

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : DES SCIENCES

DEPARTEMENT : PHYSIQUE

N° :...../2018.....



DOMAINE : ENERGITIQUE

FILIERE : PHYSIQUE

OPTION : PHYSIQUE ENERGETIQUE
ET ENERGIE RENOUVELABLE

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Par: MELOUKI Salah Eddine

Intitulé

**Etude numérique de la convection naturelle
turbulente dans une cavité trapézoïdale
- Influence de l'inclinaison des parois latérales -**

Soutenu le 24/ 06 /2018 devant le jury composé de:

BENDERRADJI Razik	Université M ^{ed} BOUDIAF M'sila	Président
TALOUB Djedid	Université M ^{ed} BOUDIAF M'sila	Rapporteur
BOURAS Abdelkarim	Université M ^{ed} BOUDIAF M'sila	Examineur

Année universitaire : 2017/2018



Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je remercie vivement et chaleureusement mon encadreur Monsieur TALOUB Djedid Docteur à l'université Mohamed BOUDIAF de M'sila, pour m'avoir offert les conditions favorables et pour m'avoir parfaitement guidé tout le long de la réalisation de ce travail.

J'ai particulièrement apprécié ses encouragements, ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur BENDERRADJI Razik Docteur à l'université Mohamed BOUDIAF de M'sila qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur BOURAS Abdelkarim Docteur à l'université Mohamed BOUDIAF de M'sila d'avoir accepté de participer au jury.

Mes plus profonds remerciements vont à mon père Lakhdar et ma mère Zohra. Tout au long de mon cursus, ils m'ont toujours soutenu, encouragé et aidé. Ils ont su me donner toutes les chances pour réussir.

Je remercie vivement mon frère Farid pour son aide, ses encouragements, et ses conseils. J'adresse, également, mes remerciements à mes enseignants et mes collègues.

A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.



Dédécace

Je dédie ce travail à toute ma famille, mon père et ma mère.

Tout mes amis BOUSBOUA Sameh, Madame HANACHI , KORICHI
Farid, et pour tous ce qui m'aiment.

Résumé

Dans ce mémoire, nous étudions le transfert de chaleur en convection naturelle turbulente dans une cavité bidimensionnelle à section trapézoïdale et isocèle (de hauteur $H = 2,5$ m) remplie d'air et dont les parois latérales sont différentiellement chauffées tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. Le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ à faible nombre de Reynolds a été intégré dans notre code de calcul. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement par le code de calcul Fluent basé sur la méthode des volumes finis. En se basant sur l'approximation de Boussinesq. Le modèle élaboré est d'abord validé à partir des résultats expérimentaux et numériques dans le cas d'un écoulement turbulent dans une cavité carrée. Ensuite, l'étude a porté essentiellement sur l'influence de l'inclinaison des parois latérales de la cavité sur le comportement dynamique et le transfert de chaleur au sein de la cavité.

Mots clés: convection naturelle turbulente, nombre de Rayleigh thermique, l'approximation de Boussinesq, cavité trapézoïdale isocèle, inclinaison.

Abstract

In this thesis, we study the heat transfer in turbulent natural convection in a two-dimensional trapezoidal and isosceles cavity (height $H = 2.5$ m) filled with air and whose side walls are differentially heated while the horizontal walls are adiabatic. The turbulent model $k-\varepsilon$ with low Reynolds number has been integrated into our calculation code. The system of equations governing the problem is solved numerically by the Fluent calculation code based on the finite volume method. Based on the Boussinesq approximation. The model developed is first validated from the experimental and numerical results in the case of a turbulent flow in a square cavity. Then, the study focused on the influence of the inclination of the side walls of the cavity on the dynamic behavior and the heat transfer within the cavity.

Key words: turbulent natural convection, thermal Rayleigh number, Boussinesq approximation, isosceles trapezoidal cavity, inclination.

ملخص :

في هذه الأطروحة، ندرس نقل الحرارة في الحمل الحراري الطبيعي المضطرب في تجويف شبه منحرف ثنائي الأبعاد (ارتفاع $H = 2.5$ m) مملوء بالهواء ويتم تسخين جدرانها الجانبية بشكل تفاضلي بينما تكون الجدران الأفقية ثابتة الحرارة. تم دمج نموذج الاضطراب $k-\varepsilon$ مع رقم Reynolds المنخفض في رمز الحساب الخاص بنا. يتم حل نظام المعادلات الذي يحكم المشكلة عددياً بواسطة شفرة حساب Fluent استناداً إلى طريقة الحجم المحدود. استناداً إلى تقريب بوسينيسك. يتحقق أول نموذج تم تطويره من النتائج التجريبية والعديدية في حالة التدفق المضطرب في تجويف مربع. ثم ركزت الدراسة على تأثير ميل الجدران الجانبية للتجويف على السلوك الديناميكي ونقل الحرارة داخل التجويف.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي المضطرب ، رقم رايبلغ الحراري ، تقريب بوسينيس ، تجاويف شبه منحرف ، ميل.

Table des Matières

Remerciement	
Dédicace	
Résumé	
Table des Matières.....	i
Liste des figures.....	iv
Liste des tableaux.....	vi
Nomenclature.....	x
Introduction générale	1
Chapitre 1 Généralité et synthèse bibliographiques.....	4
1.1. Introduction.....	4
1.1.1. Cavité avec gradient de température vertical	5
1.1.2. Cavité avec gradient de température horizontal	6
1.2. Revue Bibliographique	7
1.3. Les approches numérique de la turbulence	10
1.3.1. Approche DNS	10
1.3.2. Approche LES	11
1.3.3. Approche RANS	11
1.4. Problématique	12
Référence	12
Chapitre 2 Formulation Mathématique.....	18
2.1. Introduction	18
2.2. Description du problème	18
2.3. Condition aux limites	19
2.4. Hypothèses simplificatrices	19
2.5. Approximation de boussinesq	20
2.5.1. Equations générales et modélisation de la turbulence	21
2.5.2. Equation instantanée	21
2.5.3. Décomposition de Reynolds et équations moyennes	23
2.2.4. Equations pour les grandeurs fluctuantes	23
2.3.4.1 La Modélisation sous-maille (L.E.S).....	25
2.3.4.2 La Simulation numérique directe (D.N.S).....	26
2.4.4.3 Modèle k-à standard	26
Référence.....	26
Chapitre 3 Méthodes numérique et validation.....	33
3.1. Introduction	33
3.2. Maillage	35
3.3. Conditions initiales et conditions aux limites	35
3.4. Discrétisation et Résolution.....	36
3.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces.....	37
3.4.2. Calcul de la pression sur les faces.....	38
3.4.3. Couplage pression-vitesse.....	38
3.4.4. Discrétisation temporelle.....	38
3.4.5. Choix-du pas de temps	39
3.4.6. Sous-relaxation.....	39

