiste donc, à linéariser et découpler le système. Ensuite, des régulateurs linéaires sont utilisés afin d'obtenir les performances dynamiques et statiques désirées [8].

La première des commandes, dite commande découplante linéaire, est basée sur une linéarisation autour d'un point de fonctionnement du convertisseur. La seconde, est connue sous le nom de commande par découplage entrée/sortie (ou commande non linéaire) et est basée sur une linéarisation exacte du système.

II.2 Contrôle proportionnel des tensions condensateurs

Nous présentons dans ce paragraphe une loi de commande proportionnelle prenant en compte uniquement la régulation des tensions condensateurs, elle est basée sur une modulation des rapports cycliques. Le principe de la régulation par modulation des rapports cycliques repose sur une modification de ces rapports cycliques figure (II.1) [8]:

- Si les rapports cycliques des cellules Cel_{i+1} et Cel_i sont différents, le courant moyen I_{c_i} dans le condensateur C_i n'est pas nul et par conséquent la tension V_{C_i} évolue.

Lorsqu'un déséquilibre apparaît sur une tension condensateur V_{C_i} , le courant moyen I_{c_i} qui traverse le condensateur pendant une période de découpage $T_{déc}$ soit tel que la tension V_{C_i} tende vers sa valeur d'équilibre. La variation de la tension condensateur ΔV_{C_i} s'obtient alors par la relation :

$$\Delta V_{C_i} = V_{C_i}(t + T_{déc}) - V_{C_i}(t) = \frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} = \frac{I_{c_i} \cdot T_{déc}}{C_i} \quad (\text{II.1})$$

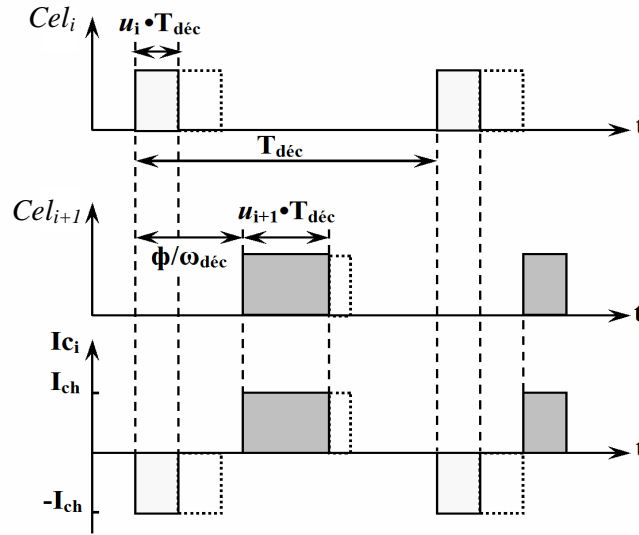


Figure II.1. Principe de régulation par modulation des rapports cycliques

Le courant I_{c_i} peut s'exprimer en fonction du courant de charge moyen I_{ch} et des rapports cycliques u_{i+1} , u_i et en remplaçant celui-ci dans l'expression (II.1) nous obtenons :

$$\Delta V_{C_i} = \frac{T_{déc}}{C_i} \cdot I_{ch} \cdot [u_{i+1} - u_i] = \frac{T_{déc}}{C_i} \cdot I_{ch} \cdot \alpha_i \quad (\text{II.2})$$

où α_i représente la différence entre les rapports cycliques u_{i+1} et u_i .

La grandeur de commande α_i en fonction de déséquilibre sur la tension V_{C_i} s'exprime :

$$\alpha_i = \frac{C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \Delta V_{C_i} = \frac{C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \left[\frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} \right] \quad (\text{II.3})$$

Il faut noter qu'il existe p grandeurs de commande (p rapports cycliques) et $p-1$ tensions condensateurs à contrôler. Ceci implique que la variable de commande supplémentaire sera choisie constante en fonction du point de fonctionnement ou sera utilisée pour contrôler une

grandeur de sortie du convertisseur. Notre préoccupation principale étant le contrôle des tensions V_{C_i} , la grandeur d'entrée est constante et nous avons choisi arbitrairement le rapport cyclique u_p .

Remarque : nous aurions pu choisir de fixer un rapport cyclique u_i quelconque. Mais en choisissant la grandeur u_p (rapport cyclique de la cellule connectée à la source de tension E), il est possible de reconstituer très facilement les $(p-1)$ rapports cycliques par la relation (II.4).

$$u_i = u_{i+1} - \alpha_i \quad (\text{II.4})$$

Il en est de même si nous avons choisi le rapport cyclique u_1 (rapport cyclique de la cellule connectée à la source de courant). L'équation permettant de reconstituer les $(p-1)$ rapports cycliques aurait été :

$$u_{i+1} = u_i + \alpha_i \quad (\text{II.5})$$

Nous introduisons dans l'équation (II.2) le gain G qui sera choisi afin d'éviter toute saturation des rapports cycliques et pour assurer une dynamique d'équilibrage importante dans la phase de démarrage. En effet en l'absence de saturation des grandeurs de commande, l'évolution des grandeurs électriques est complètement maîtrisée.

Le synoptique de la loi de commande est représenté à la figure (II.2).

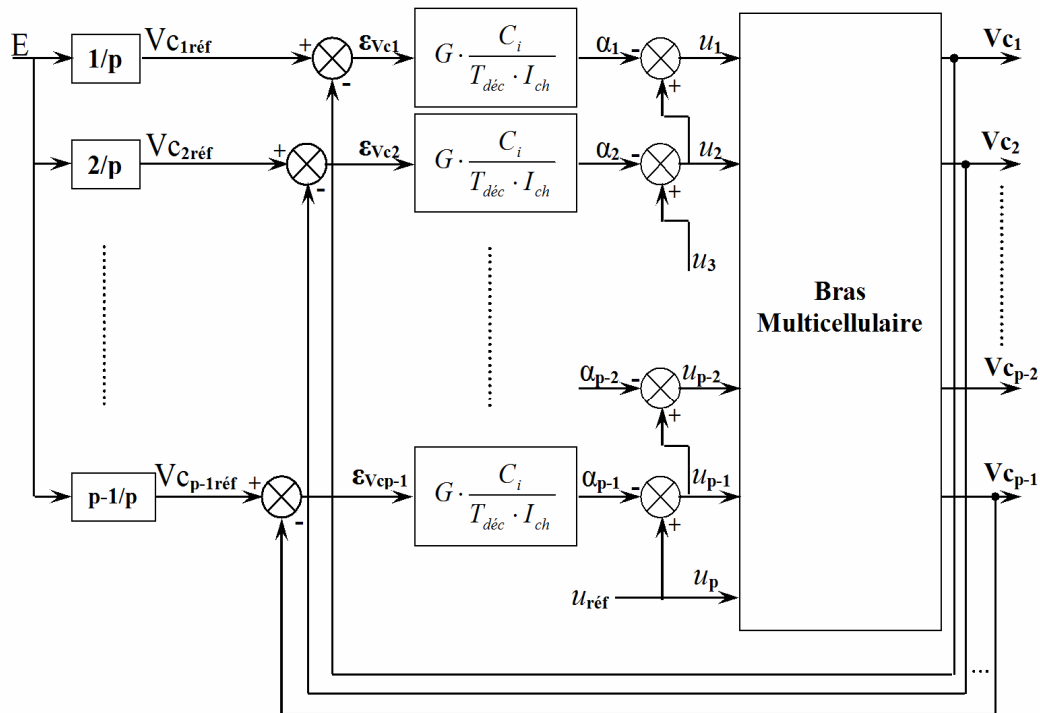


Figure II.2. Structure de la loi de commande modulant les rapports cycliques

La loi de commande peut être synthétisée par les équations :

$$u_p = u_{réf}$$

$$u_i = u_{i+1} - G \cdot \frac{C_i}{T_{déc} \cdot I_{ch}} \cdot \left[\frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i} \right] \quad (\text{II.6})$$

où i varie de 1 à $(p-1)$ et $u_{réf}$ représente le rapport cyclique de référence permettant de définir le point de fonctionnement.

La différence $\frac{i \cdot E}{p} - V_{C_i}$ correspond à l'erreur existante $\varepsilon_{V_{C_i}}$ sur la tension V_{C_i} . L'équation (II.6) met en évidence que lorsque l'erreur $\varepsilon_{V_{C_i}}$ est nulle, les rapports cycliques sont égaux :

$$u_1 = u_2 = \dots = u_p = u_{réf} \quad (\text{II.7})$$

En considérant que le courant peut être représenté par sa valeur moyenne sur une période de découpage, il est possible de définir dans le domaine fréquentiel une boucle de contrôle propre à chaque condensateur (figure II.3).

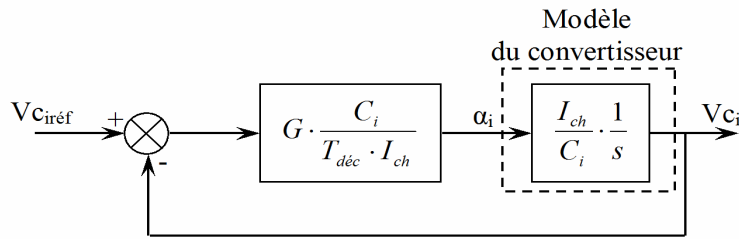


Figure II.3. Boucle de régulation de la tension condensateur v_{ci}

La fonction de transfert liant V_{C_i} à $V_{C_{i,réf}}$ est du premier ordre et la constante du temps τ est définie par $\tau = \frac{T_{déc}}{G}$.

$$\frac{V_{C_i}}{V_{C_{i,réf}}} = \frac{1}{1 + \tau s} \quad (\text{II.8})$$

L'équation (II.6) montre que pour une erreur donnée $\varepsilon_{V_{C_i}}$, la régulation saturera d'autant plus vite que le condensateur C_i et le gain G seront importants et que le courant I_{ch} sera faible. Le choix du gain G s'effectue alors en considérant le mode de fonctionnement suivant :

- La source d'alimentation étant établie à sa valeur de référence E , on effectue un démarrage du convertisseur (les condensateurs C_i étant déchargés) avec un rapport cyclique définissant le point de fonctionnement (courant de charge).

A l'instant initial, les erreurs sur les tensions aux bornes des condensateurs $\varepsilon_{V_{C_i}}$ sont maximales et égales à :

$$\varepsilon_{V_{C_i}} = i \cdot \frac{E}{p} \quad (\text{II.9})$$

Le rapport cyclique $u_{p,init}$ égal à $u_{réf}$ permet de définir les grandeurs $u_{i,init}$ par les relations de récurrence :

$$\begin{aligned} u_{p,init} &= u_{réf} \\ u_{p-1,init} &= u_{p,init} - \alpha_{p-1,init} = u_{réf} - (p-1) \cdot \frac{G \cdot C_i}{T_d \cdot I_{ch}} \cdot \frac{E}{p} \\ &\vdots \\ u_{1,init} &= u_{réf} - \alpha_{1,init} = u_{réf} - \frac{p(p-1)}{2} \cdot \frac{G \cdot C_i}{T_d \cdot I_{ch}} \cdot \frac{E}{p} \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

Ces équations impliquent que les rapports cycliques u_{init} seront toujours inférieurs à la valeur de référence $u_{réf}$ dans le cas d'un démarrage :

$$u_{réf} > u_{p-1init} > u_{p-2init} > \dots > u_{1init} \geq 0 \quad (\text{II.11})$$

Le gain G est donc calculé tel que $u_{1init} = 0$ sachant que $I_{ch} = u_{réf} \cdot E/R_{ch}$:

$$G = \frac{2 \cdot T_{déc}}{(p-1) \cdot C_i \cdot R_{ch}} \cdot u_{réf}^2 \quad (\text{II.12})$$

La constante de temps caractérisant l'évolution en boucle fermée des tensions condensateurs s'exprime alors :

$$\tau = \frac{T_{déc}}{G} = \frac{(p-1) \cdot C_i \cdot R_{ch}}{2} \cdot \frac{1}{u_{réf}^2} \quad (\text{II.13})$$

Cette première expression montre que la constante de temps tend vers l'infini pour $R_{ch} = \infty$ ou $u_{réf} = 0$. A partir de cette expression, il est alors possible de définir une relation liant la constante de temps τ à la période de découpage $T_{déc}$ et au rapport cyclique $u_{réf}$. Pour cela, nous considérons que le condensateur C_i est dimensionné en fonction de l'ondulation de tension maximale à ses bornes ΔV_{C_i} :

$$C_i = \frac{T_{déc} \cdot I_{ch}}{p \cdot \Delta V_{C_i}} \quad (\text{II.14})$$

En prenant en compte cette expression dans l'équation (II.13) et en supposant que l'ondulation ΔV_{C_i} est fixée à 10% de E/p (E/p correspond à la valeur d'équilibre des tensions interrupteurs), la constante de temps devient :

$$\tau = \frac{p-1}{0.2 \cdot u_{réf}} \cdot T_{déc} \quad (\text{II.15})$$

L'évolution de la constante de temps en unité réduite est représentée à la figure (II.4) et met en évidence que τ diminue lorsque le rapport cyclique augmente.

La constante de temps a été obtenue à partir du calcul du gain G en considérant une variation de la tension d'alimentation égale à E dans la phase de démarrage. Si l'on considère un cas plus réaliste où la variation de la tension d'alimentation E dans la phase de démarrage est moins importante, la constante de temps τ peut être réduite ($\Delta E = 10\% E \Rightarrow \tau$ divisée par 10).

Le gain G (équation II.12) a été calculé afin d'assurer une dynamique d'équilibrage importante dans la phase de démarrage. Il est alors possible de caractériser les variations admissibles de la tension d'alimentation en régime permanent.

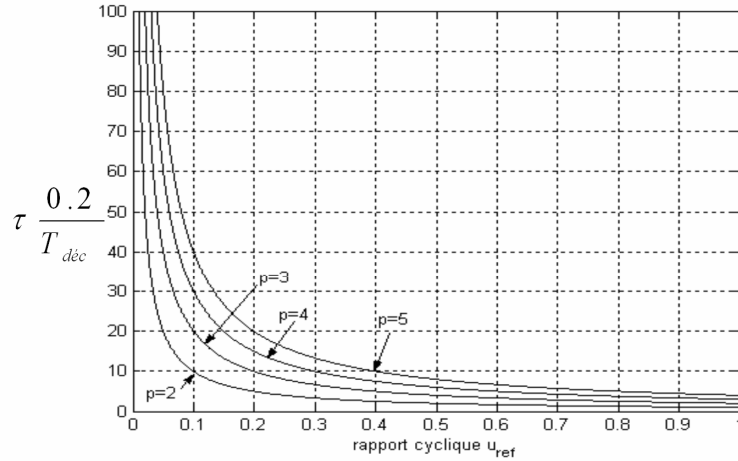


Figure II.4. Evolution en unité réduite de la constante de temps en fonction des rapports cycliques de référence et du nombre de cellules p

Dans le cas d'une perturbation E en régime permanent, les équations (II.10) deviennent :

$$\begin{aligned}
 u_{p\text{init}} &= u_{\text{réf}} \\
 u_{p-1\text{init}} &= u_{p\text{init}} - \alpha_{p-1\text{init}} = u_{\text{réf}} - (p-1) \cdot \frac{G \cdot C_i}{T_d \cdot I_{ch}} \cdot \frac{\Delta E}{p} \\
 &\vdots \\
 u_{1\text{init}} &= u_{\text{réf}} - \alpha_{1\text{init}} = u_{\text{réf}} - \frac{p(p-1)}{2} \cdot \frac{G \cdot C_i}{T_d \cdot I_{ch}} \cdot \frac{\Delta E}{p}
 \end{aligned} \tag{II.16}$$

- Si la variation ΔE est positive, ΔE est calculée tel que $u_{1\text{init}} = 0$:

$$\Delta E = E \tag{II.17}$$

- Si la variation ΔE est négative, les rapports cycliques u_i seront toujours supérieurs à la valeur de référence $u_{\text{réf}}$

$$u_{\text{réf}} < u_{p-1\text{init}} < u_{p-2\text{init}} < \dots < u_{1\text{init}} \tag{II.18}$$

et ΔE est calculée tel que $u_{1\text{init}} = 1$:

$$\Delta E = \frac{u_{\text{réf}} - 1}{u_{\text{réf}}} \cdot E \tag{II.19}$$

En ce qui concerne le courant de charge I_{ch} , celui-ci n'étant pas régulé, il subit directement les variations de la tension d'alimentation car la valeur continue de ce courant en fonction de cette tension : $I_{ch} = u_{\text{réf}} \cdot E / R_{ch}$ dans le cas d'un hacheur dévolteur.

II.2.1 Simulation

Cette analyse est maintenant validée en simulation dans le cas d'un hacheur dévolteur 3 cellules dont les caractéristiques sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} E = 1500V \\ C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ L_{ch} = 1.5 mH \\ R_{ch} = 10 \Omega \\ f_d = 16kHz \quad T_d = 62.5 \mu s \end{array} \right. \tag{II.20}$$

La réponse à un échelon de tension puis à une variation négative $\Delta E = -375V$ est représentée à la figure (II.5) sachant que $u_3 = 0,8$, $G = 0,1$ et $I_{ch} = 120A$

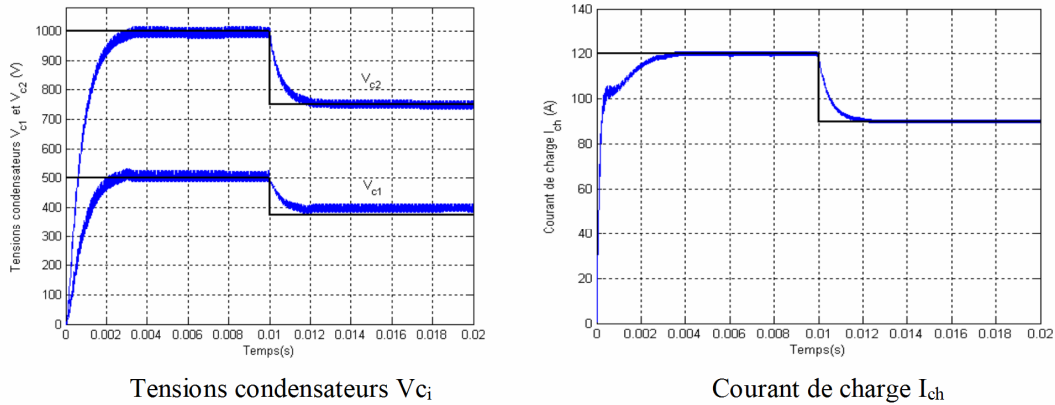


Figure II.5. Régulation par modulation des rapports cycliques avec $G = 0,1$

La figure (II.6) met en évidence que les rapports cycliques ne sont pas saturés.

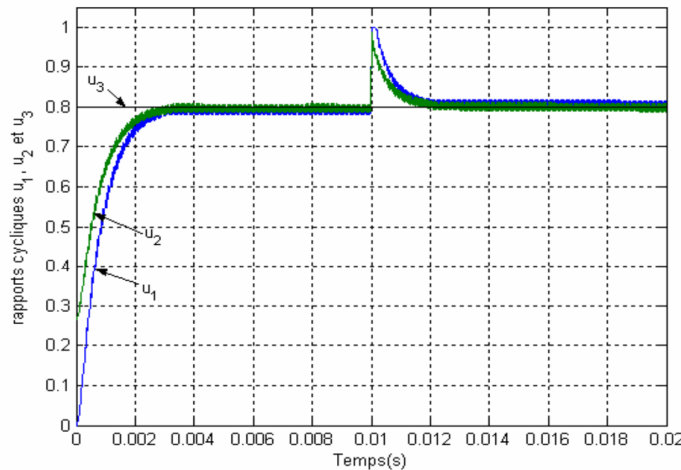


Figure II.6. Evolution des rapports cycliques u_i

II.3 Commande non-interactive des hacheurs multicellulaires série

Dans un premier temps, nous présentons les généralités de la commande non-interactive et en présentant la méthode de linéarisation appliquée au modèle de l'hacheur puis dans un second temps, nous appliquerons celle-ci à un convertisseur multicellulaire série.

II.3.1 Généralités

La commande non-interactive des systèmes multidimensionnels est une méthode qui permet de minimiser les phénomènes de couplage, principale caractéristique des systèmes multidimensionnels. En effet, elle permet de compenser le système de sorte que chaque entrée affecte seulement une sortie [8].

La non-interaction permet également de simplifier les boucles de commande car le système multivariable initial est transformé en plusieurs systèmes monovariables découplés, qui pourront

être traités par les méthodes classiques de l'automatique. De plus, le réglage d'une boucle de régulation pourra alors être effectué sans aucune modification des autres boucles de régulation.

Si le système multidimensionnel est représenté par un modèle linéaire stationnaire caractérisé par une matrice de transfert Z et si le nombre d'entrées n_e est égal au nombre de sorties n_s , les éléments de la matrice Z n'appartenant pas à la diagonale principale représenteront les termes de couplage par rapport aux entrées.

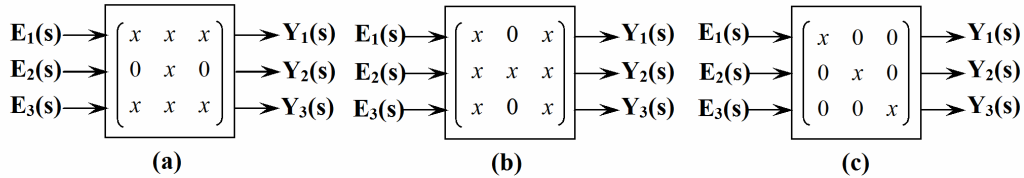


Figure II.7. Concepts de non-interaction

Le cas (a) met en évidence que la sortie $Y_2(s)$ n'est affectée que par l'entrée $E_2(s)$ à l'exclusion des autres entrées et le cas (b) montre que l'entree $E_2(s)$ influe uniquement sur la sortie $Y_2(s)$. Le cas (c) met en œuvre une non-interaction complète entrées-sorties, les situés hors la diagonale principale étant nuls.

La synthèse des systèmes non-interactifs peut être menée de deux façons :

- Soit en utilisant la notion de matrice de transfert,
- Soit en utilisant la représentation d'état.

Dans le cadre de la commande des convertisseurs multicellulaires série, nous avons choisi les techniques d'état pour mettre en œuvre la non-interaction.

Notre objectif étant l'élaboration de lois de commande, nous allons dans un premier temps étudier la commandabilité des hacheurs multicellulaires série à partir du modèle d'état linéarisé.

II.3.2 Présentation de la méthode de linéarisation

La méthode de linéarisation que nous utilisons est appelée linéarisation locale car elle s'effectue autour d'un point de fonctionnement donné.

Lorsqu'un processus pouvant être mis sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) \\ y &= h(x, u, t) \end{aligned} \tag{II.21}$$

avec $x \in R^n$, $u \in R^n$, $y \in R^n$, évolue autour du point de fonctionnement statique défini par x_0 , u_0 , ou plus généralement dans un voisinage d'une évolution nominale prédéfinie caractérisée par x_N , u_N , on peut réaliser une description en utilisant un modèle linéaire tangent.

En posant $x = x_N + \delta x$, $y = y_N + \delta y$, $u = u_N + \delta u$, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_N &= f(x_N, u_N, t) & y_N &= h(x_N, u_N, t) \\
\dot{x}_N + \frac{d}{dt} \delta x &= f(x_N + \delta x, u_N + \delta u, t) \\
y_N + \delta y &= h(x_N + \delta x, u_N + \delta u, t)
\end{aligned} \tag{II.22}$$

Si nous développons les équations au premier ordre, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
f(x_N + \delta x, u_N + \delta u, t) &= f(x_N, u_N, t) + F_x \delta x + F_u \delta u + \sigma(\|\delta x\|, \|\delta u\|) \\
\frac{d}{dt} \delta x &= F_x(x_N, u_N, t) \delta x + F_u(x_N, u_N, t) \delta u + \sigma(\|\delta x\|, \|\delta u\|) \\
\delta y &= H_x(x_N, u_N, t) \delta x + H_u(x_N, u_N, t) \delta u + \sigma(\|\delta x\|, \|\delta u\|)
\end{aligned} \tag{II.23}$$

En négligeant les termes d'ordre supérieur à un, nous obtenons un modèle d'état linéaire de valeur d'état δx , de commande δu et de sortie δy . Si la fonction f ne dépend pas du temps et si $x_N = x_0$ et $u_N = u_0$ sont constants, le modèle linéarisé local est stationnaire :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \delta x &= F_x(x_0, u_0) \delta x + F_u(x_0, u_0) \delta u \\
\delta y &= H_x(x_0, u_0, t) \delta x + H_u(x_0, u_0, t) \delta u
\end{aligned} \tag{II.24}$$

II.3.2.1 Application au modèle moyen du convertisseur

La méthode de linéarisation décrite au paragraphe précédent est maintenant appliquée au modèle du convertisseur multicellulaire série en fonctionnement hacheur décrit par l'équation (I.36). Pour notre modèle, l'équation (II.24) se simplifie car les sorties de notre système correspondent aux grandeurs d'état $\delta y = \delta x$ ce qui implique une seule équation :

$$\frac{d}{dt} \delta x = F_x(x_0, u_0) \delta x + F_u(x_0, u_0) \delta u \tag{II.25}$$

Avec $\delta x = [\delta V_{C_1}, \delta V_{C_2}, \dots, \delta V_{C_{p-1}}, \delta I_{ch}]$ et $\delta u = [\delta \alpha_1, \delta \alpha_2, \dots, \delta \alpha_{n-1}, \delta u_n]$.

En appliquant l'équation (II.25) à notre modèle et sachant que $x = x_0 + \delta x$, $u = u_0 + \delta u$, nous obtenons l'équation (II.26) :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \delta x &= \frac{\partial f}{\partial V_{C_1}} \delta V_{C_1} + \dots + \frac{\partial f}{\partial V_{C_{p-1}}} \delta V_{C_{p-1}} + \frac{\partial f}{\partial I_{ch}} \delta I_{ch} \\
&+ \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} \delta \alpha_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial \alpha_{p-1}} \delta \alpha_{p-1} + \frac{\partial f}{\partial u_p} \delta u_p
\end{aligned} \tag{II.26}$$

L'évolution de tension aux bornes du condensateur C_i régie par l'équation (I.30) devient pour le modèle moyen linéarisé :

$$\frac{d}{dt} \delta V_{C_i} = \frac{\alpha_{i0}}{C_i} \delta I_{ch} + \frac{I_{ch0}}{C_i} \delta \alpha_i \tag{II.27}$$

L'équation (I.35) décrivant l'évolution du courant de charge devient :

$$\frac{d}{dt} \delta I_{ch} = - \sum_{i=1}^{p-1} \frac{\alpha_{i0}}{L_{ch}} \delta V C_i - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \delta I_{ch} - \sum_{i=1}^{p-1} \frac{V C_{i0}}{L_{ch}} \delta \alpha_i - \frac{E}{L_{ch}} \delta u_p \quad (\text{II.28})$$

Le point de fonctionnement autour duquel est effectuée la linéarisation correspond à un point de fonctionnement équilibré caractérisé par des rapports cycliques identiques. Ceci implique que les grandeurs d'entrée α_{i0} sont nulles et une simplification des équations (II.28) et (II.27) est alors possible.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \delta V C_i &= \frac{I_{ch0}}{C_i} \delta \alpha_i \\ \frac{d}{dt} \delta I_{ch} &= - \frac{R_{ch}}{L_{ch}} \delta I_{ch} - \sum_{i=1}^{p-1} \frac{V C_{i0}}{L_{ch}} \delta \alpha_i + \frac{E}{L_{ch}} \delta u_p \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Ces équations qui représentent le modèle moyen linéarisé peuvent être mises sous la forme d'état $\dot{x} = A_2 \delta x + B_2 \delta u$. Le vecteur d'état δx est alors défini par $[\delta V C_1, \dots, \delta V C_{p-1}, \delta I_{ch}]^T$ et le vecteur de commande δu par $[\delta \alpha_1, \dots, \delta \alpha_{n-1}, \delta u_n]^T$.

Les matrices A_2 et B_2 s'obtiennent à partir des matrices A_1 et B_1 (équation I.36) :

- La matrice A_2 est inchangée,
- La matrice B_2 est obtenue en remplaçant les valeurs moyennes $V C_i$ et I_{ch} de la matrice B_1 par $V C_{i0}$ et I_{ch0} , valeurs des grandeurs d'état au point d'équilibre.

Ces nouvelles matrices sont calculées maintenant comme suit :

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.30})$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} \frac{I_{ch0}}{C_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{I_{ch0}}{C_{p-2}} & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{I_{ch0}}{C_{p-1}} & 0 \\ -\frac{V C_{10}}{L_{ch}} & \dots & -\frac{V C_{(p-2)0}}{L_{ch}} & -\frac{V C_{(p-1)0}}{L_{ch}} & \frac{E}{L_{ch}} \end{pmatrix}$$

L'expression de la tension de sortie moyenne du bras multicellulaire (I.33) peut aussi être linéarisée :

$$\delta V_s = -\sum_{i=1}^{p-1} \alpha_{i0} \delta V_{c_i} - \sum_{i=1}^{p-1} V_{c_{i0}} \delta \alpha_i + E \delta u_p \quad (\text{II.31})$$

De même que pour l'équation (II.29), les grandeurs α_{i0} étant nulles, l'expression (II.31) se simplifie sous la forme :

$$\delta V_s = -\sum_{i=1}^{p-1} V_{c_{i0}} \delta \alpha_i + E \delta u_p \quad (\text{II.32})$$

II.3.3 Commandabilité des hacheurs multicellulaires série

II.3.3.1 Rappel sur la commandabilité

Dans le cas monovarié, un système linéaire représenté par $\dot{x} = Ax + Bu$ est dit complètement commandable s'il est possible en agissant sur les variables de commande formant le vecteur u , d'amener en temps fini (t_1-t_2), le vecteur d'état $x(t_0)$ à un état $x(t_1)$ quelconque défini à l'avance [8].

La matrice de commandabilité Q_c de dimension $n \times n$ (n représente l'ordre du système) est définie par :

$$Q_c = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (\text{II.33})$$

Il faut noter que dans le cas monovarié, la matrice est de dimension $n \times 1$.

La commandabilité du système sera assurée si : rang de $Q_c = n$, c'est-à-dire si la matrice Q_c est composée de n vecteurs linéairement indépendants. Ceci est une condition nécessaire et suffisante.

L'analyse de commandabilité dans le cas multivarié s'effectue de la même manière. La matrice de commandabilité Q_c sera établie à partir de l'équation (II.33) mais sa dimension sera maintenant $n \times n \cdot r$, la matrice B étant de dimension $n \times r$. Si la matrice Q_c est de rang n alors le système sera commandable.

Dans le cas où $n = r$ (matrice B carrée), le fait que le déterminant de B soit non nul est suffisant pour affirmer que le système est commandable.

Il est aussi possible d'étudier la commandabilité par rapport à une entrée donnée. En effet, si la matrice B est de la forme :

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1j} & \dots & b_{1r} \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ b_{k1} & \dots & b_{kj} & \dots & b_{kr} \\ \vdots & \ddots & & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \dots & b_{nj} & \dots & b_{nr} \end{pmatrix} \quad (\text{II.34})$$

La commandabilité par rapport à l'entrée j sera calculée à partir de la matrice Q_{c_j} selon la même critère et en prenant en compte la matrice réduite B_j de la forme :

$$B_j = \begin{pmatrix} b_{1j} \\ \vdots \\ b_{kj} \\ \vdots \\ b_{nj} \end{pmatrix} \quad (\text{II.35})$$

II.3.3.2 Commandabilité du modèle de l'hacheur

La commandabilité va être étudiée à partir du modèle moyen linéarisé présenté. Nous rappelons l'équation d'état de ce modèle : $\dot{\delta x} = A_2 \delta x + B_2 \delta u$ ainsi que les matrices A_2 et B_2 définies par les équations (I.36) :

$$A_2 = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_{ch}}{L_{ch}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.36})$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} \frac{I_{ch0}}{C_1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \frac{I_{ch0}}{C_{p-2}} & 0 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{I_{ch0}}{C_{p-1}} & 0 \\ -\frac{Vc_{10}}{L_{ch}} & \cdots & -\frac{Vc_{(p-2)0}}{L_{ch}} & -\frac{Vc_{(p-1)0}}{L_{ch}} & \frac{E}{L_{ch}} \end{pmatrix}$$

Il faut noter que l'ordre du système d'état est p (p correspond au nombre de cellules du convertisseur).

L'étude de la commandabilité va être effectuée à partir de ces matrices qui vont nous permettre d'obtenir une expression générale de la matrice de commandabilité Q_c . Cette matrice s'obtient par la concaténation de la matrice B et des matrices $A_2^i \cdot B_2$, i variant de 1 à $(p-1)$. Les matrices $A_2^i \cdot B_2$ sont de la forme générale :

$$A_2^i \cdot B_2 = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \\ (-1)^{k+1} \frac{R_{ch}^k Vc_{10}}{L_{ch}^{k+1}} & \cdots & (-1)^{k+1} \frac{R_{ch}^k Vc_{(p-1)0}}{L_{ch}^{k+1}} & (-1)^k \frac{R_{ch}^k E}{L_{ch}^{k+1}} \end{pmatrix} \quad (\text{II.37})$$

L'analyse des matrices $A_2^i \cdot B_2$ montre que les $(p-1)$ première lignes sont nulles donc non linéairement indépendantes. Ce qui implique que la matrice Q_c sera de rang p si et seulement si la matrice B_2 est de rang p .

La forme de la matrice B_2 met en évidence qu'elle sera de rang p si et seulement si la grandeur I_{ch0} représentant le courant de charge au point de linéarisation est différent de 0. Le système est donc toujours commandable sauf dans le cas où le courant I_{ch0} est nul.

II.3.4 Principe de la commande non-interactive

Nous utiliserons une approche temporelle construite autour d'un retour d'état qui se traduira par une matrice de transition d'état diagonale en boucle fermée [8].

Le système qui est représenté par le modèle d'état suivant sera nommé système S est supposé commandable.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

La dimension du vecteur d'état sera notée p et le nombre d'entrées sera identique au nombre de sorties.

Le but est de déterminer une loi de commande de la forme $u = -R_1x + L_1x_c$ constituée d'un retour d'état $R_1 \cdot x$ et d'une précompensation $L_1 \cdot x_c$ tel que le système en boucle fermée

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A - BR_1)x + BL_1x_c \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

soit découplé au sens entrées-sorties. Ceci implique qu'une consigne x_{ci} n'excite que la sortie y_i et que la sortie y_i ne soit excitée que par la consigne x_{ci} . La matrice de transition d'état en boucle fermée sera alors diagonale.

Le calcul des matrices R_1 et L_1 est décomposable en plusieurs étapes décrites ci-dessus et qui seront développées à partir du système S (équation II.38) [8].

Première étape :

Dans un premier temps, nous allons définir la matrice J qui s'exprime par :

$$J = \begin{pmatrix} {}_1CA^{d^1}B \\ {}_2CA^{d^2}B \\ \vdots \\ {}_kCA^{d^k}B \\ \vdots \\ {}_pCA^{d^p}B \end{pmatrix} \quad (\text{II.40})$$

Dans cette matrice, ${}_k C$ représente la $k^{i\text{ème}}$ ligne de la matrice C et l'indice d_k est défini comme la plus petite puissance de A tel que ${}_k CA^{d_k} B \neq 0$. Cette matrice J va nous permettre de vérifier une condition nécessaire et suffisante pour que la procédure de découplage soit possible.

- Il existe les matrices R_1 et L_1 qui découplent le système S si et seulement la matrice J est inversible.

Si le déterminant de J est différent de zéro alors les matrices R_1 et L_1 sont définies par les expressions :

$$R_1 = J^{-1} A^* \text{ et } L_1 = -J^{-1} \tag{II.41}$$

où la matrice A^* est définie par

$$A^* = \begin{pmatrix} {}_1 CA^{d_1+1} \\ {}_2 CA^{d_2+1} \\ \vdots \\ {}_k CA^{d_k+1} \\ \vdots \\ {}_p CA^{d_p+1} \end{pmatrix} \tag{II.42}$$

Deuxième étape :

A partir de la définition des R_1 et L_1 , nous transformons le système S en un système \bar{S} en effectuons un retour d'état de la forme $u = -R_1 x + L_1 \cdot \bar{u}$.

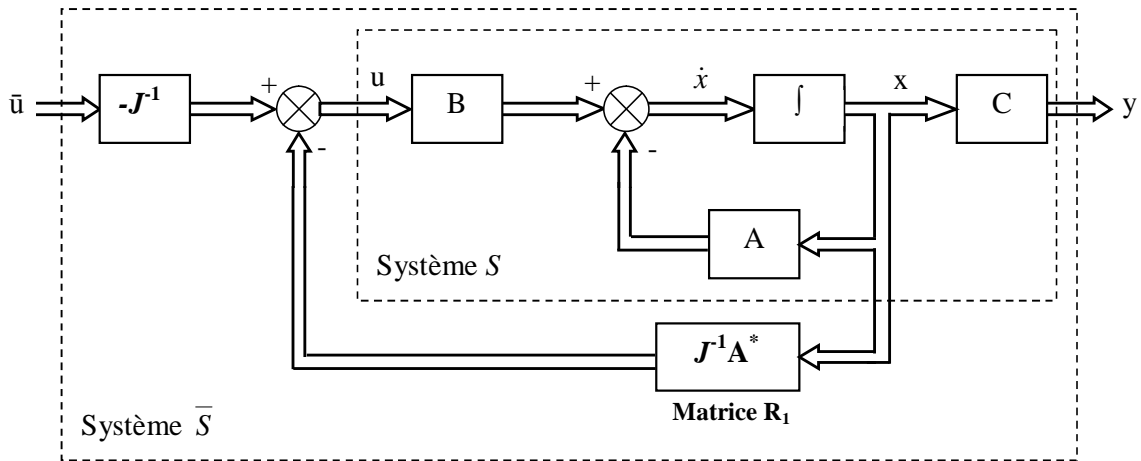


Figure II.8. Compensation par retour d'état du système S

Cette représentation peut être synthétisée sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \bar{A}x + \bar{B}\bar{u} \\ y &= \bar{C}x \end{aligned} \tag{II.43}$$

où : $\bar{A} = A - BJ^{-1}A^*$, $\bar{B} = -J^{-1}$ et $\bar{C} = C$.

Le système \bar{S} ainsi défini peut être représenté sous la forme du schéma structurel de la figure II.9.

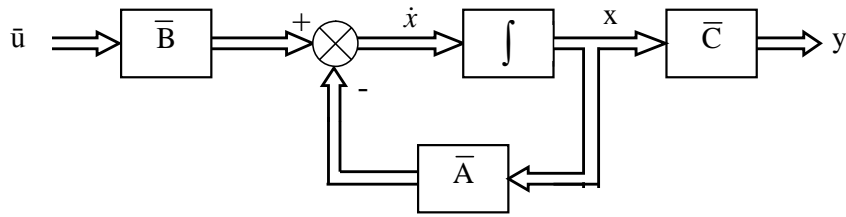


Figure II.9. Représentation d'état du système \bar{S}

Le calcul des matrices J et A^* pour le système \bar{S} doit vérifier les relations suivantes :

$$\bar{J} = I_p \text{ et } \bar{A}^* = O_p \quad (\text{II.44})$$

où I_p représente la matrice identité de dimension $p \times p$ et O_p représente la matrice nulle de dimension $p \times p$.

