

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA**

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE  
N° d'ordre: 2023/ SYSTLC



DOMAINE: SCIENCES ET TECHNOLOGIE  
FILIERE: TELECOMMUNICATIONS  
OPTION: SYS TLC

**Mémoire présenté en vue d'obtention**  
**Du diplôme de Master Académique**

**Par:-** *BEN KHAINECHE Ahmed*

*- BAZA Thameur*

Encadré par: Pr. KHEDROUCHE Djamel

**THEME**

**Analyse Modale D'un Guide D'onde Rectangulaire  
Anisotrope Par La Méthode Des Moments**

**Soutenu publiquement le: ...../ 06 / 2023**

**Devant le jury composé de:**

**Année universitaire: 2022/2023**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# Remerciements

Je remercie tout d'abord dieu pour m'avoir aidé à terminer ce mémoire

Je remercie mes parents pour leur soutien continu, leur esprit motivateur et tous les sacrifices qu'ils ont faits afin que je puisse réaliser ce projet.

Je tiens à remercier l'ensemble des enseignants qui ont contribué de près ou de loin à notre formation

Je remercie mon encadreur : le prof. **KHEDROUCH Djamel** pour sa précieuse contribution et sa patience qu'il a fait preuve durant toute la période de préparation de ce mémoire. Qu'il trouve ici ma bonne gratitude envers lui

Je tiens à remercier aussi **Mr: BENKHAINECHE Rabeh** et **BENRAYA Ahmed** pour l'aide et l'effort qu'ils ont déployé pour m'aider à terminer le sujet de ce mémoire.

Je remercie aussi tous les étudiants du département d'électronique en générale et les étudiants de Master 2 en particulier.

# *Dédicaces*

Je dédie mon travail à  
l'âme de mon père bien-aimé, comme j'aimerais  
que tu sois à mes côtés en ce beau moment de  
ma vie. Que Allah ait pitié de toi et éclaire ta  
tombe, mon très cher père qui a quitté ce  
monde.

Et Ma mère, qui a œuvée pour ma réussite, de  
par son  
Amour, son Soutien, tous les sacrifices consentis  
et ses précieux conseils,

À tous mes frères et sœurs

à toute ma famille

A mon binôme

À tous mes amis et collègues À tous les  
étudiants de la promotion 2022/2023

Aux personnes qui m'ont toujours aidée et  
encouragée.

BENKHAINECHE Ahmed

# *Dédicaces*

À la plus belle créature que Allah a créée sur terre...

À cette source de tendresse, de patience et de  
générosité...

À ma mère!

Et mon très cher père

À tous mes frères et sœurs

À mes beaux parents et à toute ma famille

A mon binôme

*À tous mes amis et collègues*

À tous les étudiants de la promotion 2022/2023

A tous ceux qui, par un mot, m'ont donné la force de continuer..

Baza Thameur

# Liste des figures

- Figure I.1: Quelques exemples de guide d'ondes.
  - Figure I.2: Guide d'ondes rectangulaire
  - Figure I.3: Guide rectangulaire à surfaces anisotropes sur les parois verticales.
  - Figure I.4: Plaques parallèles.
  - Figure I.5: Guide circulaire.
  - Figure I.6: Guide d'onde elliptique.
  - Figure I.7: Présentation schématique d'un radar.
  - Figure I.8: Principe de fonctionnement du Radar.
- 
- Figure II.1: Exemple de fonctions de base de type sous-domaine (définies sur  $\Delta\Omega$ ) et approximation de la solution correspondante sur le domaine  $\Omega$ 
    - Figure II.2: Fonctions impulsions.
    - Figure II.3: Fonctions triangulaires par morceaux.
    - Figure II.4: Fonctions sinusoidales par morceaux .
- 
- Figure III.1: Section transversale d'un guide d'ondes rectangulaire pour quatre régions de permittivité.

# Liste des tableaux

- Tableau I.1:Sommaire des équations des plaques parallèles.
- Tableau III.1:Variation de la constante de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs de  $N$ .
- Tableau III.2:Variation de la constante de propagation  $\gamma$  calculées pour différentes valeurs de la fréquence  $f$ .
- Tableau III.3:Variation de la constante de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs de  $a$  et  $b$ .
- Tableau III.4:Variation de la constante de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs des constantes diélectriques.

# Sommaire

## **Remerciements**

## **Dédicaces**

## **Liste des figures**

## **Liste des tableaux**

Sommaire.....	I
Résumé .....	III
Introduction Générale.....	5

## **Chapitre I: Les guide d'onde**

I.1 Introduction: .....	8
1.1 Définitions .....	8
I.2 Guides d'ondes à parois anisotropes .....	11
I.2.1 Guides d'ondes rectangulaires.....	11
I.2.2 Guides parallèle plan.....	12
I.2.3 Guides d'ondes circulaires.....	14
I.2.4 Guides d'ondes elliptiques .....	15
I.3 Analyse modale des guides d'ondes.....	16
I.3.1 Méthode des moments .....	16
I.3.2 Méthode de Galerkin:.....	16
I.3.3 Méthode des éléments finis.....	17
I.4 Conception et fabrication de guides d'ondes .....	17
I.4.1 Matériaux .....	17
I.4.2 Techniques de fabrication: .....	18
I.5 Applications des guides d'ondes .....	19
I.6 Conclusion.....	21

## **Chapitre II: La méthode des moments**

II.1 Introduction.....	23
II.2 Description de la méthode des moments .....	23
II.3 Principe de la méthode des moments .....	25
III. 3 Application de la méthode des moments pour deux milieux différents .....	26

II.4 Les fonctions de base.....	31
II.4.1 Fonctions impulsions .....	31
II.4.2 Fonctions triangulaires par morceaux.....	31
II.4.3 Fonctions sinusoïdales par morceaux .....	32
II.5 Les fonctions de test.....	33
II.5.1 Technique de Galerkin.....	33
II.5.2 Technique de Collocation .....	33
II.5.3 Technique d'approximations générales .....	34
II.6 Conclusion: .....	35

## **Chapitre II: Formulation Problème et Résultats**

III.1 Introduction .....	37
III.2 Décompositions longitudinales-transversales .....	37
III.3 Formulation du problème .....	44
III.4 Analyse du problème par la méthode des moments.....	45
III.5 Résultats de simulation et discussions .....	50
III.5.1 Etude de la convergence.....	51
III.5.2 Effet de la variation de fréquence sur les modes de propagation .....	52
III.5.3 Effet des paramètres géométriques du guide sur les modes de propagation .....	53
III.5.4 Effet des paramètres physiques du guide sur les modes de propagation .....	54
III.6 Conclusion .....	56
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>58</b>
<b>Références Bibliographiques:</b> .....	<b>60</b>

## ملخص

في هذا العمل، تمت صياغة معادلة ماكسويل لموجه الموجات المستطيل ذو الثابت العازل غير المتجانس. تتم تحويل المعادلة المعدلة لهلمهولتز (Helmholtz) إلى مشكلة القيم الشخصية بشكل مصفوفي باستخدام طريقة العزوم. يتم تقديم حل رقمي كامل لمعادلة هلمهولتز لموجه الموجات المستطيل غير المتجانس في هذا المخطوط. يتم إجراء المحاكاة باستخدام برنامج MATLAB ، ويتم الحصول على القيم العددية لأنماط الانتشار. وأخيرًا، يتم دراسة تأثير العوامل الهندسية والفيزيائية، بالإضافة إلى التغير في التردد، على أنماط الانتشار داخل الدليل. أظهرت نتائج المحاكاة ارتباطًا قويًا لهذه العوامل على عدد أنماط الانتشار والقيمة العددية لثابت الانتشار.

## Résumé

Dans ce travail, l'équation de Maxwell pour un guide d'ondes rectangulaire dont le milieu a une constante diélectrique inhomogène est formulée. L'équation de Helmholtz modifiée qui en résulte est transformée en un problème de valeurs propres généralisées sous forme matricielle en utilisant la méthode des moments. Une solution numérique complète de l'équation de Helmholtz pour un guide d'ondes rectangulaire non homogène est présentée dans ce manuscrit. Les simulations sont effectuées à l'aide du logiciel MATLAB et les valeurs numériques des modes de propagation sont obtenues. Enfin, l'influence des paramètres géométriques et physiques, ainsi que la variation de la fréquence, sur les modes de propagation à l'intérieur du guide est étudiée. Les résultats des simulations ont montré une forte dépendance de ces paramètres sur le nombre de modes propagatifs et sur la valeur numérique de la constante de propagation.

## Abstract

In this work, the Maxwell's equation for a rectangular waveguide with an inhomogeneous dielectric constant is formulated. The resulting modified Helmholtz equation is transformed into a generalized eigenvalue problem in matrix form using the method of moments. A complete numerical solution of the Helmholtz equation for a nonhomogeneous rectangular waveguide is presented in this manuscript. The simulations are performed using the MATLAB software, and numerical values of the propagation modes are obtained. Finally, the influence of geometric and physical parameters, as well as frequency variation, on the propagation modes inside the waveguide is studied. The simulation results have shown a strong dependence of these parameters on the number of propagating modes and the numerical value of the propagation constant.

# **INTRODUCTION GENERALE**

# Introduction Générale

---

## *Introduction Générale*

La méthode des moments est sans doute la technique numérique la plus développée pour résoudre les problèmes de diffusion et de rayonnement électromagnétiques. Cependant, l'application de cette méthode a été limitée aux problèmes de fréquences de résonance et les fréquences plus basses.

On trouve dans la littérature beaucoup de techniques utilisant la méthode des moments pour l'analyse computationnelle d'un guide d'ondes rectangulaire. Les guides d'ondes sont utilisés pour transmettre des signaux électromagnétiques. À hautes fréquences, c'est la seule façon pratique de transmettre un rayonnement électromagnétique. Dans un guide d'ondes, seuls des modes spéciaux sont transmis, ce qui rend l'analyse des valeurs propres et de leurs vecteurs propres très importants en électromagnétisme. L'autre avantage des guides d'ondes est qu'ils peuvent traiter des puissances élevées avec de faibles pertes, telles que les pertes par atténuation, les pertes de transmission, etc. Les champs électromagnétiques dans ces guides d'ondes sont donnés par les équations de Maxwell. Bien que ces équations soient linéaires, les solutions analytiques ne peuvent être obtenues que dans des cas spécifiques de conditions aux limites. En raison de cela, les applications électromagnétiques sont devenues plus complexes, cependant, la prédiction de leur performance serait généralement importante. Par conséquent, les méthodes numériques sont devenues un outil utile pour analyser le système complexe d'équations.

Les équations des ondes gouvernent deux types de propagation des ondes, à savoir la propagation des ondes mécaniques et des ondes électromagnétiques. Elles peuvent souvent être formulées soit sous forme d'équations du second ordre, soit sous forme d'un système d'équations du premier ordre. La plupart de la littérature se concentre sur la solution numérique des équations des ondes du premier ordre car les équations du second ordre peuvent être transformées en équations du premier ordre. Mais il existe des cas où les équations des ondes du second ordre doivent être résolues. Il existe plusieurs méthodes explicites avec des approximations du second ordre et d'ordres supérieurs, mais toutes les méthodes explicites ont une limite supérieure de bande pour la taille du pas de temps utilisée. La méthode présentée peut être utilisée pour trouver la solution de l'équation des ondes pour un guide d'ondes ayant différentes régions de permittivité et également pour n'importe quel guide d'ondes de forme.

# Introduction Générale

---

Peu de travaux dans la littérature disponible offrent de solutions numériques pour les équations de Maxwell inhomogènes, même pour des guides d'ondes rectangulaires.

Dans ce travail, les équations de Maxwell pour un guide d'ondes rectangulaire, dont le milieu a une constante diélectrique inhomogène, sont formulées. Cette formulation aboutit aux équations de Helmholtz modifiées, qui sont transformées en un problème de valeurs propres généralisées à l'aide de la méthode des moments. Une solution numérique complète de ce problème de valeurs propres généralisées pour un guide d'ondes rectangulaire inhomogène a été obtenue en utilisant MATLAB. L'influence des différents paramètres de la structure du guide d'ondes rectangulaire (géométriques et physiques) sur le nombre de modes propagatifs dans le guide ainsi que sur la valeur de la constante de propagation est étudiée.

---

***Chapitre I***  
***Les guide d'onde***

---

## I.1 Introduction:

Un guide d'ondes est une forme spéciale de ligne de transmission utilisée pour applications micro-ondes. Ce sont des tubes métalliques faits de matériaux de haute qualité (cuivre et laiton - partiellement argenté ou même doré). Dans la technologie récente, on utilise un cuivre plaqué d'une fine couche de fibre de verre carbone. Les guides d'ondes peuvent être rectangulaires, circulaires où les sections transversales ovales et rectangulaires sont les plus couramment utilisées pour l'assemblage relativement court. Les guides d'ondes présentent plusieurs avantages par rapport à la transmission par fil et coaxial. Le principal avantage est de minimiser les pertes en diffusion. En effet, les champs électriques et magnétiques pour le transport d'énergie, égale à zéro sur une surface métallique. Ces champs sont donc confinés à l'espace intérieur du guide, minimisant les pertes, ils sont plus complets. Le blindage se traduit par un signal transmis très faible, ce qui donne une bonne immunité aux interférences externes. Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur la théorie générale liée au guide d'onde ainsi que sur les différents types de guides d'ondes. Enfin, on exposera les différents modes se propageant à l'intérieur de ces guides

### 1.1 Définitions

En électromagnétisme et en ingénierie des communications, le terme guide d'onde peut se référer à toute structure linéaire véhiculant des ondes électromagnétiques entre ses extrémités. Cependant, la signification originale et la plus commune est un tuyau métallique creux utilisé pour transporter des ondes radio (Figure I.1). Ce guide d'ondes est utilisé comme une ligne de transmission principalement à des fréquences micro-ondes, dans le but de connecter des émetteurs et des récepteurs hyperfréquences à leurs antennes respectives, dans des équipements tels que les radars, les communications par satellite et les liaisons radio hyperfréquences. Un guide d'onde diélectrique utilise une tige diélectrique solide plutôt qu'un tuyau creux. Une fibre optique est un guide diélectrique conçu pour fonctionner à des fréquences optiques. Les lignes de transmission telles que la ligne micro-ruban, le guide d'onde coplanaire, le stripline ou le câble coaxial peuvent également être considérées comme des guides d'ondes. Les ondes électromagnétiques se propagent en zigzags à l'intérieur du guide, et réfléchies de façon répétée entre les parois opposées du guide. Pour le cas particulier du guide d'ondes rectangulaire, il est possible de fonder une analyse exacte sur cette vue. Certaines structures, comme les guides d'ondes diélectriques non radiatifs et la ligne de goubau, utilisent à la fois des parois métalliques et des surfaces diélectriques pour confiner l'onde. On l'appelle, une cavité électromagnétique vide une enceinte délimitée par des parois conductrices. Dans un guide d'onde, on peut produire des ondes progressives guidées qui subit les lois des équations de Maxwell et les conditions aux

limites sur les conducteurs métalliques. Les guides d'ondes métalliques remplis par un diélectrique (ou vide) sont destinés pour les ondes hertziennes et ils ont plusieurs formes [1].