3.4.7. Résolution.....	40
3.4.8. Tests de convergence	40
3.4.9. Choix du maillage.....	40
3.4.10. Validation des résultats.....	43
3.5. Conclusion.....	41
Référence.....	42
Chapitre 4 Résultat et discussions.....	43
4.1. Champ thermique et dynamique de l'écoulement.....	43
4.1.1. Champs lignes de courant, des isothermes et des iso-lignes de l'énergie cinétique Turbulente.....	43
4.1.2. Profils de température, et des vitesses verticale et horizontale.....	46
4.1.3. Evolution de l'épaisseur de la couche limite chaude en fonction de l'angle.....	48
4.2. Quantités turbulentes.....	49
4.2.1. Energie cinétique turbulente.....	49
4.3. Champs thermique des écoulements de convection naturelle.....	49
4.3.1. Stratification thermique.....	49
4.4. Transferts de chaleur le long des parois actives.....	50
4.4.1. Variation des nombres de Nusselt locale sur la paroi chaude.....	51
4.4.2. Variation des nombres de Nusselt moyen sur les parois latérales.....	52
4.5. Intensité maximale du courant.....	53
4.6. Conclusion.....	53
Référence	54
Conclusion générale	55
Résumé	

Liste des figures

Figure 1.1	Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.....	5
Figure 1-2	Schéma représentant la configuration de la convection avec gradient de température vertical.....	6
Figure 1.3	Schéma représentant la convection avec gradient de température horizontal.	6
Figure 2.1	Modèle physique.....	19
Figure 3.1	Etapas de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT.....	34
Figure 3.2	Maillage non uniforme à l'intérieur de la cavité avec Gambit 2.1.....	35
Figure 3.3	Système d'itération du temps.....	38
Figure 3.4	Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimental et numérique...	41
Figure 4.1	a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=70^\circ$	44
Figure 4.2	a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=80^\circ$	44
Figure 4.3	a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=90^\circ$	45
Figure 4.4	a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=100^\circ$	45
Figure 4.5	a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=110^\circ$	46
Figure 4.6	Profil de la température moyenne à $Y=0.5$	47
Figure 4.7	Profil de la vitesse verticale moyenne à $Y=0.5$	47
Figure 4.8.	Profil de la vitesse horizontale moyenne.....	48
Figure 4.9	Evolution de l'épaisseur de la couche limite chaude en fonction de l'angle.	48
Figure 4.10	Profil de l'énergie cinétique turbulente à $Y=0.5$	49
Figure 4.11	Stratification thermique pour différents angle d'inclinaison.....	50
Figure 4.12.	Distribution de nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude pour différents angles.....	51
Figure 4.13.	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'inclinaison.....	52
Figure 5.14.	Profil de la fonction de courant maximale en fonction de l'inclinaison.....	53



Liste des tableaux

Tableau 2.1. Coefficient des équations gouvernant le phénomène.....	19
Tableau 2.2. Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques.....	31
Tableau 3.1 Propriétés de fluide air.....	36
Tableau 3.2 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés.....	39

Nomenclature

A	Rapport d'aspect, $A = L/H$.
A_P, A_E, A_W, A_N, A_S	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisé.
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique.
C_p	Chaleur spécifique à pression constante, [J/kg.K].
D	Profondeur de la cavité, [m].
D_e, D_w, D_n, D_s	Flux diffusifs à l'interface e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.
F_e, F_w, F_n, F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.
g	Accélération de la pesanteur, [m.s ⁻²].
Gr	Nombre de Grashof, .
H	Hauteur de la cavité, [m].
i, j, k	Coordonnées logiques des points.
L	Longueur de la cavité, [m].
LD	Paroi latérale droite.
LG	Paroi latérale gauche.
Nu	Nombre de Nusselt.
P	Pression totale, [Pa].
P^*	Pression adimensionnelle.
\bar{p}	Composante moyenne de Pression, [Pa].
P	Composante fluctuante de Pression, [Pa].
P_c	Plancher.
P_d	Plafond.
P_e, P_w, P_n, P_s	Nombre de Peclet aux interfaces e, w, n, s.
Pr	Nombre de Prandtl,
Ra	Nombre de Rayleigh,
T	Température du fluide, [K].
T^*	Température adimensionnelle.

\bar{T}	Composante moyenne de Température, [K].
T_c	Température de la paroi chaude, [K].
T_f	Température de la paroi froide, [K].
$u, v,$	Composantes des vitesses, [m/s].
U, V	Composantes des vitesses adimensionnelles.
$\overline{U_z}$	Composantes moyennes des vitesses, [m/s].
U_i	Composantes fluctuantes des vitesses, [m/s].
$x, y,$	Coordonnées cartésiennes, [m].
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique, [m ² /s].
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante, [K ⁻¹].
ν	Viscosité cinématique, [m ² /s].
μ	Viscosité dynamique, [Kg/m.s].
λ	Conductivité thermique, [W/m.K].
ρ	Masse volumique du fluide, [Kg/m ³].
ρ_0	Masse volumique du fluide à T ₀ , [Kg/m ³].
θ	Composante fluctuante de Température, [K].

Introduction générale

Le phénomène turbulent se produisant dans des milieux confinés ou semi confinés bénéficie, actuellement, d'une attention particulière de la part de nombreux chercheurs.

Les études expérimentales relatives à ce phénomène sont souvent difficiles à réaliser, très longues et coûtent très chers, par contre, les simulations numériques, sont devenues incontournables pour la résolution des écoulements très complexes rencontrés dans la plus part des applications industriels.

La majorité de ces écoulements sont turbulents. D'une manière générale, en présence de sources de chaleur dans un écoulement, le régime de celui-ci ne dépend plus du nombre de Reynolds mais dépend du nombre de Grashof (ou du nombre de Rayleigh). A partir d'une valeur critique de ce dernier, l'écoulement passe du régime laminaire au régime turbulent. Le fluide est alors animé de mouvements tourbillonnaires aléatoires, il est brassé dans toutes les directions et il n'y a plus d'écoulement stratifié. Dans ce type d'écoulement tous les échanges (thermiques, massiques...) sont favorisés par les fluctuations des entités physiques telles que la vitesse, température..., et il n'est plus possible de connaître la vitesse et la température du fluide en tout point, mais seulement sa vitesse et sa température moyenne. La complexité de la dynamique de ces écoulements peut conduire à envisager différentes approches de modélisation de leur formulation mathématique. L'une des approches la plus fréquente dans l'étude des écoulements turbulents utilise le modèle à deux équations de fermeture ($k-\varepsilon$). Cependant, la version standard de ce modèle a des difficultés à prédire correctement la physique « proche paroi » surtout en ce qui concerne le phénomène de la convection.

