

FACULTE de TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE  
N°: 2025/ INSTR/ ..... / .....

DOMAINE: Science et Technologie  
FILIERE : Electronique  
OPTION : Instrumentation



Mémoire présenté pour l'obtention  
Du diplôme de Master Académique

Présenté par:

DERRAS WALID

Intitulé

Etude et simulation d'un biocapteur à  
cristal phononique pour détecter l'iodure de  
Sodium NaI dans l'eau

Soutenu devant le jury composé de:

Pr. GUERMAT NOUBEIL Université M'SILA

Président

Dr. KAHLOUCHE AHMED Université M'SILA

Rapporteur

Dr. BENTOUMI MILOUD Université M'SILA

Examineur

# REMERCIEMENT

Avant tout, je remercie Dieu Tout-Puissant, source de sagesse et de force, qui m'a accordé la patience, le courage et la persévérance nécessaires pour mener à bien ce travail. Sans sa grâce, rien de tout cela n'aurait été possible. Je demande à Dieu de continuer à m'accorder sa miséricorde et sa lumière dans tous les aspects de ma vie.

J'exprime ma sincère gratitude et ma reconnaissance à mon Encadreur **Dr. Ahmed Kahlouche**, pour son soutien inconditionnel, sa disponibilité, ses conseils, ses précieux commentaires qui m'a permis de surmonter mes difficultés, et de progresser dans ce travail.

Mes remerciements s'adressent également à tous les membres du jury qui ont accepté de juger mon travail.

Enfin, je remercie toutes les personnes qui ont contribué de loin ou de près à la réalisation de ce travail.

# DÉDICACE

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont contribué, directement ou indirectement, à ce projet.

Je vous prie d'agréer mes sincères salutations du Professeur Dr. Kahlouche Ahmed, mon directeur de thèse, pour son accueil chaleureux, ses conseils avisés et sa présence constante tout au long de cette thèse.

Je remercie sincèrement les professeurs pour la qualité de leur enseignement, ainsi que l'ensemble du personnel administratif et technique de l'université pour leurs efforts inlassables.

Je remercie également sincèrement mes parents pour leurs encouragements et leur soutien constants tout au long de mes études.

**Derras Walid**

# DÉDICACE

J'ai transmis cela à mes parents, qui ont toujours été une source de force et d'inspiration. C'est un bien sûr et illimité ; je ne peux pas y toucher par la force.

Je suis profondément reconnaissant envers mes professeurs, qui m'ont offert leurs économies et leurs conseils, ainsi qu'envers les universités qui m'ont accueilli tout au long de cette année universitaire. Prenez un moment pour apprécier l'importance de ce don pour votre site.

Enfin, ce sacrifice est le fruit d'un sacrifice, et je dédie ce succès à tous ceux qui y ont contribué depuis si longtemps.

Je dédie ma remise de diplôme à ma **mère et à mon père**

**Résumé**

Ce travail explore les cristaux phononiques unidimensionnels (PnC-1D) en vue de la détection de l'iodure de sodium (NaI) en solution aqueuse. Les PnC-1D, formés de couches alternées de tungstène et d'époxy, génèrent des bandes interdites phononiques qui bloquent certaines fréquences acoustiques. Cette étude utilise la méthode des matrices de transfert (TMM) pour simuler la propagation des ondes et analyse l'impact du nombre de couches et du facteur de remplissage sur ces bandes. Une couche de cavité centrale, remplie de solutions de NaI à diverses concentrations, permet de détecter des variations de fréquences résonantes. Les résultats montrent une sensibilité notable (allant jusqu'à 326,86 kHz/%) et un facteur de qualité optimal (15721), confirmant le potentiel des PnC-1D comme biocapteurs performants. Les applications potentielles incluent la détection chimique et biomédicale, ouvrant la voie à des capteurs acoustiques innovants.

**Mots clés :** Cristaux phononiques-1D, Iodure de sodium, Biocapteurs, Transfer matrix method.

**Abstract**

This work explores one-dimensional phononic crystals (PnC-1D) for the detection of sodium iodide (NaI) in aqueous solution. PnC-1Ds, formed of alternating layers of tungsten and epoxy, generate phononic band gaps that block certain acoustic frequencies. This study uses the transfer matrix method (TMM) to simulate wave propagation and analyzes the impact of the number of layers and fill factor on these bands. A central cavity layer, filled with NaI solutions at various concentrations, allows the detection of resonant frequency variations. The results show notable sensitivity (up to 326.86 kHz/%) and an optimal quality factor (15721), confirming the potential of PnC-1D as efficient biosensors. Potential applications include chemical and biomedical sensing, paving the way for innovative acoustic sensors.

**Keywords:** 1D phononic crystals, Sodium iodide, Biosensors, Transfer matrix method.

**ملخص:**

يستكشف هذا العمل البلورات الفونونية أحادية البعد (PnC-1D) للكشف عن إيوديد الصوديوم (NaI) في المحلول المائي. إن البلورات الفونونية أحادية البعد (PnC-1D) و التي تتشكل من طبقات متناوبة من التنغستن والإيبوكسي تولد فجوات نطاقية فونونية تعمل على حجب بعض الترددات الصوتية. تستخدم هذه الدراسة طريقة مصفوفة النقل (TMM) لمحاكاة انتشار الموجات وتحليل تأثير عدد الطبقات وعامل الملء على هذه النطاقات. تسمح طبقة التجويف المركزية، المملوءة بمحاليل NaI بتركيزات مختلفة، باكتشاف الاختلافات في التردد الرنان.

تظهر النتائج حساسية عالية (تصل إلى 326.86 كيلوهرتز /%) وعامل جودة مثالي (15721)، مما يؤكد إمكانات البلورات الفونونية أحادية البعد (PnC-1D) كمستشعرات حيوية عالية الأداء. وتشمل التطبيقات المحتملة الاستشعار الكيميائي والطب الحيوي، مما يمهد الطريق لأجهزة استشعار صوتية مبتكرة.

**الكلمات المفتاحية:** بلورات فونونية أحادية الأبعاد، يوديد الصوديوم، المستشعرات الحيوية، طريقة مصفوفة النقل.

SOMMAIRE

Remerciements .....	
Dedicaces .....	
Resumé/Abstract .....	
Sommaire .....	
Liste des Tableaux & Figures .....	
<b>INTRODUCTION GÉNÉRALE .....</b>	<b>01</b>
<b>CHAPITRE I : GÉNÉRALITÉS SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES</b>	
<b>Introduction .....</b>	<b>05</b>
<b>I.1. Les cristaux phononiques .....</b>	<b>05</b>
I.1.1. Définitions .....	05
I.1.2. Historique des cristaux phononiques .....	05
I.1.3. Comparaison avec d'autres cristaux .....	07
<b>I.2. Types de cristaux phononiques .....</b>	<b>08</b>
I.2.1. Cristaux phononiques unidimensionnels .....	08
I.2.2. Cristaux phononiques bidimensionnels.....	09
I.2.3. Cristaux phononiques tridimensionnels .....	09
<b>I.3. Bandes interdites phononiques .....</b>	<b>10</b>
I.3.1. Type de réseau cristallin .....	11
I.3.2. Facteur de remplissage .....	11
I.3.3. Effet du contraste en masse volumique et des constantes élastiques .....	11
I.3.4. Effet de l'impédance acoustique ( $Z$ ) .....	13
<b>I.4. Propagation des ondes acoustiques .....</b>	<b>13</b>
I.4.1. Équation d'onde et impédance acoustique .....	13
I.4.2. Domaines de fréquences des ondes acoustiques .....	14
I.4.3. Ondes longitudinales .....	14
I.4.4. Ondes transversales .....	15
<b>I.5. Applications des cristaux phononiques 1D .....</b>	<b>16</b>
I.5.1. Applications dans le domaine des capteurs .....	16
I.5.2. Applications dans le domaine de l'isolation acoustique .....	17
I.5.3. Applications dans le domaine du filtrage acoustique .....	18
I.5.4. Applications dans le domaine des dispositifs de Communication .....	19
<b>Conclusion .....</b>	<b>20</b>
<b>CHAPITRE II : MÉTHODES ET OUTILS DE SIMULATION</b>	
<b>Introduction .....</b>	<b>22</b>
<b>II.1. Méthode des éléments finis (FEM) .....</b>	<b>22</b>
II.1.1. Variétés de la FEM .....	23
II.1.2. Principe de la méthode FEM .....	23
II.1.3. Avantages et limitations de la FEM .....	24
II.1.4. Applications de la FEM aux cristaux phononiques .....	25
<b>II.2. Méthode des ondes planes (PWE) .....</b>	<b>26</b>
II.2.1. Principe et formulation de la méthode PWE .....	26

II.2.2. Mise en place d'une simulation PWE .....	27
II.2.3. Avantages et limitations de la PWE .....	28
II.2.4. Applications de la PWE aux cristaux phononiques .....	28
<b>II.3. Méthode des matrices de transfert (TMM) .....</b>	<b>29</b>
II.3.1. Principe de la méthode TMM .....	30
II.3.2. Super-réseaux unidimensionnels .....	30
II.3.3. Formalisme matriciel .....	31
II.3.4. Avantages et inconvénients .....	38
II.3.5. Applications de la TMM aux cristaux phononiques .....	39
<b>Conclusion .....</b>	<b>40</b>
<b>CHAPITRE III : RÉSULTATS DE SIMULATION ET DISCUSSIONS</b>	
<b>Introduction .....</b>	<b>42</b>
<b>III.1. Solutions aqueuses de NaI .....</b>	<b>42</b>
III.1.1. Propriétés des Solutions Aqueuses de NaI .....	42
III.1.2. Préparation des Solutions Aqueuses de NaI .....	43
III.1.3. Applications des Solutions Aqueuses de NaI .....	43
III.1.4. Diverses approches pour la détection du NaI .....	44
<b>III.2. Structure étudiée .....</b>	<b>45</b>
III.2.1. Description du PnC-1D (Tungstène/Époxy) .....	45
III.2.2. Spectres de transmission et réflexion .....	45
<b>III.3. Étude de la bande interdite phononique .....</b>	<b>47</b>
III.3.1. Influence du nombre de couches .....	47
III.3.2. Influence du facteur de remplissage .....	49
<b>III.4. Application a la détection de l'iodure de sodium .....</b>	<b>51</b>
III.4.1. Conception du biocapteur .....	51
III.4.2. Résultats de simulation .....	51
III.4.3. Influence de concentration de la solution .....	53
III.4.4. Résultats de simulation .....	53
<b>III.5. Performances du capteur .....</b>	<b>55</b>
III.5.1. La sensibilité du capteur .....	55
III.5.2. Le facteur de qualité .....	56
III.5.3. L'Influence de l'épaisseur de la couche de cavité .....	57
<b>Conclusion .....</b>	<b>59</b>
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>61</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>64</b>

Liste des Figures

**Chapitre I : GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES**

Figure I.1: (a) Bandes pour un cristal phononique formé par des tiges d'aluminium dans une matrice de nickel [11]. (b) Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere [17].... **06**

Figure I.2: Représentation schématique de quelques cristaux : (a) Unidimensionnel (CnPs-1D), (b) Bidimensionnels (CnPs-2D) et (c) Tridimensionnels (CnPs-3D) [18]. ..... **08**

Figure I.3: Diagramme schématique d'une structure PnC-1D composée d'un réseau périodique de plomb et d'époxy avec une couche de défaut remplie d'acétone [19]..... **09**

Figure I.4: Deux exemples de structures bidimensionnelles: (a) tiges d'inclusions dans l'air à réseau carré, (b) Cylindres d'air percés dans la matrice à réseau triangulaire..... **09**

Figure I.5 : Quelques structures 3D: (a) structure cubique, (b) structure tas de bois, (c) structure opale ou opales inversées et (d) la Yablonovite [16]..... **10**

Figure I.6: Domaines fréquentiels des ondes acoustiques et leurs principales applications [15]..... **14**

Figure I.7 : Représentation schématique d'un solide traversé par une onde sonore longitudinale [23]..... **15**

figure I.8: Représentation schématique d'un solide traversé par une onde transversale[23] **15**

**Chapitre II: METHODES ET OUTILS DE SIMULATION**

Figure II.1 : Discrétisation spatiale cartésienne appliquée dans TMM [59]..... **30**

Figure II.2: Un super-réseau à CnP-1D formé par alternance de deux couches d'impédances  $Z_1$  et  $Z_2$ ..... **31**

Figure II.3: Une bicouche 1D avec des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  avec des couches externes d'impédances  $Z_0$  et  $Z_L$  [52]..... **34**

Figure II.4: Un système à cristal phononique 1D composé de N bicouches..... **35**

Figure II.5: Un système 1D composé de N bicouches et d'un défaut central de largeur  $d_c$  et d'impédance  $Z_c$ ..... **35**

Figure II.6: Coefficients de transmission et de réflexion des ondes longitudinale en fonction de fréquences pour un PnC-1D pour 10 couches:(a) Transmission, (b) Réflexion **38**

**Chapitre III : RESULTATS DE SIMULATION ET DISCUSSIONS**

Figure III.1: Schéma d'un cristal phononique 1D de type solide/solide composé de N cellules ; [Tungstène/Epoxy]<sup>N</sup> ..... **45**

Figure. III.2: Coefficients de transmission et de réflexion en fonction les fréquences normalisées. .... **46**

Figure. III.3: Spectre de Transmission et de réflexion en fonction de la fréquence absolue	47
Figure. III.4: Spectres de transmission en fonction le nombre de couches; ces spectres sont obtenus pour N=4, N= 6, N=8 et N=10.....	47
Figure. III.5: (a) Evolution de la largeur et (b) Evolution de la position de la bande interdite phononique en fonction le nombre de couches N.....	48
Figure III.6: Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale: (a) pour ff=55% , (b) pour ff=60%, (c) Pour ff=65% et (d) pour ff=70%.....	49
Figure. III.7 : (a) Evolution de la largeur et (b) Evolution de la position (b) de la bande interdite phononique en fonction le facteur de remplissage ff (%)......	50
Figure III.8: Représentation schématique d'un cristal phononique PnC-1D [(Tungstène/Epoxy) <sup>2</sup> / (Solution_ NaI) / ( Epoxy/Tungstène) <sup>2</sup> ] avec couche de cavité de largeur D=1.5µm.....	51
Figure III.9: Spectre de transmission pour un CnP -1D parfait (en Noir), ensuite avec une couche de cavité remplie par l'eau à 20°C d'épaisseur D=1.5µm (en rouge).....	52
Figure. III.10: Caractéristiques du pic de résonance pour une couche de cavité est remplie par l'eau douce à 20°C.....	52
Figure. III.11: Spectres de transmission calculés en injectant différentes concentrations de la solution de l'iodure de sodium (NaI) dans la couche de cavité en % à 20°C.....	54
Figure III.12: (a) Evolution de la fréquence de résonance $f_r$ , (b) Evolution du décalage de la fréquence $\Delta f_r$ en fonction la concentration de la solution de l'iodure de sodium en %...	55
Figure III.13: (a) Evolution FWHM, (b) Evolution de la sensibilité en fonction la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI) en %.....	56
Figure III.14: (a) Facteur de qualité en fonction la FWHM, (b) Facteur de qualité en fonction la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI) en %.....	56
Figure III.15: L'effet du changement de l'épaisseur de la couche de cavité sur la sensibilité du capteur pour deux concentrations de la solution C=0% et C=15 %.....	57
Figure III.16: L'effet du changement de la couche de cavité sur la fréquence de résonance en fonction de la concentration de de NaI en %.....	57
Figure III.17: L'effet du changement de la couche de cavité sur la sensibilité du capteur pour deux concentration de NaI en %.....	58
Figure III.18: (a) Evolution de la fréquence de résonance, (b) Evolution de la sensibilité en fonction de la variation de l'épaisseur de la couche de cavité $\Delta D$ (nm).....	59

Liste des Tableaux

**Chapitre I : Généralités sur cristaux phononiques**

Tableau I.1: Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes [13].....	<b>07</b>
--	-----------

**Chapitre III : Résultats de simulation et discussions**

Tableau III.1: Densité et célérité de propagation des matériaux constituant le cristal phononique-1D [Tungstène /Epoxy] [70].....	<b>45</b>
Tableau. III.2: Différents valeurs des paramètres géométriques et physiques de la structure parfaite (PnC-1D) [70]. .....	<b>46</b>
Tableau. III.3: Résultats de simulations obtenus par la méthode TMM.....	<b>48</b>
Tableau. III.4: Résultats de simulations obtenus par la méthode TMM pour différentes valeurs du facteur de remplissage ff (%). .....	<b>50</b>
Tableau. III.5: Célérité du son et densité à différentes concentrations de l'iodure de sodium (NaI) Données à 20 °C selon la référence [71].....	<b>53</b>
Tableau III.6: Résultats de simulations obtenus pour différentes valeurs de concentration de l'iodure de sodium (NaI) en %.....	<b>54</b>
Tableau. III.7 : Sensibilité et facteur de qualité en fonction la concentration de l'iodure de sodium.....	<b>55</b>
Tableau III.8: L'effet du changement de l'épaisseur de la cavité sur la sensibilité du capteur pour deux concentrations de NaI.....	<b>58</b>

# ***INTRODUCTION GENERALE***

---

## INTRODUCTION GENERALE

Les cristaux phononiques (PnC) représentent une classe de matériaux artificiels aux propriétés remarquables, caractérisés par une organisation périodique de leur densité et de leurs paramètres mécaniques dans des espaces unidimensionnels (1D), bidimensionnels (2D) ou tridimensionnels (3D) [1]. Inspirés des cristaux photoniques, ces structures permettent de manipuler et de contrôler la propagation des ondes acoustiques ou élastiques, ouvrant ainsi la voie à des applications innovantes, notamment dans le domaine des capteurs [2]. L'une de leurs caractéristiques fondamentales est l'existence de bandes interdites phononiques, qui bloquent la propagation des ondes dans des plages de fréquences spécifiques, un phénomène étroitement lié à leurs propriétés géométriques et physiques.

Ces dernières années, les cristaux phononiques ont suscité un intérêt croissant en raison de leur potentiel dans des domaines variés, allant de l'isolation acoustique à la bio-détection [3-5]. Parmi leurs configurations, les structures unidimensionnelles (1D-PnCs), composées d'un empilement périodique de couches de matériaux aux propriétés contrastées, se distinguent par leur simplicité de conception et leur efficacité pour la détection de substances en milieu liquide [6]. Ces capteurs exploitent les modifications des propriétés de transmission ou de réflexion des ondes acoustiques induites par la présence d'un analyte, offrant ainsi une méthode de détection sensible et sélective.

Ce mémoire s'inscrit dans ce cadre et propose une étude théorique et numérique d'un biocapteur à base de cristaux phononiques unidimensionnels, destiné à la détection de l'iodure de sodium (NaI) en solution aqueuse. La structure choisie repose sur une alternance de couches de tungstène (W) et d'époxy, deux matériaux aux propriétés mécaniques fortement contrastées, permettant la formation de bandes interdites phononiques prononcées. L'objectif est d'explorer l'influence des paramètres structuraux sur ces bandes interdites, puis d'étudier l'effet de l'introduction d'une couche de cavité au centre de la structure, destinée à interagir avec la solution de NaI. La méthode des matrices de transfert (TMM) sera employée pour modéliser la propagation des ondes acoustiques à travers ces structures multicouches, en raison de sa précision et de son efficacité pour ce type de systèmes [7, 8].

Ce travail est organisé en trois chapitres. Le premier chapitre introduit les concepts fondamentaux des cristaux phononiques, en les comparant aux cristaux électroniques et photoniques, et présente leurs applications potentielles, notamment dans le domaine de la bio-détection. Le deuxième chapitre décrit les principales méthodes de modélisation des structures périodiques, telles que la méthode de décomposition en ondes planes (PWE), la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des matrices de transfert (TMM). Enfin, le troisième chapitre

est consacré à l'étude numérique d'une structure 1D-PnC avec défaut central, dont les performances en tant que capteur de NaI sont évaluées en fonction de la concentration de la solution.

Les résultats de cette étude pourraient contribuer au développement de biocapteurs innovants, offrant une alternative aux méthodes traditionnelles de détection chimique. Pour conclure, des perspectives seront proposées pour approfondir cette recherche, notamment par l'expérimentation et l'optimisation des paramètres du capteur.

# **CHAPITRE I**

## **GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES**

---

## INTRODUCTION

Ces dernières années, l'attention s'est portée sur la propagation des ondes acoustiques à travers des structures dont les densités et les constantes élastiques changent périodiquement dans l'espace, appelées cristaux phononiques. De nombreuses structures périodiques ont déjà été étudiées selon une, deux ou trois dimensions spatiales, et diverses approches théoriques et outils de simulation ont été développés.

Ces recherches théoriques ou expérimentales ont révélé l'apparition de plages de fréquences dans lesquelles la transmission des ondes acoustiques est très faible. Par analogie avec les cristaux photoniques, qui empêchent la propagation de la lumière dans certaines plages de fréquences spécifique, il est possible de concevoir des structures avec des propriétés élastiques contrastées pour réfléchir complètement les ondes acoustiques incidentes, créant ainsi des bandes interdites phononiques [9-11]. Ce chapitre aborde les notions de base des cristaux phononiques, leurs différents types, les bandes interdites, ainsi que l'impact des propriétés géométriques et physiques sur leurs propriétés. Il explore également la propagation des ondes acoustiques et présente quelques applications des cristaux phononiques.

## I.1. LES CRISTAUX PHONONIQUES

### I.1.1. Définitions

Le terme de cristaux phononiques a été choisi par analogie avec d'autres structures similaire qui s'appellent les cristaux photoniques, les cristaux phononiques sont des structures artificielles périodiques qui présentent une périodicité spatiale suivant une, deux ou trois directions de l'espace. Un cristal phononique est fabriqué par l'assemblage d'au moins de deux matériaux de propriétés acoustique ou élastiques différentes. Ces matériaux structurés périodiquement, sont conçus pour contrôler la propagation des ondes acoustiques ou mécaniques de manière similaire aux cristaux photoniques pour la lumière, grâce aux réflexions de Bragg ou aux phénomènes de résonance local des éléments du réseau cristallin [12].

### I.1.2. Historique des cristaux phononiques

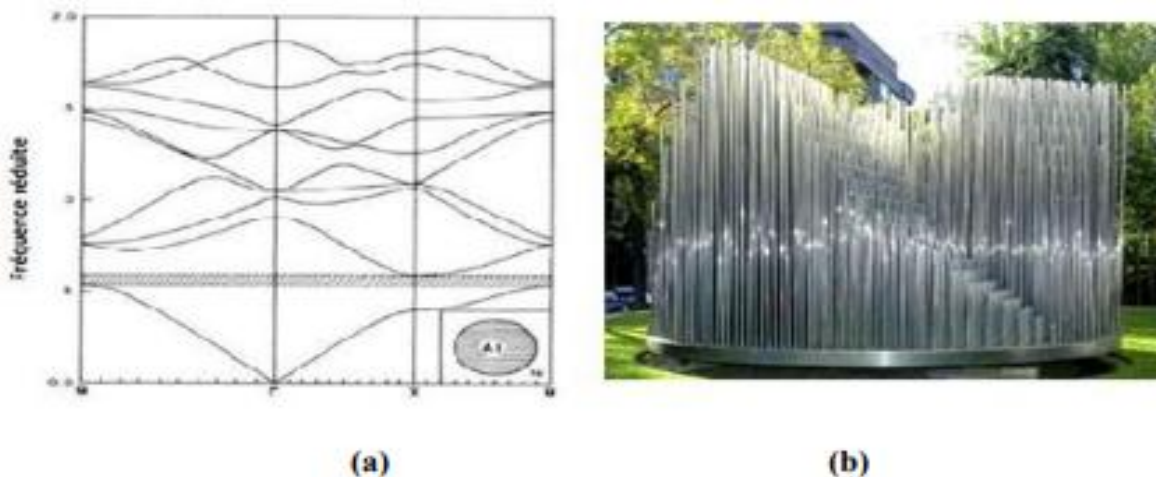
Les cristaux phononiques représentent une avancée majeure dans le domaine des ondes acoustiques et élastiques, suscitant un intérêt croissant depuis une vingtaine d'années [13]. Les premières recherches sur les structures périodiques acoustiques remontent aux années 1970, motivées par des enjeux tant fondamentaux qu'appliqués. Parmi les travaux pionniers, on peut citer ceux de L. P. Solie sur les filtres à ondes de surface [14], ceux de J. D. Achenbach concernant le calcul des relations de dispersion dans des matériaux à inclusions sphériques

périodiques [13], ou encore les recherches de V. Narayanamurti sur des filtres phononiques utilisant des super-réseaux en arséniure de gallium (AsGa) [15].

Le concept de cristal phononique, qu'il soit bidimensionnel ou tridimensionnel, permettant l'ouverture de bandes interdites pour les ondes élastiques, a été introduit presque simultanément en 1993 par Kushwaha et al. et par Economou et Sigalas [13, 16]. Les cristaux phononiques trouvent des applications dans divers domaines tels que : l'isolation phonique, les structures parasismiques, le filtrage et le traitement du signal acoustique [12].

Une avancée notable est due à S. Kushwaha, qui a publié un article présentant le calcul de la structure de bandes d'un matériau composite périodique constitué de cylindres de nickel dans une matrice d'aluminium [13]. Ce travail a mis en évidence, pour la première fois, un matériau composite présentant une bande interdite absolue pour les ondes transverses, capable de bloquer la propagation des ondes incidentes quelle que soit leur direction.

Les premières mesures ont été réalisées sur une structure inattendue : une sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere, exposée dans les jardins de la Fondation Juan March à Madrid [17].