Figure I.1: Quelques exemples de guide d'ondes [1].

## I.1.2 Classifications des guides d'ondes

### I.1.2.1 Solutions générales des ondes TEM, TE et TM

Les équations qui permettent de calculer les fréquences de coupure des différents modes proviennent des équations de Maxwell. On suppose que les champs électriques et magnétiques sont harmoniques dans le temps, et que la propagation se fait selon l'axe  $z$ . Les champs électriques et magnétiques peuvent être écrits selon :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{E}}(x, y, z) &= [\tilde{\mathbf{e}}(x, y) + \hat{\mathbf{z}}e_z(x, y)]e^{-j\beta z} \\ \tilde{\mathbf{H}}(x, y, z) &= [\tilde{\mathbf{h}}(x, y) + \hat{\mathbf{z}}h_z(x, y)]e^{-j\beta z}\end{aligned}\quad (\text{I.2})$$

où  $\tilde{\mathbf{e}}(x, y)$  et  $\tilde{\mathbf{h}}(x, y)$  représentent les composantes transversales des champs électriques et magnétiques (composantes en  $x$  et  $y$ ), et  $e_z$  et  $h_z$  sont les composantes longitudinales.

Si la région du guide d'onde est sans sources, les équations de Maxwell peuvent être écrites selon :

$$\nabla \times \tilde{E} = -j\omega\mu\tilde{H} \quad (I.3)$$

$$\nabla \times \tilde{H} = j\omega\varepsilon\tilde{E} \quad (I.4)$$

On peut solutionner ces équations pour obtenir les quatre composantes transversales en fonction des composantes longitudinales ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$  et  $H_y$  en fonction de  $E_z$  et  $H_z$ ) :

$$H_x = \frac{j}{k_c^2} \left( \omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (I.5a)$$

$$H_y = \frac{-j}{k_c^2} \left( \omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (I.5b)$$

$$E_x = \frac{-j}{k_c^2} \left( \beta \frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) \quad (I.5c)$$

$$E_y = \frac{j}{k_c^2} \left( -\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (I.5d)$$

où :

$$k_c^2 = k^2 - \beta^2 \quad (I.6)$$

est le nombre d'onde de coupure et

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (I.7)$$

est le nombre d'onde du matériau du guide d'onde.

### I.1.2.2 Atténuation due aux pertes diélectriques

L'atténuation dans un guide d'onde peut être causée par les pertes dans le diélectrique ( $\alpha_d$ ) ou les pertes dans le conducteur ( $\alpha_c$ ). L'atténuation totale est la somme des deux atténuations,  $\alpha = \alpha_c + \alpha_d$ . L'atténuation causée par le conducteur dépend de la structure physique du guide, et doit donc être évaluée séparément pour chaque guide d'onde. Si le guide est rempli d'un diélectrique uniforme, l'atténuation due au diélectrique peut être calculée à partir de la constante de propagation.

### I.1.2.3 Fréquence de coupure:

Les modes TM et TE possèdent une fréquence de coupure  $f_c$ : c'est une fréquence au-dessous de laquelle ces modes ne peuvent pas se propager dans le guide. Une onde se propage seulement lorsque  $\beta$  est réel, ce qui se produit seulement lorsque  $k > k_c$ . Le mode TEM ne possède pas de fréquence de coupure. Normalement, dans un guide, on veut seulement un mode qui se propage (condition monomodale), on peut donc calculer les fréquences d'opération d'un guide en fonction des fréquences de coupure des modes supérieurs [2].

## I.2 Guides d'ondes à parois anisotropes

### I.2.1 Guides d'ondes rectangulaires

Le guide d'ondes rectangulaire est l'un des premiers types de lignes de transmission utilisées pour transporter des signaux hyperfréquences. Plusieurs composants, tels que des coupleurs, détecteurs, ou atténuateurs sont disponibles commercialement pour des fréquences de 1GHz à plus de 220GHz [2].

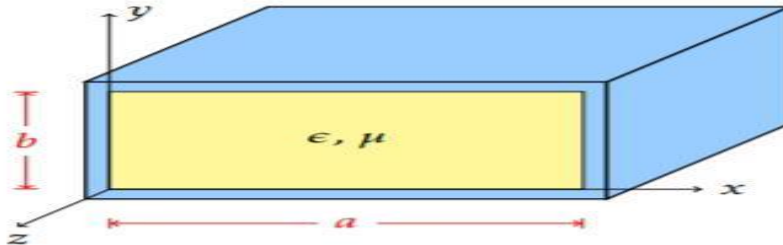


Figure I.2. Guide d'ondes rectangulaire [2]

#### I.2.1.1 Théorie:

Dans ce qui suit, le système de coordonnées cartésien, cf. Figure I.3, est considéré.

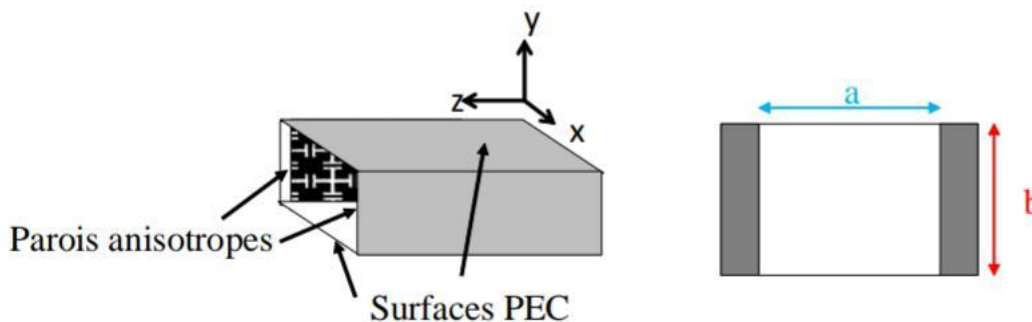


Figure I.3 Guide rectangulaire à surfaces anisotropes sur les parois verticales [3].

Dans les plans horizontaux ( $y = 0$  et  $y = b$ ), les parois sont des conducteurs parfaits(PEC), tandis que dans les plans verticaux ( $x = 0$  et  $x = a$ ), des impédances de surface anisotropes constantes mais égales  $Z_S|_{x=0} = Z_S|_{x=a}$  sont insérées. Comme les conditions aux limites peuvent être différentes sur les parois dans les plans ( $zy$ ) et ( $zx$ ), le mode TEM peut aussi exister (deux conducteurs disjoints). Ce mode sera qualifié séparément à la fin de cette partie [3].

### I.2.1.2 Modes de propagation:

Généralement, on peut distinguer trois types de mode de propagation à savoir :

- Le mode TE (transverse électrique)
- Le mode TM (transverse magnétique)
- Le mode TEM (transverse électromagnétique).

Ce dernier n'existe plus dans un guide rectangulaire en raison de ses parois qui forment une équipotentielle dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

Au par avant, on a bien dit que seulement le mode dominant soit propagé, ce dernier est caractérisé par sa fréquence de coupure qu'elle est la plus faible. On peut la démontrer par l'équation suivante.

$$f_c = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2}$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière;  $m, n$  sont les numéros de mode et  $a, b$  les dimensions du guide d'ondes [4]

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

### I.2.2 Guides parallèle plan

Les plaques parallèles forment le guide d'onde le plus simple, elles peuvent supporter des modes de propagation TE, TM et TEM. Bien qu'on ne s'en serve pas de façon pratique, les plaques parallèles permettent de modéliser des structures plus complexes. La Figure I.4 montre un exemple de plaques parallèles. On suppose que  $W \gg d$ .

$$Z_0 = \frac{\eta d}{W}$$

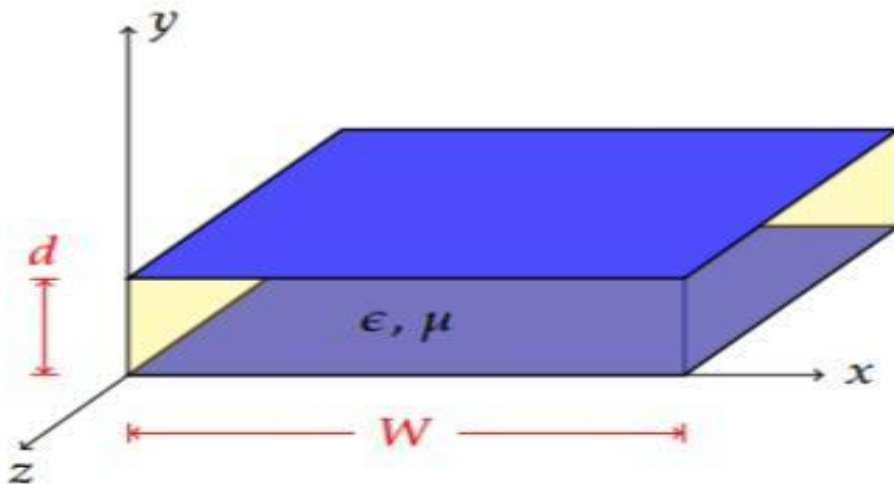
où  $\eta$  est l'impédance intrinsèque du milieu.

Pour le mode TEM, l'impédance du milieu est donnée par :

$$\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$$

L'impédance est constante et dépend seulement de la géométrie et des paramètres du milieu. La vitesse de phase est donnée par [2]

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$



**Figure I.4 Plaques parallèles[2].**

Pour le mode TM, la fréquence de coupure du mode  $n$  est obtenue par la condition

$k = k_c$ , ce qui donne

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{n}{2d}$$

Pour le mode TE, la même condition s'applique pour calculer la fréquence de coupure, et on obtient, pour le mode  $n$

$$f_c = \frac{n}{2d\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Le Tableau I.1 résume les équations les plus utiles pour les plaques parallèles.

Paramètre	Mode TEM	Mode TM <sub>n</sub>	Mode TM <sub>n</sub>
$k$	$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$	$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$
$k_c$	0	$n\pi/d$	$n\pi/d$
$\beta$	$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$	$\sqrt{k^2 - k_c^2}$
${}_c\lambda$	$\infty$	$2\pi/k_c = 2d/n$	$2\pi/k_c = 2d/n$
${}_g\lambda$	$\sqrt{2\pi/k}$	$2\pi/\beta$	$2\pi/\beta$
${}_d\alpha$	$k\tan\delta/2$	$k^2\tan\delta/2\beta$	$k^2\tan\delta/2\beta$
${}_c\alpha$	$R_s/\eta d$	$2kR_s/\beta\eta d$	$2k_c^2R_s/\beta\eta kd$

Tableau I.1 Sommaire des équations des plaques parallèles [2].

### I.2.3 Guides d'ondes circulaires

Un tube cylindrique peut aussi supporter des ondes TE et TM. Le mode de fonctionnement est semblable à celui du guide rectangulaire. Cependant, la rigidité d'une telle structure est difficile à assurer, et ce type de guide d'onde est peu utilisé en pratique. La Figure I.5 montre un exemple de guide circulaire. Pour pouvoir déterminer la configuration du champ électrique  $E$  dans un guide cylindrique de rayon  $R$ , les équations de Maxwell sont résolues en tenant compte des conditions aux limites à la surface du guide. Si le guide est parfaitement conducteur, ces conditions sont que les composantes tangentielles du champ électrique ( $E_n$ ) s'annulent à la surface ( $B_d$ ) et la composante normale du champ magnétique. Pour les guides cylindriques, les équations de Maxwell et les équations d'onde sont exprimées en coordonnées cylindriques [5]

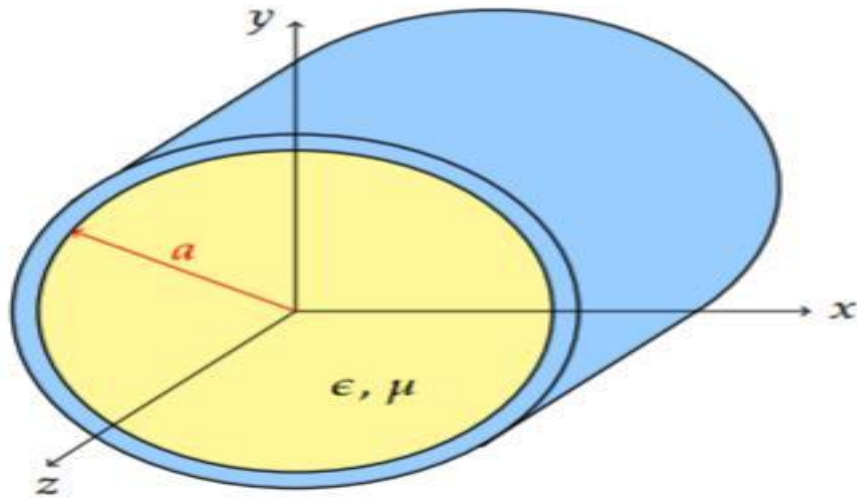


Figure I.5 Guide circulaire[2]

### I.2.4 Guides d'ondes elliptiques

Le guide d'onde à section elliptique avec une ondulation longitudinale permet de réaliser des guides faciles à poser sur des distances importantes, à l'intérieur des bâtiments de caoutchouc de protection. Ce type de guide d'onde se laisse assez facilement couder et ( tordre ), ce qui permet d'arriver exactement de l'antenne.