La plupart des travaux antérieurs qui se sont intéressés au problème de la convection naturelle concernent les cas d'enceintes de forme régulières. Peu d'études ont été consacrées à des formes irrégulières, malgré que la géométrie irrégulière survienne dans plusieurs applications à intérêt pratique. Des travaux concernant des cavités non rectangulaires ont été fournis par Lee [1,2], Lam et al [3], Peric [4] et Kuypers et Hoogendoorn [5].

Ce mémoire porte sur l'étude de la convection naturelle turbulente de l'air confiné dans une cavité trapézoïdale. Elle a pour objet de déterminer l'influence de l'inclinaison des parois actives sur le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement.

Le présent mémoire se répartit en quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré à des généralités sur la convection dans les cavités avec gradient de température vertical et horizontal. Une synthèse bibliographique sur la convection naturelle dans les cavités et qui sont en relation directe avec notre étude. Le deuxième chapitre présente la formulation mathématique de l'équation générale et de la turbulence, et nous détaillons les équations des grandeurs fluctuantes et l'équation de fermeture le modèle $k-\varepsilon$ standard. Le troisième chapitre présente la méthode numérique et comparaisons avec les résultats contenus dans la littérature.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations.

Nous terminerons ce mémoire par une conclusion générale sur les résultats obtenus au cours de cette étude.

Références

- [1] T. S. Lee, Computational and experimental studies of convective fluid-motion and heat transfer in inclined non-rectangular enclosures, *Int. J. Heat Fluid Flow*, 5, 29-36, 1984.
- [2] T.S. Lee, Numerical Experiments with Fluid Convection in Tilted Non rectangular Enclosures, *Numerical Heat Transfer*, 19, 487-499, 1991.
- [3] S. Lam, R. Gani et J. Symons, Experimental and numerical studies of natural convection in trapezoidal cavities, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 111, 372-377, 1989.
- [4] M. Peric, Natural Convection in Trapezoidal Cavities, *Numerical Heat Transfer*, 24, 213- 219, 1993.
- [5] R.A. Kuyper et C.J. Hoogendoorn, Laminar Natural Convection Flow in Trapezoidal Enclosures, *Numerical Heat Transfer*, 28, 55-67, 1995.

Chapitre

1

Généralité et synthèse bibliographiques

1.1. Introduction

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure Figure 1.1 s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules adjacentes du fluide. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est alors appelé convection forcée. Figure 1.1 [1].

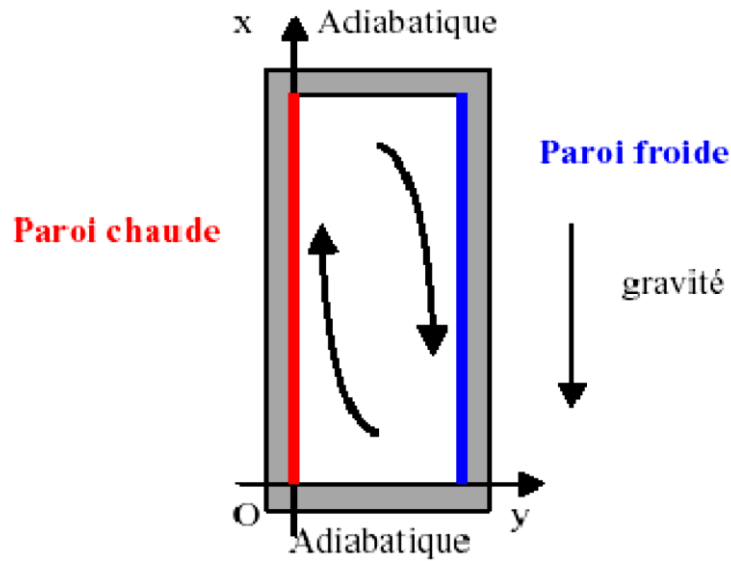


Figure 1.1 Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.

L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, ...etc.

La cavité rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type de cavité, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes ($T_2 < T_1$) tandis que les autres sont isolées. L'angle d'inclinaison (τ) entre les surfaces chauffée et refroidie et l'horizontale peut varier de 0° (cavité horizontale avec paroi chaude en dessous), à 90° (cavité verticale différentiellement chauffée), à 180° (cavité horizontale avec paroi chaude en dessus) [2].

1.1.1. Cavité avec gradient de température vertical

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques horizontales qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure 1.2). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale [2].

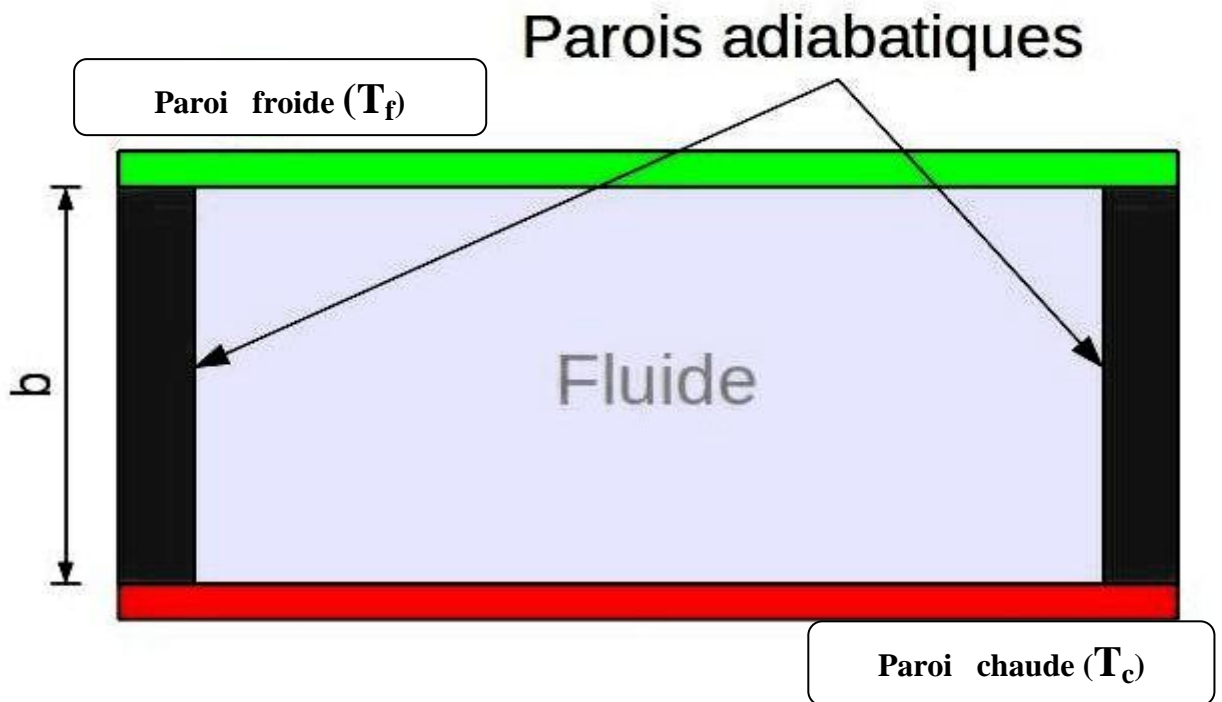


Figure 1.2 Schéma représentant la configuration de la convection avec gradient de température vertical.