Le système \bar{S} obtenu correspond à un système intégral découplé dont la forme générale est :

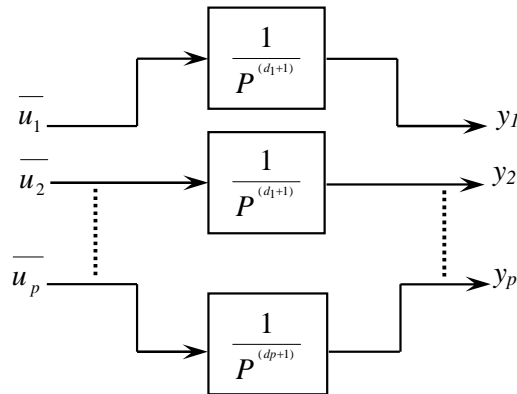


Figure II.10. Représentation sous forme intégrale découplée du système \bar{S}

et où chaque sortie est la $(d_i+1)^{ième}$ intégrale de l'entrée correspondante.

L'étape suivante à compenser ce système \bar{S} .

Troisième étape :

Le système \bar{S} est à son tour compensé par un retour d'état de la forme $\bar{u} = -\bar{R}_1 x + \bar{L}_1 x_c$ où x_c représente le vecteur d'état de référence.

La matrice \bar{R}_1 est définie en fonction des modes p_1, p_2, \dots, p_p que l'on souhaite imposer sur les variables d'état en boucle fermée.

Quant à la matrice \bar{L}_1 , elle est définie afin d'obtenir un gain unité en régime permanent.

$$\bar{L}_1 = \bar{R}_1 \tag{II.45}$$

La figure suivante représente la structure de la compensation du système \bar{S} .

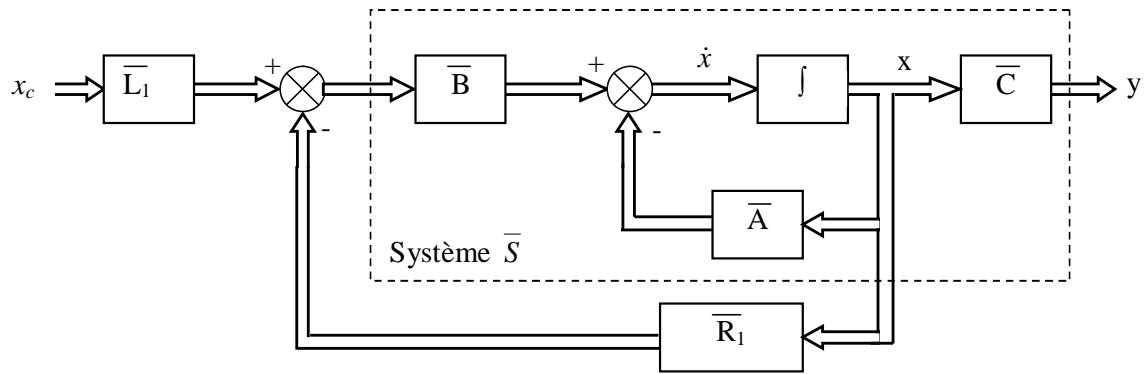


Figure II.11. Compensation du système \bar{S}

Les matrices \bar{L}_1 et \bar{R}_1 ayant été calculées, nous en déduisons les matrices R_1 et L_1 .

Quatrième étape :

Les matrices R_1 et L_1 sont calculées à partir des relations suivantes :

$$R_1 = J^{-1}[\bar{R}_1 - A^*] \text{ et } L_1 = J^{-1}\bar{L}_1 \tag{II.46}$$

Ces matrices assurent le découplage entrées/sorties et permettent de définir les dynamiques sur les variables d'état.

La structure de la compensation du système S est représentée à la figure (figure II.12).

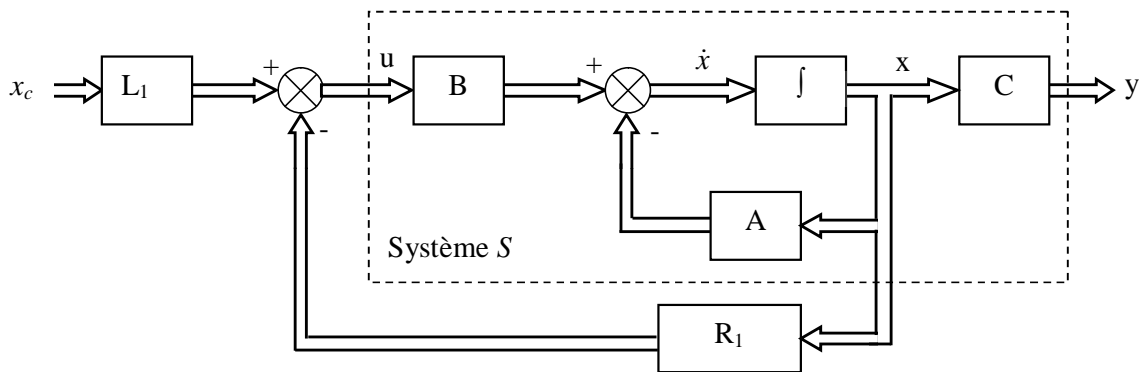


Figure II.12. Compensation du système S

Le système S ainsi compensé peut être représenté par le système d'état (équation II.47).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_d x + B_d u \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (\text{II.47})$$

où $A_d = A - BR_1$ et $B_d = BL_1$.

Le calcul de la matrice de transfert $Z_{BF}(s)$ liant les entrées $E(s)$ aux sorties $Y(s)$ s'obtient à partir de la relation :

$$Z_{BF}(s) = C[sI - A_d]^{-1} B_d \quad (\text{II.48})$$

où I représente la matrice identité de dimension $p \times p$.

Remarque : le calcul de la matrice de transfert du système \bar{S} compensé montrerait qu'elle est identique à la matrice $Z_{BF}(s)$ du système S .

La procédure qui met en œuvre la commande non-interactive est aussi appelée découplage par retour d'état linéaire.

La commande non-interactive est appliquée à la structure hacheur 3 cellules et on verra par la suite que les résultats obtenus pour un hacheur 3 cellules pourront être étendus pour un hacheur à p cellules.

II.3.5 Application à la structure hacheur abaisseur 3 cellules

II.3.5.1 Structure et caractéristique de la loi de commande

Dans le cas du hacheur 3 cellules, la procédure de découplage est appliquée au modèle moyen linéarisé d'ordre 3, $\dot{\delta x} = A_2 \delta x + B_2 \delta u$ et $\delta y = C_2 \delta x$ (La matrice C_2 est égale à la matrice identité I)

Le vecteur d'état est composé de $[\delta Vc_1, \delta Vc_2, \delta I_{ch}]$ et le vecteur de commande est quant à lui composé de $[\delta \alpha_1, \delta \alpha_2, \delta R_3]$.

Afin d'alléger les expressions, les matrices A_2 , B_2 et C_2 seront respectivement notées A , B et C :

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_0 \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} a_1 I_{ch0} & 0 & 0 \\ 0 & a_2 I_{ch0} & 0 \\ -b_1 Vc_{10} & -b_1 Vc_{20} & b_1 E \end{pmatrix} \\ C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

et on obtient les matrices R_1 , L_1 sous la forme suivante :

$$R_1 = \begin{pmatrix} -\frac{C_1 \cdot p_1}{I_{ch0}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_2 \cdot p_2}{I_{ch0}} & 0 \\ -\frac{C_1 \cdot p_1 \cdot Vc_{10}}{E \cdot I_{ch0}} & -\frac{C_2 \cdot p_2 \cdot Vc_{20}}{E \cdot I_{ch0}} & -\frac{L_{ch}(p_3 + b_0)}{E} \end{pmatrix}$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} -\frac{C_1 \cdot p_1}{I_{ch0}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C_2 \cdot p_2}{I_{ch0}} & 0 \\ -\frac{C_1 \cdot p_1 \cdot Vc_{10}}{E \cdot I_{ch0}} & -\frac{C_2 \cdot p_2 \cdot Vc_{20}}{E \cdot I_{ch0}} & -\frac{L_{ch} \cdot p_3}{E} \end{pmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Les matrices R_1 et L_1 sont fonction de :

- Des caractéristiques du convertisseur E , C_1 et C_2 ,
- Des caractéristiques de la charge R_{ch} et L_{ch} ,
- Du point de fonctionnement autour duquel a été effectuée la linéarisation de notre modèle Vc_{10} , Vc_{20} et I_{ch0} ,
- Des dynamiques imposées sur les variables d'état p_1 , p_2 et p_3 ,
 p_1 et p_2 dynamiques imposées sur les tensions des condensateurs v_{ci} ,
 p_3 dynamique imposée sur le courant de charge I_{ch} ,
 Sachant que les pôles p_1 , p_2 et p_3 sont négatifs.

II.3.5.2 Mise en évidence du découplage

Le nouveau système d'état est régi par l'équation $\dot{\delta x} = (A - BR_1) \cdot \delta x + BL_1 \cdot \delta u$ et peut être mis sous la forme :

$$\dot{\delta x} = A_d \cdot \delta x + B_d \cdot \delta u \quad (\text{II.51})$$

Dans cette équation (équation II.38), les expressions des matrices A_d et B_d sont obtenues à partir des relations $A_d = A - BR_1$ et $B_d = BL_1$:

$$A_d = \begin{pmatrix} p_1 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 \end{pmatrix}$$

$$B_d = \begin{pmatrix} -p_1 & 0 & 0 \\ 0 & -p_2 & 0 \\ 0 & 0 & -p_3 \end{pmatrix} \quad (\text{II.52})$$

La matrice de transition d'état A_d étant diagonale, le système S est bien découplé en boucle fermée. De plus, les valeurs propres de notre système correspondent aux valeurs p_1 , p_2 et p_3 .

D'autre part, si on calcule la matrice de transfert $Z_{BF}(s)$ du système bouclé (équation II.51), nous obtenons une matrice diagonale :

$$Z_{BF}(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - \frac{1}{p_1} \cdot s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1 - \frac{1}{p_2} \cdot s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1 - \frac{1}{p_3} \cdot s} \end{pmatrix} \quad (\text{II.53})$$

Les constantes du temps qui régissent l'évolution des grandeurs d'état sont définies par la relation : $\tau_i = -1/p_i$.

Cette matrice $Z_{BF}(s)$ nous permet de bien interpréter l'effet de découplage sur notre système. En effet, les termes de couplage apparaissant sur la dernière ligne de la matrice de transfert en boucle ouverte (équation II.50) ont totalement disparu.

Nous avons imposé entre la sortie i et l'entrée i , une transmittance du 1^{er} ordre de la forme $\frac{1}{1 + \tau_i \cdot s}$. Le système se comporte alors comme trois sous-systèmes du 1^{er} ordre évoluant en parallèle comme le montre la figure (II.13).

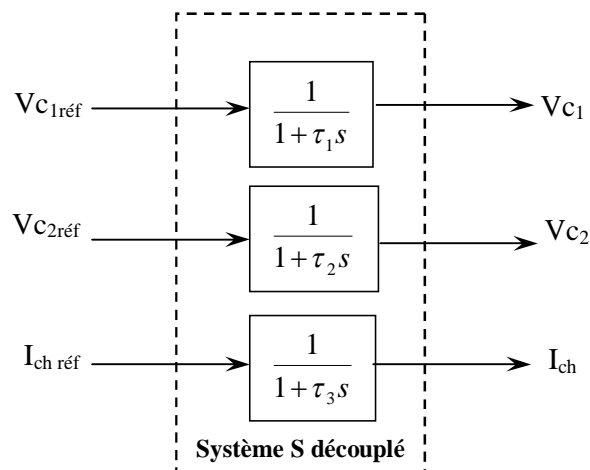


Figure II.13. Sous-systèmes 1^{er} ordre

Dans un premier temps, le retour d'état est mis en œuvre à partir des expressions analytiques des matrices R_1 et L_1 de façon à bien faire apparaître la structure de la commande.

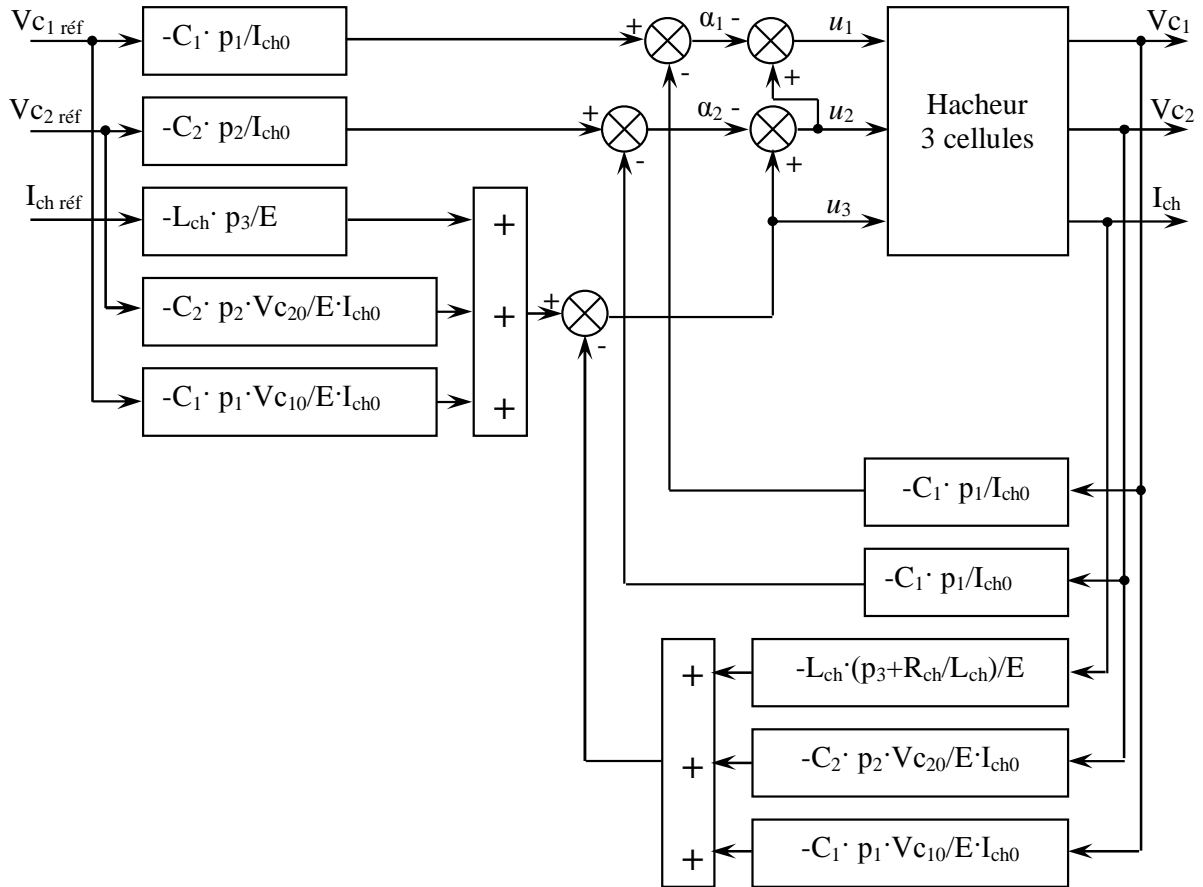


Figure II.14. Structure du retour d'état découplant [8]

Dans un second temps, les matrices R_1 et L_1 ayant des composantes communes, la structure de commande peut être simplifiée grâce à la propriété définie à la figure (II.15).

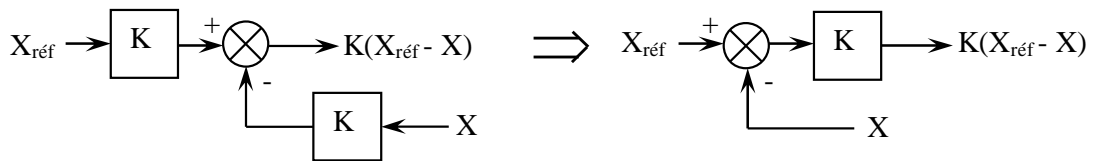


Figure II.15. Structure de retour d'état découplant simplifié

La structure simplifiée de la loi de commande est présentée à la figure (II.16).

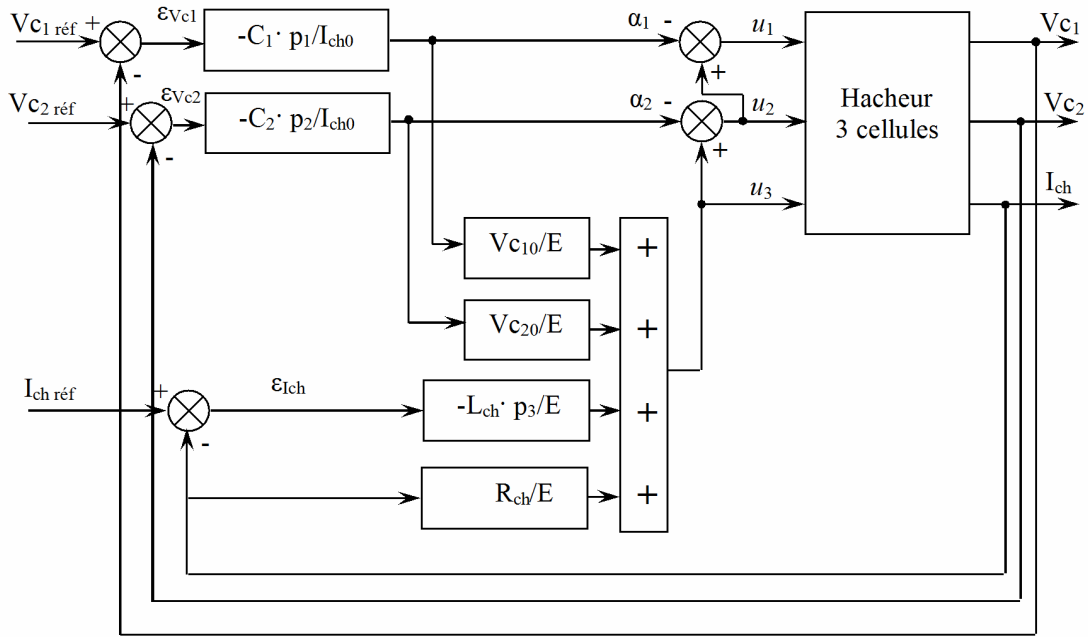


Figure II.16. Structure du retour d'état découplant simplifié

La mise en équation de cette loi de commande permet de définir les évolutions des rapports cycliques u_i [8]:

$$\begin{aligned}
 u_3 &= -\frac{C_1 \cdot p_1 \cdot V_{C10}}{E \cdot I_{ch0}} \varepsilon_{Vc1} - \frac{C_2 \cdot p_2 \cdot V_{C20}}{E \cdot I_{ch0}} \varepsilon_{Vc2} - \frac{L_{ch} \cdot p_3}{E} \varepsilon_{Ich} + \frac{R_{ch}}{E} I_{ch} \\
 u_2 &= -\frac{C_1 \cdot p_1 \cdot V_{C10}}{E \cdot I_{ch0}} \varepsilon_{Vc1} + \frac{C_2 \cdot p_2}{I_{ch0}} \cdot \left[1 - \frac{V_{C20}}{E}\right] \varepsilon_{Vc2} - \frac{L_{ch} \cdot p_3}{E} \varepsilon_{Ich} + \frac{R_{ch}}{E} I_{ch} \\
 u_1 &= +\frac{C_1 \cdot p_1}{I_{ch0}} \cdot \left[1 - \frac{V_{C10}}{E}\right] \varepsilon_{Vc1} + \frac{C_2 \cdot p_2}{I_{ch0}} \left[1 - \frac{V_{C20}}{E}\right] \varepsilon_{Vc2} - \frac{L_{ch} \cdot p_3}{E} \varepsilon_{Ich} + \frac{R_{ch}}{E} I_{ch}
 \end{aligned} \tag{II.54}$$

Ces équations prennent en compte les erreurs sur les grandeurs électriques du convertisseur ε_{vci} et ε_{ich} définies respectivement par $\frac{k \cdot E}{p} - V_{Ck}$ et $I_{chréf} - I_{ch}$.

II.3.5.3 Simulations et interprétations

Le point de linéarisation est choisi telles que les tensions des condensateurs V_{Ck0} soient égal à leurs valeurs d'équilibre $i \cdot E / p$ et le courant I_{ch0} soit égale au courant de référence $I_{chréf}$.

Nous rappelons les caractéristiques du hacheur-abaisseur à 3 cellules :

$$\begin{cases} E = 1500V \\ C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ L_{ch} = 1.5 mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \quad T_d = 62.5\mu s \end{cases} \tag{II.55}$$

et les paramètres de la loi de commande sont définis quant à eux par :

- $C_1 = C_2 = 40 \mu\text{F}$, $L_{\text{ch}} = 1.5 \text{ mH}$, $R_{\text{ch}} = 10\Omega$,
- $V_{c10} = E/3 = 500\text{V}$, $V_{c20} = 2E/3 = 1000\text{V}$,
- $I_{\text{ch0}} = 75\text{A}$.

➤ Variation du courant référence $I_{\text{chréf}}$

La dynamique p_3 caractérisant l'évolution du courant dans la charge et les dynamiques p_1 , p_2 caractérisant les évolutions des tensions condensateurs sont choisies de manière à éviter toute saturation des rapports cycliques u_i .

En effet, la lois de commande découplante est mise en œuvre à partir du modèle moyen linéarisé ce qui entraîne que les propriétés de la commande sont dégradés en fonctionnement non-linéaire.

Le comportement de la loi de commande face à de petites variations du courant de référence autour du point de fonctionnement a été étudié. Les résultats que nous avons obtenues étant satisfaisantes, nous avons étendu l'étude à plus grandes variations.

A partir d'un état d'équilibre où $v_{c1} = 500\text{V}$, $v_{c2} = 1000\text{V}$ et $i_{\text{ch}} = 75\text{A}$, une variation de 45A (+60%) est appliquée sur la référence du courant de charge (figure II.17). La dynamique imposée sur le courant de charge est $p_3 = -10^4 \text{ rad/s}$ ($\tau_3 = -1/p_3 = 0.1\text{ms}$).

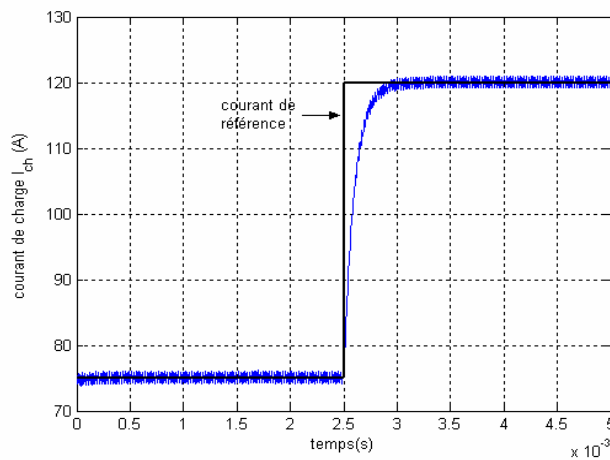


Figure II.17. Variation du courant de référence $I_{\text{chréf}}$ à partir du point d'équilibre

La variation du courant se traduit par :

- Une variation de l'ondulation du courant Δi_{ch} qui est définie à partir des rapports cycliques u_i .

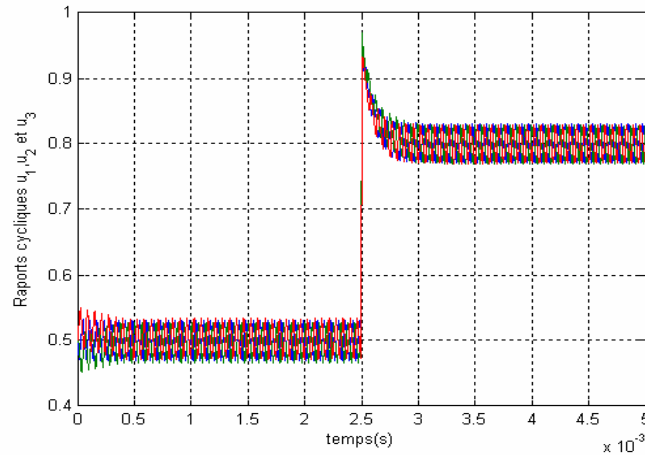


Figure II.18. Evolution des rapports cycliques lors d'une variation de courant $I_{chréf}$ à partir du point d'équilibre

L'évolution des rapports cycliques montre que pour la dynamique p_3 donnée, il serait possible d'envisager une plus importante du courant de charge sans pour autant avoir une saturation des rapports cycliques. De plus, les évolutions de différentes grandeurs u_i sont semblables car les variables α_i sont nulles, aucune variation n'étant appliquée sur les tensions condensateurs v_{ci} .

- Une faible perturbation transitoire des tensions condensateurs et une variation de l'ondulation de tension ΔV_{ci} (figure II.19) en fonction des rapports cycliques u_i .
- Une variation de la tension de sortie du convertisseur.

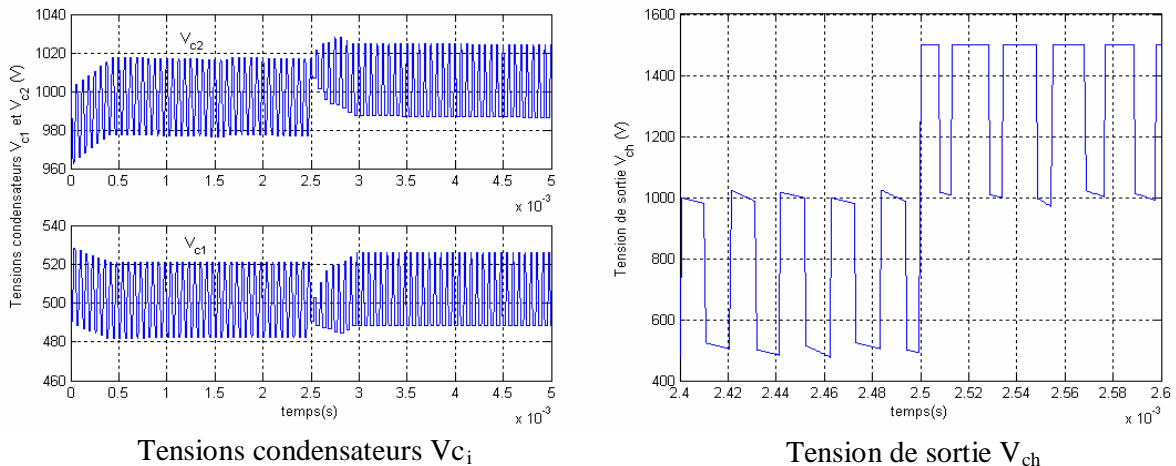


Figure II.19. Evolution des tensions condensateurs et de la tension de sortie lors d'une variation du courant $I_{chréf}$ à partir du point d'équilibre.

➤ **Variation des tensions de référence $V_{c1réf}$**

Nous envisageons maintenant une variation de la tension d'alimentation E du convertisseur à laquelle sont liées les tensions de références des condensateurs : $V_{c1réf} = E/3$ et $V_{c2réf} = 2E/3$ car le but de la régulation des tensions v_{ci} est de garantir l'équilibre des tensions aux bornes des interrupteurs.

Cet équilibre étant recherché aussi bien en régime statique que dynamique, nous imposerons des dynamiques d'évolution p_i identiques sur les tensions condensateurs (i variant de 1 à $p-1$)

La variation de la tension d'alimentation E est appliquée alors que le convertisseur est au point nominale : $v_{c1} = 500V$, $v_{c2} = 1000V$ et $i_{ch} = 75A$ (figure II.20). Les dynamiques p_i sont égales à -4000rad/s ($\tau_i = 0.25\text{ms}$) et la dynamique du courant de charge p_3 est égale à -10000rad/s ($\tau_3 = 0.1\text{ms}$). Les paramètres (C_1 , C_2 , L_{ch} , R_{ch} , V_{C10} , V_{C20} , I_{ch0}) intervenant dans la loi de commande restent identiques à ceux définis précédemment (figure II.20).

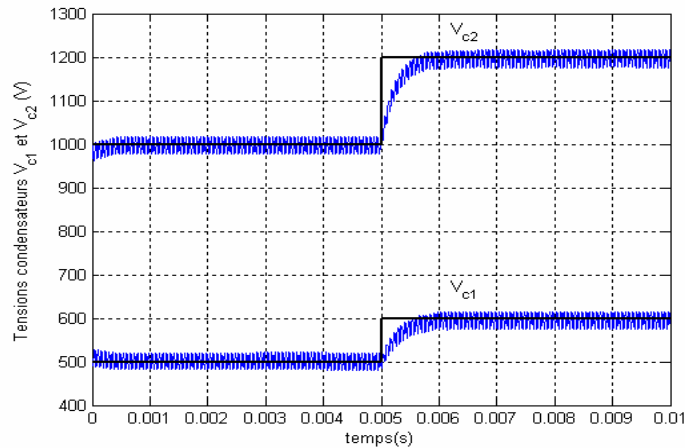


Figure II.20. Evolution des tensions condensateurs V_{c_i} lors d'une variation de la tension d'alimentation E à partir du point d'équilibre.

La variation de la tension d'alimentation entraîne :

- Une variation de la tension de sortie du convertisseur (ou tension de la charge) v_{ch} qui évolue maintenant entre des niveaux de tensions définis par les nouvelles valeurs de la tension d'alimentation et des tensions condensateurs,

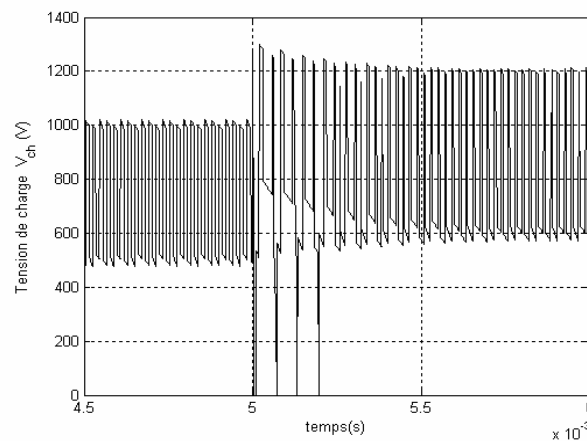


Figure II.21. Evolution de la tension v_{ch} lors d'une variation de la tension d'alimentation E à partir du point d'équilibre.

- Une variation du courant de charge I_{ch} qui se traduit par une erreur statique en régime permanent (figure II.22),
- Une variation des rapports cycliques u_i .

Dans notre cas de figure, une variation $\Delta E = 300V$ entraîne une erreur statique de 13% sur le courant de charge.

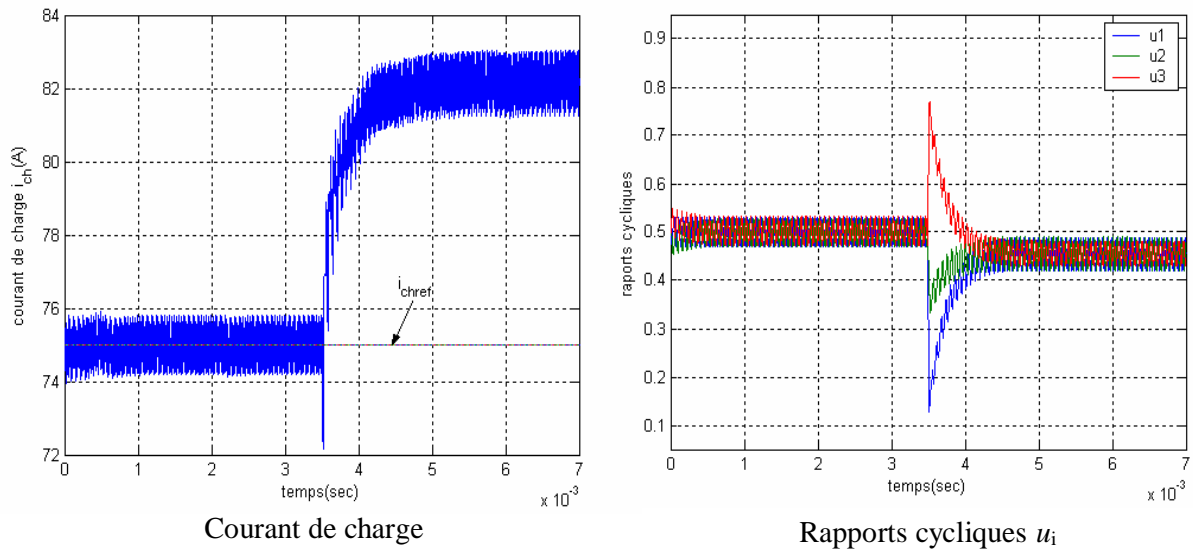


Figure II.22. Influence d'une variation de la tension d'alimentation E sur le courant de charge et les rapports cycliques.

Cette erreur statique sur le courant de charge montre que le découplage n'est plus assuré car le paramètre E qui intervient dans la boucle de régulation du courant (figure II.14) est constant, alors que la tension d'alimentation E' du convertisseur suit à la variation est égale à $E + \Delta E$ (ΔE représente la variation de la tension d'alimentation).

Cette observation implique qu'un correcteur doit être mis en œuvre sur la boucle de courant de manière à annuler l'erreur statique. Ce correcteur de type proportionnel-intégral (PI) est disposé en cascade avec la boucle de régulation du courant.

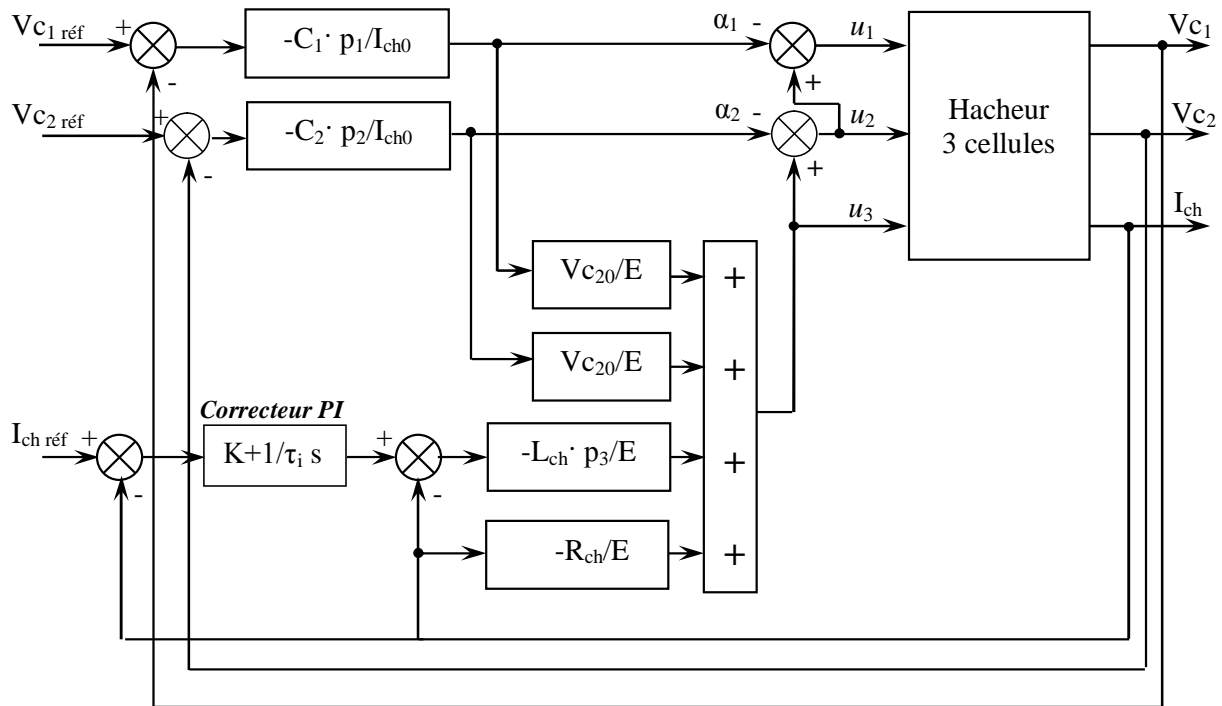


Figure II.23. Structure de commande découplante avec correcteur PI sur le courant de charge [8]

Le dimensionnement du correcteur PI est effectué afin de conserver les propriétés du découplage en l'absence de variation de la tension d'alimentation.

$$\begin{aligned}
 K &= 1 \\
 \tau_i = \tau_3 &= -\frac{1}{p_3}
 \end{aligned}
 \tag{II.56}$$

L'apport de ce correcteur est mis en évidence (figure II.24) avec les mêmes conditions nous ayant permis d'obtenir les résultats présentés à la (figure II.22).

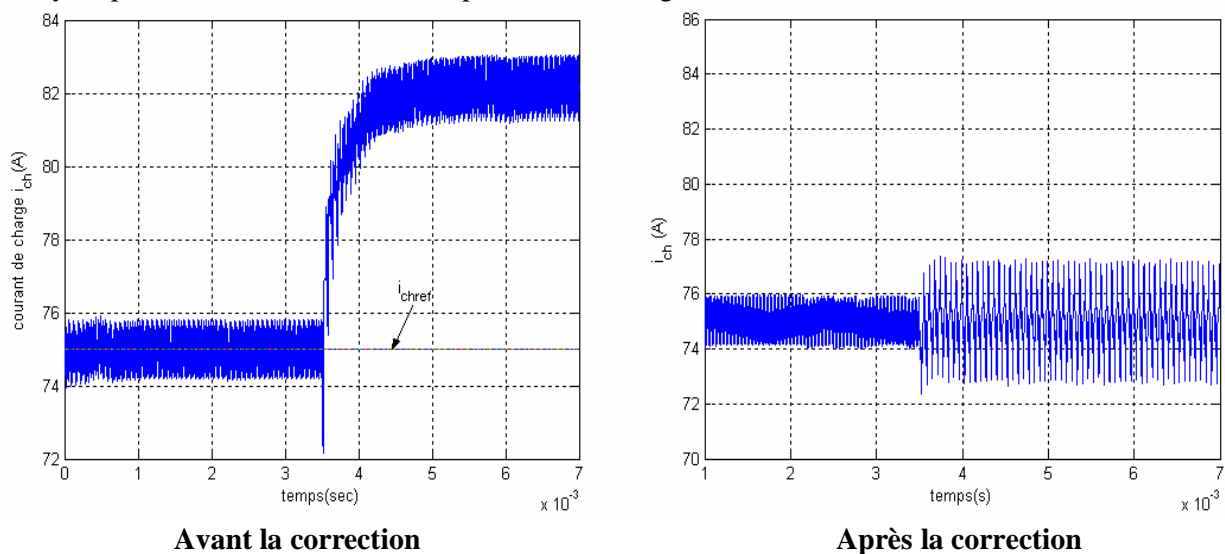


Figure II.24. Influence d'une variation de la tension d'alimentation E sur le courant de charge

II.3.5.4 Etude dans le cas d'un démarrage

Dans ce mode de fonctionnement, nous considérons que la tension d'alimentation est appliquée au convertisseur alors que les grandeurs électriques sont nulles : $V_{c1\text{init}} = 0$, $V_{c2\text{init}} = 0$ et $I_{ch0} = 0$. Nous pouvons ainsi caractériser la réponse des différentes grandeurs électriques à un échelon de tension d'alimentation.

Les caractéristiques du convertisseur sont identiques à celles utilisées précédemment et la loi de commande dont les caractéristiques sont précisées ci-dessous ne prend pas en compte la correction PI sur la boucle de courant.

$$\left\{ \begin{array}{l} E = 1500V \\ C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ L_{ch} = 1.5 mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \quad T_d = 62.5\mu s \\ p_i = -1000rad/s \quad (\tau_i = 1ms) \\ p_3 = -7000rad/s \quad (\tau_3 = 0.142ms) \end{array} \right. \quad (II.57)$$

La figure (II.25) montre l'évolution des tensions condensateurs v_{ci} lorsque l'échelon de tension est appliqué. Ces tensions s'établissent à leurs valeurs d'équilibre avec la dynamique imposée.