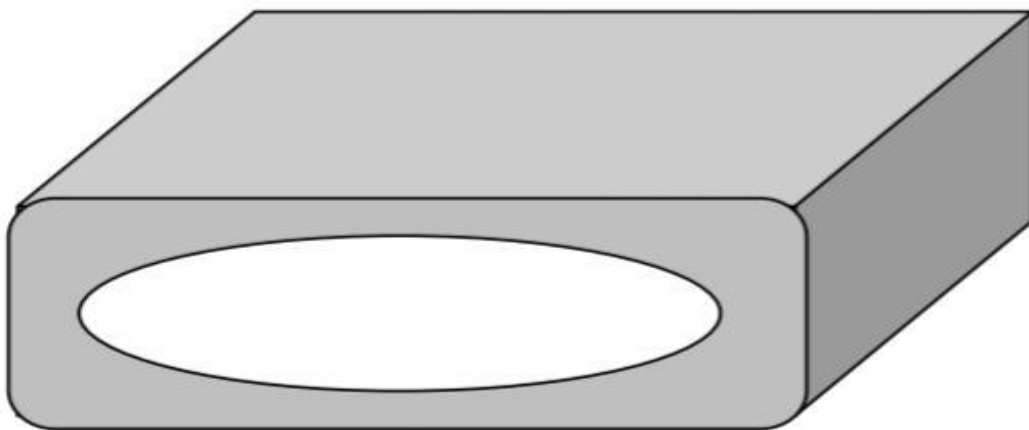


Figure I.6. Guide d'onde elliptique[4]

### I.3 Analyse modale des guides d'ondes

L'analyse modale des guides d'ondes est une technique qui permet de déterminer les modes de propagation des ondes électromagnétiques à l'intérieur d'un guide d'ondes. Cette analyse est importante car elle permet de déterminer les fréquences de coupure, les modes de polarisation et les pertes de propagation dans le guide d'ondes, voici les méthodes les plus importantes pour l'analyse des guides ondes

#### I.3.1 Méthode des moments

La méthode des moments (Moment Method) (MoM) permet de transformer une équation fonctionnelle en une équation matricielle. Elle est généralement employée avec des formulations intégrales, elle a été utilisée en premier lieu dans la mécanique et le génie civil jusqu'à ce que R. Harrington (Harrington, Antennas et Society, 1996) a démontré que cette méthode peut être utilisée pour résoudre des problèmes d'électromagnétisme. La MoM offre une base assez solide et efficace pour l'étude de la diffraction du champ électromagnétique en présence d'obstacle homogène dans un environnement ouvert. Mais le plus grand succès qu'a connu la MoM reste dans l'analyse des circuits planaires comme les antennes « microstrip »[6].

#### I.3.2 Méthode de Galerkin:

La méthode de Galerkin a initialement été introduite par Reed et Hill pour la discrétisation des équations caractérisant le transport de neutrons. Les aspects mathématiques de la méthode ont ensuite été développés par Lesaint et Raviart. Ce n'est qu'au début des années 1990 que Cockburn et Shu, ont adapté et étudié la méthode pour des problèmes de mécanique des fluides non visqueux. S'ensuivit la résolution des équations de Navier-Stokes compressibles par Bassi et al. au cours de la dernière décennie, de nombreux développements ont été réalisés (flux numériques, algorithmes d'adaptation,...), de manière analogue à l'approche des éléments finis. La solution est exprimée dans la même base fonctionnelle que les fonctions de test, ce qui correspond à l'approche de Galerkin. La différence majeure avec les éléments finis classiques provient de la non imposition de la continuité de la solution numérique au niveau des frontières interéléments. L'intégration par parties conduit donc à l'apparition d'intégrales sur ces frontières [7] qui sont évaluées de manière analogue.

### I.3.3 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis FEM a été largement utilisée en mécanique et en thermodynamique dès les années 50 (Zienkiewicz, Taylor et Zhu, 2013). La première utilisation pour résoudre des problèmes électromagnétique remonte aux années 60 (Silvester et Ferrari, 1996). L'avantage majeure de la FEM est qu'elle permet de traiter des structures en 3D peu importe leurs complexités et en présence de matériaux inhomogènes. La formulation FEM peut être obtenue en utilisant deux approches (i) Analyse variationnelle (ii) Approches des résidus pondérés. L'approche variationnelle est connue dans la littérature sous de nom de problème de valeur limite variationnelle (VBVP). On parle aussi de la méthode de Ritz ou plus précisément la méthode Rayleigh-Ritz. En gros, cette approche permet de transformer une équation différentielle où intégrale en un problème de minimisation[6].

## I.4 Conception et fabrication de guides d'ondes

### I.4.1 Matériaux

Les guides d'ondes peuvent être fabriqués à partir de différents matériaux en fonction de l'application et des caractéristiques électromagnétiques recherchées. Voici quelques exemples de matériaux couramment utilisés pour les guides d'ondes :

**--Cuivre :** le cuivre est un matériau communément utilisé pour les guides d'ondes, en particulier pour les guides d'ondes à ondes progressives. Il est facilement usinable et présente de bonnes propriétés de conduction électrique, ce qui permet de minimiser les pertes d'énergie.

**-Aluminium :** l'aluminium est également un matériau couramment utilisé pour les guides d'ondes en raison de ses propriétés de conduction électrique et de sa faible densité. Il est également facilement usinable et offre une alternative économique au cuivre.

**-Acier inoxydable :** l'acier inoxydable est un matériau résistant à la corrosion et capable de supporter des températures élevées. Il est souvent utilisé pour les guides d'ondes dans des environnements difficiles, tels que les applications industrielles ou militaires.

**-Carbure de silicium :** le carbure de silicium est un matériau céramique capable de résister à des températures très élevées. Il est souvent utilisé pour les guides d'ondes à haute fréquence et présente de faibles pertes diélectriques.

**-Verre :** le verre est souvent utilisé pour les guides d'ondes à fibres optiques, car il offre une faible perte optique et une transmission de la lumière efficace. Les guides d'ondes en verre sont également utilisés dans les applications de spectrométrie, de capteurs optiques.

**-Plastique :** le plastique est un matériau abordable et facilement usinable, souvent utilisé pour les guides d'ondes à basses fréquences et pour les applications non critiques.

### **I.4.2 Techniques de fabrication:**

Les techniques de fabrication pour les guides d'ondes peuvent varier en fonction du matériau utilisé, de la géométrie du guide d'ondes et de l'application finale. Voici quelques unes des techniques de fabrication courantes pour les guides d'ondes:

**-Usinage :** l'usinage est une technique courante pour la fabrication de guides d'ondes en métal, tels que le cuivre et l'aluminium. Cette technique utilise une fraiseuse CNC ou un tour pour tailler le matériau selon la géométrie souhaitée.

**-Moulage :** le moulage est une technique de fabrication pour les guides d'ondes en plastique ou en caoutchouc. Cette technique utilise un moule pour injecter ou presser le matériau dans la forme souhaitée.

**-Imprimante 3D :** l'impression 3D est une technique émergente pour la fabrication de guides d'ondes en plastique ou en métal. Cette technique utilise une imprimante 3D pour construire le guide d'onde couche par couche selon la géométrie souhaitée.

**-Gravure :** la gravure est une technique de fabrication pour les guides d'ondes en silicium, en verre ou en céramique. Cette technique utilise une solution chimique pour graver la géométrie souhaitée sur la surface du matériau.

**-Fabrication assistée par laser :** la fabrication assistée par laser est une technique avancée pour la fabrication de guides d'ondes en métal ou en céramique. Cette technique utilise un faisceau laser pour chauffer et fondre le matériau, créant ainsi la géométrie souhaitée.

## I.5 Applications des guides d'ondes

Les guides d'ondes sont utilisés dans diverses applications telles que:

**-Télécommunications:** Les guides d'ondes sont utilisés pour transmettre les signaux RF (radiofréquence) dans les antennes paraboliques, les antennes à fente et les antennes à cornet.

**-Éclairage:** Les guides d'ondes sont utilisés pour la transmission de la lumière dans les fibres optiques, qui sont largement utilisées dans les systèmes d'éclairage, les réseaux de communication optiques et les capteurs.

**-Électronique:** Les guides d'ondes sont utilisés dans la conception de dispositifs électroniques tels que les filtres à micro-ondes, les amplificateurs et les oscillateurs.

**-Médecine:** Les guides d'ondes sont utilisés dans les équipements médicaux pour diagnostiquer et traiter les maladies, tels que les endoscopes à fibres optiques, les dispositifs de mesure de la pression artérielle et les lasers chirurgicaux.

**-Industrie:** Les guides d'ondes sont utilisés dans l'industrie pour des applications telles que la mesure de la distance, la détection de niveaux de liquides et la mesure de la température.

**-Défense et radars:** Les RADAR, acronyme pour Radio Detection And Ranging, fait usage de l'écho produit par un obstacle situé sur la trajectoire d'une onde électromagnétique. Dans la majorité des cas, l'émetteur et le récepteur sont connectés à une antenne commune: c'est cette situation qui est considérée ici. Le temps qu'il faut à une onde électromagnétique pour aller de l'émetteur à l'obstacle, puis de l'obstacle au récepteur est mesuré et permet de calculer la distance  $R$ . La variation de fréquence du signal sert à déterminer la vitesse relative de l'obstacle par rapport à la source (effet Doppler). La direction dans laquelle se trouve l'obstacle est obtenue en pointant une antenne à faisceau étroit dans la direction donnant le plus grand signal réfléchi. Le schéma de principe d'un radar est donné à la Figure I.7, dans laquelle sont représentés symboliquement tous les termes qui le caractérisent. Les systèmes de radar sont très largement traités dans des ouvrages spécialisés[8] et Les guides d'ondes sont utilisés pour les radars, les systèmes de guerre électronique, les systèmes de communication militaires et les systèmes de surveillance.

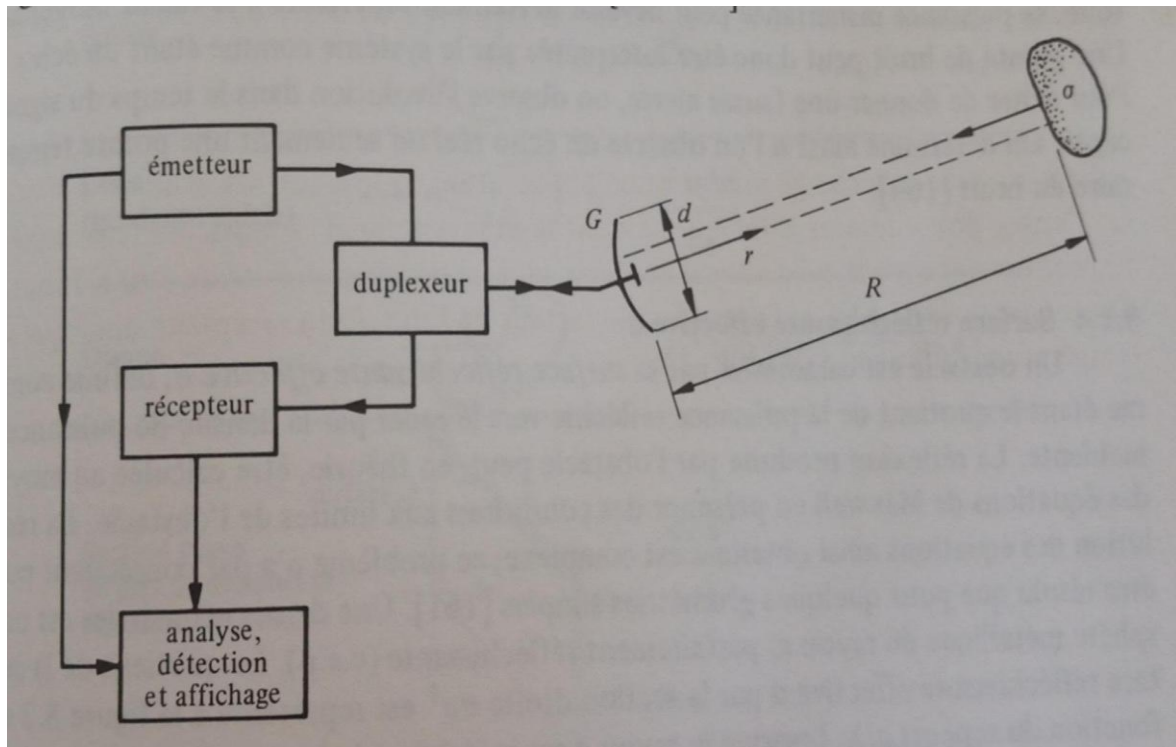


Figure. I.7 Présentation schématique d'un radar[8].

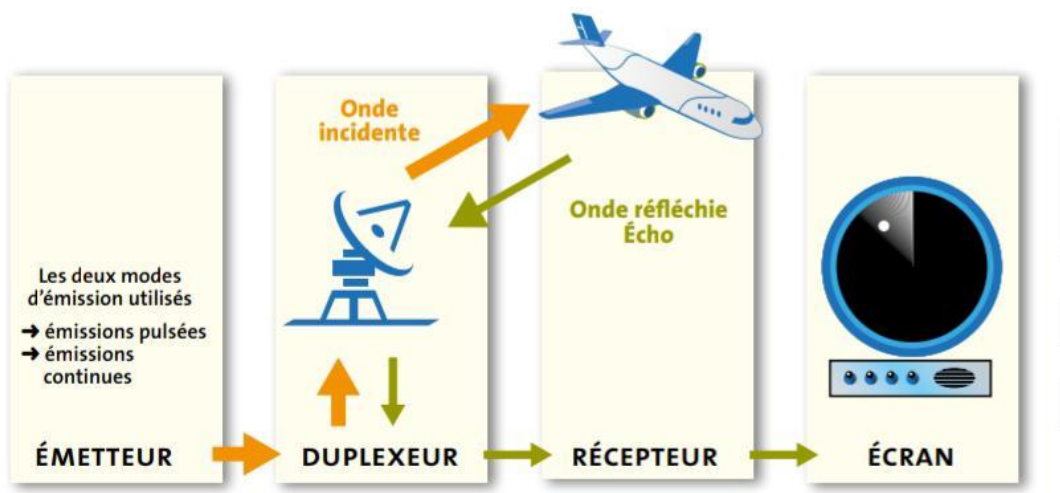


Figure I.8 Principe de fonctionnement du Radar [9]

**I.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons passé en revue la définition des guides d'ondes ainsi que les différents types de ceux-ci, notamment les guides d'ondes rectangulaires, circulaires et elliptiques. Ensuite, nous avons exposé une analyse des modes supportés par ces guides, tels que les modes TEM, TE et TM, en considérant les équations de Maxwell comme point de départ.

Nous avons également présenté les différents matériaux utilisés pour la construction des guides d'ondes, ainsi que les techniques de fabrication et quelques domaines d'application de ces derniers.

Dans le chapitre suivant, nous détaillerons la méthode des moments que nous utiliserons pour résoudre le problème de l'analyse modale du guide d'onde rectangulaire dans le dernier chapitre.

