



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF DE M'SILA
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique
Département de Mathématiques



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du Diplôme de **MASTER**

Domaine: Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option: Fondamentale et Appliquée

Par

BOULADAME Yasmine

Sujet

**Quelques espaces fonctionnels et
ondelettes**

Devant le jury:

Mr. DJERIOU Aissa

Mr. MOUSSAI Madani

Mr. HERAIZ Rabah

MCB. Univ de M'sila Président

Prof. Univ de M'sila Rapporteur

MAA. Univ de M'sila Examineur

Promotion : 2015 / 2016

Table des matières

Introduction	1
1 Rappel sur l'espace de Besov	2
1.1 Quelques inégalités et définitions	2
1.2 Décomposition de Littlewood-Paley	5
1.3 Définitions et quelques propriétés des espaces de Besov	7
1.3.1 Quelques propriétés	7
1.4 Exemples de fonctions dans $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$	11
2 Rappel sur les ondelettes	15
2.1 Les Ondelettes	16
2.2 Une base orthonormée	18
2.3 Quelques propriétés	22
3 Caractérisation des espaces de Besov par les ondelettes	24
3.1 Ondelette r-régulière	25
3.2 Quelques bases	27
3.2.1 Les bases de splines tensoriels	27
3.2.2 La base d'ondelette	28
Conclusion générale	29
Bibliographie	30

Introduction

Les ondelettes, comme un nouvel outil mathématique notable, se sont imposées dans de divers domaines d'application. Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire, s'est basé sur l'utilisation de bases d'ondelettes qui ont été obtenues en 1985. Cette découverte est une base orthonormée de l'espace $L^2(\mathbb{R}^n)$. Dans ce mémoire nous allons caractériser l'espace de Besov par les ondelettes en se basant sur l'article de G.Bourdaud [2].

Ce mémoire est constitué de trois chapitres:

Dans le premier chapitre, nous rappelons les définitions et quelques propriétés de l'espace de Besov qu'il sera caractérisé par la décomposition de Littlewood-Paley, avec quelques exemples de fonctions dans $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$.

Dans le deuxième chapitre, on va donner une définition de l'ondelette, ainsi que la notion de base orthonormée d'ondelette, puis nous présentons quelques propriétés de l'ondelettes.

Dans le troisième chapitre, nous caractérisons les espaces de Besov en termes de bases d'ondelettes, d'après [2].

A la fin, une conclusion générale est rédigée pour résumer ce travail.

Conclusion générale

Les espaces de Besov ont été caractérisés par la décomposition de Littlewood-Paley, cependant ces espaces possèdent autres normes pour les définir. Dans ce contexte, nous avons étudié le lien avec la théorie des ondelettes d'après les travaux de certains auteurs.

Bibliographie

- [1] G. BOURGAUN: *Ce qu'il faut savoir sur les espaces de Besov*, Papyrus, Paris, 2009.
- [2] G. BOURGAUN: *Ondelettes et espaces de Besov*, *Revista Mat. Iberoam.*, 11(3), 1995, 477 – 512.
- [3] G. METIVIER: *Intégrales singulières*, Université de Reims, UFR Mathématiques, 1989.
- [4] H. TRIEBEL: *Theory of function spaces*, Birkhäuser, Basel, 1983.
- [5] H. TRIEBEL: *Theory of function spaces II*, Birkhäuser, Basel, 1982.
- [6] K. LAGRIDA CHRISTENSEN, O. CHRISTENSEN: *Approximation theory, From Taylor polynomials to wavelets*, Birkhäuser, 2001.
- [7] M. MOURSAI: *Cours d'analyse harmonique*, Université de M'ila, 2015 – 2016.
- [8] O. CHRISTENSEN: *Function space and expansion*, Birkhäuser, Boston, 2010.

Bibliographie

- [1] G. BOURDAUD: *Ce qu'il faut savoir sur les espaces de Besov*, Préprint, Paris, 2009.
- [2] G. BOURDAUD: *Ondelettes et espace de Besov*, *Revista Mat, Iberoam*, 11(3), 1995, 477 – 512.
- [3] G. METIVIER: *Integrales singulières*, Université de Rennes, UER Mathématiques, 1982.
- [4] H. TRIEBEL: *Theory of function spaces*, Birkhäuser, Basel, 1983.
- [5] H. TRIEBEL: *Theory of function spaces II*, Birkhäuser, Basel, 1992.
- [6] K. LAGHRIDA CHRISTENSEN, O. CHRISTENSEN: *Approximation theory, From taylor polynomials to wavelet*, Birkhäuser, 2004.
- [7] M. MOUSSAI: *Cours d'analyse harmonique*, Université de M'sila, 2015 – 2016.
- [8] O. CHRISTENSEN: *Function space and expansion*, Birkhäuser, Boston, 2010.

RESUMES

Dans ce mémoire, nous avons étudié les espaces de Besov par la décomposition de Littlewood-Paley ainsi que certaines propriétés comme les inclusions des uns dans les autres, on présente ensuite quelques procédés pratique de construction d'ondelette et ses bases, on termine en expliquant brièvement comment on peut caractériser les espaces de Besov à l'aide d'une base d'ondelettes.

Mots clés: Espace de Besove, Littlewood-Paley, ondelette, bases d'ondelettes.

ABSTRACT

This work is devoted to the study of Besov spaces by Littlewood-Paley decomposition, and some properties such as inclusions into each other, then we present some techniques to construct the wavelet and its bases, its ends by explaining briefly how can characterize Besov spaces using a wavelet basis.

Keywords: Besov space, Littlewood-Paley, wavelet, wavelet basis.

ملخص

في هذه المذكرة قمنا بدراسة فضاءات بيزوف بواسطة تحليل ليتلودجالي، كذلك عرضنا بعض الخصائص المتعلقة بهذه الفضاءات، ثم قدمنا بعض الاساليب لبناء المويجات و أساسها، ننهي هذا العمل بإعطاء شرح موجز عن كيفية تمييز فضاءات بيزوف باستخدام أساس المويجات.

الكلمات المفتاحية فضاءات بيزوف، ليتلودجالي، المويجات، أساس المويجات.