1.1.2. Cavité avec gradient de température horizontal

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques figure 1.3. Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide [2].

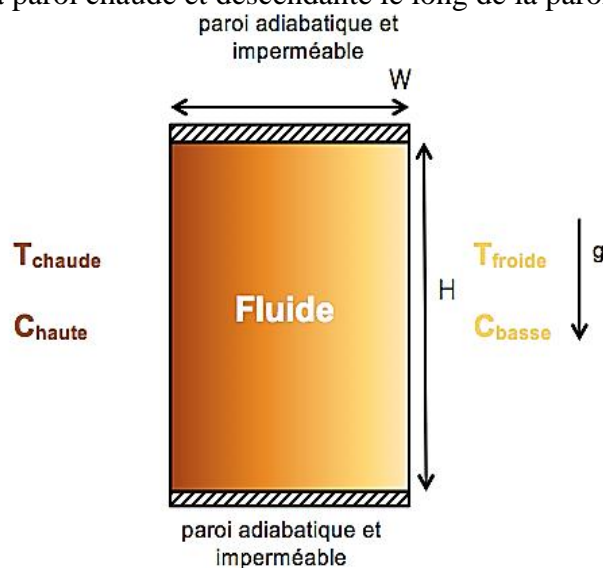


Figure 1.3 Schéma représentant la convection avec gradient de température horizontal.

1.2. Revues bibliographique

Le problème de la convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle a été étudié par de nombreux auteurs, mais depuis quelques années, et grâce aux nouvelles technologies informatiques le problème tridimensionnel est devenu de plus en plus accessible numériquement. En effet, c'est en 1977 que la première étude numérique traitant les écoulements naturels tridimensionnels a été entreprise par G. D. Mallinson et al. [3] Ils ont caractérisé un écoulement tridimensionnel pour des valeurs du nombre de Rayleigh limitées entre 10^4 et 10^6 avec un maillage grossier ($15 \times 15 \times 15$). La simulation numérique est basée sur la méthode des différences finies pour résoudre les équations tridimensionnelles instationnaires. Ils ont examiné l'influence du nombre de Rayleigh, du nombre de Prandtl dans l'intervalle $0.1 \leq Pr \leq 100$ et du rapport de forme suivant la direction verticale (H_z) et du rapport de forme longitudinale (H_y). Ils ont constaté que lorsque le nombre de Rayleigh augmente, l'écoulement devient confiné près des parois adiabatiques latérales. L'étude de l'influence du rapport de forme longitudinal a montré qu'il existe une dépendance entre ce paramètre et la composante de la vitesse suivant la troisième direction.

Sergent et al. [4] Dans le cadre de la simulation des grandes échelles en écoulements turbulents anisothermes, le modèle d'échelles mixtes est étendu à la diffusivité de sous-maille, afin d'évaluer indépendamment viscosité et diffusivité. L'identification du terme de dissipation thermique dans l'équation de conservation du flux de sous-maille permet d'obtenir une expression algébrique de la diffusivité, produit d'un modèle de type Smagorinsky et d'un modèle basé sur le flux de sous-maille. Appliqué à un cas de convection naturelle turbulente, ce modèle conduit à une amélioration sensible de la représentation du champ thermique, relativement à une analogie de Reynolds à nombre de Prandtl de sous-maille constant.

Gassowski et al. [5] dans cet article, ont étudié par simulation numérique directe tridimensionnelle, l'écoulement de convection naturelle dans une cavité carrée/cubique différentiellement chauffée. Nos calculs mettent en évidence à la première bifurcation ($Ra \approx 3,2 \times 10^7$) l'apparition de structures tourbillonnaires tridimensionnelles à la sortie des couches limites verticales. Les principaux résultats de cette note sont d'une part, que l'écoulement redevient stationnaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh Ra plus élevées ($Ra = 7 \times 10^7$ et 10^8 par exemple) tout en conservant ces structures tourbillonnaires tridimensionnelles et d'autre part, que des solutions stationnaires multiples différentes par

leurs propriétés de symétrie, ont été obtenues pour $Ra = 10^8$. Enfin, l'écoulement redevient instationnaire aux alentours de $Ra = 3 \times 10^8$, l'instabilité en jeu dans ce cas étant du type couches limites verticales.

F. Ampofo and T.G. Karayiannis. [6] ont étudié expérimentalement la convection naturelle turbulent dans une cavité carrée, les parois verticales sont chauffée et refroidie remplie d'air. La cavité était en 2D 0,75 m de hauteur 0,75 m de largeur 2d. Les murs chauds et froids de la cavité étaient isothermes 50 et 10 °C, le plafond et le plancher sont adiabatique donnant respectivement un nombre de Rayleigh de $1,58 \times 10^9$. La vitesse et la température locales ont été simultanément mesurées à différents endroits dans la cavité avec toutes les deux quantités, de moyen et de fluctuation sont présentées. Les expériences ont été conduits avec l'exactitude très élevée et comme tels les résultats peuvent former des données expérimentales de repère et seront utile pour la validation des codes calcul pour la dynamique de fluide CFD (computational fluid dynamics).

J. Salat et al. [7] qui ont étudié expérimentalement et numériquement l'écoulement turbulent de convection naturelle qui se développe dans une cavité différentiel de chauffage de hauteur $H = 1$ m, largeur $W = H$ et profondeur $D = 0.32h$, soumis à une différence de la température entre les murs verticaux actifs égaux à 15 K ayant pour résultat un nombre caractéristique de Rayleigh égal à $1,5 \times 10^9$. Dans l'expérience la température est mesurée par 25 micro-thermocouples et vitesse de μm par un anémomètre de laser Doppler. Les deux le 2d et 3d LES et 3d DNS sont exécutés. Le DNS emploie une méthode de Chebyshev et un LES spectraux une méthode finie de volume avec un modèle local de diffusivité de subgrid. Des simulations numériques sont effectuées pour des conditions adiabatiques et la température expérimentalement mesurée sur les murs horizontaux. Des quantités temps-faites la moyenne et les statistiques turbulentes dans le plan vertical médian sont présentées et comparées.