---

## *Chapitre II*

### *La méthode des moments.*

---

## **II.1 Introduction**

Ce chapitre présente et décrit, l'une des méthodes générales les plus utilisées pour résoudre les problèmes de rayonnement électromagnétique, à savoir la méthode des moments. La méthode des moments (MoM de l'anglais Moment Method) doit son nom au processus de prise de moments en multipliant par des fonctions de pondération appropriées et en les intégrant.

Elle a été appliquée à un large éventail de problèmes électromagnétiques (EM) depuis la publication du livre de Harrington [10].

Dans ce chapitre, on y présentera la description de la méthode ainsi que le fondement mathématique général de la méthode. Ensuite, les fondamentaux de la méthode appliquée dans le domaine spectral seront présentés. Une conclusion sera présentée à la fin de ce chapitre.

## **II.2 Description de la méthode des moments**

La méthode des moments est une technique numérique utilisée pour résoudre approximativement des équations d'opérateurs linéaires, telles que des équations différentielles ou des équations intégrales.

La fonction inconnue est approximée par une série finie de fonctions d'expansion connues avec des coefficients d'expansion inconnus. La fonction approximative est substituée dans l'équation d'opérateur d'origine, et l'équation approximative résultante est testée de sorte que le résidu pondéré soit nul.

Cela résulte en un certain nombre d'équations algébriques simultanées pour les coefficients inconnus. Ces équations sont ensuite résolues à l'aide du calcul matriciel.

La méthode des moments a été utilisée pour résoudre un grand nombre de problèmes électromagnétiques au cours des cinq dernières décennies [11]

La méthode des moments (MoM) est une méthode de résolution approchée des équations intégrales linéaires, par une projection sur une base de fonction qui est souvent choisie orthogonale. En général, on l'appelle « La méthode matricielle de résolution d'équations fonctionnelles » car elle transpose une équation fonctionnelle en un système d'équations.

L'inconvénient est que la MoM est une méthode d'ordre deux qui nécessite beaucoup de ressources informatiques [12].

La fonction inconnue  $f$  est exprimée sous la forme d'une combinaison linéaire de fonctions de base (ou test) connues  $f_n$ , pondérées par des coefficients inconnus  $a_n$ .

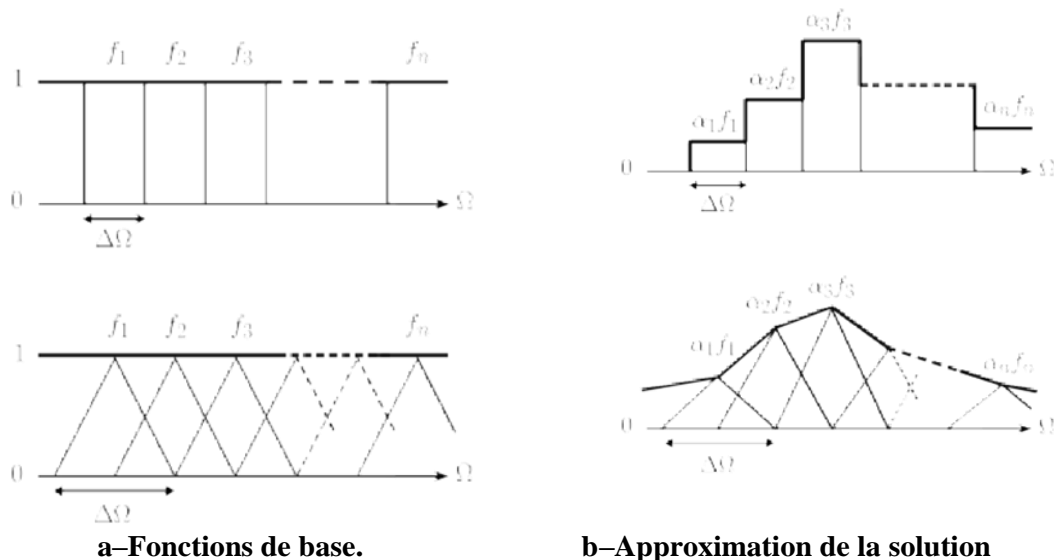
Equation (II.1)). La procédure de la MoM consiste à minimiser l'erreur résiduelle sur les fonctions de base. C'est une procédure générale, relativement facile à mettre en œuvre.

$$f = \sum_{n=1}^N a_n f_n \tag{II.1}$$

Un des inconvénients majeurs de cette méthode est le choix des fonctions de bases  $f_n$  qui doivent être appropriées pour exprimer la solution et approcher au mieux la fonction inconnue  $f$  à déterminer. Le choix de ces fonctions de base doit satisfaire certains critères, elles doivent se trouver dans le domaine des opérateurs et sont généralement définies sur des sous-domaines de la solution [14].

Ceci augmente la taille des matrices contre une simplification des calculs. Un choix judicieux des fonctions de base peut rapidement donner une solution tandis qu'un mauvais choix peut considérablement compliquer le problème voire ne pas le résoudre.

Dans la Figure II.1, on donne quelques fonctions de base de type sous-domaine [13].



**Figure II.1** Exemple de fonctions de base de type sous-domaine (définies sur  $\Delta \Omega$ ) et approximation de la solution correspondante sur le domaine  $\Omega$  [13]

### II.3 Principe de la méthode des moments

La méthode des moments est une méthode générale permettant de convertir des équations fonctionnelles en équations matricielles afin de les résoudre en utilisant les techniques d'algèbre linéaire. De manière générale, considérons un problème déterministe pour lequel une équation fonctionnelle correspondante est peut-être décrite sous la forme [14].

$$L(f) = y \quad (\text{II.2})$$

où  $L$  est un opérateur linéaire,  $f$  est la réponse, c'est la fonction inconnue à déterminer.  $y$  est l'entrée également appelée la source ou l'excitation. L'espace couvert par toutes les fonctions résultant de l'opération  $L$  s'appelle le domaine de  $L$ . La première étape de la résolution de l'Equation (II.2). La quantité inconnue  $f$  est développée en termes d'un ensemble de fonctions connues linéairement indépendantes, c'est-à-dire exprimer la fonction inconnue en termes de fonctions de base ou d'expansion  $f_n$  dans le domaine de  $L$ .

$$f = \sum_{n=1}^N a_n f_n \quad (\text{II.3})$$

L'ensemble des fonctions de base peut être fini ou infini. Dans le cas d'une solution exacte, la relation(II.3) est une sommation infinie, tandis que pour une solution approchée, elle est généralement une sommation finie.

En substituant l'expansion  $f$  de l'Equation (II.3) dans l'opérateur original (II.2), on obtient l'équation approximative suivante

$$L(\sum_{n=1}^N a_n f_n) = y \quad (\text{II.4})$$

En raison de la linéarité de l'opérateur dans le domaine de  $L$ , on peut réécrire l'Equation(II.3) comme suit :

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) = y \quad (\text{II.5})$$

Les coefficients inconnus  $a_n$  doivent maintenant être déterminés. Les deux membres de l'équation (II.5) sont multipliés par une fonction connue et correctement choisie, appelée fonction de pondération ou fonction de test (weighting function)  $w_m$ . Ainsi, on obtient l'équation suivante

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle w_m, L(f_n) \rangle = y, \quad m = 1, 2, 3, \dots, N \quad (\text{II.6})$$

L'équation fonctionnelle originale devient un ensemble d'équations linéaires qui peuvent être écrites sous une forme matricielle de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \langle w_1, L(f_1) \rangle & \langle w_1, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_1, L(f_N) \rangle \\ \langle w_2, L(f_1) \rangle & \langle w_2, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_2, L(f_N) \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_N, L(f_1) \rangle & \langle w_N, L(f_2) \rangle & \dots & \langle w_N, L(f_N) \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle w_1, y \rangle \\ \langle w_2, y \rangle \\ \vdots \\ \langle w_N, y \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

La méthode des moments est ainsi brièvement détaillée. On obtient la fonction  $f$ , par substitution de l'Equation (II.7) dans l'Equation (II.1) [14].

### III. 3 Application de la méthode des moments pour deux milieux différents

Soit l'équation de propagation : [15]

$$(\nabla^2 + K^2)\Phi(r) = Q(r) \quad (\text{II.8})$$

avec  $Q(r)$  : l'excitation,  $\Phi(r)$  : l'inconnu et  $K = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

Donc, on aura par analogie avec la forme générale d'une équation :

$$L = \nabla^2, f = \Phi(r) \text{ et } y = Q(r) - K^2 \Phi(r)$$

Pour une impulsion, soit  $g(r)$  la solution de l'équation de propagation et telle que :

$$(\nabla^2 + K^2)g(r) = -\delta(r - \hat{r}) \quad (\text{II.9})$$

On obtient alors deux équations :

$$(\nabla^2 + K^2)\Phi(r) = Q(r) \quad (\text{II.10})$$

$$(\nabla^2 + K^2)g(r) = -\delta(r - \hat{r}) \quad (\text{II.11})$$

En multipliant (II.10) par  $g(r)$  et (II.11) par  $\Phi(r)$  et après avoir fait la différence on obtient :

$$\Phi\nabla^2 g + gK^2\Phi = -\Phi\delta(r - \hat{r}) \quad (\text{II.12})$$

$$g\nabla^2\Phi + gK^2\Phi = gQ(r) \quad (\text{II.13})$$

ce qui donne :

$$g\nabla^2\Phi - \Phi\nabla^2g = gQ(r) + \Phi\delta(r - \dot{r}) \quad (\text{II.14})$$

En appliquant cette équation pour deux milieux 1 et 2 :

$$g_2\nabla^2\Phi_2 - \Phi_2\nabla^2g_2 = \Phi_2\delta(r - \dot{r}) \quad (\text{II.15})$$

$$g_1\nabla^2\Phi_1 - \Phi_1\nabla^2g_1 = g_1Q(r) + \Phi_1\delta(r - \dot{r}) \quad (\text{II.16})$$

En intégrant ces deux équations sur le volume, on obtiendra :

$$\int_{v_2} (g_2\nabla^2\Phi_2 - \Phi_2\nabla^2g_2) dv_2 = \int_{v_2} \Phi_2\delta(r - \dot{r}) dv_2 \quad (\text{II.17})$$

$$\int_{v_1} (g_1\nabla^2\Phi_1 - \Phi_1\nabla^2g_1) dv_1 = \int_{v_1} g_1Q(r) dv_1 + \int_{v_1} \Phi_1\delta(r - \dot{r}) dv_1 \quad (\text{II.18})$$

En appliquant le théorème d'Ostrogradski :

$$\int_v (g\nabla^2\Phi - \Phi\nabla^2g) dv = \int_s (g\nabla\Phi - \Phi\nabla g) ds \quad (\text{II.19})$$

On obtient :

$$\int_{s_1} (g_1\nabla\Phi_1 - \Phi_1\nabla g_1) ds_1 = \int_{v_1} g_1Q dv_1 + \int_{v_1} \Phi_1\delta(r - \dot{r}) dv_1 \quad (\text{II.20})$$

or on a :

$$\int_{v_1} \Phi_1\delta(r - \dot{r}) dv_1 = \Phi_1(r) \quad \text{si } r \in V_1 \quad (\text{II.21})$$

$$\int_{v_1} \Phi_1 \delta(r - \hat{r}) dv_1 = 0 \quad \text{si } r \in V_2 \quad (\text{II.22})$$

Et si  $\Phi_{inc}(r) = \int_v gQ dv$

Donc le système d'équations devient :

$$\begin{cases} \int_s (g_2 \nabla \Phi_2 - \Phi_2 \nabla g_2) ds = 0. & (\text{II.23}) \\ \int_{s_1} (g_1 \nabla \Phi_1 - \Phi_1 \nabla g_1) ds = \Phi_{inc} & (\text{II.24}) \end{cases}$$

Pour la résolution et la simplification de cette équation, on utilise certaines conditions appelées : conditions aux limites qui sont quatre conditions données par :

$$(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \times \mathbf{a}_{12} = \mathbf{J}_s \quad (\text{II.25})$$

$$(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \times \mathbf{a}_{12} = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) \cdot \mathbf{a}_{12} = \rho_s \quad (\text{II.27})$$

$$(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{a}_{12} = 0 \quad (\text{II.28})$$

Avec  $\mathbf{E}$  : champ électrique,  $\mathbf{D}$  : induction électrique,  $\mathbf{H}$  : champ magnétique,  $\mathbf{B}$  : induction magnétique,  $\mathbf{J}_s$  : densité surfacique de courant,  $\rho_s$  : densité surfacique de charge et  $a_{12}$  : vecteur unitaire normale à la surface de séparation et dirigé du milieu 1 vers le milieu 2.

A travers ces quatre conditions, on déduit la condition au limite qu'on utilisera pour la simplification :

$$\begin{cases} \Phi_1 = \Phi_2 \\ P_1 n \nabla \Phi_1 = P_2 n \nabla \Phi_2 \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Donc on peut écrire les deux équations (II.23) et (II.24)

$$\begin{cases} L_{21}n\nabla\Phi_2 + L_{22}\Phi_2 = 0 \\ L_{11}n\nabla\Phi_1 + L_{12}\Phi_1 = \Phi_{inc} \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

Et en remplaçant les conditions aux limites on obtient les deux équations :

$$\begin{cases} \frac{P_1}{P_2}L_{21}n\nabla\Phi_1 + L_{22}\Phi_1 = 0 \\ L_{11}n\nabla\Phi_1 + L_{12}\Phi_1 = \Phi_{inc} \end{cases} \quad \begin{matrix} (\text{II.33}) \\ (\text{II.34}) \end{matrix}$$

Pour résoudre ces deux équations avec la méthode des moments, on les transforme en matrices et on les écrit sous la forme :  $[x].[y]=[z]$  dans laquelle x, y et z sont des matrices telles que :

$$x = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ \frac{P_1}{P_2}L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$y = \begin{bmatrix} n\nabla\Phi_1 \\ \Phi_1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

$$z = \begin{bmatrix} \Phi_{inc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

et les valeurs de  $L_{11}$ ,  $L_{12}$ ,  $L_{21}$  et  $L_{22}$  s'expriment comme suit :

$$L_{11} = \int_{s_1} g_1 ds \quad (\text{II.38})$$

$$L_{12} = - \int_{s_1} n\nabla g_1 ds \quad (\text{II.39})$$

$$L_{21} = \int_{s_2} g_2 ds \quad (\text{II.40})$$

$$L_{22} = - \int_{s_2} n \nabla g_2 ds \quad (\text{II.41})$$

Soit :

$$\begin{cases} \Phi_1(\dot{r}) = \sum_{n=1}^N b_n f_{2n}(\dot{r}) \\ n \nabla \Phi_1(\dot{r}) = \sum_{n=1}^N a_n f_{1n}(\dot{r}) \end{cases} \quad (\text{II.42})$$

$$\quad \quad \quad (\text{II.43})$$

Avec  $f_{1n}$  et  $f_{2n}$  ( $2 \times n$ ) fonctions de bases. En remplaçant  $\Phi_1$  et  $n \nabla \Phi_1$  par leurs valeurs on obtient :

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^N \frac{p_1}{p_2} L_{21} a_n f_{1n} + \sum_{n=1}^N L_{22} b_n f_{2n} = 0 \\ \sum_{n=1}^N L_{11} a_n f_{1n} + \sum_{n=1}^N L_{12} b_n f_{2n} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

$$\quad \quad \quad (\text{II.45})$$

En multipliant les deux équations (II.43) et (II.44) respectivement par  $w_{1m}$  et  $w_{2m}$  avec  $m = 1, 2, 3, \dots, N$ .