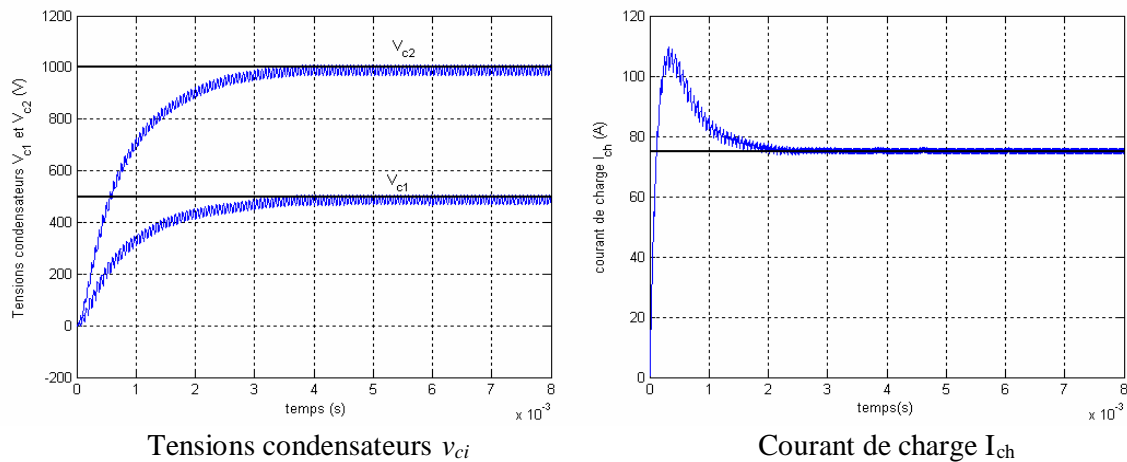


Figure II.25. Evolution des grandeurs électriques dans le cas d'un démarrage.

Le courant de charge I_{ch} n'évolue plus suivant une réponse du premier ordre ce qui implique que le découplage n'est plus assuré dans la phase de démarrage et il existe un dépassement important en régime transitoire.

Ce comportement est dû au point de fonctionnement défini par $V_{c1\text{init}} = 0$ et $I_{ch\text{init}} = 0$ qui est très différent du point d'équilibre ($V_{c10} = 500V$, $V_{c20} = 1000V$, $I_{ch0} = 75A$) autour duquel a été dimensionnée la loi de commande.

Nous allons voir que ce dépassement peut être minimisé d'une façon relativement simple. En effet, dans le cas d'une variation de la tension d'alimentation autour du point d'équilibre, nous avons vu qu'une erreur statique intervenait sur le courant de charge impliquant la mise en œuvre d'un correcteur proportionnel-intégral (PI). Ce correcteur qui est disposé en cascade dans la boucle de régulation du courant permet également de minimiser le dépassement sur le courant de

charge dans la phase de démarrage. Le dimensionnement de ce correcteur est identique à celui présenté au paragraphe (II.3.4.3) soit : $K = 1$ et $\tau_i = \tau_3 = -\frac{1}{p_3}$.

L'apport de la correction PI est mis en évidence dans le cas d'un démarrage (figure II.26).

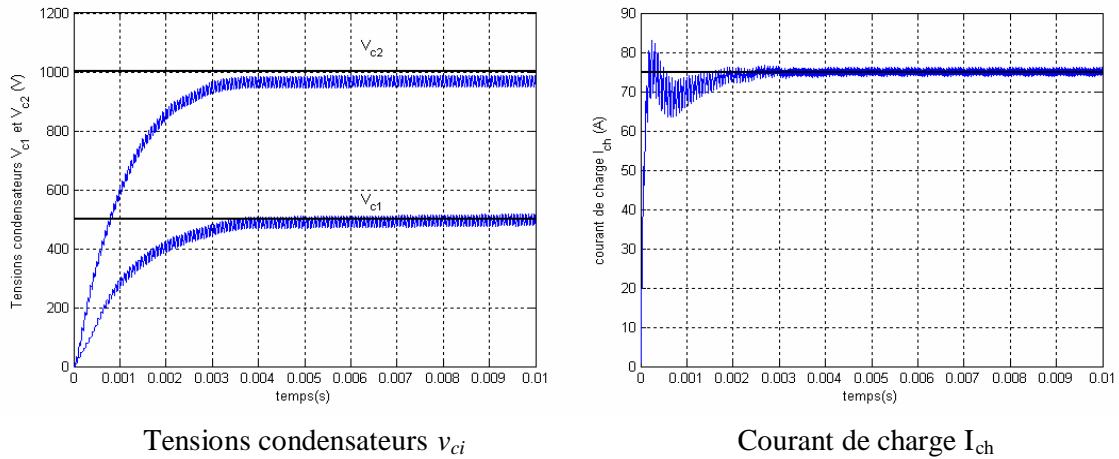


Figure II.26. Evolution des grandeurs électriques avec correcteur PI dans le cas de démarrage

Bien que le dépassement soit toujours présent, il est considérablement réduit puisqu'il est égal à 11% (sachant qu'en l'absence de correction il était égal à 45.6%). Il faut également noter que la présence du correcteur PI a très peu d'influence sur les tensions condensateurs.

Dans ces conditions de démarrage, la tension initiale appliquée à la cellule de commutation connectée à la source de tension est égale à la valeur de la tension d'alimentation E (figure II.27). Ce type de fonctionnement n'est pas admissible en pratique, mais il a le mérite de caractériser la réponse du système à un échelon de très forte amplitude.

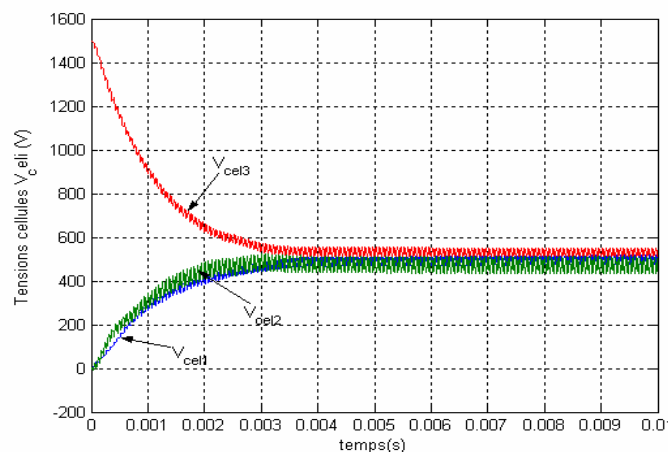


Figure II.27. Evolution des tensions cellules V_{celi} avec correction PI dans le cas d'un démarrage

II.3.6 Extension à p cellules de commutation

Le fait que la commande non-interactive soit généralisable à p cellules de commutation est une caractéristique importante de celle-ci.

La procédure de découplage est appliquée au modèle moyen linéarisé d'ordre p et les matrices composant le retour d'état sont :

$$R_1 = \begin{pmatrix} -\frac{C_1 \cdot p_1}{I_{ch0}} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{C_{p-1} \cdot p_{p-1}}{I_{ch0}} & 0 \\ -\frac{C_1 \cdot p_1 \cdot Vc_{i0}}{E \cdot I_{ch0}} & \dots & \dots & -\frac{C_{p-1} \cdot p_{p-1} \cdot Vc_{p-10}}{E \cdot I_{ch0}} & -\frac{L_{ch}(p_3 + \frac{R_{ch}}{L_{ch}})}{E} \end{pmatrix} \quad (\text{II.58})$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} -\frac{C_1 \cdot p_1}{I_{ch0}} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{C_{p-1} \cdot p_{p-1}}{I_{ch0}} & 0 \\ -\frac{C_1 \cdot p_1 \cdot Vc_{i0}}{E \cdot I_{ch0}} & \dots & \dots & -\frac{C_{p-1} \cdot p_{p-1} \cdot Vc_{p-10}}{E \cdot I_{ch0}} & -\frac{L_{ch} \cdot p_3}{E} \end{pmatrix}$$

Les matrices R_1 et L_1 sont fonction :

- des caractéristiques de convertisseur $E, C_1, \dots, C_i, \dots, C_{p-1}$,
- des caractéristiques de la charge R_{ch}, L_{ch} ,
- du point de fonctionnement autour duquel a été effectuée la linéarisation de notre modèle $Vc_{i0}, \dots, Vc_{i0}, \dots, Vc_{p-10}, I_{ch0}$,
- des dynamiques imposées sur les variables d'état $p_1, \dots, p_i, \dots, p_{p-1}$,
 $p_1, \dots, p_i, \dots, p_{p-1}$ dynamiques imposées sur les tensions condensateurs v_{ci} ,
 p_p dynamique imposée sur le courant de charge i_{ch} ,
sachant que les pôles p_1, \dots, p_p sont négatifs.

La structure de commande n'est qu'une extension de cellules obtenue pour trois cellules (figure II.16).

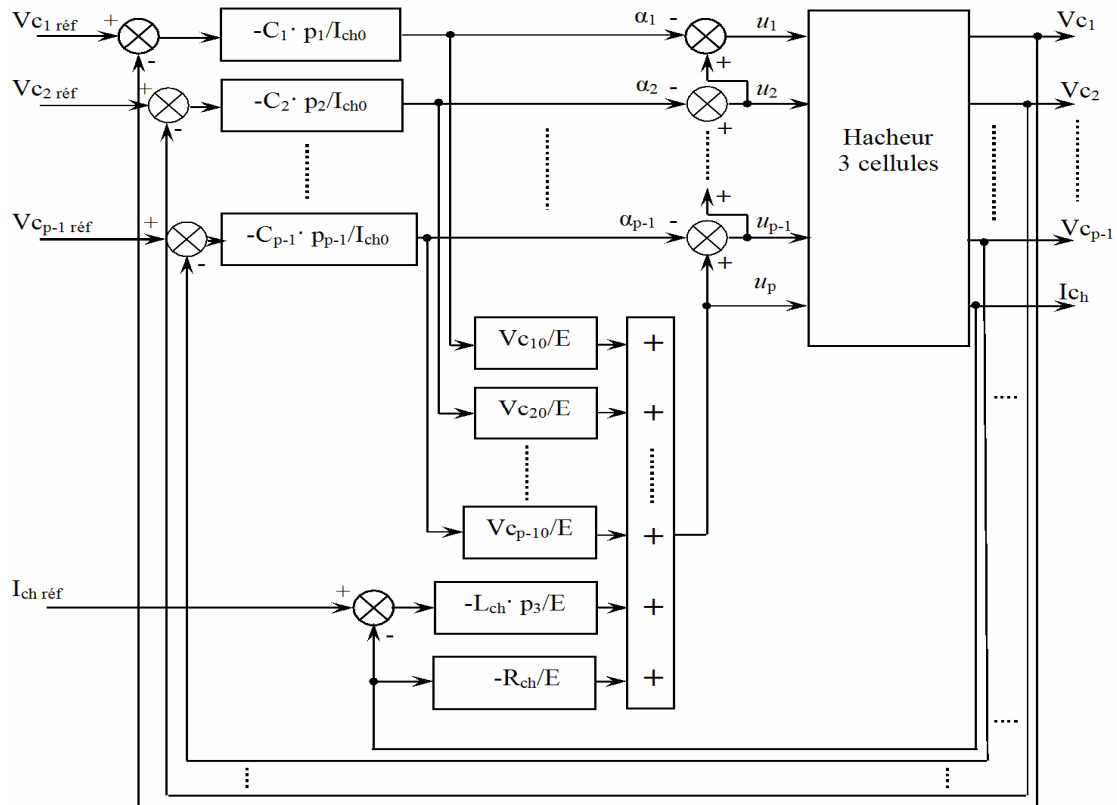


Figure II.28. Structure de commande non-interactive dans le cas p cellules

La mise en équation de la loi de commande non-interactive généralisée à p cellules permet de définir les évolutions des rapports cycliques u_i .

$$u_p = -\sum_{i=1}^{p-1} \frac{C_i \cdot p_i \cdot V_{c_{i0}}}{E \cdot I_{ch0}} \varepsilon_{vci} - \frac{L_{ch} \cdot p_3}{E} \varepsilon_{ich} + \frac{R_{ch}}{E} I_{ch}$$

$$u_i = u_{i+1} - \alpha_i \quad (\text{II.59})$$

$$\text{avec } \alpha_i = -\frac{C_i \cdot p_i}{I_{ch0}} \varepsilon_{vci} \quad (i=1, \dots, p-1)$$

La matrice de transfert $Z_{BF}(s)$ obtenue en boucle fermée est diagonale et s'exprime :

$$Z_{BF}(s) = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 - \frac{1}{p_1} \cdot s} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{1 - \frac{1}{p_p} \cdot s} \end{pmatrix} \quad (\text{II.60})$$

Les constantes de temps qui régissent l'évolution des grandeurs d'état sont définies par la relation : $\tau_i = -1/p_i$ et le système se comporte alors comme p sous-systèmes du premier ordre évoluant en parallèle.

II.4 Commande non-linéaire des hacheurs multicellulaires série

L'étude du modèle de l'hacheur nous a montré qu'un système multicellulaire possède de non linéarités principalement dues au fait que les commandes des différentes cellules ne sont pas indépendantes. Ceci nous oblige à envisager une commande découplante pour ce système.

II.4.1 Présentation de la méthode de linéarisation

La linéarisation exacte est une approche pour la construction de correcteurs non linéaires. L'idée principale de cette méthode est d'effectuer une transformation algébrique d'un système dynamique non linéaire, en un système totalement ou partiellement linéaire. Ainsi après transformation, toutes les techniques de synthèse de correcteurs linéaires peuvent être appliquées. L'intérêt de cette méthode est qu'elle effectue une transformation exacte du système d'état non linéaire, sans passer par une approximation linéaire comme les techniques de linéarisation classiques (Jacobien) [5].

Après quelques rappels nécessaires, nous appliquerons cette méthode au découplage d'un hacheur 3 cellules.

II.4.1.1 Rappels

II.4.1.1.1 Définition de la modélisation d'un système non linéaire

Soit (Σ) , un système non linéaire affine multi-entrées, multi-sorties (MIMO), qui peut être représenté par les équations d'état (II.60).

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{X} = f(X) + \sum_{i=1}^m g_i(X)u_i \\ y_j = h_j(X) \end{cases} \quad \text{avec } 1 \leq j \leq p \quad (\text{II.60})$$

où $X \in \Omega$ est le vecteur d'état avec $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$ et m le nombre d'entrées. Les fonction f, g_1, \dots, g_i sont des applications vectorielles de Ω dans \mathfrak{R}^n et les fonctions h_j sont des fonctions de valeurs réelles définies sur Ω . Nous nous intéressons plus particulièrement aux systèmes carrés donc on posera $p = m$.

Une représentation vectorielle peut être donnée par :

$$f(X) = \begin{pmatrix} f_1(X) \\ \vdots \\ f_n(X) \end{pmatrix}, g_i(X) = \begin{pmatrix} g_{1i}(X) \\ \vdots \\ g_{ni}(X) \end{pmatrix}, \text{ et } h(X) = \begin{pmatrix} h_1(X) \\ \vdots \\ h_m(X) \end{pmatrix} \quad (\text{II.61})$$

Les éléments de f, g_i, h sont de fonctions lisses, c'est-à-dire que ses fonctions sont indéfiniment dérivables par rapport à chacun de leurs arguments.

II.4.1.1.2 Dérivée de Lie

Etant donnée une fonction lisse $h_j(X)$, le gradient de h_j est noté ∇h_j et s'exprime par :

$$\nabla h_j = \frac{\partial h_j}{\partial X} \quad (\text{II.62})$$

Ce gradient est représenté par un vecteur colonne d'éléments $(\nabla h_j)_i = \frac{\partial h_j}{\partial x_i}$.

De la même façon, étant donné un champ de vecteur $f(X)$, le Jacobien de f est noté ∇f et s'exprime par :

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial X} \quad (\text{II.63})$$

Le Jacobien est une matrice de $n \times n$ qui a pour éléments $(\nabla f)_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}$.

On pose maintenant une fonction scalaire $h_j(X)$ lisse et un champ de vecteurs lisse $f(X)$. On définit une nouvelle fonction scalaire $L_f h_j$ appelée dérivée de Lie de h_j par rapport à f comme suit :

$$L_f h_j(X) = \sum_{i=1}^m \frac{\partial h_j(X)}{\partial x_i} f_i(X) = \frac{\partial h_j(X)}{\partial X} f(X) \quad (\text{II.64})$$

II.4.1.2 Résultats généraux

En reprenant le modèle du système donné par (II.60), on peut écrire la première dérivée de y_j à l'aide des dérivées de Lie :

$$\dot{y}_j = \frac{\partial h_j(X)}{\partial X} \dot{X} = \frac{\partial h_j(X)}{\partial X} (f(X) + \sum_{i=1}^m g_i(X) u_i) \quad (\text{II.65})$$

On obtient alors :

$$\dot{y}_j = L_f h_j(X) + \sum_{i=1}^m (L_{g_i} h_j(X)) u_i \quad (\text{II.66})$$

Il est intéressant de noter que si $L_{g_k} h_j(X) = 0$, les entrées u_i n'ont pas d'influence sur les sorties.

On note ainsi r_j le plus petit nombre entier pour qu'une des entrées u_i apparaisse dans la $r_j^{\text{ème}}$ dérivée de la sortie y_j . On a alors :

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{(r_j)} h_j(X) + \sum_{i=1}^m L_{g_i} (L_f^{(r_j-1)} h_j(X)) u_i \quad (\text{II.67})$$

Les nombres obtenus r_j sont appelés les degrés relatifs.

On définit la matrice de découplage $m \times m$, $\Delta(X)$ comme suit :

$$\Delta(X) = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{(r_1-1)} h_1(X) & \cdots & L_{g_m} L_f^{(r_1-1)} h_1(X) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(r_m-1)} h_m(X) & \cdots & L_{g_m} L_f^{(r_m-1)} h_m(X) \end{pmatrix} \quad (\text{II.68})$$

On définit également le vecteur $\Delta_0(X)$ par :

$$\Delta_0(X) = \begin{pmatrix} L_f^{(r1)} h_1(X) \\ \vdots \\ L_f^{(rm)} h_m(X) \end{pmatrix} \quad (\text{II.69})$$

Il est alors possible de réécrire l'équation (II.67) en utilisant les équations (II.68) et (II.69) :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1^{(r1)} \\ \vdots \\ y_m^{(rm)} \end{pmatrix} = \Delta_0(X) + \Delta(X) \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{pmatrix} \quad (\text{II.70})$$

A partir des définitions ci-avant, le théorème suivant définit les conditions de linéarisation du système (Σ) :

Théorème [5]:

- (a) le système (Σ) est découplé sur $\Omega \subset \mathfrak{R}^n$ si et seulement si :

$$\text{rang } \Delta(X) = m \quad \forall X \in \Omega \quad (\text{II.71})$$

- (b) si cette condition est satisfaite alors le retour d'état non-linéaire

$$u(X) = \alpha(X) + \beta(X)v$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha(X) = -\Delta^{-1}(X)\Delta_0(X) \\ \beta(X) = \Delta^{-1}(x) \end{cases} \quad (\text{II.72})$$

et v le nouveau vecteur d'entrée

découple le système (Σ) sur Ω .

- (c) le système bouclé ($h, f + g\alpha, g\beta$) possède un comportement entrées/sorties linéaire décrit par :

$$y_j^{(rj)} = v_j \quad \forall j \in [1, \dots, m] \quad (\text{II.73})$$

On effectue sur le système ainsi linéarisé (figure II.29) par ce retour d'état non linéaire un second bouclage linéaire afin d'imposer au système la dynamique désirée. Toutes les méthodes de synthèse de correcteurs linéaires pourront ainsi être utilisées.

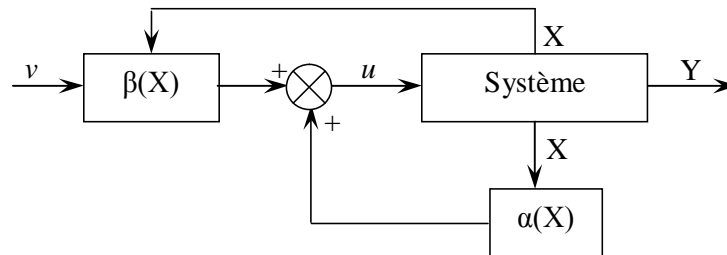


Figure II.29. Représentation du découplage par linéarisation exacte

Il est important de noter que cette méthode aboutit à un découplage total si on a $\sum r_j = n$, c'est-à-dire que le système découplé est linéaire pour toutes les variables d'état.

Si on observe $\sum r_j < n$, on obtient alors $n - \sum r_j$ dynamiques de zéros qui conduisent à une étude plus complexe (étude des dynamique de zéros).

On obtient après découplage le schéma de la figure (II.30) pour le cas particulier où les degrés relatifs sont égaux à 1.

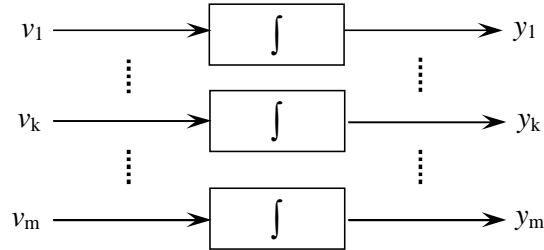


Figure II.30. Système découplé

II.4.2 Application à un hacheur 3 cellules

II.4.2.1 Application au calcul de découplage

II.4.2.1.1 Calcul du découplage

Nous allons maintenant appliquer cette méthode à un hacheur 3 cellules. Le vecteur d'état du système est donc d'ordre 3 et se trouve composé des deux tensions v_{c1} et v_{c2} et du courant de charge i_{ch} [5].

Le modèle utilisé pour le hacheur sera donc un modèle non linéaire affine donné par l'équation (II.72).

Les entrées u_i symbolisent les rapports cycliques moyens pour chaque cellule, et les fonctions $f_3(X)$ et $g_3(X)$ sont données par les équations (II.73) et (II.74).

Les fonctions $g_{3k}(X)$ représenteront alors les colonnes de la matrice $g_3(X)$. de plus nous avons supposé que toutes les tensions condensateurs sont mesurées, donc que la fonction $h_3(X)$ peut être exprimée par :

$$h_3(X) = I_3(X) \quad \text{avec} \quad I_3 = \text{Matrice identité d'ordre 3} \quad (\text{II.74})$$

On calcule alors le découplage pour le système (II.72), c'est-à-dire les matrices $\Delta(X)$ et $\Delta_0(X)$. On obtient les conditions de validité du découplage pour $Det[\Delta] = a_1 a_2 b_1 E x_3^2 \neq 0$ qui sont données par :

$$x_3 \neq 0 \quad (\text{II.75})$$

Le calcul de découplage conduit à des degrés relatifs égaux $r_1 = r_2 = r_3 = 1$. Le système se trouve complètement découplé ($r_1 + r_2 + r_3 = 3 = n$) et chaque sortie peut être représentée par un intégrateur.

Sous la condition exprimée dans (II.75), les valeurs obtenues pour le calcul de découplage sont données par (II.76).

$$\Delta_0(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_0 x_3 \end{pmatrix}, \Delta^{-1}(X) = \begin{pmatrix} \frac{x_1 - E}{a_1 E x_3} & \frac{x_2 - E}{a_2 E x_3} & \frac{1}{b_1 E} \\ \frac{x_1 - E}{a_1 E x_3} & \frac{x_2 - E}{a_2 E x_3} & \frac{1}{b_1 E} \\ \frac{x_1 - E}{a_1 E x_3} & \frac{x_2 - E}{a_2 E x_3} & \frac{1}{b_1 E} \end{pmatrix} \quad (\text{II.76})$$

Le retour d'état peut donc s'exprimer par :

$$\alpha(X) = \Delta^{-1}(X)\Delta_0(X) = \begin{pmatrix} \frac{b_0 x_3}{b_1 E} \\ \frac{b_0 x_3}{b_1 E} \\ \frac{b_0 x_3}{b_1 E} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \beta(X) = \Delta^{-1}(X) \quad (\text{II.77})$$

En appliquant sur le système le retour d'état, on obtient le système linéarisé suivant :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \dot{v}_{c1} = v_1 \\ \dot{y}_2 = \dot{v}_{c2} = v_2 \\ \dot{y}_3 = \dot{i}_{ch} = v_3 \end{cases} \quad (\text{II.78})$$

II.4.2.2 Boucle de régulation proportionnelle

II.4.2.2.1 Calcul des dynamiques

Après le retour d'état non linéaire, nous obtenons donc trois sous systèmes découplés, représentés par des intégrateurs (figure II.30). Nous allons mettre en place des correcteurs linéaire afin de réguler les trois grandeurs d'état.

Pour chacune des variables d'état, nous allons envisager tout d'abord un correcteur proportionnel dont l'équation pour la commande de la boucle i est donnée par (II.79). La figure (II.31) représente la boucle de régulation linéaire appliquée au système découplé.

$$v_i = K_p (x_{i\text{réf}} - x_i) \quad \text{avec} \quad 1 \leq i \leq m \quad \text{et} \quad K_p > 0 \quad (\text{II.79})$$

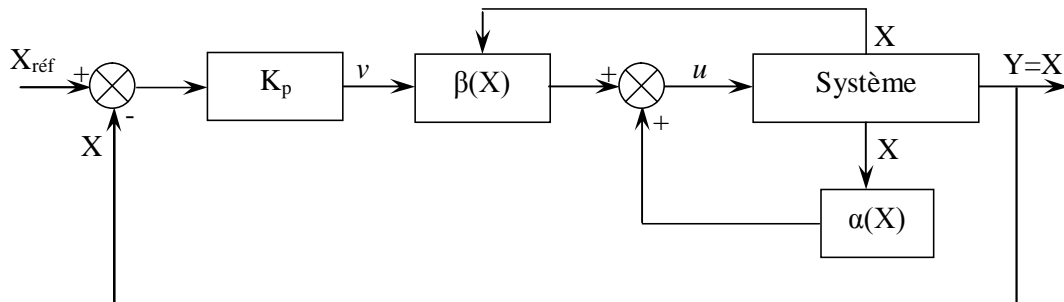


Figure II.31. Boucle de régulation avec correcteur proportionnel

On obtient alors pour chaque variable d'état une fonction de transfert en boucle ouverte (BO) du type :

$$T_{BOi}(s) = \frac{K_i}{s} \quad (\text{II.80})$$

et donc en boucle fermée :

$$T_{BFi}(s) = \frac{1}{1 + \tau_i s} \quad \text{avec} \quad \tau_i = \frac{1}{K_i} \quad (\text{II.81})$$

On imposera donc sur boucle la dynamique désirée par le réglage des gains, K_p . Dans ces conditions, nous pouvons avec ce type de régulation imposer :

- Une dynamique donnée pour chaque variable d'état,
- Une erreur statique nulle en régime permanent, ceci étant dû au fait que les boucles possèdent un intégrateur dans la chaîne.

II.4.2.2 Validation du découplage

Le but de cette simulation (figure II.32) est de montrer le fonctionnement de la procédure de découplage. Les paramètres utilisés sont alors :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40 \mu F \\ L_{ch} = 1.5 mH \\ R_{ch} = 10 \Omega \\ f_d = 16 kHz \quad T_d = 62.5 \mu s \\ K_1 = K_2 = 3000 \\ K_3 = 20000 \\ \tau_{init} = 200 \mu s \end{cases} \quad (\text{II.82})$$

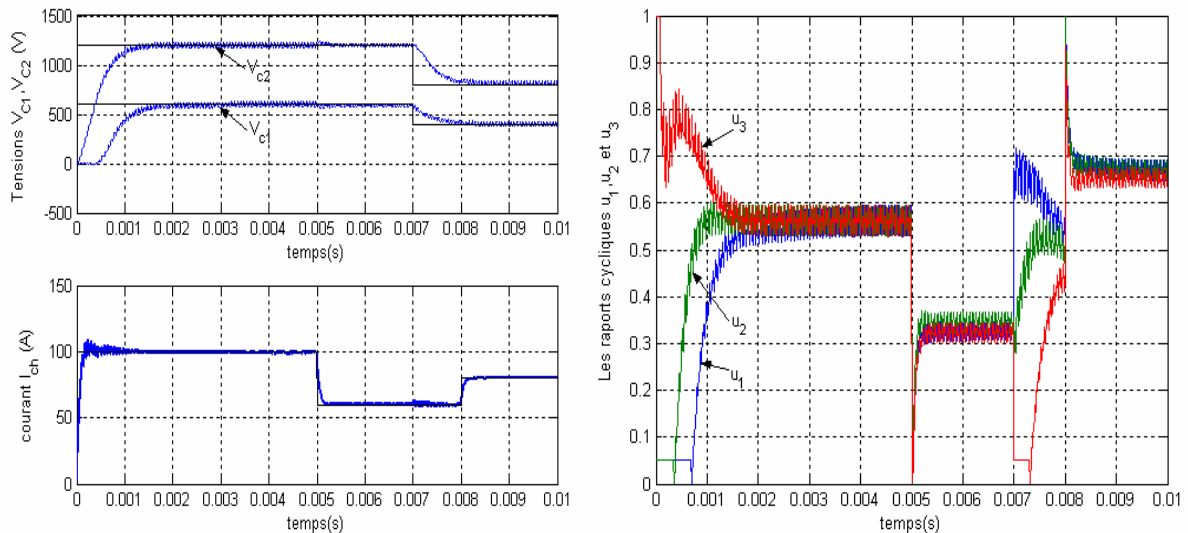


Figure II.32. Simulation avec découplage non linéaire

Le protocole de commande appliqué au convertisseur est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } t = 0ms \rightarrow \text{démarrage du convertisseur avec } E = 1800V, I_{\text{réf}} = 100A \\ \text{à } t = 5ms \rightarrow \text{échelon de } I_{\text{réf}} \text{ de } -40A \\ \text{à } t = 7ms \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } -600V \\ \text{à } t = 8ms \rightarrow \text{échelon de } I_{\text{réf}} \text{ de } +20A \end{array} \right.$$

Le calcul des dynamiques imposées aux variables d'état (II.81) a été fait pour ne pas saturer les commandes u_i qui présentent les rapports cycliques moyens et qui restent compris dans l'intervalle $[0,1]$. On note donc sur la figure (II.32) un bon découplage de toutes les grandeurs d'état.

L'avantage de cette commande, par rapport à la précédente, est qu'elle soit basée sur une linéarisation exacte du système. Cette linéarisation est assurée tant que les rapports cycliques ne saturent pas ($0 \leq u_i \leq 1$). Dans le cas contraire, le découplage n'est plus assuré durant le temps où les rapports cycliques sont saturés et un dépassement plus ou moins important peut apparaître sur les variables d'état [5].

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord vus un contrôle proportionnel classique dans les hacheurs multicellulaires série, ce contrôle qui ne tient en compte que la régulation des tensions condensateurs. Nous avons, par la suite, étudiés deux commandes *découplantes*, utilisent deux différentes méthodes de linéarisation au modèle moyen de l'hacheur. Mais l'étude des ces lois de commandes a montrée qu'elles contiennent des inconvénients liés aux méthodes de linéarisation utilisées (linéarisation locale ou linéarisation exacte), ce qui nous a conduit à introduire des correcteurs sur ses lois de commandes. Ces deux commandes seront utilisées par la suite avec l'observateur.

Chapitre III

Étude de l'observabilité des tensions flottantes dans les hacheurs multicellulaires série

III.1 Introduction :

Dans tout problème de commande pour certains systèmes la connaissance de toutes les variables d'état est une nécessité. L'utilisation des capteurs pour la mesure est possible mais entraîne une augmentation du coût et de l'encombrement du système, surtout lorsque le nombre de variables est grand. Il faut donc trouver une méthode qui permet de connaître l'état du système à partir de la connaissance des entrées et d'un nombre minimum de mesures. La fonction qui réalise la déduction du vecteur d'état à partir des connaissances des entrées et des sorties du système est appelée *observateur*.

Ce chapitre sera consacré à l'étude de l'observabilité des hacheurs multicellulaires série.

III.2 Etat de l'art

D'une manière générale, les travaux sur l'observation des variables d'état dans les convertisseurs statiques sont rares. Ceci est dû au fait que ces variables sont généralement accessibles à la mesure et ne justifient pas la présence d'un observateur lourd en calcul.

Avec la venue des convertisseurs multicellulaires, on a vu que le nombre de variables à connaître était plus important et augmentait proportionnellement au nombre de cellules de commutations. Un observateur des tensions flottantes est, dans ce cas, totalement justifiable, puisqu'il permet de s'affranchir des capteurs, souvent onéreux et fragiles, et réduire ainsi le coût et l'encombrement de l'installation [2].

Toutefois, avant d'essayer de construire un observateur, il est nécessaire de s'assurer de sa faisabilité, en testant l'observabilité du système. Dans un premier temps, l'analyse de l'observabilité sera effectuée en utilisant le modèle instantané du convertisseur.

III.3 Observabilité

III.3.1 Utilisation du modèle instantané

Considérons le cas du hacheur à trois cellules présenté dans la figure (III.1), Le modèle instantané est donné par :

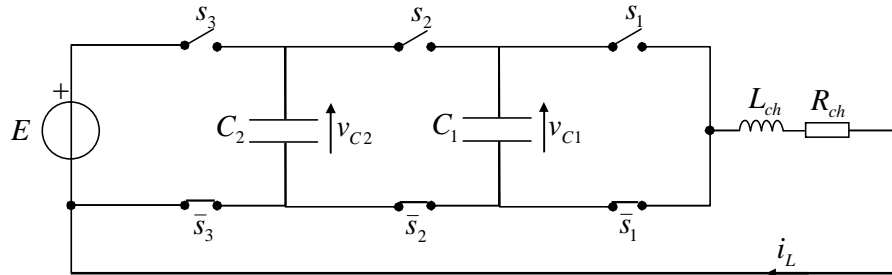


Figure III.1. Hacheur à trois cellules.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1\delta_1 \\ 0 & 0 & a_2\delta_2 \\ -b_1\delta_1 & -b_1\delta_2 & -b_0 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1s_3 \end{bmatrix} \cdot E \quad (\text{III.1})$$

Où $[x_1, x_2, x_3] = [v_{C1}, v_{C2}, i_{ch}]$

et, $\delta_1 = s_2 - s_1$, $\delta_2 = s_3 - s_2$, $b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}$, $b_1 = \frac{1}{L_{ch}}$, $a_1 = \frac{1}{C_1}$, $a_2 = \frac{1}{C_2}$,

On voit alors que pour un vecteur d'entrée s donné, la matrice d'observabilité du système linéaire engendré (voir annexe):

$$Q_0(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -b_1\delta_1 & -b_1\delta_2 & -b_0 \\ -b_0b_1\delta_1 & b_0b_1\delta_2 & -b_0b_1\delta_2^2 - a_2b_1\delta_2^2 + b_0^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

En effet, vu que les entrées du hacheur prennent différentes valeurs pendant chaque période de découpage, le teste d'observabilité de Kalman est non vérifié pour $\delta_1 = 0$, et $\delta_2 = 0$.

Il faut analyser l'observabilité du système non pas pour une entrée figée, mais sur un horizon temporel plus grand, afin de contenir les différentes séquences de fonctionnement du hacheur [2].

Dans la partie suivante de ce chapitre, nous utiliserons une méthode équivalente pour tester l'observabilité des convertisseurs statiques. Elle est basée sur l'utilisation du modèle instantané (exact), intégré sur une période de découpage (modèle exact échantillonné à T_d).

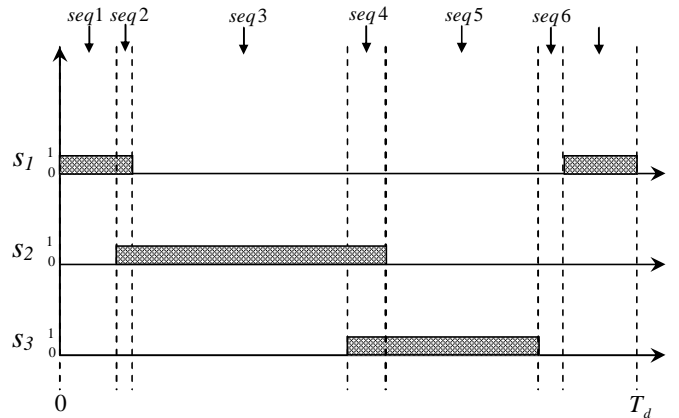


Figure III.2. Séquences de fonctionnement d'un hacheur à trois cellules sur une période de découpage.

III.3.2 Utilisation du modèle moyen

Le modèle moyen dans les convertisseurs statiques est réputé pour sa simplicité de mise en œuvre et sa faible consommation en temps de calcul. Il peut donc être facilement échantillonné et implanté dans des calculateurs pour une réalisation numérique. Cependant, en régime permanent (i.e. lorsque les rapports cycliques sont identiques), il n'est pas possible d'observer les tensions flottantes par l'utilisation de ce modèle. En effet, quand $u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_p$ on remarque d'après les équations (éq. I.30 et I.35 page 21) que quelles que soient les valeurs des tensions flottantes, le courant en sortie est le même [2].

III.4 Modélisation en vue de l'observation des tensions flottantes

Dans cette section, nous développons deux modèles échantillonnés pour l'observation des tensions flottantes dans un hacheur à trois cellules. En premier, nous présentons le modèle exact échantillonné. Il nous permettra de tester l'observabilité du système lorsque le courant de charge est mesuré. La complexité du modèle exact nous amène ensuite à proposer un autre modèle plus simple à implanter. Son principe est identique à celui du modèle moyen mais, contrairement à ce dernier, la moyenne des variables temporelles est effectuée sur un tiers de période de découpage. Ce modèle, appelé modèle moyen sur un tiers de période, constitue donc une amélioration du modèle moyen classique. On verra, par la suite, qu'il est facilement généralisable et permet d'observer les tensions flottantes par la mesure du courant de charge.

III.4.1 Modèles exacts échantillonnés

III.4.1.1 Modèle exact échantillonné à une période de découpage

Dans cette section, nous développons un modèle exact échantillonné à la période de découpage (MEE à T_d) pour un hacheur à trois cellules. Afin de simplifier l'étude, nous posons les hypothèses suivantes [2]:

- Les interrupteurs sont supposés parfaits ;
- Les temps morts sont négligés ;
- La fréquence de découpage $f_d = 1/T_d$ est constante ;
- La commande du hacheur est de type MLI ;

- Les rapports cycliques et la tension d'alimentation sont supposés constants durant la période de découpage ;
- Les porteuses sont symétriques ;
- L'instant d'échantillonnage est synchrone avec le passage par zéro de la première porteuse.

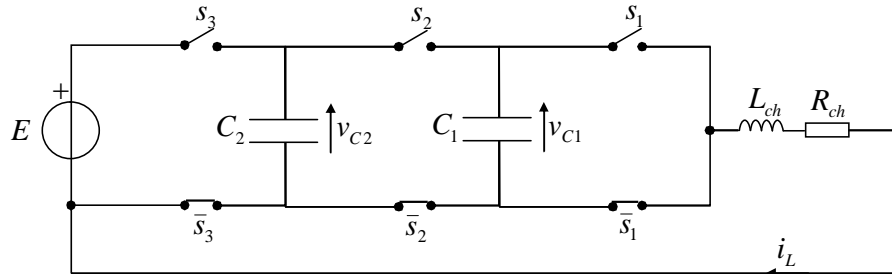


Figure III.3. Hacheur à trois cellules.