A. Bairi et al. [8] ont fait une autre étude numérique et expérimentale de la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée inclinée pour deux rapports de forme $A=0.75$ et 1.5. Ils ont analysé le taux de transfert de chaleur obtenus pour une large gamme des paramètres suivants :

- La valeur du nombre de Rayleigh comprise entre 10^3 et 10^8 .
- L'angle d'inclinaison varie entre 0° et 360° .

Ils ont ensuite comparé les résultats numériques obtenus avec des résultats expérimentaux et ont proposé une corrélation qui présente une déviation maximale de plus ou moins 6 % entre les résultats expérimentaux et numériques.

A. Beghidja et al. [9] le but de cette étude expérimentale est de déterminer les échanges convectifs sur les faces verticales de deux grandes cavités d'allongements différents et pour des valeurs du nombre de Rayleigh variant de 10^9 à 10^{11} , lorsque les écoulements sont générés par une différence de température entre faces verticales opposées. On montre que l'écart de température caractéristique pour définir les transferts moyens convectifs sur chaque face doit absolument tenir compte de la température d'équilibre au centre de la cavité. Ils ont montré que cette température peut être calculée avec précision si l'on détermine la température moyenne de surface relative à l'ensemble des parois de la cavité. Les nombres de Nusselt sur les quatre faces verticales obéissent alors à une seule corrélation quelles que soient les configurations de chauffage ou de refroidissement sur les faces verticales.

Mergui [10] a étudié expérimentalement une cavité carrée différentiellement chauffée ($H=0.94\text{m}$; $L=0.94\text{m}$; $D=0.30\text{m}$) et permettant d'atteindre les valeurs de Rayleigh de l'ordre de 1.7×10^9 ($\Delta T=20^\circ\text{C}$), ses résultats présentent jusqu'à ce jour une base de données pour la validation des codes numériques. Dans ce modèle, un effort particulier est fait pour obtenir les conditions adiabatiques sur les parois horizontales, avant et arrière et le gradient de température entre les parois actives est fixé de façon que l'approximation de Boussinesq soit respectée. Ce dispositif a été alors modifié par Salat [11] où il a amélioré les conditions d'adiabaticité sur les parois passives et d'entreprendre de ce fait la recherche sur la convection naturelle en mode légèrement turbulent ($R_{AH}=1.5 \times 10^9$; $\Delta T=15^\circ\text{C}$; $H=1\text{m}$; $L=1\text{m}$; $D=0.32\text{m}$). Il remarque le long des parois verticales qu'il y a deux couches limites, laminaires dans la première moitié puis turbulente. Il relève dans les couches limites une fréquence de l'ordre de 1 Hz caractéristique des ondes progressives. La couche limite dynamique a une épaisseur de 4.4 cm comparée à 2.8 cm pour la couche limite thermique. La vitesse maximum dans les couches limites avoisine 0.20 m/s. Une analyse en fréquence des signaux de la température fait ressortir la présence des ondes caractérisées de la pesanteur au cœur de la cavité par une fréquence d'environ 0.06 Hz, est une période autour de 16 s. L'intensité de la turbulence est estimée à 5%.

Breton [12] se sert du dispositif expérimental employé par Yguel [13] ($H=2.5\text{m}$; $L=3.1\text{m}$; $D=3.1\text{m}$) pour étudier la stabilité des écoulements de la convection naturelle dans une cavité avec le nombre de Rayleigh élevé. Des visualisations effectuées par cet auteur indiquent le caractère stable de l'écoulement de la couche limite laminaire près des parois verticales. Cependant, cet écoulement stable demeure très fragile ; en effet une modification minime des conditions aux limites implique une déstabilisation forte des

écoulements près des parois, menant à une grande augmentation des densités du flux locales.

Du point de vue de la simulation numérique, on assiste aujourd'hui à l'apparition de plusieurs méthodes de calcul pour caractériser les écoulements turbulents de la convection naturelle Xin et Le Quéré [14], Trias et al. [15-16] pour l'approche numérique de la turbulence DNS et Sergent [17], Sergent et al. [18], Ezzouhri et al. [19] pour l'approche numérique de la turbulence LES.

1.3. Approches numériques de la turbulence

Approches numériques de la turbulence est une propriété d'un écoulement, non du fluide utilisé. Il n'existe pas de véritable définition de la turbulence, mais on la caractérise par ses propriétés. Quand l'écoulement est turbulent, les grandeurs physiques macroscopiques (vitesse, pression) varient de façon rapide et aléatoire. Un écoulement turbulent est nécessairement rotationnel: ainsi, un champ acoustique, même aléatoire, n'est pas turbulent. La turbulence se caractérise aussi par une diffusivité élevée (température, quantité de mouvement, ...). Un écoulement turbulent est donc un écoulement à grand nombre de Reynolds. La turbulence développée se caractérise par un large spectre de dimensions des tourbillons, les tourbillons les plus grands interagissent entre eux pour former des structures de plus en plus petites.

Cet état désordonné favorise les échanges de chaleur et de masse, qui sont alors beaucoup plus important que pour un écoulement laminaire. Plusieurs techniques expérimentales ont été élaborées pour répondre aux besoins des calculs des vitesses en écoulements turbulents, comme l'anémomètre à fil chaud, le PIV (vélocimétrie par image des particules) et le LDV (vélocimétrie Laser-Doppler). Parallèlement, il existe plusieurs techniques numériques de calcul de la turbulence plus ou moins simplifiées [20]. Les trois approches les plus répandues sont :

1.3.1. Approche DNS

Dans le cas d'un calcul DNS, aucune hypothèse n'est introduite par rapport aux caractéristiques de l'écoulement, et la simulation consiste à résoudre « brutalement » les équations locales régissant le phénomène physique (équations de Navier-Stokes, de l'énergie, de la concentration en polluants, du rayonnement...). Cette méthode impose de travailler avec des discrétisations très fines afin de capter toutes les échelles spatio-temporelles de l'écoulement, avec typiquement plusieurs millions, voire dizaines de millions de points et nécessite donc des moyens de calculs très importants.