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^N a_n \langle w_{2m}, \frac{p_1}{p_2} L_{21} f_{1n} \rangle + \sum_{n=1}^N b_n \langle w_{2m}, L_{22} f_{2n} \rangle = 0 \\ \sum_{n=1}^N a_n \langle w_{1m}, L_{11} f_{1n} \rangle + \sum_{n=1}^N b_n \langle w_{1m}, L_{12} f_{2n} \rangle = \langle w_{1m}, \Phi_{inc} \rangle \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

$$\quad \quad \quad (\text{II.47})$$

avec  $a_n$  et  $b_n$  : inconnus

$f_{1n}$  et  $f_{2n}$  : fonctions de bases.

$w_{1m}$  et  $w_{2m}$  : fonctions de test

$$L_{11} = L_{21} = \int_s g ds$$

$$L_{12} = L_{22} = - \int_s n \nabla g ds$$

**II.4 Les fonctions de base**

La première étape, la plus importante, consiste à bien choisir les fonctions de bases les plus appropriées. Ceci peut être établi grâce à une géométrie correcte du problème et à une évaluation mathématique visant à assurer une bonne convergence. En général, il existe de nombreuses fonctions de base, voici brièvement quelques unes ou autrement dit les plus utilisées dans les sous-domaines de la structure à étudier [14].

**II.4.1 Fonctions impulsions**

La Figure II.2 montre un ensemble de fonctions de base à impulsion, le plan étant divisé en N segments. Ces fonctions, se réfèrent par la simplicité de leur formulation mathématique, sont définies comme suit

$$f_n(x) = \begin{cases} 1 & x_n \leq x \leq x_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (II.48)$$

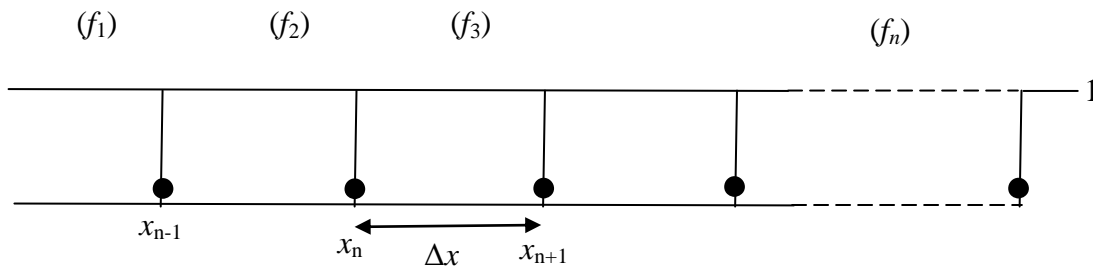


Figure II.2 Fonctions impulsions [14].

**II.4.2 Fonctions triangulaires par morceaux**

La Figure II.3 montre un ensemble de fonctions trigonométriques linéaires imbriquées. Ces fonctions trigonométriques fournissent plusieurs définitions linéaires de la solution entre les segments. Sa formule mathématique est définie comme suit :

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{x-x_{n-1}}{\Delta x} & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{x_{n+1}-x}{\Delta x} & x_n \leq x \leq x_{n+1} \end{cases} \quad (\text{II.49})$$

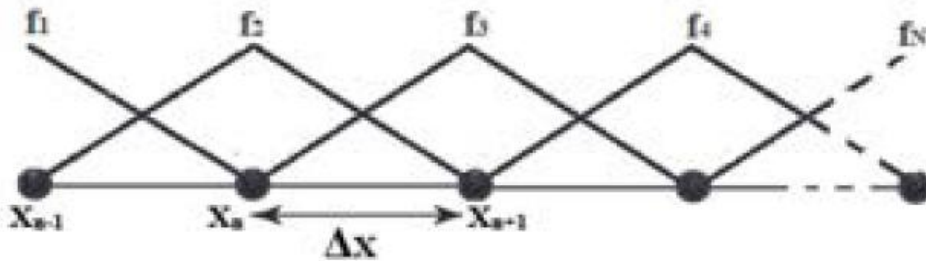


Figure II.3 Fonctions triangulaires par morceaux [14].

### II.4.3 Fonctions sinusoidales par morceaux

Les fonctions de base de forme sinusoidales sont illustrées dans la Figure II.4 et sont définies par l'expression suivante :

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin(k(x-x_{n-1}))}{\sin(k\Delta x)} & x_{n-1} \leq x \leq x_n \\ \frac{\sin(k(x_{n+1}-x))}{\sin(k\Delta x)} & x_n \leq x \leq x_{n+1} \end{cases} \quad (\text{II.50})$$

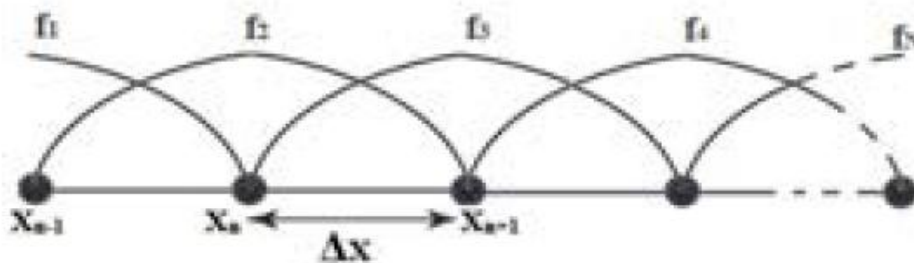


Figure II.4 Fonctions sinusoidales par morceaux [16].

## **II.5 Les fonctions de test**

La substitution de ces expansions de fonctions de bases dans les équations intégrales génère un ensemble d'équations intégrales discrétisées, qui peuvent ensuite être converties en un système d'équations algébriques linéaires.

Ceci est réalisé en testant les équations intégrales discrétisées à l'aide d'un ensemble de fonctions de test. Il y a plusieurs techniques applicables pour la résolution de ces équations.

Dans la méthode des moments, trois techniques essentielles sont utilisées. [16]

### **II.5.1 Technique de Galerkin**

En mathématiques, dans le domaine de l'analyse numérique, la technique de Galerkin, du nom du mathématicien russe Boris Galerkin, convertit un problème d'opérateur continu, tel qu'une équation différentielle en un problème discret en appliquant des contraintes linéaires déterminées par des ensembles finis de fonctions de base.

En particulier, l'approximation dans lequel les fonctions d'essai sont identiques aux fonctions de base [14].

### **II.5.2 Technique de Collocation**

La technique de point-matching désigne la méthode numérique par laquelle un certain nombre de points sont sélectionnés sur une frontière commune entre deux régions et les expressions des champs de chaque côté sont mises en équation en ces points.

Combinée aux méthodes de calcul modernes, cette technique peut donner des résultats numériques utiles.

dans des problèmes tels que la diffusion radar, les réflexions sur les guides d'ondes, etc. Bien sûr, les résultats, étant dérivés d'un processus non analytique, ne sont pas exacts, mais on suppose que si un nombre suffisant de points est utilisé, la solution numérique convergera de manière appropriée vers une solution technique adéquate [14].

**II.5.3 Technique d'approximations générales**

Le principe est d'utiliser des fonctions de base à variation simple linéaire définies par morceaux, à support compact et à valeur non nulle autour de certains points particuliers seulement. Ces points sont appelés points d'interpolation. L'avantage de ce type d'approximation est que les points d'interpolation peuvent être répartis dans le domaine d'étude pour mieux arriver à une fonction qui introduit des variances.

Les points d'interpolation sont répartis autant que possible afin de bien effectuer la modélisation [14].

**II.6 Conclusion:**

En conclusion, le chapitre sur la méthode des moments a fourni une compréhension approfondie de cette technique largement utilisée dans les problèmes de l'électromagnétisme pour estimer les paramètres d'un modèle.

On y a donné une description et une définition détaillée de la méthode des moments ainsi que le principe de base et modalités de fonctionnement de cette méthode.

Ensuite on a présenté des détails concernant l'application de la méthode dans le cas de deux milieux différents. En effet, on a présenté les différentes étapes de la méthode, en partant de l'équation d'onde de Helmholtz jusqu'à l'arrivée au système d'équations linéaires qu'on a mis sous forme matricielle. Enfin, on a présenté les définitions des fonctions de base et les fonctions de test, où on a donné les différents types de ces dernières.

Dans le chapitre suivant, on va procéder à l'analyse modale d'un guide d'ondes inhomogène en utilisant la méthode des moments expliquée dans ce chapitre.

---

# *Chapitre III*

## **FORMULATION DU PROBLEME ET RESULTATS**

---

### III.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va utiliser la méthode des moments décrite dans le chapitre précédent pour effectuer une analyse modale, pour déterminer les modes TM propagatifs dans un guide d'ondes rectangulaire rempli par un diélectrique inhomogène. Le point de départ sera les équations de Maxwell, à partir desquelles on formulera l'équation d'ondes de Helmholtz. Après on donnera les différentes structures de l'onde qui peuvent exister dans le guide, qui sont les modes TE et TM. Ensuite la méthode des moments sera appliquée à l'équation de Helmholtz afin d'arriver à un système d'équations linéaire.

Le système d'équations linéaires est transformé en une équation matricielle de la forme  $\mathbf{Ax}=\mathbf{0}$ . Cette équation représente ce qu'on appelle un problème aux valeurs propres.

La matrice  $\mathbf{A}$  est une matrice carrée qui contient les différentes propriétés géométriques et physiques de la structure étudiée. Les constantes de propagation (ou modes de propagation) seront calculés à partir des valeurs propres de la matrice  $\mathbf{A}$ .

Les simulations numériques obtenues dans ce manuscrit sont effectuées par le logiciel Matlab.

### III.2 Décompositions longitudinales-transversales

Dans cette section, on va suivre une procédure semblable à celle utilisée par [16] pour dériver l'équation d'ondes de Helmholtz. Dans un système de guide d'ondes, nous recherchons des solutions des équations de Maxwell qui se propagent le long de la direction de guidage (la direction  $z$ ) et sont confinées dans la zone proche de la structure de guidage. On suppose que les champs électriques et magnétiques ont la forme :

$$\mathbf{E}(x, y, z, t) = \mathbf{E}(x, y, )e^{j\omega t - j\beta z} \quad (\text{III.1})$$

$$\mathbf{H}(x, y, z, t) = \mathbf{H}(x, y, )e^{j\omega t - j\beta z}$$

Où  $\beta$  est le nombre d'ondes de propagation (constante de phase) le long de la direction du guide. La longueur d'onde correspondante, appelée longueur d'onde de guidage, est désignée par  $\lambda_g = 2\pi/\beta$ . La relation précise entre  $\omega$  et  $\beta$  dépend du type de structure du guide d'ondes et du

mode de propagation particulier. Comme les champs sont confinés dans les directions transversales (les directions  $x, y$ ), ils ne peuvent pas être uniformes (sauf dans les structures très simples) et auront une dépendance non triviale sur les coordonnées transversales  $x$  et  $y$ .

Ensuite, nous dérivons les équations pour les amplitudes de phase  $\mathbf{E}(x, y)$ . et  $\mathbf{H}(x, y)$ . En raison du rôle préférentiel joué par la direction  $z$ , il s'avère commode de décomposer les équations de Maxwell en composantes longitudinales, c'est-à-dire le long de la direction  $z$ , et en composantes transversales, le long des directions  $x$  et  $y$ .

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \hat{x}E_x(x, y) + \hat{y}E_y(x, y) + \hat{z}E_z(x, y) = \mathbf{E}(x, y) + \hat{z}E_z(x, y)$$

De la même manière, nous pouvons décomposer l'opérateur de gradient comme :

$$\nabla = \hat{x}\partial_x + \hat{y}\partial_y + \hat{z}\partial_z = \nabla_T - j\beta\hat{z} \quad (\text{III.3})$$

où nous avons remplacé  $\partial_z \rightarrow -j\beta$  en raison de la dépendance supposée de  $z$ . En introduisant ces décompositions dans les équations de Maxwell sans source, nous avons alors:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -j\omega\mu\mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= j\omega\varepsilon\mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

En appliquant les équations (III.2) et (III.3) aux équations (III.4), on aura :

$$\begin{aligned} (\nabla_T - j\beta\hat{z}) \times (\mathbf{E}_T + \hat{z}E_z) &= -j\omega\mu(\mathbf{H}_T + \hat{z}H_z) \\ (\nabla_T - j\beta\hat{z}) \times (\mathbf{H}_T + \hat{z}H_z) &= j\omega\varepsilon(\mathbf{E}_T + \hat{z}E_z) \\ (\nabla_T - j\beta\hat{z}) \cdot (\mathbf{E}_T + \hat{z}E_z) &= 0 \\ (\nabla_T - j\beta\hat{z}) \cdot (\mathbf{H}_T + \hat{z}H_z) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Où  $\epsilon, \mu$  désignent les permittivités du milieu dans lequel les champs se propagent, par exemple, le milieu entre les conducteurs coaxiaux dans un câble coaxial, ou le milieu à l'intérieur d'un guide d'ondes rectangulaire creux.