**Figure I.1** : (a) Bandes pour un cristal phononique formé par des tiges d'aluminium dans une matrice de nickel [11]. (b) Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere [17].

Cette sculpture, représentée sur la figure I.1(b), est constituée de cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre disposés selon un réseau carré simple de période égale à 10 cm. La structure présente des bandes interdites pour les ondes sonores entre 1,7 kHz et 2,4 kHz, attribuées à la diffraction sur les plans cristallographiques [13].

I.1.3. Comparaison avec d'autres cristaux

La propagation des ondes électromagnétiques et/ou élastiques dans les matériaux composites a fait l'objet d'une attention particulière. Les cristaux phononiques, définis comme des structures périodiques, présentent des analogies frappantes avec les cristaux photoniques et les cristaux électroniques. Pour les cristaux phononiques plusieurs paramètres peuvent déterminer la propagation des ondes acoustiques: le contraste dans les vitesses transversales et longitudinales, le contraste dans la densité et la fraction volumique. Le tableau I.1 résume les propriétés clés de ces trois types de cristaux [13].

Propriété	Cristal électronique	Cristal photonique	Cristal phononique
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques	Composé de deux matériaux élastiques
Paramètres	Constantes universelles, nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constante de maille	1 - 5Å (microscopique)	0.1 μm - 1 cm (mésoscopique ou macroscopique)	Mésoscopique ou macroscopique
Ondes	de Broglie (électrons) $\psi$	Électromagnétiques ou lumineuses (photons) E,B	Vibratoires ou sonores (phonons) u
Polarisations	Spin (haut et bas)	Transverse : $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ ( $\nabla \cdot \mathbf{E} \neq 0$ )	Trans.-longit. ( $\nabla \cdot \mathbf{u} \neq 0$ , $\nabla \times \mathbf{u} \neq 0$ )
Équation différentielle	$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V(\mathbf{r})\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$	$\nabla^2\mathbf{E} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = \frac{\epsilon(\mathbf{r})}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{E}}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) \right] \right\}$
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (électrons)	$\omega = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} k$ (photons)	$\omega = c_{t,l} k$ (phonons)
Bande interdite	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'état électronique possible	Augmente avec $ \epsilon_a - \epsilon_b $ ; pas de photons, pas de lumière	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $ ; pas de vibration, pas de son
Gamme spectrale	Ondes radio, rayons X micro-ondes, optique,	Micro-ondes, optique	$\omega \leq \text{qq GHz}$

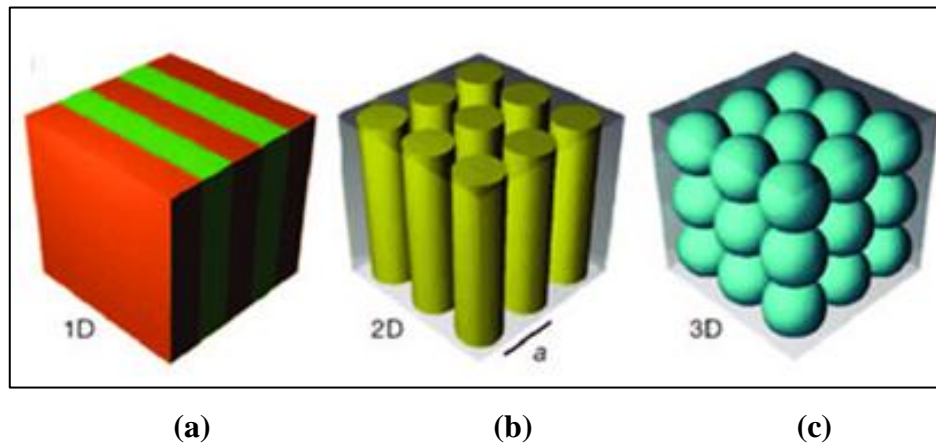
Tableau I.1: Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes [13].

## I.2. TYPES DES CRISTAUX PHONONIQUES

Les cristaux phononiques sont des structures à bandes interdites phononiques, constituées au moins de deux matériaux de propriétés acoustiques différentes et arrangées périodiquement suivant une dimension, deux dimensions ou trois dimensions de l'espace. Selon la nature des matériaux constituant le cristal phononique, on distingue trois types de cristaux phononiques :

- Les cristaux solide/solide ;
- Les cristaux solide/ fluide ;
- Les cristaux fluide/fluide.

Selon la périodicité spatiale on peut classer les cristaux phononiques en trois familles: Les cristaux unidimensionnels (CPns-1D), bidimensionnels (CPns-2D) et tridimensionnels (CPns-3D) comme il est schématisé sur la figure I.2.

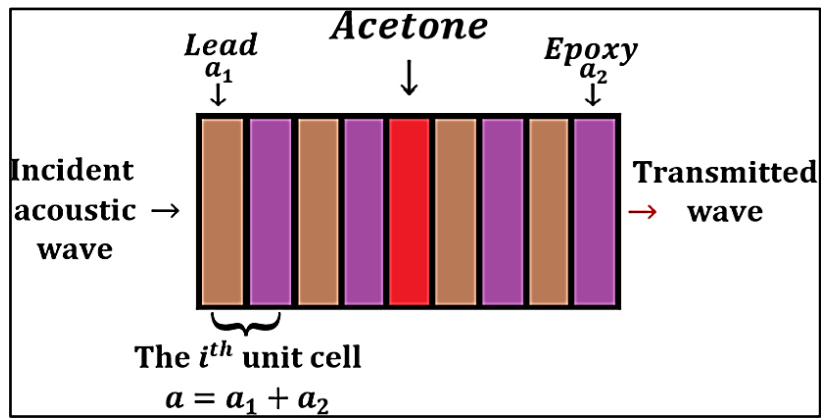


**Figure I.2:** Représentation schématique de quelques cristaux : (a) Unidimensionnel (CPns-1D), (b) Bidimensionnels (CPns-2D) et (c) Tridimensionnels (CPns-3D) [18].

### I.2.1. Cristaux phononiques unidimensionnels (CPns-1D)

Un cristal phononique unidimensionnel est un composite stratifié, il est obtenu souvent par empilement de couches alternées de matériaux aux propriétés élastiques différentes. Ces structures les plus anciennes, permettent de contrôler la propagation des ondes acoustiques, créant des zones de transmission et des zones d'interdiction dans le spectre acoustique ce qui les rend utiles dans divers applications, telles que l'isolation acoustique, le filtrage acoustique et les capteurs.

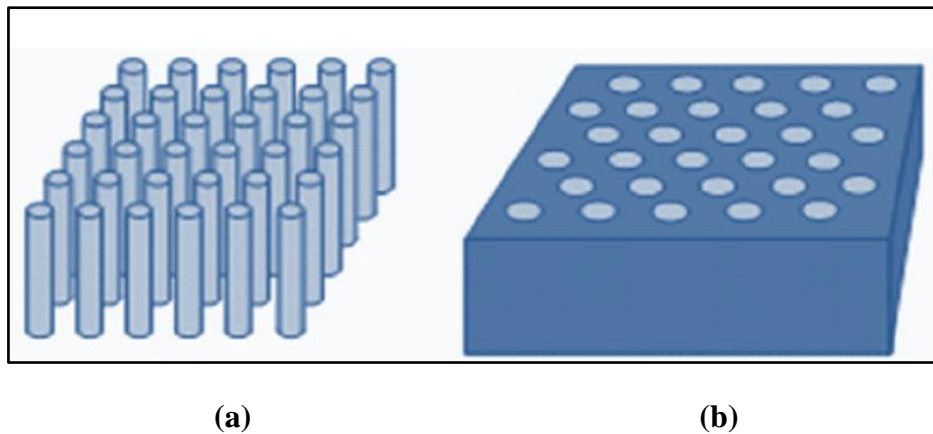
Pour ces structure, la bande interdite est souvent contrôlée par le contraste d'impédance acoustique et le rapport d'épaisseur des couches et la relation de dispersion est calculable par la méthode de la matrice de transfert (TMM). La figure I.3 présente un exemple d'une structure à cristaux phononique 1D utilisée dans le domaine des capteurs de liquides [19].



**Figure I.3:** Diagramme schématisé d'une structure PnC-1D composée d'un réseau périodique de plomb et d'époxy avec une couche de défaut remplie d'acétone [19].

### I.2.2. Cristaux phononiques bidimensionnels (CPns-2D)

Les cristaux phononiques bidimensionnels (CnPs-2D) sont des structures dont les propriétés élastiques varient périodiquement suivant deux dimensions de l'espace et reste invariante dans la troisième dimension [20]. Ces structures sont composées d'un réseau périodique d'inclusions appelés aussi diffuseurs plongés dans une matrice par exemple des colonnes cylindriques d'acier dans un polymère. Elles se regroupent principalement suivant un réseau carré, un réseau triangulaire ou un réseau hexagonal comme illustré sur la figure I.4. Le calcul des bandes interdites phononiques pour ce type de structures est souvent réalisé par la méthode des ondes planes (PWE) ou la méthode des éléments finis (FEM). Ces structures sont utilisées pour la conception de guides d'ondes acoustiques.



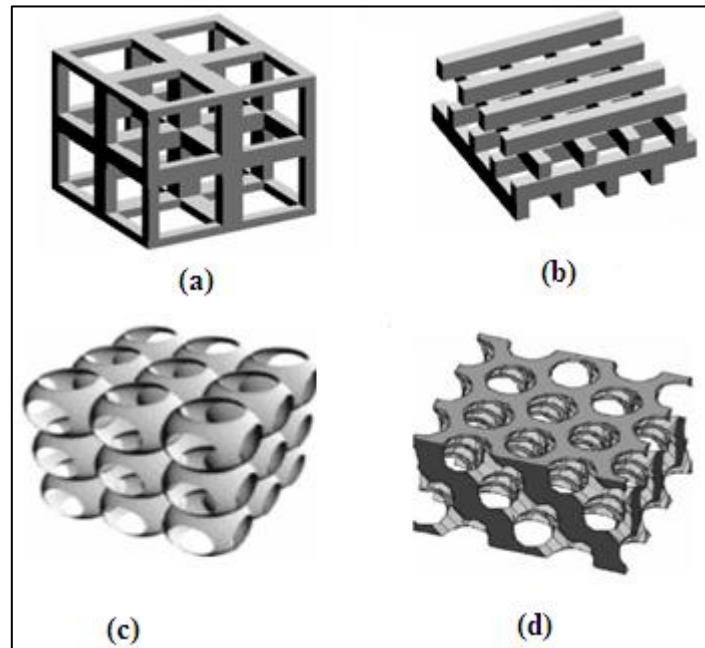
**Figure I. 4:** Deux exemples de structures bidimensionnelles: (a) tiges d'inclusions dans l'air à réseau carré, (b) Cylindres d'air percés dans la matrice à réseau triangulaire.

### I.2.3. Cristaux Phononiques tridimensionnels (CPns-3D)

Les cristaux phononiques tridimensionnels (CnPs-3D) sont des structures généralement artificielles périodiques suivant les trois directions de l'espace. Ces structures sont obtenues par empilement de sphères (opales ou opales inversées) suivant un réseau cubique ou diamant. Dans

les structures tridimensionnelles, il est possible d'obtenir des bandes interdites absolues ou omnidirectionnelles, c'est-à dire qu'une onde incidente de fréquence appartenant à une telle bande interdite ne peut pas se propager dans toutes les directions.

Ces structures 3D permettent un ajustement rapide des propriétés acoustiques et contiennent une nouvelle plateforme pour diverses applications telles que l'isolation acoustique à large bande et les applications des métamatériaux acoustiques. Cependant, leur réalisation expérimentale reste difficile. La figure I.4 montre quelques exemples des structures tridimensionnelles (3D).



**Figure I.5:** Quelques structures 3D: (a) structure cubique, (b) structure tas de bois, (c) structure opale ou opales inversées et (d) la Yablonovite [16].

### I.3. BANDES INTERDITES PHONONIQUES

Les bandes interdites phononiques se réfèrent à des plages de fréquences où les ondes acoustiques ne peuvent pas se propager à travers des structures périodiques. Ce phénomène est similaire aux bandes interdites électroniques et photoniques. L'ouverture d'une bande interdite phononique, qu'elle soit dans le plan ou dans l'espace, se produit lorsque les bandes interdites unidimensionnelles se chevauchent partiellement ou totalement dans la première zone de Brillouin. La largeur de cette bande interdite est maximisée lorsque les bandes sont concentrées à des énergies similaires. Une condition favorable pour l'ouverture de bandes larges est que la zone de Brillouin soit aussi isotrope que possible, comme c'est le cas pour des réseaux bidimensionnels triangulaires ou tridimensionnels à faces centrées cubiques. Plusieurs paramètres physiques et géométriques influencent la largeur et la position des bandes interdites, notamment le type de réseau, le facteur de remplissage, ainsi que le contraste des propriétés physiques telles que la masse volumique, le module de Young et l'impédance acoustique.

### I.3.1. Type de réseau cristallin

La position et la largeur des bandes interdites phononiques dépendent fortement de la forme du réseau cristallin et de la géométrie des inclusions. Des études, comme celle menée par Kuang et al ont montré que la symétrie et la forme des diffuseurs jouent un rôle clé dans les caractéristiques des bandes interdites [21]. Les cristaux phononiques peuvent être structurés selon différents types de réseaux, tels que carrés, triangulaires ou hexagonaux, avec des inclusions de formes variées (cercles, triangles, hexagones, carrés, etc.). Ces variations géométriques permettent de moduler les caractéristiques des bandes ouvertes.

### I.3.2. Facteur de remplissage

Le facteur de remplissage, qui correspond au rapport entre le volume des inclusions et celui de la matrice, a un impact significatif sur les propriétés des bandes interdites. Des bandes interdites de petite taille peuvent apparaître pour des valeurs extrêmes (faibles ou élevées) du facteur de remplissage, tandis que des bandes plus larges se forment pour des valeurs intermédiaires. Cependant, lorsque le facteur de remplissage atteint 0 % ou 100 %, la structure cristalline devient homogène, ce qui entraîne la disparition des bandes interdites. Ce phénomène s'explique par l'absence de contraste entre les inclusions et la matrice dans ces cas limites [10].

### I.3.3. Effet du contraste en masse volumique et des constantes élastiques

La présence de bandes interdites phononiques est favorisée lorsque les matériaux constituant le cristal présentent des contrastes marqués en termes de densité et de constantes élastiques. Plus ces contrastes sont prononcés, plus la largeur de la bande interdite est importante. Par exemple, dans les miroirs de Bragg unidimensionnels, la largeur de la bande interdite augmente avec le contraste d'impédances acoustiques entre les matériaux. Ce comportement s'explique par une augmentation du coefficient de réflexion des ondes élastiques aux interfaces inclusion-matrice, ce qui renforce la diffusion et réduit la transmission directe des ondes.

Les propriétés des bandes interdites phononiques sont fortement influencées par les contrastes en **masse volumique ( $\rho$ )** et en **module de Young ( $E$ )** entre les matériaux constituant le cristal phononique. Ces paramètres déterminent l'impédance acoustique ( $Z = \rho \cdot c$ , où  $c$ : est la vitesse du son) et la rigidité du milieu, jouant un rôle clé dans la formation et la largeur des bandes interdites.

Les bandes interdites sont plus susceptibles de se produire lorsque les matériaux constituants du cristal présentent des densités et des constantes élastiques sont contrastées d'une manière significative [5, 12, 22].

### 1. Contraste en masse volumique ( $\rho$ )

La masse volumique affecte directement l'inertie du milieu face à la propagation des ondes élastiques. Un contraste élevé entre les masses volumiques des inclusions et de la matrice favorise la réflexion des ondes aux interfaces, ce qui renforce l'ouverture de bandes interdites.

- **Cas d'un contraste élevé ( $\rho_1 \gg \rho_2$  ou  $\rho_1 \ll \rho_2$ ) :** Les ondes incidentes subissent une forte réflexion aux interfaces en raison de la différence d'impédance acoustique. Cela conduit à une augmentation de la largeur de la bande interdite, car les modes de propagation sont fortement perturbés. Par exemple: Des inclusions denses (comme le plomb,  $\rho \approx 11\,340 \text{ kg/m}^3$ ) dans une matrice légère (comme un polymère,  $\rho \approx 1\,000 \text{ kg/m}^3$ ) créent un fort contraste, améliorant l'atténuation des ondes dans la bande interdite.

- **Cas d'un contraste faible ( $\rho_1 \approx \rho_2$ ) :** Les réflexions aux interfaces sont minimales, ce qui réduit la formation de bandes interdites. La structure se comporte presque comme un milieu homogène, limitant les effets de modulation des ondes.

Dans le cas unidimensionnel, cela s'explique par une augmentation du coefficient de réflexion des ondes élastiques à l'interface inclusion-matrice, cela augmente diffusivité et réduit la transmission directe de l'onde à travers les inclusions.

### 2. Contraste en module de Young ( $E$ )

La vitesse de propagation du son dans les inclusions par rapport à celle dans la matrice joue également un rôle crucial dans la formation des bandes interdites. Lorsque la vitesse du son est plus lente dans les inclusions, l'ouverture d'une bande interdite est favorisée. Le module de Young caractérise la rigidité du matériau et influence la vitesse des ondes élastiques ( $c = \sqrt{E/\rho}$ ). Un contraste important entre les modules de Young des inclusions et de la matrice modifie la dispersion des ondes et favorise l'apparition de bandes interdites.

- **Cas d'un contraste élevé ( $E_1 \gg E_2$  ou  $E_1 \ll E_2$ ) :** Une forte différence de rigidité entraîne une modification significative de la vitesse des ondes à l'interface. Les ondes subissent des phénomènes de réfraction et de réflexion multiples, ce qui élargit la bande interdite. Exemple : Des inclusions rigides (métal,  $E \approx 100 \text{ GPa}$ ) dans une matrice souple (caoutchouc,  $E \approx 0,01 \text{ GPa}$ ) créent une forte dispersion des modes vibratoires, favorisant des bandes interdites larges.

- **Cas d'un contraste faible ( $E_1 \approx E_2$ ) :** Les ondes se propagent sans perturbation majeure, ce qui limite la formation de bandes interdites. La structure présente une réponse acoustique quasi homogène.

### I.3.4. Effet de l'impédance acoustique ( $Z$ )

Le rôle de ce paramètre résume l'interaction entre  $\rho$  et  $E$ . L'impédance acoustique ( $Z = \rho.C = \sqrt{\rho.E}$ ) est un paramètre clé qui détermine le coefficient de réflexion ( $R$ ) à l'interface entre les deux matériaux.

- Un contraste élevé en  $Z$  (dû à des différences marquées en  $\rho$  et/ou  $E$ ) maximise la réflexion, ce qui améliore l'efficacité des bandes interdites.
- Un contraste faible en  $Z$  réduit la réflexion et donc l'atténuation des ondes dans la bande interdite.

Le contraste en masse volumique et en module de Young est un facteur déterminant dans la formation et l'élargissement des bandes interdites phononiques. Une combinaison judicieuse de matériaux aux propriétés mécaniques contrastées permet d'optimiser ces bandes pour des applications en ingénierie acoustique, isolation vibratoire et dispositifs de filtrage des ondes élastiques [5, 12, 22].

## I.4. PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES

Les ondes acoustiques sont des vibrations mécaniques qui se propagent dans un milieu matériel, comme l'air, l'eau ou les solides. Leur propagation résulte de variations locales de pression et de densité, créant des zones de compression et de raréfaction. La vitesse de propagation dépend des caractéristiques du milieu, notamment sa densité, son élasticité et sa viscosité. Ces ondes peuvent être générées par des sources diverses : instruments de musique, haut-parleurs, ou phénomènes naturels comme les séismes ou le tonnerre. L'étude de ces ondes et de leurs propriétés constitue le domaine de l'acoustique.

Dans un milieu isotrope et homogène, comme l'air ou l'eau, les ondes acoustiques se propagent de manière sphérique, c'est-à-dire dans toutes les directions à la même vitesse. En revanche, dans un milieu hétérogène ou limité par des obstacles (par exemple, une pièce avec des murs), les ondes peuvent subir des réflexions, des diffractions ou des absorptions, ce qui complexifie leur propagation et leur répartition spatiale.

Dans une structure périodique, ces réflexions multiples peuvent interagir de manière constructive ou destructive, créant des zones où les ondes peuvent se propager (bandes passantes) et des zones où elles sont bloquées (bandes interdites) [5,12].

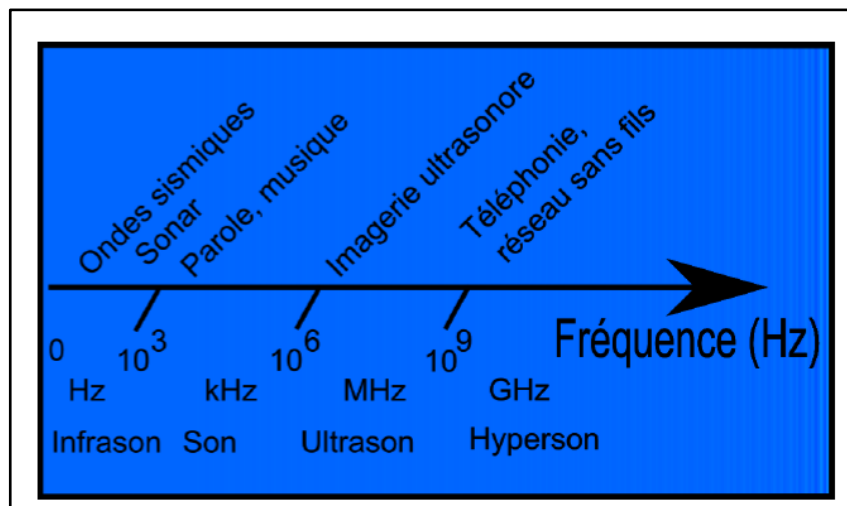
### I.4.1. Équation d'onde et impédance acoustique

La propagation des ondes acoustiques est décrite par l'équation d'onde, qui relie la fréquence, la vitesse et la longueur d'onde. Cette équation permet d'analyser des phénomènes tels que la diffraction et l'interférence. Un autre paramètre essentiel est l'impédance acoustique du

milieu, définie comme le produit de sa densité et de la vitesse du son. Lorsqu'une onde rencontre une interface entre deux milieux d'impédances différentes, une partie de l'onde est réfléchi, tandis que l'autre est transmise.

### 1.4.2. Domaines de fréquences des ondes acoustiques

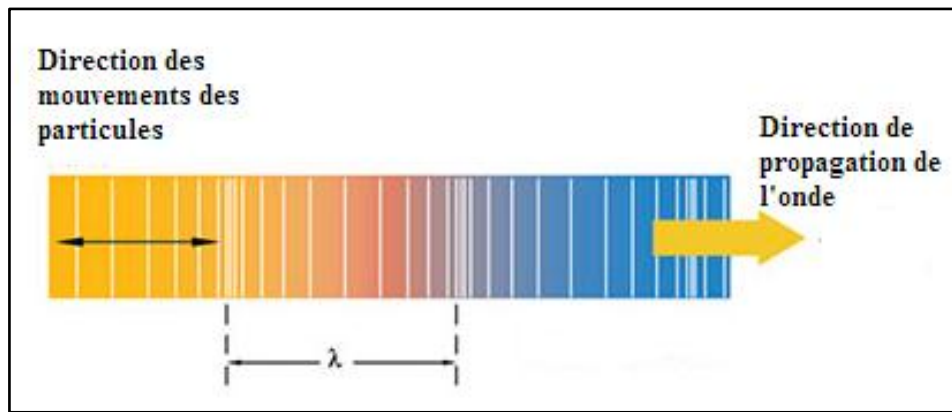
Les ondes acoustiques jouent un rôle fondamental dans notre compréhension du monde physique. Elles se manifestent dans divers phénomènes naturels et couvrent une large gamme de fréquences, des infrasons ( $f < 20$  Hz) aux ultrasons ( $f > 20$  kHz). Leur comportement et leurs applications varient selon leur fréquence. Par exemple, les ultrasons sont utilisés en imagerie médicale ou en contrôle non destructif, tandis que les sons audibles dont la fréquence est comprise entre (20 Hz – 20 kHz) trouvent des applications en musique et communication. Les facteurs externes, comme la température ou la pression, peuvent influencer leur vitesse et leur fréquence, ce qui est exploité dans de nombreuses technologies modernes [15].



**Figure I.6 :** Domaines fréquentiels des ondes acoustiques et leurs principales applications [15].

### 1.4.3. Ondes longitudinales

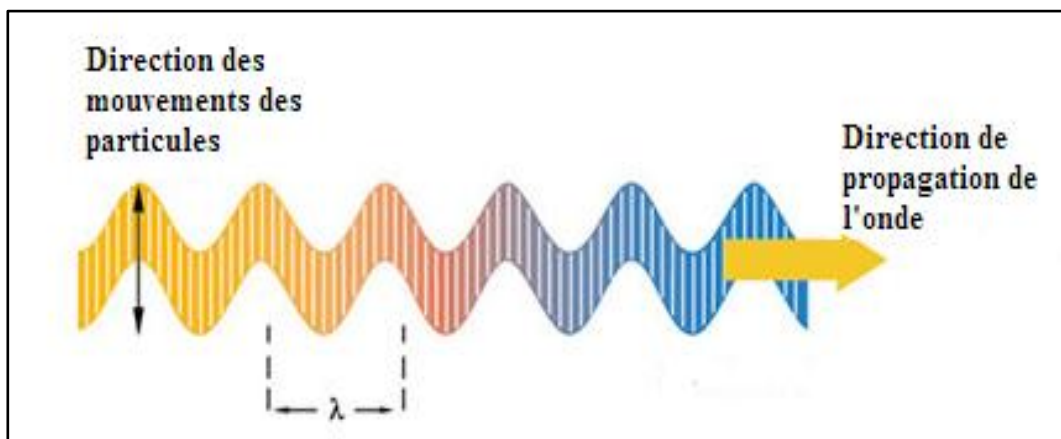
Les ondes longitudinales, ou ondes de compression, se caractérisent par un déplacement des particules parallèle à la direction de propagation. Ces ondes provoquent des variations locales de densité et de pression, modifiant ainsi le volume du milieu traversé. Elles se propagent généralement dans les solides, les liquides et les gaz, bien que leur atténuation soit très élevée dans les gaz à haute fréquence. C'est pourquoi elles sont principalement utilisées dans les milieux solides et liquides pour des applications comme les contrôles non destructifs. Dans les cristaux phononiques, les ondes longitudinales peuvent être affectées par la périodicité de la structure, créant des bandes passantes et interdites [11].