III.4.1.1.1 Principe

Considérons le hacheur à trois cellules de la figure (III.3.) Le modèle instantané de ce hacheur est donné par :

$$\dot{X} = A(s).X + B(s).E \quad (\text{III.3})$$

Avec :

$$A(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1 \delta_1 \\ 0 & 0 & a_2 \delta_2 \\ -b_1 \delta_1 & -b_1 \delta_2 & -b_0 \end{bmatrix}, \quad B(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 s_3 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ i_{ch} \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{et, } \delta_1 = s_2 - s_1, \delta_2 = s_3 - s_2, b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, a_1 = \frac{1}{C_1}, a_2 = \frac{1}{C_2},$$

- **Commande MLI du hacheur**

Les équations des porteuses triangulaires utilisées sont :

$$\begin{aligned} Prt_1 &= 1/2 - \arcsin(\cos(\omega_d t))/\pi; \\ Prt_2 &= 1/2 - \arcsin(\cos(\omega_d (t - T_d/3)))/\pi; \\ Prt_3 &= 1/2 - \arcsin(\cos(\omega_d (t - 2T_d/3)))/\pi. \end{aligned}$$

Avec f_d : La fréquence de découpage, $\omega_d = 2\pi f_d$: pulsation de coupure, $T_d = \frac{1}{f_d}$: période de découpage.

L'algorithme de commande est le suivant :

Si $u > Prt_i$ alors $s_i = 1$; sinon $s_i = 0$,

u : était le rapport cyclique (modulante) commun des trois cellules.

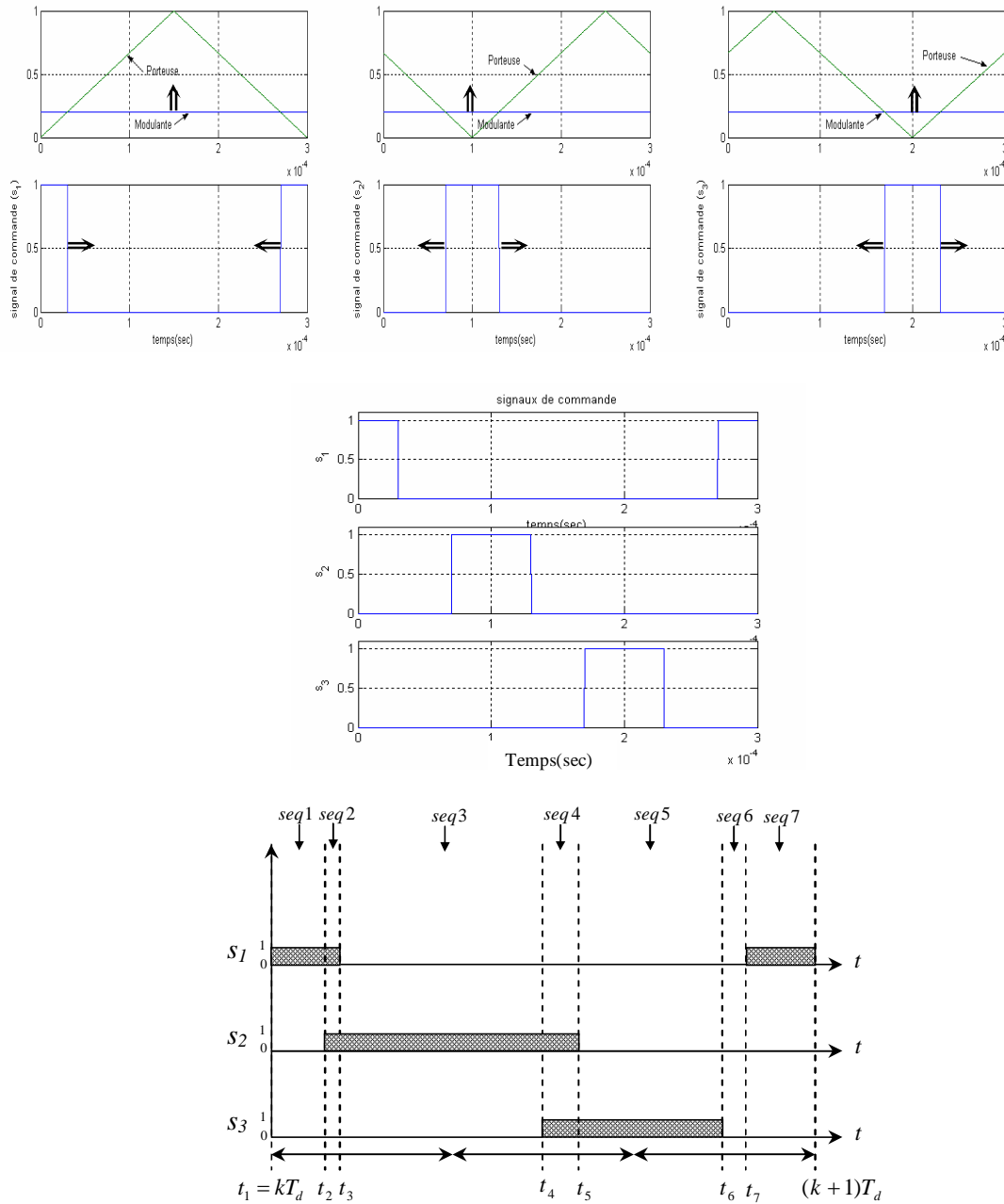


Figure III.4. Séquences de fonctionnement dans un convertisseur à trois cellules, pour des rapports cycliques donnés.

Dans la figure (III.4), nous montrons les différentes séquences de fonctionnement du hacheur pour des rapports cycliques, u_1 , u_2 , et u_3 , donnés.

Le principe du MEE consiste à résoudre le système d'équations (III.3) pour chacune de ces séquences ($seq\ j, j= 1 \dots, 7$). On obtient ainsi sept relations décrivant l'évolution de l'état x à l'instant t_{j+1} en fonction de l'état à l'instant t_j . En notant par s^j la valeur prise par l'entrée s pendant la séquence $seq\ j$, et par $\Delta t_j = t_{j+1} - t_j$ la durée de cette séquence, on obtient:

$$X(t_{j+1}) = F_j \cdot X(t_j) + G_j \cdot E, \quad j = 1, \dots, 7 \tag{III.4}$$

avec :

$$\begin{cases} F_j = e^{A(s^j).\Delta t_j} \\ G_j = \left[\int_{t_j}^{t_{j+1}} e^{A(s^j).(t_{j+1}-\tau)} d\tau \right] \cdot B(s^j) \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Notons que les matrices F_j et G_j dépendent de l'entrée s^j et de la durée de la séquence $seq j$. Pour un hacheur et une charge donnée, ces matrices ne dépendent donc que des rapports cycliques $u = [u_1, u_2, u_3]^T$.

$$\text{On a : } f_d \gg \Rightarrow T_d \ll \Rightarrow \Delta t \rightarrow 0$$

Alors l'exponentielle de matrice dans l'équation (III.5) peut être approximée au troisième ordre (développement en série de Taylor):

$$\begin{cases} F_j = e^{A(s^j).\Delta t_j} \approx I + A(s^j).\Delta t_j + \frac{1}{2} A^2(s^j).\Delta t_j^2 + \frac{1}{6} A^3(s^j).\Delta t_j^3 \\ G_j \approx \left(I.\Delta t_j + A(s^j).\frac{\Delta t_j^2}{2} + A^2(s^j).\frac{\Delta t_j^3}{6} \right) \cdot B(s^j) \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

Pour ce type de structure, pour représenter correctement le fonctionnement du hacheur en boucle ouverte, le nombre de termes nécessaires dans le développement de l'exponentielle de matrice doit être supérieur ou égal au nombre de cellules [2].

A partir des relations (III.4), il est possible d'exprimer l'état à la fin de la période ($t = (k+1)T_d$) en fonction de l'état en début de période ($t = kT_d$). Le modèle exact échantillonné à T_d est ainsi donné par l'équation:

$$X(k+1) = F(u).X(k) + G(u).E(k) \quad (\text{III.7})$$

• **Calcul de F(u) et G(u) :**

$$\begin{aligned} X(j=1) &= X(1) = X_0 \\ X(2) &= F_1.X(1) + G_1.E \\ X(3) &= F_2.X(2) + G_2.E \\ X(3) &= F_2.\underbrace{[F_1.X(1) + G_1.E]}_{X(2)} + G_2.E \\ X(3) &= [F_2 F_1]X(1) + [F_2 G_1 + G_2]E \\ X(4) &= F_3.X(3) + G_3.E \\ &= F_3.\underbrace{([F_2 F_1]X(1) + [F_2 G_1 + G_2]E)}_{X(3)} + G_3.E \\ X(4) &= [F_3.F_2.F_1]X(1) + [F_3.F_2.G_1 + F_3.G_2 + G_3]E \\ &\vdots \\ X(7) &= \underbrace{\prod_{j=1}^7 F_j}_{F(u)} \cdot X(1) + \underbrace{\sum_{i=1}^7 \left(\prod_{j=i+1}^7 F_j \right) \cdot G_j}_{G(u)} \cdot E \end{aligned}$$

Donc les matrices (d'état et d'entrée) qui relier l'état à l'instant $(k+1)$ avec l'état à l'instant k sont :

$$\begin{cases} F(u) = \prod_{j=1}^7 F_j & \text{matrice d'état} \\ G(u) = \sum_{i=1}^7 \left(\prod_{j=i+1}^7 F_j \right) \cdot G_i & \text{matrice d'entrée} \end{cases} \quad (\text{III.8})$$

Dans le cas d'une commande de type MLI, avec des rapports cycliques constants sur la période de découpage, ces séquences ainsi que leurs enchaînements, peuvent être déterminés en fonction des rapports cycliques.

III.4.1.1.2. Fonctionnement en boucle ouverte

Pour le montrer, nous allons d'abord considérer le cas où le hacheur fonctionne en boucle ouverte (i.e. rapports cycliques égaux).

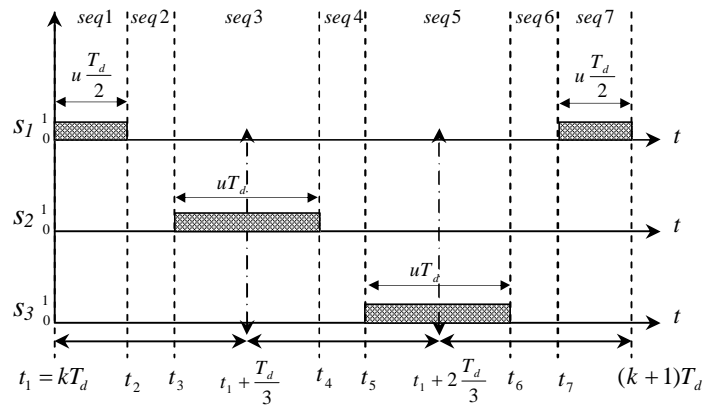
Selon les valeurs des rapports cycliques u_1 , u_2 , et u_3 , il peut exister différentes configurations. Chacune de ces configurations est définie par un enchaînement bien précis de séquences de fonctionnement sur une période de découpage.

Notons que deux séquences différentes peuvent correspondre à un même état des interrupteurs mais se déroulent à des instants différents.

Lorsque les rapports cycliques sont égaux $u_1=u_2=u_3=u$, on ne dénombre que trois configurations possibles :

➤ Cas où $u \in \left[0, \frac{1}{3}\right[$: Dans ce cas, les durées de ces séquences ainsi que l'entrée correspondante sont :

$$\begin{aligned} \Delta t_1 &= u \frac{T_d}{2}, & s^1 &= [1;0;0]^T \\ \Delta t_2 &= \left(\frac{1}{3} - u\right) T_d, & s^2 &= [0;0;0]^T \\ \Delta t_3 &= u T_d, & s^3 &= [0;1;0]^T \\ \Delta t_4 &= \Delta t_2, & s^4 &= [0;0;0]^T \\ \Delta t_5 &= \Delta t_3, & s^5 &= [0;0;1]^T \\ \Delta t_6 &= \Delta t_2, & s^6 &= [0;0;0]^T \\ \Delta t_7 &= \Delta t_1, & s^7 &= [1;0;0]^T \end{aligned}$$



Avec : $t_1 = k.T_d$, $t_2 = t_1 + u.T_d/2$, $t_3 = (t_1 + T_d/3) - u.T_d/2$, $t_4 = (t_1 + T_d/3) + u.T_d/2, \dots$

$$\Delta t_1 = t_2 - t_1 = u \frac{T_d}{2},$$

$$\Delta t_2 = t_3 - t_2 = t_1 + \frac{T_d}{3} - u \frac{T_d}{2} - t_1 - u \frac{T_d}{2} = \left(\frac{1}{3} - u\right) T_d,$$

⋮

- Cas où $u \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$: Dans cette configuration, les durées des séquences et les vecteurs d'entrée sont :

$$\Delta t_1 = \left(\frac{2}{3} - u\right) T_d, s^1 = [1; 0; 0]^T$$

$$\Delta t_2 = \left(u - \frac{1}{3}\right) T_d, s^2 = [1; 1; 0]^T$$

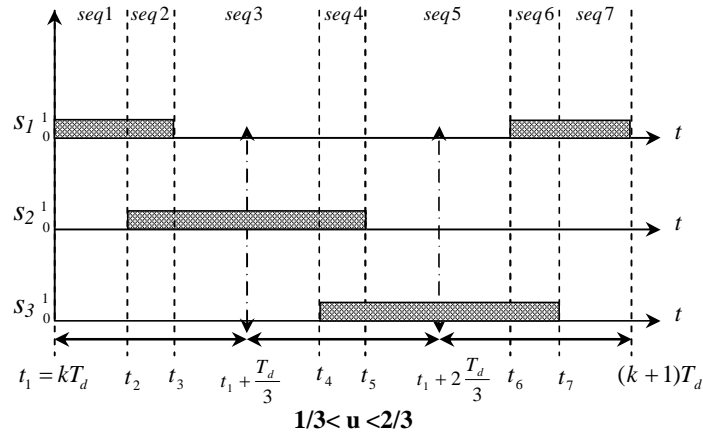
$$\Delta t_3 = \left(\frac{2}{3} - u\right) T_d, s^3 = [0; 1; 0]^T$$

$$\Delta t_4 = \Delta t_2, s^4 = [0; 1; 1]^T$$

$$\Delta t_5 = \Delta t_3, s^5 = [0; 0; 1]^T$$

$$\Delta t_6 = \Delta t_2, s^6 = [1; 0; 1]^T$$

$$\Delta t_7 = \Delta t_1, s^7 = [1; 0; 0]^T$$



- Cas où $u \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$: Dans cette configuration, les durées des séquences et les vecteurs d'entrée sont :

$$\Delta t_1 = \left(\frac{u}{2} - \frac{1}{3}\right) T_d, s^1 = [1; 1; 1]^T$$

$$\Delta t_2 = (1 - u) T_d, s^2 = [1; 1; 0]^T$$

$$\Delta t_3 = \left(u - \frac{2}{3}\right) T_d, s^3 = [1; 1; 1]^T$$

$$\Delta t_4 = \Delta t_2, s^4 = [0; 1; 1]^T$$

$$\Delta t_5 = \Delta t_3, s^5 = [1; 1; 1]^T$$

$$\Delta t_6 = \Delta t_2, s^6 = [1; 0; 1]^T$$

$$\Delta t_7 = \Delta t_1, s^7 = [1; 1; 1]^T$$

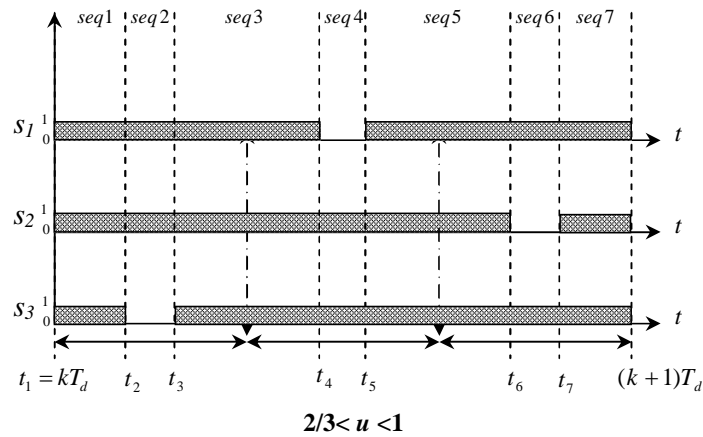


Figure III.5. Les trois configurations possibles dans un hacheur à trois cellules quand les rapports cycliques sont égaux.

– Validation du modèle

➤ Simulation sans circuit de rééquilibrage

Dans la figure (III.6) nous avons simulé le démarrage d'un hacheur à trois cellules en utilisant le modèle instantané (MI) et le MEE à T_d .

Les paramètres de simulation sont:

$$\begin{cases} E = 1800V \\ C_1 = C_2 = 10\mu F \\ L_{ch} = 5mH, R_{ch} = 56\Omega \\ f_d = 5kHz \end{cases} \quad u = \begin{cases} 0.2 & \text{si } t \leq 80ms \\ 0.8 & \text{si } t > 80ms \end{cases} \quad (\text{III.9})$$

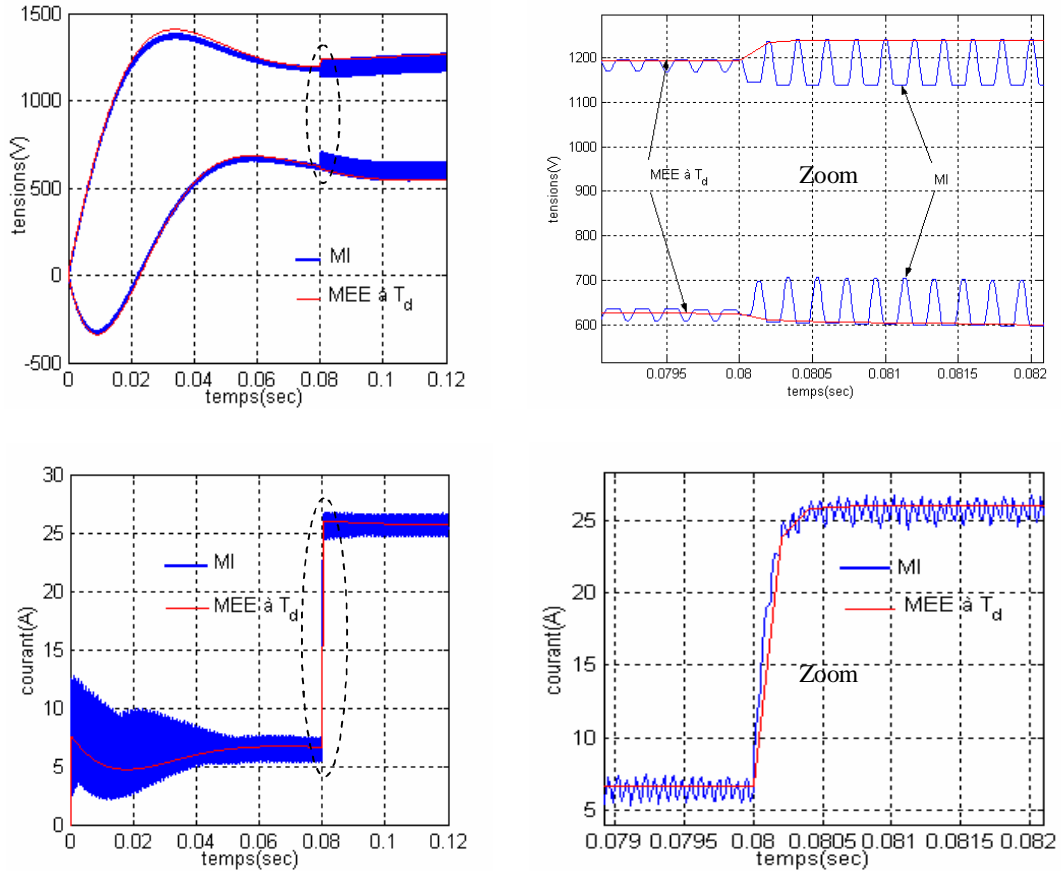
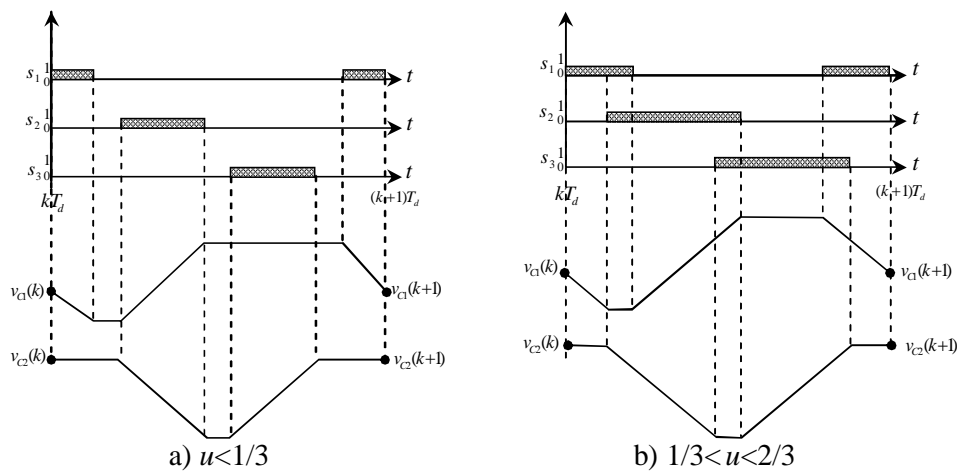


Figure III.6. Validation du MEE à la période T_d

On voit que ce modèle représente exactement le fonctionnement du hacheur aux instants d'échantillonnage.

Remarque : étant donné que le modèle est un modèle échantillonné à la période T_d , la valeur des tensions aux instant d'échantillonnage peut, suivant le rapport cyclique, correspondre à la valeur maximale ou à la valeur minimale de la tension v_{ci} considérée. Ceci est illustré dans la figure (III.7).



a) $u < 1/3$

b) $1/3 < u < 2/3$

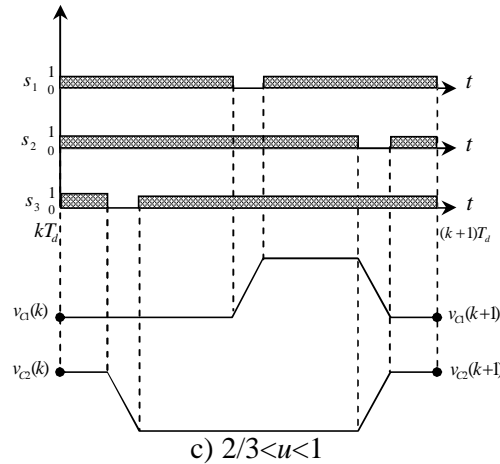


Figure III.7. Les trois configurations possibles quand les rapports cycliques sont égaux.

➤ Simulation avec circuit de rééquilibrage

Dans le cas d'un hacheur à trois cellules utilisant un circuit de rééquilibrage (figure III.8), l'ordre du système passe à 5. Le MEE s'obtient avec les mêmes équations vues précédemment (équations III.5, III.7, III.8) et la règle d'enchaînement des séquences est identique. Seules les matrices $A(s)$ et $B(s)$ sont modifiées :

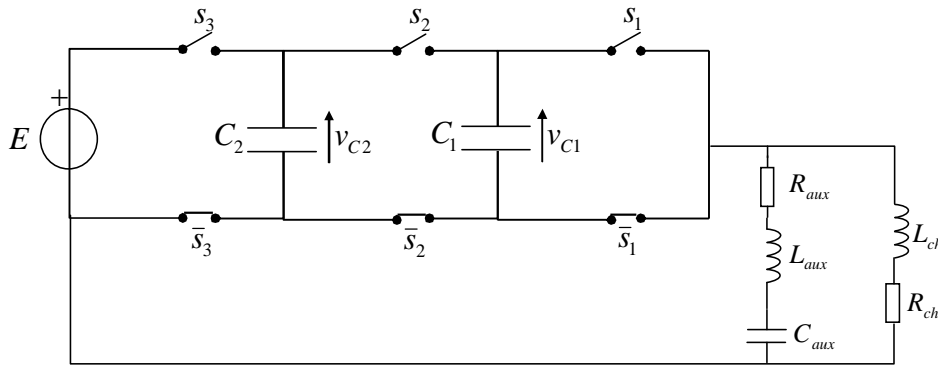


Figure III.8. Hacheur à trois cellules avec circuit de rééquilibrage.

$$A(s) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_1\delta_1 & 0 & a_1\delta_1 \\ 0 & 0 & a_2\delta_2 & 0 & a_2\delta_2 \\ -a_1\delta_1 & -a_2\delta_2 & -b_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{aux} \\ -b_{1aux}\delta_1 & -b_{2aux}\delta_2 & 0 & -b_{1aux} & -b_{0aux} \end{bmatrix}, B(s) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1s_3 \\ 0 \\ b_{1aux}s_3 \end{bmatrix} \quad (III.10)$$

$$\text{avec, } X = \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \\ i_{ch} \\ v_{Caux} \\ \dot{i}_{Laux} \end{bmatrix}, s = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}, \delta_1 = s_2 - s_1, \delta_2 = s_3 - s_2, b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, a_1 = \frac{1}{C_1}, a_2 = \frac{1}{C_2},$$

$$b_{0aux} = \frac{R_{aux}}{L_{aux}}, b_{1aux} = \frac{1}{L_{aux}}, a_{aux} = \frac{1}{C_{aux}}.$$

Dans la figure (III.9) nous avons simulé le démarrage de ce hacheur avec les paramètres suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \begin{cases} 1800 \text{ V} & \text{si } t \leq 10 \text{ ms} \\ 1500 \text{ V} & \text{sinon} \end{cases} \\ C_1 = C_2 = 10 \mu\text{F} \\ f_d = 5 \text{ kHz} \\ u = \begin{cases} 0.2 & \text{si } t \leq 80 \text{ ms} \\ 0.8 & \text{sinon} \end{cases} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} R_{ch} = 56 \Omega \\ L_{ch} = 5 \text{ mH} \\ R_{aux} = 10 \Omega \\ L_{aux} = 1 \text{ mH} \\ C_{aux} = 1 \mu\text{F} \end{array} \right. \quad (\text{III.11})$$

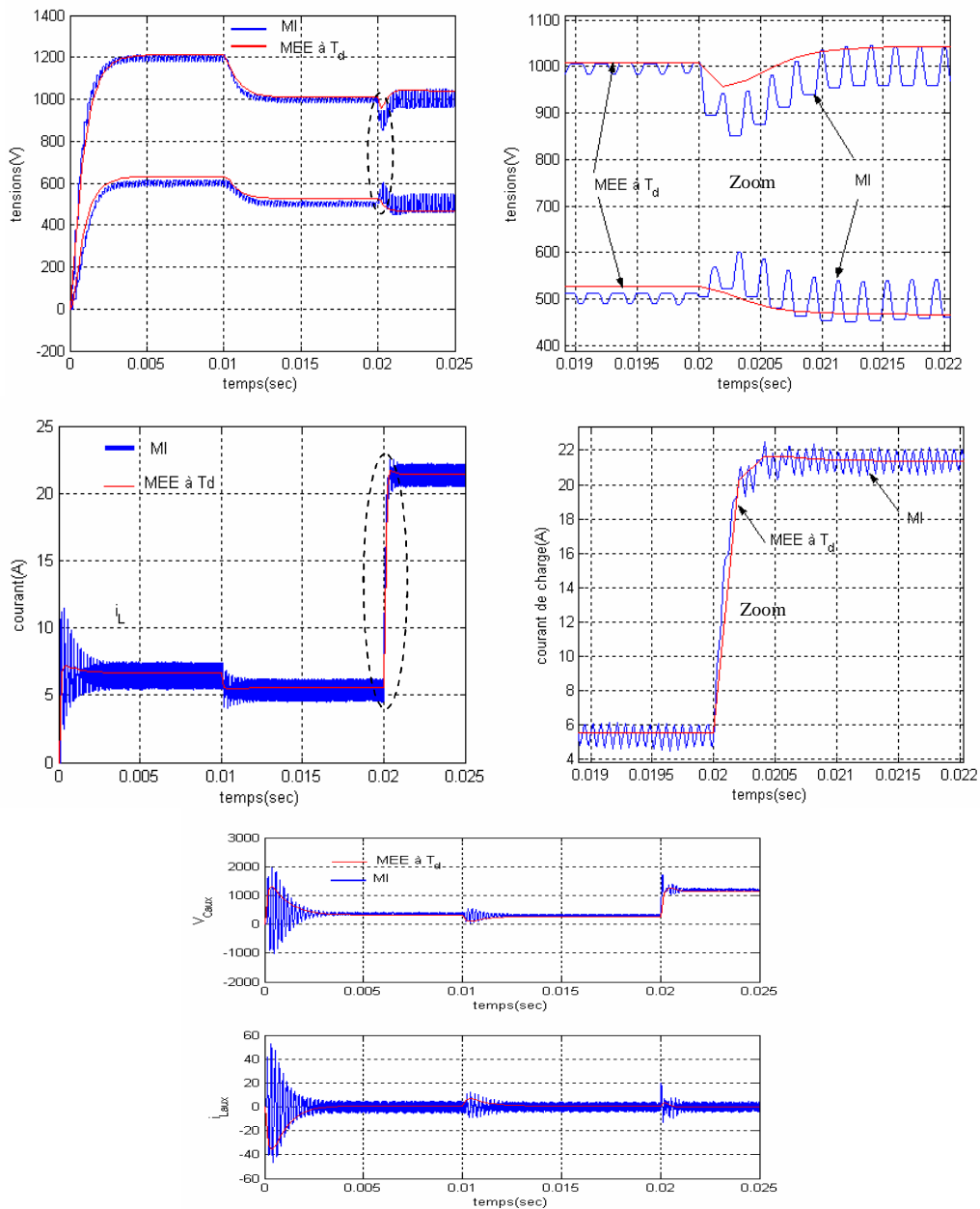


Figure III.9. Validation du MEE à T_d avec circuit de rééquilibrage.

III.4.1.1.3. Fonctionnement en boucle fermée

On a vu, lorsque les rapports cycliques sont égaux, que le nombre de configurations différentes se limitait à trois pour un hacheur à trois cellules. D'une manière générale, le nombre de configurations différentes est égal au nombre de cellules du hacheur [2].

Quand les rapports cycliques sont différents, le nombre de configurations possibles augmente considérablement et il devient alors très difficile d'établir les règles d'enchaînement des séquences surtout quand $p > 3$.

Notons que deux configurations contenant les mêmes états pour les interrupteurs mais avec un enchaînement différent, sont différentes vu que le produit matriciel (c.f. équation III.8) n'est pas commutatif. L'ordre des séquences est donc important.

Considérons les variables v_1, v_2, v_3 , définies en fonction des rapports cycliques des trois cellules u_1, u_2, u_3 comme suivant :

Si $0 < u_i \leq 1/3$ donc $v_i = 1$;

Si $1/3 < u_i \leq 2/3$ donc $v_i = 2$; $i = 1, 2, 3$

Si $2/3 < u_i \leq 1$ donc $v_i = 3$;

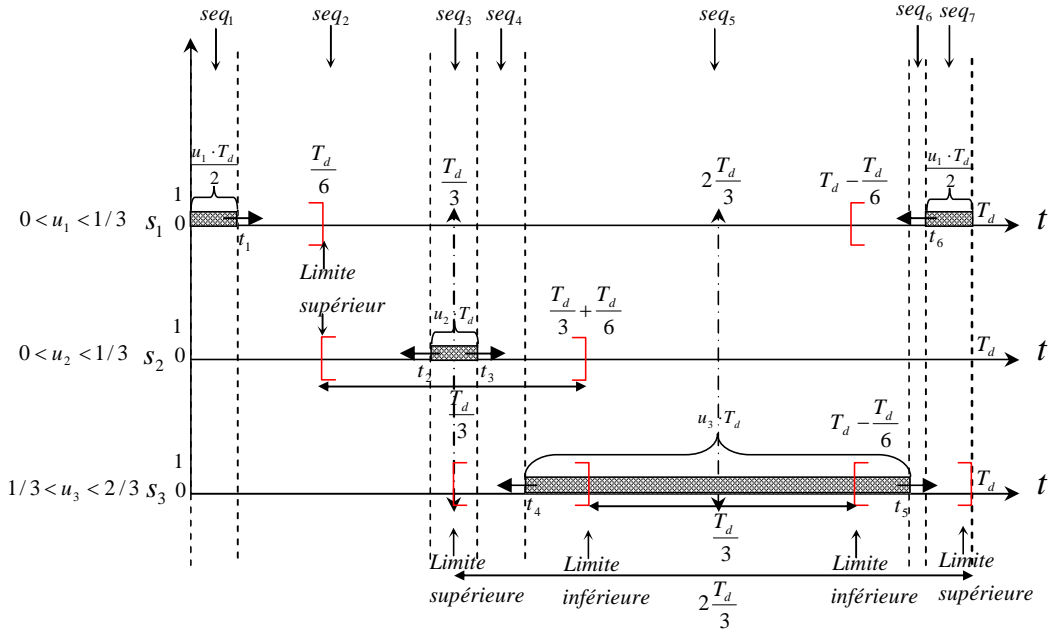
Selon les valeurs des variables v_1, v_2, v_3 il y a 3^3 configurations possibles. Posons $V = [v_1, v_2, v_3]$, les valeurs possibles de V sont :

[1,1,1]	[1,2,1]	[1,3,1]	[2,1,1]	[2,2,1]	[2,3,1]	[3,1,1]	[3,2,1]	[3,3,1]
[1,1,2]	[1,2,2]	[1,3,2]	[2,1,2]	[2,2,2]	[2,3,2]	[3,1,2]	[3,2,2]	[3,3,2]
[1,1,3]	[1,2,3]	[1,3,3]	[2,1,3]	[2,2,3]	[2,3,3]	[3,1,3]	[3,2,3]	[3,3,3]

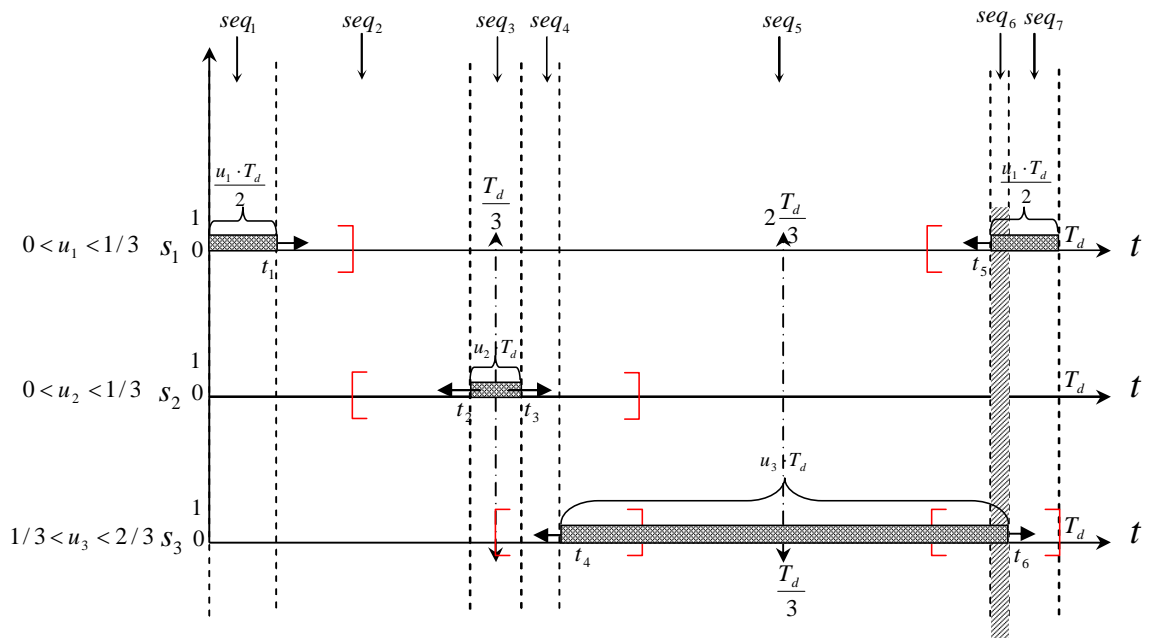
Par la suite on va étudier une seule configuration parmi les 29 configurations précédentes pour les autres on doit procéder par la même manière.

Nous prenons le cas de la configuration $V = [1, 1, 2]$, par exemple ce ci est équivalent à $0 < u_1 < 1/3$, $0 < u_2 < 1/3$, $1/3 < u_3 < 2/3$.

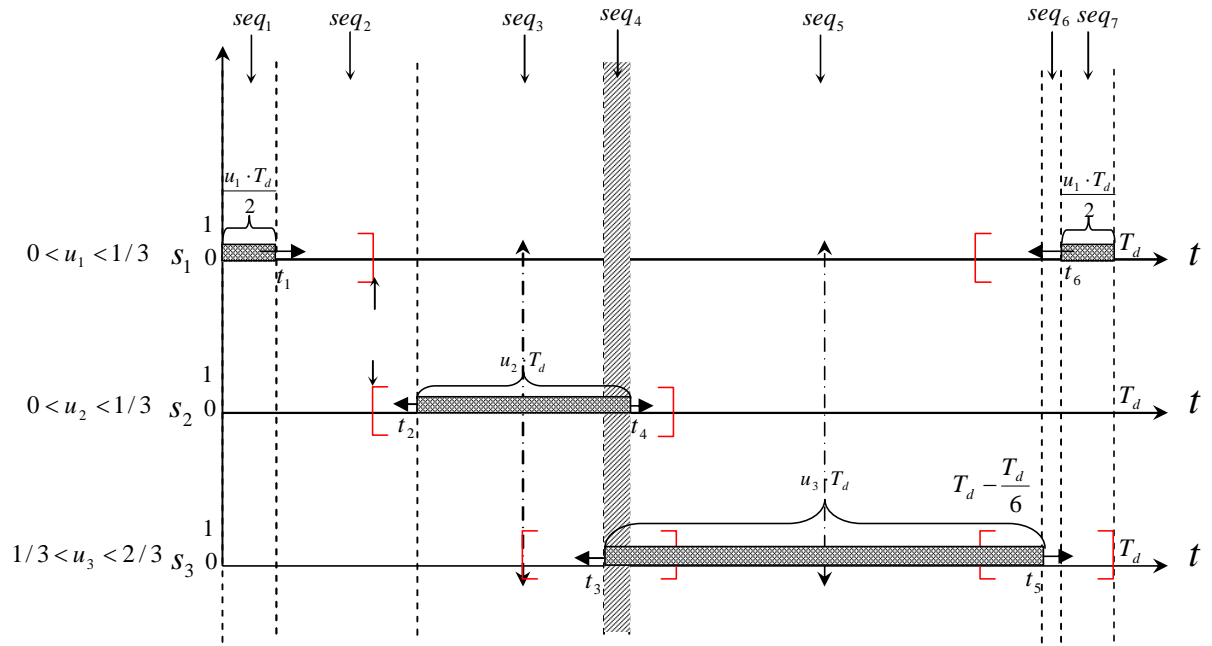
Suivant que les états se chevauchent ou non, on distingue quatre possibilités résumées dans la figure suivante :



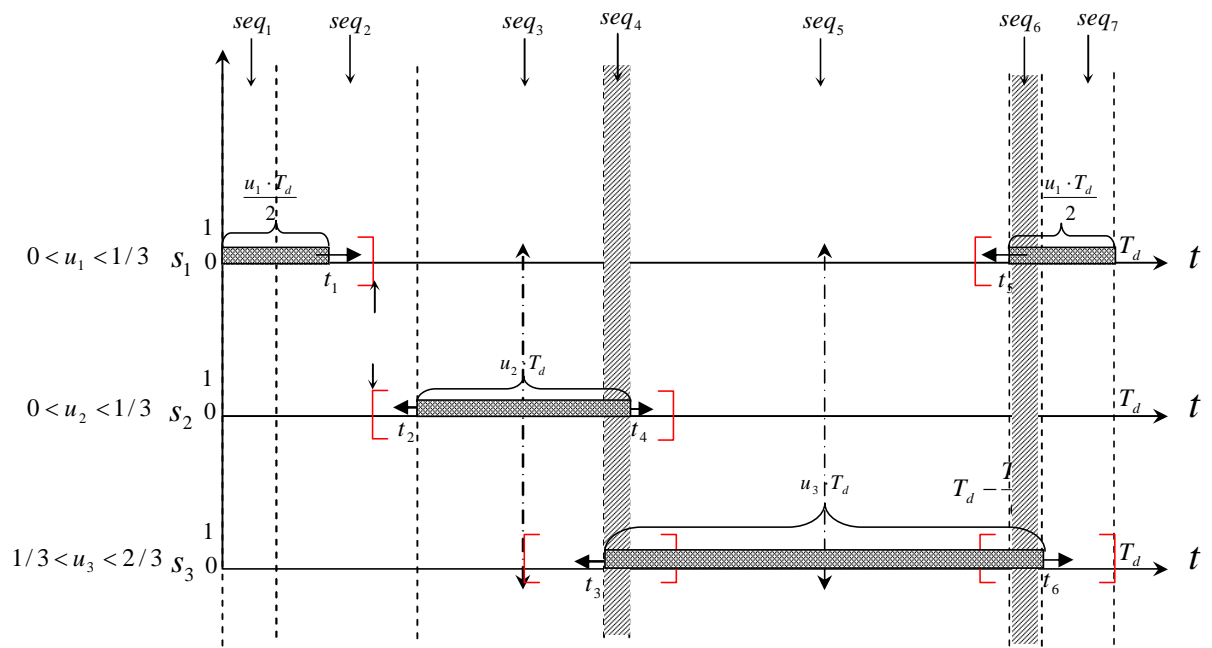
A : cas 11 pas de chevauchement des états s_i



B : cas 12 chevauchement de s_1 avec s_3



C : cas 21 chevauchement de s_2 avec s_3



C : cas 22 chevauchement de s_2 avec s_3 et s_1 avec s_3 .