On note que :  $\hat{z} \cdot \hat{z} = 1$  ,  $\hat{z} \times \hat{z} = 0$  ,  $\hat{z} \cdot \mathbf{E}_T = 0$  ,  $\hat{z} \cdot \nabla_T E_z = 0$  et que  $\hat{z} \times \mathbf{E}_T$  et  $\hat{z} \times \nabla_T E_z$  sont transverses tandis que  $\nabla_T \times \mathbf{E}_T$  est longitudinal. En effet, on a :

$$\hat{z} \times \mathbf{E}_T = \hat{z} \times (\hat{x}E_x + \hat{y}E_y) = \hat{y}E_x - \hat{x}E_y$$

$$\nabla_T \times \mathbf{E}_T = (\hat{x}\partial_x + \hat{y}\partial_y) \times (\hat{x}E_x + \hat{y}E_y) = \hat{z}(\partial_x E_y + \partial_y E_x)$$

En utilisant ces propriétés et en égalant les parties longitudinales et transversales dans les deux côtés de l'équation (III.5), nous obtenons l'ensemble d'équations de Maxwell équivalent suivant:

$$\nabla_T E_z \times \hat{z} - j\beta \hat{z} \times \mathbf{E}_T = -j\omega\mu \mathbf{H}_T$$

$$\nabla_T H_z \times \hat{z} - j\beta \hat{z} \times \mathbf{H}_T = j\omega\epsilon \mathbf{E}_T$$

$$\nabla_T \times \mathbf{E}_T + j\omega\mu \hat{z} H_z = 0$$

(III.6)

$$\nabla_T \times \mathbf{H}_T - j\omega\epsilon \hat{z} E_z = 0$$

$$\nabla_T \cdot \mathbf{E}_T - j\beta E_z = 0$$

$$\nabla_T \cdot \mathbf{H}_T - j\beta H_z = 0$$

Selon que les deux, une ou aucune des composantes longitudinales sont nulles, nous pouvons classer les solutions comme transverse électromagnétique (TEM), transverse électrique (TE), transverse magnétique (TM) ou hybrides.

$$E_z = 0 , H_z = 0 \quad , \text{modes TEM}$$

$$E_z = 0 , H_z \neq 0 \quad , \text{modes TE ou H}$$

$$E_z \neq 0 , H_z = 0 \quad , \text{modes TM ou E}$$

$$E_z \neq 0 , H_z \neq 0 \quad , \text{modes hybride ou HE ou EH}$$

Dans le cas des modes TEM, qui sont les modes dominants dans les lignes de transmission à deux conducteurs telles que le câble coaxial, les champs sont purement transversaux et la solution de l'équation (III.6) se réduit à un problème électrostatique bidimensionnel équivalent.

Dans tous les autres cas, au moins l'un des champs longitudinaux  $E_z, H_z$  est non nul.

Il est alors possible d'exprimer les champs transversaux  $\mathbf{E}_T, \mathbf{H}_T$  en termes des champs longitudinaux  $E_z, H_z$ .

En formant le produit vectoriel des seconds membres des équations (III.6) avec  $\hat{\mathbf{z}}$  et en utilisant l'identité vectorielle  $\hat{\mathbf{z}} \times (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{H}_T) = \hat{\mathbf{z}}(\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{H}_T) - \mathbf{H}_T(\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{z}}) = -\mathbf{H}_T$ , et de même,  $\hat{\mathbf{z}} \times (\nabla_T H_z \times \hat{\mathbf{z}}) = \nabla_T H_z$ , on obtient

$$\nabla_T H_z + j\beta \mathbf{H}_T = j\omega \varepsilon \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T$$

Ainsi, les deux premières équations de (III.6) peuvent être considérées comme un système linéaire de deux équations dont les deux inconnues sont  $\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T$  et  $\mathbf{H}_T$ , soit :

$$\begin{aligned} \beta \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T - \omega \mu \mathbf{H}_T &= j \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z \\ \omega \varepsilon \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T - \beta \mathbf{H}_T &= -j \nabla_T H_z \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

La solution de ce système est donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z - \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \nabla_T H_z \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z - \frac{j\beta}{k_c^2} \nabla_T H_z \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

où nous avons défini le nombre d'onde de coupure  $k_c$  par :

$$k_c^2 = \omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2 = k^2 - \beta^2 \quad (\text{III.9})$$

La quantité  $k = \omega/c = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$  est le nombre d'onde qu'une onde plane uniforme aurait dans le milieu de propagation  $\mu, \varepsilon$ .

Bien que  $k_c^2$  représente la différence  $\omega^2 \mu \varepsilon - \beta^2$ , il s'avère que les conditions aux limites de chaque type de guide d'ondes forcent  $k_c^2$  à prendre certaines valeurs, qui peuvent être positives, négatives ou nulles et caractérisent les modes de propagation.

Par exemple, dans un guide d'onde diélectrique,  $k_c^2$  est positif à l'intérieur du guide et négatif à l'extérieur; dans un guide d'onde conducteur creux,  $k_c^2$  prend certaines valeurs positives quantifiées; dans une ligne TEM,  $k_c^2$  est nul.

Quelques définitions connexes sont la fréquence de coupure et la longueur d'onde de coupure définies comme suit :

$$\omega_c = ck_c, \quad \lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} \quad (\text{III.10})$$

On peut alors exprimer  $\beta$  en fonction de  $\omega$  et  $\omega_c$ , ou  $\omega$  en fonction de  $\beta$  et  $\omega_c$ , en prenant les racines carrées positives de (III.9), on a :

$$\beta = \frac{1}{c} \sqrt{\omega^2 - \omega_c^2} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} \quad \text{et} \quad \omega = \sqrt{\omega_c^2 + \beta^2 c^2} \quad (\text{III.11})$$

Souvent l'équation (III.11) est exprimée en fonctions des longueurs d'ondes  $\lambda = 2\pi/k = 2\pi c/\omega$ ,  $\lambda_c = 2\pi/k_c$  et  $\lambda_g = 2\pi/\beta$ . Il découle de  $k^2 = k_c^2 + \beta^2$  que :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2} \Rightarrow \lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_c^2}}} \quad (\text{III.12})$$

On note que  $\lambda$  est lié à la longueur d'onde de l'espace libre  $\lambda_0 = 2\pi c_0/\omega = c_0/f$ , par l'indice de réfraction du matériau diélectrique.  $\lambda = \lambda_0/n$ . Il est commode à ce stade d'introduire les impédances transversales pour les modes TE et TM par les définitions :

$$\eta_{TE} = \frac{\omega \mu}{\beta} = \eta \frac{\omega}{\beta c}, \quad \eta_{TM} = \frac{\beta}{\omega \varepsilon} = \eta \frac{\beta c}{\omega} \quad (\text{III.13})$$

où l'impédance du milieu  $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ , tel que  $\eta/c = \mu$  et  $\eta c = 1/\varepsilon$ . On note les propriétés :

$$\eta_{TE} \eta_{TM} = \eta^2, \quad \frac{\eta_{TE}}{\eta_{TM}} = \frac{\omega^2}{\beta^2 c^2} \quad (\text{III.14})$$

Puisque  $\beta c/\omega = \sqrt{1 - \omega_c^2/\omega^2}$ , on peut écrire aussi :

$$\eta_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \omega_c^2/\omega^2}}, \quad \eta_{TM} = \eta\sqrt{1 - \omega_c^2/\omega^2} \quad (\text{III.15})$$

Avec ces définitions, on peut réécrire les équations (III.8) comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z - \eta_{TE} \nabla_T H_z) \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \left( \frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z - \nabla_T H_z \right) \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

En utilisant le résultat  $\hat{\mathbf{z}} \times (\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T) = -\mathbf{E}_T$ , nous résolvons alors pour  $\mathbf{E}_T$  et  $\mathbf{H}_T$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} (\nabla_T E_z - \eta_{TE} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z) \\ \mathbf{H}_T &= -\frac{j\beta}{k_c^2} \left( \frac{1}{\eta_{TM}} \nabla_T H_z + \frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T E_z \right) \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Une manière alternative et utile d'écrire ces équations est de former les combinaisons linéaires suivantes, qui sont équivalentes à l'équation (III.7)

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_T - \frac{1}{\eta_{TM}} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}_T &= \frac{j}{\beta} \nabla_T H_z \\ \mathbf{E}_T - \eta_{TE} \mathbf{H}_T \times \hat{\mathbf{z}} &= \frac{j}{\beta} \nabla_T E_z \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

Jusqu'à présent, nous n'avons utilisé que les deux premières équations de Maxwell (III.6) et exprimé  $\mathbf{E}_T$  et  $\mathbf{H}_T$  en termes de  $E_z$ ,  $H_z$ . En utilisant (III.17), il est facile de montrer que les membres gauches des quatre autres équations (III.6) prennent les formes suivantes :

$$\begin{aligned}\nabla_T \times \mathbf{E}_T + j\omega\mu\hat{\mathbf{z}}H_z &= \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\hat{\mathbf{z}}(\nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z) \\ \nabla_T \times \mathbf{H}_T - j\omega\varepsilon\hat{\mathbf{z}}E_z &= -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\hat{\mathbf{z}}(\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z) \\ \nabla_T \cdot \mathbf{E}_T - j\beta E_z &= -\frac{j\beta}{k_c^2}(\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z) \\ \nabla_T \cdot \mathbf{H}_T - j\beta H_z &= -\frac{j\beta}{k_c^2}(\nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z)\end{aligned}\tag{III.19}$$

où  $\nabla_T^2$  est l'opérateur laplacien bidimensionnel :

$$\nabla_T^2 = \nabla_T \cdot \nabla_T = \partial_x^2 + \partial_y^2\tag{III.20}$$

et nous avons utilisé les identités vectorielles  $\nabla_T \times \nabla_T E_z = 0$ ,  $\nabla_T \times (\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z) = \hat{\mathbf{z}}\nabla_T^2 H_z$  et  $\nabla_T \cdot (\hat{\mathbf{z}} \times \nabla_T H_z) = 0$ .

Il s'ensuit que pour satisfaire les quatre dernières équations de Maxwell (III.6), il est nécessaire que les champs longitudinaux  $E_z(x,y)$ ,  $H_z(x,y)$  satisfassent les équations de Helmholtz bidimensionnelles :

$$\begin{aligned}\nabla_T^2 E_z + k_c^2 E_z &= 0 \\ \nabla_T^2 H_z + k_c^2 H_z &= 0\end{aligned}\tag{III.21}$$

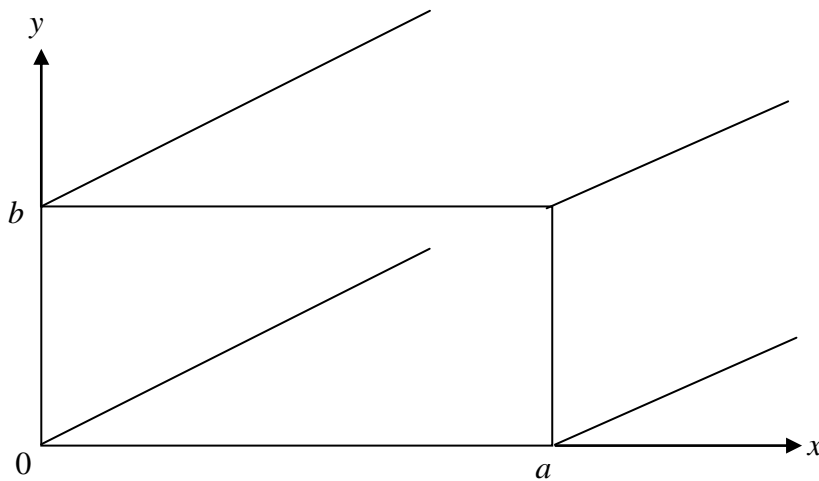
Ces équations doivent être résolues avec les conditions aux limites appropriées pour chaque type de guide d'ondes. Une fois que les champs  $E_z$  et  $H_z$  sont connus, les champs transverses  $\mathbf{E}_T$  et  $\mathbf{H}_T$  sont calculés à partir de l'équation (8III.17), ce qui permet d'obtenir une solution complète des équations de Maxwell pour la structure de guidage.

Pour obtenir la dépendance complète en  $x$ ,  $y$ ,  $z$  et  $t$  des champs en propagation, les solutions ci-dessus doivent être multipliées par le facteur  $e^{j\omega t - j\beta z}$ .

### III.3 Formulation du problème

La structure de guide d'ondes rectangulaire qu'on choisi d'étudier, ainsi que la formulation mathématique correspondante, et semblable à celle de la référence [17]. On considère un guide d'ondes rectangulaire rempli par un matériau diélectrique inhomogène de dimensions  $a$  et  $b$  (Figure III.1). Le guide rectangulaire a été divisé en quatre régions de surface égale. Soit  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_2$  la permittivité des régions inférieures ( $0 \leq y \leq b/2$ ), pour la région 1 ( $0 \leq x \leq a/2$ ) et la région 2 ( $a/2 \leq x \leq a$ ), respectivement.

De même,  $\epsilon_3$  et  $\epsilon_4$  est la permittivité pour la partie supérieure ( $b/2 \leq y \leq b$ ) de la section de rectangle, c'est-à-dire les régions 3 ( $0 \leq x \leq a/2$ ) et 4 ( $a/2 \leq x \leq a$ ), respectivement. Une coupe transversale de ce type de guide d'ondes est présentée à la Figure III.1.



**Figure III.1** : Section transversale d'un guide d'ondes rectangulaire pour quatre régions de permittivité.

Les équations de Helmholtz (III.21) peuvent être écrites sous la forme d'une seule équation, à savoir :

$$(\nabla_T^2 + k_c^2)\psi(x, y) = 0 \quad (\text{III.22})$$

où  $\psi(x, y)$  peut être soit  $E_z(x, y)$  soit  $H_z(x, y)$ . L'équation (1) est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$\psi(0, y) = 0 = \psi(a, y) = \psi(x, 0) = \psi(x, b)$$

où  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  et  $\mu = \mu_0 \mu_r$  sont respectivement la permittivité et la perméabilité du milieu.  $\epsilon_r$  et  $\mu_r$  sont la permittivité et la perméabilité relatives du milieu. La permittivité et la perméabilité de l'espace sont données par.

$$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m} \tag{III.23}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

et

$$k_c^2 = \mathbf{k}^2 + \boldsymbol{\gamma}^2 = \omega^2 \mu \epsilon + \boldsymbol{\gamma}^2$$

Ici  $k_c^2$  est une constante et la constante de propagation  $\boldsymbol{\gamma}$  est donnée par :

$$\boldsymbol{\gamma} = \boldsymbol{\alpha} + j\boldsymbol{\beta}$$

Où  $\boldsymbol{\alpha}$  et  $\boldsymbol{\beta}$  sont respectivement la constante d'atténuation et la constante de phase, respectivement. Dans le cas d'un guide d'ondes rempli par un diélectrique sans pertes ( $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ ), on retrouve la formule (III.9), c'est-à-dire :

$$k_c^2 = \mathbf{k}^2 + (j\boldsymbol{\beta})^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \boldsymbol{\beta}^2$$

Les fonctions de test,  $\psi(x, y)$  peuvent être choisies comme fonction sinus ou cosinus, ce choix est justifié par la nature sinusoïdale du champ électromagnétique dans une géométrie rectangulaire. En résolvant cette équation, on peut trouver les valeurs admissibles de la constante de propagation  $\boldsymbol{\gamma}$ .