**Figure I.7 :** Représentation schématique d'un solide traversé par une onde sonore longitudinale [23]

#### I.4.4. Ondes transversales

Les ondes transversales, ou ondes de cisaillement, impliquent un déplacement des particules perpendiculaire à la direction de propagation. Contrairement aux ondes longitudinales, elles ne provoquent pas de variation de volume dans le milieu. Leur propagation est limitée aux solides et aux liquides très visqueux, car les gaz et la plupart des liquides ne peuvent pas supporter les contraintes de cisaillement. Ces ondes sont souvent polarisées, c'est-à-dire que leur oscillation est confinée à un plan spécifique. Dans les cristaux phononiques, les ondes transversales peuvent également être influencées par la structure périodique, bien que leur propagation soit généralement plus complexe [23].



**Figure I.8:** Représentation schématique d'un solide traversé par une onde transversale [23].

La propagation des ondes acoustiques est un phénomène complexe aux applications multiples, allant de l'ingénierie à la médecine en passant par les arts. Une compréhension approfondie de leurs propriétés (longitudinales, transversales, fréquences, etc.) permet d'optimiser les technologies existantes et d'en développer de nouvelles, exploitant ainsi pleinement le potentiel du son [23].

## I.5. APPLICATIONS DES CRISTAUX PHONONIQUES 1D

Les cristaux phononiques unidimensionnels (PnC-1D) sont des structures périodiques constituées de couches alternées de matériaux aux propriétés mécaniques contrastées. Ces configurations périodiques permettent de moduler la propagation des ondes acoustiques. Cette périodicité entraîne l'apparition de bandes interdites phononiques, zones de fréquences où la propagation des ondes acoustiques est fortement atténuée. Les caractéristiques de ces bandes dépendent des paramètres structuraux, tels que la nature des matériaux, l'épaisseur des couches et la période du réseau. Ces structures trouvent des applications variées, notamment dans le domaine des capteurs, de l'isolation acoustique et du filtrage. Dans cette partie, nous explorons quelques applications des cristaux phononiques 1D.

### I.5.1. Applications dans le domaine des capteurs

Les cristaux phononiques unidimensionnels PnC-1D sont utilisés pour la détection de divers paramètres physiques et chimiques grâce à leur sensibilité aux variations des propriétés des matériaux environnants. Leur principe de détection repose sur l'insertion d'un défaut ou d'une cavité dans la structure périodique permettant ainsi la formation d'un mode résonant localisé à l'intérieur de la bande interdite. Ce mode est sensible aux variations des conditions externes, permettant la détection de paramètres physiques ou chimiques tels que la composition, la température ou la pression. Voici quelques exemples d'applications.

- **Détection de liquides** : Les cristaux phononiques peuvent être utilisés pour identifier la présence et la concentration de liquides en analysant la variation des fréquences de résonance. Par exemple, des capteurs à base de cristaux phononiques 1D ont été développés pour la détection de contaminants dans l'eau, tels que les sels dissous ou les substances toxiques [24].
- **Capteurs biomédicaux** : Certains capteurs exploitent les propriétés des cristaux phononiques pour la détection de biomolécules spécifiques. Par exemple, des capteurs phononiques ont été utilisés pour détecter des protéines ou des agents pathogènes en analysant les variations des modes résonants lorsque des biomolécules se lient à la surface du cristal phononique. Les cristaux phononiques peuvent servir dans le domaine biomédical à la création de capteurs capables de repérer des biomolécules ou des cellules. À titre d'exemple, l'incorporation d'un cristal phononique dans un système de diagnostic permet de repérer des modifications des propriétés acoustiques liées à la présence de biomolécules particulières, ce qui permet d'effectuer des tests de diagnostic rapide [25].
- **Capteurs de température** : La variation des propriétés mécaniques des matériaux en fonction de la température modifie les fréquences de résonance des modes localisés. Ces capteurs sont utilisés dans des environnements industriels où des mesures de température

précises sont nécessaires. Les caractéristiques sonores des matériaux évoluent en fonction de la température. On peut fabriquer des capteurs qui exploitent ces variations en utilisant des cristaux phononiques. Par exemple, on peut fabriquer un cristal phononique qui résonne à une fréquence précise qui fluctue en fonction de la température. Cette fréquence permet de calculer la température ambiante [26].

- **Capteurs de pression :** En modifiant la structure périodique des cristaux phononiques sous l'effet de la pression, il est possible de détecter des variations fines dans des systèmes mécaniques et biologiques. Il est possible d'utiliser les cristaux phononiques afin de créer des capteurs de pression sensibles. Dans un dispositif de mesure, l'incorporation d'un cristal phononique peut entraîner des modifications des modes de vibration des phonons en raison des variations de pression. On peut repérer ces modifications et les convertir en signaux électriques, ce qui permet de mesurer la pression avec une grande précision [27].
- **Capteurs de gaz :** En intégrant des matériaux sensibles aux gaz dans la structure du cristal phononique, il est possible de détecter la présence de gaz spécifiques grâce aux changements de propriétés mécaniques induits. Les cristaux phononiques peuvent aussi servir à repérer des gaz. Un gaz cible peut interagir avec le cristal phononique, ce qui entraîne une modification de ses propriétés acoustiques. Par exemple, on peut recouvrir un cristal phononique d'un matériau qui est sensible aux gaz, et on peut utiliser les variations des modes de vibration pour repérer la présence et la concentration de ce gaz [28].
- **Applications industrielles:** Dans les secteurs automobile et aérospatial, les cristaux phononiques sont explorés pour surveiller les contraintes et les vibrations dans les composants mécaniques, permettant ainsi d'anticiper d'éventuelles défaillances et d'améliorer la fiabilité des systèmes. La sensibilité des cristaux phononiques aux vibrations permet de créer des capteurs de vibrations. Ces capteurs ont la capacité de repérer des mouvements mécaniques dans des structures, ce qui est bénéfique pour la surveillance des infrastructures, la détection de séismes ou même dans des utilisations industrielles pour surveiller l'état des machines [29].

### I.5.2. Applications dans le domaine de l'isolation acoustique

Les cristaux phononiques unidimensionnels (1D) sont employés pour réduire les nuisances sonores en filtrant des plages de fréquences spécifiques. Leur fonctionnement repose sur la diffusion multiple et les interférences destructives au sein de leur structure périodique, créant ainsi des bandes interdites acoustiques. L'introduction de défauts contrôlés dans ces structures permet d'absorber des fréquences ciblées, optimisant ainsi leur performance. Le choix des matériaux (polymères, métaux, composites) et des dimensions des couches joue un rôle clé dans l'efficacité de l'isolation. Par exemple, des matériaux souples comme le caoutchouc sont

souvent associés à des matériaux rigides tels que l'aluminium pour renforcer l'atténuation acoustique. Voici quelques applications concrètes:

- **Isolation phonique des bâtiments:** Les cristaux phononiques sont utilisés pour concevoir des panneaux acoustiques intégrés dans les murs, fenêtres ou plafonds. Ces structures périodiques réfléchissent ou absorbent les ondes sonores, limitant la transmission du bruit entre espaces intérieurs ou depuis l'extérieur [30].
- **Protection contre les vibrations industrielles:** Dans les environnements industriels, ces cristaux atténuent les vibrations mécaniques, préservant ainsi les machines et améliorant la sécurité des opérateurs [31].
- **Réduction du bruit dans les moyens de transport:** Ils sont intégrés dans les véhicules, trains et avions pour minimiser les bruits de moteur et vibrations. Les barrières anti-bruit le long des routes ou voies ferrées bénéficient également de cette technologie, combinant efficacité et intégration esthétique [32].
- **Isolation des équipements électroniques:** Les appareils sensibles aux interférences acoustiques sont protégés par des cristaux phononiques bloquant les fréquences nuisibles. Cette technologie peut aussi être couplée à des systèmes de réduction active du bruit (microphones et haut-parleurs) pour des résultats optimaux, notamment dans les espaces bruyants comme les avions ou les bureaux ouverts [33].

### I.5.3. Applications dans le domaine du filtrage acoustique

Les cristaux phononiques permettent de concevoir des filtres acoustiques capables de sélectionner certaines fréquences et d'atténuer d'autres. Grâce aux bandes interdites phononiques, les cristaux phononiques peuvent bloquer certaines gammes de fréquences tout en laissant passer d'autres, permettant ainsi la création de filtres sélectifs. En ajustant la périodicité et la nature des matériaux, il est possible de concevoir des filtres adaptés à des besoins spécifiques, voici quelques exemples de dispositifs.

- **Résonateurs acoustiques:** Utilisés dans les télécommunications et les capteurs ultrasoniques pour améliorer la qualité des signaux en éliminant les interférences [34].
- **Guides d'ondes acoustiques :** Permettent de diriger et de manipuler la propagation des ondes acoustiques avec précision, utiles pour les applications en imagerie ultrasonore [35].
- **Filtres pour dispositifs MEMS:** Intégrés dans les systèmes micro-électromécaniques pour améliorer les performances de filtrage dans des capteurs et des circuits acoustiques [36].
- **Filtres acoustiques pour télécommunications:** Les cristaux phononiques 1D sont utilisés pour développer des filtres précis dans les dispositifs de communication sans fil, réduisant les interférences et améliorant la qualité du signal [37].

- **Contrôle du bruit dans les équipements industriels:** Des structures phononiques sont conçues pour filtrer les bruits parasites dans les machines et les installations industrielles, améliorant ainsi la sécurité et l'efficacité des opérations [38].

#### I.5.4. Applications dans le domaine des dispositifs de Communication

Les cristaux phononiques jouent un rôle clé dans les technologies de communication en modulant et filtrant les ondes acoustiques:

- **Contrôle des signaux acoustiques:** Les cristaux phononiques peuvent être exploités pour contrôler la diffusion des ondes sonores dans des dispositifs de communication. En créant des bandes passantes et des bandes interdites, ces cristaux permettent de filtrer certaines fréquences sonores, ce qui est essentiel pour la transmission de signaux nets et précis. Par exemple, les cristaux phononiques peuvent contribuer à atténuer le bruit de fond dans les systèmes de communication acoustique sous-marine en interceptant certaines fréquences non désirées, ce qui améliore par conséquent la qualité des signaux transmis [39].
- **Modulation des signaux:** Les cristaux phononiques peuvent être intégrés dans des dispositifs de modulation, où ils modifient les caractéristiques des ondes acoustiques en fonction des informations à transmettre. Cela peut inclure la modulation d'amplitude, de fréquence ou de phase, permettant ainsi une transmission efficace des données. Les cristaux phononiques permet de concevoir des modulateurs qui répondent rapidement aux variations des signaux, ce qui est crucial pour les communications à haute vitesse [40].
- **Systèmes de communication à large bande:** Les cristaux phononiques peuvent être utilisés pour créer des systèmes de communication à large bande, capables de transmettre plusieurs canaux de données simultanément. Grâce à leur capacité à gérer différentes fréquences, ces systèmes peuvent offrir une bande passante plus large, ce qui est essentiel pour les applications modernes comme la transmission de données multimédia. Par exemple, dans les réseaux de capteurs acoustiques, les cristaux phononiques facilitent la transmission simultanée de données provenant de divers capteurs, améliorant ainsi l'efficacité du système [41].
- **Antennes acoustiques:** Les cristaux phononiques peuvent également être utilisés pour concevoir des antennes acoustiques qui émettent et reçoivent des ondes sonores. Ces antennes peuvent être optimisées pour fonctionner à des fréquences spécifiques, ce qui les rend idéales pour des applications telles que la communication sans fil ou les systèmes de sonar. En utilisant des cristaux phononiques, il est possible de créer des antennes plus compactes et plus efficaces, capables de diriger les ondes acoustiques avec précision [42].

- **Technologies de communication avancées:** Les cristaux phononiques sont également étudiés pour des applications dans des technologies de communication avancées, comme les réseaux de communication quantique acoustique. Ces dispositifs utilisent les caractéristiques quantiques des phonons pour assurer une transmission sécurisée des données. De plus, ils peuvent être incorporés dans des systèmes de communication optique, où les ondes sonores interagissent avec la lumière afin de produire des effets modulateurs, permettant ainsi le développement de systèmes de communication hybrides [43].

## **CONCLUSION**

Les cristaux phononiques représentent un domaine prometteur de la physique appliquée. Ils offrent un large éventail d'applications dans le domaine des capteurs, de l'isolation acoustique et du filtrage. Grâce à leur aptitude à gérer et contrôler la propagation des ondes acoustiques, ces structures ouvrent la voie à la conception de dispositifs innovants et performants. Ce chapitre débute par une présentation générale des cristaux phononiques, abordant d'abord quelques notions fondamentales telles que le concept de bande interdite et les différents types de cristaux phononiques. Nous avons également présenté un aperçu de la propagation des ondes acoustiques à travers ces structures. Enfin, nous avons terminé ce chapitre par des notions fondamentales concernant quelques applications des cristaux phononiques dans divers domaines tels que l'isolation acoustique, les capteurs et l'industrie.

## **CHAPITRE II**

# **METHODES ET OUTILS DE SIMULATION**

---

## INTRODUCTION

Avec l'évolution des systèmes et leur complexité croissante, la nécessité de prédire et de modéliser des phénomènes physiques avec précision est devenue un enjeu majeur pour les scientifiques. Cette modélisation repose sur des équations mathématiques dont la résolution, autrefois limitée par les moyens de calcul et les capacités de stockage. Dans le domaine des cristaux phononiques, ces méthodes numériques se sont imposées comme des outils incontournables, permettant de simuler la propagation des ondes acoustiques et d'étudier des propriétés clés telles que les bandes interdites, les coefficients de transmission et de réflexion.

Parmi les techniques les plus couramment utilisées, on trouve la méthode des éléments finis (FEM), la méthode de décomposition en ondes planes (PWE) et la méthode des matrices de transfert (TMM). Ces approches reposent sur la discrétisation spatiale et temporelle des équations aux dérivées partielles, offrant ainsi une flexibilité adaptée à des structures tant périodiques que finies. Par ailleurs, des logiciels spécialisés tels que COMSOL Multiphysics et MATLAB permettent aux chercheurs de concevoir et d'optimiser de nouvelles structures phononiques avec une grande précision. Dans ce chapitre, nous présenterons une analyse détaillée des principales méthodes et outils de simulation, en mettant en lumière leurs principes, leurs avantages, leurs limites et leurs applications.

### II.1. METHODE DES ELEMENTS FINIS (FEM)

La méthode des éléments finis (FEM) est une technique numérique puissante largement utilisée pour résoudre des équations aux dérivées partielles modélisant des phénomènes physiques complexes. Historiquement, ses premières utilisations concernent les problèmes liés aux structures mécaniques nécessitant la recherche des solutions de contraintes et de déformations dans les milieux élastiques. Son application aux cristaux phononiques a permis des avancées significatives dans l'étude de la propagation des ondes acoustiques et élastiques, notamment pour la prédiction des bandes interdites et le guidage des ondes. La FEM est souvent combinée à des méthodes d'analyse dynamique pour étudier les ondes élastiques dans des structures périodiques. Par exemple, des simulations FEM ont permis de modéliser des inclusions cylindriques dans des plaques, révélant des propriétés de bandes interdites essentielles pour le contrôle acoustique. Parmi ses applications en phononique, on peut citer les travaux de Khelif et al pour le calcul des courbes de dispersion d'un cristal phononique bidimensionnel constitué d'inclusions cylindriques dans une plaque [44].

Les travaux effectués par Djafari-Rouhani et al pour l'étude de bandes interdites et le guidage des ondes [45]. Alors que, Chen et Wu ont utilisé la FEM pour étudier des cylindres déposés sur une plaque d'aluminium pour démontrer l'influence de la géométrie sur les bandes

interdites [46]. Dans toutes ces études, la FEM a montré son efficacité en termes de convergence et de temps de calcul, comparée à d'autres méthodes notamment dans le cas des plaques finies.

**II.1.1. Variétés de la FEM**

La méthode des éléments finis (FEM) se décline en plusieurs approches adaptées à différents problèmes physiques, chaque approche présente des avantages et des inconvénients uniques en fonction du problème à résoudre, on peut citer :

- Éléments finis standards: Utilisés pour des problèmes linéaires en mécanique ou thermique.
- Galerkin discontinue: Idéale pour les problèmes avec discontinuités ou matériaux hétérogènes.
- Éléments finis mixtes: Employés pour des problèmes couplés, comme l'interaction fluide-structure.

Un type courant est la méthode d'analyse statique linéaire, qui est utilisée pour prédire le comportement des systèmes linéaires dans des conditions de chargement statique. Un autre type est la méthode d'analyse non linéaire, qui est utilisée pour les problèmes impliquant des déformations extrêmes ou une non-linéarité matérielle.

D'autres types de la méthode des éléments finis incluent l'analyse dynamique, qui traite des charges dynamiques et des systèmes variant dans le temps, et l'analyse thermique, qui est utilisée pour étudier le comportement thermique des matériaux et des structures. Il existe également la méthode Fluid-Structure Interaction Analysis, qui combine la dynamique des fluides et la mécanique des solides pour étudier l'interaction entre les fluides et les solides.

Dans l'ensemble, les différents types de méthodes des éléments finis offrent une gamme d'outils puissants pour résoudre des problèmes complexes en ingénierie et en physique, et sont largement utilisés dans de nombreux domaines de la recherche et de l'industrie [47].

**II.1.2. Principe de la méthode FEM**

La méthode des éléments finis (FEM) est adaptée pour résoudre presque tous les types d'équations aux dérivées partielles régissant un problème physique quelconque, en particulier les équations relatives à la propagation des ondes élastiques. Pour une onde acoustique ou élastique se propageant dans un milieu cubique ou isotrope, les équations de propagation s'écrivent comme suit [48]:

$$\begin{cases} -\rho\omega^2 u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left( c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ -\rho\omega^2 u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \dots \dots \dots \text{II.1} \\ -\rho\omega^2 u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left( c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases}$$

Où : les fonctions inconnues sont les composantes du champ de déplacement  $(u_i)_{i \in \{x,y,z\}}$ . A ce système d'équations sont ajoutées les conditions aux limites qui contraignent les solutions recherchées. Afin de décrire plus aisément la méthode des éléments finis, nous partirons d'une formulation plus générale en écrivant le système (II.8) plutôt sous la forme suivante [8]:

$$-\nabla(C\nabla u) = \omega^2 u \dots\dots\dots \text{II.2}$$

La méthode des éléments finis (FEM) suit une séquence d'étapes rigoureuses :

1. **Discrétisation:** Le domaine est divisé en éléments finis (maillage). Pour un cristal phononique, cela inclut la périodicité des inclusions.
2. **Formulation faible:** Les équations de propagation (équations II.1 ou II.2) sont transformées en une forme variationnelle.
3. **Assemblage matriciel:** Les équations locales sont combinées en un système global, souvent creux pour optimiser le calcul.
4. **Résolution:** Les modes propres (fréquences) et les champs de déplacement sont calculés.

La méthode des éléments finis (FEM) résout le système d'équations couplées (II.1) en imposant des conditions aux limites périodiques pour reproduire la structure du cristal.

### II.1.3. Avantages et limitations de la FEM

Parmi les avantages de la méthode des éléments finis (FEM) on peut citer [49-50]:

- **Flexibilité géométrique :** La FEM peut traiter des géométries complexes et non périodiques (défauts, interfaces, structures désordonnées). Elle est également adaptée aux configurations réalistes (inclusions de formes arbitraires, couplages multiphysiques).
- **Précision dans les basses fréquences :** La méthode des éléments finis offre une excellente précision pour les modes basse fréquence (en dessous du gap phononique). Elle est capable de capturer les modes localisés et les effets de bord.
- **Conditions aux limites et chargements complexes :** La méthode des éléments finis permet d'appliquer des conditions aux limites réalistes (fixes, absorbantes, périodiques, etc.). La méthode des éléments finis (FEM) est adaptée aux chargements acoustiques complexes (ondes incidentes arbitraires).
- **Matériaux hétérogènes et non linéaires :** La méthode des éléments finis peut modéliser des propriétés matérielles variées (anisotropie, viscoélasticité, non-linéarités). Elle est aussi compatible avec des couplages multiphysiques (péizoélectricité, thermoacoustique).
- **Simulation transitoire et harmonique :** La méthode des éléments finis permet la résolution directe dans le domaine temporel (analyse transitoire des ondes) ou fréquentiel (modes propres, réponse harmonique).

#### II.1.4. Limitations de la FEM

Parmi les limitations de la méthode des éléments finis (FEM) on peut citer [49-51]:

- **Coût calculatoire élevé:** La discrétisation fine nécessaire pour les hautes fréquences (proches de la limite de la zone de Brillouin) ce qui rend les calculs lourds. D'autre part, les structures périodiques infinies nécessitent des maillages tronqués avec conditions aux limites artificielles (PMLE, éléments infinis).
- **Difficultés avec les problèmes hautes fréquences:** La FEM devient moins efficace pour les ondes courtes ( $\lambda \ll$  taille du domaine), car le nombre d'éléments doit augmenter pour respecter les critères de Nyquist (typiquement 10 éléments par longueur d'onde).
- **Analyse de bande et périodicité:** La résolution des bandes phononiques nécessite une approche spécifique (FEM avec conditions de Floquet-Bloch), moins intuitive que la méthode FDTD.
- **Limites pour les systèmes infinis:** Pour les systèmes infinis, la méthode des éléments finis (FEM) est moins adaptée aux structures infiniment périodiques que les méthodes spectrales ou les théories des ondes planes (PWEM).
- **Dépendance au maillage:** La qualité des résultats dépend fortement du maillage (Donc, les erreurs de dispersion numérique, instabilités augmentent pour les éléments mal conditionnés). Les éléments haute précision (éléments d'ordre élevé) réduisent les erreurs mais augmentent le coût calculatoire.

#### II.1.5. Applications de la FEM aux cristaux phononiques

Les domaines d'application de la méthode des éléments finis (FEM) sont très larges et très variées. En général, la méthode des éléments finis a diverses applications dans la conception technique, en particulier dans l'analyse des contraintes et des déformations dans les composants mécaniques, la conception de dispositifs électromagnétiques et la conception de systèmes d'écoulement de fluides. Il est également utilisé dans l'analyse des dispositifs médicaux, tels que les implants et les prothèses.

La méthode des éléments finis FEM reste aussi un outil indispensable pour modéliser les structures à cristaux phononiques, elle permet des avancées majeures dans certains domaines notamment dans [50]:

- **Contrôle acoustique:** Conception de méta-matériaux bloquant certaines fréquences.
- **Capteurs et imagerie:** Optimisation de guides d'ondes pour la détection.
- **Énergie vibratoire:** Récolte d'énergie via des structures phononiques résonantes.

## II.2. METHODE DES ONDES PLANES (PWE)

La méthode de décomposition en ondes planes (Plane Wave Expansion, PWE) est une technique numérique puissante utilisée pour étudier la propagation des ondes dans des milieux périodiques, notamment dans les cristaux photoniques, les cristaux phononiques, les semi-conducteurs et d'autres matériaux périodiques. Elle repose sur la décomposition des champs physiques (électromagnétiques, acoustiques ou élastiques) en une série d'ondes planes, permettant ainsi de résoudre numériquement les équations de propagation dans des structures périodiques. L'une de ses premières applications a été son utilisation pour obtenir les états d'énergie électroniques dans les cristaux métalliques périodiques. Elle a été ensuite utilisée en photonique et puis en phononique pour le calcul des structures de bandes [52,53].

### II.2.1. Principe et formulation de la méthode PWE

La méthode PWE s'est imposée comme l'un des outils de modélisation privilégié des cristaux phononiques et figure par ailleurs parmi les premiers formalismes à avoir été employés afin de mettre théoriquement en évidence l'existence de bandes interdites pour les ondes élastiques. Elle permet de représenter de façon assez directe, du point de vue du formalisme mathématique comme de la mise en œuvre numérique, la propagation de champs de déplacement dans un milieu périodique. Elle est d'ailleurs bien connue en acoustique où elle est employée pour simuler des structures périodiques de type transducteurs composites qui trouvent leurs applications dans le domaine de l'imagerie médicale par exemple [52].

La méthode PWE repose sur la représentation périodique des paramètres du cristal phononique dans l'espace de Fourier. L'idée principale est de développer le champ de déplacement et les coefficients élastiques sous forme de séries de Fourier et de résoudre les équations du mouvement en utilisant cette représentation.

Kushwaha et al. [53] ont appliqué la PWE dans le cas d'un réseau bidimensionnel, composé dans un premier temps d'un solide, homogène et isotrope et à des champs de déplacement purement transverses. Dans ce cas, le champ de déplacement dépend du temps  $t$  et de la position  $r$ , il peut se décomposer sous la forme:

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \nabla (\rho(\vec{r}) c_l(\vec{r})^2 \nabla \cdot \vec{u}) \dots\dots\dots \text{II.3}$$

Où  $\rho$ ,  $c_l$  est définie pour être la constante élastique  $C_{11}$ . On peut maintenant développer  $C_{11}$ , et la densité par une série de Fourier, c'est dû au rapport périodique de nature des deux dimensions du cristal phononique.