Figure III.10. Configurations possibles avec $V=[1,1,2]^T$.

Ces possibilités peuvent être représentés par l'algorithme suivant :

Cas ou $0 < u_1 < 1/3$; $0 < u_2 < 1/3$; $1/3 < u_3 < 2/3$

$$t_1 = u_1 * T_d / 2, \quad t_2 = T_d / 3 + u_2 * T_d / 2.$$

$$dt_1 = t_1 = (u_1 * T_d / 2);$$

$$S_1 = [1, 0, 0]^T;$$

$$dt_2 = t_2 - t_1 = T_d / 3 - (u_1 + u_2) * T_d / 2;$$

$$S_2 = [0, 0, 0]^T;$$

Si $t_3 < t_4$ (pas de chevauchement de s_2 avec s_3)

$$dt_3 = t_3 - t_2 = u_2 * T_d;$$

$$S_3 = [0, 1, 0]^T;$$

$$dt_4 = t_4 - t_3 = T_d / 3 - (u_2 + u_3) * T_d / 2;$$

$$S_4 = [0, 0, 0]^T;$$

Si $t_5 < t_6$ (pas de chevauchement de s_1 avec s_3)

$$dt_5 = t_5 - t_4 = u_3 * T_d;$$

$$S_5 = [0, 0, 1]^T;$$

$$dt_6 = t_6 - t_5 = T_d / 3 - (u_1 + u_3) * T_d / 2;$$

$$S_6 = [0, 0, 0]^T;$$

$$dt_7 = T_d - t_6 = (u_1 * T_d / 2);$$

$$S_7 = [1, 0, 0]^T;$$

Sinon (chevauchement de s_1 avec s_3)

$$dt_5 = t_5 - t_4 = (-u_1 + u_3) * T_d / 2 + T_d / 3;$$

$$S_5 = [0, 0, 1]^T;$$

$$dt_6 = t_6 - t_5 = (u_1 + u_3) * T_d / 2 - T_d / 3;$$

$$S_6 = [1, 0, 1]^T;$$

$$dt_7 = T_d - t_6 = (T_d / 3 - u_3 * T_d / 2);$$

$$S_7 = [1, 0, 0]^T;$$

Fin

Sinon (chevauchement de s_2 avec s_3)

$$dt_3 = (u_2 - u_3) * T_d / 2 + T_d / 3;$$

$$S_3 = [0, 1, 0]^T;$$

$$dt_4 = (u_2 + u_3) * T_d / 2 - T_d / 3;$$

$$S_4 = [0, 1, 1]^T;$$

Si $t_5 < t_6$ (pas de chevauchement de s_1 avec s_3)

$$dt_5 = (u_3 - u_2) * T_d / 2 + T_d / 3;$$

$$S_5 = [0, 0, 1]^T;$$

$$dt_6 = T_d / 3 - (u_1 + u_3) * T_d / 2;$$

$$S_6 = [0, 0, 0]^T;$$

$$dt_7 = (u_1 * T_d / 2);$$

$$S_7 = [1, 0, 0]^T;$$

Sinon (chevauchement de s_1 avec s_3)

$$dt_5 = 2 * T_d / 3 - (u_2 + u_1) * T_d / 2;$$

$$S_5 = [0, 0, 1]^T;$$

$$dt_6 = (u_1 + u_3) * T_d / 2 - T_d / 3;$$

$$S_6 = [1, 0, 1]^T;$$

$$dt_7 = (T_d / 3 - u_3 * T_d / 2);$$

$$S_7 = [1, 0, 0]^T;$$

Fin

Fin

Il y a quatre possibilités de cette séquence :

11, 12, 21, 22.

Avec le cas 11 (par exemple):

$$t_3 = T_d / 3 + u_2 * T_d / 2, \quad t_4 = 2 * T_d / 3 - u_3 * T_d / 2, \quad t_5 = 2 * T_d / 3 + u_3 * T_d / 2, \quad t_6 = T_d - u_1 * T_d / 2.$$

– Validation du modèle

La validation de ce modèle est montrée par la simulation de la figure III.11.a et b, pour un hacheur à trois cellules utilisant la commande découplante linéaire puis la commande non linéaire.

a- avec la commande découplante linéaire

-Les paramètres du hacheur et de la commande sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} p_1 = p_2 = -3000rad / s \\ p_3 = -10000rad / s \end{array} \right. \quad (III.12)$$

-Le profil de la commande est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } t = 0 \quad \rightarrow \text{démarrage du hacheur avec } E=1800 \text{ V, } i_{ch \text{ réf}}=100A \\ \text{à } t = 5ms \quad \rightarrow \text{échelon de } i_{ch \text{ réf}} \text{ de } -50A \\ \text{à } t = 7ms \quad \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } -300V \\ \text{à } t = 8ms \quad \rightarrow \text{échelon de } i_{ch \text{ réf}} \text{ de } +30A \end{array} \right.$$

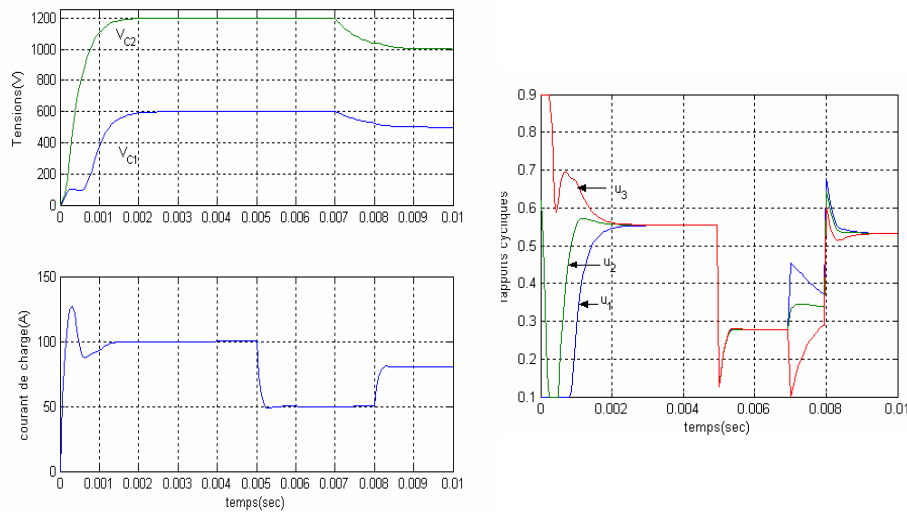


Figure III.11.a Validation de MEE à T_d dans le cas d'un hacheur à trois cellules en boucle Fermée avec la commande découplante linéaire

b- avec la commande non linéaire

-Les paramètres du hacheur et de la commande sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} Kp_1 = Kp_2 = 3000, Kp_3 = 20000, \\ \text{taux} = 200.10^{-6}, K_i = Kp_3. \text{taux}, \end{array} \right. \quad (III.13)$$

-Le profil de la commande est le suivant:

- à $t = 0$ → démarrage du hacheur avec $E=1800$ V, $i_{ch\ ref}=100$ A
- à $t = 5$ ms → échelon de $i_{ch\ ref}$ de -40 A
- à $t = 7$ ms → échelon de E de -300 V
- à $t = 8$ ms → échelon de $i_{ch\ ref}$ de $+30$ A

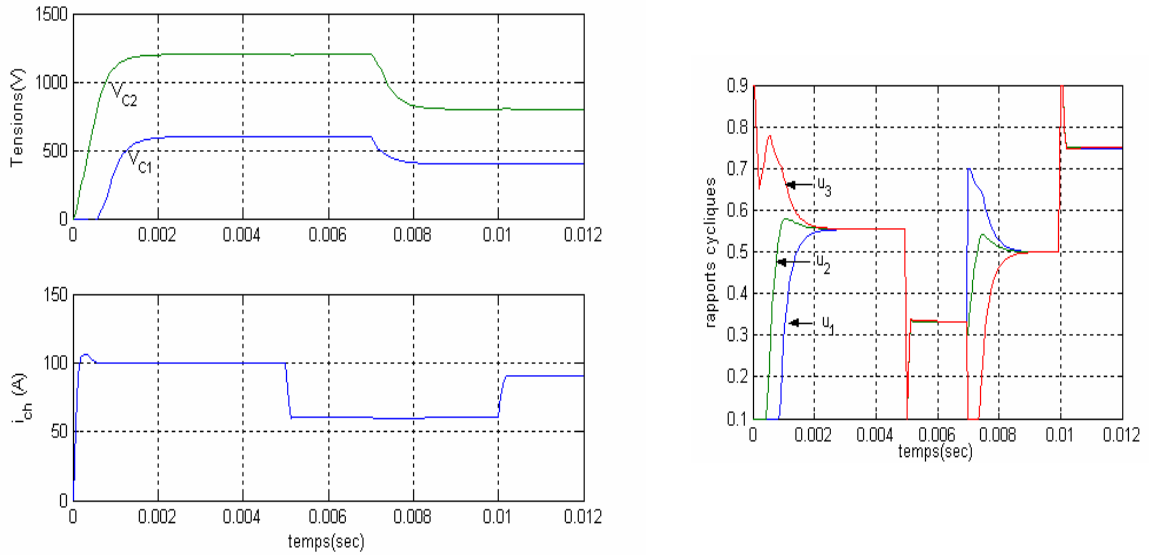


Figure III.11.b Validation de L'MEE à T_d dans le cas 'un hacheur à trois cellules en boucle Fermée avec la commande non linéaire

III.4.1.2 Modèle exact échantillonné à un tiers de période de découpage

En procédant de manière identique à celle de l'MEE à T_d , il est possible d'obtenir un modèle exact échantillonné à $T_d/3$. Ce modèle est décrit par les équations :

$$X(k + \frac{j}{3}) = F^j . X(k + \frac{j-1}{3}) + G^j . E \quad j=1, 2, 3 \quad (III.14)$$

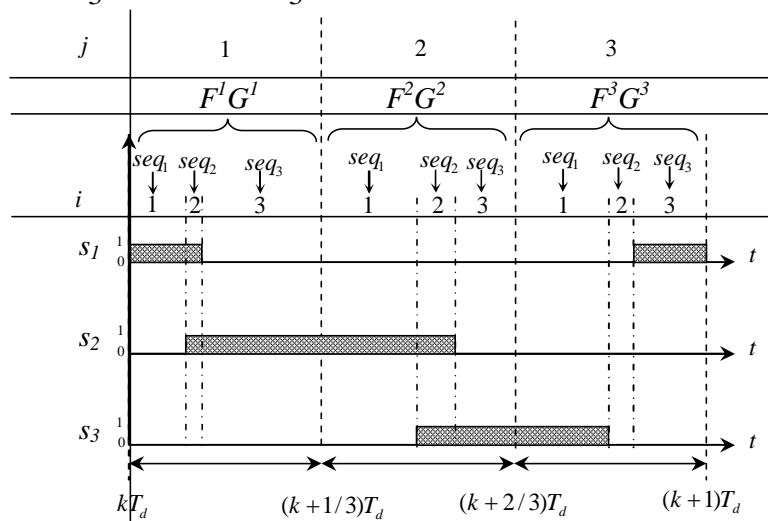


Figure III.12. Echantillonnage à $T_d/3$.

$$\begin{cases} F^j = \prod_{i=1}^3 F_i \\ G^j = \prod_{i=1}^3 G_i \end{cases} \quad (III.15)$$

Où F^j et G^j Matrice d'état et matrice d'entrée du modèle moyen sur chaque tiers de période de découpage (figure III.12).

– Validation du modèle

➤ Simulation sans circuit de rééquilibrage

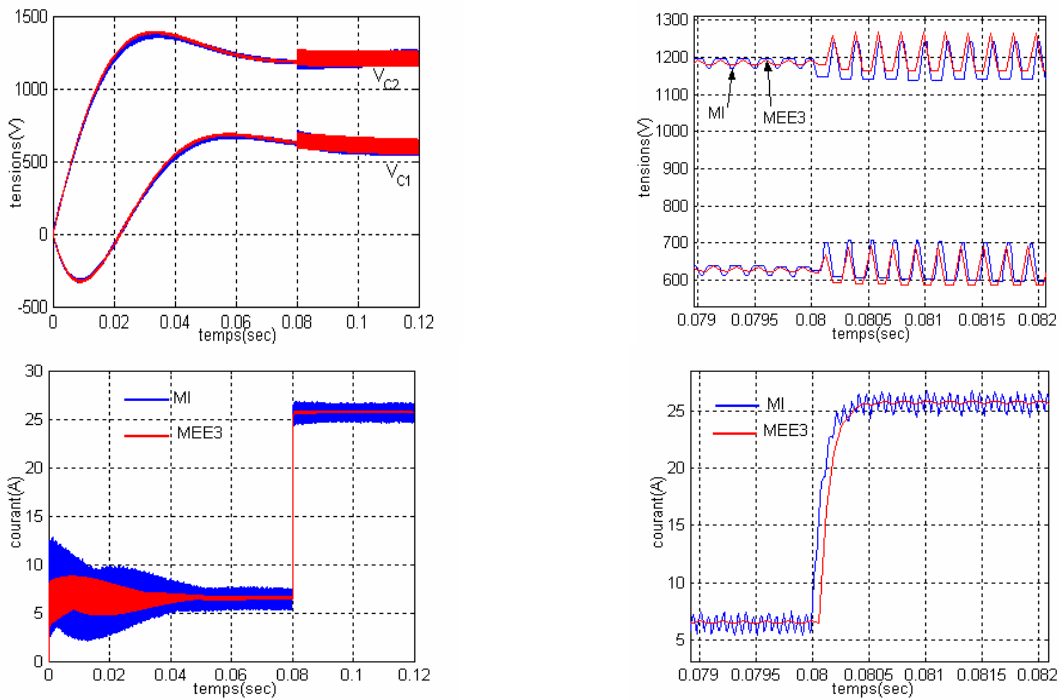
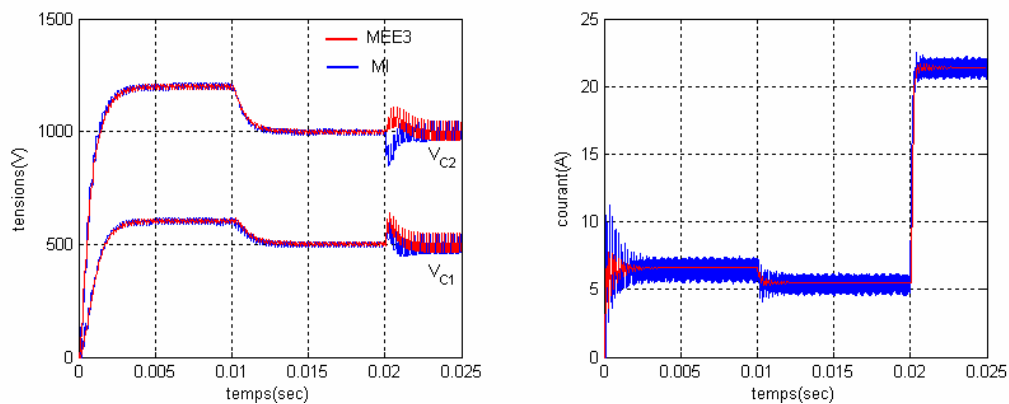


Figure III.13. Validation du MEE à $T_a/3$ sans circuit de rééquilibrage.

➤ Simulation avec circuit de rééquilibrage



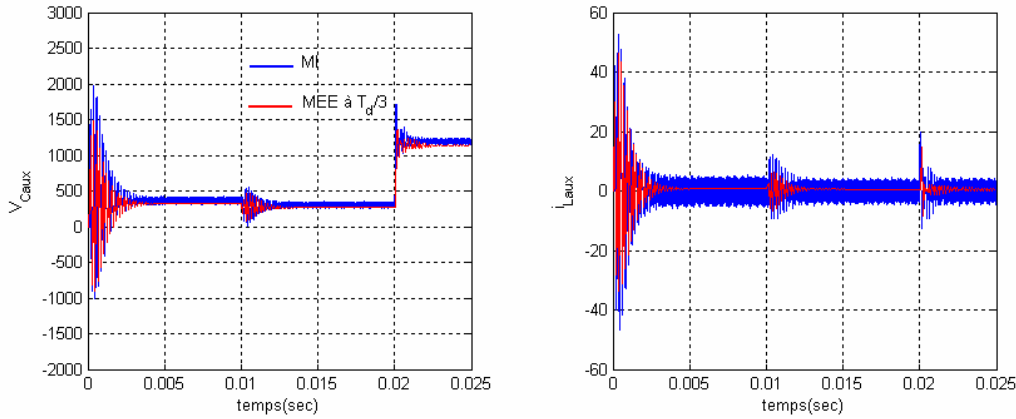


Figure III.14. Validation du MEE à $T_d/3$ avec circuit de rééquilibrage.

III.4.2 Modèle moyen sur un tiers de période de découpage

Le modèle présenté plus haut est un modèle exact du hacheur mais ne peut être implanté en temps réel vu sa complexité de mise en œuvre et le volume de calcul important qu'il nécessite. En effet, une fois les matrices F_j et G_j déterminées, il faut calculer en temps réel sept produits matriciels pour déterminer uniquement la matrice F (c.f. équation III.8). L'autre inconvénient de ce modèle est qu'il est difficilement généralisable. Il est donc nécessaire d'utiliser un modèle plus simple pour représenter le système.

Dans cette section nous proposons un autre modèle pour un hacheur à trois cellules, basé sur une approche aux valeurs moyennes. Ce modèle est appelé modèle moyen sur un tiers de période de découpage (MM3) et représente un bon compromis entre la précision et la simplicité de mise en œuvre. Son idée est simple et facilement généralisable à un nombre de cellules quelconque.

III.4.2.1 Principe

Le principe du modèle moyen sur $T_d/3$ consiste à remplacer les grandeurs instantanées dans (III.1) par leurs valeurs moyennes sur un tiers de période de découpage. Ceci n'est, bien entendu, valable que si les constantes de temps du hacheur sont supérieures à $T_d/3$. Ainsi, sur chaque période de découpage T_d , nous obtenons trois modèles différents décrivant chacun, le comportement moyen du système sur un tiers de période. Il est important de noter que ce modèle ne peut représenter correctement la dynamique de l'équilibrage naturel vu que les harmoniques ne sont pas entièrement pris en compte. Mais comme l'objectif de notre observateur est de réaliser une commande du hacheur sans capteurs de tensions flottantes, on peut négliger les dynamiques d'équilibrage naturel devant la dynamique désirée en boucle fermée [2].

III.4.2.2 Mise en équation

Dans la figure (III.15) nous avons représenté sur une période de découpage, les trois signaux de commande s_1 , s_2 , s_3 appliqués au hacheur ainsi que leurs moyennes sur $T_d/3$. Ces moyennes donnent lieu à un nouveau vecteur de rapports cycliques par tiers de période de découpage [2]:

$$t \in \left[\left(k + \frac{j-1}{3} \right) T_d, \left(k + \frac{j}{3} \right) T_d \right] \rightarrow u_i^j = (u_1^j, u_2^j, u_3^j)^T, \quad j = 1, 2, 3 \quad (\text{III.16})$$

$$\text{avec : } u_i^j = \langle s_i \rangle_{T_d/3}^j = \frac{3}{T_d} \int_{\frac{j-1}{3}T_d}^{\frac{j}{3}T_d} s_i dt, \quad i,j=1,2,3 \quad (\text{III.17})$$

En remplaçant le vecteur de commande s dans le modèle instantané (équation III.3) par sa valeur moyenne sur chaque tiers de période, on obtient trois modèles continus par période de découpage :

$$\langle \dot{x} \rangle^j = A_m^j \langle x \rangle^j + B_m^j \cdot E, \quad j=1,2,3 \quad (\text{III.18})$$

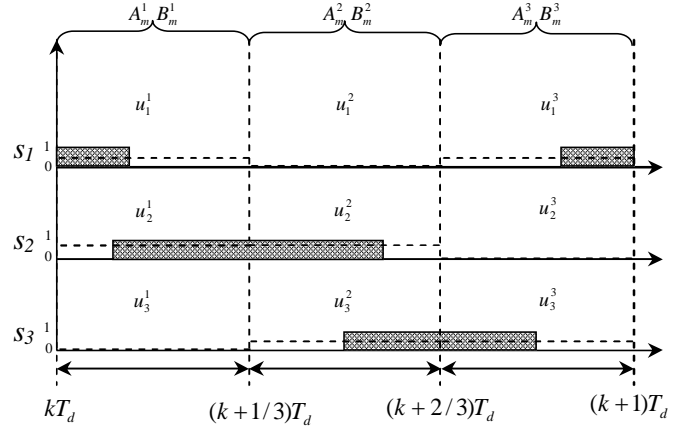


Figure III.15. Principe du modèle moyen sur un tiers de période

avec :

$$A_m^j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & u_1(u_2^j - u_1^j) \\ 0 & 0 & u_2(u_3^j - u_2^j) \\ -b_1(u_2^j - u_1^j) & -b_1(u_3^j - u_2^j) & -b_0 \end{bmatrix}, \quad B_m^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1 u_3^j \end{bmatrix}, \quad (\text{III.19})$$

$$b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, \quad b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, \quad a_1 = \frac{1}{C_1}, \quad a_2 = \frac{1}{C_2},$$

Les grandeurs $\langle u_i^j \rangle_{i,j=1,2,3}$ peuvent facilement être déterminées en fonction de la valeur des rapports cycliques appliqués au hacheur :

$$u_i^j = \frac{3}{T_d} \int_{kT_d}^{(k+1)T_d} s_i dt \quad (\text{c.f. tableau III.1}).$$

Les trois équations continues (équation III.18) sont ensuite échantillonnées avec une période de $T_d/3$ en adoptant une approximation de l'exponentielle de matrice du second ordre. On obtient, ainsi, trois modèles discrets par période de découpage mettant en relation l'état à l'instant $(k + j/3)T_d$ en fonction de l'état à l'instant $(k + (j-1)/3)T_d$:

$$x(k + \frac{j}{3}) = F_m^j \cdot x(k + \frac{j-1}{3}) + G_m^j E(k), \quad j=1,2,3, \quad k \in \mathbb{N} \quad (\text{III.20})$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m^j = e^{A_m^j \cdot \frac{T_d}{3}} \approx I + A_m^j \cdot \frac{T_d}{3} + \frac{1}{2} (A_m^j)^2 \cdot \left(\frac{T_d}{3}\right)^2 \\ G_m^j \approx \left(I \cdot \frac{T_d}{3} + \frac{1}{2} A_m^j \left(\frac{T_d}{3}\right)^2 \right) \cdot B_m^j \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

Tableau III.1 Calcul des durées de conduction moyennes sur $T_d/3$

u_i^j	$j = 1$ $t \in \left[kT_d, \left(k + \frac{1}{3}\right)T_d \right]$	$j = 2$ $t \in \left[\left(k + \frac{1}{3}\right)T_d, \left(k + \frac{2}{3}\right)T_d \right]$	$j = 3$ $t \in \left[\left(k + \frac{2}{3}\right)T_d, (k+1)T_d \right]$
$u_1^j =$	$\begin{cases} \frac{3}{2}u_1, & \text{si } u_1 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & \text{si } u_1 \leq \frac{2}{3} \\ 3u_1 - 2, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2}u_1, & \text{si } u_1 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$
$u_2^j =$	$\begin{cases} \frac{3}{2}u_2, & \text{si } u_2 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2}u_2, & \text{si } u_2 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & \text{si } u_2 \leq \frac{2}{3} \\ 3u_2 - 2, & \text{sinon} \end{cases}$
$u_3^j =$	$\begin{cases} 0, & \text{si } u_3 \leq \frac{2}{3} \\ 3u_3 - 2, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2}u_3, & \text{si } u_3 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{3}{2}u_3, & \text{si } u_3 \leq \frac{2}{3} \\ 1, & \text{sinon} \end{cases}$

Ce modèle est donc un modèle moyen sur un tiers de période échantillonné à $T_d/3$.

Il est aussi possible, à partir des équations (III.20), d'exprimer l'évolution de l'état en fin de période $x(k+1) = x(t = (k+1)T_d)$ en fonction de l'état en début de période $x(k) = x(t = kT_d)$. Ce modèle est donné par :

$$x(k+1) = F_m(u) \cdot x(k) + G_m(u)E(k), \quad k \in \mathbb{N} \quad (\text{III.22})$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m(u) = \prod_{j=1}^3 F_m^j = F_m^3 \cdot F_m^2 \cdot F_m^1 \\ G_m(u) = \sum_{i=1}^3 \left(\prod_{j=i+1}^3 F_m^j \right) \cdot G_m^i = F_m^3 \cdot F_m^2 \cdot G_m^1 + F_m^3 \cdot G_m^2 + G_m^3 \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

Il correspond donc au modèle moyen sur un tiers de période, échantillonné à T_d .

Remarque : Etant donné que les matrices A_m^j et B_m^j dépendent des rapports cycliques appliqués au hacheur, F_m et G_m sont non stationnaires et sont notés $F_m(u)$ et $G_m(u)$. En régime permanent, les rapports cycliques sont constants et le modèle devient stationnaire.

– Validation du modèle

Afin de valider ce modèle, nous avons fait une comparaison de ce modèle dans deux cas différents de la période d'échantillonnage T_d et $T_d/3$. La simulation est effectuée pour un hacheur à trois cellules avec la commande découplante linéaire et la commande non linéaire.

➤ Simulation en boucle ouverte

-Les paramètres du hacheur sont :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 10\mu F, R_{ch} = 56\Omega, L_{ch} = 5mH \\ f_d = 5kHz, \quad u = 0.2 \end{cases} \quad (III.24)$$

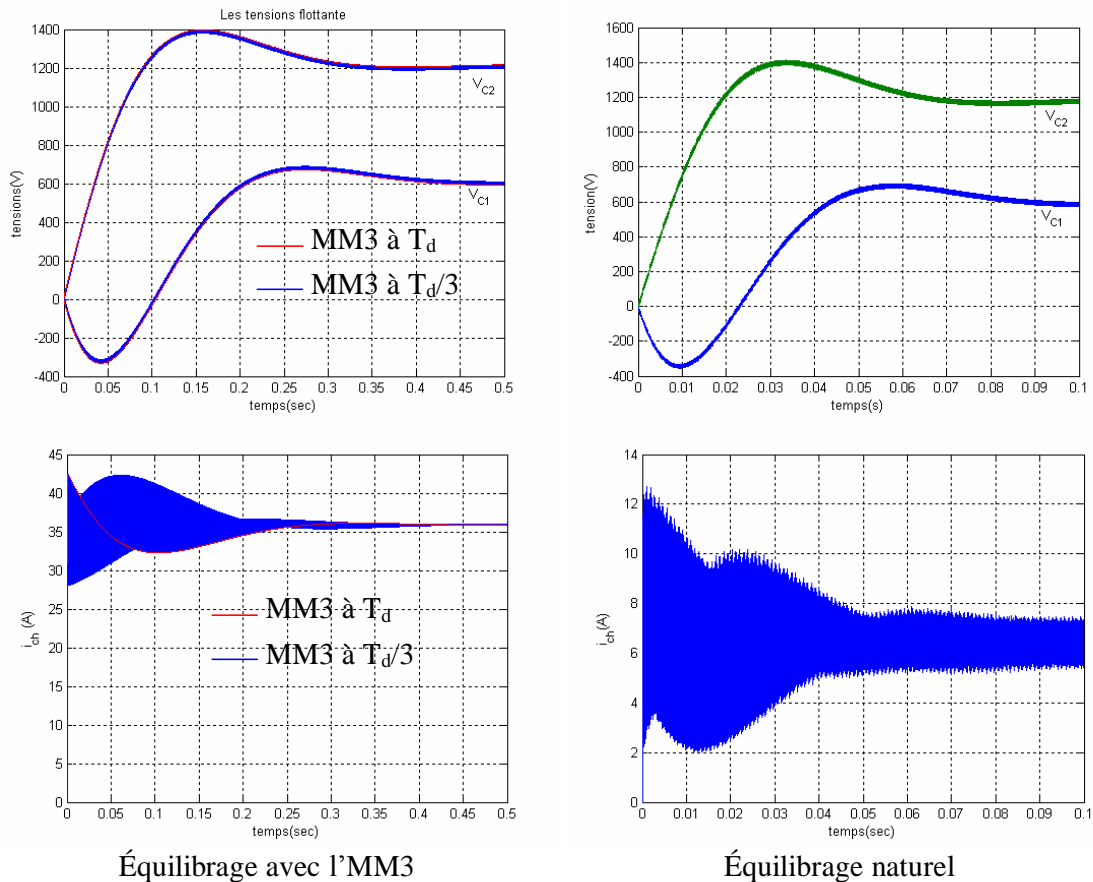


Figure III.16 Validation du MM3 en boucle ouverte sans circuit de rééquilibrage.

Remarque : En remarque que le MM3 à (T_d ou $T_d/3$) ne permet, toutefois pas, de reproduire correctement les dynamiques de l'équilibrage naturel.

➤ Simulation en boucle fermée

a- avec la commande découplante linéaire :

-Les paramètres du hacheur et de la commande sont :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ R_{ch} = 10\Omega \\ L_{ch} = 1.5mH \\ f_d = 16kHz \end{cases} \quad \begin{cases} p1 = p2 = -3000rad / s \\ p3 = -10000rad / s \end{cases} \quad (III.25)$$

-Le profil de la commande est le suivant

- à $t = 0$ → démarrage du convertisseur avec $E = 1800V, i_{chref} = 100A$
- à $t = 5ms$ → échelon de i_{chref} de $-50A$
- à $t = 7ms$ → échelon de E de $-300A$
- à $t = 8ms$ → échelon de i_{chref} de $+30A$

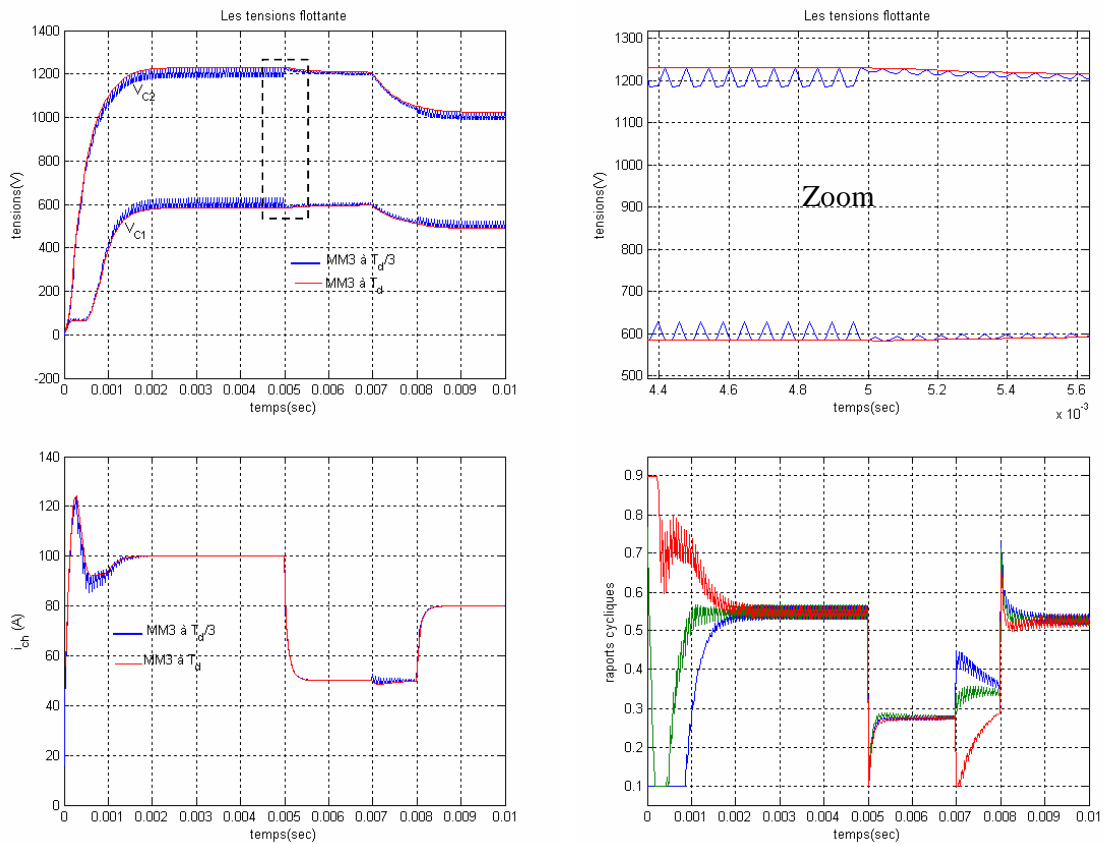


Figure III.17. Validation du MM3 avec la commande découplante linéaire pour une période d'échantillonnage de $T_d/3$ et T_d .

b- la commande non linéaire :

-Les paramètres du hacheur et de la commande sont :

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \end{cases} \quad \begin{cases} Kp_1 = 3000, Kp_2 = Kp_1, Kp_3 = 20000, \\ taux = 200.10^{-6}, K_i = Kp_3. taux, \end{cases} \quad (III.13)$$

-Le profil de la commande est le suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{à } t = 0 \quad \rightarrow \text{démarrage du hacheur avec } E=1800 \text{ V, } i_{ch \text{ réf}}=100\text{A} \\ \text{à } t = 5\text{ms} \rightarrow \text{échelon de } i_{ch \text{ réf}} \text{ de } -40\text{A} \\ \text{à } t = 7\text{ms} \rightarrow \text{échelon de } E \text{ de } -600\text{V} \\ \text{à } t = 8\text{ms} \rightarrow \text{échelon de } i_{ch \text{ réf}} \text{ de } +30\text{A} \end{array} \right.$$

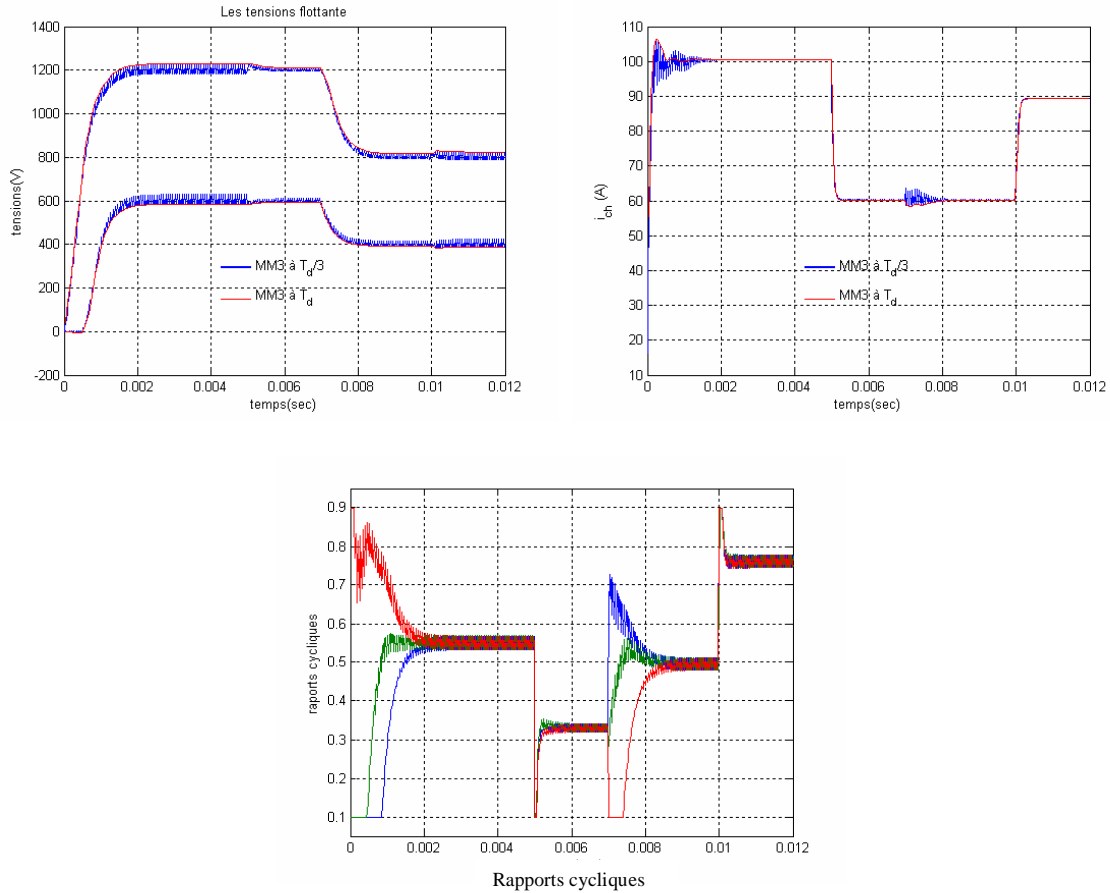


Figure III.18. Validation du MM3 avec la commande non linéaire pour une période d'échantillonnage de $T_d/3$ et T_d .

