



Département de Génie Mécanique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

En vue de l'obtention du diplôme de :

MASTER

En Génie Mécanique

Option : énergétique

Thème :

**Simulation numérique d'écoulements bi et
tridimensionnels stationnaires de fluide non
newtonien en relation avec le procédé d'extrusion**

Proposé et dirigé par :

Dr. CHINE Adel

Présenté :

SAIDI Hossem

Année Universitaire : 2015 / 1016

N° d'ordre : GM/...../2016

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord Dieu le tout puissant pour la volonté, la santé, la patience, et la force l'accomplir ce travail.

Ainsi, je tiens également à exprimer mes vifs remerciements à mon encadreur **Dr. Adel chine** pour avoir d'abord proposé ce thème, pour la suivi continuel tout le long de la réalisation de ce mémoire et qui n'a pas cessé de me donner ses conseils, et la documentation qu'il a fournir.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants ainsi que tous personnels administratifs du département de Génie Mécanique, Nos remerciements à tous les membres du jury qui ont accepté de juger mon travail.

Dédicaces

A ceux qui se sont toujours dévoués et sacrifiés pour moi ; ceux qui m'ont encouragé et soutenu à combattre les aléas de la vie et donner le meilleur de moi ; en témoignage de mon éternelle reconnaissance je dédie essentiellement cette thèse à mes parents.

A mes chers sœurs ainsi qu'à mes chers frères; qui m'ont énormément aidé et à qui je témoigne toute mon affection et ma profonde admiration.

Je finis par remercier toute personne qui m'a aidé et soutenue, de près ou de loin, pour que ce modeste mémoire aboutisse.

Sommaire

Sommaire.....	III
Liste des figures	VI
Liste des tableaux.....	IX
Symboles	X

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Généralités et définitions

I.1. Introduction.....	3
I.2. Polymères définitions et caractéristiques	3
I.2.1 Définition.....	3
I.2.2 Différentes classes de polymères	4
I.2.2.2 Classification selon l'architecture.....	4
I.2.2.3 Classification selon la structure chimique	7
I.2.2.4 Classification selon le comportement thermique.....	8
I.2.3 Applications des polymères	8
I.2.4 Propriétés mécaniques des polymères	9
I.2.4.1 Elasticité.....	9
I.2.4.2 Plasticité.....	9
I.2.4.3 Viscosité	10
I.2.4.4 Viscoélasticité.....	10
I.2.4.5 Conductivité thermique.....	10
I.3. Polyéthylènes.....	11
I.3.1 Définition.....	11
I.3.2 Différents procédés de polymérisation	11
I.3.3 Avantages.....	12
I.3.4 Inconvénients.....	12
I.3.5 Propriétés mécaniques et thermiques de polyéthylène à basse densité linéaire	12
I.3.6 Polyéthylène à basse densité linéaire (PEBDL)	12
I.3.7 Le polyéthylène dans la vie quotidienne.....	13
I.4 Extrusion.....	14
I.4.1 Définition de l'extrusion	14
I.4.2 Principe de fonctionnement d'une extrudeuse	14
I.4.3 Composition d'une ligne d'extrusion	15

I.4.4	Avantage de l'extrusion	16
I.4.5	Défauts de l'extrusion.....	16
I.4.5.1	Défauts de surfaces.....	16
I.4.5.2	Défauts de volumes.....	16
I.5	Autres Méthodes de mise en forme	17
I.5.1	Injection.....	17
I.5.2	Extrusion - gonflage.....	17
I.5.3	Extrusion - soufflage	18
I.6	Conclusion.....	19

Chapitre II : Mise en équations du problème à résoudre

II.1.	Introduction.....	20
II.2.	Equations gouvernantes pour les problèmes plant à résoudre	20
II.2.1.	Équation de continuité.....	20
II.2.2.	Équation de quantité de mouvement	21
II.2.3	Conservation d'énergie.....	22
II.3.	Lois de comportement.....	22
II.3.1.	Lois de comportement anélastiques	23
II.3.1.1.	Modèle Newtonien.....	23
II.3.1.2.	Modèle Non Newtonien visqueux pur	23
II.3.1.3.	Fluides à loi de Carreau	24
II.3.1.3.	Fluides à loi de la de puissance.....	25
II.4	Simulations numériques d'écoulements de fluides non newtoniens.....	25
II.5	Conclusion.....	26

Chapitre III : Procédures numériques de résolution

III.1.	Introduction.....	27
III.2.	Domaine d'étude	27
III.2.1	Géométrie du domaine d'étude.....	27
III.2.2	Maillage du domaine d'étude.....	28
III.3	Forme générale de l'équation de conservation.....	30
III.4	Méthodes des volumes finis	33
III.4.1	Définition	33
III.4.2	Principe de la méthode.....	33
III.4.3	Maillage:	34
III.4.4	La discrétisation:	34
III.5	système d'équations algébriques à résoudre :.....	39
III.6	Algorithme SIMPLE.....	40

III.7 Conclusion: 43

Chapitre IV : Résultats et discussion

IV.1 Introduction 44

IV.2 Résultats pour la géométrie bidimensionnelle 44

 IV.2.1 Test du maillage 44

 IV.2.2 Problème isotherme 44

 IV.2.2.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement 44

 IV.2.2.1 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement..... 46

 IV.2.3 Problème non-isotherme..... 48

 IV.2.3.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement 48

 IV.2.3.2 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement..... 50

IV.3 Résultats pour la géométrie tridimensionnelle..... 52

 IV.3.1 Problème isotherme 53

 IV.3.1.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement 53

 IV.3.1.2 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement..... 56

 IV.3.2 Problème non isotherme 58

 IV.3.2.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement 58

 IV.3.2.2 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement..... 61

IV.4 Conclusion 63

Conclusion générale..... 64

Liste des figures

Chapitre I : Généralités et définitions

Figure I. 1 : figure représentant polymère, ex. polyéthylène, polystyrène	4
Figure I. 2 : Classification des architectures macromoléculaires.	5
Figure I. 3 : polymères linéaires	5
Figure I. 4 : Homopolymère ramifié (a) et copolymère ramifié (b).....	6
Figure I. 5 : Polymère réticulé avec ponts disulfure reliant deux chaînes	6
Figure I. 6 : Représentation schématique d'un polymère semi-cristallin	7
Figure I. 7 : Comportement élastique linéaire représenté schématiquement par un ressort	9
Figure I. 8 : Comportement élastique et plastique parfait.....	9
Figure I. 9 : Comportement visqueux linéaire représenté schématiquement par un amortisseur.....	10
Figure I. 10 : Différents types de polyéthylène	12
Figure I. 11 : Structure moléculaire du PEBDL avec les ramifications à chaîne courte typiques	13
Figure I. 12 : Extrudeuse mono-vis : procédé d'extrusion	14
Figure I. 13 : Schéma représente l'opération de l'extrusion	15
Figure I. 14 : Les Composante d'une ligne d'extrusion.	16
Figure I. 15 : Exemple de procédé d'injection	18
Figure I. 16 : Exemple de procédé d'extrusion-gonflage.....	18
Figure I. 17 : Exemple de procédé d'extrusion-soufflage	19

Chapitre II : Mise en équations du problème à résoudre

Figure II. 1 : Evolution de la viscosité dynamique en fonction du taux de cisaillement	24
Figure II. 2 : Evolution de la viscosité dynamique en fonction du taux de cisaillement	25

Chapitre III : Procédures numériques de résolution

Figure III. 1 : Géométrie du domaine d'étude 2D (conduite plane)	27
Figure III. 2 : Géométrie du domaine d'étude 3D (conduite plane)	27
Figure III. 3 : Maillage 2D adopté pour la simulation.....	28
Figure III. 4 : Maillage 3D adopté pour la simulation.....	29
Figure III. 5 : Flux par unité de surface et de temps de la quantité ϕ traversant le volume de contrôle ΔV suivant la direction x	30
Figure III. 6 : Condition aux limites adopté pour le calcul bidimensionnel	39
Figure III. 7 : Géométrie du domaine d'étude 3D	43

Chapitre IV : Résultats et discussion

Figure IV. 1: Profils de la composante axiale u de la vitesse suivant la direction x pour conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas isotherme)	45
Figure IV. 2: Evolution de la contrainte à la paroi le long de la direction d'écoulement x pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas isotherme)	46
Figure IV. 3 : Morphologie des lignes de courant, au niveau de la contraction, pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas isotherme) ..	46
Figure IV. 4: Evolution axiale de la contrainte à la paroi τ_p , pour différents débits d'écoulement $Q_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ (cas isotherme)	47
Figure IV. 5: L'allure des lignes de courant dans la zone de contraction pour différents débits d'écoulement, pour différents débits d'écoulement ($Q_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas isotherme)	48
Figure IV. 6: Profils de la composante u axiale de la vitesse suivant la direction d'écoulement x , pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)	49
Figure IV. 7: Evolution de la température sur l'axe de la conduite, le long de la direction x de l'écoulement pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$).....	49
Figure IV. 8: Formes des lignes de courant pour les trois conduites cond1, cond2 et cond3 $T_p = 500 \text{ K}$, $Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)..	50
Figure IV. 9: Profils de contraintes à la paroi le long de la direction x de la conduite cond 1 différents débits d'écoulement ($Q_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$).....	51
Figure IV. 10: Profils de la température sur l'axe de la conduite cond 2, pour différents débits d'écoulement ($Q_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$).....	52
Figure IV. 11 : Morphologies des lignes de courant dans la conduite cond pour différents débits d'écoulement ($Q_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$).....	52
Figure IV. 12 : Isovaleurs de la composante axiale u de la vitesse sur le plan 'Oxy ₁ z ₁ '.a) conduite cond 1, b) conduite cond 2 et c) conduite cond 3 ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas isotherme)	54
Figure IV. 13 : Isovaleurs de la contrainte à la paroi .a) conduite cond 1, b) conduite cond 2 et c) conduite cond 3, (cas isotherme, $Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$).....	55
Figure IV. 14 : Profils de la pression statique suivant la direction de l'écoulement x pour conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas isotherme) ..	56
Figure IV. 15 : Isovaleurs de la contrainte à la paroi τ_p , pour différents débits ($Q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 6 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 8 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$) et (cas isotherme conduite cond 1).....	57
Figure IV. 16 : Distribution de la pression statique suivant la direction x de l'écoulement, pour différents débits d'écoulement ($Q_1 = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 6 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 8 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$) et (cas isotherme conduite cond 1)	58
Figure IV. 17 : Isovaleurs de la composante axiale u de la vitesse sur le plan 'Oxy ₁ z ₁ ' les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)	59

Figure IV. 18 : Isovaleurs de la contrainte à la paroi .a) conduite cond 1,b) conduite cond 2 et c) conduite cond 3, ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$) (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)	60
Figure IV. 19 : Evolution de la température sur l'axe de la conduite, le long de la direction x de l'écoulement, pour différentes géométries (cond 1, cond 2 et cond 3, ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$)) (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$).....	61
Figure IV. 20 : Isovaleurs de la contrainte à la paroi τ_p pour différents débits (cas non isotherme : $T_p = 500 \text{ [K]}$, conduite cond 1, ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s]}$)).....	62
Figure IV. 21 : Evolution de la température sur l'axe de la conduite, le long de la direction x de l'écoulement, pour différents débits d'écoulement ($Q_1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q_2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q_3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)	63

Liste des tableaux

Chapitre I : Généralités et définitions

Tableau I. 1 : Caractéristiques physiques du polyéthylène basse densité linéaire [4]... 13

Chapitre III : Procédures numériques de résolution

Tableau III. 1 : Différents termes de l'équation de transport 35

Chapitre IV : Résultats et discussion

Tableau IV. 1: Caractéristique des maillages testés..... 44

Symboles

τ : Le tenseur des extra-contraintes

σ : représente le tenseur des contraintes totales

F : vecteur des forces de volume et d'inertie,

P : la pression.

$\tau : D$: La trace (τ, D)

D : Le tenseur des taux de déformation

∇^2 : L'aplacien

τ : Le tenseur des extra-contraintes

T : Le champ de température

C_p : Capacité thermique du fluide

k_f : Conductivité thermique

η_0 : Viscosité à taux de cisaillement nul.

η_∞ : Viscosité à taux de cisaillement infinie.

$\dot{\gamma}$: Le taux de cisaillement apparent.

λ : Un paramètre matériel de temps (constant).

n : Indice de la loi en puissance.

K_i : Les tenseurs cinématiques.

I : l'invariant généralisé de wanger, donnée par l'expression suivante :

β : désigne un paramètre lié aux propriétés du matériau.

$\rho(T)$: la masse volumique de T .

$\rho(T_0)$: la masse volumique de T_0 .

$\eta_0(T)$: désigné la viscosité à la température de référence T_0 .

a_T : Représente le facteur de changement d'échelle.

E : L'énergie d'activation.

R : Constante des gaz parfait.

T : La température du fluide en écoulement.

T_0 : La température de référence.

q_{\max} : le plus grand angle de la face ou de la cellule.

q_{\min} : le plus petit angle de la face ou de la cellule.

q_e : angle d'une face ou cellule parfaitement régulière (60° pour un triangle), (90°

Ω : Domaine physique

Ω^* : Domaine transformé

k'_x : désignent la jacobien Δ de la transformation T cas plan.

f'_R : désignent la jacobien Δ de la transformation T cas axisymétrique.

\underline{K}_G : représente-la matrice des raideurs globales.

\underline{T} : le vecteur des inconnus des températures.

\underline{b} : le vecteur second membre.

A_T la fonction de pondération pour l'inconnu T

Γ^e frontière de l'élément (e).

φ_n désigne le flux de chaleur (normal à la surface)

Introduction générale

L'écoulement à travers des conduites à contraction brusque est très rencontré dans les procédés de mise en forme des matières plastiques, notamment l'extrusion, procédé de fabrication de pièces plastiques par écoulement de la matière (*généralement polymère*) dans une filière profilée, souvent à singularité géométrique, sous des pressions très élevées. La sortie de la filière, qui possède pratiquement la forme de la pièce à fabriquer, constitue une zone sensible pour la matière en écoulement, déjà déformée dans cette filière (*passage de la matière plastique à travers la zone de singularité géométrique*). Le changement brusque des caractéristiques physiques et mécaniques de la matière plastique, dû à cette déformation constitue sous certaines conditions l'élément essentiel de la dégradation du produit fini. Les exigences croissantes de la qualité des produits finis, ont poussées les scientifiques à utiliser plusieurs moyens, afin de comprendre mieux le comportement de la matière en écoulement dans tels situation.

La simulation numérique constitue une des moyens utilisés pour la compréhension du comportement des matières plastiques dans les filières à géométrie complexe. Autrement dit, la solution numérique de l'écoulement donne une information sur le comportement de cette matière dans le domaine d'écoulement, et donc permet d'éviter les conditions engendrant la dégradation des produits finis.

Le travail présenté dans ce mémoire représente des simulations numériques d'écoulements isotherme et non isotherme, à travers des conduites planes bi et tridimensionnelles, de fluide non newtonien dont le comportement est ce du fluide de Carreau. Le but de ce travail est de comprendre le comportement complexe du fluide en écoulement, notamment dans la zone de contraction.

Les simulations numériques effectuées sont réalisées par le code commercial FLUENT, et les caractéristiques physiques du fluide non newtonien adoptées, sont ceux du Polyéthylène basse densité, mesuré à la température de référence $T = 433$ [K].

Le présent travail est partagé comme suit :

Dans le premier chapitre nous présenterons des généralités et définitions sur Les polymères, spécialement le Polyéthylène. Afin de clarifier l'importance de ces matières dans l'industrie de mise en forme des matières plastiques. Une brève présentation des procédés de mise en forme sera aussi indiquée.

Le chapitre deux à été réservé à la formulation mathématique du problème à résoudre. Une brève présentation, des lois régissant le comportement rhéologique du fluide en écoulement, sera aussi présentée.

La description des géométries des domaines d'étude utilisées dans ce travail sera donnée dans le troisième chapitre. Une présentation des maillages adoptés pour nos calculs, ainsi que une détaille de la procédure numérique de résolution, seront aussi présentées.

Dans le quatrième chapitre, nous présenterons et discuterons l'ensemble des résultats numériques obtenus. Suivi d'une conclusion générale résume l'intérêt de cette étude.

I.1. Introduction

Les polymères, appelés communément "matières plastiques", sont indissociables de notre environnement et de notre vie pratique. Ils se sont imposés dans tous les domaines de nos activités, des plus visibles aux plus cachés, des objets les plus banals jusqu'à des applications techniques sophistiquées, en passant par leur utilisation dans les produits d'hygiène ou alimentaires.

La plus souvent synthétique, quelque fois naturels, il devient important a leur large gamme de caractéristiques, durs, mous ou élastique, transparent ou opaque, isolent et quelque fois conducteurs, plus ou moins résistants aux conditions agressives de leur usage.

Dans l'étude des écoulements et procédés pour fluides complexes et matières plastique, il est important de connaître les propriétés des matériaux mis en œuvre, ce qui permet d'accéder à la modélisation des phénomènes physique qui leur correspondent. Il est nécessaire, pour les simulations numérique, de disposer des modèles, en particulier pour la loi de comportement d'une part et pour des phénomènes physiques à d'écrire, d'autre part. A l'état fluide, les polymères et substances organique sont généralement considérés comme incompressibles, et compte tenu de leurs propriétés physiques, ils obéissent à des lois constitutives plus complexes que celle du liquide newtonien.

Dans ce chapitre nous présenterons des généralités et définitions en relation avec la discipline de rhéologie et les polymères. Ces généralités et définitions constituent une initiation aux lectures au domaine des fluides complexe.

I.2. Polymères définitions et caractéristiques

I.2.1 Définition

Un polymère est une macromolécule formée de l'enchaînement covalent d'un très grand nombre d'unités de répétition (exemple : Polyéthylène $(C_2H_4)_n$, Polystyrène $(CH_2)_n$, avec n représente le nombre d'unités de répétition), qui dérivent d'un ou de plusieurs monomères (*qui sont également appelés motifs*) et préparée à partir de molécules appelées monomères.



a) polyéthylène

b) polystyrène

Figure I. 1 : figure représentant polymère, ex. polyéthylène, polystyrène

I.2.2 Différentes classes de polymères

Plusieurs classifications des composés macromoléculaires peuvent être proposées selon qu'on choisit l'origine, le type d'architecture, la structure chimique des motifs ou le types de polymérisation, comme base de la classification [1].

I.2.2.1 Classification selon l'origine

Les polymères classés selon l'origine peuvent être :

- des polymères naturels : ce sont des composés organiques formant la matière vivante, comme les protéines, les acides nucléiques, la cellulose, la chitine... ;
- des polymères obtenus par modification chimique d'un polymère naturel, exemple : méthylcellulose ;
- des polymères synthétiques : ce sont les matières plastiques, les élastomères, les fibres, les adhésifs

I.2.2.2 Classification selon l'architecture

Les architectures macromoléculaires peuvent être divisées en quatre grandes familles : les polymères linéaires, ramifiés, réticulés et plus récemment, les polymères dendritiques.

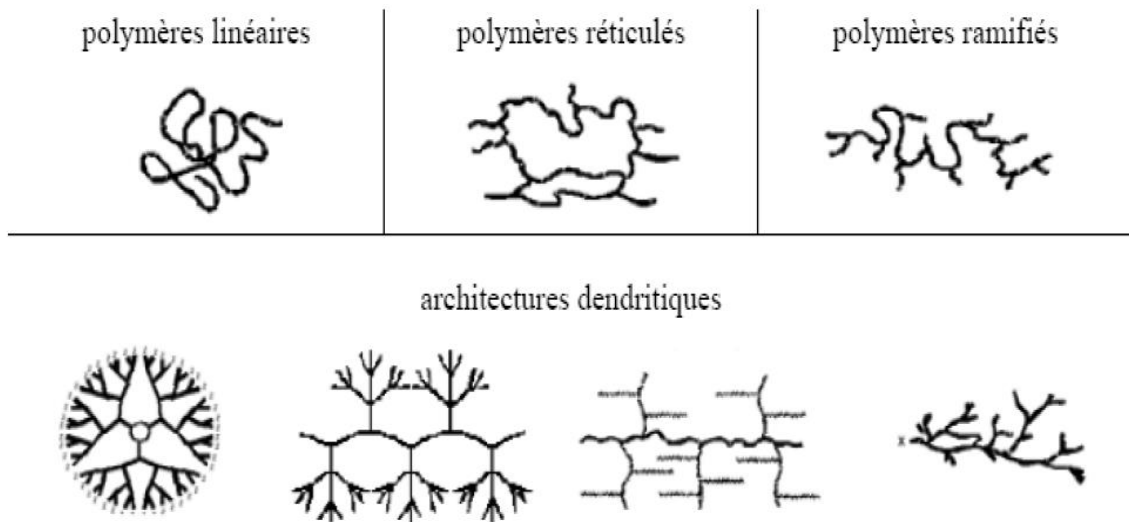


Figure I. 2 : Classification des architectures macromoléculaires.

a) Polymères linéaires

Les polymères linéaires sont constitués de grandes chaînes de monomères reliés entre eux par des liaisons covalentes. Ces macromolécules sont liées entre elles par des liaisons secondaires qui assurent la stabilité du polymère. Ces liaisons secondaires sont des liaisons ou ponts hydrogène ou des liaisons de **Van der Waals**. Lorsque ces liaisons existent, le matériau devient rigide et présente un comportement de solide.

Si la température s'élève, l'agitation moléculaire qui en résulte va rompre progressivement ces liaisons secondaires. Le matériau va pouvoir s'écouler sous son propre poids : il présente alors le comportement d'un liquide visqueux. La température à laquelle se produit cette évolution s'appelle la température de transition vitreuse.

La transition vitreuse correspond à l'apparition de mouvements de longs segments de chaîne et marque le passage de l'état vitreux à l'état caoutchoutique. La figure I.3 donne les différents exemples de polymères linéaires.

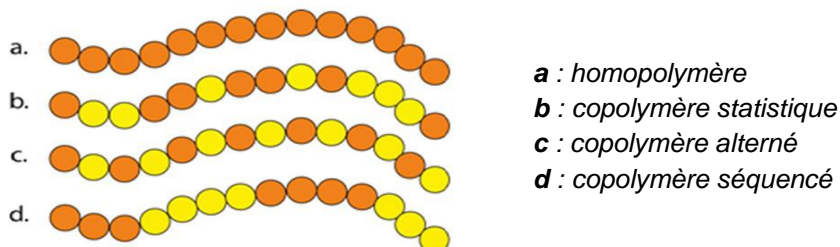


Figure I. 3: polymères linéaires

Les propriétés mécaniques des copolymères varient en fonction du type et de la disposition des monomères. Les rotations de la chaîne sont facilitées ou au contraire rendues plus difficiles en fonction de la nature, de la disposition et de l'encombrement de chacun des monomères.

b) Polymères ramifiés

Des chaînes homopolymériques ou copolymériques peuvent se greffer sur d'autres chaînes au cours de la polymérisation. Au dessus de la température de transition vitreuse, ces matériaux présenteront un comportement visqueux plus marqué que les polymères linéaires.