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \sigma(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \dots\dots\dots \text{II.4}$$

$$C_{11}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \beta(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \dots\dots\dots \text{II.5}$$

Où  $\vec{G}$  et  $\vec{r}$  sont les vecteurs en réseaux directe et réciproque respectivement. En supposant une onde plane de solution et la périodicité de la moyenne ; on peut invoquer Bloch de résoudre pour de théorème, pour lesquelles le champ de déplacement est :

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \sum_{\vec{G}} \vec{u}_k(\vec{G}) e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \dots\dots\dots \text{II.6}$$

Ici  $k$  est le vecteur Bloch à deux dimensions, on peut formuler un ensemble infini d'équations pour lesquelles les valeurs propres,  $\omega(K)$ , et vecteurs propres,  $\vec{u}_k$ , peut être trouvée :

$$\sum_{\vec{G}} [\sigma(\vec{G} - \vec{G}')(\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} - \vec{G}') - \beta(\vec{G} - \vec{G}')\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \dots\dots\dots \text{II.7}$$

On peut maintenant étudier les deux dimensions pour un cristal phononique en réseau réciproque avec la fraction de remplissage  $f$ . La densité et les constantes élastiques prennent la forme :

$$q(\vec{G}) = \begin{cases} xf + y(1 - f) \equiv \bar{z}, & \text{pour } \vec{G} = 0 \\ (x - y)F(\vec{G}) \equiv \Delta z F(\vec{G}), & \text{pour } \vec{G} \neq 0 \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.8}$$

Où  $q$  est représenté par  $\sigma$  ou  $\beta$  et  $x, y$  représentent la densité ou constants élastiques pour les inclusions et matrix. Le facteur de structure  $F(G)$  est donnée par :

$$F(\vec{G}) = \frac{1}{A} \int id^2r e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \dots\dots\dots \text{II.9}$$

Où  $A$  est le domaine de l'inclusion unit cellule et l'intégration s'effectue sur l'inclusion. On peut maintenant réfute Equation II.7 comme :

$$\sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} F(\vec{G} - \vec{G}') [\Delta\alpha(\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{k} + \vec{G}') - \Delta\beta\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}') + [\bar{\sigma}|\vec{k} + \vec{G}|^2 - \bar{\beta}\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \dots\dots\dots \text{II.10}$$

La formulation antérieure de vagues dans un matériau périodique démontre qu'il peut être résolu numériquement pour déterminer les fréquences propres et vecteurs propres pour un ensemble donné de vecteurs d'onde.

Il est de pratique courante pour trouver les fréquences propres pour les vecteurs d'onde qui sont dans la zone de Brillouin irréductible. Afin d'obtenir une bonne convergence avec cette méthode, le nombre d'ondes planes doit être bien choisir [54].

**II.2.2. Mise en place d'une simulation PWE**

L'analyse du spectre obtenue permet d'identifier les bandes interdites et de comprendre l'influence des paramètres du cristal phononique. On peut observer l'impact de la périodicité, des propriétés des matériaux et du nombre d'harmoniques sur la précision des résultats. La mise en place d'une simulation est réalisée à travers les étapes suivantes [5,54]:

- **Définition des Paramètres** : Matériaux, période, densité, module d'élasticité.
- **Développement en Série de Fourier** : Projection des paramètres élastiques et de la densité dans l'espace réciproque.
- **Construction de la Matrice de Dispersion** : Assemblage des coefficients de Fourier.

- **Calcul des Valeurs Propres** : Résolution numérique pour déterminer la structure de bandes.
- **Tracé de la Relation de Dispersion** : Représentation graphique des fréquences en fonction du vecteur d'onde.

### II.2.3. Avantages et limitations de la PWE

**Avantages de la Méthode PWE** : Parmi les avantages de la PWE, on peut citer [55-56]:

- **Précision élevée**: La méthode des ondes planes (PWE) est très précise pour la détermination des structures de bandes phononiques, notamment pour les cristaux périodiques.
- **Approche spectrale**: La méthode des ondes planes permet une représentation complète des ondes stationnaires dans le cristal phononique.
- **Facilement adaptable**: La méthode PWE peut être appliquée à divers types de cristaux phononiques en modifiant simplement le développement en série de Fourier.
- **Pas de réflexions parasites**: Contrairement à d'autres méthodes basées sur des maillages (ex : méthode des éléments finis), PWE ne souffre pas de problèmes d'erreurs aux interfaces.
- **Flexibilité**: La méthode des ondes planes est applicable à différents types d'ondes (élastiques, électromagnétiques).

**Limitations de la Méthode PWE** : Malgré ses avantages, la PWE a également quelques inconvénients et limitations. Parmi ces inconvénients, on peut citer [55-56]:

- **Convergence lente**: La précision dépend du nombre d'harmoniques retenues, et un grand nombre d'harmoniques est souvent nécessaire pour obtenir des résultats précis, ce qui augmente la charge de calcul ce qui rend le coût computationnel élevé.
- **Mauvaise gestion des forts contrastes**: Lorsque le cristal phononique présente de forts contrastes de propriétés (ex : différence extrême de densité ou de module d'Young entre deux couches), la convergence devient difficile et la précision peut en souffrir.
- **Limitée aux structures périodiques**: La PWE fonctionne uniquement pour des structures rigoureusement périodiques et n'est pas bien adaptée aux structures comportant des défauts ou des irrégularités, moins adaptée aux systèmes désordonnés ou fortement inhomogènes.
- **Approche en domaine fréquentiel**: Contrairement à des méthodes comme la Méthode des Éléments Finis (FEM), elle ne permet pas une analyse dans le domaine temporel.

### II.2.4. Applications de la PWE aux cristaux phononiques

La méthode ondes planes (PWE) est un outil fondamental pour l'étude des cristaux phononiques, la PWE offre une approche rigoureuse pour prédire les propriétés de propagation des ondes acoustiques dans les cristaux phononiques, elle est particulièrement adaptée pour :

- Calculer les structures de bandes des cristaux phononiques et photoniques.
- Étudier les bandes interdites (gaps) pour les ondes acoustiques/élastiques.

- Modéliser des systèmes complexes :
- Structures 1D, 2D et 3D périodiques,
- Milieux anisotropes ou piézoélectriques,
- Guides d'ondes et défauts dans les cristaux.

Dans le domaine des cristaux phononiques, la méthode des ondes planes (PWE) est largement utilisée dans le calcul des structures à bandes phononiques pour différents types de systèmes: structures bidimensionnelles solides composites ou solide-air, cristaux phononiques à une ou deux dimensions, constitués d'une plaque avec inclusions périodiques, pour la propagation d'ondes de Lamb, systèmes avec défauts, ainsi que le guidage des ondes dans des systèmes finis. La méthode PWE a aussi fait ses preuves dans l'étude des milieux anisotropes ou dispersifs pour les ondes de surfaces ainsi que les milieux piézoélectriques. Elle a également été modifiée et améliorée afin de calculer la structure de bandes complexes pour les ondes évanescentes [5, 12, 48].

La méthode des ondes planes (PWE) a été appliquée avec succès dans divers domaines tels que :

- L'imagerie médicale (transducteurs ultrasonores),
- L'isolation acoustique (méta-matériaux phononiques),
- Le contrôle des vibrations (plaques phononiques).

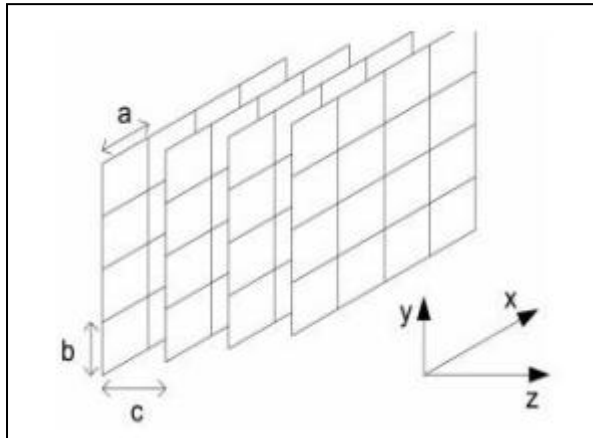
### **II.3. METHODE DE LA MATRICE DE TRANSFERT (TMM)**

La méthode des matrices de transfert (TMM) est une technique mathématique puissante couramment utilisée pour étudier la propagation des ondes acoustiques, électromagnétiques ou mécaniques dans des structures périodiques. Particulièrement, la TMM est utilisée dans le domaine de photonique et en acoustique des matériaux. La méthode TMM reste incontournable pour l'étude des cristaux phononiques 1D. Elle combine des équations locales précises avec des conditions aux interfaces bien définies, permettant de modéliser la continuité des contraintes mécaniques et des déformations à travers les interfaces. La TMM permet de déterminer efficacement les propriétés de transmission et de réflexion dans les structures unidimensionnelles (1D). La méthode TMM est particulièrement utile pour les structures unidimensionnelles. Ensuite, elle est adaptée aux structures bidimensionnelles [57-58].

Dans ce travail, notre intérêt est basé sur la méthode des matrices de transfert TMM puisque elle représente la méthode la plus adaptée aux structures multicouches. Elle nous permet de calculer les coefficients de transmission et de réflexions lors de la propagation d'une onde acoustique / élastique à incidence normale.

### II.3.1. Principe de la méthode TMM

Cette méthode repose sur la discrétisation des équations de Maxwell ou des équations élastiques sur une grille spatiale, permettant de relier les champs entre couches successives via une matrice de transfert [59].



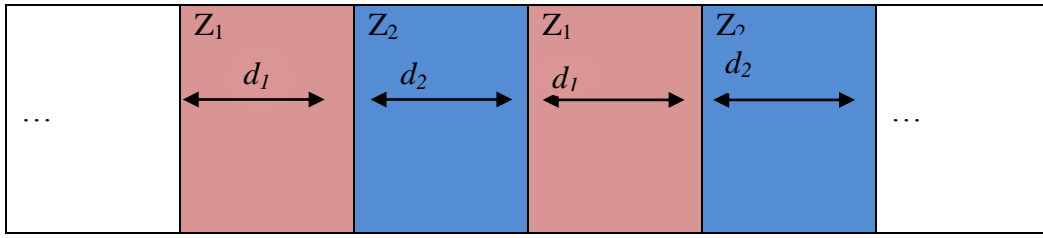
**Figure II.1:** Discrétisation spatiale cartésienne appliquée dans TMM [59]

Pour résoudre le problème de la propagation des ondes dans les milieux multicouches, des équations locales et des conditions d'interface doivent être résolues. Dans les milieux multicouches, le nombre d'interfaces peut être important, il est donc utile d'introduire une matrice globale représentative qui exprime la continuité de contrainte et de déplacement à chaque interface. Cette méthode varie selon le choix des variables qui composent le vecteur. Il existe donc des matrices de transfert Thomson-Haskell et des matrices d'impédance de surface, également appelées méthodes de matrice de rigidité. Lorsque le nombre d'éléments est important et que la longueur d'onde est grande par rapport à la taille de ces éléments provoque des difficultés numériques. Dans ce cas, des matrices bien conditionnées aident à résoudre le problème.

Si le milieu multicouche est périodique, la forme précédente peut introduire la notion d'ondes de Bloch (2D et 3D) ou d'ondes de Floquet (1D). Si le milieu est homogène est continue, le développement en série de Peano se présente comme une méthode offrant une solution analytique viable et robuste [52].

### II.3.2. Super-réseaux unidimensionnels

Considérons ici un super-réseau constitué d'une succession de deux couches, comme illustré sur la figure II.2. Les deux couches ont des épaisseurs respectives  $d_1$  et  $d_2$ , et des impédances acoustiques respectives  $Z_1$  et  $Z_2$  [52].



**Figure II.2** : Un super-réseau à CnP-1D formé par alternance de deux couches d'impédances  $Z_1$  et  $Z_2$ .

Nous écrivons d'abord les équations fondamentales de l'acoustique [52]:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho(x) \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial P}{\partial t} = -Y(x) \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}, \quad c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \dots\dots\dots \text{II.18}$$

Où : ( $P$ ) est la pression, ( $v$ ) est la vitesse des particules, ( $\rho$ ) est la masse volumique et ( $Y$ ) est le module de Young. Ces équations sont équivalentes à:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau}{\partial x} = \rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \tau = Y(x) \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.19}$$

Où : ( $\tau = -p$ ) est la contrainte et ( $u$ ) est le déplacement des particules.

Pour une onde harmonique, la solution générique de ce système d'équations pour une couche d'impédance  $Z_i$  est une onde plane, composée d'une onde incidente d'amplitude  $A$  et d'une onde réfléchie d'amplitude  $B$ . Dans ce cas, en considérant  $p = V e^{j\omega t}$  et  $v = V e^{j\omega t}$ , nous pouvons écrire la solution ainsi : [52]

$$\begin{cases} P = Z_i A(\omega) e^{-jkx} - Z_i B(\omega) e^{jkx} \\ V = A(\omega) e^{-jkx} + B(\omega) e^{jkx} \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.20}$$

**II.3.3. Formalisme matriciel**

La méthode de la matrice de transfert utilisera la solution décrite par l'équation (II.20) écrite comme un produit d'une matrice et un vecteur. Ce formalisme va nous permettre d'écrire les solutions de propagation des ondes dans des structures multicouches avec ou sans défauts.

Notons que dans le cas où les couches sont conçues pour avoir une épaisseur égale à un quart de la longueur d'onde cible, le comportement se simplifient notablement et révèlent des caractéristiques d'un grand intérêt pratique.

**II.3.3.1. Propagation dans une couche**

À partir de l'équation (II.20), la propagation dans une couche, de la position  $x = 0$  à la position  $x$  peut être écrite comme un produit de matrices:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} Z_i e^{-jk_i x} & -Z_i e^{jk_i x} \\ e^{-jk_i x} & e^{jk_i x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = \begin{bmatrix} Z_i & -Z_i \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-jk_i x} & 0 \\ 0 & e^{jk_i x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad \text{II.21}$$

Nous pouvons écrire: 
$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_x = F_i H_i \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad \text{II.22}$$

Avec : 
$$F_i = \begin{bmatrix} Z_i & -Z_i \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ et } H_i = \begin{bmatrix} e^{-jk_i x} & 0 \\ 0 & e^{jk_i x} \end{bmatrix} \quad \text{II.23}$$

Dans l'équation (II.23),  $H_i$  décrit la propagation des ondes dans la couche  $i$  à une distance  $x$ .

On peut également noter que: 
$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 = F_i \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad \text{II.24}$$

Alors : 
$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = F_i^{-1} \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 \text{ avec : } F_i^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_i} & 1 \\ -\frac{1}{Z_i} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{II.25}$$

De cette façon, on obtient pour la propagation à travers une couche d'impédance  $Z_i$  et une longueur  $x$ :

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_x = F_i H_i F_i^{-1} \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 = M_i \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 \quad \text{II.26}$$

Avec : 
$$M_i = F_i H_i F_i^{-1} \begin{bmatrix} \cos(k_i x) & -jZ_i \sin(k_i x) \\ -\frac{1}{Z_i} \sin(k_i x) & \cos(k_i x) \end{bmatrix} \quad \text{II.28}$$

### II.3.3.2. Propagation dans une bicouche

Pour écrire la propagation dans une bicouche, nous utilisons la propriété de continuité de P et V aux interfaces:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{x^+} = \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{x^-} \quad \text{II.29}$$

où  $x^+$  appartient à  $Z_2$  et  $x^-$  appartient à  $Z_1$ . Ainsi, nous avons:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1+d_2} = M_2 M_1 \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 = M \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 \quad \text{II.30}$$

Avec :

$$M = \begin{bmatrix} \cos(k_2 k_2) & -jZ_2 \sin(k_2 k_2) \\ -\frac{j}{Z_2} \sin(k_2 k_2) & \cos(k_2 k_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(k_1 k_1) & -jZ_1 \sin(k_1 k_1) \\ -\frac{j}{Z_1} \sin(k_1 k_1) & \cos(k_1 k_1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(k_1 k_1) \cos(k_2 k_2) - \frac{Z_2}{Z_1} \sin(k_1 k_1) \sin(k_2 k_2) & -jZ_1 \cos(k_2 k_2) \sin(k_1 k_1) - jZ_2 \sin(k_2 k_2) \cos(k_1 k_1) \\ -\frac{j}{Z_2} \cos(k_1 k_1) \sin(k_2 k_2) - \frac{j}{Z_1} \cos(k_2 k_2) \sin(k_1 k_1) & -\frac{Z_1}{Z_2} \sin(k_1 k_1) \sin(k_2 k_2) - \frac{Z_2}{Z_1} \sin(k_1 k_1) \sin(k_2 k_2) \end{bmatrix}$$

Ou sous forme condensée:

$$M = (F_2 H_2 F_2^{-1})(F_1 H_1 F_1^{-1}) \quad \text{II.31}$$

Dans un milieu périodique ( $d = d_1 + d_2$ ), les modes de propagation sont les modes de Bloch et les valeurs propres de M sont donnés par :

$$Y_1 = e^{jkd} \quad \text{II.32}$$

$$Y_2 = e^{-jkd} \quad \text{II.33}$$

la trace de la matrice M est:

$$\text{Tr}(M) = Y_1 + Y_2 = 2\cos(kd) \dots\dots\dots \text{II.34}$$

La loi de dispersion du milieu infini périodique bicouche peut s'écrire:

$$\cos(kd) = \frac{1}{2}\text{Tr}(M) = \cos(k_1d_1) \cos(k_2d_2) - \frac{1}{2}\left(\frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1}\right) \sin(k_1d_1) \sin(k_2d_2) \dots\dots \text{II.35}$$

À l'aide de l'équation (II.35), nous pouvons calculer les courbes de dispersion.

Pour un super-réseau 1D, la première zone de Brillouin s'étend pour les vecteurs d'onde k entre  $-\pi/d$  et  $+\pi/d$ . Compte tenu du terme  $F_2^{-1}F_1$  apparaissant dans l'équation (II.31), nous pouvons maintenant donner une interprétation physique des matrices  $F_i$ :

$$F_2^{-1}F_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_2} & 1 \\ -\frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 & -Z_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{Z_1+Z_2}{2Z_2} \begin{bmatrix} 1 & rp \\ rp & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{tp} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2} \\ \frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2} & 1 \end{bmatrix} = M_{12}^t \dots\dots \text{II.36}$$

Ou :  $rp = \frac{Z_2-Z_1}{Z_1+Z_2} \dots\dots\dots \text{II.37}$

et  $tp = \frac{2Z_2}{Z_1+Z_2} \dots\dots\dots \text{II.38}$

$r_p$  : est le coefficient de réflexion entre un milieu d'impédance  $Z_1$  et un de l'impédance  $Z_2$ .

$t_p$  : est le coefficient de transmission du même support,  $M_{12}^t$  représente la matrice de transfert via une interface entre le support 1 et le support 2.

**II.3.3.3. Propagation des amplitudes**

On peut aussi relier les amplitudes A et B en position d aux amplitudes A et B en

position 0 avec :  $\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^-} = F_1 H_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots \text{II.39}$

Et  $\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^+} = \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^-} \dots\dots\dots \text{II.40}$

Manent :

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^+} = F_1 H_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \text{ et } \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{d_1^+} = F_2^{-1} \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^+} \dots\dots\dots \text{II.41}$$

Après propagation à travers la  $Z_2$ , on obtient:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d^+} = \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d^-} = (F_2 H_2)(F_2^{-1} F_1 H_1) \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots \text{II.42}$$

et enfin :

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{d^+} = (F_1^{-1} F_2 H_2)(F_2^{-1} F_1 H_1) \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = C_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots \text{II.43}$$

Ou nous avons introduit les notations suivantes :

$$C_1 = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix}$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \alpha = (\cos(k_2 d_2) - jS \sin(k_2 d_2)) e^{-jk_2 d_2} \\ \beta = jD_{12} \sin(k_2 d_2) e^{jk_1 d_1} \\ S = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \\ D_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{Z_2}{Z_1} \right) \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.44}$$

Ainsi, nous avons exprimé les valeurs des amplitudes  $A$  et  $B$  en position  $d$  comme un produit entre une matrice et le vecteur des valeurs initiales de ces amplitudes, on remarque que :

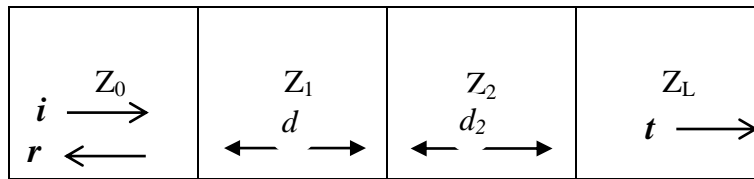
$$\det(C_1) = \alpha\alpha^* - \beta\beta^* = 1 \dots\dots\dots \text{II.45}$$

et :

$$\frac{1}{2} Tr(C_1) \frac{\alpha + \alpha^*}{2} = Re(\alpha) = \cos(k_1 d_1) \cos(k_2 d_2) - S \sin(k_1 d_1) \sin(k_2 d_2) = \frac{1}{2} Tr(M) \dots\dots\dots \text{I.46}$$

**II.3.3.4. Transmission via une bicouche**

Nous étudions maintenant la propagation d'une onde élastique à travers la bicouche décrite sur la figure II.3 avec le formalisme des paragraphes précédents On veut ici calculer les coefficients de transmission et réflexion à travers une telle structure bicouche.



**Figure II.3:** Une bicouche 1D avec des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  avec des couches externes d'impédances  $Z_0$  et  $Z_L$  [52].

Pour  $Z_0$  et  $Z_L$  arbitraires, nous dérivons en utilisant l'équation (II.43) l'ensemble d'équations suivant:  $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_L = (F_L^{-1} F_1) C_1 (F_1^{-1} F_0) \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = M \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots \text{II.47}$

Maintenant, en utilisant le fait qu'aucune onde n'entre dans la bicouche à partir du support de sortie d'impédance  $Z_L$ , c'est-à-dire  $B_L = 0$ , nous obtenir les coefficients de transmission ( $t$ ) et de réflexion ( $r$ ) qui sont donnés par  $t = A_L / A_0$  et  $r = B_0 / A_0$ :

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots \text{II.48}$$

En résolvant le système d'équations, nous obtenons:

$$r = M_{21}/M_{22} \text{ et } t = \det(M)/M_{22} \dots\dots\dots \text{II.49}$$

**II.3.3.5. Transmission via N bicouches**

Nous étudions maintenant la propagation d'une onde élastique à travers un système composé de N bicouches, comme indiqué sur la figure II.4.

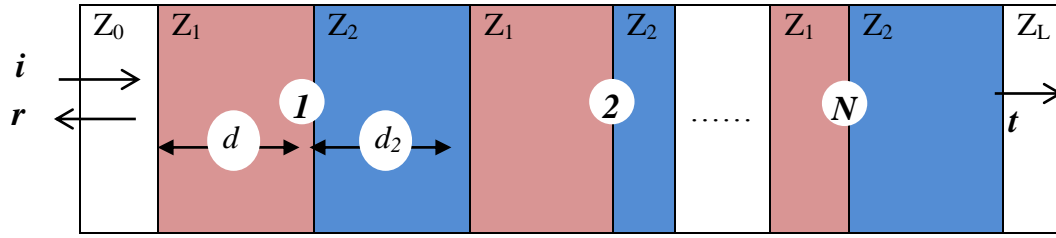


Figure II.4: Un système à cristal phononique 1D composé de N bicouches.

Pour un système de N bicouches, on peut écrire:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{LN} = C_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{L(N-1)} = C_1^N \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots \text{II.50}$$

Ainsi, en considérant une couche d'entrée d'impédance  $Z_0$  et une couche de sortie d'impédance  $Z_L$ , la transmission est donné par:

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = M^T \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Avec :} \quad M^T = (F_L^{-1} F_1) C_1^N (F_L^{-1} F_0) \dots\dots\dots \text{II.51}$$

**II.3.3.6. Transmission par N bicouches avec un défaut**

Nous étudions maintenant la propagation d'une onde élastique à travers le système suivant composé de N bicouches et d'un défaut central, comme représenté sur la figure II.5 [52] :

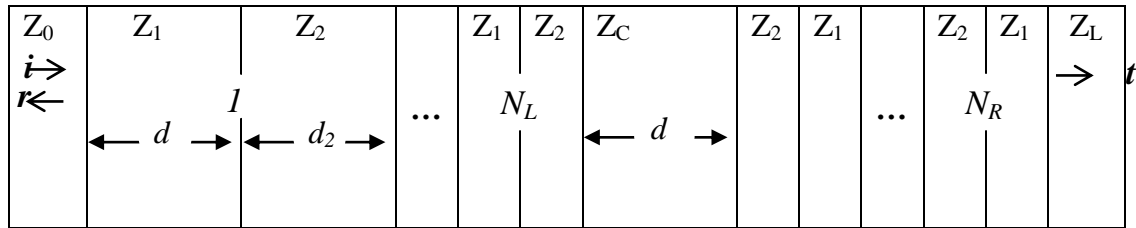


Figure II.5. Un système 1D composé de N bicouches et d'un défaut central de largeur  $d_C$  et d'impédance  $Z_C$ .