Les figures (III.17.) et (III.18.) montrent que le MM3 échantillonné à la période de découpage représente assez fidèlement le comportement du hacheur en régime transitoire.

Avec un échantillonnage égal à $T_d/3$, le MM3 fait apparaître les harmoniques à la fréquence de découpage sur le courant. Ces harmoniques n'apparaissent que lorsque les tensions flottantes sont déséquilibrées.

III.4.2.3 Généralisation à un hacheur à p cellules

L'extension du MM3 au cas général d'un hacheur à p cellules correspond au modèle moyen sur T_d/p (MM p). Dans ce modèle, on calcule la moyenne des entrées s_i dans chaque intervalle $t \in \left[\left(k + (j-1)/p \right) T_d, \left(k + j/p \right) T_d \right]$, ($i, j = 1, \dots, p$) [2]:

$$t \in \left[(k + (j-1)/p)T_d, (k + j/p)T_d \right] \rightarrow u_i^j = \frac{P}{T_d} \int_{\frac{j-1}{p}T_d}^{\frac{j}{p}T_d} s_i dt, \quad (i, j = 1, \dots, p) \quad (\text{III.26})$$

En procédant de la même manière que pour le MM3, on obtient p équations continues par période de découpage :

$$\langle \dot{x} \rangle^j = A_m^j \langle x \rangle^j + B_m^j \cdot E, \quad j = 1, \dots, p \quad (\text{III.27})$$

avec,

$$A_m^j = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & u_1 \Delta_1^j \\ 0 & 0 & \dots & 0 & u_2 \Delta_2^j \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & u_{p-1} \Delta_{p-1}^j \\ -b_1 \Delta_1^j & -b_1 \Delta_2^j & \dots & -b_1 \Delta_{p-1}^j & -b_0 \end{bmatrix}, \quad B_m^j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ b_1 u_p^j \end{bmatrix},$$

$$s b_0 = \frac{R_{ch}}{L_{ch}}, \quad b_1 = \frac{1}{L_{ch}}, \quad a_i = \frac{1}{C_i}, \quad \Delta_i^j = u_{i+1}^j - u_i^j,$$

Ces équations sont ensuite intégrées sur leurs intervalles de définition respectifs. On obtient ainsi p équations récurrentes représentant le MMp échantillonné à T_d/p :

$$x(k + \frac{j}{p}) = F_m^j \cdot x(k + \frac{j-1}{p}) + G_m^j E(k), \quad j = 1, \dots, p \quad (\text{III.28})$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m^j = e^{A_m^j \cdot \frac{T_d}{p}} \approx I + A_m^j \cdot \frac{T_d}{p} + \frac{1}{2} (A_m^j)^2 \cdot \left(\frac{T_d}{p} \right)^2 \\ G_m^j \approx \left(I \cdot \frac{T_d}{p} + \frac{1}{2} A_m^j \cdot \left(\frac{T_d}{p} \right)^2 \right) \cdot B_m^j \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

A partir de ces équations récurrentes, le modèle global échantillonné avec une période de T_d est donné par :

$$x(k+1) = F_m(u) \cdot x(k) + G_m(u) E(k), \quad k \in \mathbb{N} \quad (\text{III.30})$$

Avec :

$$\begin{cases} F_m(u) = \prod_{j=1}^p F_m^j = F_m^p \cdot F_m^{p-1} \dots F_m^1 \\ G_m(u) = \sum_{i=1}^p \left(\prod_{j=i+1}^p F_m^j \right) \cdot G_m^i \end{cases}$$

III.4.3 Observabilité du hacheur avec les modèles échantillonnés.

III.4.3.1 Observabilité du hacheur avec le MEE à T_d

Nous allons dans cette section, évaluer l'observabilité d'un hacheur à trois cellules, lorsque seul le courant de charge est mesuré.

Le MEE à T_d du hacheur est donné par :

$$\begin{cases} x(k+1) = F(u) \cdot x(k) + G(u) \cdot E(k) \\ y(k) = x_3(k) = C \cdot x(k) \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

avec, $x(k) = [v_{C1}(k), v_{C2}(k), i_{ch}(k)]^T$ et $u = [u_1, u_2, u_3]^T$.

Ce modèle est non stationnaire vu que les matrices F et G dépendent des rapports cycliques appliqués au hacheur.

En régime permanent, ces rapports cycliques sont égaux et constants. Le modèle du hacheur est dans ce cas stationnaire.

Dans la figure (III.19) nous avons tracé le déterminant de la matrice d'observabilité du système discret $Q_0(u) = \begin{pmatrix} C \\ CF(u) \\ CF^2(u) \end{pmatrix}$ en fonction du rapport cyclique $u = u_1 = u_2 = u_3$.

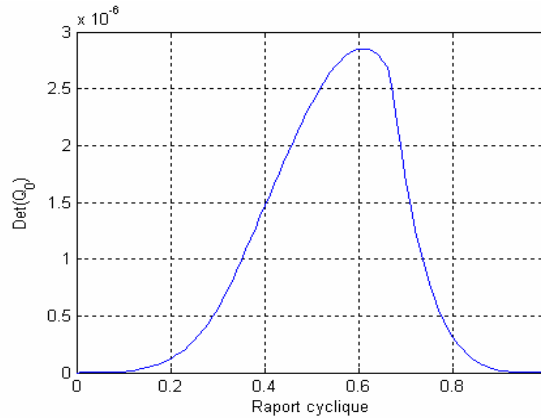


Figure III.19. Déterminant de la matrice d'observabilité en régime permanent quand la période d'échantillonnage est T_d .

On voit alors que les tensions flottantes sont observables par la mesure du courant de sortie, quel que soit $u \in]0,1[$.

III.4.3.2 Observabilité du hacheur avec le MM3 échantillonné à T_d .

Nous allons maintenant tester l'observabilité du hacheur avec le MM3 échantillonné à T_d . Nous rappelons que la sortie du système correspond au courant dans la charge:

$$y = i_{ch} = C \cdot X, \quad C = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (\text{III.32})$$

Afin de vérifier l'observabilité, nous considérons le cas particulier où le hacheur est en régime permanent. Le MM3 est donc linéaire et le teste d'observabilité de Kalman peut être utilisé.

La matrice d'observabilité est donnée par :

$$Q_0(u) = \begin{pmatrix} C \\ C.F_m(u) \\ C.F_m^2(u) \end{pmatrix} \quad (\text{III.33})$$

La figure (III.20) montre la variation du déterminant de la matrice $Q_0(u)$, calculée avec le MM3 en fonction du rapport cyclique. Les paramètres du hacheur utilisés sont donnés dans (III.24).

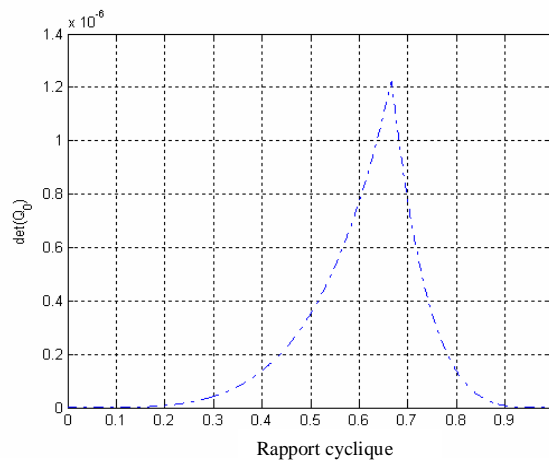


Figure III.20. Déterminant de la matrice d'observabilité avec le MM3.

On voit alors, que le MM3 échantillonné à T_d reste théoriquement observable $\forall u \in]0, 1[$.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté et étudié deux modèles pour un hacheur à trois cellules, le modèle exact échantillonné et le modèle moyen sur un tiers de période de découpage.

Le modèle exact échantillonné représente exactement le comportement du système aux instants d'échantillonnage. Toutefois, ce modèle nécessite un nombre de calcul important qui rend son implantation en temps réel non envisageable.

Afin de réduire le volume de calcul et obtenir un modèle simple à réaliser, nous avons développé un nouveau modèle basé, cette fois-ci, sur une approche aux valeurs moyennes. Les moyennes des variables sont, par contre, calculées sur un tiers de période de découpage contrairement au modèle moyen classique. Ce modèle, appelé modèle moyen sur $T_d/3$, est plus simple que le modèle exact et peut être généralisé à un nombre de cellules quelconque. Il ne permet, toutefois pas, de reproduire correctement les dynamiques de l'équilibrage naturel [2].

Ces deux modèles nous ont permis de vérifier l'observabilité du hacheur lorsque le courant dans la charge est mesuré une fois par période de découpage. Cette observabilité a été testée lorsque les rapports cycliques sont égaux. Ils seront utilisés dans les chapitres suivants pour le développement d'observateurs discrets.

Chapitre IV

Observateurs pour les tensions flottantes dans les hacheurs multicellulaires série

IV.1 Introduction :

On a vu au chapitre précédent, qu'il serait judicieux de faire la synthèse d'un observateur avec un modèle échantillonné à la période de découpage afin de contenir toutes les séquences de fonctionnement de l'hacheur, et par conséquent, s'affranchir du traitement des singularités inévitable avec le modèle instantané. L'étude des observateurs discrets fera l'objet de ce dernier chapitre.

Mais une nouvelle solution basée sur le modèle instantané, sera traitée dans la dernière section de ce chapitre connue sous le nom « pseudo-observateur » qui est un observateur sans dynamique, basé sur un algorithme de mesure-reconstruction.

IV.2 Observateur échantillonné de Luenberger

Cette partie est consacrée à l'étude d'un observateur de Luenberger échantillonné à la période de découpage du convertisseur. L'objectif est, bien entendu, d'observer les tensions aux bornes des capacités flottantes par la mesure du courant dans la charge ou dans le circuit de rééquilibrage. On verra que le fait d'utiliser un modèle échantillonné à la période de découpage permet de s'affranchir des problèmes de singularités connus avec le modèle instantané.

IV.2.1 Théorie

IV.2.1.1 Structure de l'observateur

Considérons le système linéaire échantillonné ci-dessous :

$$x(k+1) = F x(k) + G u(k) \quad (\text{IV. 1})$$

Où $x(k) \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur d'état et $u(k) \in \mathbb{R}^q$ le vecteur d'entrée.

Le but d'un observateur est de restituer le vecteur d'état $x(k)$ à partir d'un nombre minimal de mesures (m). La sortie du système à observer est donc :

$$y(k) = C \cdot x(k), \quad y \in \mathbb{R}^m, \quad \text{et } C \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n, \quad m < n \quad (\text{IV. 2})$$

Le diagramme structurel du système à régler et de son observateur est montré dans la figure (IV.1) où $\hat{x}(k)$ représente l'état observé et $\hat{y}(k) = C \cdot \hat{x}(k)$ [2].

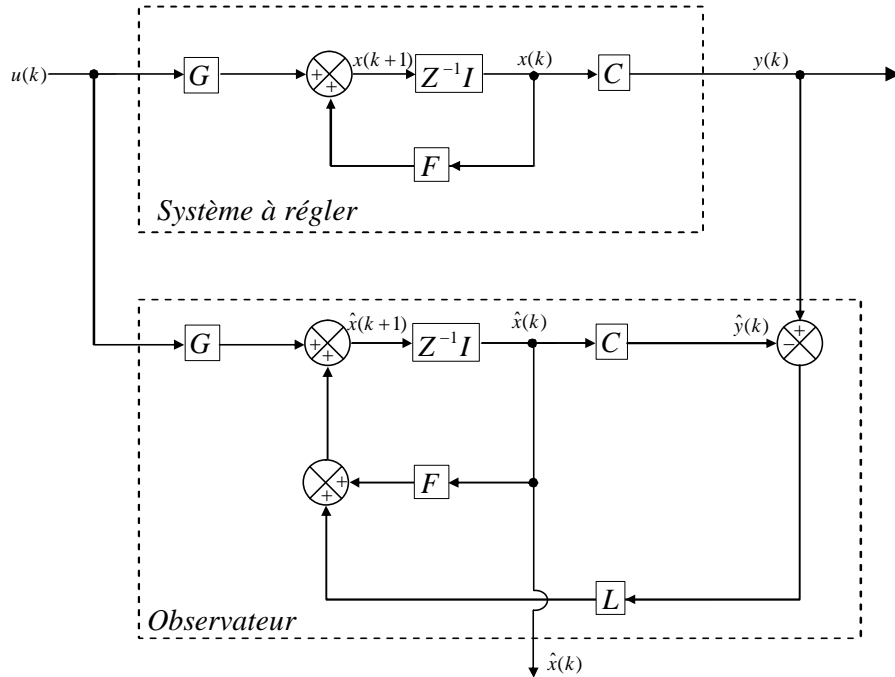


Figure IV.1. Structure de l'observateur de Luenberger.

Le principe de l'observateur consiste, en premier, à reproduire les équations du système réel. La sortie de ce système $y(k)$ est ensuite comparée à la sortie estimée $\hat{y}(k)$ et la différence pondérée par un gain L , appelé *gain de Luenberger*. Le résultat de cette pondération est utilisé comme une contre-réaction dans les équations de l'observateur, afin de rendre nulle, en temps fini, l'erreur d'observation [2].

IV.2.1.2 Equations de l'observateur

Compte tenu du diagramme de la figure (IV.1), les équations de l'observateur sont données par :

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = F \cdot \hat{x}(k) + G \cdot u(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) = C \cdot \hat{x}(k) \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

D'où :

$$\hat{x}(k+1) = \overbrace{(F - LC)}^{F_b} \cdot \hat{x}(k) + G \cdot u(k) + L \cdot y(k) \quad (\text{IV.4})$$

Cette équation montre que l'observateur possède deux entrées, à savoir la grandeur de commande intervenant sur le système à régler $u(k)$ et la grandeur de sortie $y(k)$ de ce dernier. Le vecteur d'état observé \hat{x} représente la grandeur de sortie de l'observateur. Notons aussi qu'il s'agit d'un observateur prédictif puisque l'état observé à l'instant $k+1$ ($\hat{x}(k+1)$) dépend des mesures et des entrées à l'instant k [2].

Le problème central lors de la synthèse de l'observateur consiste donc à déterminer le gain de contre-réaction L de façon à annuler l'erreur d'observation avec une dynamique satisfaisante. D'après (IV.1), (IV.2) et (IV.4), la dynamique de l'erreur d'observation $\tilde{x}(k) = \hat{x}(k) - x(k)$ s'écrit :

$$\tilde{X}(k+1) = (F - LC)\tilde{X} = F_b \tilde{X}(k) \quad (\text{IV.5})$$

On voit alors que le gain L de l'observateur permet de régler les valeurs propres de la matrice F_b qui sont déterminantes dans le comportement dynamique de l'observateur.

IV.2.1.3 Détermination du gain de Luenberger

Le calcul du gain de contre-réaction L est effectué de façon à placer les pôles de la matrice dynamique F_b .

Dans le cas particulier où la sortie du système à observer est un scalaire (une seule mesure), il est possible d'utiliser la formule d'Ackermann pour déterminer le vecteur de gains. Cette formule est donnée par [2] :

$$L = \left[\prod_{i=1}^n (F - z_i I) \right] \begin{bmatrix} C \\ C \cdot F \\ \vdots \\ C \cdot F^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.6})$$

où $z_{i=1, \dots, n}$ représentent les pôles discrets choisis pour l'observateur et I la matrice identité.

Le choix de ces pôles est délicat puisqu'une augmentation de la dynamique de l'observateur conduit à des gains plus élevés et risquent de transformer l'observateur en un amplificateur de bruits. En général, les pôles de l'observateur sont déterminés de manière à obtenir une dynamique deux à quatre fois supérieure à celle du système [2].

IV.2.2 Application aux convertisseurs à trois cellules

Dans cette section nous développons un observateur d'ordre complet de Luenberger, échantillonné à la période T_d pour un hacheur à trois cellules. L'objectif fixé étant l'observation des tensions aux bornes des capacités flottantes avec un nombre minimal de mesures. L'observateur sera étudié, en premier, dans le cas d'un fonctionnement en boucle ouverte du convertisseur. Le cas du fonctionnement en boucle fermée sera traité par la suite.

IV.2.2.1 Fonctionnement avec rapports cycliques constants

➤ Hacheur à trois cellules sans circuit auxiliaire

Nous allons d'abord construire l'observateur pour un hacheur à trois cellules sans circuit auxiliaire. La dimension du vecteur d'état étant de trois, le seul état mesurable sera donc le

courant absorbé par la charge RL (i.e. $y = i_{ch}$). La tension d'alimentation E est également mesurée et les rapports cycliques appliqués au convertisseur supposés connus.

En utilisant le modèle exact échantillonné à T_d , l'équation de l'observateur s'écrit :

$$\begin{aligned}\hat{x}(k+1) &= \overbrace{(F(u) - L(u) C)}^{Fb(u)} \cdot \hat{x}(k) + G(u) \cdot E(k) + L(u) \cdot y(k) \\ \hat{y}(k) &= C \cdot \hat{x}(k)\end{aligned}\quad (IV.7)$$

où

$$x(k) = \begin{bmatrix} v_{C1}(k) \\ v_{C2}(k) \\ i_{ch}(k) \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 1], \quad L(u) = \begin{bmatrix} L_1(u) \\ L_2(u) \\ L_3(u) \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

La figure (IV.2) montre le schéma de principe de cet observateur.

En boucle ouverte, les rapports cycliques appliqués au convertisseur sont constants et les équations de l'observateur sont stationnaires. La formule d'Ackermann (IV.6) peut donc être utilisée pour le calcul du vecteur gain $L(u)$.

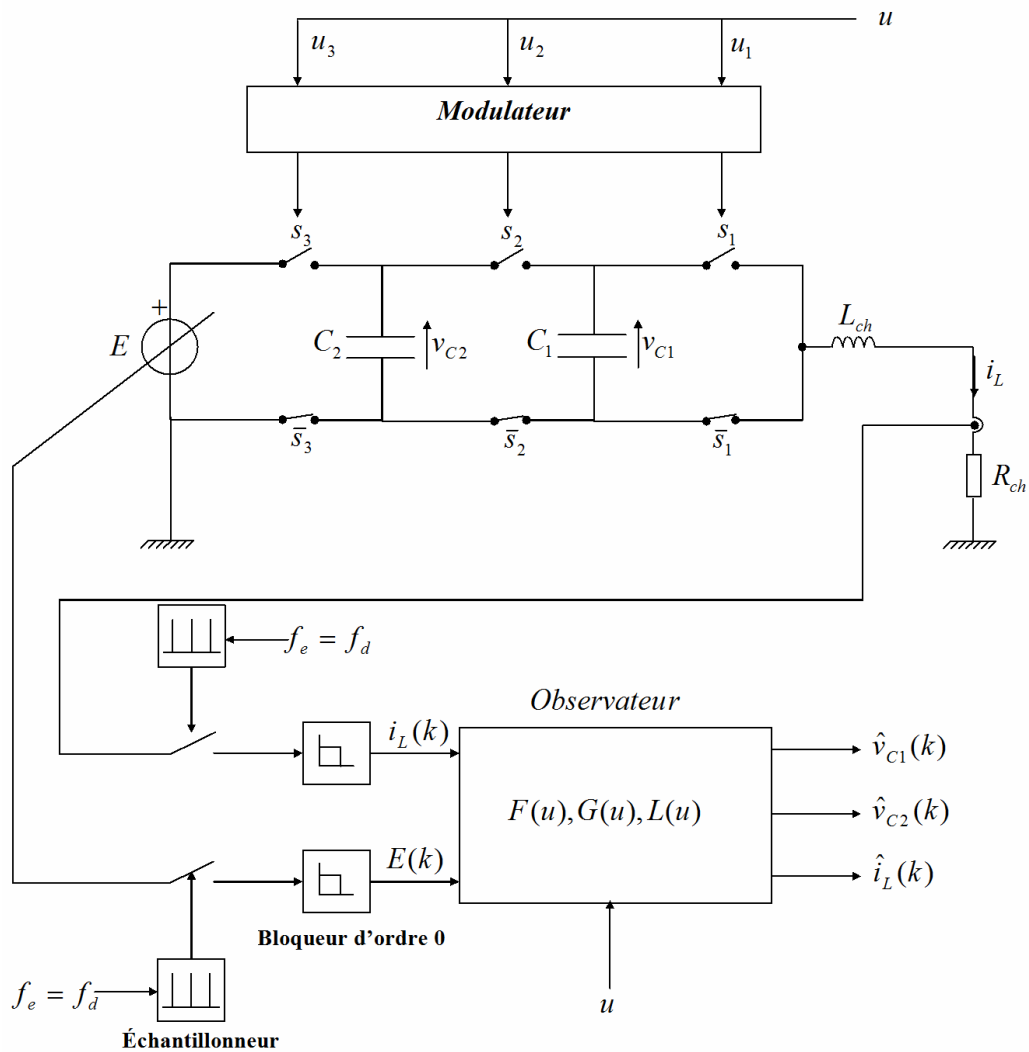


Figure IV.2. Schéma de principe d'un observateur échantillonné de Luenberger pour un hacheur à trois cellules sans circuit de rééquilibrage.

Dans la figure (IV.3) nous montrons le résultat de la simulation obtenu avec une dynamique à pôle triple ($z_1=z_2=z_3=z=0.92$). La valeur de ce pôle est choisie de façon à avoir une dynamique quatre fois plus rapide que celle du système en boucle ouverte.

Les paramètres du système sont supposés parfaitement connus et sont donnés par [2]:

$$\begin{cases} E = \begin{cases} 1800 \text{ V} & \text{si } t \leq 40\text{ms} \\ 1500 \text{ V} & \text{sinon} \end{cases} \\ C_1 = C_2 = 10 \mu\text{F} \\ L_{ch} = 56 \Omega \\ f_d = 5 \text{kHz} \\ u = \begin{cases} 0.2 & \text{si } t \leq 80\text{ms} \\ 0.8 & \text{si } t > 80\text{ms} \end{cases} \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

Les conditions initiales de l'observateur sont nulles tandis que le système réel est supposé en régime permanent (i.e. $v_{C1} = \frac{E}{3}$ et $v_{C2} = \frac{2E}{3}$).

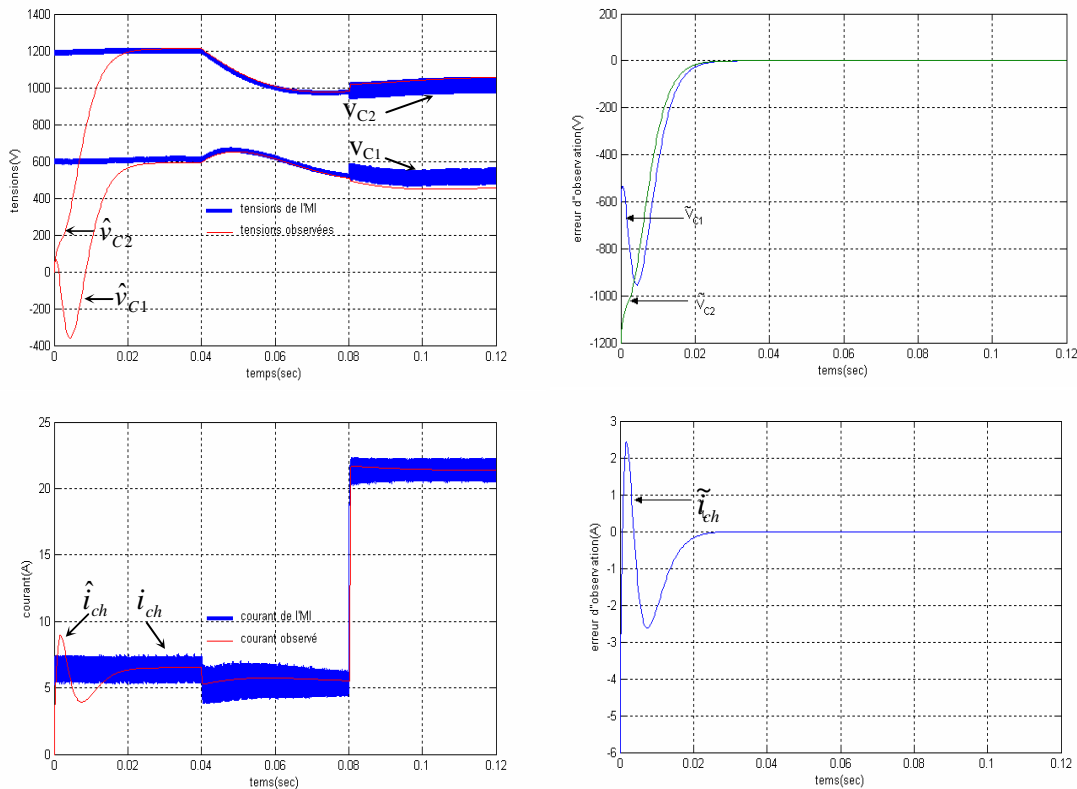


Figure IV.3 Validation de l'observateur de Luenberger sur un hacheur à trois cellules sans circuit auxiliaire en boucle ouverte.

On remarque que les tensions observées convergent vers les tensions réelles avec une dynamique nettement plus grande que celle du système. Le gain de contre-réaction L assure la convergence rapide des tensions observées lorsqu'une perturbation vient les affecter.

Remarque : Nous avons montré dans le chapitre précédent que du fait que le modèle soit échantillonné à la période T_d , chaque tension observée \hat{v}_{C_i} peut correspondre, selon la plage de rapport cyclique où l'on se trouve, à la tension maximale $v_{C_{i\max}}$, à la tension minimale $v_{C_{i\min}}$ ou à une valeur intermédiaire. Si les ondulations des tensions flottantes sont importantes, il est nécessaire de corriger les tensions observées afin de les ramener à des tensions moyennes. Les tensions corrigées s'écrivent alors sous la forme :

$$\hat{v}_{C_i}^{cor}(k) = \frac{v_{C_{i\max}}(k) + v_{C_{i\min}}(k)}{2} = \hat{v}_{C_i}(k) + \delta v_{C_i}(k) \quad (IV.9)$$

Connaissant la valeur du courant dans la charge, la correction δv_{C_i} à appliquer à la tension observée peut être calculée en fonction du rapport cyclique utilisé [2];

Cas où $u \leq 1/3$:

Pour la tension \hat{v}_{C_1} il a été déterminé qu'il n'y a aucune correction à effectuer puisque aux instants d'échantillonnage, elle est exactement à la tension désirée.

Quant à la tension \hat{v}_{C_2} il faut par contre, effectuer une correction de,

$$\delta \hat{v}_{C_2} = -\frac{\Delta v_{C_2}}{2} \quad (IV.10)$$

où Δv_{C_i} représente l'ondulation de tension ($v_{C_{i\max}} - v_{C_{i\min}}$) aux bornes de la capacité C_i . En supposant le courant $i_{ch}(k)$ (mesuré au début de la période) constant durant la période T_d , cette ondulation de tension peut être déterminée en fonction du courant de charge et du rapport cyclique. On obtient alors :

$$\begin{cases} \delta \hat{v}_{C_1}(k) = 0 \\ \delta \hat{v}_{C_2}(k) = -\frac{1}{C_2} u \frac{T_d}{2} i_{ch}(k) \end{cases} \quad (IV.11)$$

Cas où $1/3 \leq u \leq 2/3$:

Pour ce cas on a :

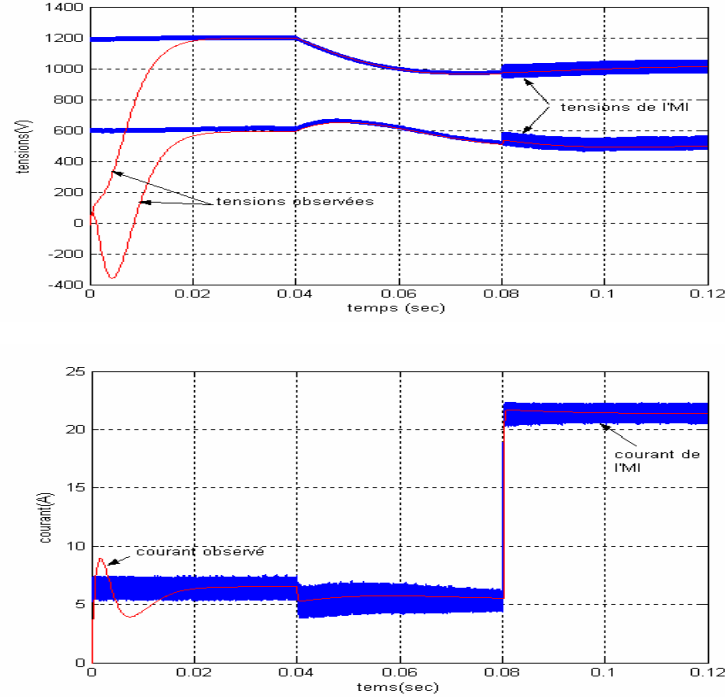
$$\begin{cases} \delta \hat{v}_{C_1}(k) = \frac{1}{C_1} \left(u - \frac{1}{3} \right) \frac{T_d}{2} i_{ch}(k) \\ \delta \hat{v}_{C_2}(k) = -\frac{1}{C_2} u \frac{T_d}{6} i_{ch}(k) \end{cases} \quad (IV.12)$$

Cas où $2/3 \leq u \leq 1$:

Dans ce cas, on aura

$$\begin{cases} \delta \hat{v}_{C_1}(k) = \frac{1}{C_1} (1-u) \frac{T_d}{2} i_{ch}(k) \\ \delta \hat{v}_{C_2}(k) = -\frac{1}{C_2} (1-u) \frac{T_d}{2} i_{ch}(k) \end{cases} \quad (IV.13)$$

La figure (IV.4) montre l'allure des tensions mesurées et des tensions observées après correction, pour un hacheur à 3 cellules sans circuit auxiliaire. Les paramètres du convertisseur et de l'observateur, ainsi que le cycle de simulation, sont identiques à ceux utilisés précédemment. On voit cette fois que les tensions observées correspondent quasiment aux valeurs moyennes aux bornes des tensions flottantes.



➤ Hacheur à trois cellules avec un circuit auxiliaire

Nous avons vu au cours de la première partie de ce mémoire que lorsque le hacheur fonctionne en boucle ouverte, il était nécessaire de lui associer un filtre auxiliaire afin d'accélérer la dynamique d'équilibrage des tensions flottantes. Il serait donc plus réaliste de construire l'observateur pour un convertisseur avec un circuit de rééquilibrage (c.f. figure IV.5).

Le seul état mesuré est cette fois, le courant dans le circuit auxiliaire, (i.e. $y(k) = i_{L_{aux}}(k)$). L'équation de l'observateur échantillonné à T_d est alors :

$$\hat{X}(k+1) = \overbrace{(F(u) - L(u)C)}^{F_b(u)} \cdot \hat{X}(k) + G(u) \cdot E(u) + L(u) \cdot i_{L_{aux}}(k) \quad (IV.14)$$

$$\hat{y}(k) = C \cdot \hat{X}(k)$$

où,

$$x(k) = \begin{bmatrix} v_{C1}(k) \\ v_{C2}(k) \\ i_{ch}(k) \\ v_{C_{aux}}(k) \\ i_{L_{aux}}(k) \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1], \quad L(u) = \begin{bmatrix} L_1(u) \\ L_2(u) \\ L_3(u) \\ L_4(u) \\ L_5(u) \end{bmatrix}$$

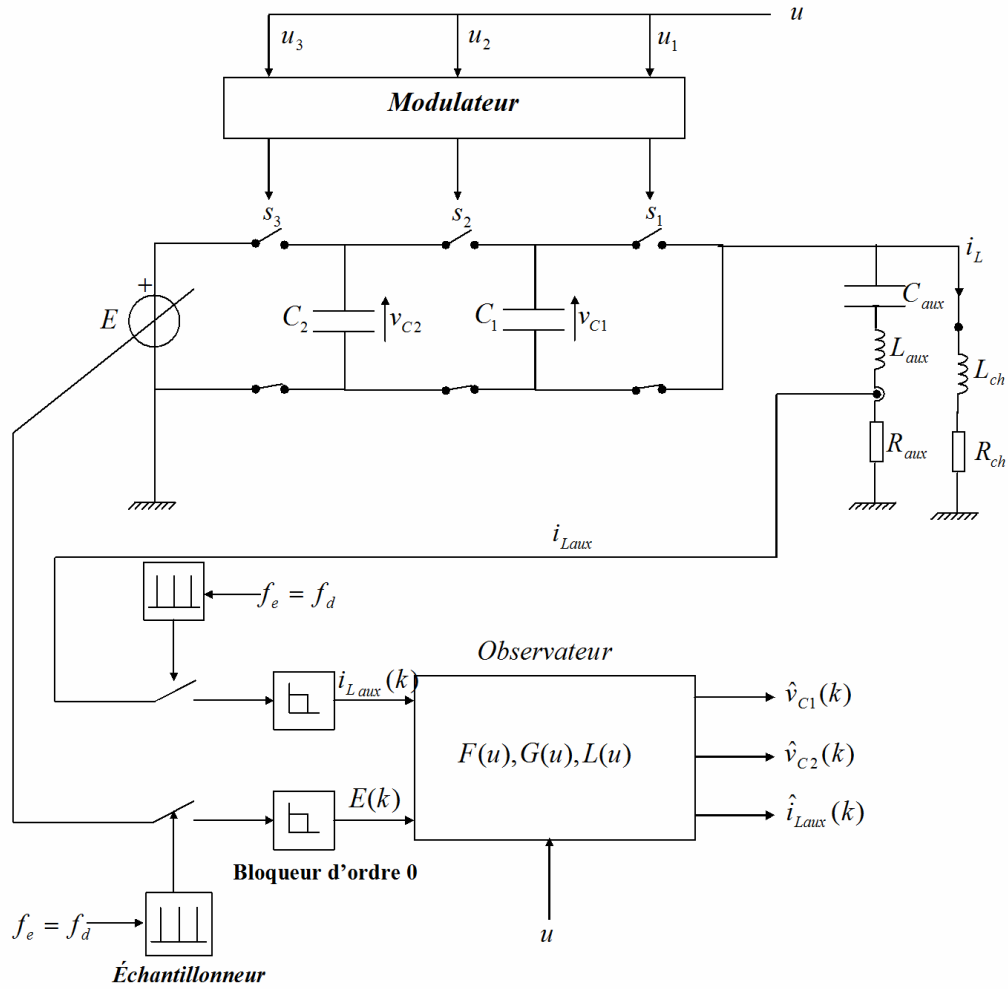


Figure IV.5 schéma de principe d'un observateur échantillonné de Luenberger pour un hacheur à trois cellules avec circuit auxiliaire.

Les figures (IV.6) (IV.8) montrent les résultats de simulation obtenus pour un hacheur à trois cellules avec circuit auxiliaire.

Les paramètres du convertisseur sont supposés parfaitement connus et sont donnés par:

$$\left\{ \begin{array}{l} E = \begin{cases} 1800 \text{ V} & \text{si } t \leq 8 \text{ ms} \\ 1500 \text{ V} & \text{sinon} \end{cases} \\ C_1 = C_2 = 10 \mu\text{F} \\ f_d = 5 \text{ kHz} \\ u = \begin{cases} 0.2 & \text{si } t \leq 4 \text{ ms} \\ 0.8 & \text{sinon} \end{cases} \\ \left. \begin{array}{l} R_{ch} = 56 \Omega \\ L_{ch} = 5 \text{ mH} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} R_{aux} = 10 \Omega \\ L_{aux} = 1 \text{ mH} \\ C_{aux} = 1 \mu\text{F} \end{array} \right.
 \end{array}$$

Les pôles de l'observateur sont déterminés de façon à obtenir une dynamique quatre fois plus rapide que le système ($z_1=z_2=z_3=z_4=z_5=z=0.29$).

➤ A- Validation avec un courant mesuré moyen (avec le MEE) $i_{L_{aux}}(MEE)$:

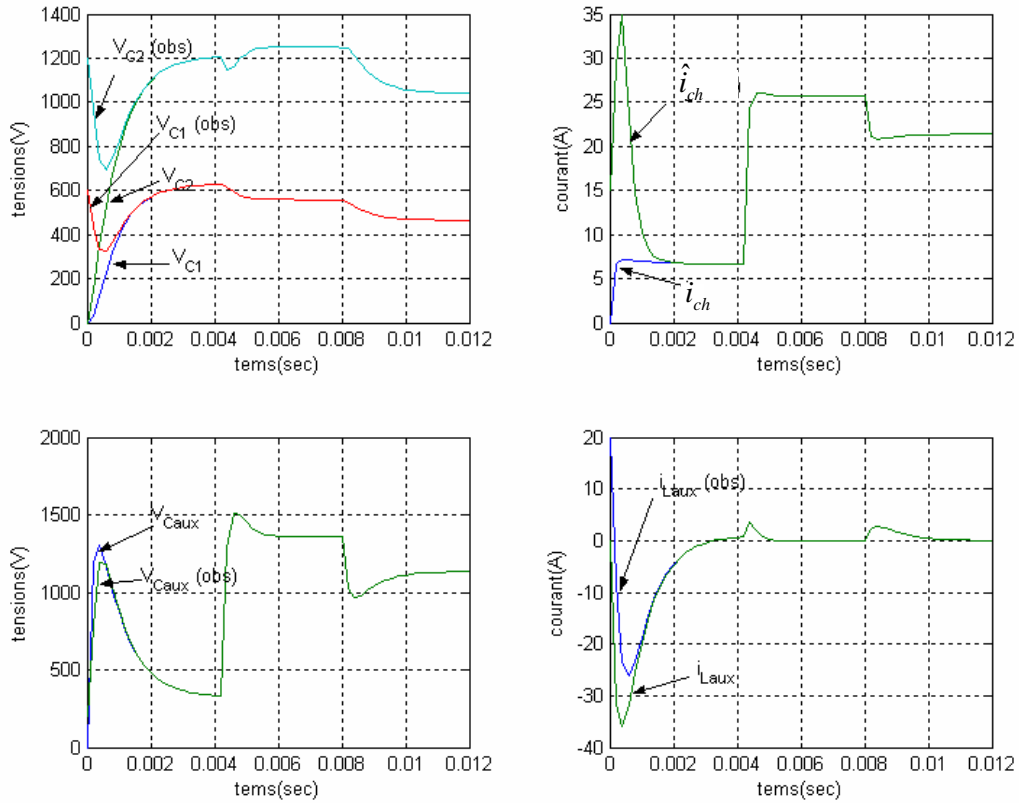


Figure IV.6. Observateur de Luenberger appliqué à un hacheur à trois cellules en boucle ouverte avec circuit de rééquilibrage avec un courant mesuré estimé (MEE).

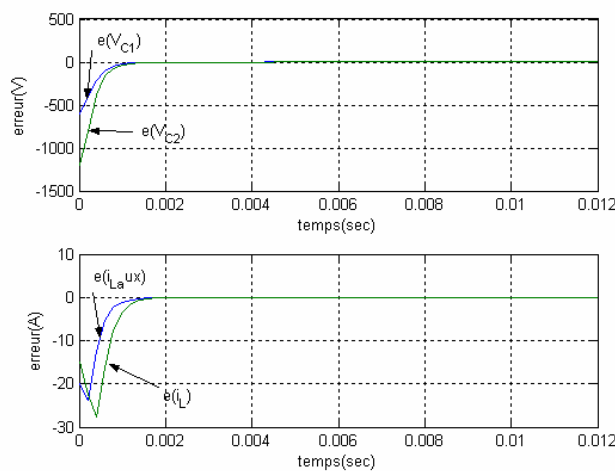


Figure IV.7. Evolution des erreurs d'observation.