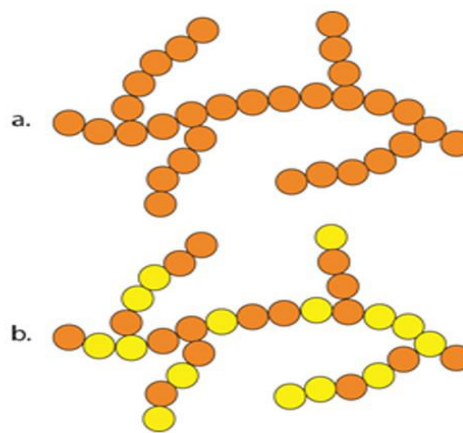


Figure I. 4: Homopolymère ramifié (a) et copolymère ramifié (b)

c) Polymères réticulés

La réticulation correspond à la formation de liaisons chimiques suivant les différentes directions de l'espace au cours d'une polymérisation, d'une polycondensation ou d'une polyaddition, et qui conduit à la formation d'un réseau.

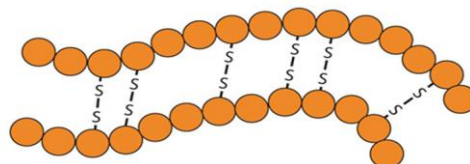


Figure I. 5: Polymère réticulé avec ponts disulfure reliant deux

d) Polymères amorphes et polymères cristallisés (dendritiques)

Les chaînes macromoléculaires peuvent être organisées de façon aléatoire dans l'espace et constituer ainsi une phase amorphe. La phase amorphe est, en théorie équivalente à un liquide figé, sans ordre moléculaire à grande distance. Il existe néanmoins des orientations macromoléculaires préférentielles. Elles peuvent être rangées régulièrement avec la constitution d'un ordre responsable d'une propriété caractéristique de l'état cristallin : l'aptitude du matériau à diffracter les rayons X selon des angles définis. Ces structures peuvent aussi être objectivables en lumière polarisée.

Dans un polymère, les deux états ordonnés et désordonnés peuvent exister dans un même matériau qui est alors de nature semi-cristalline.

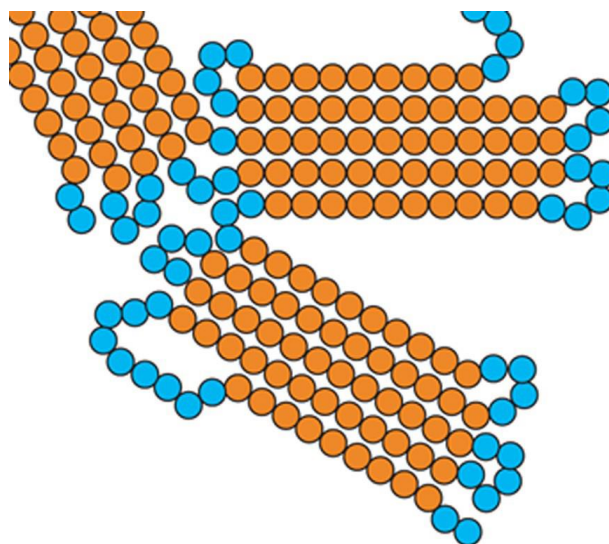


Figure I. 6: Représentation schématique d'un polymère semi-cristallin

I.2.2.3 Classification selon la structure chimique

La structure chimique des motifs permet de classer les composés macromoléculaires en deux classes, les homopolymères et les copolymères.

A Homopolymères

Ce sont des longues chaînes formées par la répétition d'un monomère (*une seule unité*), leurs propriétés mécaniques, écoulement à l'état fondu, optique, sont dues à la structure chimique des monomères et à la longueur des chaînes macromoléculaires. Il existe au sein des homopolymères différentes familles, on trouve : les homopolymères linéaires, branchés et étoilés.

B Copolymères

Ce sont des polymères qui possèdent plusieurs unités, comme pour les homopolymères, les copolymères peuvent se classer dans différentes familles, citons : le mode statistique, alterné, séquencé et greffé.

I.2.2.4 Classification selon le comportement thermique

Les polymères sont souvent classés d'après leurs propriétés thermodynamiques en trois types :

A Thermoplastiques

Ramollissent sous l'effet de la chaleur, ils deviennent souples, malléables et durcissent à nouveau quand on les refroidies. Ces matériaux conservent leurs propriétés et ils sont facilement recyclables.

B Thermodurcissables

Les matières thermodurcissables sont les produits dont la transformation conduit, par une réaction chimique, à des composés macromoléculaires tridimensionnels qui sont des matières thermodurcies ou thermorigides.

C Elastomères

Ces polymères présentent les mêmes qualités élastiques que le caoutchouc, un élastomère au repos est constitué de longues chaînes macromoléculaires repliées sur elles même. Sous l'action d'une contrainte, les molécules peuvent se glisser les unes par rapport aux autres et se déformer.

I.2.3 Applications des polymères

Les polymères sont devenus l'élément essentiel d'un nombre très important d'objets usuels et courants, dans lesquels, ils ont souvent remplacé les substances naturelles. Les cinq familles des polymères les plus utilisées sont [2] :

- Les polychlorures de vinyles (PVC) utilisés comme pièces rigides, tuyauterie, films d'étanchéité ;
- Les polyéthylènes (PE) utilisé comme emballages transparents, pièces rigides ;
- Les polypropylènes (PP) et les polystyrènes (PS) : pièces rigides, fibres ;

- Les polyesters saturés : cosmétiques, revêtements de surface, peintures, vernis, plastifiants pour autres polymères ; et les polyesters insaturés : films, fibres textiles, matériaux composites ;
- les polyuréthanes (PU).

Citons également les élastomères, dont la principale utilisation se trouve dans le domaine des pneumatiques.

I.2.4 Propriétés mécaniques des polymères

I.2.4.1 Elasticité

Comportement réversible sans dissipation d'énergie, c'est-à-dire, l'énergie fournie pour déformer le matériau est totalement restituée au déchargement. On peut considérer une relation contrainte déformation linéaire aux petites déformations. Pour les caoutchoucs et élastomères le comportement élastique peut être non linéaire aux grandes déformations, typiquement au delà de 20 % de déformation.

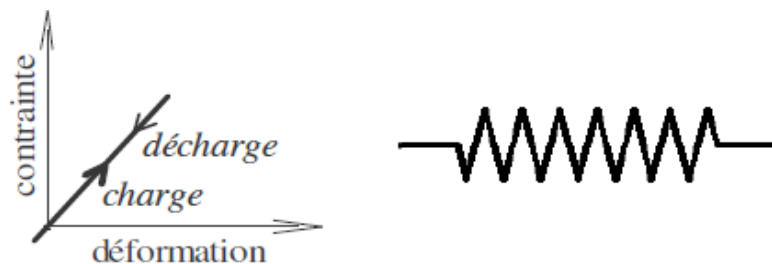


Figure I. 7: Comportement élastique linéaire représenté schématiquement par un ressort

I.2.4.2 Plasticité

Comportement irréversible avec dissipation d'énergie mécanique, ne dépendant pas de la vitesse de sollicitation ou de sa durée d'application. Il y a une déformation résiduelle lorsque la sollicitation mécanique est supprimée.

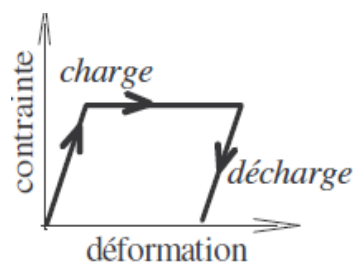


Figure I. 8 : Comportement élastique et plastique parfait

I.2.4.3 Viscosité

Comportement de type fluide avec dissipation d'énergie mécanique. L'application d'une contrainte induit une vitesse de déformation et réciproquement. En d'autres termes, si la déformation imposée ne varie plus au cours du temps, toute contrainte tend à disparaître, avec déformation irréversible.

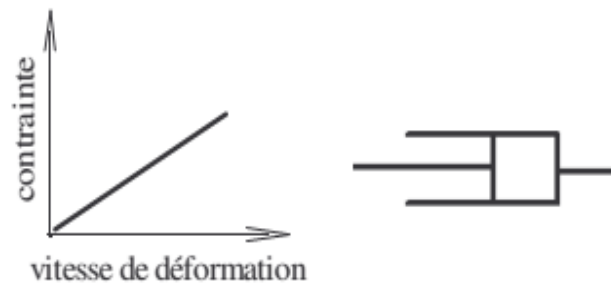


Figure I. 9: Comportement visqueux linéaire représenté schématiquement par un amortisseur

I.2.4.4 Viscoplasticité

Comportement irréversible avec dissipation d'énergie mécanique dépendant de la vitesse de sollicitation ou de sa durée d'application. Il y a une déformation résiduelle lorsque la sollicitation mécanique est supprimée. Cette déformation résiduelle dépend de l'histoire du chargement.

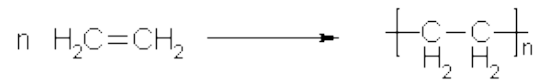
I.2.4.5 Conductivité thermique

La conductivité thermique des polymères est faible, de l'ordre de 0.1 W.m^{-1} , le transport de la chaleur est assuré uniquement par les phonons dans une structure relativement désorganisée, l'énergie de cohésion n'étant pas suffisamment forte. Pour un amorphe, le maximum de conductivité se situe à la température de transition vitreuse. Pour un semi cristalline, on observe une conductivité plus forte de la phase cristalline.

I.3 Polyéthylènes

I.3.1 Définition

Les polyéthylènes sont des polymères *(macromolécules)* qui font partie de la famille des polyoléfines. Ils sont issus de la polymérisation de l'éthylène gazeux :



Les PE (*polyéthylènes*) font partie des thermoplastiques parmi toutes les matières plastiques. C'est-à-dire qu'ils ont des propriétés qui leur confèrent une malléabilité à chaud et une thermoplasticité réversible [2].

I.3.2 Différents procédés de polymérisation

Ils sont de natures différentes selon les modes de polymérisation :

- A partir d'une méthode à haute pression, on obtient un polymère très ramifié (*voir figure I.8*) appelé le polyéthylène basse-densité PEbd ;
- A l'inverse on utilise un procédé à basse pression pour obtenir le polyéthylène haute densité PEhd (*linéaire donc plus compact que le précédent d'où son nom*).

Il existe par ailleurs un autre type de PE, le PEmd (*moyenne densité*), mais c'est en réalité un intermédiaire entre les 2 formes, et n'a pas de caractéristique particulière ou intéressante qui mérite d'être développée. Il semble juste convenable de voir la répartition entre ces différentes formes sur la figure suivantes :

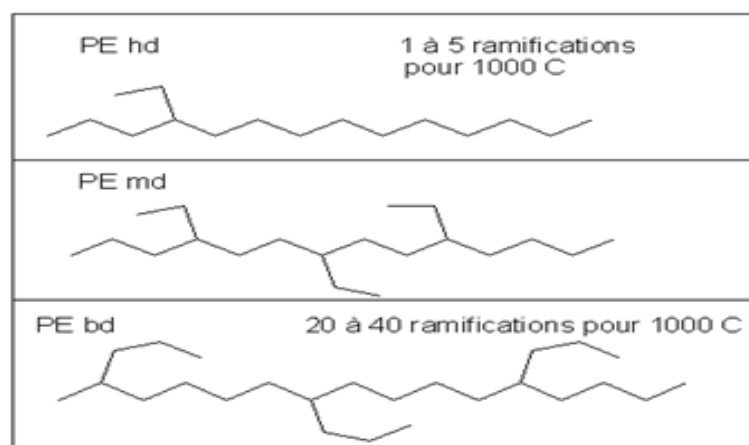


Figure I. 10 : Différents types de polyéthylène

I.3.3 Avantages

On peut citer comme avantages les points suivants :

- ✓ Mise en œuvre aisée ;
- ✓ Excellentes propriétés d'isolation électrique ;
- ✓ Résistance aux chocs ;
- ✓ Grande inertie chimique ;
- ✓ Qualité alimentaire.

I.3.4 Inconvénients

- ✓ Perte du caractère perméable des PE que ce soit à l'eau, mais aussi à l'air et aux hydrocarbures ;
- ✓ Sensibilité aux rayons ultraviolets en présence d'oxygène ;
- ✓ Sensibilité à la fissure sous contrainte ;
- ✓ Mauvaise tenue à la chaleur ;
- ✓ Collage difficile ;
- ✓ Retrait important.

I.3.5 Propriétés mécaniques et thermiques de polyéthylène à basse densité linéaire

Masse volumique	825 [kg/m ³]
Taux de cisaillement	65%-70%
Viscosité de référence	6300 [Pa.s]
Température de référence	433 [K]
Température de fusion	110-120 [C°]
Conductivité thermique	0.335 [W/m.K]

Tableau I. 1 : Caractéristiques physiques du polyéthylène basse densité linéaire [4]

I.3.6 Polyéthylène à basse densité linéaire (PEBDL)

C'est le plus jeune type de tous les PE il ressemble au PEHD (polyéthylène à haute densité) mais possède un taux de cristallinité inférieure en raison de son nombre plus important de ramifications à chaîne courte. Par conséquent, il présente aussi une densité

inférieure (normalement inférieure à 940 kg/m^3). Toutefois, le PE qui présente des densités situées entre 930 et 940 kg/m^3 , est souvent appelé PE MD polyéthylène moyenne densité.

Le PEBDL est utilisé pour fabriquer des produits aussi bien flexibles que souples. De plus il est souvent utilisé dans les mélanges avec un des matériaux indiqué précédemment, afin de fabriquer des films plus fins. Il est aussi employé pour les emballages composée de films à couches multiples. Le PEBDL est très résistant et conserve sa forme originale. Ces propriétés sont utiles pour la fabrication d'objets plus larges comme les garnitures. Pour cette raison nous avons choisie ce type de polymère pour faire nos simulations numériques, afin de comprendre le comportement de ce fluide durant l'écoulement.

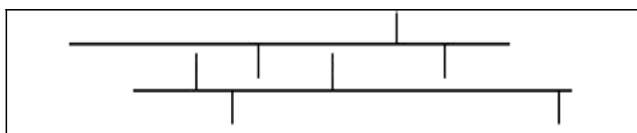


Figure I. 11: Structure moléculaire du PEBDL avec les ramifications à chaîne courte typiques causées par les comonomères spécifiques.

I.3.7 Le polyéthylène dans la vie quotidienne

Le polyéthylène est le polymère le plus fabriqué à l'échelle mondiale et tout individu est en contact avec ce polymère quotidiennement. Au départ, le PE était considéré comme un produit supplémentaire dans le monde des matériaux, bien qu'initialement, il s'était imposé comme isolant pour les câbles électriques. De nos jours, la force du polyéthylène réside dans ses propriétés intrinsèques, dans son utilité largement reconnue et dans son vaste potentiel opérationnel.

Le polyéthylène peut être transformé tant en produits souples et flexibles qu'en produits résistants, durs et robustes. On le trouve dans des objets de toutes dimensions avec une conception simple ou compliquée. Entre autres, il peut aussi être transformé en objets de tous les jours, en emballage, en tuyaux et en jouets. Les produits en polyéthylène remplacent encore les matériaux traditionnels tels que le papier ou les métaux. Le total de ces trois types est utilisé dans plus de 90 % des applications.

I.4 Extrusion

I.4.1 Définition de l'extrusion

L'extrusion des polymères est un des procédés essentiels pour former les matériaux thermoplastiques disponibles en granulés ou en poudre, l'extrusion consiste à convoyer le polymère solide puis à le fondre et à le soumettre à une pression grâce à l'action d'une vis qui tourne à l'intérieur d'un fourreau chauffé (voir figure I.10). Le polymère est ensuite forcé dans une filière d'extrusion puis refroidi, ce qui définit le type d'extrusion.

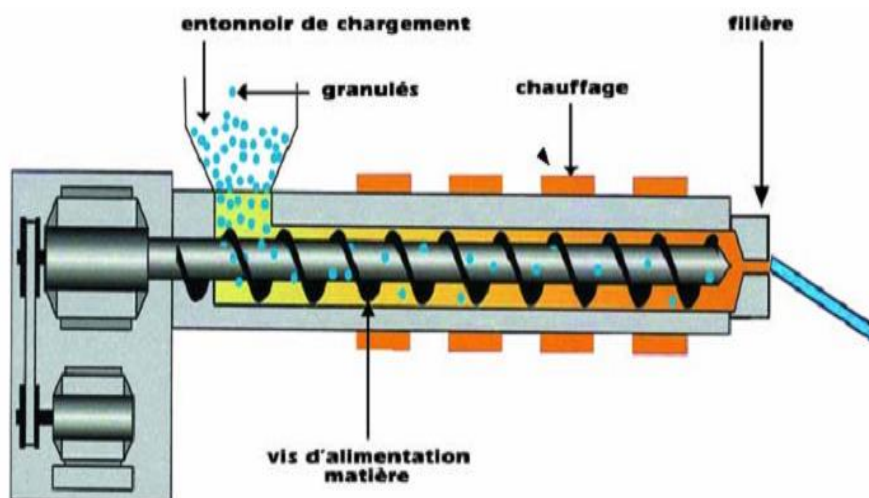


Figure I. 12 : Extrudeuse mono-vis : procédé d'extrusion

I.4.2 Principe de fonctionnement d'une extrudeuse

La principale méthode utilisée consiste à introduire la matière à la partie arrière d'une ou plusieurs vis, qui tournent dans un fourreau chauffé et remplissent la double fonction de malaxer la matière et de la forcer à travers l'outillage (*filière*) [3].

Les machines qui réalisent cette opération sont appelées extrudeuses. L'ancienne appellation "boudineuse" n'est plus utilisée. Le principe de l'extrudeuse était déjà matérialisé par les machines de fabrication des pâtes alimentaires, avant d'en arriver au boudinage du caoutchouc, qui précède de peu l'extrusion des thermoplastiques. Fondamentalement, une extrudeuse comprend une chambre chauffée, généralement horizontale, appelée fourreau, dans laquelle tournent une ou plusieurs vis entraînées par un réducteur motorisé. Ces vis, qui tournent dans une chemise en acier durci avec un jeu intérieur à quelques dixièmes de millimètres, provoquent un mélange, une chaleur de friction et une homogénéisation. Elles forcent la matière à travers des zones de chauffage graduelles, soigneusement contrôlées. À l'entrée du fourreau, située une trémie qui

permet l'alimentation de la machine en matière à extruder. Cette matière peut être amenée réchauffée ou non soit sous forme de granulés, soit sous forme de poudre, préparés à l'avance. À la sortie du fourreau se trouve une tête qui permet le raccordement de la filière.

À la sortie de la filière le profilé obtenu est chaud et déformable. Il doit être maintenu et refroidi pendant sa mise en forme définitive, opérations pour lesquelles des systèmes différents sont utilisés, le profilé est souvent calibré lors de son refroidissement pour assurer le respect des formes et des cotes imposées. Le profilé refroidi est entraîné au moyen d'un dispositif de tirage à vitesse réglable, puis réceptionné en rouleaux ou en longueurs (*après sectionnement*).

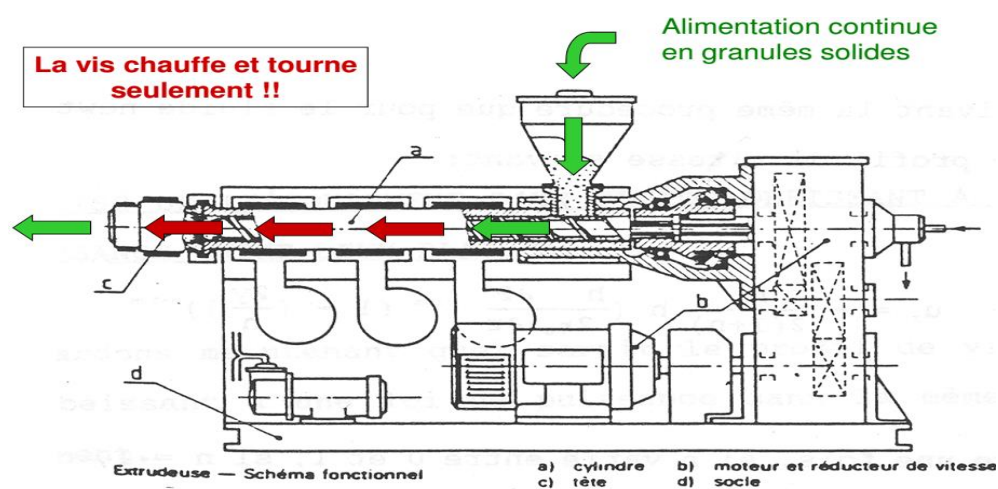


Figure I. 13 : Schéma représente l'opération de l'extrusion

I.4.3 Composition d'une ligne d'extrusion

Les lignes d'extrusion se composent généralement de :

- Une ou plusieurs extrudeuses, mono-vis ou bi-vis ;
- Une filière d'extrusion ;
- Un dispositif de conformation ;
- Un bac de refroidissement ;
- Un banc de tirage ;
- Un banc de découpe ;
- Un banc de réception ou enrouleur.

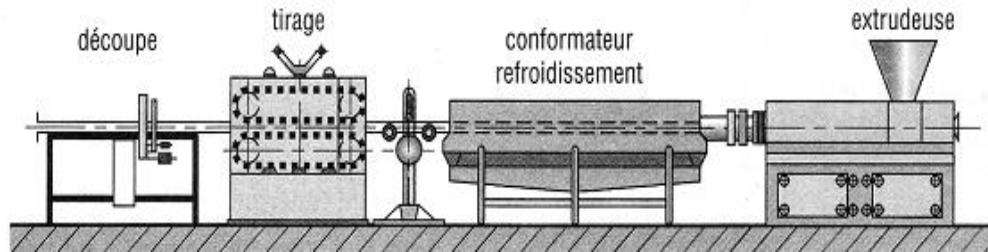


Figure I. 14 : Les Composante d'une ligne d'extrusion.

I.4.4 Avantage de l'extrusion

- Très grande précision ;
- Tolérances élevées ;
- Etats de surface excellents ;
- Permet d'obtenir des pièces aux formes très complexes.

I.4.5 Défauts de l'extrusion

La géométrie de la filière de l'extrudeuse, ainsi que des propriétés des surfaces d'écoulement, produisent des défauts au niveau de la produite. On peut diviser ces défauts en deux parties : les défauts de surfaces et défauts de volumes.

I.4.5.1 Défauts de surfaces

Les défauts de surface peuvent se résumer comme suit :

Extrudant lisse, brillant, transportant ;

Extrudant mat (*surfaces très légèrement rugueuses ou détériorées*) ;

Extrudant rugueux présentant des rides, des craquelures et des fissures plutôt anarchiques, et de très faibles amplitudes. Par exemples, aspect "*peau d'orange*" ;

Défauts de "*peau de requin*" (*sharkskin defect en anglais*) : fissures caractéristiques perpendiculairement à l'écoulement, en générale de petites amplitudes et périodiques, parfois en file de vis.

I.4.5.2 Défauts de volumes

Défaut oscillant (défaut bouchon, défaut d'écoulement oscillatoire, défaut de glissement à la paroi) : la vitesse de sortie de l'extrudant et la perte de charge mesurée en amont de la filière (*dans le réservoir de matière fondu*) sont instationnaires. On observe une succession périodique des deux morphologies

observées lors de l'écoulement aux régimes qui précèdent et suivent cette zone instable, c'est-à-dire en générale les morphologies de peau de requin et ou hélicoïdal ;

défaut hélicoïdal : la vitesse moyenne de sortie de l'extrudant, ainsi que la perte de charge mesurée en amont de la filière, sont en générale stationnaires. L'extrudât forme une hélice ou ondulation dans le volume plutôt régulière (*cette hélice peut être assez dégénérée*). Il peut y avoir, dans certains cas, à partir uniquement de la visualisation des extrudât, une confusion entre un défaut de type de requin très marqué et un défaut hélicoïdal peu marqué ;

Défaut chaotique : à très fort débit, l'écoulement est chaotique et l'extrudât est très perturbé.

