



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département des Mathématiques

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de MASTER

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Fondamentales et Appliquées

Par: NEDJAI Imane

Sujet du mémoire

**Les propriétés des espaces propres d'un
opérateur compact**

Devant le jury composé de:

GASMI Abdelkader	Professeur université de M'sila	Président
NADIR Mostefa	Professeur université de M'sila	Rapporteur
GAGUI Bachir	M A A	Examineur
HRAIZE Toufik	M A A	Examineur

Promotion: 2013/2014

Table des matières

Introduction	1
1 Opérateur compacts	2
1.1 Définitions et Propriétés	2
2 Espace invariant:	11
2.1 sous espace invariant par rapport à un opérateur linéaire:	11
2.2 Les Valeurs et les vecteurs propres	18
2.3 Propriétés des valeurs propres et des vecteurs propres	23
Conclusion	25
Bibliographie	26

Introduction

Opérateur compacts

Parmi tous les opérateurs continus dans un espace de Hilbert, on peut distinguer une classe importante d'opérateurs, dont les propriétés sont les plus proches de celles des opérateurs linéaires dans un espace de dimension finie, c'est la classe des opérateurs compacts, appelés encore opérateurs complètement continus.

Le travail de ce mémoire étudie les propriétés et les notions fondamentales des opérateurs compacts et cherche sur les propriétés des espaces propres d'opérateur compact .

Les travaux dans ce mémoire sont organisés en deux chapitres, le premier chapitre est titré par " les opérateurs compacts " concerne les opérateurs compacts et tout ce qui s'en suit, comme propriétés et notions fondamentales, comme je l'ai mentionné le théorème d'Arzela Ascoli.

Le deuxième chapitre est titré par " Les espaces invariants " présente une introduction sur les espaces invariants par les opérateurs linéaires et les opérateurs compacts représentés par des exemples pour les opérateurs définis sur des espaces de dimension finies ou encore représentés sous forme matricielles.

Conclusion

Il est clair que les opérateurs linéaires compacts sur un espace de Hilbert forme l'une des classes les plus importantes des opérateurs linéaires bornés et ont plusieurs propriétés plus nécessaires. Ainsi, il est très important de tenir compte des propriétés des espaces propres d'un opérateur compact.

Bibliographie

- [1] **N.Boccaro.** *Analyse Fonctionnelle, une introduction pour physiciens*, Edition MARKETING, Paris, 1984
- [2] **H. Brizis.** *Analyse fonctionnelle, théorie et application*, MASSON, Paris,1992.
- [3] **COMPACITÉ Dans Les Espaces classiques , OPÉRATEURS COMPACTS.**
- [4] **Mostefa Nadir:** *Cours Analyse Fonctionnelle,ENS,2009-2010.*
- [5] **.Emmanuel fricain .** *COURS ET EXERCICES ANALYSE FONCTIONNELLE ET THÉORIE DES OPÉRATEURS* .Master(Mathématiques PURES)
- [6] **Guillaume carlier:** *Notes de cours ANALYSE FONCTIONNELLE,univ_m'sila,2009-2010.*
- [7] **Corina reischer, Raymond leblanc,André paradis,** *Éléments d'algèbre linéaire* ,Presses de l'université du québec,1992
- [8] **B.BEAUZAMY.** *Sous espace invariants dans les espaces de Banach*, NUMDAM,1979-1980
- [9] **Petel.Clark;** *Linear Algebra: Invariant Subspaces*;USA,2013
- [10] **Derek. J. S Robinson,** *A course in linear algebra with applications*, university of Illenois. USA, 2006.

المخلص

نفرض A مؤثر متراص معرف على فضاء ناظمي E إلى فضاء ناظمي F حينها تكون الفضاءات الخاصة لهذا المؤثر تمثل بصورة و نواة يقبلان خصائص مختلفة عن المؤثرات المحدودة و الغير محدودة.

Abstract

Let A be a compact operator defined in normed space E into a normed space F , So the eigenspace of this operators represented by its image and its kernel has proprieties totally different to the other bounded operators or no bounded operators.

Résumé

Soit A un opérateur compact défini sur un espace normé E dans un espace normé F , alors les espaces propres de cet opérateur représentés par son image et son noyau admettent des propriétés totalement différentes à celles des autres opérateurs bornés ou non bornés.