➤ B- Validation avec un courant mesuré instantané $i_{L_{aux}}(inst)$:

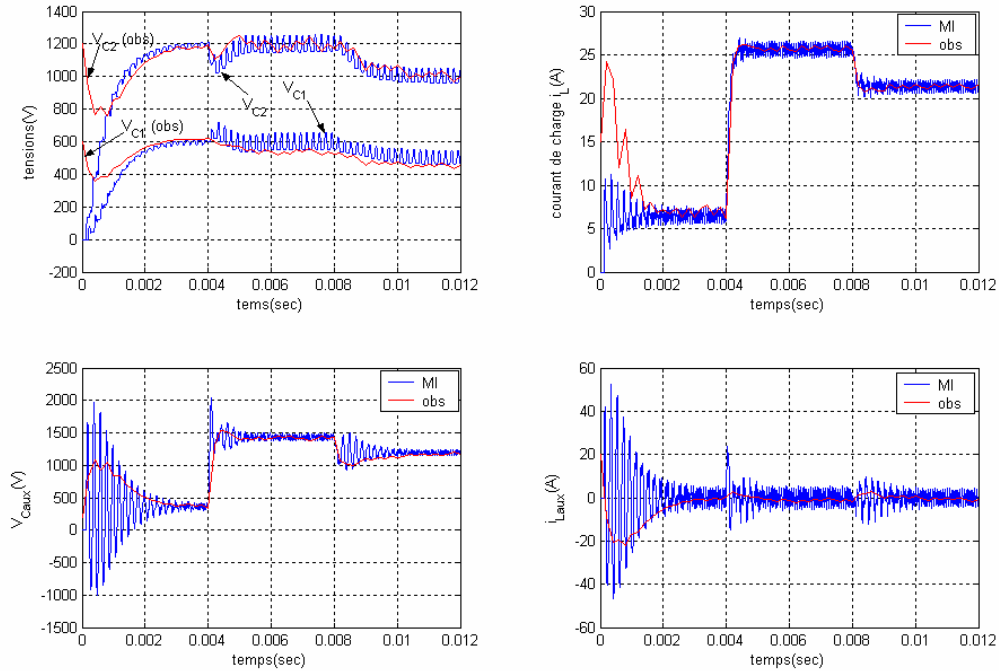


Figure IV.8. Observateur de Luenberger appliqué à un hacheur à trois cellules en boucle ouverte avec circuit de rééquilibrage avec un courant mesuré instantané (MI)

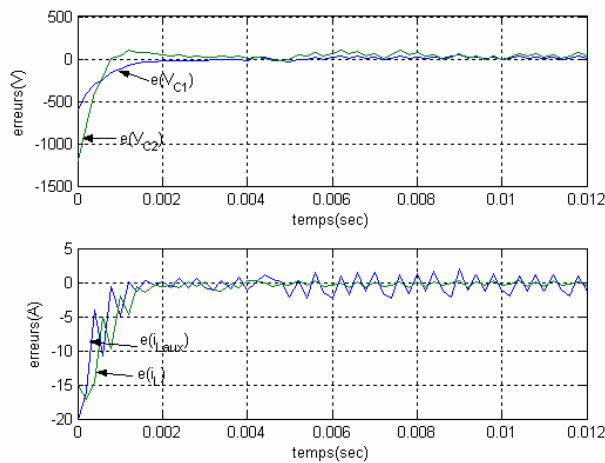


Figure IV.9. Evolution des erreurs d'observation.

Dans cette simulation les conditions initiales du convertisseur sont nulles, et celles de l'observateur sont données par:

$$\hat{v}_{C1}(0) = 600V, \quad \hat{v}_{C2}(0) = 1200V, \quad \hat{i}_{ch}(0) = 15A, \quad \hat{v}_{Caux}(0) = 200V, \quad \hat{i}_{Laux}(0) = 20A$$

On voit que l'observateur converge rapidement vers l'état réel, malgré une importante erreur initiale.

Les figures (IV.7) (IV.9) montrent l'évolution des erreurs d'observation au cours du temps.

IV.2.2.2 Fonctionnement avec rapports cycliques variables

Nous avons vu au cours de la première partie que l'un des avantages d'une commande en boucle fermée des convertisseurs était la suppression du filtre auxiliaire. Toutefois, la commande MLI impose au convertisseur des rapports cycliques différents et variables en régime transitoire ce qui rend le modèle du convertisseur non stationnaire et la synthèse de l'observateur plus complexe.

Dans ce qui suit on posera : $F(u(k)) \equiv F(k)$, $G(u(k)) \equiv G(k)$

où $u(k)$ représente le vecteur des rapports cycliques appliqués au convertisseur durant l'intervalle de temps $t \in [kT_d, (k+1)T_d]$.

Afin d'assurer la stabilité de l'observateur, le gain de la contre-réaction doit être variable dans le temps. Il est noté par $L(k) \equiv L(u(k))$. L'équation de l'observateur s'écrit alors :

$$\hat{x}(k+1) = \overbrace{(F(k) - L(k)C)}^{F_b(u)} \cdot \hat{x}(k) + G(k) \cdot E(k) + L(k) \cdot y(k) \quad (\text{IV.15})$$

Le problème consiste, par conséquent, à déterminer le vecteur gain $L(k)$ qui assurera la stabilité et imposera la dynamique de convergence de l'observateur.

L'utilisation de la formule d'Ackermann (équation IV.6) permet d'imposer à chaque période d'échantillonnage les pôles de la matrice $F_b(k)$ mais ne garantit pas la stabilité de l'observateur.

En effet, en supposant que les rapports cycliques varient d'une manière périodique et que la période de leurs variations est égale à $N \times T_d$, la matrice dynamique de l'observateur prise sur les N périodes de découpage (i.e. $t = kT_d \rightarrow t = (k+N)T_d$) est alors stationnaire :

$$\Gamma = \prod_{l=0}^{N-1} F_b(k+l) = F_b(k+N-1) \dots F_b(k+1) \cdot F_b(k) \quad (\text{IV.16})$$

L'observateur devient stable si les pôles de la matrice Γ ont un module inférieur à 1. Or, puisque les matrices $[F_b(k+l)]_{l=0 \dots N-1}$ ne sont pas forcément dans la même base, la stabilité de chacune d'elles n'implique pas celle de leur produit.

Pour assurer la stabilité de l'observateur, nous proposons alors de déterminer à chaque période d'échantillonnage le gain $L(k)$ de façon à imposer les valeurs propres de la matrice $\Gamma(k) = F_b(k) \dots F_b(0)$.

Pour cela, on procède de la manière suivante [2]:

- à l'instant $t = 0$, on détermine le gain $L(0)$ de façon à imposer les pôles de la matrice: $F_b(0) = F(0) - L(0)C$. Ce vecteur gain est donné par la formule d'Ackermann :

$$L(0) = \left[\prod_{i=1}^3 (F(0) - z_i(0)I) \right] \begin{bmatrix} C \\ C \cdot F(0) \\ C \cdot F^2(0) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.17})$$

où $z_i(0)$ représentent les pôles discrets de l'observateur à l'instant $t = 0$.

- à l'instant $t = kT_d$, le gain $L(k)$ est calculé de façon à assurer la stabilité de la matrice d'état qui décrit l'évolution de $\hat{x}(k+1)$ en fonction de $\hat{x}(0)$. Cette matrice est donnée par ;

$$\begin{cases} \Gamma(k) = \prod_{l=0}^k F_b(k-l) = F_b(k)F_b(k-1)\dots F_b(0) & \text{pour } k \geq 0 \\ \Gamma(-1) = I & \text{(matrice identité)} \end{cases} \quad (\text{IV.18})$$

La matrice $\Gamma(k)$ peut être écrite sous la forme :

$$\Gamma(k) = \underbrace{(F(k) - L(k)C)}_{Fb(k)} \cdot \Gamma(k-1) = F(k) \cdot \Gamma(k-1) - L(k) \cdot C \cdot \Gamma(k-1) \quad (\text{IV.19})$$

En posant:

$$\begin{cases} \bar{F}(k) = F(k) \cdot \Gamma(k-1) \\ \bar{C}(k) = C \cdot \Gamma(k-1) \end{cases} \quad (\text{IV.20})$$

On obtient :

$$\begin{cases} \Gamma(k) = \bar{F}(k) - L(k) \cdot \bar{C}(k) & k \geq 0 \\ \Gamma(-1) = I \end{cases} \quad (\text{IV.21})$$

Le gain $L(k)$ est donc donné par la formule d'Ackermann :

$$L(k) = \left[\prod_{i=1}^3 (\bar{F}(k) - z_i(k)I) \right] \begin{bmatrix} \bar{C}(k) \\ \bar{C}(k) \cdot \bar{F}(k) \\ \bar{C}(k) \cdot \bar{F}^2(k) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22})$$

IV.2.2.1 Simulation dans le cas d'un hacheur à trois cellules

Nous appliquons maintenant l'observateur présenté précédemment au cas d'un hacheur à trois cellules en boucle fermée avec une loi découplante linéaire (c.f. chapitre II).

Les paramètres du convertisseur et de la commande utilisés pour les simulations sont:

$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \\ p_1 = p_2 = -3000rad/s \\ p_3 = -10000rad/s \end{cases} \quad (\text{IV.23})$$

La dynamique de l'observateur est choisie telle que $z_i(0) = 0.02$.

La figure (IV.11) montre les résultats de simulations obtenues lorsque l'observateur et la commande sont rebouclés selon le schéma de la figure (IV.10).

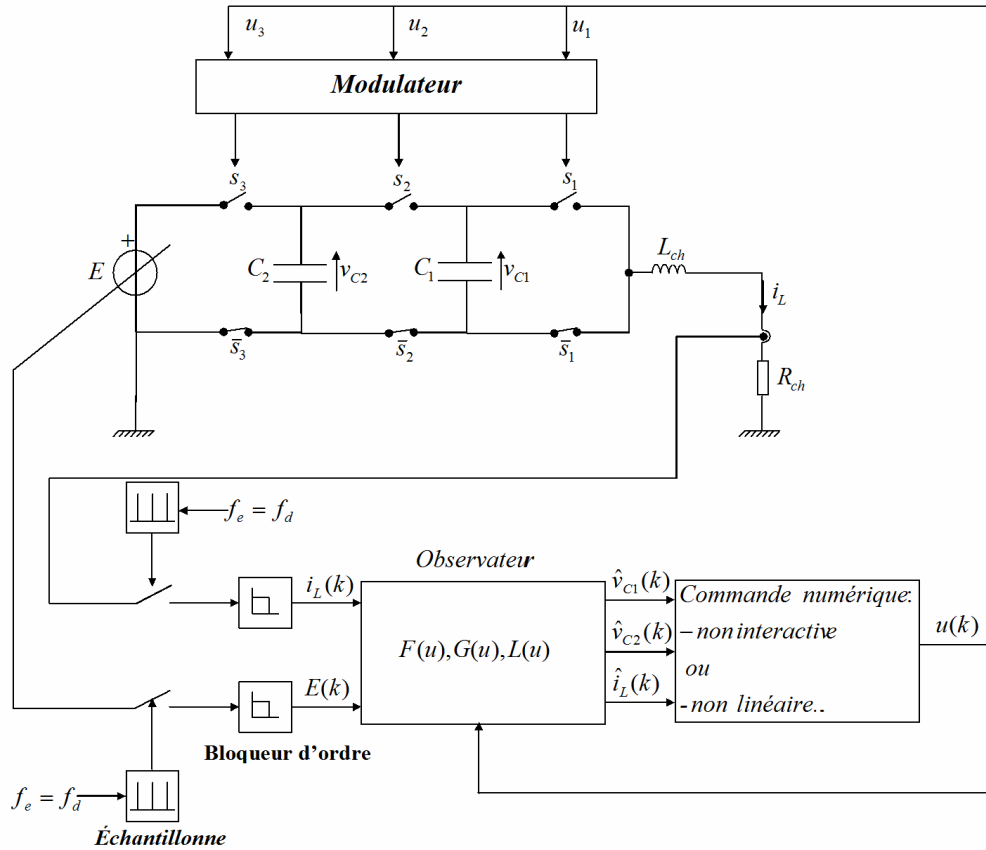


Figure IV.10. Schéma d'une commande sans capteurs de tensions flottantes pour un hacheur à trois cellules.

Le profil de la commande est le suivant:

- à $t = 0$ → démarrage du convertisseur avec $E = 1800\text{ V}$, $i_{ch\text{ réf}} = 100\text{ A}$
- à $t = 5\text{ ms}$ → échelon de $i_{ch\text{ réf}}$ de -50 A
- à $t = 7\text{ ms}$ → échelon de E de -300 V
- à $t = 8\text{ ms}$ → échelon de $i_{ch\text{ réf}}$ de $+30\text{ A}$

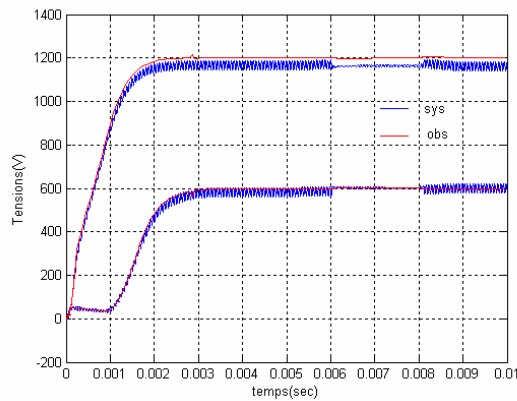


Figure IV.11. Simulation avec une commande en boucle fermée

On voit que l'observateur converge rapidement et que l'erreur d'observation est nulle. Toutefois, les gains d'observation sont trop élevés et nuisent à la robustesse de l'observateur par rapport aux bruits de mesure et aux incertitudes paramétriques.

Les dépassements sur les grandeurs observées sont aussi importants et nous n'avons pas réussi à les réduire de manière significative sans détériorer la dynamique de l'observateur. Cet observateur ne peut donc être réalisé, d'autant plus que le volume de calcul mis en jeu est important.

Ce premier résultat confirme néanmoins, la possibilité d'observer les tensions flottantes dans un convertisseur à trois cellules lorsque le courant de charge est mesuré une fois par période de découpage.

IV.3 Filtre de Kalman récursif

Le filtre de Kalman récursif est un observateur d'état optimal pour un contexte stochastique défini. Il permet la reconstruction de l'état d'un système physique à partir des signaux d'entrée et de mesures ainsi que de son modèle dynamique échantillonné. Sa particularité principale est qu'il tient compte dans les équations d'état du processus des bruits de mesure et d'état [2].

IV.3.1 Modèle d'état stochastique

Pour tenir compte des différents bruits intervenant sur le système réel, on modélise généralement le processus par ses équations déterministes auxquelles on ajoute un vecteur de bruits d'état w , et un vecteur de bruits de mesure y . Les équations obtenues représentent le modèle stochastique du système.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= F(k).x(k) + G(k).u(k) + w(k) \\ y(k) &= C(k).x(k) + v(k) \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

où $x(k) \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur d'état, $u(k) \in \mathbb{R}^q$ le vecteur d'entrée et $y(k) \in \mathbb{R}^m$ le vecteur de mesure.

Dans les équations du filtre de Kalman, on suppose que les perturbations vectorielles $w(k)$ et $v(k)$ sont des bruits blancs Gaussiens non corrélés, caractérisés par une moyenne (ou espérance mathématique) nulle et des matrices de covariance $Q(k)$ et $R(k)$:

$$\begin{aligned} E\{w(k)\} &= 0 & E\{w(k)w^T(i)\} &= \begin{cases} Q(k), & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \\ E\{v(k)\} &= 0 & E\{v(k)v^T(i)\} &= \begin{cases} R(k), & i = k \\ 0, & i \neq k \end{cases} \\ E\{w(k)v^T(i)\} &= 0, \quad \forall k \text{ et } i \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

où $E\{\cdot\}$ représente l'espérance mathématique de $\{\cdot\}$.

La détermination des matrices R et Q s'avère très délicate en pratique puisque les caractéristiques stochastiques des bruits ne sont généralement pas connues.

IV.3.2 Equations du filtre

Le filtre de Kalman peut se décomposer en deux principales phases une phase de prédiction et une phase de correction.

IV.3.2.1 Phase de prédiction

Dans la phase de prédiction, on estime d'abord l'état à l'instant $(k+1)T_e$ en fonction de l'état kT_e et des mesures effectuées à l'instant kT_e . Les équations récurrentes qui permettent de réaliser cette prédiction ne sont autres que celles du modèle déterministe, i.e.:

$$\hat{x}^-(k+1) = F(k) \cdot \hat{x}(k) + G(k) \cdot u(k) \quad (\text{IV.26})$$

où $\hat{x}^-(k+1)$ est définie comme la meilleure estimation de x avant d'assimiler les mesures à l'instant $t = (k+1)T_e$. Cette estimation représente donc une estimation a priori de l'état puisque à l'instant où elle est calculée (kT_e), on ne connaît pas encore la mesure $y(k+1)$. Le vecteur $\hat{x}(k)$ représente, quant à lui, l'estimation de x à l'instant kT_e après l'assimilation des mesures au même instant. C'est donc une estimation a posteriori de l'état [2].

En probabilité, ces deux grandeurs sont définies par :

$$\begin{aligned} \hat{x}^-(k+1) &= E[x(k+1) \mid y(0), y(1), \dots, y(k)] \\ \hat{x}(k) &= E[x(k) \mid y(0), y(1), \dots, y(k)] \end{aligned} \quad (\text{IV.27})$$

On définit aussi les matrices de covariance des erreurs d'observation, associées aux $\hat{x}^-(k+1)$ et $\hat{x}(k)$ par :

$$\begin{aligned} P^-(k) &= E\{\tilde{x}^-(k) \cdot \tilde{x}^{-T}(k)\} = E\{(\hat{x}^-(k) - x(k)) \cdot (\hat{x}^-(k) - x(k))^T\} \\ P(k) &= E\{\tilde{x}(k) \cdot \tilde{x}^T(k)\} = E\{(\hat{x}(k) - x(k)) \cdot (\hat{x}(k) - x(k))^T\} \end{aligned} \quad (\text{IV.28})$$

où $P(k)$ et $P^-(k) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ sont des matrices symétriques définies positives. Elles jouent un rôle important dans les équations du filtre de Kalman puisqu'elles donnent une indication sur la précision des estimations.

La projection de la matrice P^- à l'instant $k+1$ est donnée par:

$$P^-(k+1) = F(k) \cdot P(k) \cdot F^T(k) + Q(k) \quad (\text{IV.29})$$

Ces équations récurrentes sont exécutées à chaque période d'échantillonnage.

IV.3.2.2 Phase de correction

Dans cette phase, on met à jour l'estimation de l'état $\hat{x}(k)$ à partir de la nouvelle mesure à cet instant et de l'estimation a priori $\hat{x}^-(k)$.

$$\hat{x}(k) = \hat{x}^-(k) + K(k) \cdot (y(k) - C(k) \cdot \hat{x}^-(k)) \quad (\text{IV.30})$$

Cette mise à jour représente donc la correction à effectuer sur l'estimation $\hat{x}^-(k)$ lorsque la mesure à cet instant (k) est connue.

La matrice de covariance doit aussi être mise à jour. A partir de (IV.26), (IV.30) et (IV.28), on trouve

$$P(k) = (I - K(k) \cdot C(k)) \cdot P^-(k) \cdot (I - K(k) \cdot C(k))^T + K(k) \cdot R(k) \cdot K^T(k) \quad (\text{IV.31})$$

La détermination de la matrice des gains $K(k)$ constitue le problème central du filtre de Kalman. Dans les observateurs déterministes classiques (de type Luenberger), les gains de contre-réaction sont déterminés de façon à imposer la dynamique de convergence de l'observateur. Dans le filtre de Kalman, la matrice des gains K est déterminée de façon à minimiser la moyenne (espérance) de l'erreur d'estimation quadratique. En d'autres termes, il s'agit de minimiser les éléments diagonaux, ou, ce qui est équivalent, la trace de la matrice de covariance [2].

$$\text{trace}(P(k)) = \sum_{i=1}^n P_{ii}(k) = \sum_{i=1}^n E\{\tilde{x}_i^2(k)\} = \sum_{i=1}^n \sigma^2(x_i) \quad (\text{IV.32})$$

La matrice des gains optimaux est donc donnée par :

$$\frac{d(\text{trace}(P(k)))}{dK(k)} = 0 \Rightarrow K(k) = P^-(k) \cdot C^T(k) \cdot (C(k) \cdot P^-(k) \cdot C^T(k) + R(k))^{-1} \quad (\text{IV.33})$$

Ces gains sont appelés *gains de Kalman*. En remplaçant (IV.33) dans l'équation (IV.31), on obtient une expression moins complexe pour la mise à jour de la matrice de covariance:

$$P(k) = [I - K(k) \cdot C(k)] \cdot P^-(k) \quad (\text{IV.34})$$

IV.3.3 Algorithme du filtre de Kalman

On a vu que les équations du filtre de Kalman sont des équations récurrentes qui doivent être exécutées parfois en temps réel. Comme toute procédure récurrente, les variables d'état du filtre doivent être initialisées :

$$P^-(0) = P_0^-, \quad \hat{x}^-(0) = \hat{x}_0^- \quad (\text{IV.35})$$

L'organigramme du filtre de Kalman est montré dans la figure (IV.12) [2].

La première étape dans l'algorithme est l'étape de correction. Elle consiste à mettre à jour les estimations 'a priori' $\hat{x}^-(k)$ et la covariance d'erreurs d'estimation correspondante $P^-(k)$ à partir de la nouvelle mesure à cet instant (équations IV.30 et IV.31). Cette correction est basée sur le calcul des gains optimaux (équation IV.33) qui doit être effectué en premier.

A partir des variables d'état et de la matrice de covariance mises à jour à l'instant k , l'étape de prédiction consiste à les projeter à l'instant $k+1$ par l'utilisation du modèle de connaissance du système (équations IV.26 et IV.29).

L'état prédit $\hat{x}^-(k+1)$ représente donc la sortie du filtre et est utilisé pour anticiper le calcul de la commande à appliquer à l'instant d'échantillonnage $k+1$.

IV.3.4 Application à un hacheur à trois cellules

Nous présentons, dans cette section, le fonctionnement du filtre de Kalman dans le cas d'un hacheur à trois cellules. Rappelons que l'objectif est d'observer les tensions flottantes par la mesure du courant dans la charge ($y = i_{ch}$). Les tensions observées seront utilisées pour le calcul des commandes à appliquer à l'hacheur. Dans ce qui suit, nous utilisons une commande linéaire découplant avec une période d'échantillonnage égale à la période de découpage de l'hacheur.

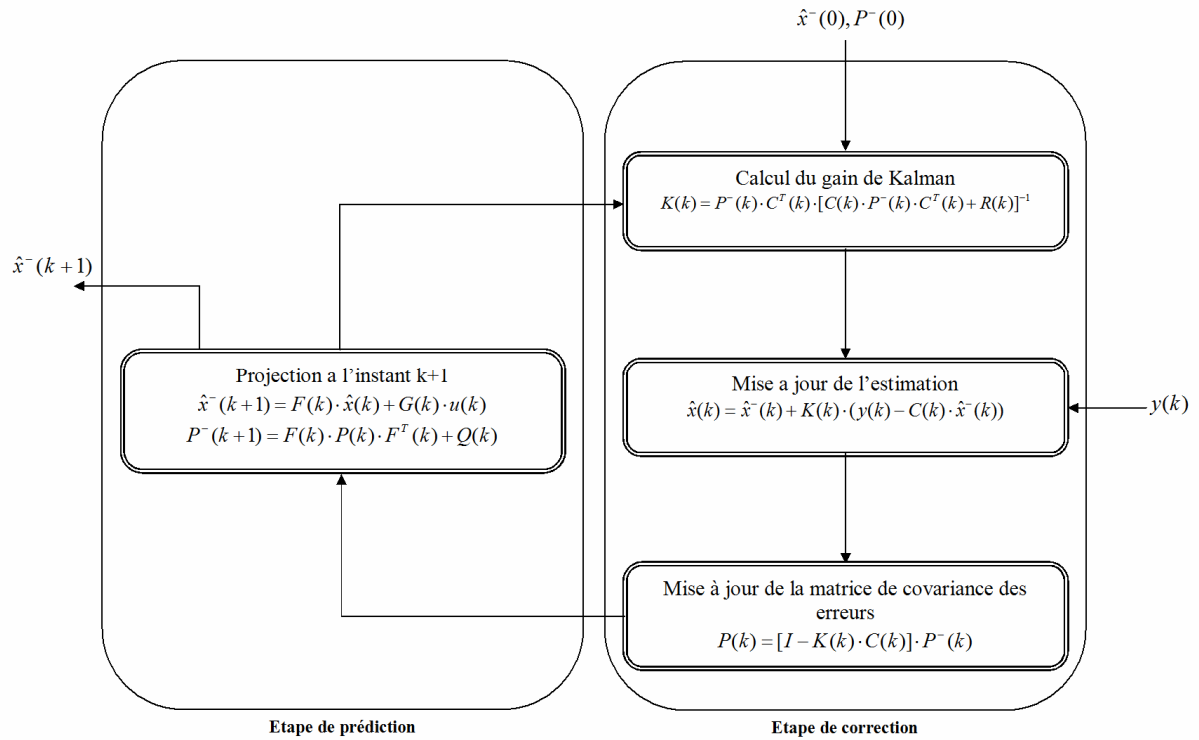


Figure IV.12. Organigramme du filtre de Kalman standard.

Dans sa formulation stochastique, le MM3 échantillonné à T_d s'écrit :

$$\begin{cases} x(k+1) = F_m(k) \cdot x(k) + G_m(k) \cdot E(k) + w(k), & k \in \mathbb{N} \\ y(k) = C \cdot x(k) + v(k) = i_L(k) + v(k), & v(k) \rightarrow \mathcal{N}(0, \sigma_v) \end{cases} \quad (\text{IV.36})$$

avec, $x(k) = (v_{c1}(k), v_{c2}(k), i_L(k))^T$ et E , la tension d'alimentation du convertisseur.

Rappelons aussi que ce même modèle échantillonné à $T_d/3$ s'écrit (c.f. section 1.3, chapitre II).

$$\begin{cases} x(k + \frac{j}{3}) = F_m^j(k) \cdot x(k + \frac{j-1}{3}) + G_m^j(k) \cdot E(k + \frac{j-1}{3}) + w(k + \frac{j-1}{3}), & k \in \mathbb{N} \\ y(k) = C \cdot x(k + \frac{j-1}{3}) + v(k + \frac{j-1}{3}) = i_L(k + \frac{j-1}{3}) + v(k + \frac{j-1}{3}), \end{cases} \quad (\text{V.37})$$

Etant donné que le seul état mesuré est le courant dans la charge, la matrice de covariance des bruits de mesure devient un scalaire et sera notée;

$$R = E\{v^2(k)\} \quad (\text{IV.38})$$

De même, la matrice des gains de Kalman est donnée par :

$$K(k) = [K_1(k), K_2(k), K_3(k)]^T \quad (\text{IV.39})$$

On a vu précédemment que la nature récurrente du filtre de Kalman le rend bien adapté à une réalisation numérique sur ordinateur, Le modèle du convertisseur étant non stationnaire, ses équations ainsi que celles du filtre doivent être exécutées en temps réel.

IV.3.4.1 Simulation avec une mesure de courant non bruitée

Nous montrons, tout d'abord, le fonctionnement du filtre dans le cas théorique où le courant mesuré n'est pas bruité. On prendra donc une variance R très faible ($R = 10^{-6} A^2$). Dans la figure IV.3.2, nous montrons les résultats de simulation obtenus lors d'un démarrage du convertisseur avec des capacités déchargées. Les conditions initiales du filtre de Kalman sont quant à elles :

$$\begin{aligned} \hat{x}^-(0) &= (600V, 1200V, 80A)^T \\ P^-(0) &= 1000 \cdot I \end{aligned} \quad (\text{IV.40})$$

Le modèle utilisé dans le filtre de Kalman est le MM3 échantillonné à T_d (c.f. chapitre III). Le courant est donc mesuré une fois par période de découpage. Les grandeurs observées sont utilisées pour le calcul de la commande linéaire découplante dont les paramètres et ceux de l'hacheur sont donnés ci-dessous, avec une matrice de covariance $Q = 0$:

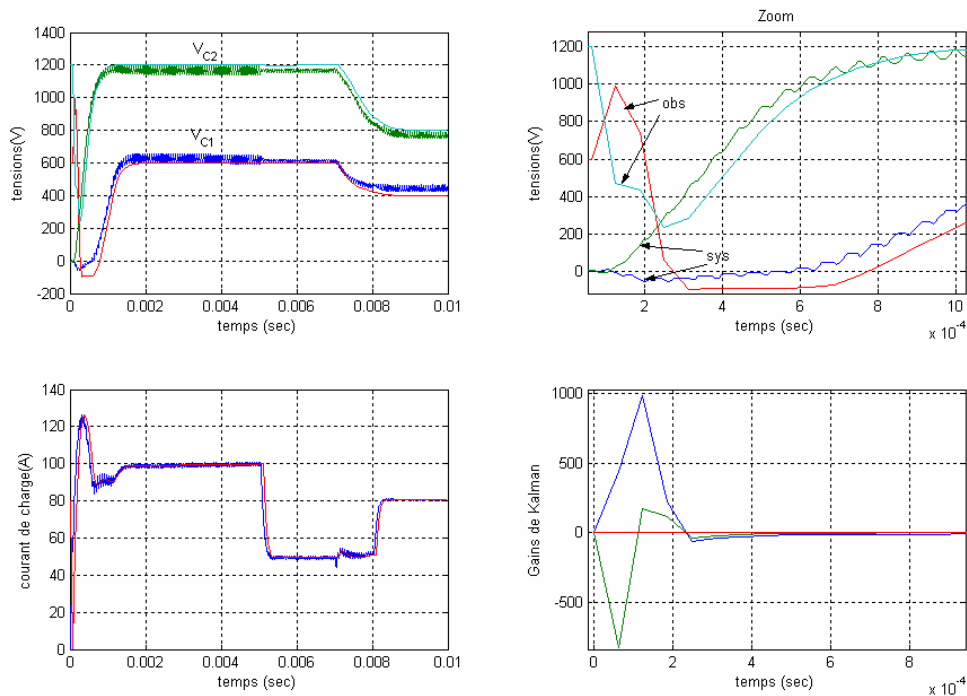


Figure IV.13. Fonctionnement dans le cas où les bruits de mesure sont nuls $T_e = T_d$.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ L_{ch} = 1.5mH \\ R_{ch} = 10\Omega \\ f_d = 16kHz \\ p_1 = p_2 = -3000rad/s \\ p_3 = -10000rad/s \end{array} \right. \quad (IV.41)$$

On voit à partir de cette simulation que le filtre de Kalman converge très rapidement (en trois périodes de découpage) et ce, malgré une importante erreur initiale. En effet, lorsque $R = 0$, on indique au filtre que les mesures effectuées sont sûres. Les gains sont donc élevés afin d'obtenir le maximum de dynamique possible.

IV.3.4.2 Simulation avec une mesure de courant bruitée

Dans le cas où la mesure du courant comporte des bruits, la variance R doit être non nulle.

Les simulations présentées dans les figures (IV.14) et (IV.15), correspondent aux résultats obtenus pour différentes valeurs de R . Notons que la commande utilise toujours les grandeurs observées. Les paramètres de l'hacheur et de la commande restent identiques au cas précédent. Le modèle d'observation utilisé correspond au MM3 échantillonné à la période de découpage T_d . Les conditions initiales de l'observateur sont données par (IV.40) et celles de l'hacheur sont nulles.

Le courant à l'entrée du filtre de Kalman est superposé de variance $\sigma_b^2 = 2.75 A^2$ et La matrice de covariance des bruits d'état a été choisie telle que $Q=0.001I$.

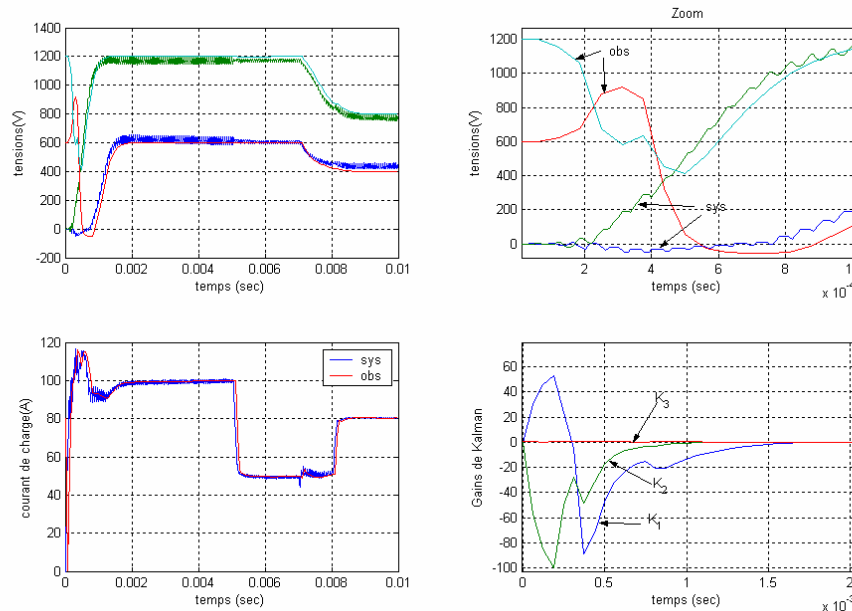


Figure IV.14. Fonctionnement en présence de bruit de mesure avec $R=0.01 A^2$.

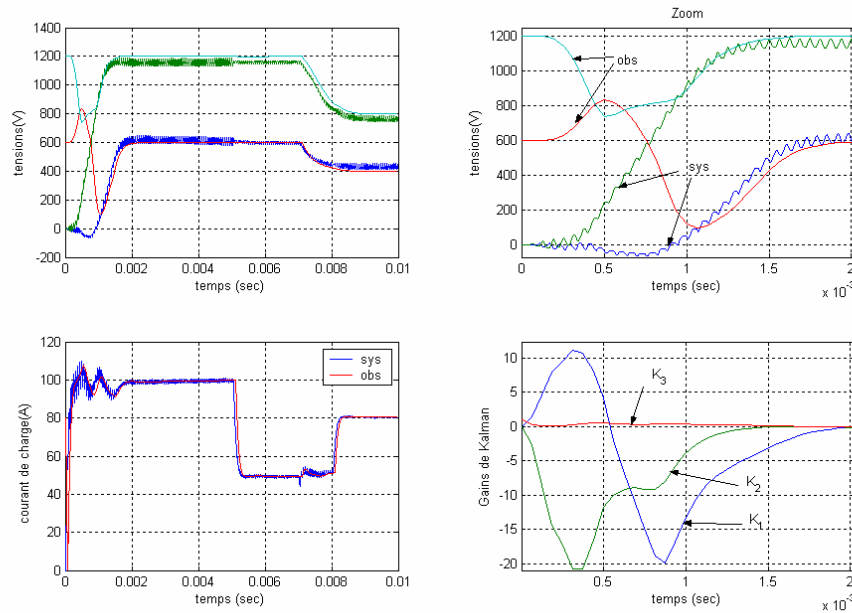


Figure IV.15. Fonctionnement en présence de bruit de mesure avec $R=0.25 A^2$.

On voit alors que plus R est faible plus le filtre est dynamique. En contre partie, la qualité du filtrage diminue avec R et des perturbations importantes apparaissent sur le courant et les tensions observées lorsque R est trop faible. Notons aussi que les gains de Kalman sont inversement proportionnels à la valeur de R ce qui explique le fait que les bruits sont moins filtrés lorsque R est faible. En régime permanent, lorsque le filtre a convergé, la matrice de covariance des erreurs d'estimation est faible ce qui conduit à des faibles valeurs de gains.

A partir de ces résultats, un bon compromis entre dynamique et qualité de filtrage semble être obtenu pour $R = 0.25 A^2$.

IV.4 Implantation d'un pseudo-observateur

Il serait intéressant de développer un observateur basé sur un modèle instantané afin de pouvoir être utilisé indépendamment de la commande. Cette étude sera faite dans cette dernière partie, dans le cas d'un Pseudo-observateur.

IV.4.1 Reconstructeur des grandeurs d'états à l'aide des tensions de sortie

La méthode utilisée est basée sur le modèle instantané de l'hacheur multicellulaire. Pour s'affranchir de la charge, les tensions flottantes sont reconstituées à partir de la tension de sortie V_s . La figure (IV.16) présente le schéma de principe d'une commande utilisant ce reconstructeur d'état. Les entrées de ce reconstructeur d'état sont la tension de sortie du convertisseur V_s , les ordres de commande associés à chaque cellule de commutation s_1, s_2, s_3 . La commande quant à elle nécessite toujours la mesure du courant de charge [5].

A tout instant, nous supposons que l'état des interrupteurs est imposé par les ordres de commande associés (interrupteur parfaits). Le raisonnement utilise un modèle instantané de l'hacheur. Soit $S^* = [s_1, s_2, s_3]$ l'état des cellules à chaque instant. Les deux états que peut prendre chaque cellule sont '1' et '0', et correspondent respectivement à la conduction ou au blocage de l'interrupteur du 'haut'. Le vecteur S^* connaît alors 2^3 valeurs possibles. On notera que la tension

V_s est une composition des tensions E , V_{c1} , V_{c2} qui dépend du vecteur S^* . Le tableau (IV.1) récapitule les différentes valeurs possibles du vecteur S^* ainsi que les valeurs de V_s correspondantes.

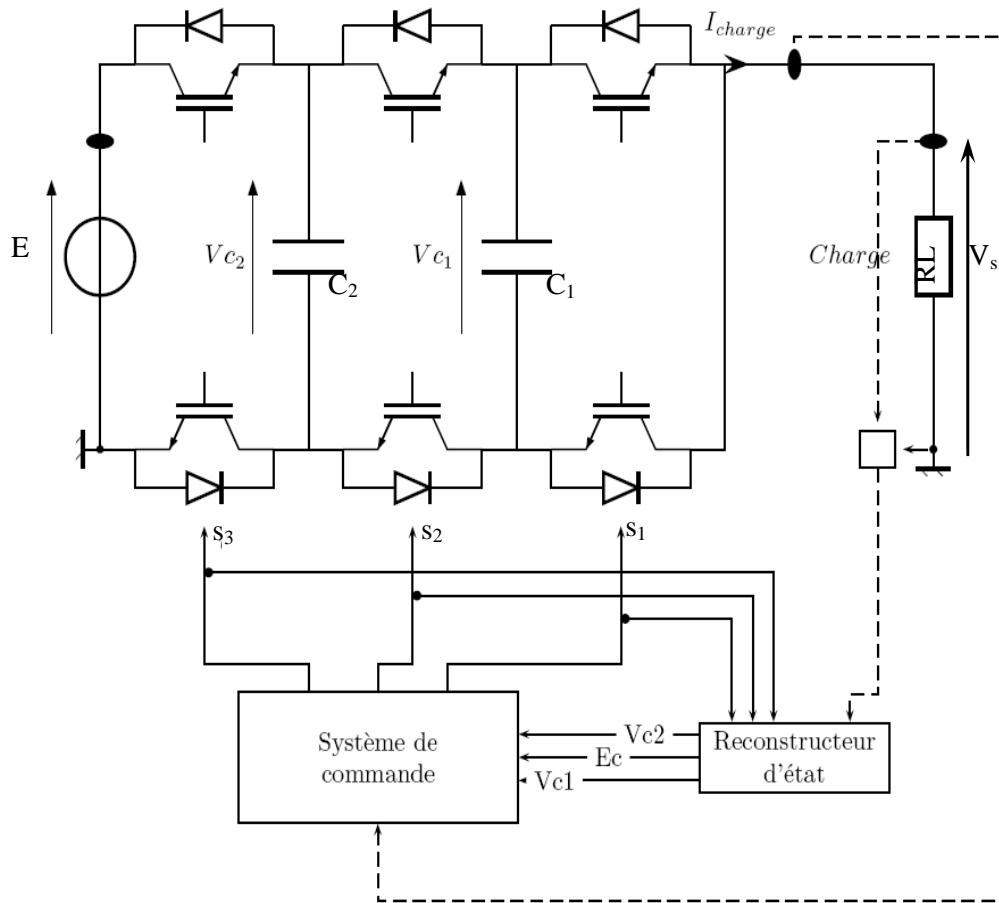


Figure IV.16. Schéma de principe de la commande avec le reconstructeur d'état.