I.5 Autres Méthodes de mise en forme

I.5.1 Injection

La matière première sous forme de poudre ou de granulés entre dans un cylindre chauffé au milieu duquel tourne une vis sans fin, qui l'homogénéise. La matière ramollie accumulée devant la vis est poussée dans un moule fermé qui va ensuite s'ouvrir et éjecter la pièce. Cette technique est utilisée pour la fabrication de coupelles, gobelets, jouets, semelles pour chaussures [3], etc

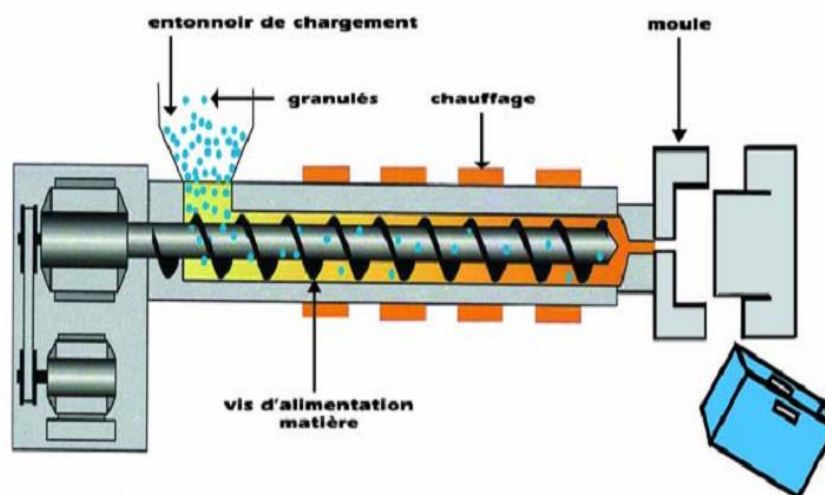


Figure I. 15 : Exemple de procédé d'injection

I.5.2 Extrusion - gonflage

Si, lors de l'extrusion d'un tube, de l'air est insufflé à l'intérieur du tube à hauteur de la filière, le tube plastique se déforme en une bulle aux parois minces. Après refroidissement, le manchon produit en continu est coupé et scellé à distance régulière, pour produire des sacs par exemple.

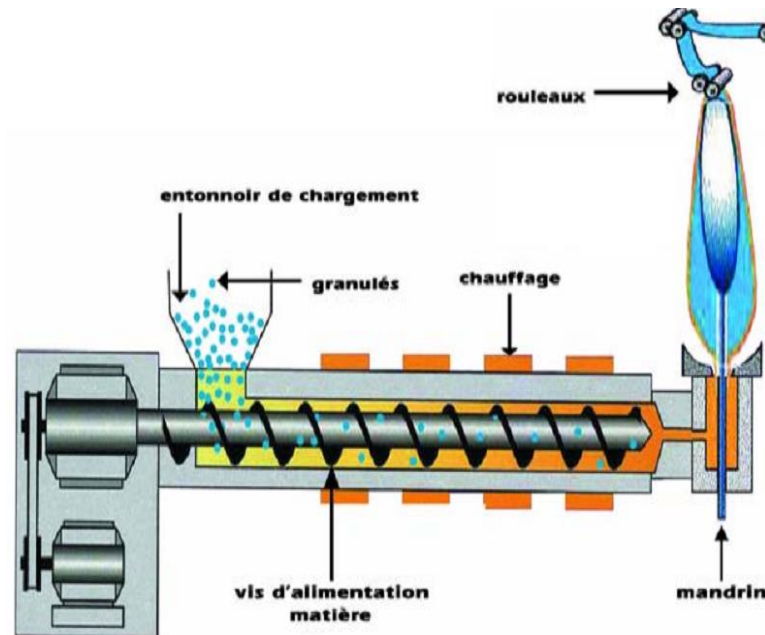


Figure I. 16 : Exemple de procédé d'extrusion-gonflage.

I.5.3 Extrusion - soufflage

Cette technique est généralement utilisée pour la production de flacons et bouteilles opaques (bouteille de lait, flacon de détergent). La première étape consiste à extruder un tube de matière chaude au travers d'un moule ouvert. Ensuite, le moule creux se referme sur une section de ce tube et le coupe. De l'air sous pression est alors insufflé dans le tube encore chaud, lui faisant épouser les parois du moule. Après refroidissement, le moule libère le produit fini, un corps creux.

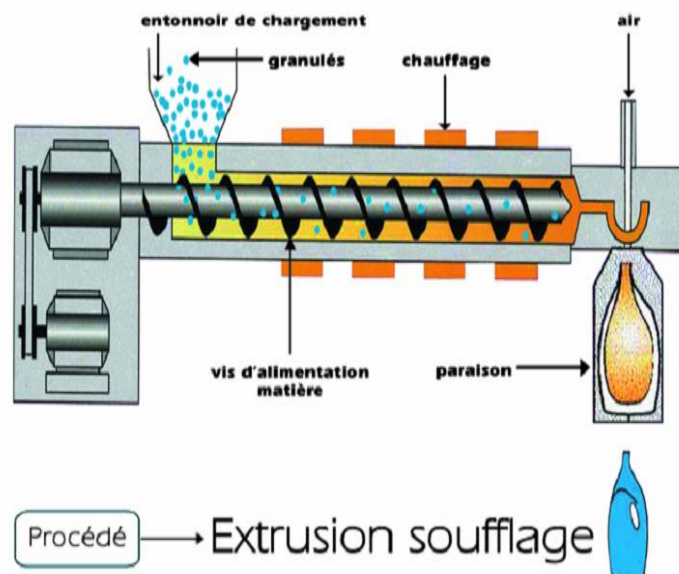


Figure I. 17 : Exemple de procédé d'extrusion-soufflage

I.6 Conclusion

Les polymères, matériaux très indispensables dans le monde industriel, notamment la mise en forme des polymères synthétiques, occupent une place très importante dans notre vie quotidienne. Les exigences du développement rapide de la vie quotidienne à conduit les scientifiques à focaliser leurs efforts sur la recherche des méthodes permettant l'amélioration de la qualité des produits finis.

La qualité des produits finis dépend du contrôle de l'écoulement (comportement mécanique) à la sortie de la filière, autrement dit, de bonnes conditions d'écoulements engendrent un produit de bonne qualité. Pour cette raison nous avons réalisés des simulations numériques sur l'écoulement de polyéthylène basse densité linéaire à travers des conduites à contraction brusque, représentant la forme avale de l'extrudeuse (sortie de l'extrudeuse).

II.1. Introduction

Les écoulements de fluides complexe sont à la fois le sujet de recherches fondamentales intensives et d'enjeux industriels considérable du fait de l'importance des matériaux nouveaux (matières plastiques, fluides agro-alimentaires, huiles additives de polymères,...).

Des procédés comme l'extrusion, le filage, sont le siège de ce type d'écoulements et présentent des phénomènes physiques variés : les instabilités, les recirculations, etc... souvent néfastes pour les critères de qualité et de rendement de l'industrie. Par conséquent, il convient donc de bien connaître les propriétés de ces écoulements et des paramètres physiques qui s'y rattachent : profil de vitesse, profil de température niveaux de contraintes, etc...

Un des buts majeur de cette étude est de réaliser des simulations sur Fluent, logiciel basé sur la méthode des volumes finis, d'écoulements isotherme de fluides newtonien et non newtonien visqueux pur (*loi de Carreau*), à travers une conduite plant à contraction brusque afin d'arriver à maîtrisé le comportement de l'écoulement notamment au niveau de la contraction (*singularité géométrique*).

Ce chapitre est consacré à la description théorique du problème à résoudre ainsi qu'une brève démonstration du code Fluent associée à notre problème traité a été présentée.

II.2. Equations gouvernantes pour les problèmes plant à résoudre

II.2.1. Équation de continuité

Pour un fluide de masse volumique ρ la conservation de la masse s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{V} = 0 \quad (\text{II.1})$$

Dans le cas stationnaire d'un fluide incompressible, l'équation (II.1) devient :

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II.2})$$

L'expression de l'équation continuité pour le cas bidimensionnel plant est :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.3})$$

avec, $\vec{V} = (u(r, z), 0, w(r, z))$ le vecteur vitesse.

∇ : est l'opérateur nabla.

V : le vecteur vitesse.

II.2.2. Équation de quantité de mouvement

L'équation de conservation des quantités de mouvement en forme vectorielle est donnée par l'équation suivante :

$$\nabla \cdot \sigma = F \quad (\text{II.4})$$

$$\text{Ici : } \sigma = \tau - pI$$

et

τ : Le tenseur des extra-contraintes ;

σ : Tenseur des contraintes totales ;

F : Vecteur des forces de volume et d'inertie ;

P : Pression statique.

Pour les écoulements lents les forces d'inertie sont négligées, et avec un fluide newtonien la conservation des quantités de mouvement conduite à l'écriture des équations Navier-Stokes. Si on ignore les forces de volume et d'inertie, on obtient les équations de stokes, où on résout l'équation suivante :

$$-\nabla P + \nabla \cdot \tau = 0 \quad (\text{II.5})$$

La projection de cette équation sur les axes de coordonnées nous donne :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xx} - \partial \tau_{yy}}{x} - \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} - \frac{\tau_{rz}}{r} - \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Avec :

$$\nabla V = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & 0 & \tau_{xz} \\ 0 & \tau_{yy} & 0 \\ \tau_{yz} & 0 & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

II.2.3 Conservation d'énergie

Pour les problèmes d'écoulement non isotherme, l'équation d'énergie devient une équation gouvernante qu'on doit résoudre avec le système d'équations précédent. Cette équation s'écrit comme suit :

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = k_f \nabla^2(T) + \tau : D \quad (\text{II.8})$$

Dans l'équation (II.8) :

$\tau : D$: La trace de la matrice $Mat = \tau \cdot D$;

D : Le tenseur des taux de déformation ;

∇^2 : L'opérateur mathématique Laplacien ;

τ : Le tenseur des extra-contrainte ;

T : Le champ de température ;

C_p : Capacité thermique du fluide ;

k_f : Conductivité thermique.

L'expression de l'équation de conservation d'énergie pour le cas bidimensionnel plant est :

$$\rho C_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + Q \quad (\text{II.9})$$

Avec Q représente la source d'énergie, donnée par la relation suivante :

$$Q = \left[\tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{u}{x} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + \tau_{xz} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \quad (\text{II.10})$$

II.3. Lois de comportement

Les calculs d'écoulements d'un fluide nécessitent la définition d'une loi de comportement pour ce fluide. Pour avoir une relation entre la contrainte et la déformation, nous pouvons utiliser des lois de comportement linéaires, non linéaires, ou intégrales. Le choix d'une loi de comportement est bien évidemment d'une importance capitale. Elle doit être le mieux adaptée à la description de la déformation de ce fluide en fonction des sollicitations qu'il subit durant sont mouvement.

Les contraintes totales au sein d'un fluide ce traduisent mathématiquement comme suit :

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (\text{II.11})$$

Dans laquelle, p désignent une pression isotrope, \mathbf{I} le tenseur unité et $\boldsymbol{\tau}$ le tenseur des extra-contraintes, donné par la loi de comportement du fluide en écoulement. Ce dernier peut contenir des termes liés à la pression isotrope, c'est-à-dire sa trace peut être non nulle.

Dans notre travail, les tenseurs $\boldsymbol{\sigma}$ et $\boldsymbol{\tau}$ sont symétriques. Le modèle rhéologique adopté pour un fluide traduit une relation entre le tenseur des contraintes et les déformations au sein du milieu en écoulement.

II.3.1. Lois de comportement anélastiques

Ces lois sont utilisées pour les fluides qui ne présentent pas le caractère élastique (eau, miel...).

Dans notre étude on a utilisé deux modèles anélastiques (modèle newtonien et le modèle de Carreau).

II.3.1.1. Modèle Newtonien

Le modèle Newtonien représente une relation linéaire entre le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\tau}$ et le tenseur des taux de déformation \mathbf{D} , il faut noter que la viscosité est constante, autrement dit, indépendante de la cinématique de l'écoulement.

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta_0\mathbf{D} \quad (\text{II.12})$$

avec η_0 représente la viscosité dynamique de référence.

II.3.1.2. Modèle Non Newtonien visqueux pur

Ce type de modèle est utilisé pour exprimer le comportement d'une classe de fluides, dont la viscosité est variée en fonction de tenseur des taux de déformation.

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta(\mathbf{D})\mathbf{D} \quad (\text{II.13})$$

Le fluide non-newtonien visqueux pur que nous adopterons dans ce travail est de type rhéofluidifiant, c'est-à-dire que la viscosité η est exprimée comme une fonction décroissante du deuxième invariant du tenseur \mathbf{D} . Il correspond à un modèle de viscosité à loi de Carreau.

II.3.1.3. Fluides à loi de Carreau

Ces fluides correspondent à la loi de viscosité suivante :

$$\mu\left(\dot{\gamma}\right) = \mu_{\infty} + (\mu_0 - \mu_{\infty}) \cdot \left(1 + \left(\lambda \cdot \dot{\gamma}\right)^2\right)^{\frac{(n-1)}{2}} \quad (\text{II.14})$$

Dans cette équation :

η_0 et η_{∞} désignent respectivement les viscosités dynamiques à vitesse de cisaillement nulle et infinie, n l'indice de la loi en puissance, λ un paramètre matériel de temps (constant) et $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement apparent.

- $\mu\left(\dot{\gamma}\right)$: désigne la viscosité dynamique en $[Pa \cdot s]$ pour un taux de cisaillement donné $80 \leq \dot{\gamma} \leq 1000$ Ce dernier sont unité est $[S^{-1}]$, il dépend du champ de vitesse ;

- $\mu_{\infty} = 0$ $[Pa \cdot s]$: Viscosité dynamique à taux de cisaillement infini ;

- $\mu_0 = 6300$ $[Pa \cdot s]$: Viscosité dynamique à taux de cisailment nul (pas de mouvement) ;

$\lambda = 0.59$, $n = 0.42$: représentent les constantes de la loi de Carreau

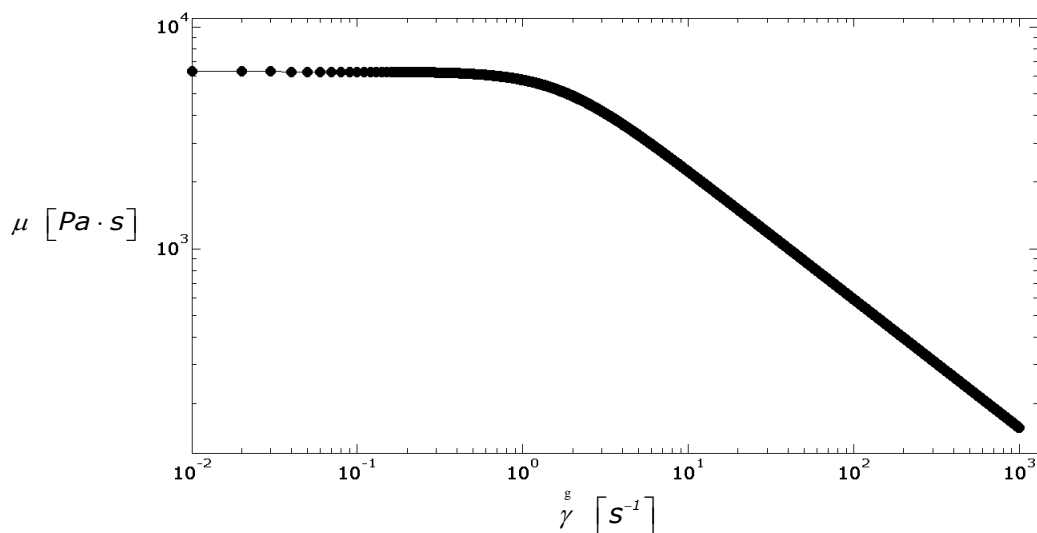


Figure II. 1 : Evolution de la viscosité dynamique en fonction du taux de cisailment
(Prédiction de la loi de Carreau pour le PEBD à $T_0 = 433$ K [4])

II.3.1.3. Fluides à loi de la de puissance

Le modèle de la loi de puissance est inventé par Ostward et Waele [4], elle est donnée par :

$$\mu \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right) = m \dot{\gamma}_0^{n-1} \dot{\gamma} \quad (\text{II.15})$$

Où, $m [N \cdot s^n \cdot m^{-2}]$ représente la consistance et n constante de la loi de puissance.

Pour le PEBD à $T_0 = 433 \text{ K}$ et $100 \leq \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \leq 4000$ on a $m = 9360 [N \cdot s^n \cdot m^{-2}]$, $n = 0.42$ et $\mu_0 = 6300 [Pa \cdot s]$

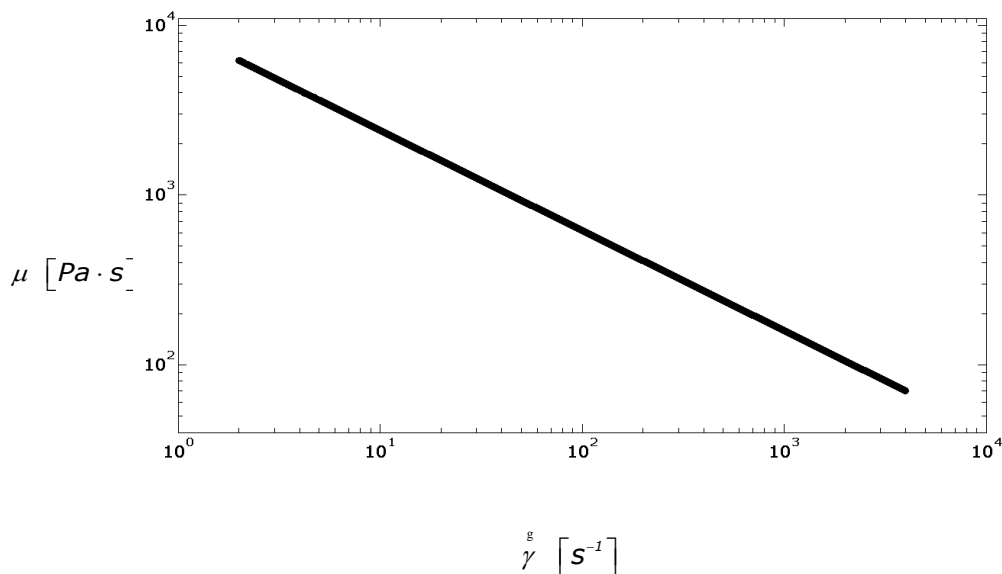


Figure II. 2: Evolution de la viscosité dynamique en fonction du taux de cisaillement

(Prédiction de la loi de Puissance pour le PEBD à $T_0 = 433 \text{ K}$ Réf. [4])

II.4 Simulations numériques d'écoulements de fluides non newtoniens

Des avancées significatives ont été faites ces dernières années dans le domaine de la simulation numérique en rhéologie, particulièrement depuis 1987. L'évolution est liée à la mise au point de techniques numériques de mieux en mieux adaptées aux situations d'écoulement et aux possibilités croissantes des moyennes informatiques, concernant les vitesses de calcul des processeurs et les capacités de stockage des données.

Dans le cas de problèmes newtoniens isothermes et avec les formulations classiques de type vitesse-pression, la considération des deux premières lois de conservation (*masse et quantité de mouvement*) est suffisante, quand les forces d'inertie sont négligées, ce qui correspond à des écoulement à faible nombre Reynolds, du fait qu'il s'agit de matériaux à viscosité importante, le système des équations discrétisées est linéaire et les propriétés matricielles conduisent à un système inconditionnellement stable.

Pour les matériaux à caractère non newtonien, les opérateurs définis dans les lois de comportement amènent à résoudre un système d'équations non linéaire, qui nécessitent des procédures adaptées. Au cours des dernières décennies, les chercheurs ont proposé des schémas robustes et efficaces pour la résolution des équations gouvernantes des problèmes physiques, notamment à configuration complexe. Ces problèmes concernent principalement :

- Les configurations géométriques à angles saillant du type de contraction brusques bi- et tridimensionnelles, qui comportent des singularités influant fortement la cinématique (*trajectoires, zone des recirculations*), la pression et les contraintes ;
- Les instabilités d'écoulement, avec transition vers des écoulements instationnaires.

A ces problèmes peut être également associée la prise en compte de l'effet thermique, ce qui rend plus difficile la stabilité de procédure de résolution globale.

$$\frac{\partial(\tau_{xz} \text{ ou } \tau_{rz})}{\partial z} = 0 \quad (\text{CLE})$$

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la formulation mathématique de nos problèmes traités dans ce modeste travail. La formulation traduit mathématiquement l'écoulement isotherme et non isotherme de polyéthylène à travers une conduite plane.

III.1. Introduction

La discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement de n'importe quel fluide est l'opération de transformer ces équations (*généralement différentielles*) en un système d'équations algébriques. Afin de résoudre ce dernier en utilisant les moyens de l'analyse numérique.

Plusieurs méthodes de discrétisation sont utilisées actuellement, telle que la méthode des différences finis, la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis.

Dans ce travail on a choisie la méthode des volumes finis pour résoudre numériquement l'écoulement isotherme et non isotherme du fluide de Carreau au sein des conduites bi et tridimensionnelles.