Dans ce cas la transmission est donnée par :

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = M^T \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix}, \text{ avec } M^T = M^{TR} H_C M^{TL} \dots\dots\dots \text{II.52}$$

Avec :

$$\begin{cases} M^{TL} = (F_C^{-1} F_1) C_1^{NL} (F_1^{-1} F_0) \\ M^{TR} = (F_L^{-1} F_2) C_2^{NR} (F_2^{-1} F_C) \\ C_2 = (F_2^{-1} F_1 H_1) (F_1^{-1} F_2 H_2) \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.53}$$

**II.3.3.7. Transmission à travers N bicouches avec couches quart d'onde**

On veut obtenir une expression analytique simple du coefficient de transmission d'une onde à travers N bicouches dont l'épaisseur est égale au quart de la longueur d'onde. Cela nous permettra de trouver le lien entre le facteur de qualité du résonateur (c'est-à-dire le super-réseau

avec des défauts) décrit dans la section II.4.2.6 et le nombre de bicouches et le décalage d'impédance entre les couches structurales. Nous présentons d'abord deux résultats préliminaires :

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha & \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 0 \\ 0 & \alpha - \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \text{II.54}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_2 & \beta_2 \\ \beta_2 & \alpha_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \beta_1 & \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 & \alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1 \\ \alpha_2\beta_1 + \alpha_1\beta_2 & \alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots \text{II.55}$$

Puisque nous utilisons des couches quart d'onde, nous réécrivons la matrice  $C_1$  de l'équation (II.44) en utilisant:

$$d_1 = \frac{\lambda_1}{4} \text{ et } d_2 = \frac{\lambda_2}{4} \text{ ou équivalent: } k_1 d_1 = k_2 d_2 = \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots \text{II.56}$$

Donc, nous pouvons obtenir:

$$C_1 = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \text{ avec } \begin{cases} \alpha = -S \\ \beta = -D_{12} \\ S = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \\ D_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{Z_2}{Z_1} \right) \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.57}$$

Dans ce cas :

$$\det(C_1) = \alpha^2 - \beta^2 = 1 \dots\dots\dots \text{II.58}$$

et :

$$\alpha + \beta = \frac{Z_1}{Z_2}, \alpha - \beta = \frac{Z_2}{Z_1} \dots\dots\dots \text{II.59}$$

En utilisant l'équation II.54, nous obtenons :

$$C_1^N = \begin{bmatrix} \alpha_N & \beta_N \\ \beta_N & \alpha_N \end{bmatrix}, \text{ avec } \begin{cases} \alpha_N = \frac{(\alpha+\beta)^N + (\alpha-\beta)^N}{2} \\ \beta_N = \frac{(\alpha+\beta)^N - (\alpha-\beta)^N}{2} \end{cases} \dots\dots\dots \text{II.60}$$

Nous notons que :

$$\det(C_1^N) = \alpha_N^2 - \beta_N^2 = (\det(C_1))^N = 1 \dots\dots\dots \text{II.61}$$

et :

$$\alpha_N + \beta_N = (\alpha + \beta)^N, \alpha_N - \beta_N = (\alpha - \beta)^N \dots\dots\dots \text{II.62}$$

Dans le cas général, sans hypothèse sur les valeurs de  $Z_0$  et  $Z_L$ , d'après l'équation (II.51), les coefficients de réflexion et de transmission sont donnés par :

$$r = -\frac{M_{21}^T}{M_{22}^T}, \text{ et } t = \frac{\det(M^T)}{M_{22}^T} \dots\dots\dots \text{II.63}$$

en utilisant les expressions II.22,II.23 et II.25 :

$$F_1^{-1}F_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1} & 1 \\ -\frac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 & -Z_0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_0}{Z_1} & 1 - \frac{Z_0}{Z_1} \\ 1 - \frac{Z_0}{Z_1} & 1 + \frac{Z_0}{Z_1} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \text{II.64}$$

Donc, étant donné leurs formes, selon l'équation (II.55),  $C_1^N$  et  $(F_1^{-1}F_0)$  font la navette.

Donc:  $M^T = (F_L^{-1}F_1)C_1^N(F_1^{-1}F_0) = (F_L^{-1}F_1)(F_1^{-1}F_0)C_1^N = (F_L^{-1}F_0)C_1^N \dots\dots\dots \text{II.65}$

Et nous obtenons :

$$F_L^{-1}F_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_L} & 1 \\ -\frac{1}{Z_L} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 & -Z_0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_0}{Z_L} & 1 - \frac{Z_0}{Z_L} \\ 1 - \frac{Z_0}{Z_L} & 1 + \frac{Z_0}{Z_L} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \text{II.66}$$

Ce qui conduit à l'expression suivante de la matrice de transmission  $M^T$ :

$$M^T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_0}{Z_L} & 1 - \frac{Z_0}{Z_L} \\ 1 - \frac{Z_0}{Z_L} & 1 + \frac{Z_0}{Z_L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_N & \beta_N \\ \beta_N & \alpha_N \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha_N + \beta_N + (\alpha_N - \beta_N) \frac{Z_0}{Z_L} & \alpha_N + \beta_N + (\beta_N - \alpha_N) \frac{Z_0}{Z_L} \\ \alpha_N + \beta_N + (\beta_N - \alpha_N) \frac{Z_0}{Z_L} & \alpha_N + \beta_N + (\alpha_N - \beta_N) \frac{Z_0}{Z_L} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \text{II.67}$$

En introduisant ces expressions dans l'équation (II.63), le coefficient de transmission devient:

$$t = \frac{\det M^T}{M_{22}^T} \text{ où } \det M^T = \det F_L^{-1} \det F_0 \det C_1^N = \frac{Z_0}{Z_L} \text{ et } M_{22}^T = \frac{1}{2} \left( (n)^N + \left( \frac{1}{n} \right)^N \frac{Z_0}{Z_L} \right) \dots\dots\dots \text{II.68}$$

avec l'introduit les notations suivantes:

$$\alpha + \beta = \frac{Z_1}{Z_2} = n \text{ et } \alpha - \beta = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{1}{n} \dots\dots\dots \text{II.69}$$

alors l'expression de t sera :

$$t = \frac{Z_0}{Z_L} \frac{2}{(n)^N + \left( \frac{1}{n} \right)^N \frac{Z_0}{Z_L}} = \frac{2Z_0}{Z_L n^N + \frac{Z_0}{n^N}} = \frac{2n^N}{\frac{Z_L}{Z_0} n^{2N} + 1} \dots\dots\dots \text{II.70}$$

le coefficient de transmission en énergie peut s'écrire:

$$T = \frac{Z_L}{Z_0} t^2 = \frac{Z_L}{Z_0} \frac{4n^{2N}}{\left( \frac{Z_L}{Z_0} n^{2N} + 1 \right)^2} \dots\dots\dots \text{II.71}$$

On peut noter que dans le cas particulier où  $Z_0 = Z_L$ , lorsqu'on regarde l'énergie, le coefficient de transmission est:

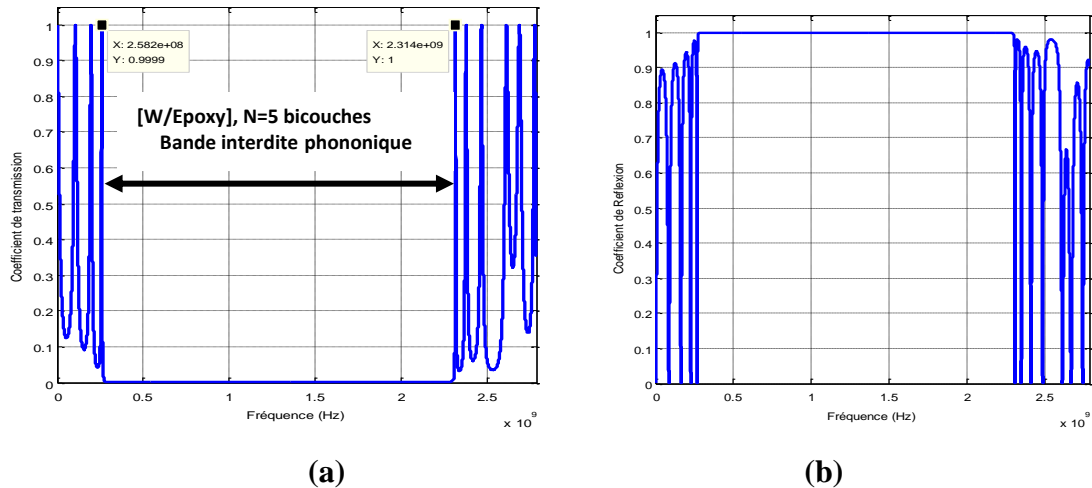
$$T = t^2 = \frac{4n^{2N}}{(1+n^{2N})^2} \dots\dots\dots \text{II.72}$$

Où N est le nombre de bicouches, donc 2N est le nombre des couches.

Maintenant, si l'on considère le cas où  $Z_0 = Z_2$  et  $Z_L = Z_1$  alors le coefficient de transmission en

énergie devient:  $T = \frac{4n^{2N+1}}{(1+n^{2N+1})^2} \dots\dots\dots \text{II.73}$

La figure II.6 représente un exemple pour le calcul du spectre de transmission et de réflexion en fonction de la fréquence pour un cristal phononique 1D composé de 10 couches de Tungstène et l'Epoxy en alternance. On peut observer que le comportement du cristal vis à vis la propagation des ondes acoustiques à incidence normale provoque l'apparition des bandes interdites entre 0.2664 GHz et 2.30 GHz.



**Figure II.6:** Coefficients de transmission et de réflexion des ondes longitudinales en fonction de la fréquence pour un cristal 1D à 10 couches: (a) Transmission, (b) Réflexion.

### II.3.4. Avantages et inconvénients de la TMM

La méthode de la matrice de transfert (TMM) est un algorithme très utile, très approprié pour les calculs de réflectivité et de transmission de structures multicouches. Elle peut être appliquée pour traiter des couches minces ou épaisses. Elle est adaptée aux matériaux isotropes, anisotropes ou aux matériaux absorbants. Elle peut traiter également les effets de pertes.

#### II.3.4.1. Avantages de la TMM

La méthode TMM présente plusieurs avantages lorsqu'elle est appliquée à la modélisation des cristaux phononiques et d'autres structures stratifiées. Parmi ces avantages on peut citer :

- Simplicité mathématique: La TMM repose sur des opérations matricielles, ce qui simplifie la résolution des équations différentielles de propagation des ondes, permettant souvent d'obtenir des solutions analytiques dans de nombreux cas [52].
- Flexibilité: La méthode TMM s'applique à une grande variété de matériaux (isotropes, anisotropes, absorbants) et de structures, y compris celles présentant un fort contraste acoustique, ce qui la rend très polyvalente [52].
- Efficacité: la méthode TMM permet de calculer rapidement les coefficients de réflexion et de transmission pour des structures complexes, sans résoudre les équations différentielles couche par couche [52,60].

- Analyse des bandes de fréquence: La TMM facilite l'étude des bandes passantes et des gaps phononiques, ce qui est essentiel pour la conception de dispositifs acoustiques.
- Adaptabilité: Elle peut être facilement adaptée pour inclure des effets supplémentaires comme l'absorption ou la dissipation d'énergie, en ajustant les matrices de transfert [54].

#### II.3.4.2. Inconvénients de la TMM

Malgré ses nombreux avantages, la méthode de matrice de transfert a également quelques inconvénients. Parmi ces inconvénients et limitations, on peut citer [54,60]:

- Limitation aux structures linéaires: La méthode de matrice de transfert est principalement applicable aux systèmes linéaires et moins efficace pour les matériaux ou effets non linéaires.
- Complexité pour les structures 3D: Bien que la TMM soit optimale pour les structures 1D, son extension aux systèmes tridimensionnels peut devenir complexe et peut nécessiter des approximations. Moins adaptée pour des géométries complexes en 3D.
- Conditions aux limites : La précision des résultats dépend fortement de la manière dont les conditions aux limites sont définies. Des erreurs dans cette étape peuvent conduire à des résultats incorrects si celles-ci sont mal appliquées.
- Difficulté avec les matériaux hétérogènes: Pour des matériaux très hétérogènes ou avec des variations abruptes de propriétés, la TMM peut nécessiter des ajustements ou des simplifications qui peuvent affecter la précision.
- Sensibilité aux paramètres: Les résultats peuvent varier significativement en fonction des paramètres des matériaux, exigeant une attention particulière lors des simulations.

La limite de TMM réside dans sa capacité à ne traiter que la propagation d'ondes continues et ne peut pas modéliser directement la propagation d'impulsions. Pour cela, la méthode de matrice de transfert doit être combinée avec la transformée de Fourier.

#### II.3.5. Applications de la TMM aux cristaux phononiques

La méthode de la matrice de transfert (TMM) est largement utilisée pour étudier les propriétés de propagation des ondes dans les structures périodiques, comme les cristaux phononiques. Voici quelques applications spécifiques de la TMM dans ce domaine [52,55]:

- **Calcul des bandes de fréquences interdites :** La TMM permet de déterminer les gaps phononiques, c'est-à-dire les plages de fréquences pour lesquelles les ondes élastiques (phonons) ne peuvent pas se propager dans le cristal. Dans le cas des cristaux 1D (super-réseaux acoustiques), la TMM permet de calculer efficacement les relations de dispersion.
- **Transmission et réflexion des ondes acoustiques/élastiques :** La TMM est utilisée pour calculer les coefficients de transmission et réflexion à travers un cristal phononique. La TMM permet de concevoir des filtres acoustiques et des isolateurs de vibration.

- **Optimisation des structures périodiques :** En variant les paramètres géométriques (épaisseurs des couches) et matériaux (masse volumique, modules élastiques), la TMM aide à optimiser les cristaux phononiques pour des applications spécifiques. Par exemple, la TMM permet de maximiser la largeur d'une bande interdite pour une gamme de fréquences cible.
- **Étude des défauts et cavités dans les cristaux phononiques :** Pour des applications spécifiques telles que les guides d'ondes acoustiques et les capteurs acoustiques, la TMM permet d'analyser l'effet de défauts (couche insérée, variation locale) sur la propagation des ondes.
- **Couplage avec d'autres méthodes (FEM, PWE) :** La TMM est souvent combinée avec d'autres méthodes comme, la méthode des éléments finis (FEM) pour valider les résultats et la méthode PWE pour les structures complexes (2D/3D).

## CONCLUSION

Les méthodes numériques d'analyse telles que la méthode des éléments finis (FEM), la méthode des ondes planes (PWE) et la méthode de la matrice de transfert (TMM) jouent un rôle essentiel dans l'étude des structures périodiques, notamment des cristaux phononiques. Ces approches permettent de simuler avec précision la propagation des ondes acoustiques et de déterminer leurs propriétés de dispersion, à partir des équations de propagation. Chaque méthode présente des avantages, des inconvénients et des limitations spécifiques, selon la nature de la structure étudiée. La méthode FEM, par exemple est adaptée aux géométries complexes, tandis que la PWE est utilisée pour l'analyse des structures périodiques 2D ou 3D.

Dans ce travail, nous nous sommes focalisés sur la TMM, une méthode particulièrement efficace pour les structures multicouches. Son principal atout réside dans sa capacité à calculer les coefficients de transmission et de réflexion des ondes acoustiques à incidence normale, offrant ainsi une approche optimale pour l'étude des cristaux phononiques 1D.

## **CHAPITRE III**

# **RESULTATS DE SIMULATION ET DISCUSSIONS**

---

## INTRODUCTION

Au cours de ce chapitre, nous allons étudier et simuler un biocapteur à base d'un cristal phononique unidimensionnel (PnC-1D), dont l'unité élémentaire est (Tungstène/Epoxy). En premier temps, nous allons étudier l'évolution de la bande interdite phononique pour un cristal parfait, constitué par l'alternance de N couches de Tungstène et de l'Epoxy afin de comprendre le comportement des ondes acoustiques à travers ce cristal. Ensuite, notre intérêt sera porté sur l'étude d'un cristal phononique unidimensionnel (PnC-1D) imparfait ou une couche de défaut est placée au centre de la structure multicouche. La couche de défaut est remplie par l'eau à différentes concentration de l'iodure de sodium.

Mais, avant d'entamer notre étude concernant la conception d'un biocapteur à cristal phononique unidimensionnels, nous allons présenter tout d'abord, un aperçu général sur les solutions aqueuse de NaI, notamment les techniques utilisées pour détecter.

### III.1. SOLUTIONS AQUEUSES DE NaI

L'iodure de sodium (NaI) est un sel ionique cristallin résultant de la combinaison entre l'ion sodium ( $\text{Na}^+$ ), un cation alcalin, et l'ion iodure ( $\text{I}^-$ ), un halogénure. Grâce à sa forte solubilité dans l'eau et à ses propriétés chimiques spécifiques, NaI trouve des applications variées dans les domaines de la médecine, de l'industrie, et de la recherche scientifique. En solution aqueuse, NaI se comporte comme un électrolyte fort, permettant une dissociation totale en ions libres, ce qui le rend utile aussi bien pour des réactions chimiques que pour des applications physiques comme la détection de rayonnements.

#### III.1.1. Propriétés des Solutions Aqueuses de NaI

##### - Caractéristiques Physico-Chimiques :

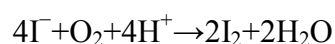
Le NaI est un solide ionique appartenant à la classe des halogénures alcalins. À température ambiante, sa structure cristalline est cubique à faces centrées, similaire à celle du chlorure de sodium (NaCl). En solution aqueuse, NaI se dissocie totalement selon la réaction [61] :

$$\text{NaI(s)} \rightarrow \text{Na(aq)}^+ + \text{I(aq)}^-$$

La solution obtenue est électriquement conductrice du fait de la présence d'ions mobiles. La conductivité électrique de la solution est proportionnelle à la concentration en ions et à leur mobilité. Le pH de la solution reste neutre ( $\approx 7$ ), car les ions  $\text{Na}^+$  et  $\text{I}^-$  n'interagissent pas significativement avec l'eau pour modifier son équilibre acido-basique.

##### - Comportement en Solution

L'ion iodure ( $\text{I}^-$ ) est thermodynamiquement instable en solution aqueuse en présence d'oxydants, d'oxygène dissous ou sous l'exposition à la lumière:



L'iode formé ( $I_2$ ) colore la solution en jaune à brun selon sa concentration. Cette oxydation est particulièrement problématique dans les solutions destinées à un usage analytique ou médical, car elle modifie la composition chimique de la solution. Il est donc conseillé de stocker les solutions de NaI à l'abri de la lumière et dans une atmosphère inerte si nécessaire.

### III.1.2. Préparation des Solutions Aqueuses de NaI

#### - Méthodes de Dissolution

La dissolution de NaI dans l'eau est un processus exothermique rapide. Il suffit de peser avec précision la quantité requise de NaI, puis de l'introduire dans de l'eau distillée sous agitation. On utilise généralement une fiole jaugée pour préparer des solutions de concentration précise (mol/L). La dissolution est facilitée par l'agitation et peut être légèrement accélérée par chauffage (max. 40–50°C), tout en évitant une température excessive qui favoriserait l'oxydation de l'iodure [62] :

$$C_{\text{NaI}} = \frac{n_{\text{NaI}}}{V_{\text{solution}}} = \frac{m_{\text{NaI}}/M_{\text{NaI}}}{V}$$

Où :

$m_{\text{NaI}}$  = masse pesée,

$M_{\text{NaI}}$  = masse molaire  $\approx 149.89$  g/mol,

$V$  = volume de solution (en L).

#### - Facteurs Influençant la Solubilité

La solubilité de NaI dans l'eau est remarquable :  $\sim 184$  g/100 mL à 25°C. Elle est influencée par plusieurs paramètres [63] :

- Température : la solubilité augmente légèrement avec la température, comme pour la plupart des sels ioniques.
- Effet d'ions communs : la présence de  $Na^+$  ou  $I^-$  dans le milieu réduit la solubilité du NaI (principe de Le Chatelier).
- pH du milieu : bien que NaI ne soit pas affecté directement, un milieu acide peut favoriser l'oxydation de  $I^-$  en  $I_2$ .
- Présence d'oxydants ou de métaux de transition : ces espèces peuvent catalyser l'oxydation de l'iodure.

### III.1.3. Applications des Solutions Aqueuses de NaI

#### - Médecine et Radio-pharmaceutique

- L'iodure de sodium radioactif (NaI-131) est un outil clé en médecine nucléaire. Il est utilisé [64] :
- Pour le diagnostic (scintigraphie de la thyroïde), car la glande capte sélectivement l'iode.

- Pour le traitement de l'hyperthyroïdie et des cancers thyroïdiens par radiothérapie ciblée.
- La forme stable de NaI est également employée comme source d'iode dans des compléments nutritionnels ou pour prévenir le crétinisme (iodation du sel).
- **Chimie Analytique**

L'iodure de sodium, NaI joue un rôle dans [65] :

  - Les titrages iodométriques: NaI est utilisé pour générer de l'I<sub>2</sub> à partir d'oxydants (ex. Cl<sub>2</sub>, Cu<sup>2+</sup>), qui est ensuite titré par une solution de thiosulfate.
  - La réduction douce: l'ion iodure est un réducteur modéré qui peut précipiter certains métaux.
  - Les réactions de précipitation: l'ion I<sup>-</sup> forme un précipité jaune pâle d'iodure d'argent (AgI) avec AgNO<sub>3</sub>, utilisé pour identifier les halogénures.
- **Industrie et Recherche**
  - Détecteurs à scintillation: le cristal de NaI dopé au thallium (NaI:TI) est un matériau fluorescent utilisé pour détecter les rayonnements  $\gamma$ .
  - Extraction d'iode : NaI peut servir d'intermédiaire pour libérer ou capter l'iode dans des réactions redox.
  - Réactif en chimie organique : il est utilisé pour substituer des halogènes plus lourds (ex. Br<sup>-</sup>, Cl<sup>-</sup>) dans des réactions SN2 (ex. test de Finkelstein) [66].

#### III.1.4. Diverses approches pour la détection du NaI

##### - Méthodes Spectroscopiques

La détection de l'iodure peut être réalisée par spectrophotométrie UV-Visible :

- Oxydation de I<sup>-</sup> en I<sub>2</sub> (avec peroxyde ou persulfate) puis formation d'un complexe I<sub>3</sub><sup>-</sup>.
- Le complexe I<sub>3</sub><sup>-</sup> présente un pic d'absorbance vers 350 nm, mesurable avec précision.

##### - Techniques Electrochimiques

- Utilisation d'électrodes ion-sélectives pour mesurer l'activité de I<sup>-</sup>.
- Voltamétrie pour détecter l'oxydation de I<sup>-</sup> en I<sub>2</sub> à des potentiels spécifiques [67].

##### - Analyse Qualitative

- Précipitation avec AgNO<sub>3</sub> : formation de AgI insoluble (jaune pâle), très caractéristique.
- Complexation colorée avec l'amidon : en présence de I<sub>2</sub>, un complexe bleu foncé se forme, utilisé pour des détections visuelles sensibles [68].

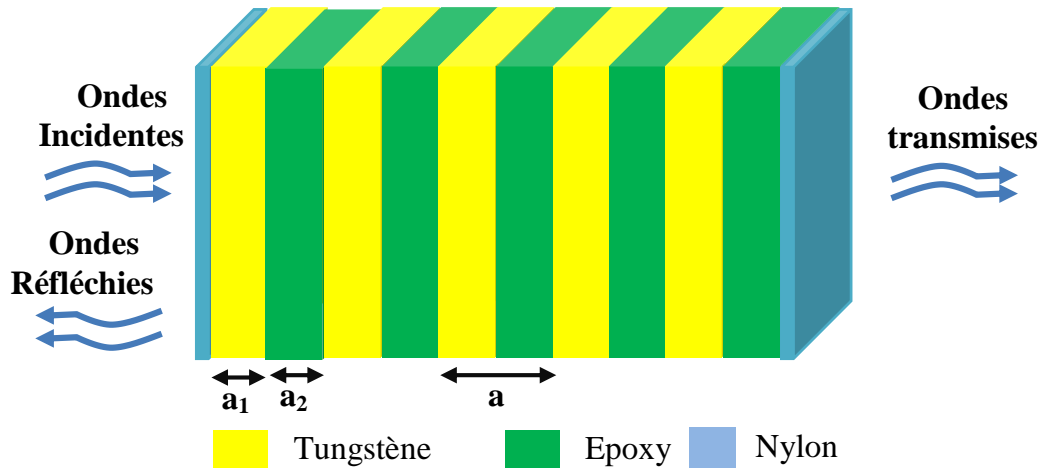
##### - Chromatographie Ionique

- Permet la séparation et la quantification de I<sup>-</sup> en mélange avec d'autres anions [69] .
- Requiert des colonnes échangeuses d'ions et un détecteur conductimétrique ou UV.

## III.2. STRUCTURE ETUDIÉE

### III.2.1. Description du PnC-1D (Tungstène/Époxy)

La structure étudiée est un cristal phononique unidimensionnel (CnP-1D) de type solide/solide, comme, il est schématisé sur la figure III.1. La structure périodique est composée de N cellules élémentaires où chaque cellule de base est composée de deux matériaux le Tungstène et l'Époxy ; [Tungstène/Époxy]. Ici, tous les résultats de simulation sont obtenus en utilisant un code écrit en Matlab de la méthode de la matrice de transfert (TMM).



**Figure III.1:** Schéma d'un cristal phononique 1D de type solide/solide composé de N cellules ; [Tungstène/Époxy]<sup>N</sup>.

Où :

$a_1$  : l'épaisseur de la couche du Tungstène.

$a_2$  : l'épaisseur de la couche d'Époxy.

Les propriétés mécaniques des matériaux qui constituent le cristal phononique unidimensionnel sont illustrées dans le tableau suivant.

