



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Mathématiques Appliquées et fondamentales

Par

DJEMIAT DALAL

Sujet

**LES INTEGRALES
OSCILLANTES**

**Dirigé par :
MOUSSAI MADANI**

Promotion: 2010/2011

Table de matière :

Introduction	1
Chapitre 1: <i>Préparation théorique</i>	
Le théorème de la convergence dominée	2
Théorème de Plancherel-Parseval.....	2
chapitre 2 : Le lemme de Ven Der Corput	
2.1)Le lemme de Ven Der Corput	6
2.1.1) Thereme 2.1 (V D Corput)	6
2.2)Application du théorème (2.1) pour les intégrales singulières	9
2.2.1)théorème (2.2) (E. stein)	9
2.2.2)Corollaire (2.1)	15
2.2.3)Corrolaire(2.2)	15
2.3)Décomposition asymptotique	15
2.3.1)Théorème (2.3)	16
2.3.2)Lemme (2.1)	16
2.3.3)Lemme 2.2	17
Chapitre 3: la transformation de Hilbert le long d'une courbe	
3.1)theoreme : (3.1)(S. weinger)	20
3.2)Théorème : (3.2) Nestlerode	22
3.3)Appendice	24
3.3.1)Théorème (3.3)	24
3.3.2)theoreme (3.4)	24
Conclusion	27

Introduction :

La théorie des intégrales oscillantes est basée sur un lemme

du a Van-Der-Corput , qui s'intéresse à l'intégrale $I(\lambda)$ donné par :

$$I(\lambda) = \int_a^b e^{i\lambda\varphi(t)} \psi(t) dt, (\lambda > 0).$$

Avec : $\psi \in C^\infty(\mathbb{R})$ et $\varphi \in C_0^\infty([a, b])$ à valeurs complexes

Cette théorie d'intégrales oscillantes nous permet de majorer

$I(\lambda)$, lorsque $\psi \equiv 1$, indépendamment de a et b , des que

les dérivées successives de φ sont minorée par 1, la preuve de ce lemme est

*donnée par Zygmund (pour $n=1$ et 2) en 1959 [**Zym**] , puis par E .S tien pour*

*n quelconque en 1993 [**Stien**].*

Dans ce mémoire nous avons fait l'étude suivante :

Chapitre 1: préparation théorique .

Chapitre 2: le lemme de van der corput .

Chapitre 3: la transformation de Hilbert le long d'une courbe.

Notations :

- $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C} : \text{supp } \hat{f} = \text{supp } f$
- \hat{f} transformé de f par fourier
- $\mathcal{F} f(\xi) = \hat{f}(\xi) = \int e^{-ix-\xi} f(x) dx$ avec $f \in L^1(\mathbb{R}^n)$
- $\mathcal{D} = C_0^\infty$ est l'espace des fonctions C^∞ à support compact
- S est l'espace de Schwartz : $(1 + |x|)^N |f^k(x)| < C$

$$L^p(\mathbb{R}^n) = \left\{ \begin{array}{l} f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C} \text{ ou } \mathbb{R}, \quad 1 \leq p \leq \infty \\ \text{et} \quad \|f\|_p < +\infty \end{array} \right.$$

Si $p = +\infty \quad \|f\|_\infty = \text{supp ess } |f(x)|$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

$$\|f\|_p = \left(\int_{\mathbb{R}^n} |f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}$$