III.2. Domaine d'étude

III.2.1 Géométrie du domaine d'étude

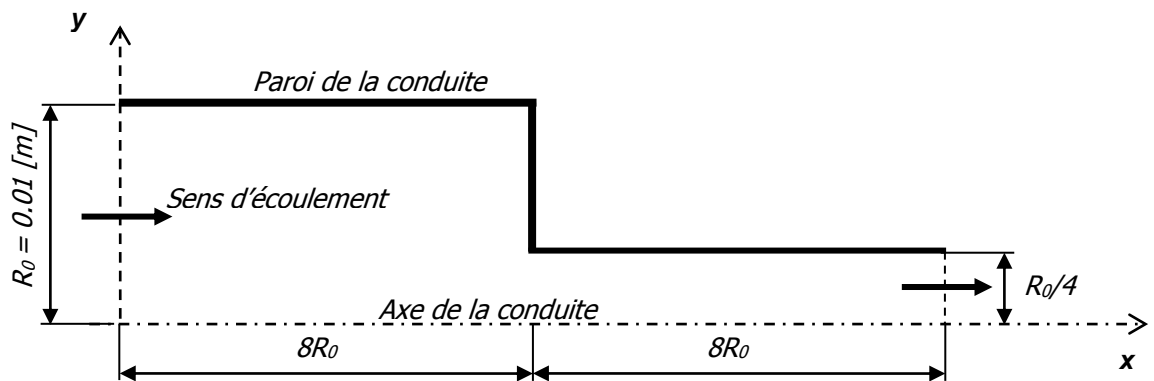


Figure III. 1 : Géométrie du domaine d'étude 2D (conduite plane)

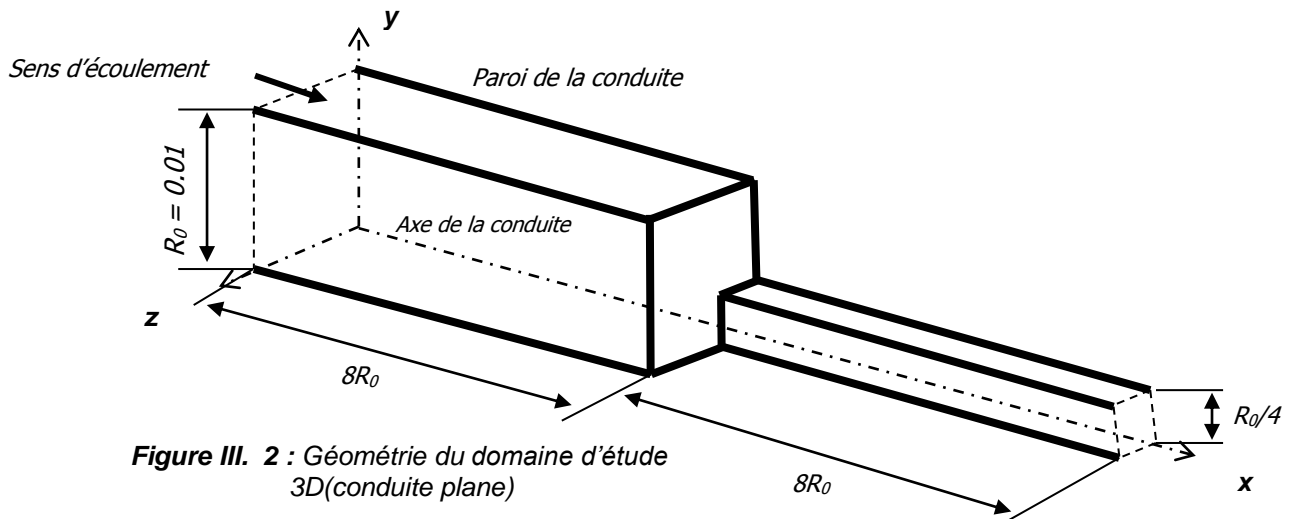
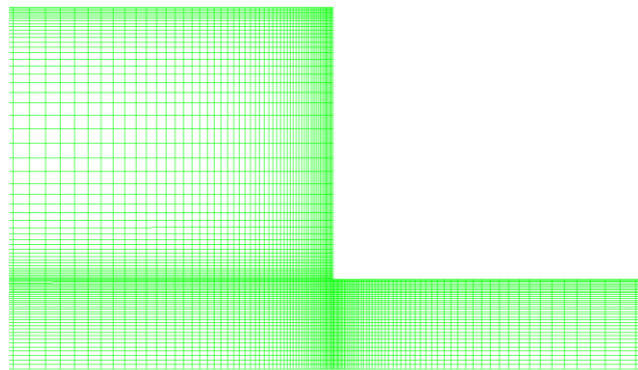
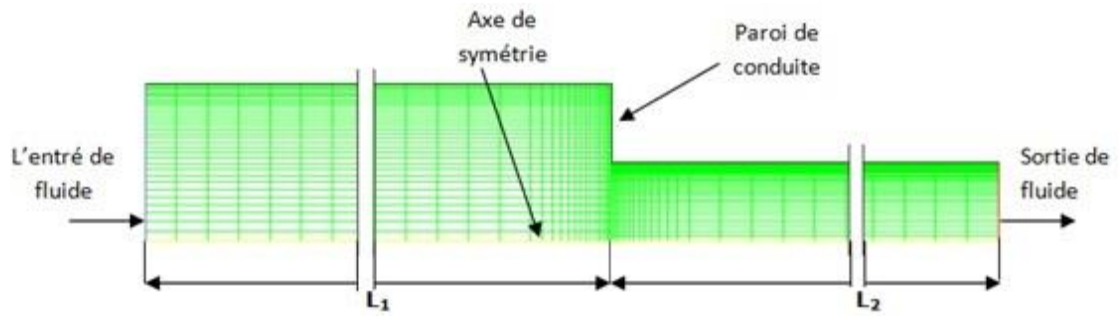
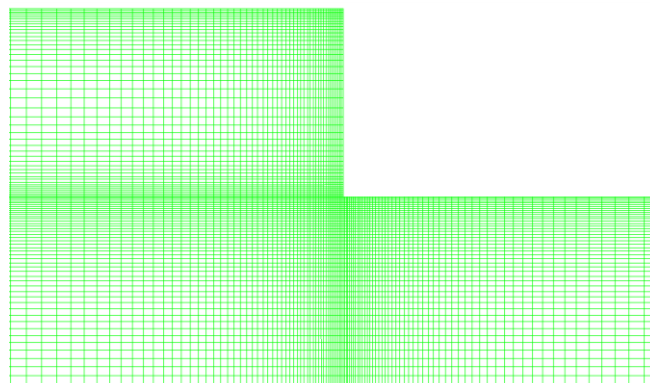


Figure III. 2 : Géométrie du domaine d'étude 3D (conduite plane)

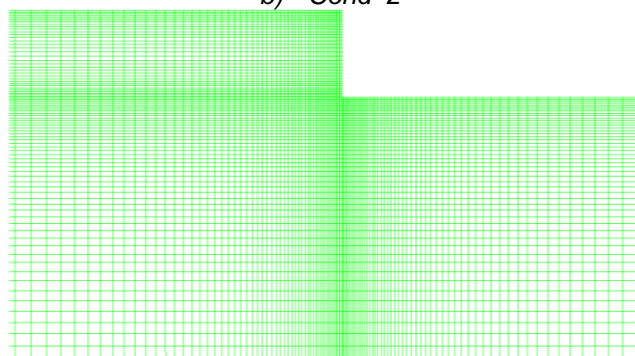
III.2.2 Maillage du domaine d'étude



a) Cond 1



b) Cond 2



c) Cond 3

Figure III. 3: Maillage 2D adopté pour la simulation

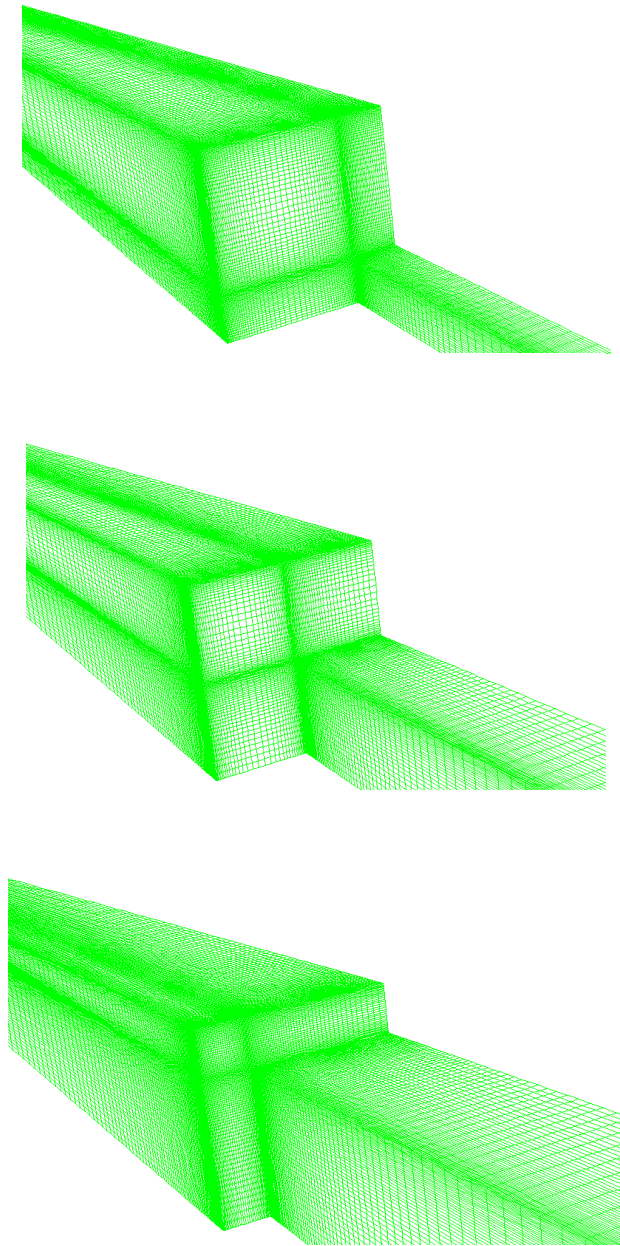


Figure III. 4 : Maillage 3D adopté pour la simulation

La figure III.3 et La figure III.4, représente une vue globale du maillage adopté pour les simulations présentées dans ce travail. Comme nous le montre la figure, le raffinement du maillage est effectué dans les zones où les gradients des vitesses sont importants. Cette technique à pour but d'assurer une bonne précision des résultats. Notez bien que le maillage, pour le cas d'écoulements newtonien et non newtonien visqueux pur est effectué par le logiciel commercial Gambit. Par contre, pour le problème viscoélastique, un code écrit en Matlab qui occupe du maillage.

III.3 Forme générale de l'équation de conservation

Soit Φ une quantité spécifique quelconque (énergie par unité de masse, vitesse par unité de masse, ...etc.). Supposons que cette quantité traversant un volume de contrôle V_C de taille $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ suivant les axes ox, oy, oz respectivement (voir figure III.1).

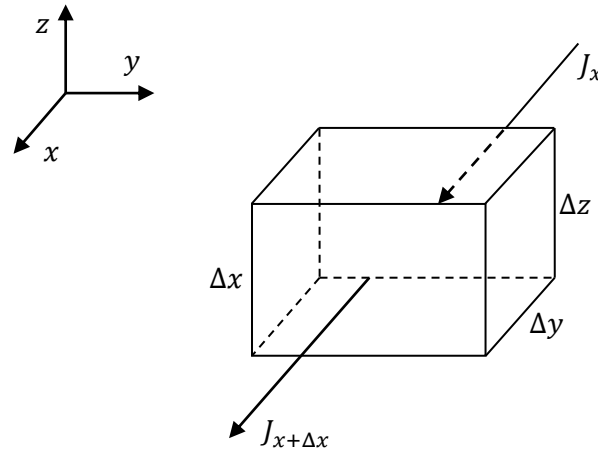


Figure III. 5 : Flux par unité de surface et de temps de la quantité Φ traversant le volume de contrôle ΔV suivant la direction x .

L'accumulation de Φ au sein du volume de contrôle, pendant un temps Δt , peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Accumulation de } \Phi \text{ dans } V_C \text{ pendant } \Delta t = & \\ & \text{Le flux net de } \Phi \text{ dans } V_C + \\ & \text{La génération de } \Phi \text{ au sein du } V_C \quad (\text{III.1}) \end{aligned}$$

Dans ce qui suit, on donne l'expression mathématique de chaque terme de l'équation (I.1). Autrement dit, donner à l'équation (III.1) son expression mathématique.

➤ Accumulation de Φ

L'accumulation de Φ dans le volume de contrôle V_C au cours du temps Δt est donnée par :

$$(\rho\Phi\Delta V)_{t+\Delta t} - (\rho\Phi\Delta V)_t \quad (\text{III.2})$$

avec ρ désigne la masse volumique du fluide, ΔV la taille du volume de contrôle V_C ($\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$) et t le temps.

➤ **Flux net de Φ dans V_C**

Soit J_x la densité de flux de Φ ($J_x = [\rho \Delta V \Phi] / [\Delta y \Delta z \Delta t]$, quantité de Φ par unité de temps et de surface) entrant dans le volume de contrôle V_C par la face $\Delta y \Delta z$ à x . $J_{x+\Delta x}$ la densité de flux sortant de V_C par la face $\Delta y \Delta z$ à $x + \Delta x$. Des flux similaires existes dans les directions y et z .

Le flux net de Φ dans le volume de contrôle V_C durant le temps Δt peut traduire mathématiquement par :

$$(J_x - J_{x+\Delta x})\Delta y \Delta z \Delta t + (J_y - J_{y+\Delta y})\Delta x \Delta z \Delta t + (J_z - J_{z+\Delta z})\Delta x \Delta y \Delta t \quad (\text{III.3})$$

Pour un écoulement de fluide newtonien, le transport de la quantité Φ se réalise, dans la plupart des cas, par advection et diffusion. Autrement dit, un transport mixte. Le transport dominant se mesure par rapport à l'intensité du champ de vitesse.

La densité de flux transportée par advection, suivant la direction x , s'écrit comme :

$$J_{x-adv} = \rho u \Phi \quad (\text{III.4})$$

où, ρu représente la densité de flux massique traversant la face $\Delta y \Delta z$ du V_C à x , et u la composante, suivant la direction x , du champ de vitesse \mathbf{V} donnée par :

$$\mathbf{V} = ui + vj + wk \quad (\text{III.5})$$

de plus, la densité diffusive est donnée par :

$$J_{x-diff} = -\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (\text{III.6})$$

ici, Γ est la conductance diffusive, elle est exprimée en thermique, à titre d'exemple, par k/c_p .

De (I.4) et (I.6), on peut écrire :

$$\begin{cases} J_x = (\rho u \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_x \\ J_{x+\Delta x} = (\rho u \Phi - \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x})_{x+\Delta x} \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

➤ **Génération net de Φ dans V_c**

La génération net de Φ dans le volume de contrôle V_c pendant Δt est donnée par :

$$\psi \Delta V \Delta t \quad (\text{III.8})$$

avec ψ , désigne la génération du flux de Φ par unité de volume.

de (III.2), (III.3) et (III.8), l'équation (III.1) devient :

$$\begin{aligned} (\rho \Phi \Delta V)_{t+\Delta t} - (\rho \Phi \Delta V)_t &= (J_x - J_{x+\Delta x}) \Delta y \Delta z \Delta t + (J_y - J_{y+\Delta y}) \Delta x \Delta z \Delta t + \\ &+ (J_z - J_{z+\Delta z}) \Delta x \Delta y \Delta t + \psi \Delta V \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

On divise l'équation (III.9) par $\Delta V \Delta t$, on obtient :

$$\frac{(\rho \Phi)_{t+\Delta t} - (\rho \Phi)_t}{\Delta t} = \frac{(J_x - J_{x+\Delta x})}{\Delta x} + \frac{(J_y - J_{y+\Delta y})}{\Delta y} + \frac{(J_z - J_{z+\Delta z})}{\Delta z} + \psi \quad (\text{III.10})$$

Supposant que Δx , Δy , Δz et Δt tends vers 0. L'équation (III.10) devient :

$$\frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} = -\frac{\partial J_x}{\partial x} - \frac{\partial J_y}{\partial y} - \frac{\partial J_z}{\partial z} + \psi \quad (\text{III.11})$$

ou bien :

$$\frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \Phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \Phi)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \Phi)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \Psi \quad (\text{III.12})$$

Finalement, la forme vectorielle de l'équation (III.12) s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial(\rho \Phi)}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} \Phi = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \Phi) + \Psi \quad (\text{III.13})$$

l'équation (III.13) représente la forme conservative de l'équation de transport.

Les équations gouvernantes des phénomènes de transport (quantité de mouvement, énergie, masse, ...etc.) peuvent se mettre sous la forme de l'équation (III.13). Dans ce qui suit, nous présenterons la forme différentielle des équations de conservation.

III.4 Méthodes des volumes finis

III.4.1 Définition

La méthode de volume finis est caractérisée par son avantage de satisfaire la conservation de masse, de quantité de mouvement dans tous les volumes finis et ainsi dans tout le domaine de calcul. Elle facilite la linéarisation non linéaire dans les équations de conservation telle que le terme source par exemple. La méthode consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, ou chaque volume entoure un nœud. En utilisant différents schémas d'approximations on peut intégrer les termes des équations différentielles modélisâtes sur chaque volume de contrôle, ou les valeurs et les quantités sont stockées aux nœuds de volume de contrôle.

Ces équations algébriques produites expriment la conservation des quantités pour le volume de contrôle et pour tout le domaine de calcul.

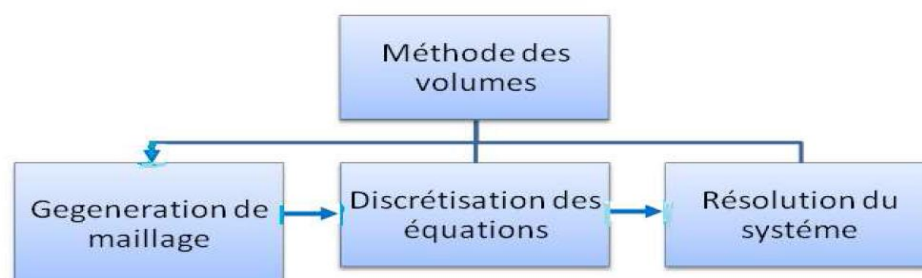
III.4.2 Principe de la méthode

La méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation des lois de conservation. Une loi de conservation exprime la conservation d'une quantité $q(x, t)$, qui peut être une énergie, une masse....etc. [5]

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \text{div } \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$$

Avec : $d = 1, 2$ ou 3

\mathbf{F} : la quantité de flux qui exprime un mécanisme de transport de q . le terme desource exprime un échange volumique possible due par exemple aux réactions chimiques entre les quantités conservation.[5]



III.4.3 Maillage:

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont l'intersection représente un nœud, ou on trouve les composantes u et v de la vectrice vitesse qui se trouve au milieu des segments reliant deux nœuds adjacents.

La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de points.

Les grandeurs scalaires pression, température, sont stockées dans le nœud P du maillage, tandis que grandeurs vectorielles u et v sont stockées aux milieux des segments reliant les nœuds.

L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associée aux variables scalaires et les équations de quantités de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle associée aux composants de vitesses.

Le volume de contrôle de la composante longitudinale u est décalé suivant la direction x par rapport au volume de contrôle principale, celui de la composante transversale v est décalé suivant la direction de y .

Ce type de maillage est dit maillage décalé permet une bonne approximation des flux convectifs est une meilleure évaluation de des gradients de pression ainsi une stabilisation numérique de la solution. [6]

III.4.4 La discrétisation:

Les équations de conservation présentées au chapitre précédent peuvent être écrites sous une forme commune, cette formulation permet de ne pas réitérer le travail de discrétisation pour chaque équation.

Si on note ϕ la variable étudiée, chacun des équations peut être réduite à une seule équation générale selon la forme :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{T} + \frac{\sum \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \phi)}{C} = \frac{\sum \frac{\partial}{\partial x_i}(\Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i})}{D} + \frac{S_\phi}{S} \quad (\text{III.14})$$

Avec :

T : terme transitoire.

C : terme de convection.

D : terme de diffusion.

S : terme source.

Nous venons de voir que, pour chaque variable ϕ , l'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire, bidimensionnel :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S_\phi \quad (III.15)$$

Le tableau ci-dessous représente les différentes valeurs de la variable ϕ et ses coefficients pour chaque équation de conservation.

Equations	Variable ϕ	Coefficient de diffusion Γ	Terme de source S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant x	U	u	$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} - g\beta(\theta - \theta_0)$
Quantité de mouvement suivant y	U	u	$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial y}$
Energie	Θ	α	0

Tableau III. 1 : Différents termes de l'équation de transport

L'équation (III.15) est discrétisée selon la technique des volumes finis et le système d'équations retenu est résolu pour chaque valeur successive de ϕ .

En intégrant l'équation (III.15) sur un volume de contrôle, nous obtenons l'équation suivante:

$$\int \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) \right] dV = \int \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) \right] dV + \int S_\phi dV \quad (III.16)$$

$$\int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) \right] dx dy = \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) \right] dx dy + \int_s^n \int_w^e s_\phi dx dy \quad (III.17)$$

$$\int_s^n [(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w] dx + \int_w^e [(\rho v\phi)_n - (\rho v\phi)_s] dy = \int_s^n \left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_e - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_w \right] dy + \int_s^n \left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_n - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_s \right] dx + \int_s^n \int_w^e s_\phi dx dy \quad (III.18)$$

L'équation (III.16) s'écrit encore sous la forme :

$$\int_s^n \left[(\rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_e - (\rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_w \right] dy + \int_w^e \left[(\rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_n - (\rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_s \right] dx = \int_s^n \int_w^e s_\phi dx dy \quad (\text{III.19})$$

Cette équation décrit l'équilibre entre les flux convectifs et diffusifs entrants et sortants à travers les faces du volume de contrôle, ainsi que les termes sources qui se trouvent dans ce volume. L'intégration de l'équation (III.19) donne :

$$\left[(\rho u)_e \phi_e - \Gamma_\phi^e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \right] \Delta y - \left[(\rho u)_w \phi_w - \Gamma_\phi^w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[(\rho v)_n \phi_n - \Gamma_\phi^n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \right] \Delta x - \left[(\rho v)_s \phi_s - \Gamma_\phi^s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = \int_s^n \int_w^e s_\phi dx dy \quad (\text{III.20})$$

Pour évaluer $(\rho u)_e$, $(\rho u)_w$, $(\rho v)_n$, $(\rho v)_s$, nous choisissons une interpolation entre les nœuds voisins, nous obtenons :

$$\begin{cases} (\rho u)_e = \rho_e \frac{u_P + u_E}{2} \\ (\rho u)_w = \rho_w \frac{u_W + u_P}{2} \\ (\rho v)_n = \rho_n \frac{v_P + v_N}{2} \\ (\rho v)_s = \rho_s \frac{v_S + v_N}{2} \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

De même pour les gradient : $(\frac{\partial \phi}{\partial x})_e$; $(\frac{\partial \phi}{\partial x})_w$; $(\frac{\partial \phi}{\partial y})_n$; $(\frac{\partial \phi}{\partial y})_s$; , une interpolation linéaire nous donne :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} \\ \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s = \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Le problème majeur est d'approximer les valeurs des fonctions e , w , n et s aux interfaces des volumes de contrôle par rapport aux nœuds du maillage. Différents schémas sont disponibles dans la littérature : amont (upwind), hybride, loi de puissance, QUICK...etc.

Dans notre étude, nous avons choisi le schéma à loi de puissance (Power Law) à cause de sa stabilité, surtout dans les écoulements de convection naturelle.

La relation (III.20), en tenant compte des relations (III.21) et (III.22) devient :

$$\begin{aligned}
& \rho_e \frac{\mu_p + \mu_E}{2} \phi_e \Delta y - \Gamma_\phi^e \frac{\phi_E + \phi_P}{\delta x_e} \Delta y - \rho_w \frac{\mu_w + \mu_p}{2} \phi_w \Delta y + \Gamma_\phi^w \frac{\phi_p + \phi_W}{\delta x_e} \Delta y + \\
& \quad \rho_n \frac{u_p + u_N}{2} \phi_n \Delta x - \Gamma_\phi^n \frac{\phi_N + \phi_P}{\delta y_n} \Delta x - \rho_s \frac{u_s + u_p}{2} \phi_s \Delta x - \Gamma_\phi^s \frac{\phi_p + \phi_S}{\delta y_e} \Delta x \\
& = \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \tag{III.23}
\end{aligned}$$

L'intégration du terme source sur tout le volume de contrôle s'effectue comme suit :

$$\int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy = \int_s^n \left[\int_w^e S_\phi dx \right] dy = \bar{S}_\phi \Delta x \Delta y \tag{III.24}$$

Où \bar{S}_ϕ est la valeur moyenne du terme source sur le volume de contrôle.

Quand le terme source dépend de la variable dépendante, cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires. La linéarisation est l'évolution de la valeur moyenne de S_ϕ , qui peut être en fonction de la variable dépendante, sa valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles valeurs des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, on écrit :

$$\bar{S}_\phi = S_c + S_P \phi_P \tag{III.25}$$

Où S_c est la partie constante, qui ne dépend pas explicitement de ϕ et S_P est la pente de S_ϕ .