Ses principaux domaines d'utilisation à l'heure actuelle concernent des études fondamentales de stabilité mais elle est également utilisée pour tester la validité des modèles de turbulence ou de sous maille, pour des configurations simples. Les limites de temps de calcul et d'occupation de la mémoire des ordinateurs limitent actuellement ce type de résolution numérique à des situations très faiblement turbulentes et à des géométries simples. Puisque l'on peut difficilement résoudre directement la turbulence, il faut la modéliser afin de pouvoir résoudre numériquement le problème initial de manière approchée. Parmi les techniques issues de la mécanique des fluides [21], deux grandes familles existent :

1.3.2. Approche-LES

La simulation des grandes échelles (LES), qui consiste globalement à ne résoudre les échelles turbulentes qu'à partir d'une certaine taille, pour cela les équations de Navier Stocks sont filtrées spatialement, la taille du filtre étant caractéristique de la partie résolue et de la partie modélisée de la turbulence (filtrage spatiale). L'effet des petites structures (dites de sous-maille) est pris en compte par l'apparition de termes supplémentaires dans les équations filtrées (équations du mouvement, de l'énergie...). Ces nouveaux termes doivent être modélisés afin de fermer le système d'équations. Tout comme précédemment, de nombreux modèles ont été proposés pour représenter l'action des échelles de sous-mailles. Cette méthode permet de conserver de manière naturelle l'aspect instationnaire des écoulements, puisque les équations sont filtrées spatialement et non de manière temporelle. Les quantités moyennes peuvent ensuite être obtenues par simple analyse statistique des résultats, tout comme pour une expérimentation physique. La LES nécessite globalement des maillages plus fins que ceux employés pour les méthodes RANS, qui sont globalement plus diffusifs, et donc plus stables, du moins avec les modèles de turbulence classiques de type $k-\epsilon$. L'évolution de la puissance de calcul des ordinateurs rend l'utilisation de la LES de moins en moins marginale dans le cadre des cavités ventilées. L'utilisation du modèle simple de Smagorinsky ne permet pas de prédire correctement les écoulements complexes [22].

1.3.3. Approche RANS

Pour l'approche RANS, on cherche les valeurs moyennées en temps des différentes variables, de manière analogue à ce qui est obtenu à partir d'une analyse statistique de résultats expérimentaux. Les variables instationnaires sont alors décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante (décomposition de Reynolds), et les équations

caractéristiques sont obtenues par un filtrage temporel des équations initiales qui permettent de faire apparaître comme variables principales les valeurs moyennes (RANS). Le filtrage des termes non-linéaires fait apparaître des termes supplémentaires, qui nécessitent d'être modélisés afin d'obtenir la fermeture du système d'équations. De nombreux modèles ont été élaborés lors des dernières décennies, depuis les modèles à zéro équation supplémentaire (longueur de mélange de Prandtl), jusqu'à des modèles qui font appel aux équations de bilan des tensions de Reynolds (modèles du 2nd ordre). Le modèle le plus employé pour les applications industrielles est probablement le modèle k- ϵ , qui introduit deux équations supplémentaires, une équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente k, et une équation pour le taux de dissipation de cette énergie ϵ . Ce modèle de base a fait l'objet de nombreuses études et de modifications afin de l'adapter à des situations variées, en particulier aux écoulements de parois, fortement anisotropes (modèles à bas nombre de Reynolds par exemple). Les modèles RANS permettent de traiter des problèmes de grandes tailles, et pour des configurations très compliquées. Cependant, l'expertise de l'utilisateur demeure nécessaire pour l'obtention de résultats satisfaisants. Lorsque l'on parle de la turbulence, il est nécessaire d'introduire le nombre de Reynolds turbulent défini par : $Re_t = k^2/\nu\epsilon$. Étant donné la nature des mouvements d'air dans une cavité, il y aura toujours des régions pour lesquelles Re_t sera faible, en particulier près des parois. Dans ces régions les effets visqueux sont prédominants sur les effets turbulents, or le modèle k- ϵ standard est développé pour des fluides à grands nombres de Reynolds turbulent. Il y a trois façons d'utiliser le modèle k- ϵ à bas nombre de Reynolds turbulent :

- L'utilisation des fonctions de paroi.
- L'utilisation des modèles bi-couches.
- L'utilisation d'un modèle k- ϵ modifié pour tenir compte des bas nombres de Reynolds dans l'écoulement.

Ce dernier modèle appelé LRN est une modification du modèle standard afin de rendre ce dernier valide dans une large gamme d'écoulement. Les modifications sont réalisées par l'apport des fonctions d'amortissement et des termes additionnels introduits dans les équations de transport de k et ϵ afin d'atténuer le comportement turbulent.

1.4. Problématique :

Ces revues nous ont permis d'identifier l'ensemble de thématiques qui a été approché par les chercheurs dans la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée.

Le premier constat qui se dégage est que l'ensemble de ces études concerne le régime laminaire ou transitionnel des écoulements, excepté quelques-unes qui ont traité des régimes faiblement turbulents. On a noté un contexte fleurissant de la mécanique des fluides numériques avec en prime la parution très récente des papiers qui traitent des écoulements en turbulence pleinement développée en cavité différentiellement chauffée et qui méritaient que l'on s'y attarde.

Pour valider un modèle du calcul, il est indispensable de comparer les résultats obtenus aux données expérimentales et numériques.

Si nous disposons à ce jour des résultats numériques et expérimentaux relatifs aux régimes laminaires et transitoires vers la turbulence Chikhaoui [23], Jones et Briggs [24], Penot et al. [25], si quelques études expérimentales ont été réalisées pour des écoulements légèrement turbulents ($Ra_H \sim 10^9$ de) Mergui et Penot [10,26], Tian et Karayiannis [27], Salat [11], très peu d'expériences de grandes dimensions, se produisant un régime d'écoulement pleinement turbulent ont été réalisées.

Ce travail présente des résultats numériques obtenus dans une cavité trapézoïdale différentiellement chauffées. Dans cette étude, des profils de température et de vitesse ont été établies pour des écoulements de convection naturelle turbulente à nombres de Rayleigh de l'ordre 2.5×10^{10} tout en respectant l'approximation de Boussinesq. Elle a pour objet de déterminer l'influence de l'inclinaison des parois actives sur le transfert de chaleur et la structure de l'écoulement.

L'exploitation des résultats numériques a, entre autre, permis de caractériser la stratification thermique au centre de la cavité. En outre, cette caractérisation a permis de connaître les répartitions des flux échangés à la paroi, la typologie des écoulements au voisinage des parois actives et dans le plan vertical médian. Ces résultats sont ensuite comparés à ceux obtenus dans d'autres cavités différentiellement chauffées. La modélisation de la turbulence est réalisée par une approche RANS avec un modèle de turbulence $k-\varepsilon$ standard adapté à la convection naturelle.

Références

- [1] M. CHAOUR. Interaction des structures tourbillonnaires avec la couche limite dans une cavité différentiellement chauffée. Mémoire magister, Université Constantine. 2010.
- [2] M. Guestal. Modélisation de la Convection Naturelle Laminaire dans Une Enceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement. Mémoire magister, Université Constantine.
- [3] G. D. Mallinson and G. De Vahl Davis, three-dimensional natural convection in a box, a numerical study, *J. Fluid Mech.*83, 1977.
- [4] A. Sergent, P. Joubert, P. le Quéré et C. Tenaud. Extension du modèle d'échelles mixtes à la diffusivité de sous-maille. *C. R. Acad. Sci. Paris*, t. 328, Série II b, pp. 891-897. 2000.
- [5] G. de Gassowski, S. Xin et O. Daube. Bifurcations et solutions multiples en cavité 3D différentiellement chauffée. *C. R. Mécanique* 331, pp 705-711. 2003.
- [6] F. Ampofo and T.G. Karayiannis. Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer* 46, pp. 3551-3572. 2003.
- [7] J. Salat, S. Xin, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot and P. Le Quéré. Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *Int. J. Heat and Fluid Flow* 25, pp. 824-832. 2004.
- [8] A. Bari, N. Laraqi, J.M. Garcia de Maria , Numerical and experimental study of natural convection in tilted parallelepipedic cavities for large Rayleigh numbers. *Experimental Thermal and Fluid Science* 31,pp. 309–324, 2007.

