



جامعة المسيلة
كلية الرياضيات و الإعلام الألي
مكتبة الكلية
MASIMAI/123
رقم الشيفر
رقم الجرد

UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatiques

Filière : Mathématiques

Option : Appliquées et Discrètes

Par

NEGUEZ MANEL

Sujet

**SUR QUELQUES METHODES DE RESOLUTION
NUMERIQUE DES EQUATIONS INTEGRO-
DIFFERENTIELLES**

Dirigé par: Mr. MERZOUGUI ABDELKARIM

Devant le jury composé de:

Benabderrahmane Benyattou Prof UNIV. M'SILA Président

Dilmi Morad M.C.A UNIV. M'SILA Examineur

Promotion: 2013/2014

2.1.1	Méthode de la série de solution	12
2.1.2	Méthode directe de calcul	14
2.1.3	Méthode de Leibnitz	16
2.1.4	Conversion de l'équation intégral-différentielle au problème à valeur initiale	17
2.1.5	Conversion de l'équation intégral-différentielle au problème à l'équation intégrale de Volterra	17
2.1.6	Méthode de la transformation de Laplace	18
0.1	Introduction	1
1	Notions générales sur équation intégral-différentielle	2
1.1	Rappel d'analyse fonctionnelle	2
1.1.1	Espace $L^2(a, b)$	2
1.1.2	Espace $C^{(l)}(a, b)$	2
1.1.3	Polynôme d'interpolation de Lagrange	3
1.1.4	Règle de Leibniz:	3
1.2	Notions et définitions:	4
1.2.1	Opérateur intégral linéaire :	4
1.2.2	Opérateur adjoint :	4
1.3	Preliminaires	4
1.3.1	Equation intégrale:	4
1.3.2	Equations intégrales singulières	5
1.3.3	Equation intégral- différentielle:	5
1.4	Classification des équations intégral- différentielles	5
1.4.1	Equation intégral- différentielle de Fredholm	5
1.4.2	Equation intégral-différentielle de Volterra :	6
1.4.3	Equation intégral-différentielle de Volterra - Fredholm:	6
1.5	Existence locale et globale	7
2	Méthodes directes de résolution des équations intégral- différentielles	12
2.1	Méthodes directes	12

2.1.1	Méthode de la série de solution	12
2.1.2	Méthode directe de calcul	14
2.1.3	Méthode de Leibnitz :	16
2.1.4	Conversion de l'équation intégró-différentielle au problème à valeur initiale	17
2.1.5	Conversion de l'équation intégró-différentielle de Voltera à l'équation intégrale de Voltera:	17
2.1.6	Méthode de la transformation de Laplace	19
2.1.7	Méthode de décomposition	21
3	Résolution Numérique des équations intégró-différentielles	23
3.1	Méthode de collocation (Polynôme de Bessel)	23
3.1.1	Polynômes de Bessel de premier espèce	23
3.1.2	Relations fondamentales	24
3.2	Méthode de collocation (Polynôme de Taylor)	32
3.2.1	Relations matricielles fondamentales :	32
3.3	Méthode des différences finies	39
3.3.1	Principe de la méthode des différences finies:	40

0.1 Introduction

Le sujet des équations intégréo-différentielles est l'un des outils le plus util en mathématiques à la fois pures et appliquées. on trouve beaucoup d'applications des EID dans de nombreux problèmes physiques.

Une équation intégréo-différentielle est une équation fonctionnelle dans laquelle la fonction inconnue paraît sous le signe d'intégrale, ainsi que ces dérivées. Nous allons étudier dans ce mémoire les solutions des équations intégréo-différentielles avec des méthodes directes et numériques. Les méthodes directes se base essentiellement sur l'approximation de la fonction inconnue $u(t)$ par des polynomes ou bien on cherche la solution explicite en utilisant des méthodes directes telles que : Leibnitz, transformée de Laplace etc... . Comme on ne peut pas résoudre tous les types des (E.I.D) par les méthodes analytiques, alors on a besoins de chercher d'autre méthodes de résolution numériques, Notre présent travail s'inscrit dans le contexte, dont le but est de trouver la solution numérique des (E.I.D) en se basant sur la méthode de collocation. Citons par exemple, méthode de trapèze, simpson et différences finis. Notre mémoire se compose en trois chapitres.