Il est nécessaire que le coefficient S_P soit négatif pour que la solution soit numériquement stable et la convergence soit plus rapide.

Donc, l'équation (III.10) s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
& \rho_e \frac{\mu_p + \mu_E}{2} \phi_e \Delta y - \Gamma_\phi^e \frac{\phi_E + \phi_P}{\delta x_e} \Delta y - \rho_w \frac{\mu_w + \mu_p}{2} \phi_w \Delta y + \Gamma_\phi^w \frac{\phi_p + \phi_W}{\delta x_e} \Delta y + \\
& \quad \rho_n \frac{u_p + u_N}{2} \phi_n \Delta x - \Gamma_\phi^n \frac{\phi_N + \phi_P}{\delta y_n} \Delta x - \rho_s \frac{u_s + u_p}{2} \phi_s \Delta x - \Gamma_\phi^s \frac{\phi_p + \phi_S}{\delta y_e} \Delta x = \\
& \quad S_c + S_P \phi_P \tag{III.26}
\end{aligned}$$

Finalement, on obtient une équation discrétisée pour la variable ϕ sous la forme générale suivante:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III.27})$$

$$\text{Où: } a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + S_p \Delta x \Delta y \quad (\text{III.28})$$

$$\text{Et: } b = S_C \Delta x \Delta y$$

Avec :

$$a_E = D_e (|P_e| + \text{MAX}(-F_e, 0))$$

$$a_N = D_n (|P_n| + \text{MAX}(-F_n, 0)) \quad (\text{III.29})$$

$$a_W = D_w (|P_w| + \text{MAX}(-F_w, 0))$$

$$a_S = D_s (|P_s| + \text{MAX}(-F_s, 0))$$

Dans les équations (III.29), P désigne le nombre de Péclet, qui caractérise le rapport entre les flux convectif et diffusif, où :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}; P_w = \frac{F_w}{D_w}; P_n = \frac{F_n}{D_n}; P_s = \frac{F_s}{D_s} \quad (\text{III.30})$$

Pour le schéma à loi de puissance s'écrit comme suit :

$$A(|P|) = \text{MAX}(0, (1 - 0.1 |P|)^5) \quad (\text{III.31})$$

Les coefficients de l'équation (III.27) contiennent une combinaison entre les flux convectif F et diffusif D aux interfaces des volumes de contrôle. Les valeurs de F et D pour chaque interface e, w, n et s du volume de contrôle sont données par les relations suivantes :

$$F_e = (\rho\mu)_e \Delta y$$

$$F_w = (\rho\mu)_w \Delta y \quad (\text{III.32})$$

$$F_n = (\rho\mu)_n \Delta x$$

$$F_s = (\rho\mu)_s \Delta x$$

$$\text{Et } \begin{cases} D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\delta x_e} \\ D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\delta x_w} \\ D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\delta y_n} \\ D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\delta y_s} \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

L'équation résultant des étapes précédentes est mise sous la forme condensée suivante :

$$a_P \phi_P = \sum a_{nV} \phi_{nV} + b \quad (\text{III.33})$$

Où le terme de sommation indique tous les nœuds voisins au nœud central P.

Noter bien que l'équation (III.33) est applicable seulement pour les volumes de contrôle, dont les faces sont indépendantes des limites du domaine d'étude. Dans le cas contraire, on a besoin des conditions aux limites pour écrire ces équations. Pour le travail réalisé ici on a utilisé les conditions aux limites mentionnées en figure III.6 {

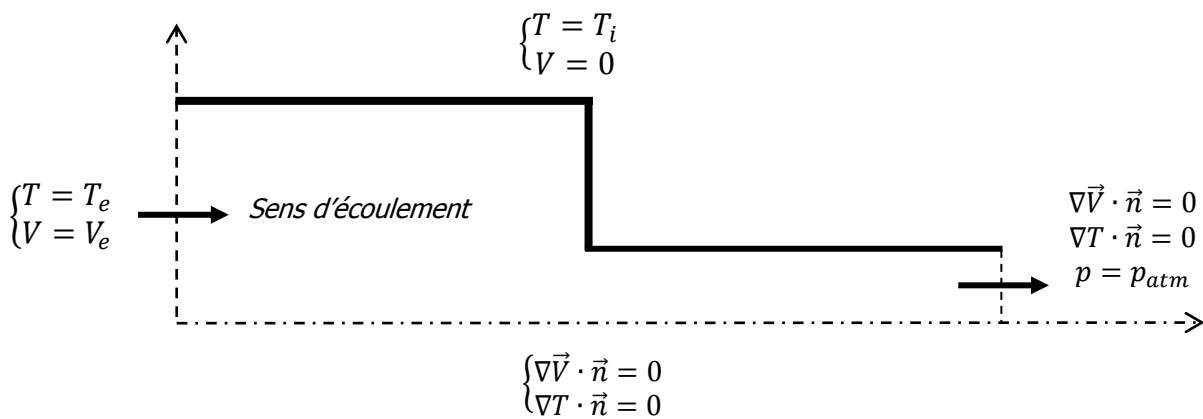


Figure III.6 : Condition aux limites adoptée pour le calcul bidimensionnel

III.5 système d'équations algébriques à résoudre :

Le résultat de la discrétisation des équations de conservation est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en N mailles selon x et en M mailles selon y , on aura un système de $N \times M$ équations algébriques non linéaires pour chaque variable considérée. Rappelons que les variables, dans notre problème sont la température T et les deux composantes de la vitesse u et v . Un problème subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équations donnant directement le champ de pression, pour cette raison, il faut faire appel à une méthode itérative.

La pression est indirectement spécifiée par l'équation de continuité. Le champ de pression correct est le champ qui, lorsqu'il est introduit dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement a un champ de vitesse associé, qui satisfait l'équation de continuité.

Toutes les trois équations (continuité et Navier-Stokes) sont couplées parce que chaque composante de la vitesse est présente dans toutes les équations. Comme le champ de pression est une partie de la solution globale du problème, le gradient de pression n'est pas connu.

Si l'écoulement est incompressible comme le présent cas, alors la densité est constante et elle n'est pas liée à la pression. Dans ce cas, le couplage entre la pression et la vitesse introduit une contrainte sur la solution du champ d'écoulement : si le champ de pression correct est introduit dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, le champ de vitesse qui en résulte vérifie l'équation de continuité.

De ce fait, le problème sera surmonté par l'utilisation d'une procédure itérative, comme l'algorithme de Patankar et Spalding, appelé l'algorithme SIMPLE. Dans cet algorithme, le flux convectif par l'unité de masse, F , à travers les interfaces du volume de contrôle est évalué à partir d'un champ de vitesse estimé.

III.6 Algorithme SIMPLE

L'algorithme SIMPLE, . C'est une procédure itérative pour calculer la pression, en utilisant le maillage décalé [7].

La discrétisation de l'équation de transport sur le volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes. Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir effectuer l'interpolation). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes, du

fait qu'une répartition de pression ou de vitesse est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés, on préfère utiliser des grilles décalées, l'une vers la droite et l'autre vers le haut pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

La discrétisation des équations de quantité de mouvement sur les deux grilles donnent respectivement :

$$\begin{cases} a_e u_e = a_{ee} u_{ee} + a_w u_w + a_{ne} u_{ne} + a_{se} u_{se} + b_u + (P_P - P_E) A_e \\ a_n v_n = a_{nn} v_{nn} + a_s v_s + a_{ne} v_{ne} + a_{nw} v_{nw} + b_v + (P_P - P_E) A_e \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

Les surfaces et de sorte que représente la force de pression sur le volume de contrôle de la vitesse u , alors que (b_u, b_v) contiennent tous les termes sources de l'équation.

Ceci s'écrit aussi sous la forme condensée classique suivante:

$$\begin{cases} a_e u_e = \sum a_{voisins} u_{voisins} + (P_P - P_N) A_e + b_u \\ a_n v_n = \sum a_{voisins} v_{voisins} + (P_P - P_N) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

Le principe de l'algorithme SIMPLE consiste à partir d'un champ de pression estimé au départ ou à l'itération précédente à déduire les champs de vitesse et à l'aide des relations (III.34). On a donc :

$$\begin{cases} a_e u_e^* = \sum a_{voisins} u_{voisins}^* + (P_P^* - P_N^*) A_e + b_u \\ a_n v_n^* = \sum a_{voisins} v_{voisins}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

La pression est ensuite corrigée d'une quantité P' , qui induit une correction sur les vitesses u' et v' de sorte que les nouveaux champs s'écrivent comme suit:

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

Les corrections sur les vitesses se déduisent facilement en soustrayant membre à membre les systèmes (III.34) et (III.35). On obtient alors :

$$\begin{cases} a_e u_e' = \sum a_{voisins} u_{voisins}' + (P_P' - P_E') A_e \\ a_n v_n' = \sum a_{voisins} v_{voisins}' + (P_P' - P_N') A_n \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

A cette étape, une approximation est introduite: les termes $(P_P' - P_E')$ et $(P_P' - P_N')$ sont négligés pour simplifier l'équation (III.38). L'omission de ces termes est la principale approximation de l'algorithme SIMPLE. On obtient le système suivant:

$$\begin{cases} u_e' = d_e (P_P' - P_N') \\ v_n' = d_n (P_P' - P_N') \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

Où :

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}; d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Des expressions similaires sont bien sûr obtenues pour \mathbf{u}_w et \mathbf{v}_s .

L'équation (III.39) décrit les corrections, qui doivent être appliquées aux vitesses à travers les formules (III.37), ce qui donne :

$$\begin{cases} u_e = u_e^* + d_e(P'_p - P'_E) \\ v_n = v_n^* + d_n(P'_p - P'_N) \end{cases} \quad (\text{III.40})$$

L'équation de continuité intégrée sur le volume de contrôle, est donnée par la formule suivante:

$$(\rho u A)_w - (\rho u A)_e + (\rho v A)_s - (\rho v A)_n = 0 \quad (\text{III.41})$$

En regroupant les différents termes de cette équation, on peut aboutir finalement à la forme standard suivante :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{III.42})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} a_E = (\rho A d)_e; a_W = (\rho A d)_w \\ a_N = (\rho A d)_n; a_S = (\rho A d)_s \end{cases}$$

$$\text{Et : } \begin{cases} a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \\ b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n \end{cases}$$

L'algorithme SIMPLE est une méthode pour calculer la pression et la vitesse, mais quand d'autres variables sont couplées aux équations de conservation de la quantité de mouvement, par exemple la température, la résolution doit être séquentielle. La séquence des étapes dans l'algorithme SIMPLE est présentée sur la figure (III-7).

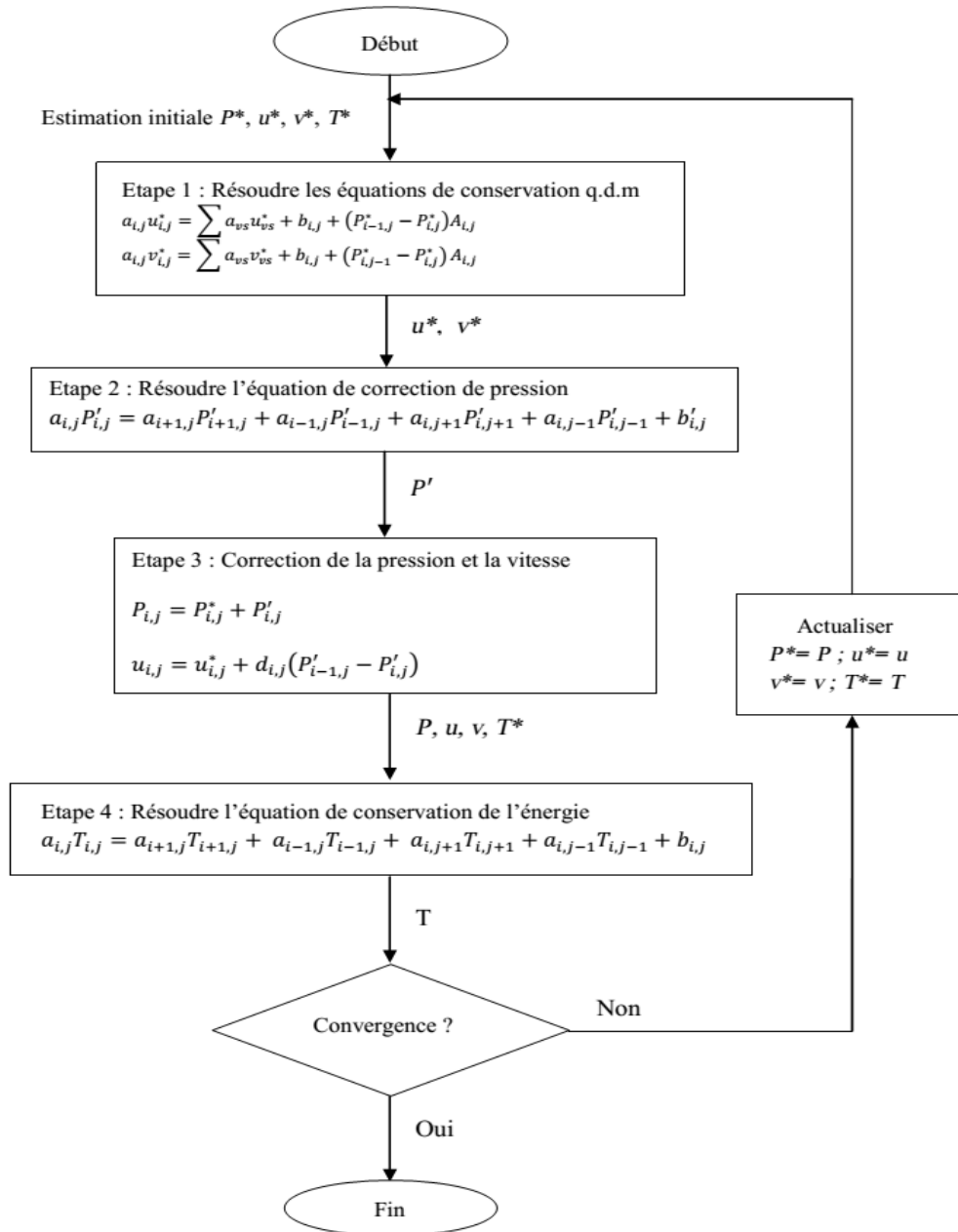


Figure III. 7 : Géométrie du domaine d'étude 3D

III.7 Conclusion:

A travers ce chapitre, nous avons présenté brièvement la méthode des volumes finis, les étapes de discrétisation du modèle mathématique, ainsi que la résolution des équations algébriques.

Une résolution numérique des équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie a été mise en œuvre pour simuler la déplacements de fluide polyéthylène dans la tuyère du filière à l'extrudeuse et le champ de température avec isotherme et non isotherme

IV.1 Introduction

Dans cette partie nous présenterons des résultats numériques, obtenus par la simulation sur Fluent d'écoulements de fluide non newtonien visqueux pur (*modèle de Carreau*), à travers des conduites planes (*bi et tridimensionnelles*). Dans la première simulation nous considérons un écoulement isotherme. Autrement dit, les propriétés physiques du fluide en écoulement sont indépendantes de la température. Elles ne dépendent que de la cinématique, et la forme géométrique de la conduite. Dans la deuxième simulation, la température de la paroi est fixée à une valeur supérieure à celle de référence T_0 . Cette valeur est choisie pour étudier l'influence de la thermique sur le comportement rhéologique du fluide au sein du domaine d'étude.

IV.2 Résultats pour la géométrie bidimensionnelle

IV.2.1 Test du maillage

	M_1	M_2	M_3	M_4
Nombre de volume de contrôle	2116	7566	12286	22481
$\Delta S_{min} [m^2]$	7.119×10^{-5}	4.352×10^{-5}	2.782×10^{-5}	2.022×10^{-5}
V_c/V_e	3.783	3.891	3.961	3.994
$\tau_p [Pa]$	2.982	3.979	4.864	4.889

Tableau IV. 1: Caractéristique des maillages testés

V_c : vitesse maximale sur l'axe au niveau de la contraction brusque.

V_e : vitesse maximale sur l'axe à l'entrée de la conduite.

τ_p : contrainte à la paroi de la conduite plane.

Après test de maillage nous avons adopté le maillage M_3 pour la sortie des résultats .

IV.2.2 Problème isotherme

IV.2.2.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement

Pour étudier l'influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement, on a utilisé trois conduites cond 1, cond 2 et cond 3 de tailles : $R_1/R_0 = 1/4, 2/4$ et $3/4$. Le reste des dimensions de la conduite sont les mêmes que ceux indique dans (*Chap. III*,

figure III.1). Les calculs sont réalisées avec un débit d'écoulement fixe $Q = 6 \times 10^{-4}$ [m³/s].

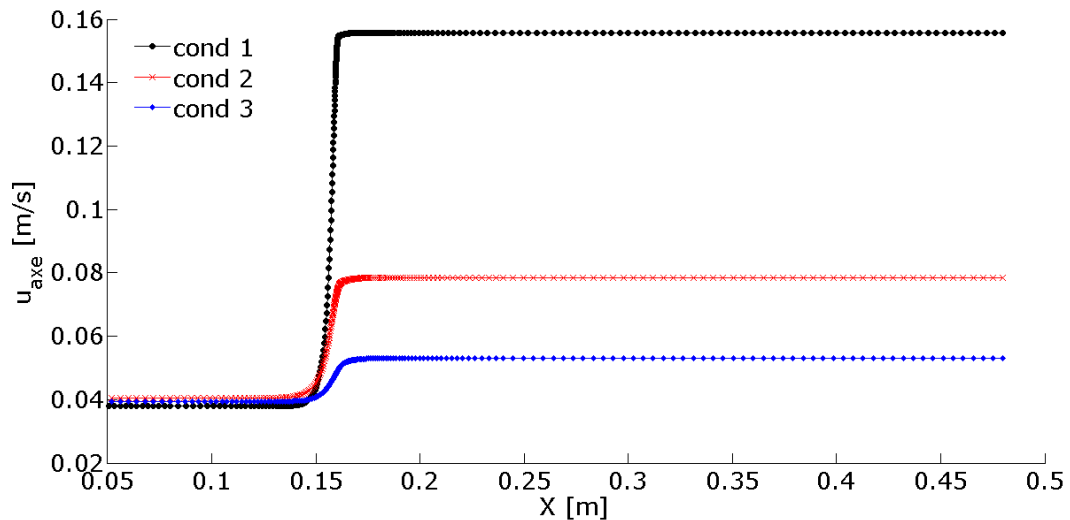


Figure IV. 1: Profils de la composante axiale u de la vitesse suivant la direction x pour conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4}$ [m³/s]) (cas isotherme)

La figure IV.1 représente l'évolution, suivant la direction x , de la composante axiale u de la vitesse, pour les trois conduites signalées auparavant. D'après cette figure nous constatons que l'augmentation de la vitesse est inversement proportionnelle à la taille de la conduite, surtout dans la partie aval de la conduite (*de la contraction jusqu'à la sortie de la conduite*). La variation brusque de la vitesse au niveau de la contraction est due au changement brusque de la taille de la conduite à cet endroit.

L'allure des contraintes à la paroi, suivant la direction x , est indiquée sur la figure IV.2. Selon cette dernière, la présence de la contraction est traduite par les deux pics de contraintes à cette zone. L'intensité de ces pics est inversement proportionnelle à la taille de la conduite. Pour les trois conduites, la contrainte à l'amont et à l'aval de la contraction est constante le long de la direction x , ce résultat peut s'interpréter par le régime d'écoulement établi à ces zones.

L'allure des lignes de courant, pour les trois conduites considérées, en gardant le débit d'écoulement constant, est présenté en figure IV.3. Nous remarquons très clairement la formation, pour ces conduites, des zones de recirculation dont la taille est inversement proportionnelle à la taille de la conduite dans la partie aval. La formation de ces zones de recirculation est due probablement à la présence de la singularité géométrique dans la conduite plane bidimensionnelle (*la contraction brusque*).

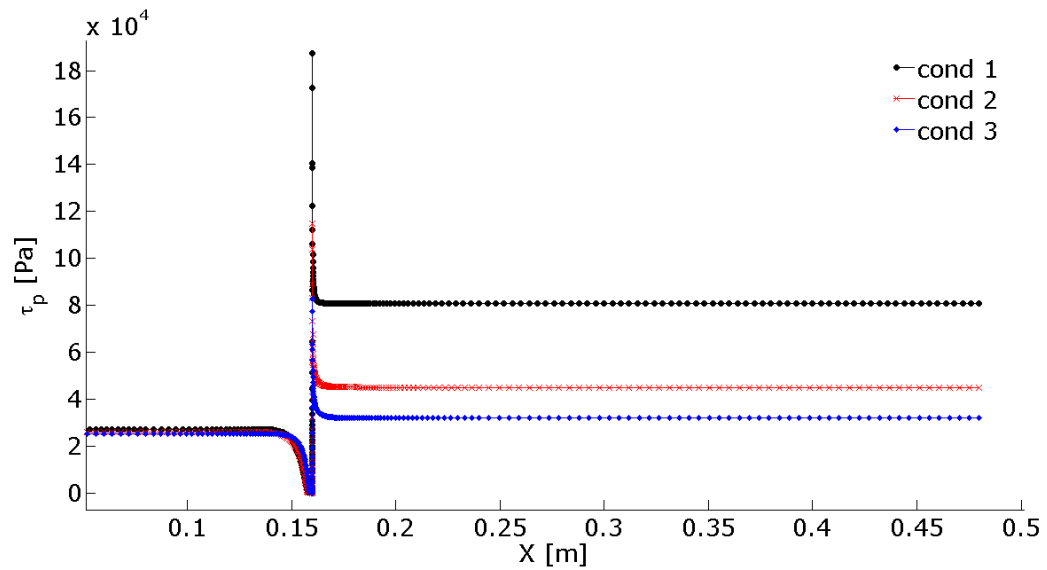


Figure IV. 2: Evolution de la contrainte à la paroi le long de la direction d'écoulement x pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4}$ [m^3/s]), (cas isotherme)

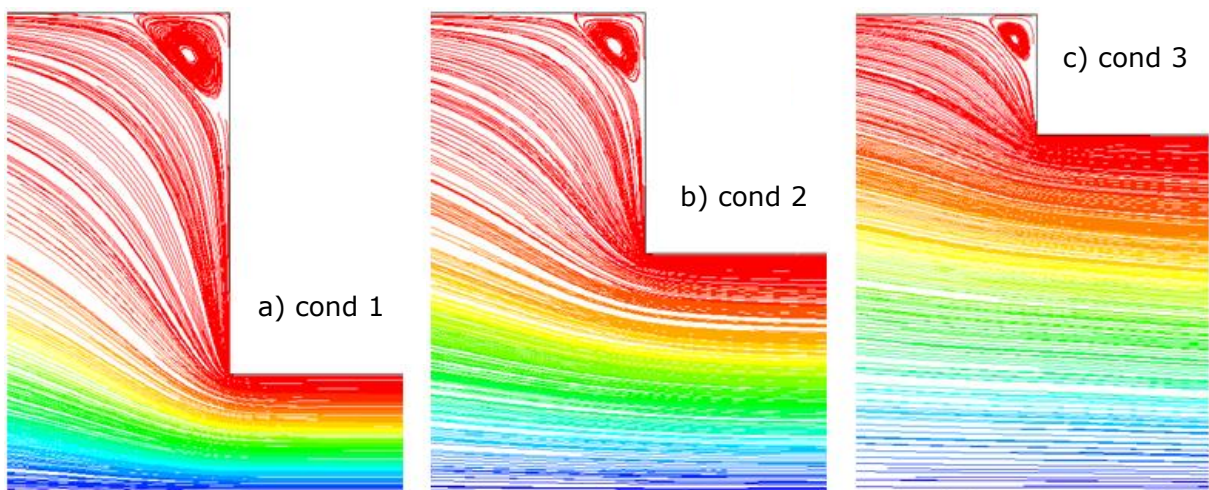


Figure IV. 3 : Morphologie des lignes de courant, au niveau de la contraction, pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4}$ [m^3/s]), (cas isotherme)

IV.2.2.1 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement

Dans ce travail, l'étude de l'influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement à été réalisée, pour la même conduite, par le biais de trois débits d'écoulement $Q_1 = 6 \times 10^{-4}$ [m^3/s], $Q_2 = 8 \times 10^{-4}$ [m^3/s] et $Q_3 = 10^{-3}$ [m^3/s].