Matériau	Tungstène	Epoxy	Nylon
Densité $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	19250	1180	1110
Célérité transversale $C_T$ (m/s)	2880	1160	1100
Célérité longitudinale $C_L$ (m/s)	5220	2539.5	2600

**Tableau III.1:** Densité et célérité de propagation des matériaux constituant le cristal phononique-1D [Tungstène /Epoxy] [70].

### III.2.2. Spectres de transmission et réflexion

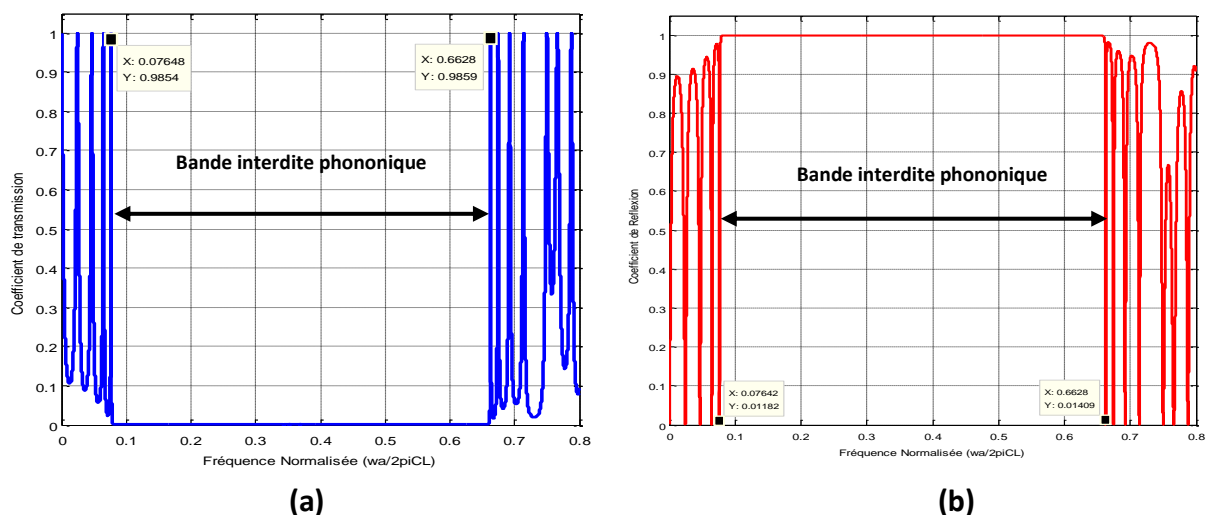
Dans le tableau III.2, nous avons reporté les paramètres géométriques et acoustiques de la structure périodique multicouche (Tungstène /Epoxy)<sup>N</sup>. Les coefficients de transmission et de

réflexion sont obtenus en utilisant un code écrit en Matlab de la méthode des matrices de transfert (TMM).

Nombre de couches (N)	8
Densité de la couche Tungstène (kg/m <sup>3</sup> )	19250
Densité de la couche Epoxy (kg/m <sup>3</sup> )	1180
Vitesse de propagation ( $C_L$ ) dans la couche Tungstène (m/s)	5220
Vitesse de propagation ( $C_L$ ) dans la couche Epoxy (m/s)	2539.5
l'épaisseur de la couche du Tungstène ( $\mu\text{m}$ )	1.0
l'épaisseur de la couche de L'Epoxy ( $\mu\text{m}$ )	0.5

**Tableau III. 2:** Différents valeurs des paramètres géométriques et physiques De la structure parfaite (PnC-1D) [70].

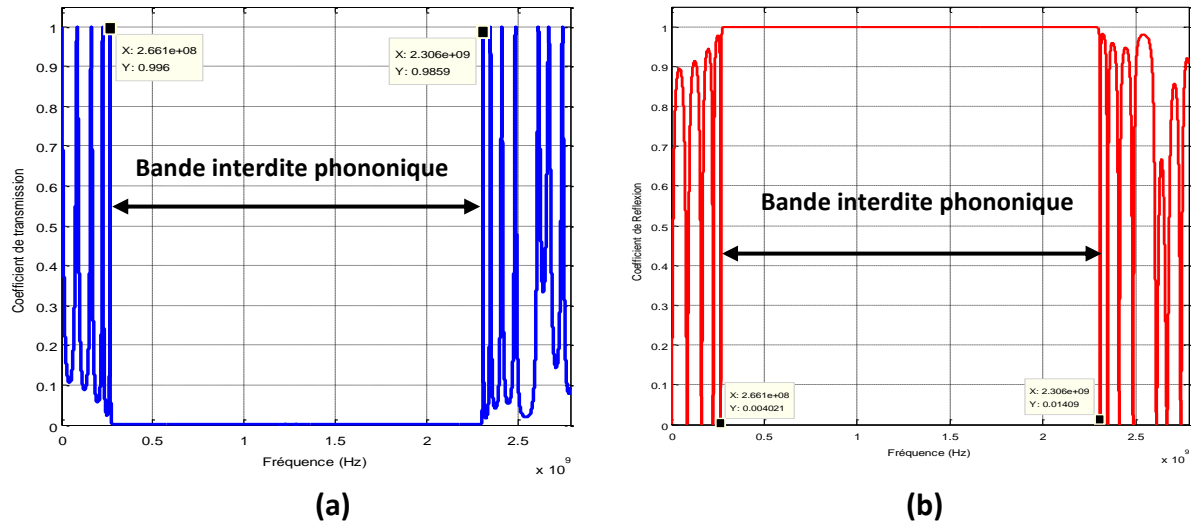
La figure (III.2) illustre le spectre de transmission en noir et le spectre de réflexion (en rouge) dans le cas de la propagation longitudinale d'une onde acoustique à incidence normale. D'après les spectres, on peut constater clairement l'absence de la propagation sur toute une gamme de fréquences (coefficients de de transmission nuls égale presque à 0% et coefficients de de réflexion est presque à 100%). Par conséquent, une bande interdite phononique est ouverte entre les fréquences normalisées [0.07648 – 0.6628].



**Figure III.2:** Coefficients de transmission et de réflexion en fonction des fréquences normalisées.

La figure III.3 illustre le spectre de transmission et de réflexion en fonction de la fréquence absolue pour la propagation d'une onde longitudinale à incidence normale à travers la structure

multicouche laquelle est décrite dans le paragraphe précédent. Le spectre montre clairement l'ouverture d'une bande interdite phononique ou les coefficients de transmission et de réflexion sont (au voisinage de 0%, respectivement de 100%), ce qui présente une bande interdite dans la gamme des fréquences absolues est [266039040 Hz et 2306488320 Hz]. Ou bien : [0.266 – 2.306] GHz.



**Figure III.3:** (a) Spectre de Transmission en fonction de la fréquence absolue, (b) Spectre de réflexion en fonction de la fréquence absolue.

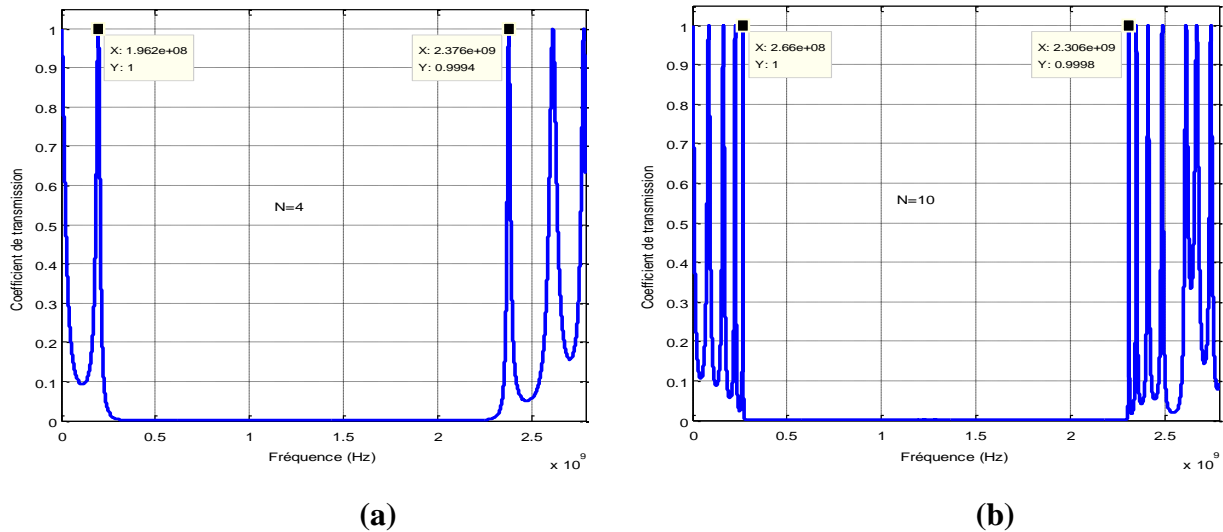
### III.3. ETUDE DE LA BANDE INTERDITE PHONONIQUE

L'étude de la bande interdite phononique est une phase indispensable avant de passer à la conception de notre composant « détecteur de NaI à cristal phononique CnP-1D ». Dans la section suivante, on va analyser et étudier l'influence de certains paramètres géométriques tels que le nombre de couches et le la valeur du facteur de remplissage sur les variations de la bande interdite afin d'optimiser ces paramètres.

#### III.3.1. Influence du nombre de couches

Pour étudier l'influence du nombre de couches sur la bande interdite phononique. Nous avons fixé tout d'abord les épaisseurs de la couche du Tungstène et celle de la couche de l'Epoxy ainsi que les propriétés physiques de la structure proposée. Ensuite, en utilisant le même code de la méthode des matrices de transfert TMM, nous allons effectuer les simulations.

Les figures III.4 montrent les spectres de transmission ou la variation du coefficient de transmission en fonction le nombre de couches utilisées dans le cristal phononique CnP-1D, les courbes de la figure sont obtenus pour N=4, et N=10.



**Figure III.4:** Spectres de transmission en fonction le nombre de couches; ces spectres sont obtenus : (a) pour N=4 et (b) pour N=10.

D’après les résultats obtenus, il est clair que plus le nombre des cellules élémentaires (N) est important, plus la bande interdite phononique ouverte est plus raide. Les résultats de simulation qu’on a obtenus en utilisant le même code de la méthode de la matrice de transfert (TMM) sont illustrés dans le tableau ci-dessous.

Nombre de couches	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (KHz)	$\Delta f$ (Hz)	$f_0$ (Hz)
4	196216320	2375587200	2179370880	1285901760
6	241484160	2330820480	2089336320	1286152320
8	258188160	2314283520	2056095360	1286235840
10	266039040	2306488320	2040449280	1286263680
12	270326400	2302200960	2031874560	1286263680
16	274669440	2297913600	2023244160	1286291520

**Tableau III.3:** Résultats de simulations obtenus par la méthode TMM.

La Figure III.5(a) ci-dessous illustrent l’évolution de la fréquence centrale  $f_0$  de la bande interdite phononique en fonction le nombre de couches utilisées, Alors que la figure III.5(b) illustre la variation de la largeur de bande interdite phononique ouverte ( $\Delta f$ ) en fonction le nombre de couches de tungstène et d’epoxy.

Il est clair que plus le nombre de couches est élevé la fréquence centrale ( $f_0$ ) augmente et décale vers les fréquences élevées, puis, elle tend vers une valeur constante. D’autre part, lorsque le nombre de couche devient supérieur à N=10, l’influence du nombre de couche sur la variation de la largeur de bande diminue, ce qui explique notre choix de N=10 dans les paragraphes suivants.

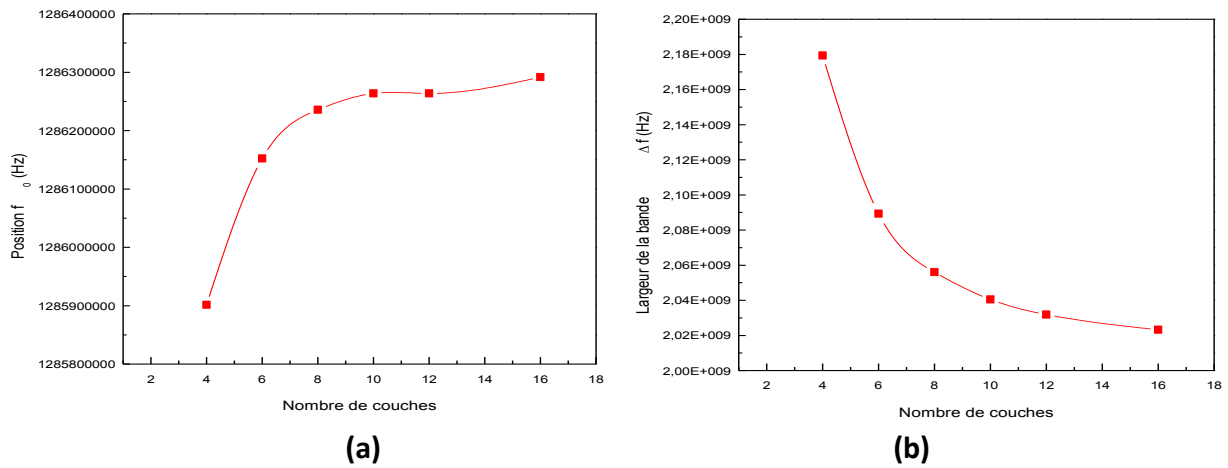
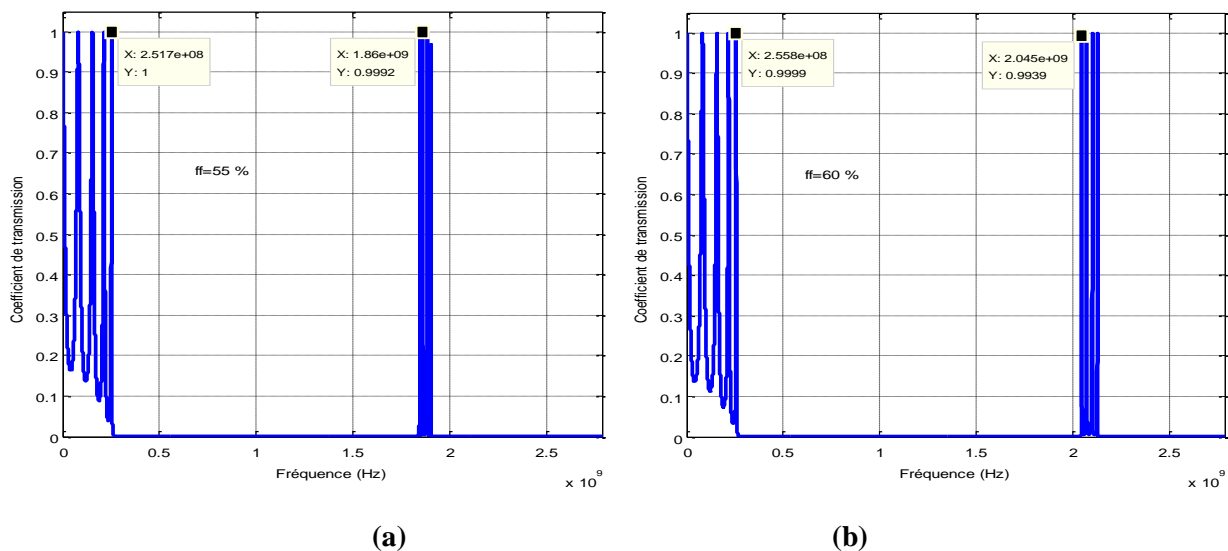


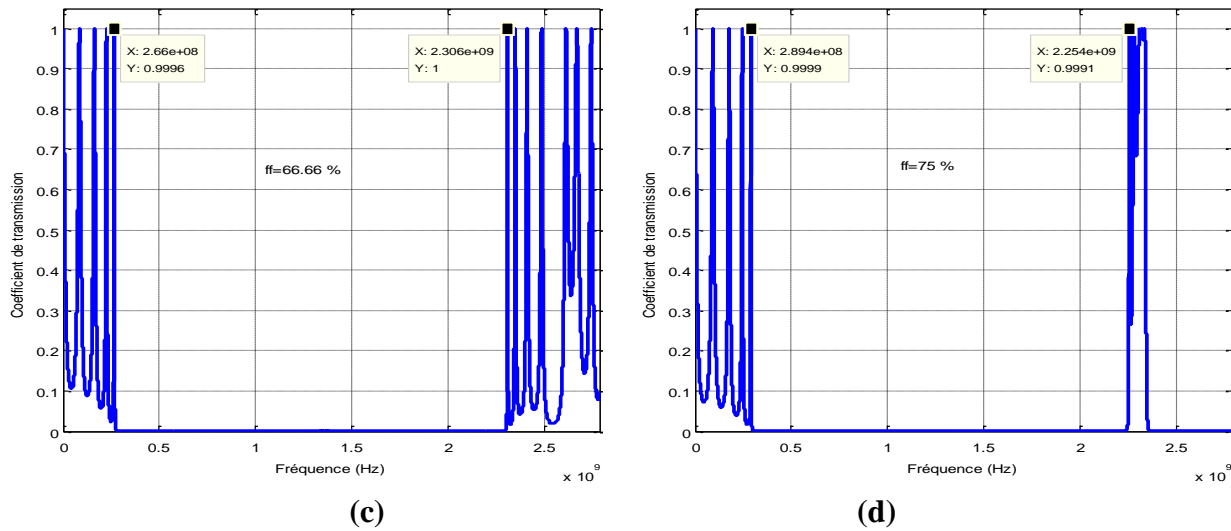
Figure III. 5: (a) Evolution de la largeur et (b) Evolution de la position de la bande interdite phononique en fonction le nombre de couches N.

### III.3.2. Influence du facteur de remplissage

Au cours du paragraphe suivant, on a fixé les paramètres élastiques (choix des matériaux) et la période du cristal lequel est composé de 5 bicouches (N=10) alternées [Tungstène/Epoxy]<sup>5</sup>. Ensuite, nous allons étudier l'influence des épaisseurs  $a_1$  et  $a_2$  des deux couches sur les variations de la bande interdite. Pour cela, il est intéressant d'étudier l'influence du facteur de remplissage volumique, défini comme étant le rapport entre l'épaisseur de la couche du Tungstène par rapport la période du cristal.

Le facteur de remplissage est donné par:  $ff(\%) = \frac{a_1}{a_1+a_2} * 100$ . Où :  $a_1$  et  $a_2$  sont les épaisseurs des couches constituant la cellule élémentaire.





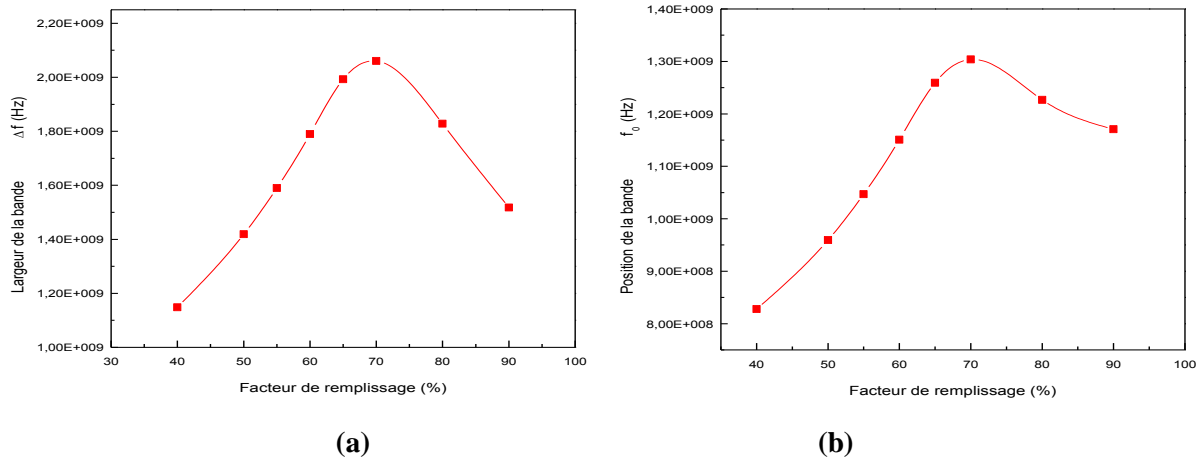
**Figure III. 6:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale: (a) pour  $ff=55\%$  , (b) pour  $ff=60\%$ , (c) Pour  $ff=65\%$  et (d) pour  $ff=70\%$ .

Afin d’étudier l’influence du facteur de remplissage sur les caractéristiques des bandes ouvertes. Nous avons fixé le nombre de couche à 10, ensuite nous avons effectué une série de simulations avec le même code de la méthode TMM pour différentes valeurs du facteur de remplissage. La figure III.6, illustre les spectres de transmissions obtenus pour quatre valeurs du facteur de remplissage  $ff=55\%$ ,  $ff=60\%$ ,  $ff=65\%$  et  $ff=70\%$ .

$ff$ (%)	$f_1$ (Hz)	$f_2$ (KHz)	$\Delta f$ (Hz)	$f_0$ (Hz)
40	253900800	1402022400	1148121600	827961600
50	250003200	1669008000	1419004800	959505600
55	251673600	1841838720	1590165120	1046756160
60	255849600	2045460480	1789610880	1150655040
65	262976640	2255819520	1992842880	1259398080
70	273667200	2334161280	2060494080	1303914240
80	312698880	2140784640	1828085760	1226741760
90	411753600	1929701760	1517948160	1170727680

**Tableau III.4:** Résultats de simulations obtenus par la méthode TMM pour différentes valeurs du facteur de remplissage  $ff$  (%).

D'après la figure III.7, il est clair que pour un facteur de remplissage  $ff=70\%$ , il est clair que la largeur de la bande interdite phononique est maximale (2.06 GHz environ) autour d'une fréquence centrale 1.30 GHz; qui correspond à la fréquence de l'onde longitudinale dans la couche de l'Epoxy.



**Figure III. 7:** (a) Evolution de la largeur et (b) Evolution de la position (b) de la bande interdite phononique en fonction le facteur de remplissage  $ff$  (%).

### III.4. APPLICATION A LA DETECTION DE L'IODURE DE SODIUM

Récemment, les structures périodiques, présentent une nouvelle plateforme pour la réalisation des détecteurs de liquides. Dans la partie suivante, notre intérêt sera reporté sur l'étude et la conception d'un biocapteur pour la détection de la concentration en NaI de la solution aqueuse (eau+NaI).

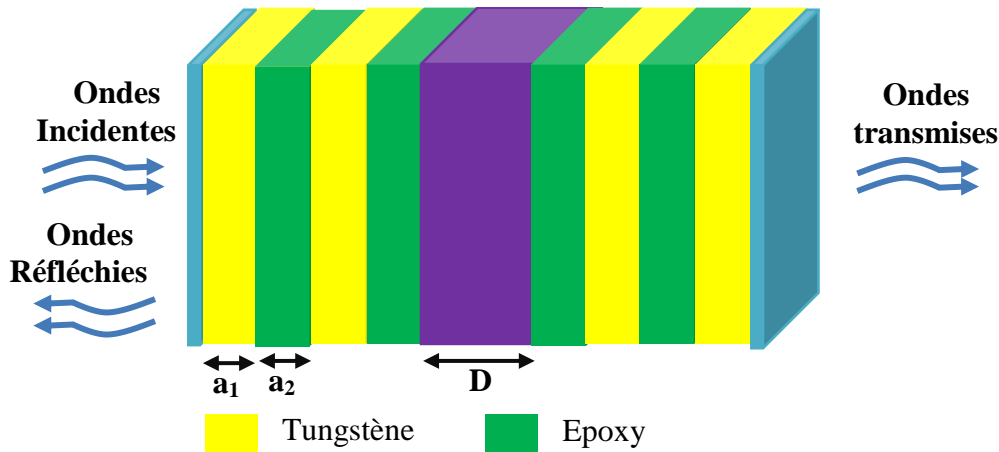
#### III.4.1. Conception du biocapteur

La Figure III.8 illustre le diagramme schématique de notre conception utilisée pour la détection de l'Iodure de sodium (NaI). Cette configuration est formée par l'empilement de quatre bicouches (Tungstène/Epoxy). Ensuite, la couche de cavité est placée au centre de la structure conçue et remplie avec différentes concentrations de l'Iodure de sodium (NaI). Ainsi, la conception proposée est représenté par [(Tungstène/Epoxy)<sup>2</sup>/Solution\_NaI/(Tungstène/Epoxy)<sup>2</sup>].

Au cours de cette étude, la structure considérée est supposée traversée par une onde acoustique longitudinale à incidence normale, d'autre part, Les propriétés acoustiques de la solution de l'Iodure de sodium (NaI) sont discutées en détail dans les références [71].

Les épaisseurs des différentes couches ; (Tungstène), (Epoxy) et la couche de cavité sont respectivement  $a_1$ ,  $a_2$  et  $D=1.5\mu\text{m}$ .

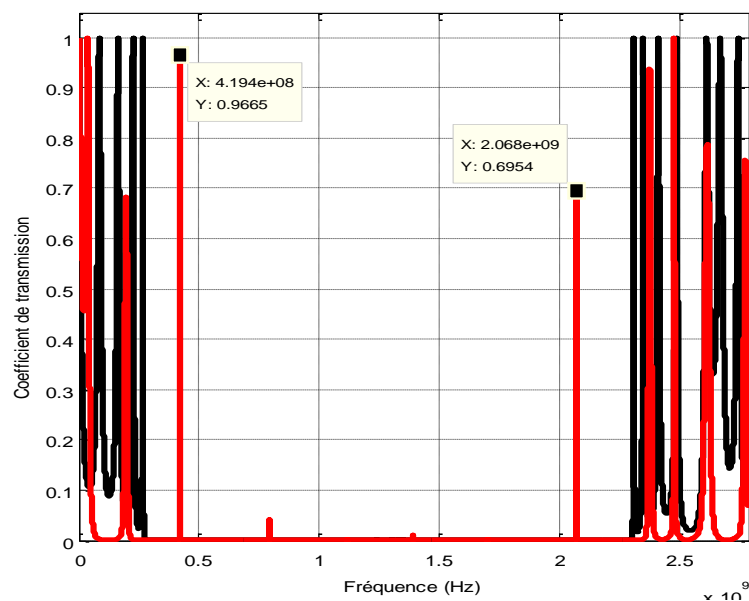
Où :  $C_1(\text{Epoxy})=2539.5$  m/s et  $C_1(\text{Tungstène})=5220$  m/s sont la célérité du son dans la couche de Epoxy et du Tungstène respectivement.