#### III.4 Analyse du problème par la méthode des moments

Dans cette section on va appliquer la méthode des moments pour résoudre l'équation d'onde et ainsi déterminer les constantes de propagation  $\boldsymbol{\gamma}$  possibles. On suivra une procédure similaire à [17], on peut exprimer le champ électromagnétique à travers la fonction potentielle orthonormée (les fonctions de base)  $\psi(x, y)$  comme:

$$\psi(x, y) = \sum_{m,n=1}^N C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{III.24})$$

La substitution de l'équation (III.24) dans l'équation (III.22) donne :

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \mathbf{k}^2 + \gamma^2) \sum_{m,n=1}^N C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = 0$$

Après quelques manipulations algébriques et en considérant un diélectrique non magnétique, on arrive à l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & - \sum_{m,n=1}^N \left[ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \\ & + \omega^2 \mu_0 \varepsilon \sum_{m,n=1}^N \left[ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (\text{III.25}) \\ & + \gamma^2 \sum_{m,n=1}^N \left[ \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] C_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = 0 \end{aligned}$$

Maintenant on va utiliser la procédure de Galerkin de la méthode des moments, qui consiste à utiliser des fonctions de test de même nature que les fonctions de base. En effet, multiplions l'équation (III.25) par:

$$\sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right)$$

et intégrons à travers la section transversale du guide d'ondes, on aura :

$$\begin{aligned} & - \left(\frac{ab}{4}\right) \left[ \left(\frac{r\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{s\pi}{b}\right)^2 \right] C_{rs} \\ & + \sum_{m,n=1}^N \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 C_{mn} \int_0^a \int_0^b \varepsilon_r \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \\ & \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) dx dy + \gamma^2 \left(\frac{ab}{4}\right) C_{rs} = 0 \quad (\text{III.26}) \end{aligned}$$

avec  $r = s = 1, 2, 3, \dots, N$ .

La première ligne de l'équation (III.26) est une matrice diagonale d'ordre  $N^2 \times N^2$ , chaque élément de cette matrice est identifié comme suit :

$$D[N(r-1) + s, N(r-1) + s] = -\frac{ab}{4} \left[ \left( \frac{r\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{s\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (\text{III.27})$$

Prenons maintenant la partie contenant l'intégrale double et réécrivons la sous la forme suivante :

$$A = \int_0^a \int_0^b \varepsilon_r \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) dx dy$$

Ici A est une matrice carrée d'ordre  $N^2 \times N^2$ .

Du moment que le diélectrique qui remplit le guide est inhomogène, alors on divise cette intégrale en quatre parties comme suit :

$$A = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

avec

$$I_1 = \int_0^{a/2} \int_0^{b/2} \varepsilon_{r1} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) dx dy$$

$$I_2 = \int_{a/2}^a \int_0^{b/2} \varepsilon_{r2} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) dx dy$$

$$I_3 = \int_0^{a/2} \int_{b/2}^b \varepsilon_{r3} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) dx dy$$

$$I_4 = \int_{a/2}^a \int_{b/2}^b \varepsilon_{r4} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{r\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{s\pi y}{b}\right) dx dy$$

Après quelques manipulations, on aura :

$$I_1 = \left(\frac{ab}{16} \varepsilon_{r1}\right) \left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(s - n\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(s + n\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \times$$

$$\left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(r - m\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(r + m\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \quad (\text{III.28})$$

$$I_2 = -\left(\frac{ab}{16} \varepsilon_{r2}\right) \left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(s - n\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(s + n\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \times$$

$$\left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(r - m\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(r + m\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \quad (\text{III.29})$$

$$I_3 = -\left(\frac{ab}{16} \varepsilon_{r3}\right) \left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(s - n\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(s + n\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \times$$

$$\left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(r - m\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(r + m\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \quad (\text{III.30})$$

$$I_4 = \left(\frac{ab}{16} \varepsilon_{r4}\right) \left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(s - n\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(s + n\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \times$$

$$\left\{ \left[ \operatorname{sinc}\left(r - m\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \operatorname{sinc}\left(r + m\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \quad (\text{III.31})$$

si  $r \neq m$  et  $s \neq n$

et si  $r = m$  ou  $s = n$ , on a alors :

$$I_1 = \frac{ab}{16} \varepsilon_{r1} \quad (\text{III.32})$$

$$I_2 = \frac{ab}{16} \varepsilon_{r2} \quad (\text{III.33})$$

$$I_3 = \frac{ab}{16} \varepsilon_{r3} \quad (\text{III.34})$$

$$I_4 = \frac{ab}{16} \varepsilon_{r4} \quad (\text{III.35})$$

Dans les équations (III.28)-(III.31), la fonction *sinc* désigne la fonction sinus cardinal définie par :

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x} \quad (\text{III.35})$$

En résumant les résultats ci-dessus, on peut réécrire la matrice  $A$  sous la forme compacte suivante :

$$A[r, s / m, n] = \frac{ab}{16} [\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r3} + \varepsilon_{r4}] \quad (\text{III.36})$$

si  $r = m$  ou  $s = n$

etsi  $r \neq m$  et  $s \neq n$  :

$$\begin{aligned} A[r, s / m, n] &= \frac{ab}{16} [\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r3} + \varepsilon_{r4}] \times \\ &\left\{ \left[ \text{sinc}\left(s - n\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \text{sinc}\left(s + n\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \times \\ &\left\{ \left[ \text{sinc}\left(r - m\right) \frac{\pi}{2} \right] - \left[ \text{sinc}\left(r + m\right) \frac{\pi}{2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Maintenant, soit  $A$  une la matrice carrée  $N^2 \times N^2$  dont l'élément  $[N(r-1)+s, N(m-1)+n]$  est égal à  $A[r, s/m, n]$ . Alors, le système d'équations linéaires (III.26) sera exprimé comme suit :

$$\omega^2 \mu_r \varepsilon_0 A c + D c + \gamma^2 \left( \frac{ab}{4} \right) c = 0 \quad (\text{III.38})$$

Posons

$$\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 A + D = B \quad (\text{III.39})$$

on peut écrire alors :

$$B c + \gamma^2 \left( \frac{ab}{4} \right) c = 0$$

L'équation (III.40) représente l'équation aux valeurs propres de la matrice carrée  $B$ , dont les valeurs propres  $\lambda_k$  sont données par :

$$\lambda_k = \gamma_k^2 \left( \frac{ab}{4} \right) \quad (\text{III.41})$$

Alors les valeurs admissible de  $\gamma$  sont données par :

$$\gamma_k = \mp 2 \sqrt{\frac{-\lambda_k}{ab}} \quad (\text{III.42})$$

avec  $k = 1, 2, 3, \dots, N^2$ . où  $\lambda_k : k = 1, 2, 3, \dots, N^2$  sont les valeurs propres de la matrice  $B$ .

### III.5 Résultats de simulation et discussions

La structure du guide d'ondes illustrée dans la Figure III.1 est considérée pour obtenir les différents modes de propagation du guide (les constantes de propagation  $\gamma$ ) dans la configuration TM. Les valeurs de  $\gamma$  ont été calculées à partir des valeurs propres de la matrice  $B = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 A + D$ .

Le diélectrique remplissant le guide d'ondes est considéré comme étant sans pertes, ce qui nous amène à nous attendre à ce que les constantes de propagation  $\gamma$  soient des nombres complexes purement imaginaires.

En effet, la procédure de résolution numérique nous donne toutes les solutions mathématiques possibles, c'est-à-dire des valeurs complexes de  $\gamma$ , qu'elles soient purement réelles ou purement imaginaires.

Dans notre cas, nous nous intéressons uniquement aux solutions correspondant à des  $\gamma$  purement imaginaires (modes propagatifs), tandis que les autres modes ( $\gamma$  purement réelles) correspondent aux modes évanescents. Nous avons utilisé le logiciel MATLAB pour calculer les valeurs propres de la matrice  $B$ , principalement pour profiter de la fonction *eig* qui est une fonction interne du MATLAB qui permet de calculer les valeurs propres et les vecteurs propres associés à une matrice.

III.5.1 Etude de la convergence

Une solution exacte, par la méthode des moments, n'est possible que si l'on utilise un nombre infini de fonctions de base, c'est-à-dire  $N \rightarrow \infty$ , ce qui est impossible à réaliser en pratique. Par conséquent, il est nécessaire de tronquer le nombre de fonctions de base pour les besoins de l'implémentation numérique, et la solution obtenue dans ce cas est dite approximative.

Afin de déterminer la valeur minimale de  $N$  permettant une solution acceptable, une étude de convergence a été réalisée pour vérifier la convergence de la méthode proposée. Pour cela, des simulations ont été réalisées pour la fréquence  $f = 20$  GHz et pour  $N = 8, 16, 24$ . Le Tableau III.1 présente les résultats de simulation obtenus pour différentes valeurs de  $N$ , avec les dimensions du guide :  $a = 2.5$  cm,  $b = 1$  cm, les constantes diélectriques :  $\epsilon_{r1} = 4, \epsilon_{r2} = 2, \epsilon_{r3} = 1, \epsilon_{r4} = 3$ , pour le matériau inhomogène remplissant le guide et la fréquence  $f = 20$  GHz.

D'après le Tableau III.1, on constate une bonne convergence des résultats numériques pour  $N = 16$ . Par conséquent, dans le reste du manuscrit, un nombre  $N = 16$  de fonctions sinus est utilisé pour calculer les constantes de propagation.

Tableau III.1. Variation de la constante de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs de  $N$  :  $a = 2.5$  cm,  $b = 1$  cm,  $\epsilon_{r1} = 4, \epsilon_{r2} = 2, \epsilon_{r3} = 1, \epsilon_{r4} = 3$ , et  $f = 20$  GHz.

Constante de propagation $\gamma$ (/m)		
N=8	N=16	N=24
414.3i	420.9i	421.0i
432.7i	433.2i	433.2i
464.0i	464.3i	464.4i
476.3i	477.3i	477.3i
479.4i	488.0i	488.1i
496.2i	496.3i	496.3i
504.7i	504.8i	504.8i
530.1i	530.6i	530.7i
541.7i	542.3i	542.4i
572.8i	573.5i	573.5i
579.3i	579.6i	579.6i
590.2i	591.0i	591.0i
605.3i	605.4i	605.4i
636.7i	637.4i	637.4i
671.7i	671.9i	671.9i
694.9i	695.0i	695.0i

### III.5.2 Effet de la variation de fréquence sur les modes de propagation

Afin d'étudier l'influence de la fréquence sur les modes de propagation du guide d'ondes, nous avons calculé les constantes de propagation pour différentes valeurs de la fréquence

$f$  ( $f = 16, 20, 30, 40$  GHz). Les paramètres géométriques et physiques du guide sont les suivants :

$a = 2.5$  cm,  $b = 1$  cm,  $\epsilon_{r1} = 4$ ,  $\epsilon_{r2} = 2$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$  et,  $\epsilon_{r4} = 3$ . Le nombre de fonction de base est  $N = 16$ . Les résultats de simulation obtenus pour ce cas sont présentés dans le Tableau III.2. D'après le tableau, on constate que les valeurs des constantes de propagation augmentent avec l'augmentation de la fréquence, ce résultat était prévisible à partir de la relation (III.9).

De plus, on constate que le nombre de modes propagatifs dans le guide augmente avec l'augmentation de la fréquence. En effet, l'augmentation de la fréquence correspond à une diminution de la longueur d'onde ce qui permet, pour une géométrie de guide d'ondes fixe, d'augmenter le nombre de modes de.

Tableau III.2. Variation de la constante de propagation  $\gamma$  calculées pour différentes valeurs de la fréquence  $f$ :  $a = 2.5$  cm,  $b = 1$  cm,  $\epsilon_{r1} = 4$ ,  $\epsilon_{r2} = 2$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$ ,  $\epsilon_{r4} = 3$  et  $N = 16$ .

Constante de propagation $\gamma$ (/m)			
$f = 16$ GHz	$f = 20$ GHz	$f = 30$ GHz	$f = 40$ GHz
115.8i	420.9i	856.1i	1244.2i
188.9i	433.2i	868.9i	1256.9i
221.8i	464.3i	871.4i	1263.6i
263.3i	477.3i	883.0i	1277.2i
271.1i	488.0i	896.6i	1291.4i
277.8i	496.3i	902.8i	1292.7i
335.1i	504.8i	913.6i	1314.7i
350.3i	530.6i	919.5i	1329.6i
364.8i	542.3i	953.2i	1355.5i
401.6i	573.5i	956.4i	1359.8i
409.2i	579.6i	981.7i	1374.7i
441.0i	591.0i	999.9i	1389.1i
442.5i	605.4i	1001.0i	1396.1i
472.3i	637.4i	1035.4i	1420.9i
513.0i	671.9i	1059.2i	1439.3i
540.4i	695.0i	1076.1i	1453.0i

Propagation dans le guide. En revanche, on constate une diminution de nombre de modes propagatifs avec la diminution de la fréquence jusqu'à ce qu'il n'y ait aucun mode de propagation dans le guide pour des fréquences inférieures à la fréquence de coupure  $f_c$ .

### III.5.3 Effet des paramètres géométriques du guide sur les modes de propagation

Dans cette section, nous allons étudier l'effet des paramètres géométriques de la structure sur les modes de propagation du guide d'ondes.

Pour cela, nous avons calculé les constantes de propagation pour différentes dimensions de la section transversale du guide,  $a$  et  $b$ .

Dans ce cas, les paramètres de la structure étaient :  $f = 20$  GHz,  $\epsilon_{r1} = 4$ ,  $\epsilon_{r2} = 2$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$ ,  $\epsilon_{r4} = 3$ , et  $N = 16$ . Nous avons pris 5 exemples de dimensions de la section transversale du guide : ( $a = 1.0$  cm,  $b = 0.5$  cm), ( $a = 2.5$  cm,  $b = 1.0$  cm), ( $a = 3$  cm,  $b = 1.5$  cm), ( $a = 4$  cm,  $b = 2.0$  cm) et ( $a = 10$  cm,  $b = 5.0$  cm). Les résultats de simulation obtenus sont résumés dans le Tableau III.3.