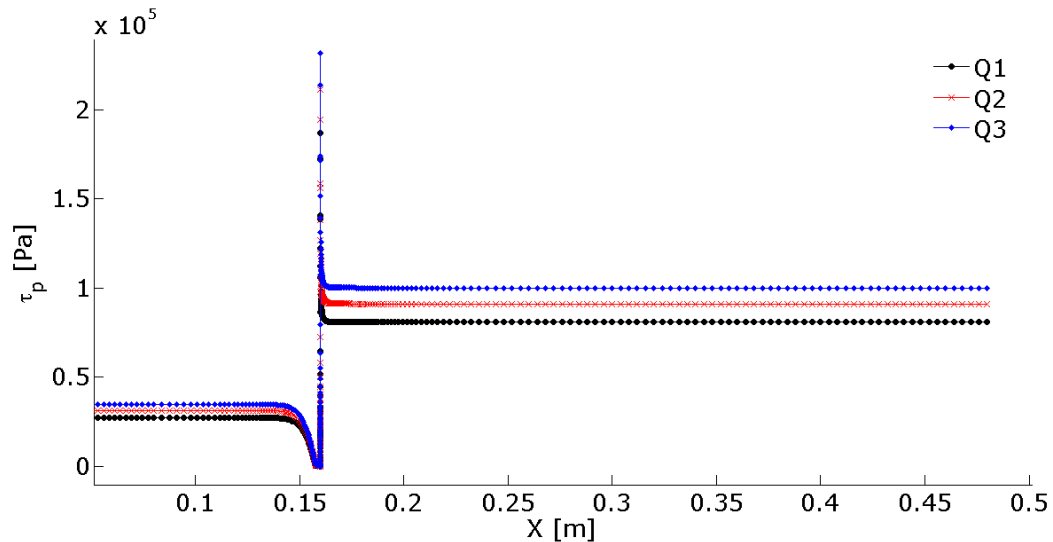


Figure IV. 4: Evolution axiale de la contrainte à la paroi τ_p , pour différents débits d'écoulement $Q1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$ (cas isotherme)

La variation de la contrainte à la paroi, le long de la direction x , en fonction du débit d'écoulement est parue en Figure IV.4. Sur cette dernière, nous remarquons la présence, pour les trois débits d'écoulement, de deux pics de contraintes dont leurs intensités sont différentes. Cette différence peut être traduite par la décélération de l'écoulement près de la zone de contraction, puis l'accélération rapide de ce même écoulement au niveau du col. Au-delà du col, nous remarquons une diminution rapide de la contrainte vers une valeur constante. Cette diminution est due au régime d'écoulement établi et au comportement rhéo-fluidifiant du fluide de Carreau (*chute de la viscosité avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement*). Nous remarquons aussi, que l'influence du changement de débit sur la contrainte à la paroi n'entraîne pas de changement significatif sur la valeur de cette dernière, en comparant avec le changement engendré par l'effet de la géométrie.

La forme des lignes de courant au sein de la conduite plane bidimensionnelle, pour différents débits d'écoulement, est présenté en figure IV.5. Après l'examen de cette dernière nous avons constaté que, pour les valeurs de débit utilisés, la cinématique à aucune influence sur la forme (*morphologie*) des lignes de courant. Ce résultats peut s'expliqué par le régime d'écoulement qui reste toujours laminaire.

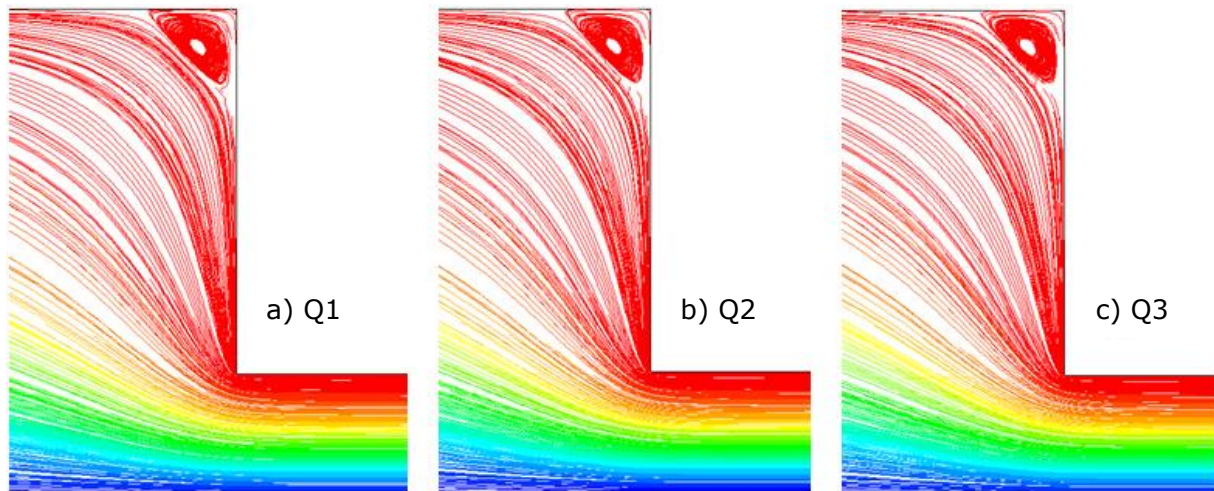


Figure IV. 5: L'allure des lignes de courant dans la zone de contraction pour différents débits s l'écoulement, pour différents débits d'écoulement ($Q1 = 6 \times 10^{-4}$ [m³/s], $Q2 = 8 \times 10^{-4}$ [m³/s] et $Q3 = 10^{-3}$ [m³/s]) (cas isotherme)

IV.2.3 Problème non-isotherme

Dans cette partie nous avons près en considération l'effet de la température sur le comportement mécanique de l'écoulement et vis-versa. Mathématiquement l'effet de la mécanique sur la température du fluide est manifesté dans le terme source visqueux ($Q = \text{trace}(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{D})$ [w/m]). Inversement, l'effet de la thermique sur la mécanique est paru dans la viscosité du fluide en écoulement (par exemple pour le fluide de Carreau, on a la chute de la viscosité en fonction de l'augmentation de la température du fluide). Il faut noter que pour l'étude de l'effet de la géométrie sur le comportement de l'écoulement, avec la prise en compte de l'effet thermique, nous avons gardé fixe la température de la paroi de la conduite à une valeur $T_p = 500$ [K].

IV.2.3.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement

La variation de la composante axiale u de la vitesse, suivant le sens d'écoulement et pour différentes géométries, est donnée en figure IV.6. D'après cette dernière, nous constatons la présence d'un pic de vitesse au niveau de la contraction brusque, dont l'intensité augmente avec la diminution de la taille du col. Au-delà de cette zone, la vitesse continue à augmentée jusqu'à la sortie. Cette augmentation de la vitesse est causée par la chute de la viscosité, qui est due au transport mixte de la chaleur de la paroi vers le centre de la conduite.

Le changement de la température du fluide, sur l'axe de symétrie, et le long de la direction x de l'écoulement, pour les différentes géométries testées dans cette partie, est donné dans la figure IV.7. On remarque que la température au niveau du centre de la

conduite, augmente suivant la direction x . Cette augmentation est inversement proportionnelle à la taille de la conduite dans la partie aval. L'origine de ce changement est liée au transport mixte de la chaleur au sein du fluide. Autrement dit, la chaleur échangée entre la paroi chaude et le fluide en écoulement, surtout dans la direction horizontale y , ça va transportée par la suite par convection le long de la direction x de l'écoulement. Nous remarquons aussi que la température au niveau du centre de symétrie augmente avec la diminution de la taille de la conduite. Cela est dû à l'augmentation de la chaleur visqueuse dissipée au sein du fluide à cause de l'augmentation de la vitesse de cisaillement.

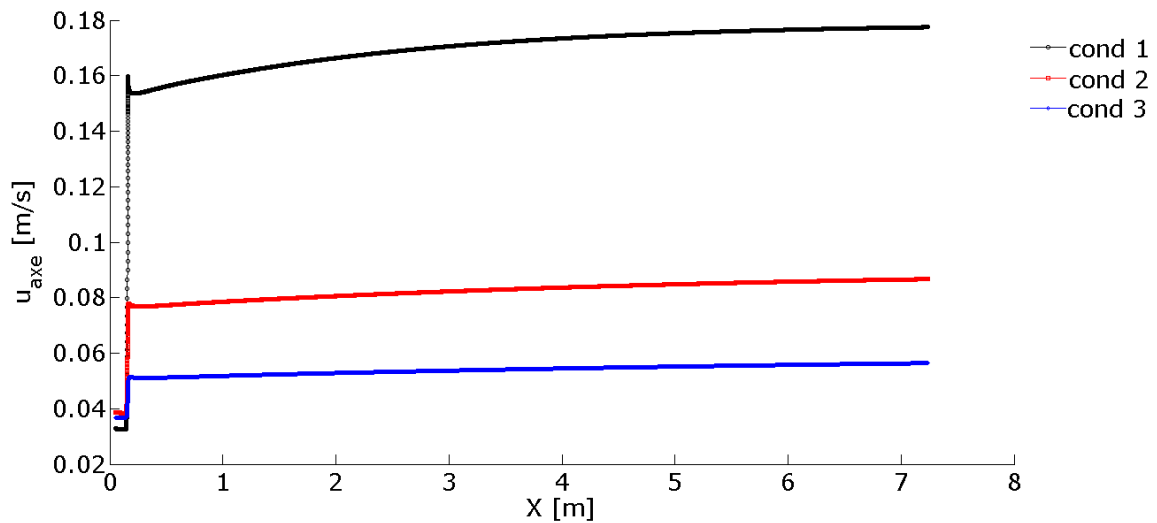


Figure IV. 6: Profils de la composante u axiale de la vitesse suivant la direction d'écoulement x , pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4}$ [m³/s]), (cas non-isotherme, $T_p = 500$ [K])

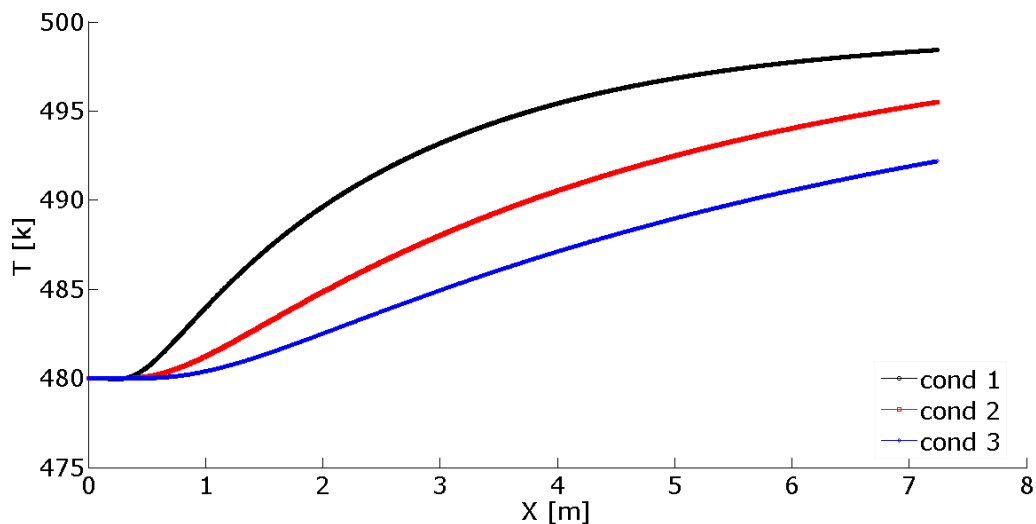


Figure IV. 7: Evolution de la température sur l'axe de la conduite, le long de la direction x de l'écoulement pour les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 6 \times 10^{-4}$ [m³/s]) (cas non-isotherme, $T_p = 500$ [K])

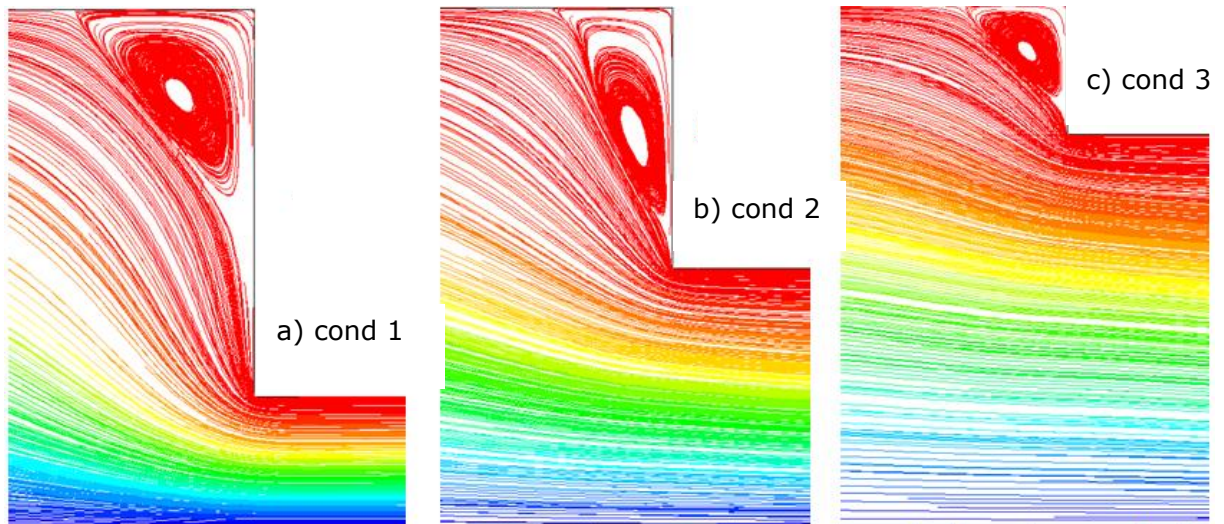


Figure IV. 8: Formes des lignes de courant pour les trois conduites cond1, cond2 et cond3
 $T_p = 500 \text{ K}$, $Q = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)

Nous présentons dans la figure IV.8 la forme des lignes de courant au sein des géométries étudiées dans cette partie (*cond 1*, *cond 2* et *cond 3*). Nous remarquons pour toutes les conduites la formation des zones de recirculation au niveau de la contraction brusque, dont leurs tailles sont inversement proportionnelles aux tailles des conduites dans la partie avale. Par comparaison aux cas isotherme, nous remarquons très clairement l'influence de la température de la paroi sur la taille de la zone de recirculation (*augmentation de la taille des zones de recirculation avec la prise en compte de l'effet thermique*).

IV.2.3.2 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement

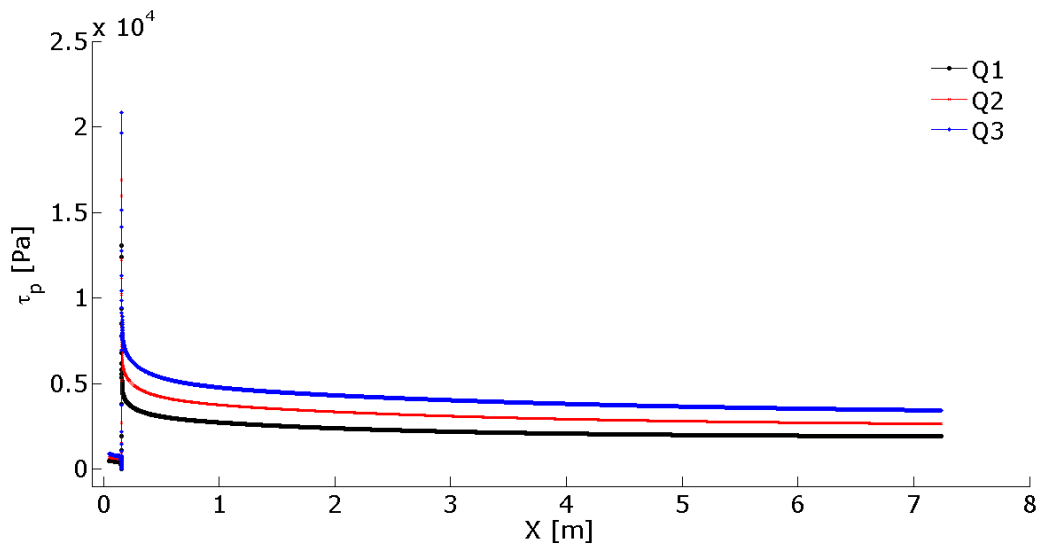


Figure IV. 9: Profils de contraintes à la paroi le long de la direction x de la conduite cond 1 différents débits d'écoulement ($Q1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$, $Q2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s]}$ et $Q3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s]}$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)

La figure IV.9 représente l'évolution de la contrainte à la paroi τ_p , suivant le sens x de la conduite cond 1, pour les trois débits mentionnés auparavant. A près la comparaison de cette figure avec celui du cas isotherme, nous avons constatés que l'effet thermique sur la contraintes à la paroi est traduite par la diminution de la valeur de cette dernière le long de la direction axiale x . Cette diminution peut s'interprète par la diminution de la viscosité causée par l'influence de l'effet thermique sur le comportement du fluide de Carreau.

La variation de la température sur l'axe de symétrie de la conduite, en fonction du débit d'écoulement, est indiquée sur la figure IV.10. En examinant cette dernière, nous remarquons, pour tous les débits une augmentation considérable de la température du fluide, marquée du col jusqu'à la sortie de la conduite ($\Delta T \approx 15 \text{ K}$). Cette augmentation est due, en grande partie, à la dissipation de la chaleur de la paroi vers le centre, cette chaleur est ensuite sa va transportée par l'écoulement du fluide, de l'amont à l'aval de la filière (*transport convectif*).

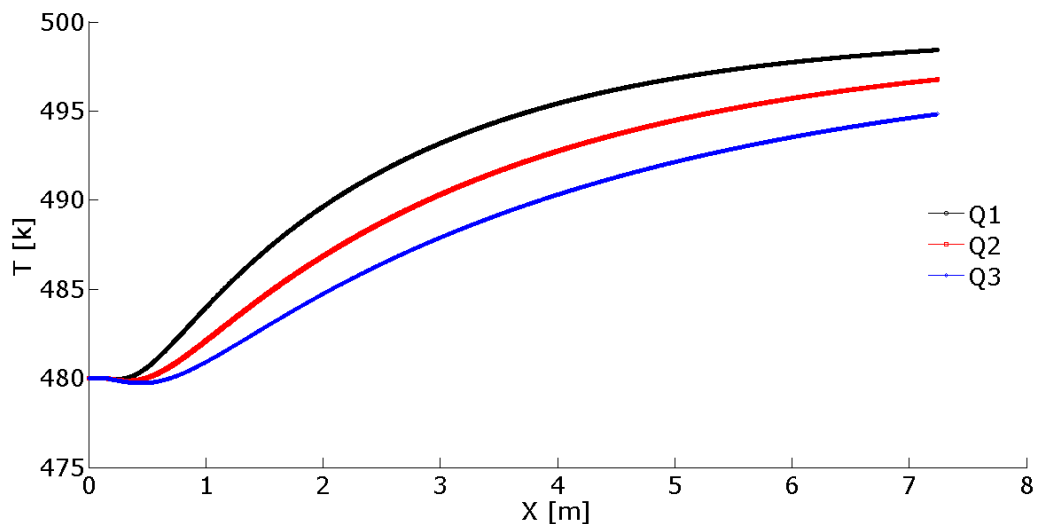


Figure IV. 10: Profils de la température sur l'axe de la conduite cond 2, pour différents débits d'écoulement ($Q1 = 6 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s}]$, $Q2 = 8 \times 10^{-4} \text{ [m}^3/\text{s}]$ et $Q3 = 10^{-3} \text{ [m}^3/\text{s}]$), (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)

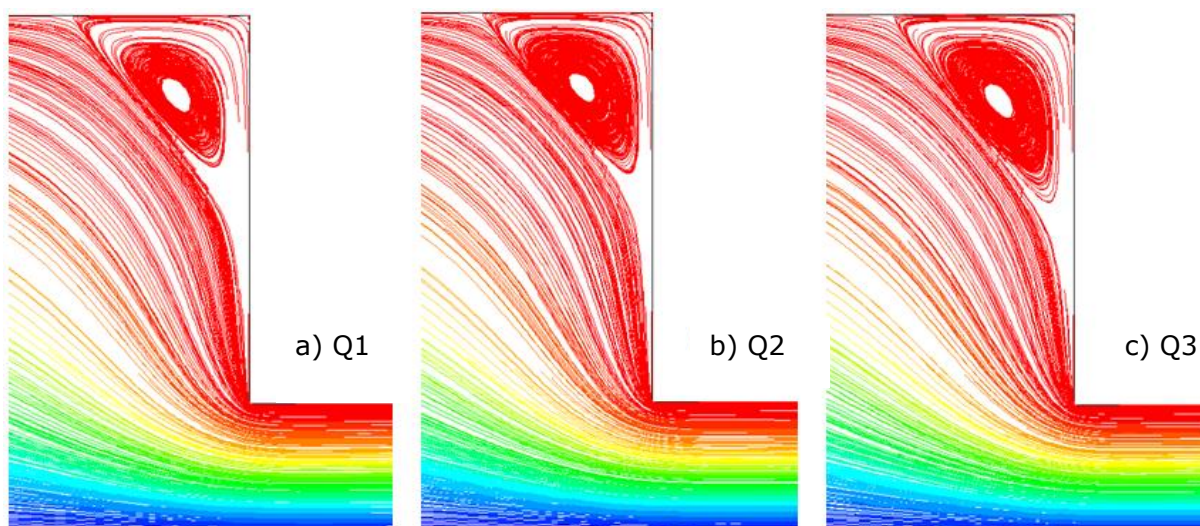


Figure IV. 11 : Morphologies des lignes de courant dans la conduite cond pour différents débits d'écoulement ($Q1 = 6 \times 10^{-4} [m^3/s]$, $Q2 = 8 \times 10^{-4} [m^3/s]$ et $Q3 = 10^{-3} [m^3/s]$) (cas non isotherme, $T_p = 500 [K]$)

Pour un écoulement non isotherme de fluide non newtonien de Carreau, la morphologie des lignes de courant, au niveau de la contraction brusque et pour différentes débits d'écoulements, est donnée en figure IV.11. Après l'examen de cette dernière, nous remarquons que la taille de la zone de recirculation augmente avec l'augmentation de débit d'écoulement. Ce changement peut être dû au comportement rhéofluidifiant du fluide de Carreau (*diminution de la viscosité avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement*).