**Figure III.8:** Représentation schématique d'un cristal phononique PnC-1D [(Tungstène/Epoxy)<sup>2</sup>/(Solution\_ NaI)/( Epoxy/Tungstène)<sup>2</sup>] avec couche de cavité de largeur D=1.5µm

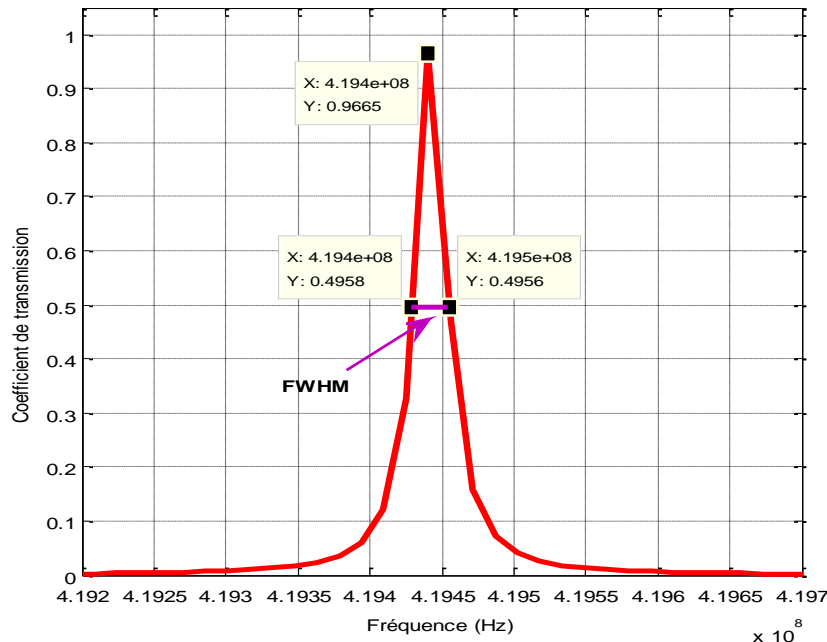
**III.4.2. Résultats de simulations**

La figure III.9 montre le spectre de transmission de la structure conçue ([Tungstène/Epoxy]<sup>2</sup>/(Solution\_NaI)/[ Epoxy/Tungstène]<sup>2</sup>) par rapport aux ondes acoustiques à incidence normale. Le spectre de transmission est tracé en fonction les fréquences absolues. Pour illustrer l'effet de la couche de cavité sur le spectre de transmission, nous calculons d'abord le spectre de transmission pour une conception parfaite (en noir), alors que le spectre en rouge est obtenu après l'insertion d'une couche de cavité d'épaisseur D=1.5µm, remplie par l'eau douce à 20°C (À une concentration de 0%). Il est clair que le défaut provoque l'apparition de deux modes dont les fréquences de résonance sont  $f_1=419440533$  et  $f_2= 2067939733$  Hz.



**Figure III.9:** Spectre de transmission pour un CnP -1D parfait (en Noir), ensuite avec une couche de cavité remplie par l'eau à 20°C d'épaisseur D=1.5µm (en rouge).

Le pic transmis est une propriété caractéristique importante de la structure conçue du cristal proposée et que la fréquence de résonance est proportionnelle aux propriétés acoustiques du liquide introduit dans la couche de cavité. Dans ce qui suit, on ne s'intéresse qu'au second mode de résonance dont la fréquence de résonance est  $f_w = 419440533$  Hz.



**Figure III.10:** Caractéristiques du pic de résonance pour une couche de cavité est remplie par l'eau douce à 20°C.

La figure III.10 illustre un exemple pour le calcul de la fréquence de résonance et la largeur à mi-hauteur FWHM. Le second pic est obtenu lorsque la couche de cavité est remplie par l'eau pure à 20°C (Concentration 0 %). D'autre part, on peut constater que le taux de transmission est de l'ordre de 84% et une largeur à mi-hauteur FWHM= 26678,72 Hz.

### III.4.3. Influence de concentration de la solution

Dans la partie suivante, nous allons étudier un biocapteur à base d'un cristal phononique unidimensionnels (CnP-1D) de type  $([Tungstène/ Epoxy]^2 / (Solution\_NaI) / [Epoxy/Tungstène]^2)$ . Nous considérons tout au long de cette partie que la fréquence de résonance de l'eau à 20°C ( $f_{res}=419440533$  Hz) comme fréquence de référence pour les fréquences de résonance lesquelles correspondent aux solutions de l'iodure de sodium (NaI) à différentes concentrations. Les propriétés acoustiques de la solution de l'iodure de sodium (NaI) en % peuvent être dérivées des données expérimentales inespérées de la référence [xx]. Sur la base de ces données, il est clair que la densité et la vitesse du son dans la solution de l'iodure de sodium augmente avec l'augmentation de la concentration de l'iodure de sodium (NaI).

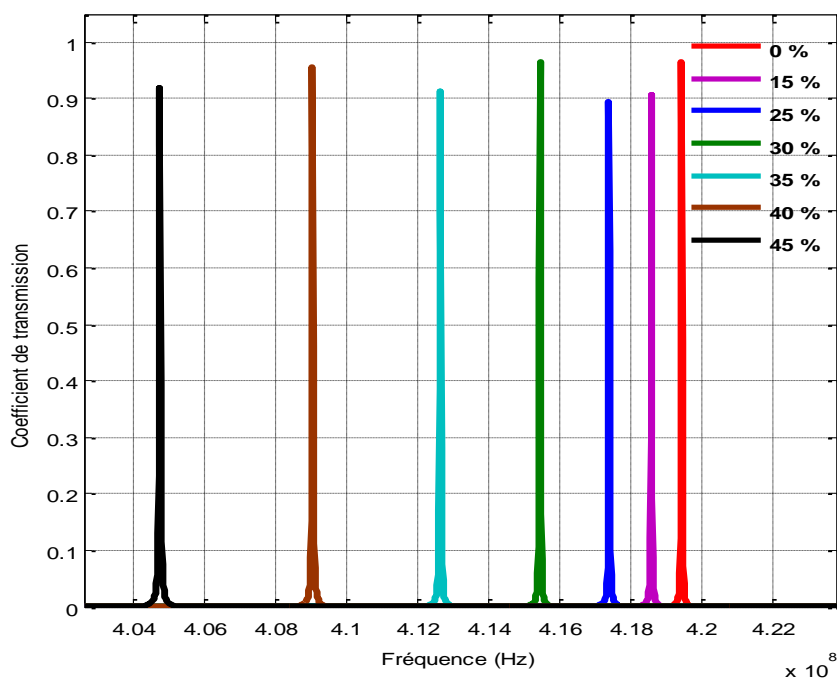
Concentration en (%)	Concentration (mol/L)	Densité (g/mL)	Vitesse du son (m/s)
0% (eau pure)	0 (eau pure)	0.998	1483
15	1,04676763	1,046	1493,56
25	1,84135032	1,104	1505,23
30	2,31569818	1,157	1511,06
35	2,86276603	1,226	1516,90
40	3,50123424	1,312	1522,73
45	4,24211088	1,413	1528,57

**Tableau.III.5:** Célérité du son et densité à différentes concentrations de l'iodure de sodium (NaI) Données à 20 °C selon la référence [71]

#### III.4.4. Résultats de simulations

Lorsque l'eau dans la couche de cavité est remplacée par une solution de l'iodure de sodium (NaI), le pic de résonance se déplacera à une nouvelle fréquence de résonance. La figure III.11 montre que le spectre de transmission simulé dans le cas où la couche de cavité est remplie par la solution à différentes concentrations. Les résultats montrent clairement qu'avec l'augmentation de la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI), le pic de résonance est lié aux propriétés physiques notamment à la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI) et que les modes résonnants décalent progressivement vers les hautes fréquences.

D'autre part, tous les modes de résonance ont une intensité de transmission très élevée (autour de 90 %). Cela suggère le confinement de l'énergie acoustique à l'intérieur de la couche de cavité pour toutes les concentrations. Physiquement, chaque pic est considéré comme une bande passante de largeur étroite, il provient du couplage entre le mode de résonance dans la couche de cavité et l'onde évanescente dans les couches solides.



**Figure.III.11:** Spectres de transmission calculés en injectant différentes concentrations de la solution de l'iodure de sodium (NaI) dans la couche de cavité en % à 20°C.

Le tableau suivant, résume les résultats de simulations obtenus par la méthode TMM pour les différentes concentrations de l'iodure de sodium (NaI) en %.

Concentration de la solution en (%)	Concentration (mol/L)	Densité (g/mL)	Vitesse du son (m/s)	$f_{\text{Résonance}}$ (Hz)	$FWHM$ (Hz)	$\Delta f = f_w - f_{\text{réso}}$ (Hz)
0% (eau pure)	0 (eau pure)	0.998	1483	419440533	26678,72	0
15	1,04676763	1,046	1493,56	418589864	32192,04	850718,69
25	1,84135032	1,104	1505,23	417398933	34330,61	2041872,71
30	2,31569818	1,157	1511,06	415450133	35408,73	3998131,72
35	2,86276603	1,226	1516,90	412635200	37931,91	6807017,56
40	3,50123424	1,312	1522,73	409046933	38621,84	10405802,8
45	4,24211088	1,413	1528,57	404731733	39663,97	14713845,2

**Tableau.III.6:** Résultats de simulations obtenus pour différentes valeurs de concentration de l'iodure de sodium (NaI) en %.

Les figures III.12 (a) et (b) montrent l'évolution de la fréquence de résonance  $f_r$  et le décalage de la fréquence de résonance par rapport à la fréquence  $f_0$  lorsque la couche de cavité est remplie par l'eau pure en fonction la concentration de NaI dans la solution. Il est clair que la fréquence de résonance décale vers les faibles fréquences en fonction la concentration par contre la valeur de la variation ( $\Delta f$ ) est proportionnelle avec la concentration en NaI.

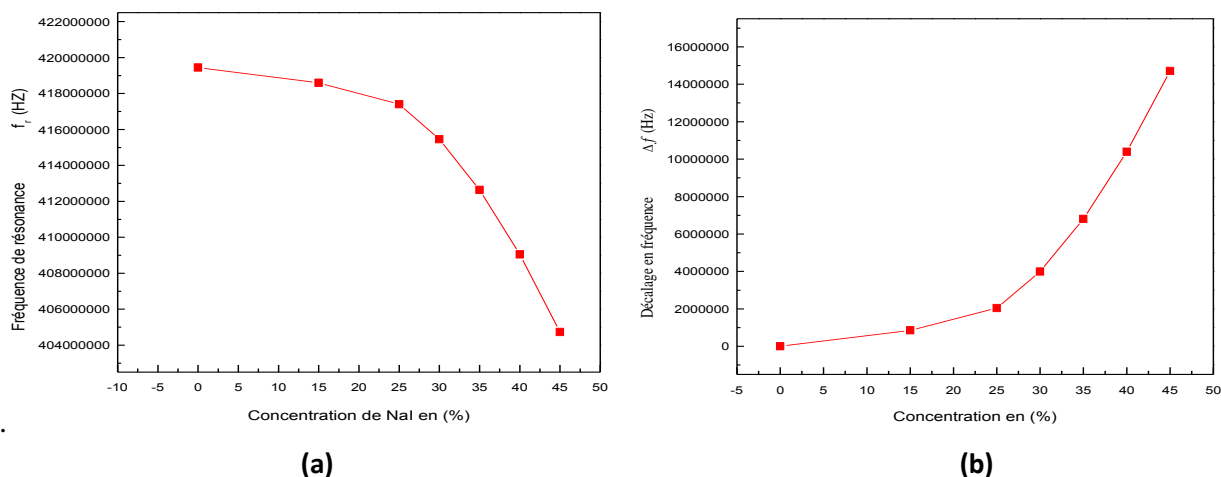


Figure III.12: (a) Evolution de la fréquence de résonance  $f_r$ , (b) Evolution du décalage de la fréquence  $\Delta f$  en fonction la concentration de la solution de l'iodure de sodium en %.

### III.5. PERFORMANCES DU CAPTEUR

Pour analyser les performances du capteur conçu, il est nécessaire d'étudier l'évolution de certains paramètres en particulier la sensibilité (S) et le facteur de qualité (Q) [72,73]. Sur le tableau III.7, nous avons reporté les valeurs des paramètres cités en fonction les différentes concentrations.

Concentration (mol/L)	Concentration en %	S (Hz/ppm)	Q
0 (eau pure)	0	0	15721,9137
1,04676763	15	56711,3007	13002,8996
1,84135032	25	81664	12158,2149
2,31569818	30	133013,333	11732,986
2,86276603	35	194438,095	10878,3133
3,50123424	40	259840	10591,0783
4,24211088	45	326862,222	10204,0147

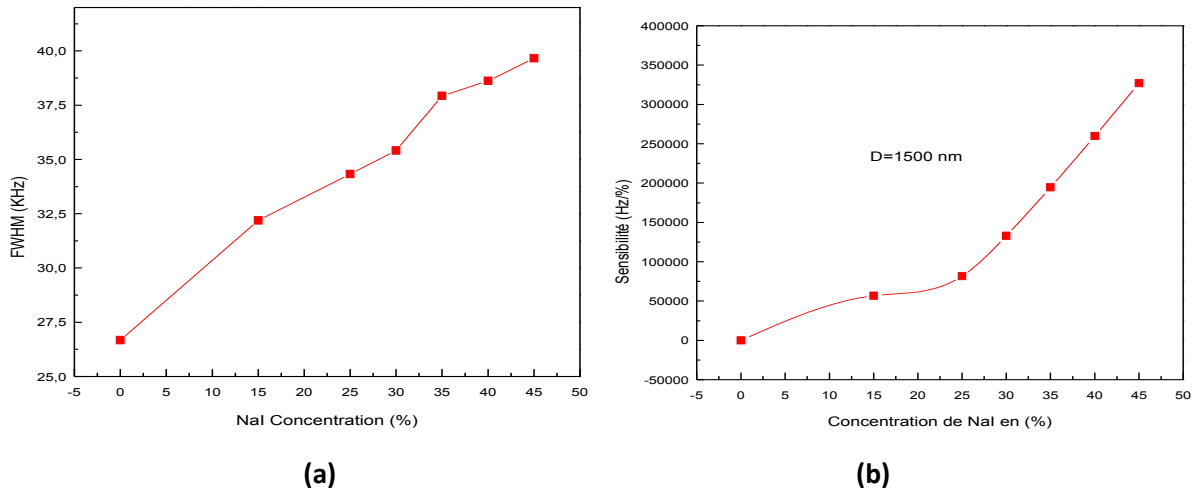
Tableau III.7 : Sensibilité et facteur de qualité en fonction la concentration de l'iodure de sodium.

#### III.5.1. La sensibilité du capteur

La sensibilité d'un capteur est définie comme étant le rapport entre la variation de la fréquence de résonance et la variation de la concentration la solution de l'iodure de sodium (NaI). Dans le cas d'un capteur linéaire, la sensibilité est constante. Ce paramètre peut être obtenu en utilisant l'expression suivante [72,73]:  $S = \dots\dots\dots$  (III.01)

$$\text{Où : } \Delta f = f_w - f_{rés} \dots\dots\dots \text{ (III.02)}$$

$f_w$  : est la fréquence de résonance de l'eau pure ( $f_w = 419440533$  Hz) et  $f_{rés}$  : est la fréquence de résonance du mode qui correspond à la concentration C en % et  $\Delta C$ : la variation la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI) en %.



**Figure III.13:** (a) Evolution FWHM, (b) Evolution de la sensibilité en fonction la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI) en %.

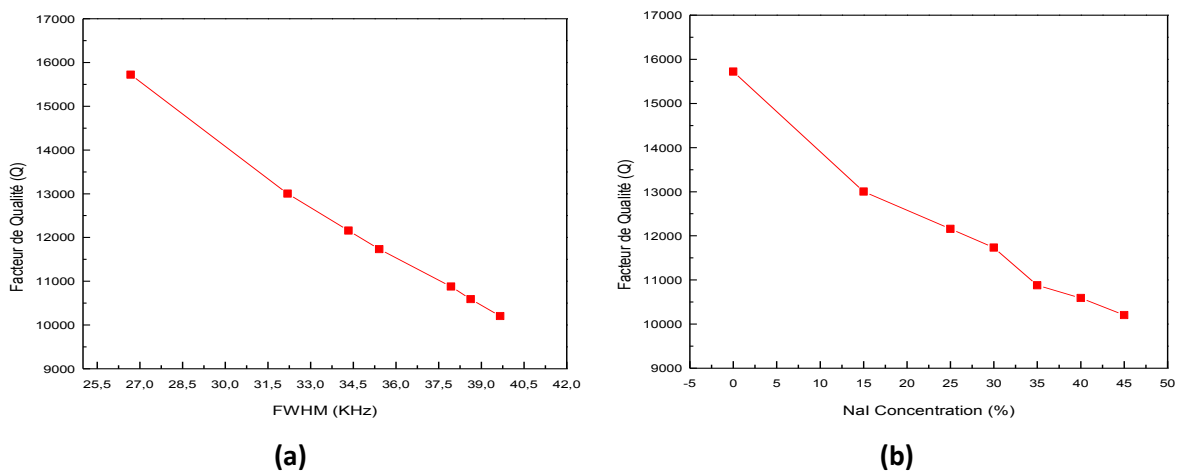
Les figures III.13 (a) et (b), montrent respectivement l'évolution de la pleine largeur à mi-hauteur du pic résonant (FWHM) et de la sensibilité (S) en fonction la concentration de NaI (en%). D'après cette courbe, il est clair que la sensibilité est proportionnelle à la concentration, elle est maximale pour une concentration égale à 45% ; elle atteint 326862,222 Hz/%. Ensuite, elle diminue vers 56711,3007 Hz/% pour une concentration de 15% de NaI.

**III.5.2. Le facteur de qualité**

Comme tout dispositif destiné au filtrage, les capteurs acoustiques utilisant la résonance acoustique doivent être réglés le plus finement possible. Cela se traduit par un facteur de qualité très élevé. Par définition, le facteur de qualité est défini comme étant le rapport entre la fréquence de résonance et la largeur à mi-hauteur du pic. Le facteur de qualité est exprimé par [72,73]:

$$Q = f_{rés} / FWHM \dots \dots \dots (III.03)$$

Où : FWHM est la pleine largeur à mi-hauteur du pic de résonance.



**Figure III.14:** (a) Facteur de qualité en fonction la FWHM, (b) Facteur de qualité en fonction la concentration de la solution de l'iodure de sodium (NaI) en %.

La figure III.14(a), illustre l'évolution du facteur de qualité en fonction FWHM, plus la FWHM est faible plus le facteur de qualité est élevé. La figure III.14(b), montre l'évolution du facteur de qualité pour des solutions aqueuses à différentes concentration en NaI. Le facteur de qualité Q atteint son maximum pour les faibles concentrations de l'iodure de sodium (NaI), il est d'environ 15721,9137 à 0% NaI. Puis, il diminue progressivement pour les fortes concentrations, il atteint son minimum 10204,0147 pour une concentration de 45% de NaI.

### III.5.3. Influence de l'épaisseur de la couche de cavité

Dans le paragraphe suivant, on va étudier l'influence du changement de l'épaisseur de la couche de cavité  $\Delta D$  (nm) sur les performances du capteur et notamment sur la sensibilité et le facteur de qualité du capteur pour des solutions d'iodure de sodium de concentrations en NaI comprises entre 0 % et 45%. Pour cela, on suppose que l'épaisseur de la couche de cavité prend la valeur  $D = D_0 + \Delta D$ . Où  $D_0 = 1.5 \mu\text{m}$  et  $\Delta D$  prend les valeurs suivantes : 0 nm à 60 nm avec un pas  $\Delta D = 10 \text{ nm}$ .

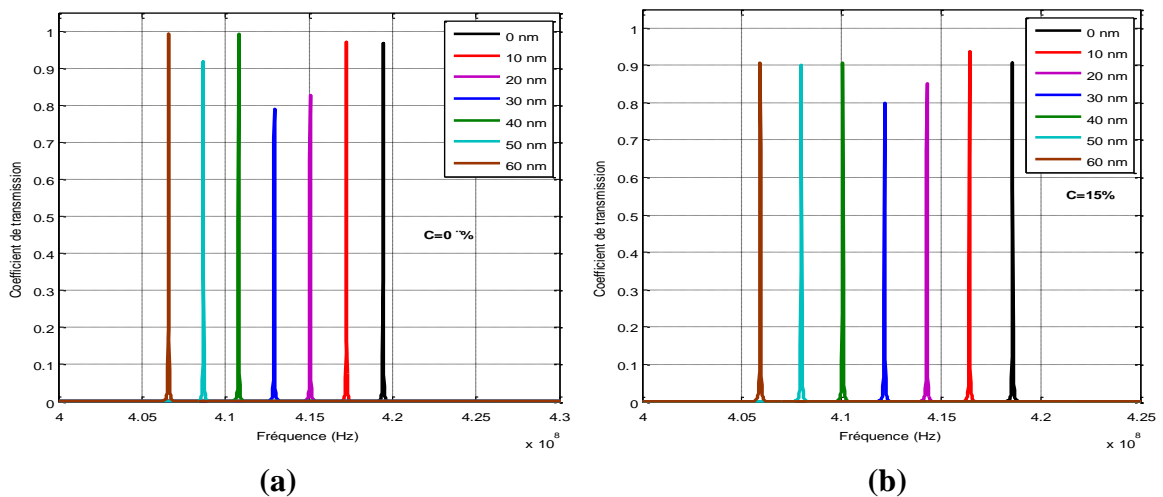


Figure III. 15 : L'effet du changement de l'épaisseur de la couche de cavité sur la sensibilité du capteur pour deux concentrations de la solution C=0% et C=15 %

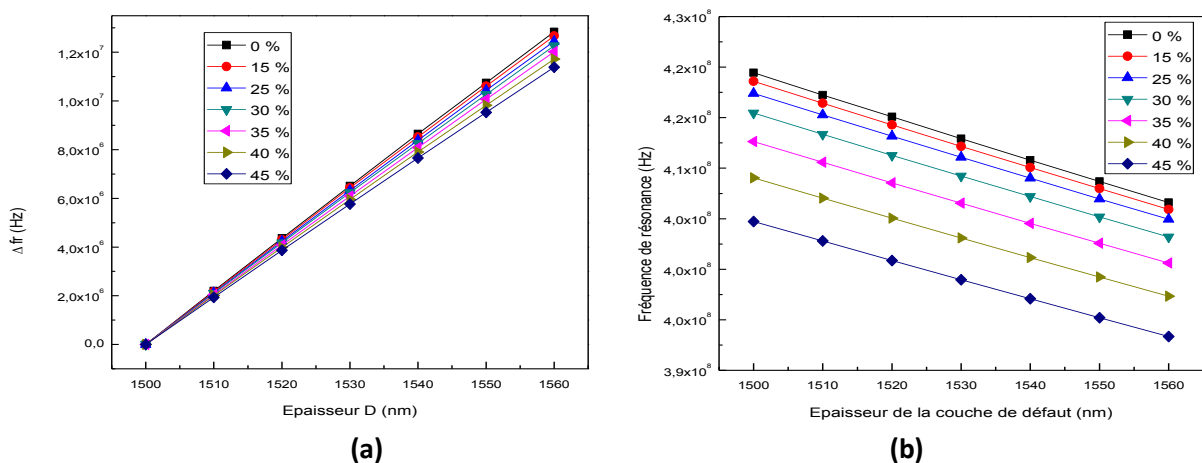
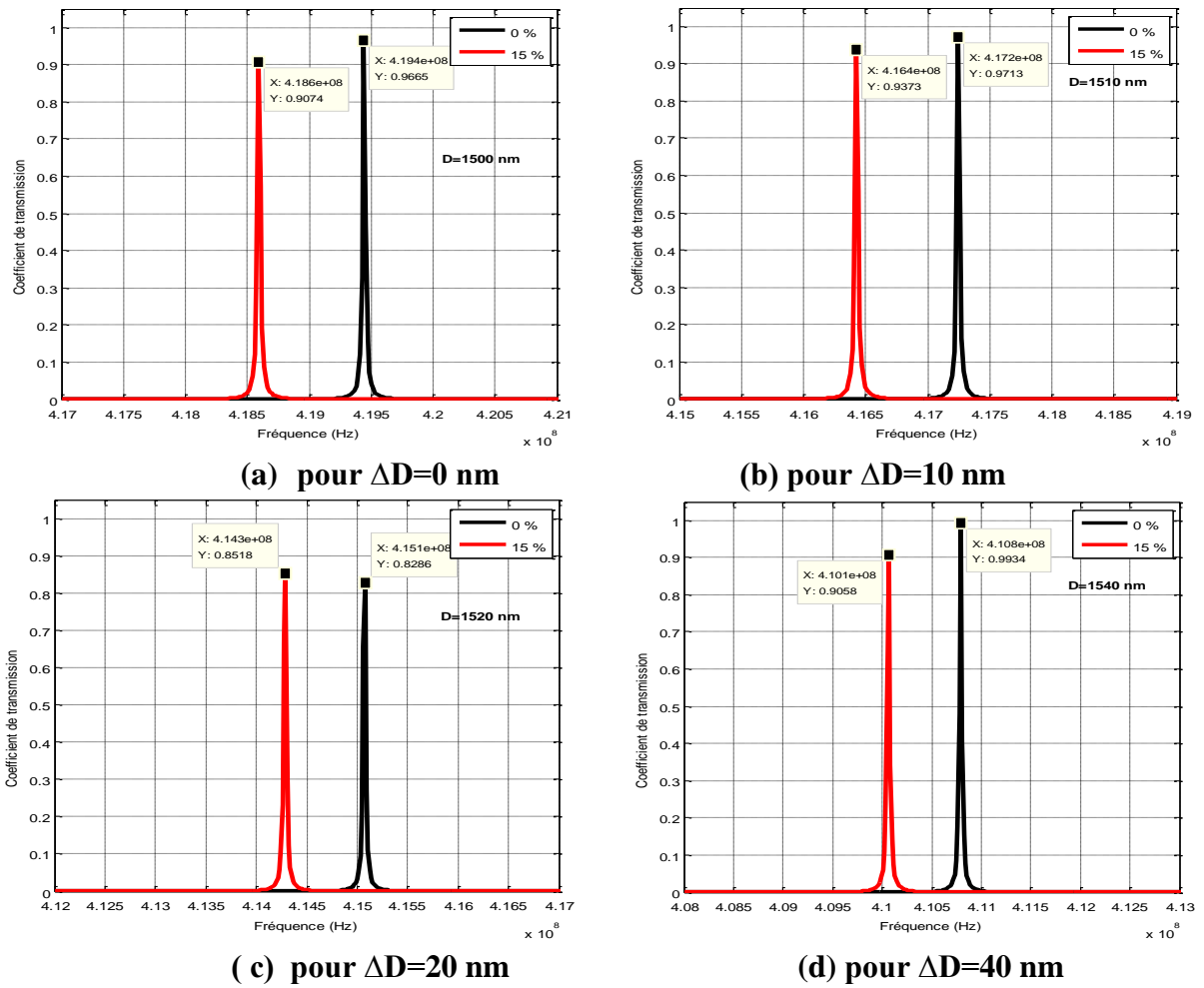


Figure III.16: L'effet du changement de la couche de cavité sur la fréquence de résonance en fonction de la concentration de de NaI en %.