- [9] Beghidja A, Bouafia M, Vullierme J.J, Yguel F, Zammit A. (1995). Modélisation des échanges convectifs sur les faces verticales de cavités à grands nombres de Rayleigh. *Revue générale de thermique* tome 34. N° 405, pp. 515-526.
- [10] Mergui S. (1993). Caractérisation expérimentale des écoulements d'air de convection naturelle et mixte dans une cavité fermée. Thèse de Doctorat de l'Université de Poitiers.
- [11] Salat J. (2004). Contribution à l'étude de la convection naturelle tridimensionnelle en cavité différentiellement chauffée, Thèse de Doctorat de l'Université de Poitier.
- [12] Breton J.L. (1989). Similitude et stabilité des écoulements de convection naturelle dans une cavité fermée à haut nombre de Rayleigh, Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse.
- [13] Yguel F. (1988). Etude de la convection naturelle tridimensionnelle dans les cavités de grandes dimensions. Thèse de Doctorat d'Etat Univ de Poitiers.
- [14] Xin S, Le Quere P. (1995). Direct numerical simulations of two-dimensional chaotic natural convection a differentially heated cavity of aspect ratio 4, *Journal of Fluid Mechanic*, 304, pp. 87-118.
- [15] Trias F.X, Gorobets A, Soria M, Oliva A. (2010). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 1011 – Part I: Numerical methods and time-averaged flow, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 53, pp. 665-673.
- [16] Trias F.X, Gorobets A, Soria M, Oliva A. (2010). Direct numerical simulation of a differentially heated cavity of aspect ratio 4 with Rayleigh numbers up to 1011– Part II: Heat transfer and flow dynamics, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 53, pp. 674-683.
- [17] Sergent A. (2000). Approche numérique d'écoulements de convection naturelle turbulente en cavité par la simulation des grandes échelles, Thèse de Doctorat de l'Université de La Rochelle.

- [18] Sergent A, Joubert P, Le quere P. (2003). Development of a local subgrid diffusivity model for large eddy simulation of buoyancy driven flows: application to a square differentially heated cavity, *Numerical Heat Transfer Part. A*, 44 (8), pp. 789-810.
- [19] Ezzouhri R, Joubert P, Penot F, Mergui S. (2009). Large Eddy Simulation of turbulent mixed convection in a 3D ventilated cavity: Comparison with existing data. *Int. J. of Thermal Sciences* (48), pp. 2017-2024.
- [20] Jirveanny D. (1992). Analyse théorique et numérique de certains modèles de viscosité turbulente, thèse de Doctorat de l'Université de Grenoble.
- [21] Colela P, Woodward P.R. (1984). The piecewise parabolic method (PPM) gaz dynamical simulations, *journal of computational physics*. Vol. 54, pp.174-201.
- [22] L. Davidson, Implementation of a large eddy simulation method applied to recirculating flow in a ventilated room, Technical Report, ISSN: 1395-7953 R9611, 1996.
- [23] Cherkhaoui E. (1994). Etude expérimentale des couplages convecto radiatifs dans une cavité à haut nombre de Rayleigh. Méthode de bilan d'énergie, Thèse de Doctorat de l'Université de Toulouse 3.
- [24] Jones D.N, Briggs D.G. (19989). Periodic two-dimensional cavity flow: effect of linear horizontal thermal boundary condition, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 86-91.
- [25] Penot F, Ndam A, Le quere P. (1990). Investigation of the route to turbulence in a differentially heated cavity. Ninth International Heat Transfer Conference, Jerusalem, Israel, 19-24 August.
- [26] Mergui S, Penot F. (1997). Analyse des vitesse et température de l'air en convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée : investigation expérimentale à $Ra = 1.69 \times 10^9$, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. Vol. 40, pp. 3427-3441.

-
- [27] Tian Y.S, Karayiannis T. G. (2000). Low turbulence natural convection in an air filled square cavity Part I: the thermal and fluid flow fields, *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 43, pp. 849-866.

Chapitre

2

Formulation mathématique

2.1. Introduction

Comme toute science, la physique a toujours été une discipline où les mathématiques à leur mot à dire par la “ mise en équation ” des différents phénomènes observés. Même si on commence d’abord par observer un phénomène naturel avant de tenter de l’expliquer et de généraliser la loi qui le décrit par répétition de plusieurs expériences.

Dans ce chapitre, nous proposons la mise en équation du problème physique considéré, en se basant sur les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l’énergie.

Ces équations et les conditions aux limites qui régissent le phénomène sont données sous leur forme générale, puis sous leur forme adimensionnelle après un traitement spécifique. Enfin, nous définirons le coefficient de transfert de chaleur qui est caractérisé par le nombre de Nusselt.

2.2. Description du problème

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure 2.1. Ils s’agit d’une cavité trapézoïdale bidimensionnelle de grande dimension ($H=2.5$ m), remplie d’air, dont deux parois latérales opposées sont différentiellement chauffées à température constante, les deux parois horizontales sont isolés thermiquement. L’écoulement dans cette cavité est turbulent $Ra > 10^9$.

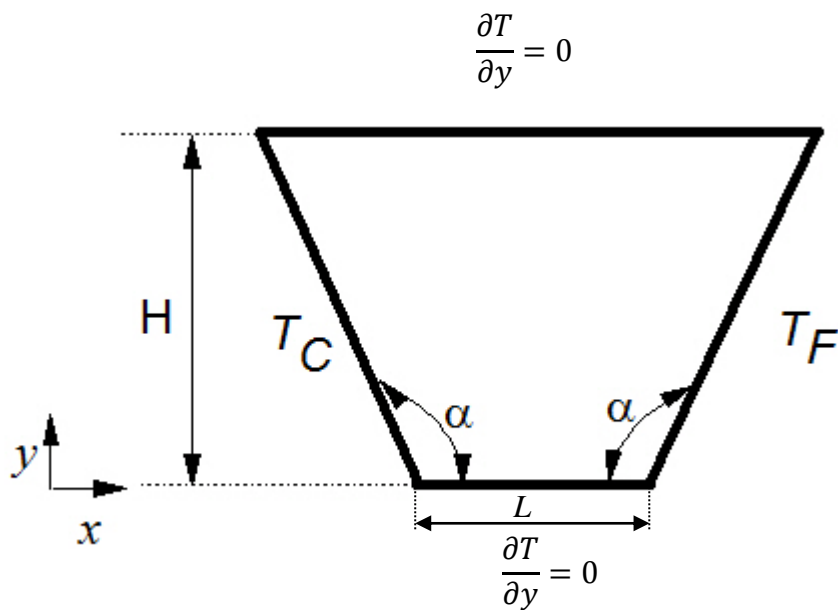


Figure 2.1 Modèle physique

2.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées, sont comme suit :

$$x = 0 \Rightarrow u = v = 0, T = T_C$$

$$x = L \Rightarrow u = v = 0, T = T_F$$

$$y = 0, y = H \Rightarrow u = v = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