IV.3 Résultats pour la géométrie tridimensionnelle

Dans la réalité les écoulements confinés sont presque tous tridimensionnelles en espace, surtout si le fluide en écoulement possède un comportement rhéologique complexe (*exemple les polymères synthétique : polyéthylène, polystyrène, PVC etc. ...*). Pour cette raison et pour mieux comprendre le comportement du fluide en l'écoulement, notamment dans la zone de contraction, nous avons effectué quelques calculs concernant cette situation en question.

Dans cette partie nous présenterons des résultats dynamiques et thermiques, afin d'étudier l'effet de la géométrie, de la cinématique et de la température, surtout au niveau de la contraction brusque, sur le comportement du Polyéthylène.

Il faut noter que pour des raisons de symétrie les calculs numériques sont effectués dans le un quart du domaine de calcul (*diminution de l'espace de stockage et minimisation du temps de calcul*)

IV.3.1 Problème isotherme

Pour le problème isotherme, nous avons négligé l'effet de la thermique sur le comportement du fluide de Carreau (*on a supprimé l'effet de la température sur la viscosité du fluide*), donc la géométrie de la conduite et la vitesse de l'écoulement sont les deux éléments influent le comportement de l'écoulement.

IV.3.1.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement

Dans cette partie nous avons calculés l'écoulement dans les trois conduites déjà utilisées dans la situation bidimensionnelle. Pour ces calculs on a gardé le débit d'écoulement constant, Autrement dit le seul paramètre influant l'écoulement est la géométrie de la conduite.

En figure IV.12 nous présentons, dans le plan ' Oxy_1z_1 ', l'allure des isovaleurs pour les trois conduites calculés dans cette partie. Selon cette figure, nous constatons que l'effet de la présence de la singularité cinématique est très remarqué dans la partie aval des conduites (*augmentation rapide de la vitesse au niveau du centre de la conduite, notamment pour la conduite cond 1*). Nous constatons aussi que l'écoulement est cinématiquement établi dans ces dernières. Cela peut s'interpréter par le régime cinématique établi imposé à la sortie de ces conduites. Noter bien que, à cause de l'hypothèse d'adhérence du fluide à la paroi, la vitesse est toujours nulle à cette dernière.

Les isovaleurs des contraintes à la paroi, dans les conduites tridimensionnelles cond 1, cond 2 et cond 3, sont présentés en figures IV.13 a, b et c. D'après ces figures, nous remarquons que la contrainte à la paroi augmente beaucoup avec la diminution de la taille de ces conduites, notamment au niveau du col de ces dernières. Ces augmentations sont probablement dûes aux grandes déformations qu'elles subit le fluide au niveau du col. Nous remarquons aussi que, pour les trois conduites et au niveau des zones à angle vif, la contrainte à la paroi est très faible, particulièrement dans la zone de contraction. Cette faible valeur est engendrée par le faible taux de cisaillement dans cette zone, qui dûe sans doute à la présence des zone de recirculation dans le même endroit.

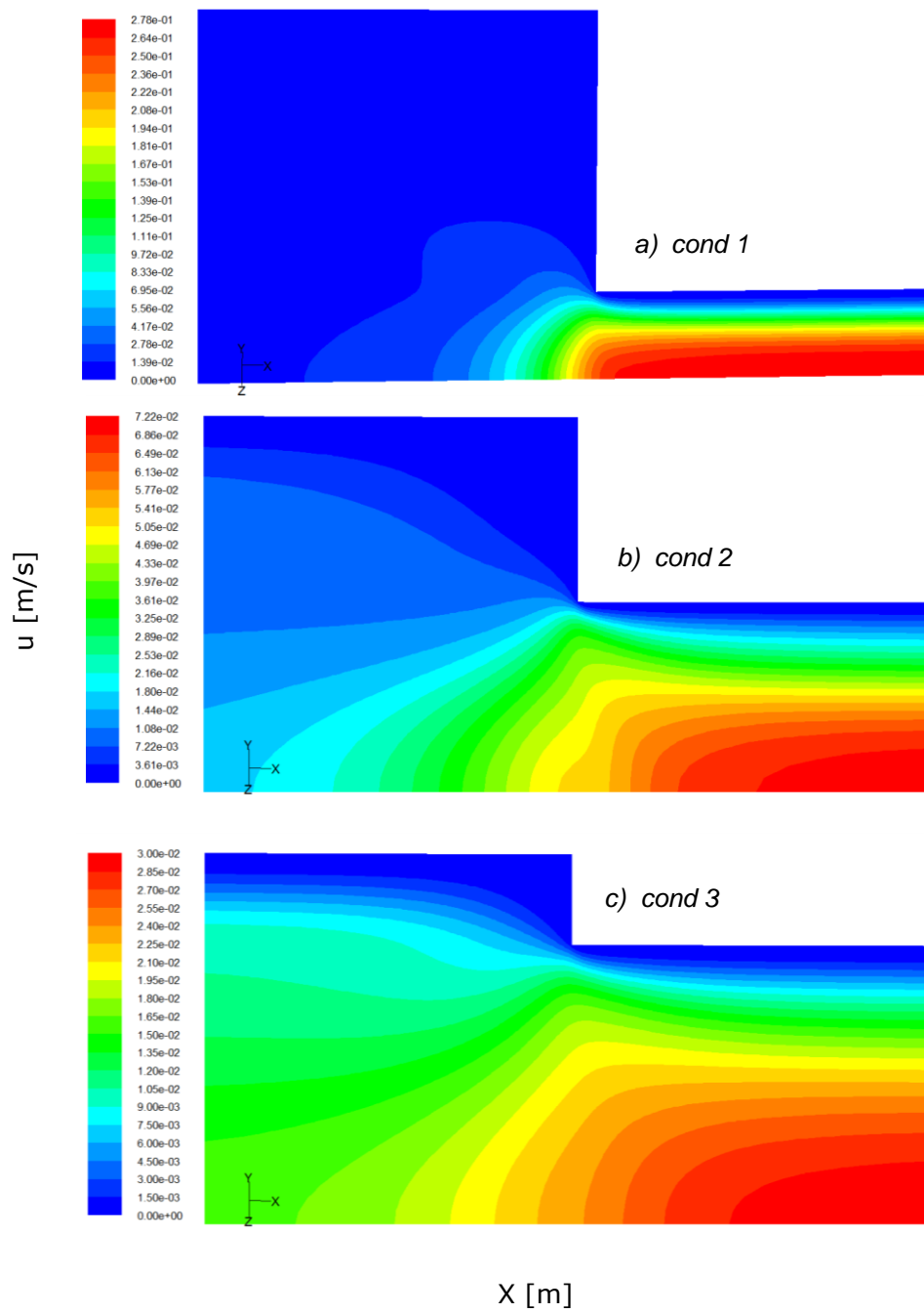


Figure IV. 12: Isovaleurs de la composante axiale u de la vitesse sur le plan Oxy_1z_1 . a) conduite cond 1, b) conduite cond 2 et c) conduite cond 3 ($Q = 4 \times 10^{-6} [m^3/s]$) (cas isotherme)

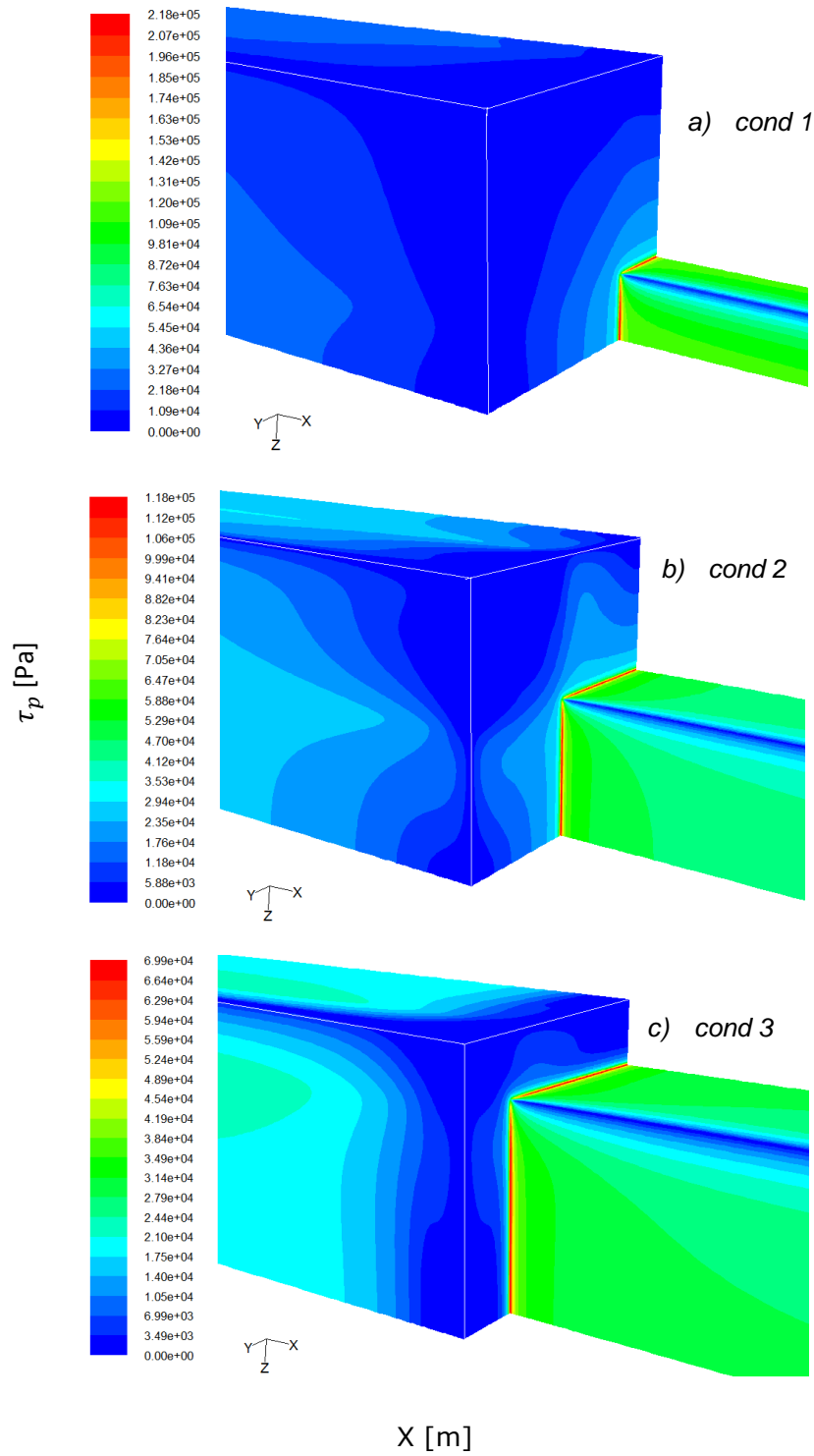


Figure IV. 13: Isovaleurs de la contrainte à la paroi .a) conduite cond 1, b) conduite cond 2 et c) conduite cond 3, (cas isotherme, $Q = 4 \times 10^{-6} [m^3/s]$)

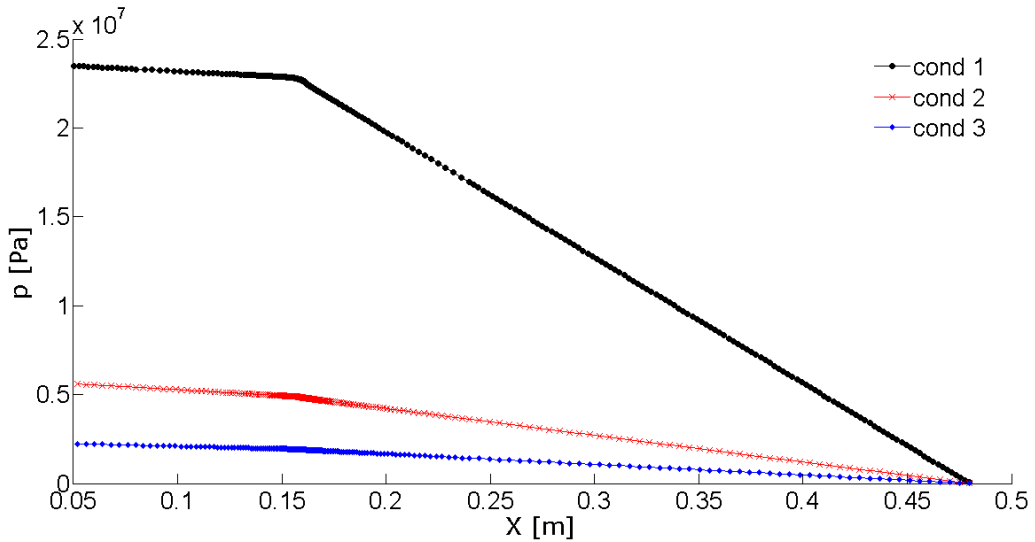


Figure IV. 14: Profils de la pression statique suivant la direction de l'écoulement x pour conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 4 \times 10^{-6}$ [m³/s]), (cas isotherme)

Les variations de la pression statique suivant la direction x , pour les trois conduites cond 1, cond 2 et cond 3, sont indiquées en figure IV.14. Selon cette figure, la pression statique est inversement proportionnelle à la réduction de la taille de la conduite. Autrement dit, l'augmentation de la perte de charge singulière avec la diminution de la taille de la filière aval, ce traduit par l'augmentation de la pression statique au sein du fluide, pour assurer la conservation de la masse au sein de l'écoulement.

IV.3.1.2 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement

Les contours des isovaleurs de la contrainte à la paroi τ_p , sur la conduite cond 1, et pour les différents débits d'écoulement utilisés sont indiqués en figure IV.15 a, b et c. nous remarquons que les valeurs de ces contraintes, sont significatives au col de la conduite tridimensionnelle, dont l'intensité augmente graduellement en fonction du débit d'écoulement. Comme dans le cas précédent (effet de la géométrie sur le comportement d'écoulement), la contrainte est presque nulle dans les zones à angle vif.

Le changement de la pression statique, le long de la direction longitudinal x , pour les gammes des débits choisies (Q_1 , Q_2 et Q_3) est mentionnés en figure IV.16. Après l'examen de cette figure, on a constaté que pour les trois débits, la morphologie des lignes de pression est la même. Ce résultat peut être dû à la taille fixe de la conduite. Autrement dit, la perte de charge singulière reste constante. De plus, nous remarquons une faible variation de la pression, au sein du fluide en écoulement, causée par le changement du débit en confrontant avec celui engendré par le changement de la géométrie.

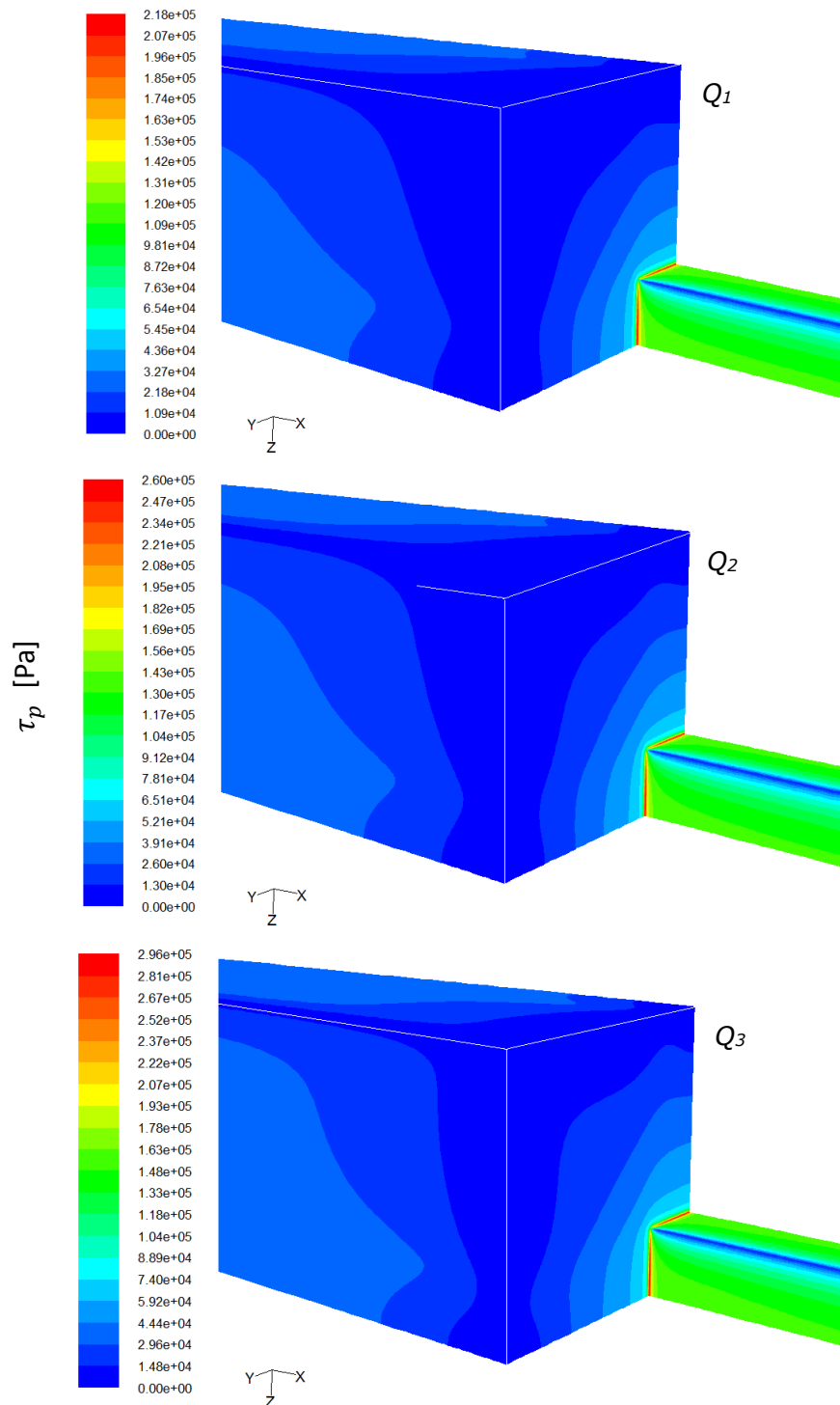


Figure IV. 15: Isovaleurs de la contrainte à la paroi τ_p , pour différents débits ($Q_1 = 4 \times 10^{-6}$ [m³/s], $Q_2 = 6 \times 10^{-6}$ [m³/s] et $Q_3 = 8 \times 10^{-6}$ [m³/s]) et (cas isotherme conduite cond 1)

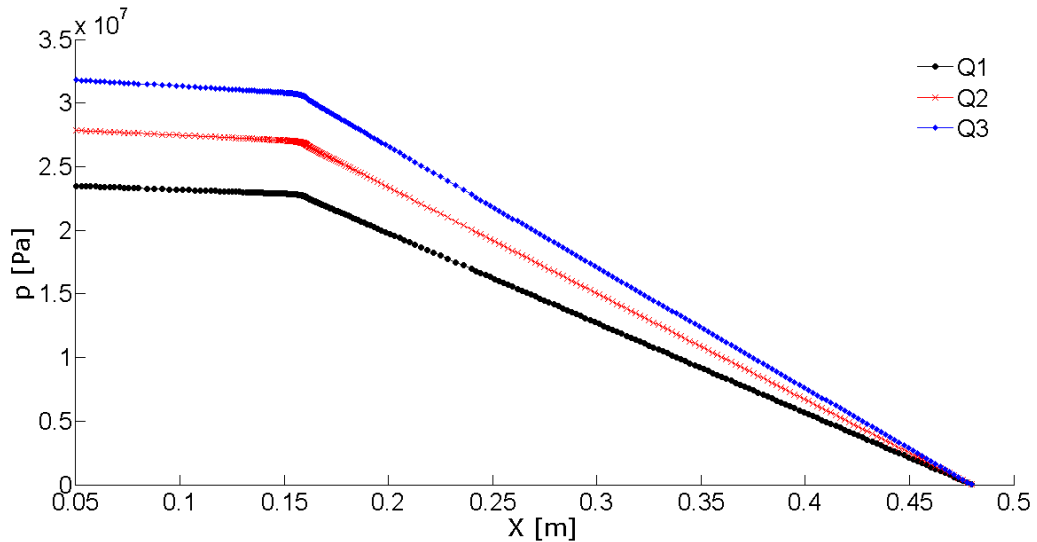


Figure IV. 16: Distribution de la pression statique suivant la direction x de l'écoulement, pour différents débits d'écoulement ($Q1 = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s}]$, $Q2 = 6 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s}]$ et $Q3 = 8 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s}]$) et (cas isotherme conduite cond 1)

IV.3.2 Problème non isotherme

Maintenant, on prend en considération l'effet de la thermique sur le comportement du fluide de Carreau, dont les caractéristiques sont ceux du Polyéthylène basse densité '**PEBD**' à 433 [K]. L'effet thermique sur le comportement mécanique et inversement, sont pris en considération par la variation de la viscosité de Carreau, et la chaleur engendrée par le cisaillement du fluide.

IV.3.2.1 Influence de la géométrie sur le comportement de l'écoulement

Pour le cas non isotherme, les figures IV.17 a, b et c, représentent l'allure des isovalues, pour le même débit d'écoulement, de la composante axiale u de la vitesse dans le plan '**Oxy₁z₁**' pour les trois conduites *cond 1*, *cond 2* et *cond 3*. La comparaison de ces figures avec ceux du cas isotherme, nous révèlent que la forme des isovalues de la vitesse est presque la même. Concernant l'intensité de cette composante, nous remarquons la diminution de cette dernière, surtout sur l'axe dans la partie aval de la contraction. Cette diminution est due probablement à l'effet de la température sur le comportement du fluide (*diminution de la viscosité avec l'augmentation de la température*).

Les figures IV.18 a, b et c, montrent l'allure des isovalues de la contrainte à la paroi pour les trois conduites utilisées. Cette allure est presque la même que celle donnée dans le cas isotherme, mais avec des valeurs faibles. Ce changement est dû sans doute à la diminution de la viscosité avec l'augmentation de la température.