**Figure III.17:** L’effet du changement de la couche de cavité sur la sensibilité du capteur pour deux concentration de NaI C=0 % et C=15%.

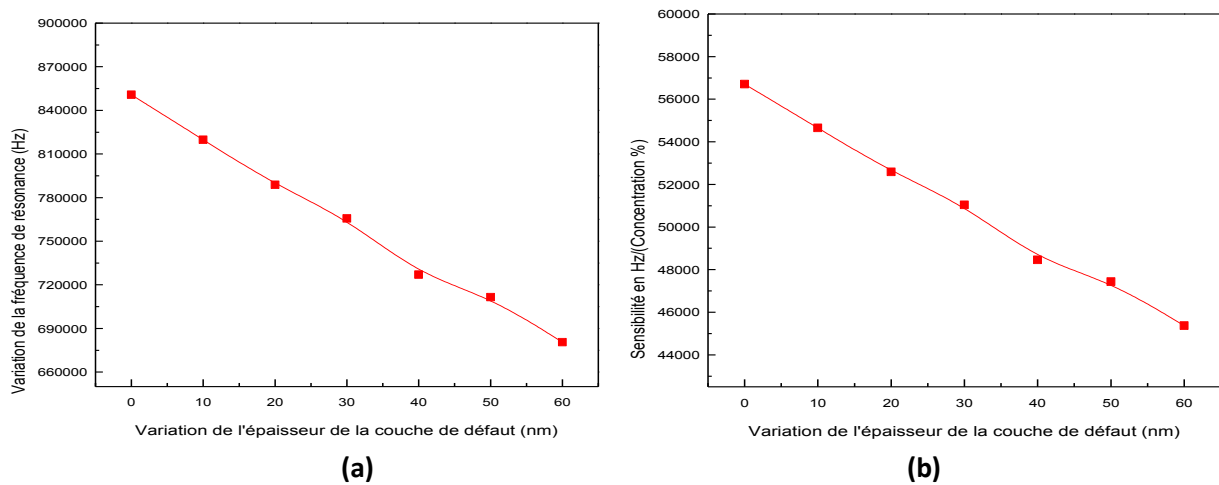
La figure III.17 présente l’effet du changement de l’épaisseur de la couche de cavité sur la fréquence de la résonance du mode transmis. À la même concentration, la résonance maximale se déplace vers une fréquence inférieure, comme le montre clairement les figures III.17 (a) à (d).

La sensibilité diminue de 8979,672à 6876,966 Hz/ppm à mesure que la valeur de  $\Delta D$  augmente de 0 à 60 nm comme il est indiqué dans le tableau III.7.

$\Delta D$ (nm)	$f_0$ (Hz) à c=0 %	$f_r$ (Hz) à C=15 %	$\Delta f_r$ (Hz)	S (Hz/ $\Delta C$ )
0	419440533,3	418589866,7	850666,67	56711,1113
10	417244266,7	416424533,3	819733,33	54648,8887
20	415078933,3	414290133,3	788800	52586,6667
30	412922880	412157280	765600	51040
40	410794666,7	410067733,3	726933,33	48462,222
50	408691200	407979733,3	711466,67	47431,1113
60	406603200	405922666,7	680533,34	45368,8893

**Tableau III.8:** L’effet du changement de l’épaisseur de la cavité sur la sensibilité du capteur pour deux concentrations de NaI

Les figures III.18 (a) et (b) représentent l'influence du décalage dans l'épaisseur de la couche de cavité sur la fréquence de résonance et la sensibilité du capteur conçu. Il est clair que la sensibilité est importante pour les faibles concentrations en NaI.



**Figure III.18:** (a) Evolution de la fréquence de résonance, (b) Evolution de la sensibilité en fonction de la variation de l'épaisseur de la couche de cavité  $\Delta D$  (nm).

## CONCLUSION

Dans cette étude, nous avons présenté théoriquement un biocapteur à base d'un cristal phononique 1D pour la détection de l'iodure de sodium NaI. La conception est basée sur l'introduction d'une couche de cavité à l'intérieur d'un PnC-1D. En premiers temps, nous nous sommes intéressés à l'étude d'une structure parfaite, les résultats de simulations montrent clairement l'ouverture de bandes phononiques et que les propriétés de la bande ouverte sont liées aux paramètres géométriques et physiques. En second temps, nous avons examiné et simulé la structure imparfaite de type  $[(\text{Tungstène}/\text{Epoxy})^2/\text{Solution\_NaI}/(\text{Epoxy}/\text{Tungstène})^2]$  dans laquelle la couche de cavité est remplie avec une large gamme de concentrations (0-45%). La détection est basée sur le déplacement des pics résonants transmis à travers les bandes interdites phononiques. Les spectres de transmittance ont été théoriquement déterminés en utilisant la méthode de la matrice de transfert méthode (TMM).

Les résultats ont montré que les structures à cristaux phononiques peut offrir une sensibilité prometteuse dont la valeur est 3.26862 (MHz/%), ce qui est considéré comme une sensibilité élevée pour la solution NaI et les biomatériaux. Les résultats ont également montré que le capteur conçu offrait des valeurs élevées de QF dont la valeur est d'ordre 15721. En conséquence, les résultats ont fourni une simple conception de biocapteur pour déterminer les propriétés de la solution aqueuse de NaI et divers liquides et biofluides.

## ***CONCLUSION GENERALE***

---

## CONCLUSION GENERALE

Ce mémoire a exploré les propriétés et les applications des cristaux phononiques unidimensionnels (PnC-1D) dans le domaine des biocapteurs, en se focalisant sur la détection de l'iodure de sodium (NaI) en solution aqueuse. Les cristaux phononiques, inspirés des cristaux photoniques, sont des structures artificielles périodiques capables de manipuler et de contrôler la propagation des ondes acoustiques grâce à l'existence de bandes interdites phononiques. Ces bandes interdites, qui bloquent la propagation des ondes dans des plages de fréquences spécifiques, sont influencées par les propriétés géométriques et physiques des matériaux constituants.

L'étude a débuté par une analyse théorique et numérique d'une structure PnC-1D composée d'une alternance de couches de tungstène (W) et d'époxy, deux matériaux aux propriétés mécaniques fortement contrastées. La méthode des matrices de transfert (TMM) a été employée pour modéliser la propagation des ondes acoustiques à travers ces structures multicouches, en raison de sa précision et de son efficacité pour ce type de systèmes. Les résultats ont montré que la structure périodique permettait l'ouverture de bandes interdites phononiques prononcées, dont les caractéristiques (largeur et position) dépendent du nombre de couches, du facteur de remplissage et des propriétés acoustiques des matériaux.

Dans un second temps, une couche de cavité a été introduite au centre de la structure pour interagir avec une solution aqueuse de NaI. L'objectif était d'étudier l'influence de la concentration de NaI sur les propriétés de transmission des ondes acoustiques. Les simulations ont révélé que l'insertion de la couche de cavité induisait l'apparition de modes résonnants localisés dans la bande interdite, dont les fréquences variaient en fonction de la concentration de la solution. Ces déplacements de fréquence ont permis de concevoir un biocapteur sensible et sélectif, capable de détecter des concentrations de NaI allant jusqu'à 45%. Les performances du capteur, évaluées en termes de sensibilité et de facteur de qualité, ont montré des valeurs prometteuses, avec une sensibilité maximale de 326,86 kHz/% et un facteur de qualité élevé, atteignant 15 721 pour les faibles concentrations.

Enfin, l'étude a également examiné l'influence de l'épaisseur de la couche de cavité sur les performances du capteur. Les résultats ont démontré que des variations minimales de cette épaisseur pouvaient affecter significativement la sensibilité et la fréquence de résonance, soulignant l'importance d'une conception précise pour optimiser les performances du dispositif.

En conclusion, ce travail a mis en évidence le potentiel des cristaux phononiques unidimensionnels comme plateformes innovantes pour la détection chimique et biomédicale. Les résultats obtenus ouvrent des perspectives intéressantes pour le développement de capteurs

acoustiques sensibles et sélectifs, offrant une alternative aux méthodes traditionnelles de détection. Des études futures pourraient approfondir cette recherche en explorant d'autres configurations matérielles, en optimisant les paramètres géométriques ou en validant expérimentalement les performances du capteur. De plus, l'extension de cette approche à d'autres analytes ou milieux complexes pourrait élargir le champ d'application des cristaux phononiques dans des domaines tels que la santé, l'environnement ou l'industrie.

# ***BIBLIOGRAPHIE***

---

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Khelif, Abdelkrim et Adibi, Ali. "Phononic crystals". Berlin, Germany, Springer, 2015, vol.10, p. 978-1.
- [2] Liu, Z., Zhang, X., Mao, Y., Zhu, Y. Y., Yang, Z., Chan, C. T., & Sheng, P. (2000). "Locally Resonant Sonic Materials". *Science*, 289(5485), 1734–1736.
- [3] A. Khelif et al., "Phononic crystals for sensing applications". *Applied Physics Letters*, 2006.
- [4] B. Djafari-Rouhani et al., "Phononic crystals for fluid sensing", *Journal of Applied Physics*, 2013.
- [5] Laude, V., "Phononic Crystals: Artificial Crystals for Sonic, Acoustic, and Elastic Waves", (2020). De Gruyter. DOI: 10.1515/9781501510926
- [6] S. Mohammadi et al., "Phononic crystal sensors," *IEEE Sensors Journal*, 2008.
- [7] L. Dobrzynski et al., "Transfer matrix method for phononic crystals," *Wave Motion*, 2012.
- [8] Deymier, P. A. (Ed.). (2013). *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Springer. DOI: 10.1007/978-3-642-31232-8
- [9] M. S. Kushwaha, et al. "Theory of Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites". *Physical Review B*, vol. 49, no. 4, 1994, pp. 2313–2322.
- [10] Li, Jensen, et al. "Experimental demonstration of an acoustic magnifying hyperlens." *Nature materials* 8.12 (2009): 931-934.
- [11] Elford, Daniel P. "Band Gap Formation in Acoustically Resonant Phononic Crystals. PhD dissertation", Loughborough University, 2010.
- [12] Adibi, Ali, and Abdelkrim Khelif, eds. "Phononic Crystals: Fundamentals and Applications". Springer, 2016. DOI 10.1007/978-1-4614-9393-8
- [13] M. S. Kushwaha, et al. "Acoustic Band Structure of Periodic Elastic Composites". *Physical Review Letters*, vol. 71, no. 13, 1993, pp. 2022–2025.
- [14] Martínez-Sala, R., et al. "Sound Attenuation by Sculpture". *Nature*, vol. 378, 1995, pp. 241.
- [15] Kheffache, S., "Propagation d'ondes élastiques dans les cristaux phononiques bidimensionnels". Master's thesis, Université Mouloud Mammeri, 2011.
- [16] Sigalas, M. M., and E. N. Economou. "Elastic waves in plates with periodically placed inclusions." *Journal of Applied Physics* 75.6 (1994): 2845-2850.
- [17] M. S. Kushwaha, "Stop-Bands for Periodic Metallic Rods: Sculptures That Can Filter the Noise." *Applied Physics Letters*, vol. 70, no. 24, 1997, pp. 3218–3220.
- [18] Yu, J.-K., et al. "Reduction of Thermal Conductivity in Phononic Nanomesh Structures." *Nature Nanotechnology*, vol. 5, 2010, pp. 718–721.

- [19] Mehaney, Ahmed, and Islam Ahmed,. "Acetone Sensor Based 1D Defective Phononic Crystal as a Highly Sensitive Biosensor Application". *Optical and Quantum Electronics*, vol. 53, 2021, doi:10.1007/s11082-021-02737-x.
- [20] M.S. Sigalas and E. N. Economou. "Band Structure of Elastic Waves in Two-Dimensional Systems". *Journal of Sound and Vibration*, vol. 158, no. 2, (1993), pp. 377–382. DOI:10.1016/0038-1098(93)90888-T
- [21] Rao, R. B., et al. "Microfabricated Deposition Nozzles for Direct-Write Assembly of Three-Dimensional Periodic Structures", *Advanced Materials*, vol. 17, no. 19, Oct. 2005, DOI: 10.1002/adma.200500079.
- [22] Pennec, Y., et al. "Band Gaps and Deaf Bands in Phononic Crystals." *Physical Review B*, vol. 82, no. 7, (2010), 075118.
- [23] Houwink, R. "Elasticity, Plasticity and Structure of Matter". Cambridge University Press, 1971.
- [24] Wang, Y., et al. "1D Phononic Crystal Sensors for Real-Time Detection of Water Contaminants Using Resonant Mode Shifts." *Sensors and Actuators B: Chemical*, vol. 330, 2021, 129303, doi:10.1016/j.snb.2020.129303.
- [25] Zhang, L., et al. "Phononic Crystal Biosensors for Label-Free Detection of Proteins Using Localized Resonance Modes." *ACS Sensors*, Vol. 7, no. 3, 2022, pp. 789–797, doi:10.1021/acssensors.1c02456.
- [26] Chen, H., et al. "High-Sensitivity Temperature Sensor Based on 1D Phononic Crystal with Defect Mode". *Applied Physics Letters*, vol. 116, no. 14, 2020, 143501, doi:10.1063/1.5145312.
- [27] Li, J., and T. Wu. "Ultrasensitive Pressure Sensing Using Defect-Engineered 1D Phononic Crystals.", *Nature Communications*, vol. 12, 2021, doi:10.1038/s41467-021-24059-y.
- [28] Zhao, M., et al. "Gas Sensing with Polymer-Functionalized 1D Phononic Crystals: A Combined Experimental and Theoretical Study." *Advanced Materials Technologies*, vol. 7, no. 5, 2022, 2100891, doi:10.1002/admt.202100891.
- [29] Park, S., and Y. Kim. "Phononic Crystal-Based Vibration Sensors for Industrial Machinery Monitoring". *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 143, 2020, 106824, doi:10.1016/j.ymsp.2020.106824.
- [30] Assouar, B., et al. "Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals for Noise Control in Buildings". *Applied Acoustics*, vol. 179, 2021, 108034, doi:10.1016/j.apacoust.2021.108034.
- [31] Elayouch, A., et al. "Broadband Vibration Attenuation Using 1D Phononic Crystal Isolators". *Journal of Sound and Vibration*, vol. 485, 2020, 115532, doi:10.1016/j.jsv.2020.115532.

- [32] Li, Y., et al. "Phononic Crystal Barriers for Traffic Noise Reduction: Design and Experimental Validation". *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, vol. 102, 2022, 103156, doi:10.1016/j.trd.2021.103156.
- [33] Wu, F., et al. "Active Noise Control Combined with Phononic Crystals for Electronic Devices". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 6, 2021, pp. 5123–5132, doi:10.1109/TIE.2020.2988223.
- [34] Pennec, Y., et al. "1D Phononic Crystal Resonators for Ultrasonic Sensors". *Ultrasonics*, vol. 108, (2020), 106202, doi:10.1016/j.ultras.2020.106202.
- [35] Laude, V. "Acoustic Waveguiding in Phononic Crystals for Imaging Applications", *Journal of Applied Physics*, vol. 131, no. 4, 2022, 044901, doi:10.1063/5.0076543.
- [36] Wang, G., et al. "MEMS-Based Phononic Crystal Filters for High-Frequency Signal Processing", *Microsystems & Nanoengineering*, vol. 7, 2021, doi:10.1038/s41378-021-00244-3.
- [37] Bucay, J., et al. "1D Phononic Crystal Filters for 5G Wireless Communication Systems", *IEEE Access*, vol. 10, 2022, pp. 23456–23465, doi:10.1109/ACCESS.2022.3154762.
- [38] Zhu, X., et al. "Industrial Noise Reduction Using Tunable Phononic Crystals." *Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 142, no. 3, 2020, 031011, doi:10.1115/1.4046112.
- [39] Zhang, S., et al. "Underwater Acoustic Communication Using Phononic Crystal-Based Frequency Filters." *Scientific Reports*, vol. 11, 2021. doi:10.1038/s41598-021-91267-3.
- [40] Khelif, A., et al. "High-Speed Acoustic Signal Modulation Using 1D Phononic Crystals." *Applied Physics Letters*, vol. 120, no. 8, 2022, 083501, doi:10.1063/5.0082947.
- [41] Jin, Y., et al. "Broadband Acoustic Communication Using Multi-Channel Phononic Crystal Devices", *Nature Electronics*, vol.3, no.12, 2020, pp.814–822, doi:10.1038/s41928-020-00499-0.
- [42] Mohammadi, S., et al. "Compact Acoustic Antennas Using Phononic Crystal Structures." *Advanced Functional Materials*, vol. 31, no. 25, 2021, 2102015, doi:10.1002/adfm.202102015.
- [43] Bienfait, A., et al. "Phononic Crystals for Quantum Acoustic Communication." *Physical Review Applied*, vol. 19, no. 1, 2023, 014032, doi:10.1103/PhysRevApplied.19.014032.
- [44] Khelif, Abdelkrim, et al. "Complete band gaps in two-dimensional phononic crystal slabs." *Physical Review E-Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics* 74.4 (2006): 046610.
- [45] B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. C. Hladky-Hennion, P. Deymier, F. Duval, B. Dubus, and Y. Pennec, *Photonics and Nanostruct. Fundament. and Applic.* 6, 32 (2008)
- [46] Wu, Tzung-Chen, Tsung-Tsong Wu, and Jin-Chen Hsu. "Waveguiding and frequency selection of Lamb waves in a plate with a periodic stubbed surface." *Physical Review B-Condensed Matter and Materials Physics* 79.10 (2009): 104306.

- [47] Zaki, Shrouk E., et al. "Fano resonance based defect 1D phononic crystal for highly sensitive gas sensing applications." *Scientific Reports* 10.1 (2020): 17979.  
<https://doi.org/10.1038/s41598-020-75076-8>
- [48] M. Oudich. "Contribution à l'étude des cristaux phononiques à résonance locale dans les régimes sonique et hypersonique : approches théorique et expérimentale". Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2011.
- [49] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Zhu, J. Z. (2013). "The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals", (7<sup>th</sup> ed.). Butterworth-Heinemann. ISBN: 978-1-85617-633-0
- [50] Hladky-Hennion, A.-C., & Decarpigny, J.-N. (1991). "Analysis of the Scattering of a Plane Acoustic Wave by a Periodic Elastic Structure Using the Finite Element Method". *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(6), 3356–3367. DOI: 10.1121/1.401426
- [51] Robillard, J-F., Arnaud Devos, and I. Roch-Jeune. "Time-resolved vibrations of two-dimensional hypersonic phononic crystals." *Physical Review B-Condensed Matter and Materials Physics* 76.9 (2007): 092301.
- [52] Guerder, Pierre-Yves. "Theoretical and numerical study of nonlinear phononic crystals". These de doctorat, The University of Arizona, 2015.
- [53] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski et B. Djafari-Rouhani, "Acoustic band structure of periodic elastic composites". *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022 (1993).
- [54] Sigalas, M. M., and Nicolas Garcia. "Theoretical study of three dimensional elastic band gaps with the finite-difference time-domain method." *Journal of Applied Physics* 87.6 (2000): 3122-3125.
- [55] Hussein, M. I., Leamy, M. J., & Ruzzene, M. (2014). "Dynamics of Phononic Materials and Structures: Historical Origins, Recent Progress, and Future Outlook". *Applied Mechanics Reviews*, 66(4), 040802. DOI: 10.1115/1.4026911
- [56] Sigalas, M. M., & Economou, E. N. (1993). "Band structure of elastic waves in two-dimensional systems". *Solid State Communications*, 86(3), 141-143. DOI: 10.1016/0038-1098(93)90888-T
- [57] Romero-García, Vicente, Juan Vicente Sánchez-Pérez, and Luis Miguel Garcia-Raffi. "Evanescent modes in sonic crystals: Complex dispersion relation and supercell approximation." *Journal of Applied Physics* 108.4 (2010).
- [58] Zhang, V. Y., et al. "Surface impedance matrix for the study of acoustical propagation in multilayered structures". *Acta Acustica united with Acustica* 88.2 (2002): 218-230.
- [59] Bougriou Feida, "Etude théorique des matériaux a bandes interdites photoniques bidimensionnels: applications dans le domaine du guidage optique et la détection". Thèse de doctorat, université Constantine 1, 2013.

- [60] Robillard, J.-F., Bou Matar, O., Vasseur, J. O., Deymier, P. A., Stippinger, M., Hladky-Hennion, A.-C. & Djafari-Rouhani, B. (2009). " Tunable magnetoelastic phononic crystals". *Applied Physics Letters*, 95(12), 124104. DOI: 10.1063/1.3236779
- [61] Parker, V. B., « Propriétés thermiques des électrolytes uni-univalents », *National Standard Reference Data Series – National Bureau of Standards (États-Unis)*, n° 2, 1965, pp. 5-86.
- [62] Streitwieser, Andrew (1956). « Réactions de déplacement solvolytique sur des atomes de carbone saturés ». *Chemical Reviews*, 56(4), 571–752. DOI : 10.1021/cr50010a001.
- [63] Li, R., Shah, P. H., Stewart, T. F. « Thérapie à l'adénovirus oncolytique associée au pembrolizumab dans le cancer de la vessie non infiltrant la muscle réfractaire au BCG : essai de phase 2 CORE-001 », *Nature Medicine*, 2024, 30, p. 2216-2223.
- [64] Agence Nationale de Sécurité du Médicament et des Produits de Santé (ANSM). "Iodure (<sup>131</sup>I) de sodium pour thérapie." 2024.
- [65] Christian, G. D., Dasgupta, P. K., et Schug, K. A. *Chimie analytique*, 7<sup>e</sup> édition, Wiley, 2014, p. 350-355.
- [66] Wade, L. G. *Chimie organique*, 8<sup>e</sup> édition, Pearson, 2016, p. 520-522.
- [67] Christian, G. D., Dasgupta, P. K., et Schug, K. A. *Chimie analytique*, 7<sup>e</sup> édition, Wiley, 2014, p. 350-355.
- [68] Christian, G. D., Dasgupta, P. K., et Schug, K. A. *Chimie analytique*, 7<sup>e</sup> édition, Wiley, 2014, p. 350-355.
- [69] Skoog, D. A., Holler, F. J., & Crouch, S. R. (2018). *Principes de l'analyse instrumentale* (7<sup>e</sup> éd.). Cengage Learning.
- [70] Kim, Jeong Nyeon, et al. "Multilayer transfer matrix characterization of complex materials with scanning acoustic microscopy." *Nondestructive Characterization for Composite Materials, Aerospace Engineering, Civil Infrastructure, and Homeland Security 2013*. Vol. 8694. SPIE, 2013.
- [71] Almawgani, Abdulkarem HM, et al. "Periodic and quasi-periodic one-dimensional phononic crystal biosensor: a comprehensive study for optimum sensor design." *RSC advances* 13.18 (2023): 11967-11981.
- [72] Y. Chen, J. Dong, T. Liu, Q. Zhu, W. Chen, Refractive index sensing performance analysis of photonic crystal containing graphene based on optical Tamm state, *Modern Physics Letters B* 30 (04) (2016), 1650030, <https://doi.org/10.1142/S0217984916500305>.
- [73] R. Lucklum, M. Zubtsov, S.V. Arango, Cavity resonance biomedical sensor, *ASME Int. Mech. Eng. Congr. Expo. Proc.* (2015).