Tableau IV.1. Tension en sortie de l'hacheur en fonction de la commande des interrupteurs

Valeur	s_1	s_2	s_3	V_s	V_s à l'équilibre
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	V_{c1}	$E/3$
2	0	1	0	$V_{c2} - V_{c1}$	$E/3$
3	0	1	1	V_{c2}	$2.E/3$
4	1	0	0	$E - V_{c2}$	$E/3$
5	1	0	1	$E - V_{c2} + V_{c1}$	$2.E/3$
6	1	1	0	$E - V_{c1}$	$2.E/3$
7	1	1	1	E	E

On remarque que pour les états 1, 3, 7, la mesure de V_s nous donne directement la mesure de l'une des tensions recherchées (ce cas sera nommé mesure directe). Cependant, rien ne garantit que ces combinaisons vont apparaître de manière régulière et il est nécessaire de prendre en compte tous les états [7]. Par la suite on considérera que la valeur moyenne des tensions flottantes varie peu par rapport à la fréquence de découpage.

La mesure de V_s pouvant se faire de manière échantillonnée, on a pour le i^{eme} échantillon de V_s la relation suivante:

$$V_{s_i} = \begin{bmatrix} s_{1_i} - s_{2_i} & s_{2_i} - s_{3_i} & s_{3_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E_c \end{bmatrix} \quad (\text{IV.42})$$

Ayant trois grandeurs à reconstituer, trois mesures successives de la tension de sortie dans un intervalle de temps de l'ordre de la période de découpage, nous donne alors la relation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{s_3} \\ V_{s_2} \\ V_{s_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{m3} \\ s_{m2} \\ s_{m1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{1_3} - s_{2_3} & s_{2_3} - s_{3_3} & s_{3_3} \\ s_{1_2} - s_{2_2} & s_{2_2} - s_{3_2} & s_{3_2} \\ s_{1_1} - s_{2_1} & s_{2_1} - s_{3_1} & s_{3_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E \end{bmatrix} \quad (\text{IV.43})$$

Si la matrice est inversible on peut reconstituer les trois grandeurs recherchées.

$$\begin{bmatrix} V_{c_1} \\ V_{c_2} \\ E \end{bmatrix} = [S_m^{*-1}] \cdot \begin{bmatrix} V_{s_1} \\ V_{s_2} \\ V_{s_3} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.44})$$

IV.4.1.1 Contrainte sur la mesure

Comme nous l'avons vu précédemment, il se peut l'acquisition de trois grandeurs successives ne nous permette pas d'accéder à une matrice inversible. Il faut alors déterminer une stratégie qui permette de retenir 3 mesures rendant la matrice inversible. Pour cela, nous avons utilisé la méthode présentée sur la figure (IV.17) [7].

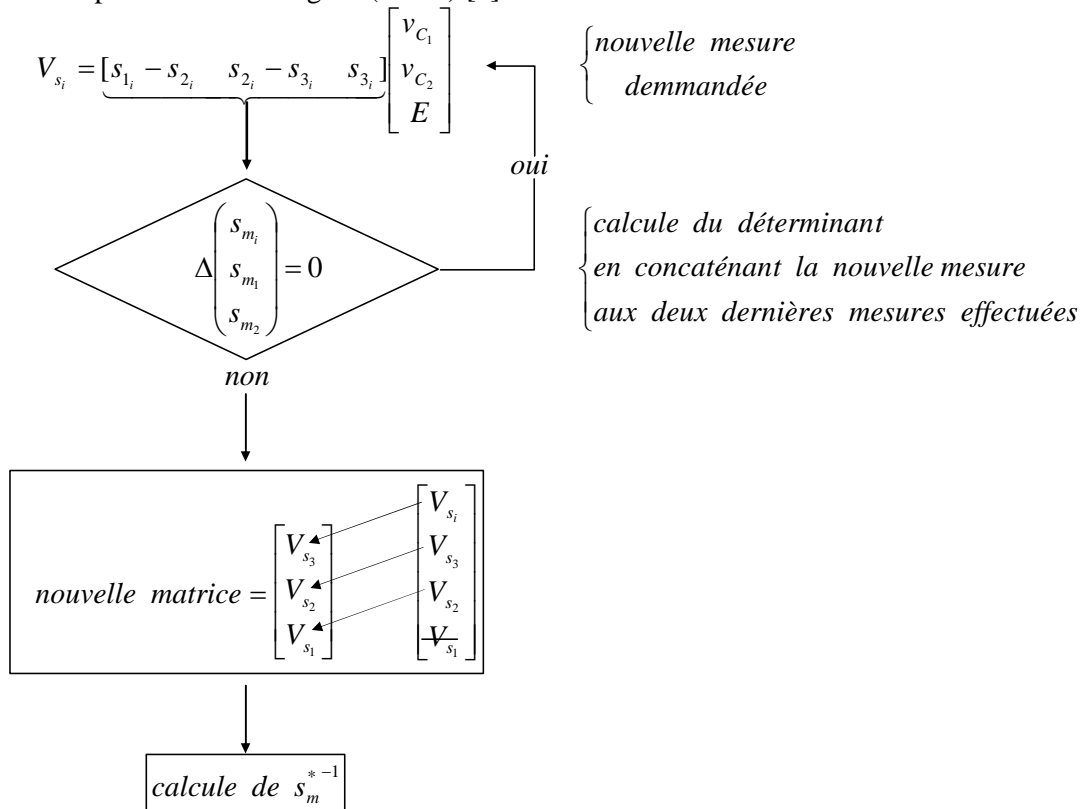


Figure IV.17. Algorithme du pseudo-observateur

A l'état initial on effectue trois mesures différentes de V_s puis on laisse l'algorithme dérouler. Afin que ce système de reconstruction fonctionne bien, il nous faut encore vérifier que quelque soit le rapport cyclique, variable ou constants, on obtient à chaque période de hachage, au moins une mesure.

Pour chaque valeur de rapport cyclique, que l'on a pris identique pour toutes les cellules afin de simplifier l'étude, nous avons représenté la valeur de V_s associée en figure (IV.18) [5].

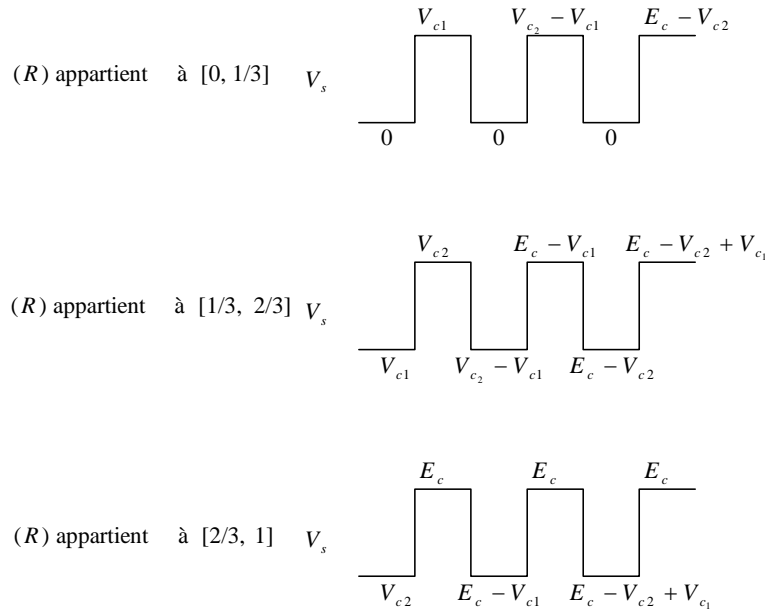


Figure IV.18. Tension de sortie en fonction des différents cas de rapport cyclique.

IV.4.2 Résultats simulation

A- Évaluation en boucle ouverte :

Afin de permettre un fonctionnement du système en boucle ouverte et d'avoir un rééquilibrage naturel des tensions aux bornes des condensateurs, nous avons ajouté à la charge (R, L) un filtre auxiliaire de type RLC série, permet d'obtenir un rééquilibrage naturel rapide des tensions dans le cas d'un système à trois cellules.

Paramètres de simulation [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 10\mu F \\ R_{ch} = 56\Omega \\ L_{ch} = 5mH \\ C_{aux} = 1\mu F \\ L_{aux} = 1mH \\ R_{aux} = 10\Omega \\ f_d = 5kHz \end{array} \right. \quad (IV.45)$$

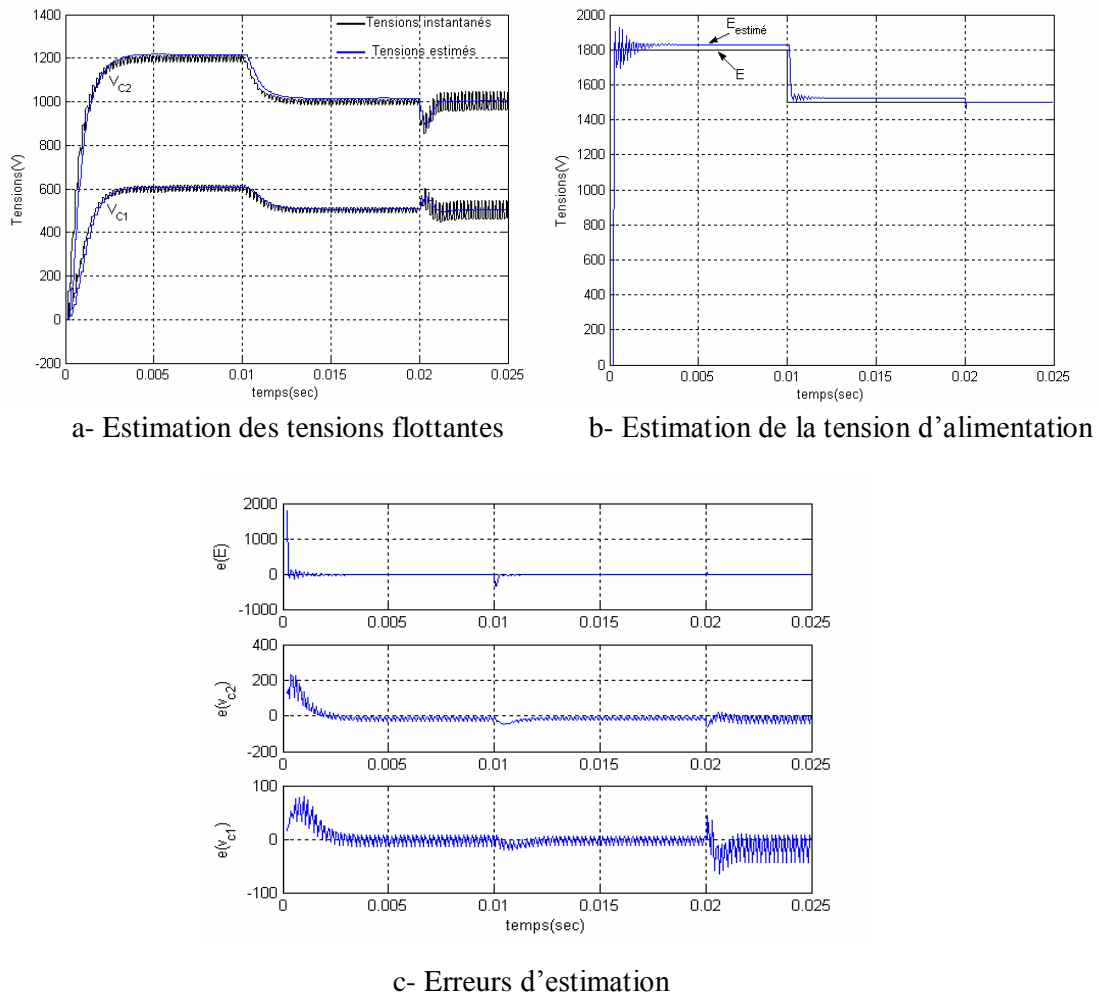


Figure IV.19. Estimation en boucle ouverte.

On remarque que les erreurs instantanées sont faibles et restent inférieures à 10% de la valeur nominale des grandeurs. D'autre part, on remarque également que cette erreur dépend légèrement du rapport cyclique appliqué aux cellules, c'est à dire des différentes séquences utilisées par le pseudo-observateur pour obtenir l'inversion du système.

Il est important de noter que l'erreur de restitution ne tend pas vers zéro comme dans le cas d'un observateur classique. En effet l'erreur est d'autant plus faible que les combinaisons utilisées par le reconstituteur sont sûres. Ainsi d'après le tableau (IV.1), si V_{s1} , V_{s2} et V_{s3} sont obtenues à l'aide des combinaisons 1, 3 et 7 alors l'erreur sera faible puisque l'on effectue trois mesures réelles pour V_{c1} , V_{c2} et E . Par contre, si on utilise les combinaisons 1, 2 et 4, l'erreur sera plus importante puisque seule la combinaison 1 conduira à une mesure exacte [5].

On peut alors se demander quelle est la limite maximale de la période d'échantillonnage, permettant une reconstruction correcte des grandeurs d'états. L'observation de la figure (IV.19) nous apporte un élément de réponse important. On remarque effectivement qu'un échantillonnage à $T_{eobs}=T_d/6$ nous permet de prendre en compte tous les états possibles sur les différentes cellules. Le choix de cette période revient à effectuer un échantillonnage synchronisé par rapport aux impulsions sur chaque cellule. On peut également observer qu'une période de $T_{eobs}=T_d/3$ est sans doute suffisante à condition de prendre en compte la valeur du rapport

cyclique comparée 0.5. Ce choix implique une procédure d'échantillonnage variable, qui dans le cas d'un rapport cyclique inférieur à 0.5 devra échantillonner les signaux par rapport au centre de l'impulsion, et dans le cas d'un rapport cyclique supérieur à 0.5 devra échantillonner par rapport au centre de l'impulsion déphasé de π . Nous n'avons pas étudié cette possibilité et nous présentons maintenant les résultats pour $T_{eobs}=T_d/6$ [5].

B- Évaluation en boucle fermée

Afin de montrer que le pseudo-observateur permet de fonctionner en boucle fermée, nous présenterons un exemple construit à partir d'une commande de type découplage non linéaire sur un hacheur 3 cellules. On utilisera une période de $T_{eobs} = T_d/6$ pour le pseudo-observateur. La figure (IV.20.a) représente les tensions V_{c1} , V_{c2} et E , ainsi que les valeurs reconstituées. La figure (IV.20.b) représente pour sa part les commandes pour chacune des trois cellules.

On remarque que la commande par découplage non linéaire n'est pas perturbée par le fait qu'elle travaille non plus sur les grandeurs réelles de l'hacheur mais sur des grandeurs reconstituées. On peut même dire que le reconstituteur fonctionne mieux en boucle fermée qu'en boucle ouverte. En effet, le système de régulation impose des rapports cycliques différents sur chaque cellule, donc des séquences que l'on peut supposer riches en combinaisons.

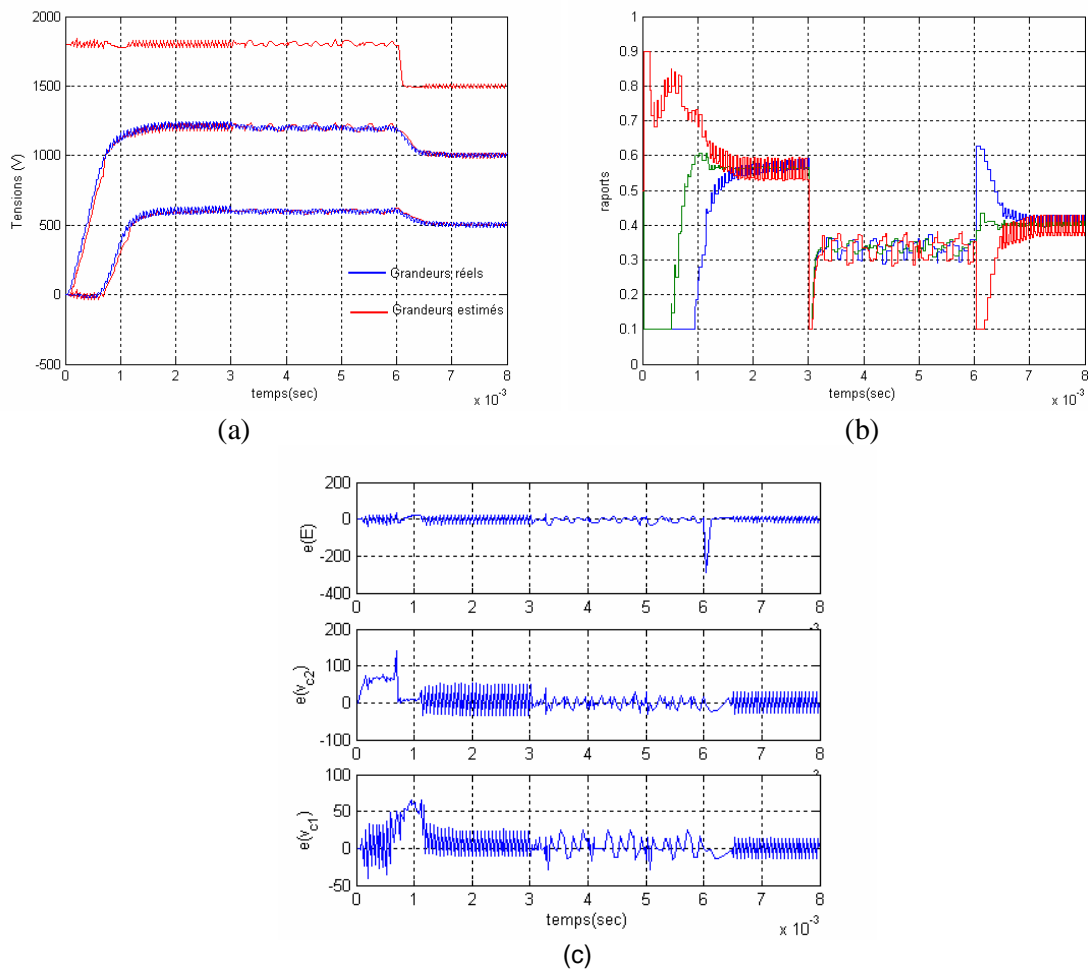


Figure IV.20. Observation avec $T_{eobs}=T_h/6$ en boucle fermée

Les paramètres de simulations [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = C_2 = 40\mu F \\ R_{ch} = 10\Omega \\ L_{ch} = 1.5mH \\ f_h = 16kHz \\ K_{p_1} = K_{p_2} = 3000 \\ K_{p_3} = 20000 \\ \tau = 200\mu s \end{array} \right. \quad (IV.46)$$

IV.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons construit un observateur de Luenberger échantillonné à la période de découpage. Cet observateur a été testé sur un hacheur à trois cellules en boucle ouverte, avec et sans circuit de rééquilibrage. Les résultats obtenus sont encourageants et confirment la possibilité d'observer les tensions flottantes par la seule mesure du courant dans la charge, ou du courant dans le circuit auxiliaire, lors que le hacheur en est doté.

En boucle fermée, les rapports cycliques varient rapidement et le modèle devient non stationnaire. Le calcul du gain d'observation, dans ce cas, se complique considérablement. Une méthode basée sur la formulation d'Ackermann a été proposée. Elle permet d'annuler rapidement l'erreur d'observation mais conduit à des gains et des dépassements élevés ce qui rend l'observateur non robuste. De plus, le volume de calcul mis en jeu est considérable, ce qui rend la réalisation d'un tel observateur non envisageable.

Afin de palier a ces inconvénients nous avons fait appel au filtre de Kalman récursif semble qui s'adapte aussi bien aux systèmes linéaires stationnaires qu'aux systèmes non stationnaires.

Une deuxième solution a été établie, consiste à implanter un observateur sans dynamique utilisant le modèle aux valeurs instantanées. Cet observateur a comme principe la reconstruction de l'état de l'hacheur à chaque instant.

Conclusion Générale

Dans ce mémoire, nos objectifs ont été l'élaboration de lois de commandes dédiées aux hacheurs multicellulaires, et le développement des observateurs d'état pour des commandes sans capteurs de tensions flottantes aux bornes des condensateurs.

Nous avons tout d'abord commencés par la modélisation de ces hacheurs et nous avons présentés deux modèles : un modèle aux valeurs moyennes et un modèle aux valeurs instantanées, basés sur une analyse des équations régissant l'évolution des grandeurs d'état en fonction de l'état des interrupteurs de l'hacheur, se différencient par la nature de leurs entrées : les rapports cycliques pour le modèle moyen et les signaux de commande des interrupteurs pour le modèle instantané.

L'étude de lois de commande dédiées aux hacheurs multicellulaires a pour objectifs de satisfaire d'une part les contraintes en tension appliquées sur les différents interrupteurs de l'association et d'autre part un contrôle satisfaisant du courant de charge.

Nous avons commencé par une simple commande de type proportionnel dédiée au contrôle des tensions condensateurs. Elle avait pour objectif unique d'assurer l'équilibrage des tensions aux bornes des interrupteurs. Le calcul du gain a été effectué afin de limiter la saturation des signaux de commande dans la phase de démarrage.

Face à la structure multi-entrées multi-sorties du hacheur et disposant d'un modèle représentant fidèlement sa dynamique, l'idée dominante est de commander indépendamment chacune des variables d'état, en limitant les interactions existantes entre ces variables. Pour cela nous avons utilisé deux méthodes de linéarisation (linéarisation au tour d'un point de fonctionnement et linéarisation exacte).

La méthode de linéarisation local du modèle moyen est utilisée lors de la commande non interactive, cette dernière qui a permis de répondre à une des particularités des hacheurs multicellulaires série qui implique un fort couplage entre ses grandeurs électriques. Cette loi de commande permet de contrôler les tensions condensateurs et le courant de charge.

Il est constaté que le découplage est assuré lors d'une variation du courant de référence. Par contre, lors d'une variation de la tension d'alimentation, une correction PI doit être mise en œuvre afin de conserver les propriétés du découplage et les caractéristiques dynamiques des boucles de contrôle.

La méthode de linéarisation exacte est quant à lui utilisée lors de la commande non linéaire. Cette méthode nous permet par une transformation algébrique de découpler le fonctionnement de chaque variable d'état les une par rapport aux autres. Les résultats de cette méthode sont très suffisants en simulation. Mais lors de forts transitoires des variables d'état, comme par exemple au démarrage de l'hacheur une saturation des commandes apparaît. Et peut entraîner de

ralentissement et même des blocages de l'évolution des tensions condensateur. Ce problème peut être facilement traité avec des correcteurs.

Après l'étude de ces lois de commande utilisant des capteurs de tensions flottantes pour la régulation. Le développement d'un observateur d'état pour la commande sans capteurs de tensions flottantes sera le deuxième objectif de notre travail. Cet observateur est intéressant dans le sens où il permet une réduction du coût et de l'encombrement dû à la présence des capteurs qui augmentent avec le nombre de cellules.

Nous avons vu que le modèle instantané ne permettait pas de conclure quant à l'observabilité de l'hacheur lorsque le courant de charge est mesuré. Pour cela, nous avons développé, dans un premier temps, un modèle exact échantillonné à la période de découpage de l'hacheur. Le teste de l'observabilité par l'utilisation de ce modèle a montré que les tensions flottantes dans un hacheur à trois cellules sont observables par la mesure du courant dans la charge.

La complexité du modèle exact échantillonné nous a amené, dans un deuxième temps, à développer un autre modèle basé, cette fois, sur les approches aux valeurs moyennes mais contrairement au modèle moyen classique, les moyennes des variables sont calculées sur chaque tiers de période de découpage. Il a été montré qu'il permettrait d'observer les tensions flottantes lorsque le courant dans la charge est mesuré. Toutefois, les dynamiques d'équilibrage naturel ne sont pas correctement reproduites avec se modèle. Il n'est donc valable qu'en fonctionnement en boucle fermée.

Nous avons, ensuite, étudié deux observateurs discrets, à savoir l'observateur de Luenberger et le filtre de Kalman standard. Le premier observateur a été appliqué à un hacheur à trois cellules avec et sans circuit de rééquilibrage. L'étude a été, principalement, faite lorsque l'hacheur est en boucle ouverte avec des rapports cycliques identiques et constants. Le système est, dans ce cas, stationnaire et les gains d'observations ont été déterminés de manière à placer les pôles de l'observateur.

En boucle fermée, les équations du système deviennent non stationnaires, rendant l'observateur de Luenberger moins adapté. Pour stabiliser les dynamiques de l'observateur lorsque l'hacheur est commandé, nous avons utilisé une méthode qui consiste à calculer les gains d'observation de sorte à imposer les pôles sur une fenêtre temporelle. Les résultats de simulation ont montré que l'observateur convergerait rapidement.

Le filtre de Kalman récursif est mieux adapté aux systèmes linéaires non stationnaires comme le cas des hacheurs multicellulaires série. Le modèle utilisé dans cet observateur a été le modèle moyen à tiers de période. Les résultats obtenus ont montré que la dynamique de convergence du filtre était très satisfaisante.

Finalement, nous avons fait l'étude d'un pseudo-observateur permettant avec un seul capteur de tension placé aux bornes de la charge d'effectuer la reconstruction des grandeurs d'état en tension. Ce pseudo-observateur a été mis en simulation avec un hacheur trois cellules en boucle ouverte et en boucle fermée, et les résultats obtenus sont très prometteurs et nous ont permis de montrer que la période d'échantillonnage de l'observateur n'avait pas besoin d'être extrêmement faible pour permettre une reconstruction de qualité des grandeurs d'état.

Enfin, comme perspectives, il est possible d'envisager la même étude sur des onduleurs multicellulaires série. Il est possible également d'appliquer d'autres types de commandes nonlinéaire a savoir : la commande de Lyapunov, commande par modes de glissement, ...

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES D'INGENIORAT EN ELECTROTECHNIQUE

OPTION : *COMMANDE ELECTRIQUE*

Proposée et dirigée par : *Mr. BARKATI Saïd*

Etudié par : *CHOUDER Adel & BENADEL Messaoud*

THEME :

*COMMANDE NON LINEAIRE AVEC OBSERVATEURS D'ETAT DES HACHEURS
MULTICELLULAIRES SERIE*

RESUME

Les travaux présentés dans ce mémoire sont consacrés à l'étude des lois de commandes et au développement des observateurs d'états pour les hacheurs multicellulaires série.

Après une présentation des caractéristiques de cette topologie, nous avons développés deux modèles multidimensionnels de l'hacheur multicellulaire : un modèle aux valeurs instantanées et un modèle aux valeurs moyennes. Ces modèles permettent de poursuivre deux objectifs principaux qui sont la synthèse et la validation en simulation des lois de commande.

Ensuite, deux lois de commande découplantes sont étudiées. Une commande non linéaire et une commande non interactive permettant de minimiser d'une part l'interaction entre les différentes grandeurs électriques et d'autre part d'imposer les dynamiques d'évolution de celle-ci.

La dernière partie de ce mémoire est consacrée à l'étude d'observabilité des tensions flottantes de l'hacheur avec les modèles développés, et au développement d'autres modèles permettant la conception d'un observateur d'état de Luenberger, un filtre de Kalman et en fin un pseudo-observateur.

MOTS CLES :

Convertisseur multicellulaire série, Observateur de Luenberger, Filtre de Kalman, Pseudo-observateur.

Annexe

• Observabilité des Systèmes linéaires

L'existence d'un observateur pour un système donné n'est conditionnée que par la propriété d'*observabilité*.

Dans cette section nous rappelons la notion d'observabilité pour les systèmes linéaires continus et discrets.

• Systèmes linéaires continus

Soit le système linéaire défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \\ y = C \cdot x \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ représente l'état, $u \in \mathbb{R}^q$ représente l'entrée et $y \in \mathbb{R}^m$ représente la sortie du système.

L'analyse de l'observabilité est basé sur une application des variables d'état et des entrées aux sorties, dite application d'observabilité du deuxième type :

$$\begin{aligned} y &= C \cdot x \\ \dot{y} &= C \cdot A \cdot x + C \cdot B \cdot u \\ \ddot{y} &= C \cdot A^2 \cdot x + C \cdot A \cdot B \cdot u + C \cdot B \cdot \dot{u} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ \underbrace{y^{(n-1)}}_Y &= C \cdot A^{n-1} \cdot x + \underbrace{\sum_{i=2}^n C \cdot A^{i-2} \cdot B \cdot u^{(n-i)}}_U \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Où $(\cdot)^{(i)}$ représente la $i^{\text{ème}}$ dérivée de (\cdot) .

Cette application s'écrit alors sous la forme :

$$Y = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} x + U \Rightarrow x = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}^{-1} (Y - U) \quad (\text{A.3})$$

Où Y et U sont définie dans l'équation (A.2).

Une condition nécessaire et suffisante pou l'observabilité d'un système linéaire est donc la régularité de la matrice d'observabilité de Kalman Q_0 de dimensions $(n \times p) \times n$.

$$Q_0 = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Notons que cette condition ne dépend que des matrices A et C . L'observabilité d'un système linéaire est donc indépendante des entrées u .

Supposons que le système (A.1) soit observable. Il est donc possible de construire un observateur pour ce système. Cet observateur est un système dynamique auxiliaire dont les entrées sont constituées des vecteurs d'entrée et de sortie du système à observer, et dont le vecteur de sortie \hat{x} constitue l'état estimé (figure A.1).

La structure la plus classique d'un observateur pour un système linéaire est l'observateur de Luenberger [2]. Il s'agit d'un système composé de la copie du système à observer, à laquelle on ajoute une injection de sortie linéaire. L'équation de cet observateur est donnée par :

$$\dot{\hat{x}} = A \cdot \hat{x} + B \cdot u + L \cdot (y - C \cdot \hat{x}) \quad (\text{A.5})$$

Où \hat{x} représente l'état estimé de x , et $L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1m} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nm} \end{pmatrix}$ est la matrice de gains de

l'observateur, appelée aussi *gains de Luenberger*.

La dynamique de l'erreur d'observation $\tilde{x} = \hat{x} - x$ est alors donnée par :

$$\dot{\tilde{x}} = \underbrace{(A - LC)}_{A_b} \tilde{x} \quad (\text{A.6})$$

Pour que l'observateur converge (i.e. l'erreur d'observation tende vers zéro), il suffit de placer les valeurs propres de A_b dans le demi-plan complexe gauche. La stabilité et la dynamique de convergence dépendent donc du choix de L .

En général, le but de la construction d'un observateur est d'estimer les variables d'état du système réel, afin de déduire une commande [2].

- **Systèmes linéaires discrets**

Considérons le système linéaire échantillonné suivant :

$$\begin{cases} x(k+1) = F \cdot x(k) + G \cdot u(k) \\ y(k) = C \cdot x(k) \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

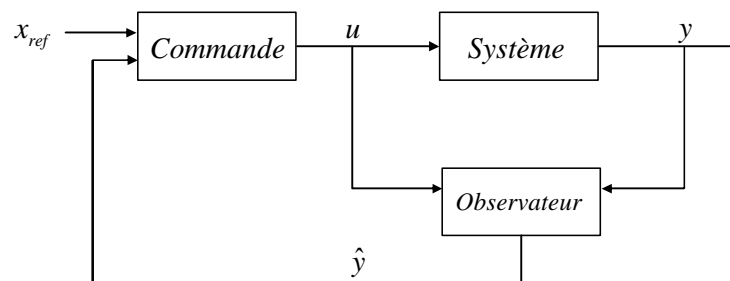


Figure A.1 schéma bloc d'un observateur.

L'observabilité est donc directement issue de cette notion :

Définition 2: (Observabilité) L'état x^0 est observable si l'ensemble des points indiscernables de x^0 se réduit à x^0 i.e. $I(x^0) = \{x^0\}$. Le système (I) est observable si, pour tout $x \in M$ $I(x) = \{x\}$.

On remarque que l'observabilité ne signifie pas obligatoirement que toute entrée distingue tous les points de M . Notons aussi que l'observabilité (au sens de la définition 2) est une condition nécessaire mais non suffisante, d'existence d'un observateur [2].

Le concept de l'observabilité globale est modifié pour introduire la notion d'observabilité locale.

Définition 3 : Soit U un sous ensemble de M contenant deux états initiaux x^1 et x^2 . On dit que x^1 est U -indiscernable de x^2 , si $\forall t \geq t_0$, les entrées correspondantes $y^1(t)$ et $y^2(t)$ sont identiques et si $\forall t \geq t_0$, les trajectoires $x^1(t)$ et $x^2(t)$ appartiennent à U .

Définition 4 : (Observabilité locale) L'état x^0 est dite localement observable, si pour tout voisinage U de x^0 , $I_U(x) = \{x\}$.

- **Observabilité faible – Observabilité faible locale**

Définition 5 : L'état x^0 est faiblement observable s'il existe un voisinage V de x^0 tel que $I(x^0) \cap V = \{x^0\}$. Le système (I) est dit faiblement observable si pour tout $x \in M$, $I(x) \cap V = \{x\}$

Cela signifie qu'un état est faiblement observable s'il est le seul indiscernable dans son voisinage. Ce concept affaiblit donc le concept d'observabilité locale.

Définition 6 : (Observabilité faible locale) L'état x^0 est dit faiblement localement observable s'il existe un voisinage V de x^0 tel que pour tout voisinage U de x^0 contenu dans V , $I_U(x^0) = \{x^0\}$; le système (I) est dit localement faiblement observable si pour tout $x \in M$, $I_U(x) = \{x\}$.

L'avantage de l'observabilité faible locale, par rapport aux autres notions d'observabilité, est de pouvoir être formulée sous forme de rang [2].

- **Condition de rang d'observabilité**

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \tag{A.11}$$

En procédant de la même façon que pour les systèmes linéaires, on montre que l'application d'observabilité s'écrit [2]:

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_f^0 h(x, u) \\ N_f h(x, u) \\ \vdots \\ N_f^{n-1} h(x, u) \end{bmatrix} = q(x, U) \quad (\text{A.12})$$

où l'opérateur différentiel N_f est défini par :

$$N_f h = \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial U} \frac{dU}{dt}, \quad N_f^i h = N_f(N_f^{i-1} h), \quad N_f^0 h = h$$

et

$$U = \begin{bmatrix} u \\ \dot{u} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{u} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \vdots \\ \overset{(n-1)}{y} \end{bmatrix}$$

On voit alors que le système est globalement observable si l'application d'observabilité peut être résolue en fonction de x dans tout le domaine de définition. Il est, par contre, souvent impossible d'établir les conditions nécessaires à l'existence de l'inverse q^{-1} .

- **Observabilité indépendante de u**

Si le système linéaire est observable, alors, pour toutes entrées $u(t)$ on peut reconstruire l'état initial. En effet, si on considère deux états initiaux x^1 et x^2 , la quantité :

$$y^1(t) - y^2(t) = C \cdot e^{At} (x^1 - x^2) \quad (\text{A.13})$$

ne dépend pas de l'entrée.

En générale, cette propriété n'est pas vraie pour les systèmes non linéaires. Le fait qu'un système soit observable au sens de la définition (2) constitue une condition nécessaire mais non suffisante pour qu'on puisse concevoir un observateur. Il se peut en effet, que certaines entrées u (dites singulières), ne permettent pas de distinguer chaque couple d'états initiaux distincts [2].

Définition 7 : (entrée universelle) [2] Une entrée u est dite universelle pour le système (I) sur l'intervalle $[0, t]$, si tout couple d'états initiaux distincts (x^1, x^2) peut être distingué par les sorties sur l'intervalle $[0, t]$, le système étant excité par u .

Une entrée non universelle est dite singulière.

Remarque : Soit un système ayant une entrée singulière u^1 et une entrée universelle u^2 . L'entrée $u(t)$ telle que :

$$\begin{cases} u(t) = u^1, & 0 \leq t \leq t_1 \\ u(t) = u^2, & t > t_1 \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

Est alors une entrée universelle [2].

La notion d'entrée universelle permet de définir une classe intéressante de systèmes : les systèmes uniformément observable (ou observables quelle que soit l'entrée).

- **Observabilité complète uniforme**

La définition de l'observabilité complète uniforme est propre aux systèmes linéaires à paramètres variables dans le temps et aux systèmes affins en l'état.

Définition 9 : (Observabilité complète uniforme) [2] *Considérons le système à paramètres variables :*

$$\begin{cases} \dot{x} = A(t) x + B(t) u \\ y = C(t) x \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

Ce système est dit complètement uniformément observable s'il existe $T > 0$, $\alpha > 0$ et $t_0 > 0$ tel que pour tout $t \geq t_0$, on ait :

$$\Gamma(t, t+T) = \int_t^{t+T} \Phi^T(\tau, t) C^T(\tau) C(\tau) \Phi(\tau, t) d\tau \geq \alpha I \quad (\text{A.16})$$

Où I est la matrice identité et la maîtrise de transition de la partie autonome du système :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \Phi(t, t_0) = A(t) \Phi(t, t_0) \\ \Phi(t_0, t_0) = I \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

L'inégalité matricielle (VII) est basée autour de la norme Euclidienne.

La matrice $\Gamma(t, t+T)$ est appelée Grammien d'observabilité du système (VII). Si $\Gamma(t, t+T)$ est régulière, la connaissance de l'entrée et la sortie pendant l'intervalle de temps $[t, t+T]$ entraîne celle de l'état sur cet intervalle.

Remarque : *Contrairement aux systèmes linéaires, le principe de séparation n'est pas vérifié pour les systèmes non linéaires. L'utilisation d'un observateur non linéaire et d'une commande qui soient stables indépendamment, ne conduit pas forcément à la stabilité de l'ensemble en boucle fermée.*

Bibliographie

- [1] Martin AIMÉ. *Évaluation et optimisation de la bonde passante des convertisseurs statiques : Application aux nouvelles structures multicellulaire*. Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [2] Rédha BENSAID. *Observateur des tensions aux bornes des capacités flottantes pour les convertisseurs multicellulaires série*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2001.
- [3] Philippe CARRERE. *Etude et réalisation des convertisseurs multicellulaire série à IGBT : Equilibrage des condensateurs flottants*. Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1996.
- [4] Alain DONZEL. *Analyse géométrique et commande active sous observateur d'un onduleur triphasé à structure multicellulaire série* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [5] Guillaume GATEAU. *Contribution à la commande des convertisseurs multicellulaires série*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1997.
- [6] Miguel F. Escalante GUTIERREZ. *Contribution à la définition de structures optimales d'onduleurs pour la commande de machines à courant alternatif par DTC*. Thèse doctorat, Ecole Supérieur d'Electricité, 2001.
- [7] Régis RUELLAND. *Apport de la co-simulation dans la conception de l'architecture des dispositifs de commande numérique pour les systèmes électriques*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.
- [8] Oliver TACHON. *Commande découplante linéaire des convertisseurs multicellulaire série*. Thèse de doctorat. Institut National Polytechnique de Toulouse, 1998.