Tableau III.3. Variation de la constante de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs de  $a$  et  $b$  :  $f = 20$  GHz,  $\epsilon_{r1} = 4$ ,  $\epsilon_{r2} = 2$ ,  $\epsilon_{r3} = 1$ ,  $\epsilon_{r4} = 3$ , et  $N = 16$ .

Constante de propagation $\gamma$ (/m)				
$a = 1.0$ cm, $b = 0.5$ cm	$a = 2.5$ cm, $b = 1$ cm	$a = 3.0$ cm, $b = 1.5$ cm	$a = 4.0$ cm, $b =$ 2.0 cm	$a = 10.0$ cm, $b =$ 5.0 cm
182.9i	420.9i	550.0i	606.7i	713.03i
346.7i	433.2i	553.0i	614.9i	714.02i
489.1i	464.3i	559.9i	617.9i	716.57i
590.1i	477.3i	562.9i	618.7i	718.96i
/	488.0i	580.2i	622.2i	719.74i
/	496.3i	583.8i	633.8i	719.82i
/	504.8i	589.7i	645.0i	721.97i
/	530.6i	599.5i	647.6i	723.13i
/	542.3i	605.6i	653.6i	725.65i
/	573.5i	621.2i	668.4i	725.83i
/	579.6i	639.3i	681.6i	728.79i
/	591.0i	646.9i	682.9i	729.97i
/	605.4i	664.5i	693.3i	730.98i
/	637.4i	674.8i	701.5i	732.47i
/	671.9i	699.0i	715.4i	735.56i
/	695.0i	715.4i	725.3i	737.74i

A première vue, d'après le tableau, on constate que le nombre de modes propagatifs diminue avec la diminution des dimensions de la section du guide.

En effet, dans le cas ( $a = 1. \text{ cm}$ ,  $b = 0.5 \text{ cm}$ ), on compte seulement 04 modes de propagation, tandis que les autres modes, parmi les  $N^2 \times N^2$ , sont des modes évanescents.

On remarque également qu'à mesure que les dimensions du guide augmentent, le nombre de modes de propagation augmente dans le guide. Par exemple, dans le cas ( $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 5.0 \text{ cm}$ ), on atteint un maximum de modes propagatifs, c'est-à-dire les  $N^2 \times N^2$  modes sont des modes de propagation. En fait, cette situation correspond en quelques sortes à un milieu de propagation illimité où les dimensions du milieu de propagations sont infinies et la fréquence de coupure du guide  $f_c \rightarrow 0$  (cas de la propagation non guidée).

Nous constatons également que les valeurs des constantes de propagation augmentent avec l'augmentation des dimensions du guide. Cela s'explique par le fait que  $f_c$  diminue avec l'augmentation de  $a$  et  $b$ , et à la limite,  $f_c$  tend vers zéro et  $\gamma = j\beta \rightarrow j\omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r}$ , où  $\varepsilon_r$  représente la permittivité relative équivalente du diélectrique remplissant le guide.

### III.5.4 Effet des paramètres physiques du guide sur les modes de propagation

En dernier lieu, nous allons examiner l'effet de la variation des paramètres physiques sur les modes de propagation du guide. Dans ce cas, nous avons calculé les constantes de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs de permittivité relative du milieu : ( $\varepsilon_{r1} = 1, \varepsilon_{r2} = 1, \varepsilon_{r3} = 1, \varepsilon_{r4} = 1$ ), ( $\varepsilon_{r1} = 2.5, \varepsilon_{r2} = 2.5, \varepsilon_{r3} = 2.5, \varepsilon_{r4} = 2.5$ ), ( $\varepsilon_{r1} = 4, \varepsilon_{r2} = 2, \varepsilon_{r3} = 1, \varepsilon_{r4} = 3$ ), ( $\varepsilon_{r1} = 5, \varepsilon_{r2} = 3, \varepsilon_{r3} = 2, \varepsilon_{r4} = 4$ ) et ( $\varepsilon_{r1} = 10, \varepsilon_{r2} = 7, \varepsilon_{r3} = 3, \varepsilon_{r4} = 5$ ).

Les autres paramètres sont maintenus fixes :  $a = 2.5 \text{ cm}$ ,  $b = 1.0 \text{ cm}$ ,  $f = 20 \text{ GHz}$  et  $N = 16$ . Les résultats de simulation correspondants sont résumés dans le Tableau III.4.

On observe que dans le cas où le diélectrique remplissant le guide est l'air, le nombre de modes de propagation diminue (10 modes dans ce cas) tout comme les valeurs des constantes de propagation qui diminuent également.

En augmentant les valeurs des permittivités relatives, on constate une augmentation du nombre de modes propagatifs ainsi que des valeurs des constantes de propagation.

En effet, le nombre de modes et les valeurs de leur constante de phase dépendent de la permittivité relative du matériau remplissant le guide selon la relation de la constante de phase pour un milieu illimité  $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ .

Tableau III.4. Variation de la constante de propagation  $\gamma$  pour différentes valeurs des constantes diélectriques :  $a=2.5$  cm,  $b = 1$ cm,  $f= 20$  GHz, et  $N = 16$ .

Constante de propagation $\gamma$ ( /m)				
$\varepsilon_{r1} = 1, \varepsilon_{r2} = 1$ $\varepsilon_{r3} = 1, \varepsilon_{r4} = 1$	$\varepsilon_{r1} = 2.5, \varepsilon_{r2} = 2.5$ $\varepsilon_{r3} = 2.5, \varepsilon_{r4} = 2.5$	$\varepsilon_{r1} = 4, \varepsilon_{r2} = 2$ $\varepsilon_{r3} = 1, \varepsilon_{r4} = 3$	$\varepsilon_{r1} = 5, \varepsilon_{r2} = 3$ $\varepsilon_{r3} = 2, \varepsilon_{r4} = 4$	$\varepsilon_{r1} = 10, \varepsilon_{r2} = 7$ $\varepsilon_{r3} = 3, \varepsilon_{r4} = 5$
93.9i	426.0i	420.9i	594.0i	916.6i
117.3i	445.2i	433.2i	602.7i	917.7i
203.5i	448.5i	464.3i	625.5i	937.2i
228.6i	461.6i	477.3i	635.2i	940.6i
247.2i	470.0i	488.0i	643.3i	950.1i
270.1i	491.6i	496.3i	649.5i	951.8i
296.3i	521.8i	504.8i	656.1i	954.2i
339.7i	526.5i	530.6i	676.2i	971.1i
367.6i	552.1i	542.3i	685.4i	980.3i
383.4i	561.9i	573.5i	710.3i	991.6i
/	569.7i	579.6i	715.2i	1002.8i
/	580.0i	591.0i	724.5i	1010.6i
/	592.6i	605.4i	736.3i	1018.7i
/	615.5i	637.4i	762.8i	1042.2i
/	631.3i	671.9i	791.9i	1064.4i
/	640.6i	695.0i	811.5i	1079.7i

### III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une analyse de la propagation des ondes électromagnétiques à l'intérieur d'un guide rectangulaire a été réalisée de manière numérique. Les équations de Maxwell ont été formulées pour un guide d'ondes rectangulaire non homogène.

Une analyse complète a été développée pour dériver les équations d'ondes de Helmholtz pour les champs longitudinaux  $E_z$  et  $H_z$ . Les équations de Helmholtz modifiées résultantes sont transformées en un problème de valeurs propres généralisées à l'aide de la méthode des moments.

Les valeurs propres du système d'équations linéaires sont obtenues en utilisant MATLAB. Ces valeurs propres sont utilisées pour obtenir le coefficient de propagation des ondes ( $\gamma$ ). Après avoir présenté une étude de convergence des résultats numériques, nous avons constaté qu'un nombre de fonctions de base  $N = 16$  était suffisant pour assurer une bonne convergence. Ensuite, nous avons présenté une série de résultats numériques concernant l'influence des paramètres géométriques et physiques ainsi que la variation de la fréquence sur les modes de propagation à l'intérieur du guide.

Les résultats de simulation ont montré une forte dépendance de ces paramètres sur le nombre de modes propagatifs et sur la valeur numérique de la constante de propagation.

# **CONCLUSION GENERALE**

### CONCLUSION GENERALE

Les guides d'ondes sont des dispositifs microondes très populaires dans le domaine des télécommunications. Ils sont utilisés notamment pour transmettre la puissance électromagnétique. À hautes fréquences, c'est la seule façon pratique de transmettre un rayonnement électromagnétique. Dans un guide d'ondes, seuls des modes spéciaux sont transmis, ce qui rend l'analyse des valeurs propres et de leurs vecteurs propres très importants en électromagnétisme.

L'autre avantage des guides d'ondes est qu'ils peuvent traiter des puissances élevées avec de faibles pertes. Par conséquent, l'analyse modale, qui donne la configuration du champ électromagnétique à l'intérieur d'un guide, s'avère très importante et nécessaire. Ces champs électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell, qui sont des équations linéaires, mais leurs solutions analytiques ne peuvent être obtenues que dans des cas spécifiques de conditions aux limites. Par conséquent, les méthodes numériques sont devenues un outil utile pour analyser le système complexe d'équations.

Dans ce travail, une analyse de la propagation des ondes électromagnétiques, à l'intérieur d'un guide d'ondes rectangulaire, a été réalisée de manière numérique. Les équations de Maxwell ont été formulées pour un guide d'ondes rectangulaire inhomogène.

Une analyse complète a été développée pour dériver les équations d'ondes de Helmholtz pour les champs longitudinaux  $E_z$  et  $H_z$ . Les équations de Helmholtz modifiées qui en résultent sont transformées en un problème de valeurs propres généralisées à l'aide de la méthode des moments. Les valeurs propres du système d'équations linéaires sont obtenues en utilisant MATLAB. Ces valeurs propres sont utilisées pour obtenir le coefficient de propagation des ondes ( $\gamma$ ).

Après avoir présenté une étude de convergence des résultats numériques, nous avons constaté qu'un nombre de fonctions de base  $N = 16$  était suffisant pour assurer une bonne convergence. Ensuite, nous avons présenté une série de résultats numériques concernant l'influence des paramètres géométriques et physiques ainsi que la variation de la fréquence sur les modes de propagation à l'intérieur du guide. Les résultats de simulation ont montré une forte dépendance de ces paramètres sur le nombre de modes propagatifs et sur la valeur numérique de la constante de propagation.

## **CONCLUSION GENERALE**

---

Dans ce travail, nous avons pris en compte la structure du guide d'ondes avec une section transversale rectangulaire. Cependant, cette méthode n'est pas limitée à une structure spécifique et peut être appliquée à tout type de structure, par exemple avec une section circulaire, hexagonale, etc.

Pour d'éventuels travaux futurs, on peut envisager d'utiliser une procédure similaire pour trouver les constantes de propagation d'un guide d'onde circulaire ou hexagonale.

### Références Bibliographiques:

- [1] ABES Turkiya, " Conception et optimisation des antennes avec la technologie GIS (Guide d'onde Intégré au Substrat) pour les systèmes de communication", Thèse de doctorat p.14, Université de Saida– Dr. Moulay Tahar, 11 Novembre 2021 .
- [2] Gabriel Cormier,"Chapitre 2-Guides d'onde", Ph.D., ing.,Université de Moncton,Automne 2010
- [3] M. BENEDIKT BYRNE," ETUDE ET CONCEPTION DE GUIDES D'ONDE ET D'ANTENNES CORNETS A METAMATERIAUX" ,DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE ,le mardi 8 novembre 2016
- [4] BRAMGUI Manel etBENSLAIMKeltoum , "Étude, conception et simulation d'un filtre passe bande à base de la technologie SIW " ,Mémoire de Master,Université SAAD DAHLAB de BLIDA,Le : mercredi 16 septembre 2020
- [5] NICOLE PEPIN, " DISCONTINUITÉS DANS LES GUIDES CYLINDRIQUES ET RECTANGULAIRES " ,MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES,MAI 2002.
- [6] Mohamed JEMAI,"Accélération du temps de simulation des structures électromagnétiques planaires et tridimensionnelles à très hautes fréquences", THÈSE PRÉSENTÉE DOCTORAT EN GÉNIE Ph. D, MONTRÉAL, LE 17 AOÛT 2017.
- [7] M. Jean-Baptiste Chapelier," Développement et évaluation de la méthode de Galerki discontinue pour la simulation des grandes échelles des écoulements turbulents ", L'UNIVERSITE BORDEAUX I·Thèse soutenue le 5 décembre 2013 .
- [8] Fred Gardiol,"Traité D'électricité-HYPERFRÉQUENCES",universitaires romandes 'ch1015'lausann,1987(1990.réimpression).
- [9] boulevard Richard,Institut national de recherche et de sécurité,"Champs électromagnétiques ED 4212 2e",édition novembre 2020.
- [10] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Method*, New York, IEEE Press, 1968, 1993.
- [11] Ercument Arvas and Levent Sevgi "A Tutorial on the Method of Moments" IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol. 54, No. 3, June 2012
- [12] Etude des antennes filaires par la méthode des moments PROJET DE FIN D'ETUDE D'ingénieur d'état en électronique ,Laboratoire des Télécommunications Ecole Nationale Polytechnique 10, Avenue Hassen Badi BP182 El-Harrach 16200 Alger (Algérie).

## Références Bibliographiques

---

- [13] Sylvain Chenu. Modélisation \_électromagnétique in virtuo. Application aux problèmes de Propagation en milieux complexes pour les systèmes de télécommunication. Modélisation et simulation Télécom Bretagne, Université de Bretagne Occidentale, 2011, France.
- [14] BOUKNIA Mohamed Lamine , "Effets des paramètres constitutifs des milieux complexes sur les caractéristiques d'antennes planaires", Thèse de doctorat, Université Ferhat Abbas - Setif1 (2022).
- [15] Analyse et Conception des Antennes Fractales Applications aux Télécommunications Large Bande , Spécialité : Micro-ondes, Electromagnétiques et Optoélectronique / Communications, Thèse de doctorat INPT-ENSEEIH de Toulouse & UTM-ENI de Tunis - Dr Hafedh Ben IBRAHIM GAHA, 18 Juillet 2007.
- [16] S.J. Orfanidis, "Electromagnetic Waves and Antennas", Rutgers University, [www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa](http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa).
- [17] Arti Vaish and Harish Parthasarathy, "Modal Analysis of Waveguid using method of Moment " HAIT Journal of Science and Engineering B (2007).