Le premier chapitre : est consacré à des notions et rappels préliminaires d'analyse fonctionnelle et définitions des équations intégrales et équation intégréo-différentielle, ainsi que la classification des équations intégréo-différentielles et leurs existence local et global

Le deuxième chapitre : Nous donnons les méthodes exactes de résolution des (E.I.D), ou nous nous intéressons sur la méthode de la série de solution, méthode de décomposition, méthode de Leibniz et méthode de la transformé de Laplace

Le troisième chapitre : Nous abordons les méthodes numériques ou on cherche la solution en des points de collocations, parmi les méthodes que nous avons utilisé : méthode des différences finies, méthode de collocation du polynome de Bessel, méthode de collocation du polynome de Taylor. En estimant l'erreur pour chaque méthode, on a comparé les solutions approchées avec la solution exacte en ces points de collocations. Tous les résultats ont été effectués avec le logiciel Matlab.

Bibliographie

- [1] A. Rahmoune, "Résolution numérique des équations intégrales", Mémoire de Magistère, Université de M'sila, 2004.
- [2] A. Rahman, "Integral Equations and their Applications", Dalhousie University, Canada, 2007.
- [3] Abdul-Majid Wazwaz "Linear and Nonlinear Integral Equations_ Methods and Applications"-Springer (2011)
- [4] R.Lamri, "résplution des équations intégro différentielle de type voltera" Mémoire de Magister, Université de M'sila 2013
- [5] S.Chenari -S.Heidari - N.Parandin, "Numerical Method for Solving Linear Fredholm -Differential Equations of the First Order" ,Journal of Basic and Applied, vol 3,pp.192-195, 2013
- [6] S. Yalcinbas and M. Sezer, "The approximate solution of high-order linearVolterra"] - Fredholm integro-differential equations in terms of Taylor polynomials, Jornal of Journal of Applied Mathematics and Physics,vol 6,pp291-308, 2000.
- [7] Elcin Gokmen, Mehmet Sezer "Taylor collocation method for systems of high-order linear differential-difference equations with variable coefficients",Journal of Ain Shams Engineering , vol 4, pp.117-125,(2013)
- [8] Y. Ordokhani and H. Dehestani "Numerical solution of the nonlinear Fredholm-Volterra integral equations via Bessel functions" Journal of Information and Computing Science Vol 9, 2014, pp.123-131(2014)

Résumé

Dans ce travail on s'intéresse à la résolution numérique des équations intégrales différentielles de Volterra et Fredholm. L'idée principale consiste à trouver la solution approchée en des points de collocations. Pour se faire on a premièrement discrétisé la fonction dérivée par différence finies, deuxièmes on a utilisé la méthode de trapèze pour évaluée numériquement l'intégrale de l'équation, ensuite on a comparé nos résultats avec la solution exacte dans des cas simples pour voir la fiabilité de la méthode.

Mots clés : Equation intégrale différentielle, solution exacte, solution approchée. équation intégrale différentielle de Volterra, équation intégrale différentielle de Fredholm

ABSTRACT

In this work we are interested in the numerical solution of integro differential equation of Volterra and Fredholm. The main idea is to find the approximate points in collocation solution. To do so we first discretized by finite difference derivative function Secondly we used the method of trapeze numerical evaluated the integral of the equation, then we compared our results with the exact solution in simple cases to see reliability of the method.

Keywords: Equation integro differential, exact solution, approximate solution, Volterra integro differential equation, Fredholm integro differential equation

ملخص

في هذا العمل ونحن مهتمون في الحل العددي للمعادلة تكاملية تفاضلية من نوع فولتيرا وفريدولم. الفكرة الرئيسية هي العثور على نقاط التقريبية في حل التجميع. للقيام بذلك نقوم في الأول بتقسيم مشتق الدالة بالفروق المحدودة ثم نستخدم طريقة ترايبز من أجل تقييم عددي الجزء التكاملية.

ثم قارنا نتائجنا مع الحل الدقيق في حالات بسيطة لرؤية مصداقية الطريقة

الكلمات الرئيسية: المعادلة التفاضلية تكاملية، الحل الدقيق، حل تقريب، المعادلة التفاضلية تكاملية

من نوع فولتيرا، المعادلة التفاضلية تكاملية من نوع وفريدولم