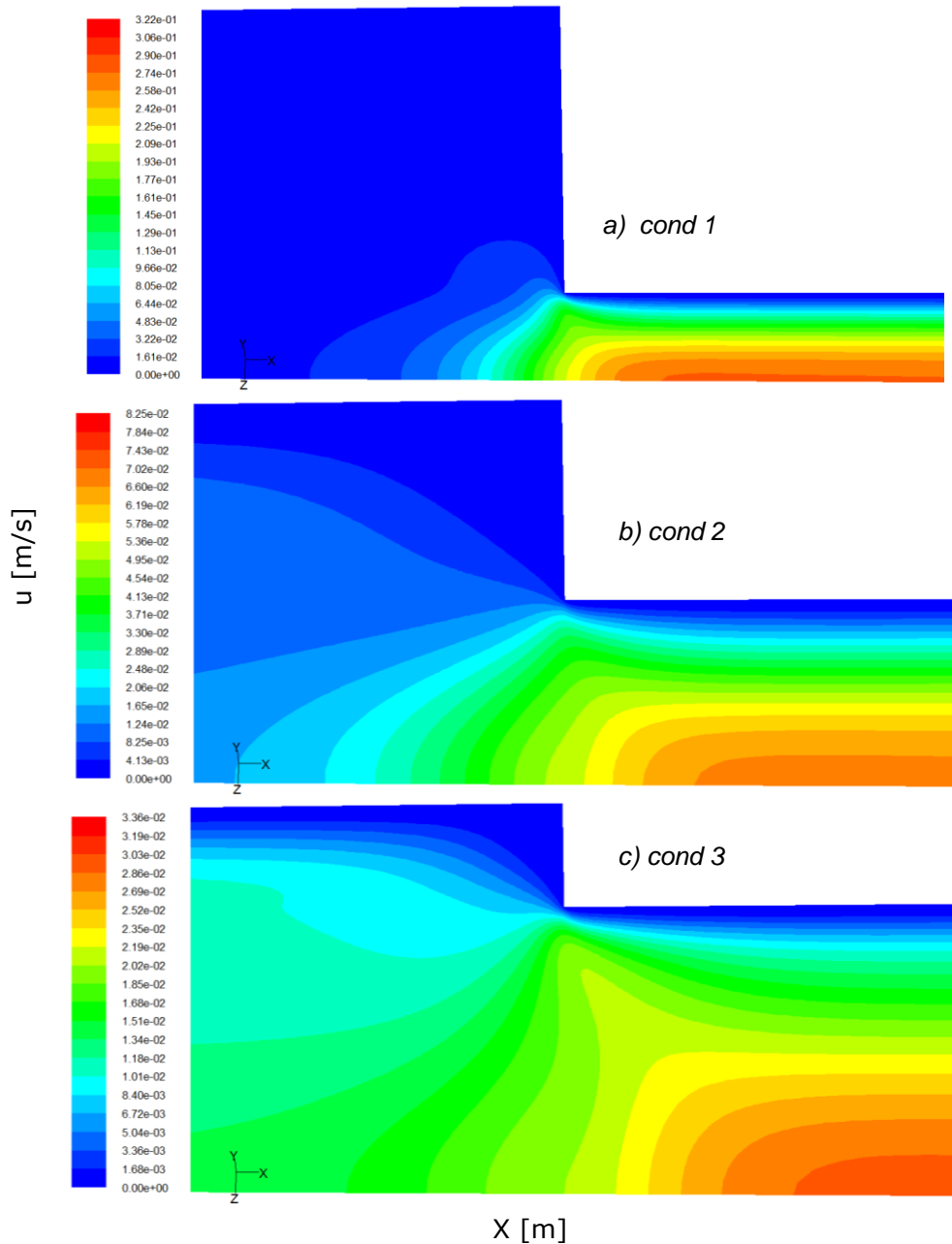


Figure IV. 17 : Isovaleurs de la composante axiale u de la vitesse sur le plan 'Oxy₁z₁' les conduites cond 1, cond 2 et cond 3 ($Q = 4 \times 10^{-6}$ [m³/s]) (cas non-isotherme, $T_p = 500$ [K])

L'évolution longitudinale de la température, au niveau de l'axe de symétrie, pour les trois conduites cond 1, cond 2 et cond 3 est donnée en figure IV.19. Cette dernière nous montre, pour toutes les géométries, une augmentation de la température de l'ordre de 15 [K] à la sortie de la conduite plane. Cette augmentation est engendrée par la température imposée à l'entrée des conduites et la diffusion de la chaleur de la paroi vers le centre, puis le transport par convection (*champ de vitesse*), de la chaleur engendrée par ces températures de l'amont à l'aval de la conduite.

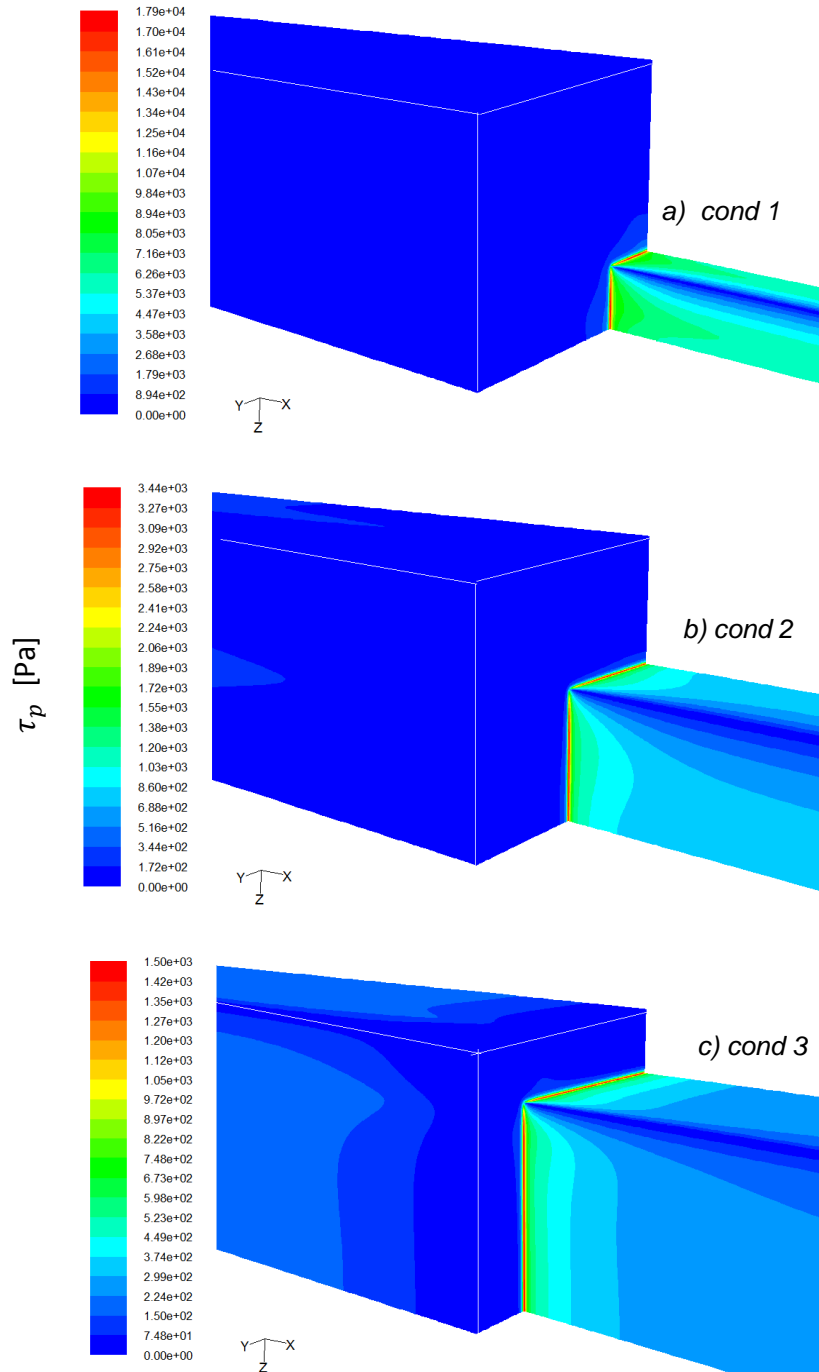


Figure IV. 18: Isovaleurs de la contrainte à la paroi .a) conduite cond 1, b) conduite cond 2 et c) conduite cond 3, ($Q = 4 \times 10^{-6} [m^3/s]$) (cas non-isotherme, $T_p = 500 [K]$)

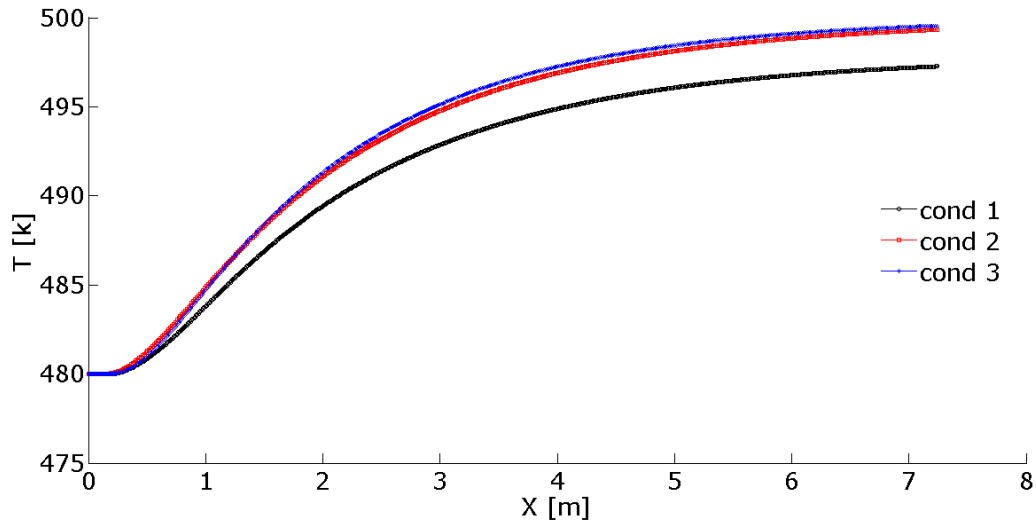


Figure IV. 19 : Evolution de la température sur l'axe de la conduite, le long de la direction x de l'écoulement, pour différentes géométries (cond 1, cond 2 et cond 3, ($Q = 4 \times 10^{-6} \text{ [m}^3/\text{s}]$) (cas non-isotherme, $T_p = 500 \text{ [K]}$)

IV.3.2.2 Influence de la cinématique sur le comportement de l'écoulement

Dans cette partie nous gardons constant la géométrie de la conduite. L'effet de la cinématique sur le comportement de l'écoulement est réalisé par l'utilisation de trois débits d'écoulement différents. Noter bien que la température à la paroi est fixée à 500 [K], de plus une condition de Dirichlet est imposée à l'entrée de la conduite ($T_{\text{entrée}} = 480 \text{ [K]}$).

Les figures IV.20 a, b et c, montrent les isovaleurs de la contrainte à la paroi pour les différentes débits utilisées. Pour les gammes des vitesses utilisées la contrainte est presque nulle à l'amont de la contraction. Au niveau du col, et à cause des déformations qu'ils subissent le fluide, la contrainte est maximale. Au-delà du col la contrainte est diminuée vers une valeur fixe qui correspond au régime cinématique établi. Toujours comme dans le cas isotherme, la contrainte augmente graduellement en fonction du débit d'écoulement.

En figure IV.21, nous présentons la variation axiale de la température, pour trois débits d'écoulement testés. Nous remarquons sur cette figure que la valeur de la température à la sortie de la conduite est inversement proportionnelle au débit d'écoulement. Nous remarquons aussi, juste après le col et notamment pour le grand débit, une diminution faible de la température, cette diminution peut être causée par le décollement du fluide dans cet endroit. Au-delà de cette zone, la température du fluide augmente graduellement jusqu'à la sortie de la filière.

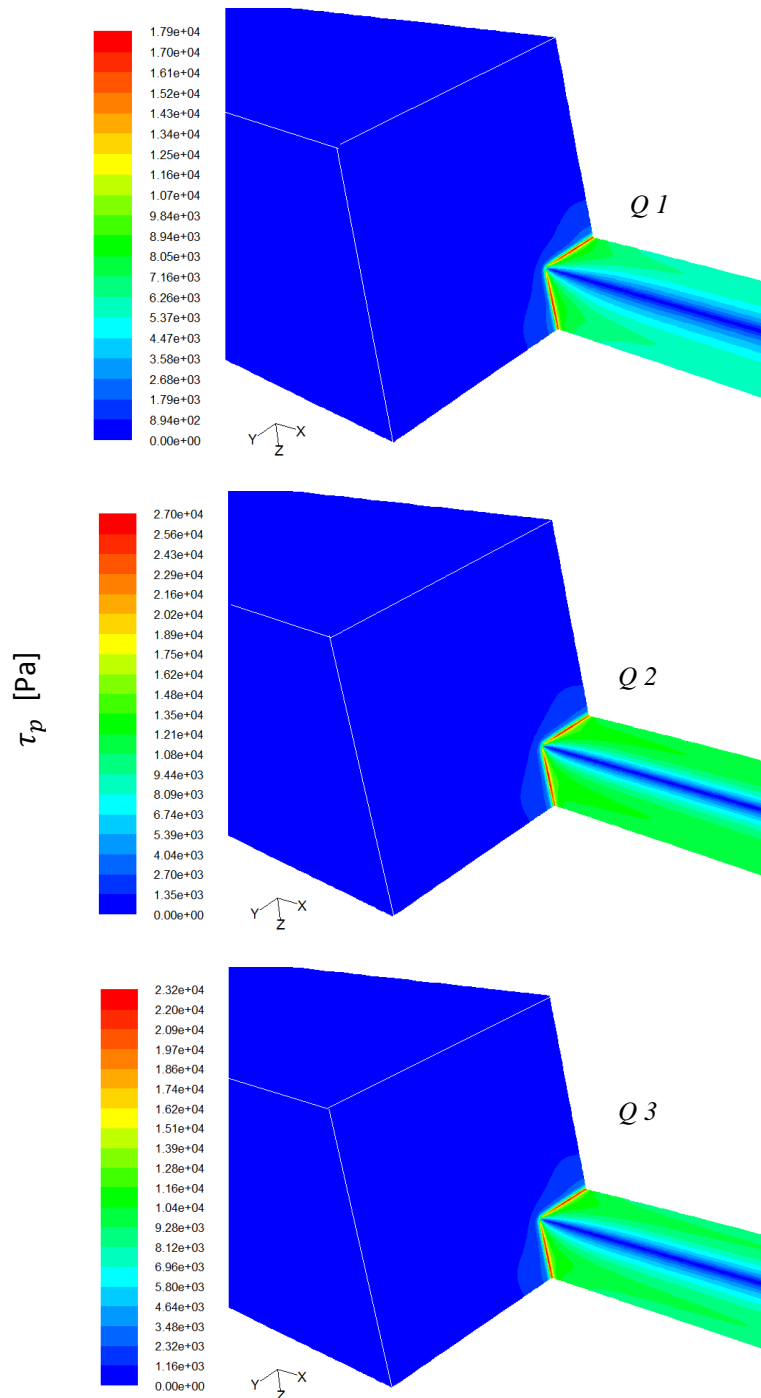


Figure IV. 20: Isovaleurs de la contrainte à la paroi τ_p pour différents débits (cas non isotherme : $T_p = 500$ [K], conduite cond 1, ($Q = 4 \times 10^{-6}$ [m³/s])

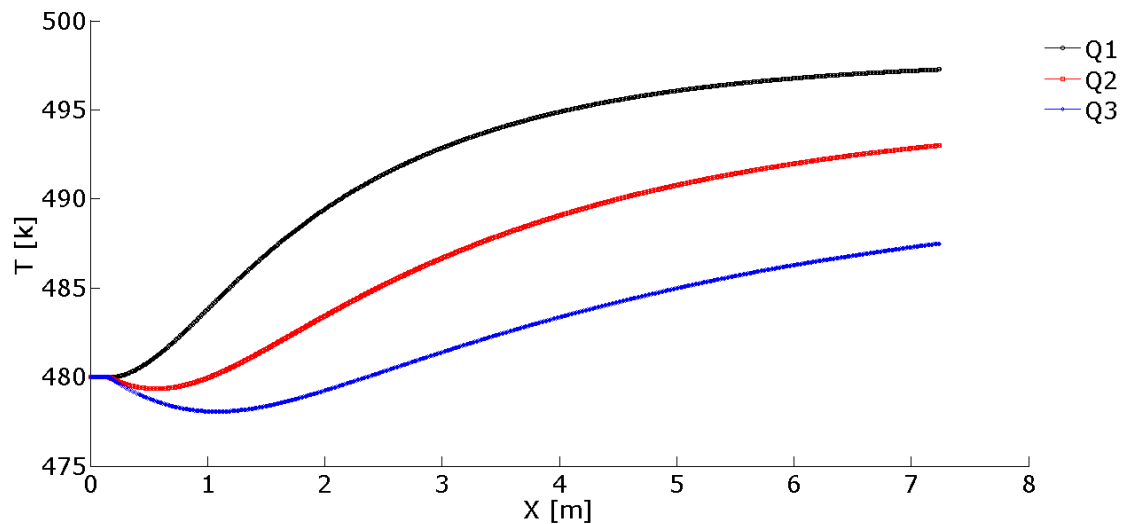


Figure IV. 21: Evolution de la température sur l'axe de la conduite, le long de la direction x de l'écoulement, pour différents débits d'écoulement ($Q1 = 6 \times 10^{-4}$ [m^3/s], $Q2 = 8 \times 10^{-4}$ [m^3/s] et $Q3 = 10^{-3}$ [m^3/s]), (cas non-isotherme, $T_p = 500$ [K])

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons effectué des simulations numériques, dans des conduites planes bi et tridimensionnelles, d'écoulements isothermes et non isothermes du fluide non newtonien, dont le comportement rhéologique est celle du fluide de Carreau. Pour les situations non isothermes, la prise en compte de l'effet thermique sur le comportement du fluide est près en considération par l'intermédiaire de la loi d'Arrhenius.

Les testes effectués dans ce chapitre à pour but de comprendre mieux le comportement du fluide de Carreau dans les filières plane, notamment à la sortie de ces dernières.

Les résultats obtenus, nous permet de constater les points suivants :

- la contrainte à la paroi est plus influencée par la géométrie de la filière que par la cinématique d'écoulement ;
- la taille des recirculations, sources de dégradation des produits finis, est aussi fortement liée géométrie de la filière;
- la distribution de la température au sein de la filière plane, est dépend en grande partie, de l'intensité de la vitesse d'écoulement.

Conclusion générale

La modélisation numérique des phénomènes physiques, liés à l'écoulement des fluides en relation avec les procédés de mise en forme, jouent un rôle immense dans l'amélioration de la qualité des produits finis. La complexité du comportement rhéologique en écoulement de ces fluides (*relation contrainte-déformation*) nécessite, de point de vue numérique, des méthodes numériques robustes, afin de pouvoir résoudre ce type d'écoulement.

La méthode des volumes finis, est la technique numérique la plus utilisée dans le domaine de la mécanique des fluides numérique (*CFD*). Cette méthode exprime la conservation des flux, traversant les faces d'un volume dite volume finis, de la propriété transportée (*quantité de mouvement, chaleur, etc...*). Autrement dit, la transformation de l'écriture différentielle, des équations gouvernant le problème à résoudre, en écriture algébrique, sera effectuée par la méthode des volumes finis, en se basant sur des schémas dits des différences finis. Le système d'équations algébriques ainsi obtenu sera résolu par les techniques d'analyse numérique.

Le problème envisagé dans ce mémoire représente la simulation numérique d'écoulements de fluide non newtonien, à travers des conduites planes bi- et tridimensionnelles à contraction brusque, en relation avec les procédés de mise en forme des polymères. Le fluide considéré ici est le polyéthylène basse densité, dont leurs caractéristiques physiques sont présentes à 433 [K]. La loi de comportement adoptée, pour décrire le comportement rhéologique du fluide en écoulement, est celle du Carreau, et la prise en compte de la thermodépendance (*l'effet de la température sur les paramètres physiques du polymère*) a été faite par l'intermédiaire de la loi d'Arrhenius. Toutes les simulations réalisées dans ce travail sont faites par le code commercial de FLUENT.

Pour mieux comprendre le comportement du polyéthylène en écoulement, notamment avec la présence de la singularité géométrique et l'effet de la cinématique et de la thermique, nous avons étudiés séparément l'effet de chacune de ces paramètres.

Les résultats numériques obtenus, nous permettent de signaler les points suivants :

- ✓ La présence de la singularité cinématique augmente considérablement la contrainte à la paroi, notamment au niveau de la contraction (*col*) ;
- ✓ La taille des zones de recirculation, source essentielle de la dégradation des produits finis, est inversement proportionnelle à la taille du col de la conduite ;

- ✓ L'augmentation de la température au sein du de la conduite plane, est fortement liée au débit d'écoulement (*relation inverse*).
- ✓ Le cas tridimensionnel est mieux représentatif du phénomène étudié.

Finalement, pour les futurs étudiants, et dans le but de comprendre mieux le comportement complexe des polymères en écoulement, dans les conduites à contraction brusque, on peut mettre les perspectives suivantes :

- ✓ Utilisé d'autres lois de comportement (*lois différentielles, lois intégrales*) pour décrire mieux le comportement rhéologiques du polyéthylène en écoulement ;
- ✓ Elargir l'étude aux géométries cylindrique ;
- ✓ L'extension de la simulation au phénomène du gonflement (*sortir de la filière*) associé procédés de mise en forme par extrusion.

- [1] **R-F-Fedors**. Polymer Engineering and Science, **14 2,147-154 (1974)**.
- [2] **M-Fontanille, Y-Gnadu**. Structure moléculaire et morphologie des polymères. **Techniques de l'ingénieur, Traité plastiques et composites; (A3 042)**.
- [3] **L'Isle-Adam**. Les plastiques en débat. **Ensemble Scolaire Notre Dame**
39 rue Saint Lazare. 2010
- [4] : **Zehav T., Costas G.**, Principales of polymer processing, A Wiley-Interscience publication, New York 1979.
- [5] **E. Uhlund**, Polym. Eng. Sci., 17, 671 (1977)
- [6] S. Basu, Polym. Eng. Sci., 21, 1128 (1981)
- [7] **Patankar , Spalding** , Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations (1972)

Résumé

Le travail réalisé dans ce mémoire à pour objectif la compréhension, par voie numérique, des écoulements isothermes et non isothermes de fluide non newtonien de Carreau, à travers des filières planes à contraction brusque, en relation avec les procédés de mise en forme par extrusion. Les caractéristiques du fluide en écoulement sont ceux du Polyéthylène à basse densité 'PE', mesurées à 433 [K]. L'effet de la température sur le comportement du fluide en écoulement, a été pris en considération par l'intermédiaire de la loi d'Arrhenius. Les résultats obtenus par nos simulations montrent l'effet significatif de la présence de la singularité géométrique, ainsi que le débit d'écoulement sur le comportement du fluide en écoulement dans les deux situations isotherme et non isotherme.

Mots clés : Polymère, Carreau, Thermodépendance, Loi de comportement, Rhéologie, Conduite bi- et tridimensionnelle.

abstract

The work in this objective memory understanding, digitally, isothermal flow and non-isothermal non-Newtonian fluid Tile, through flat dies in sudden contraction, in relation to the shaping process by extrusion. The characteristics of the flowing fluid its those of low density polyethylene 'PE', measured at 433 [K]. The effect of temperature on the behavior of the flowing fluid has been considered through the Arrhenius law. The results obtained by our simulations show the significant effect of the presence of the geometric singularity and the flow rate on the behavior of the flowing fluid in both isothermal and non-isothermal conditions.

Keywords: Polymer, Ceramic Tile, temperature dependence, behavioral Act, Rheology, two- and three-dimensional behavior.

ملخص

العمل المقدم في هذه المذكرة هو لغرض معرفة عن طريق رقمي جريان ظاهرة المعزولة و غير المعزولة . لسائل غير نيوتنكارو , من خلال أنبوب مسطح . الانكماش المفاجئ و العلاقة ب الطرق الشكلية بواسطة قذف , خصائص سائل في المجري , له حرارة محددة 433 [K] بوتلان منخفض الكثافة. تأثير الحرارة على سلوك السائل في الجريان , مع الاخذ في الاعتبار قانون ارينوس . هذه النتائج المتحصل عليها من خلال محاكاة الرقمية تعرض تأثير الهام في حضور الانفراد في التصميم مع ان جريان على سلوك السائل في الجريان ف كلا الظاهرة المعزول و الغير المعزول

الكلمات المفتاحية : بوليمار, كارو , ريولوجي , الحرارة غير متعادلة , انبوب ثنائي و ثلاثي الابعاد