2.4. Hypothèses simplificatrices

Il est maintenant nécessaire d'effectuer un certain nombre d'hypothèses afin d'établir un modèle mathématique simple qui décrit la physique de ce problème, donc on adopte les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est instationnaire turbulent.
- L'écoulement est bidimensionnel.
- Le fluide est newtonien et incompressible.
- L'écoulement engendré est turbulent.
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.

- Les propriétés physiques du fluide sont constantes hormis la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.

2.5. Approximation de boussinesq

Pour des configurations d'écoulement dans une enceinte, la résultante des forces externes est limitée aux forces gravitationnelles de sorte que l'influence de la convection naturelle provoquée par des gradients de la température soit évidente. Quand les forces de flottabilité se produisent dans l'écoulement, la conception des propriétés physiques fixes n'assortit plus le comportement de l'écoulement du fluide. L'effet de la convection naturelle est pris en considération dans l'équation de quantité de mouvement par la variation de la masse volumique.

Si en prenant un état thermodynamique de référence (masse volumique ρ_0 et température T_0) l'équation d'état pour la masse volumique ρ devient en utilisant le développement de Taylor [1]:

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \frac{T - T_0}{T_0} + \dots \right] \quad (2.1)$$

En se limitant à un développement du premier ordre :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad (2.2)$$

Où :

β : coefficient de dilatation

ρ_0 : masse volumique de référence.

T_0 : température de référence.

Le terme de β l'équation (2.2) est le coefficient de dilatation isobare du fluide, soit :

$$\beta = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P=Cte} \quad (2.3)$$

En effet, c'est la variation de la masse volumique du fluide qui est à l'origine du phénomène de convection naturelle, créant une force motrice volumique (Archimède) à laquelle s'oppose notamment une force de frottement visqueux. L'approximation de Boussinesq consiste à négliger les variations de la masse volumique dans les équations de conservation, sauf son implication comme force motrice dans le terme F de l'équation de conservation de la quantité de mouvement [2].

2.6. Equations générales et modélisation de la turbulence

2.6.1. Equations instantanées

Ces sont les équations de la mécanique des fluides dans le cas général : conservation de la masse conservation de la quantité de mouvement, conservation de l'énergie et pour une formulation simple du problème, nous allons considérer quelques approximations entre autres les approximations de Boussinesq.

Les équations de base régissant l'écoulement et les transferts de chaleur sont données respectivement par :

Equation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \cdot \vec{U}) = 0 \quad (2.4)$$

Pour un écoulement incompressible, et après simplification devient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.5)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

Les équations de la quantité de mouvement s'écrivent de la manière suivante :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_f) \quad (2.7)$$

Equation de conservation de l'énergie

Pour un écoulement à faible nombre de Mach, l'équation se simplifie et donne l'équation de la chaleur :

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p) \vec{u} \cdot \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad (2.8)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.9)$$

Où l'on néglige le transfert par rayonnement et les effets dus à la dissipation visqueuse.

Où :

u, v : composantes du vecteur vitesse.

p : pression.

ρ : masse volumique.

g : accélération de la pesanteur.

β : coefficient d'expansion thermique à pression constante.

ν : viscosité cinématique.

λ : désigne la conductivité thermique et C_p , la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

Pour mettre les équations (2.4), (2.5), (2.6), (2.7) et (2.8) sous formes adimensionnelles on Introduit les variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{H}, U = \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)}, V = \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)}, P = \frac{p}{\rho\left(\frac{\alpha}{H}\right)^2}, \theta = \frac{T-T_f}{T_c-T_f} \quad (2.10)$$

Où :

H : hauteur de la cavité.

L : largeur de la cavité.

T_c : température chaude.

T_f : température froide.

α : diffusivité thermique.

En introduisant les variables adimensionnelles (2.10) dans les équations de conservation, les équations gouvernantes adimensionnelles sont comme suit :

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (2.11)$$

$$U \cdot \nabla U = -\nabla P + P_r \nabla^2 U \quad (2.12)$$

$$U \cdot \nabla V = -\nabla P + P_r \nabla^2 V + A \cdot Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (2.13)$$

$$U \cdot \nabla \theta = \nabla^2 \theta \quad (2.14)$$

Où : $A = L/H$ est le rapport d'aspect de la cavité.

Dans les équations ci-dessus nous notons la présence des nombres caractéristiques, à savoir le nombre de Rayleigh (Ra) et le nombre de Prandtl (Pr). Ces nombres adimensionnels sont définis par :

$$Ra = \frac{g\beta(T_c-T_f)LH^4}{\nu\alpha} \quad (2.15)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.16)$$

Le nombre de Grashof (G_r) est défini comme étant :

$$G_r = \frac{Ra}{Pr} \quad (2.17)$$

Donc

$$G_r = \frac{g\beta(T_c-T_f)LH^2}{\nu^2} \quad (2.18)$$

2.6.2. Décomposition de Reynolds et équations moyennes

Puisque la résolution directe n'est pas accessible, l'alternative classique comme nous avons signalée, est la résolution du champ d'écoulement moyen dans le temps (RANS). Cette technique consiste à écrire chaque paramètre de l'écoulement turbulent comme la somme d'une composante moyenne et d'une composante fluctuante : c'est la décomposition de Reynolds, soit :

$$U_i = \bar{U}_i + u_i \quad (2.19)$$

$$P = \bar{P} + p \quad (2.20)$$

$$\theta = \bar{\theta} + \theta' \quad (2.21)$$

Où \bar{U}_i , \bar{P} et \bar{T} sont les composantes moyennes et u_i , p et θ' les composantes fluctuantes. On a Evidemment $\bar{u}_i = 0$, $\bar{p} = 0$, $\bar{\theta} = 0$.

On introduit cette décomposition dans les équations de l'écoulement. Puis on effectue une opération de moyenne sur ces dernières, afin d'obtenir les équations des grandeurs moyennes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \bar{D}_{ij} - \overline{u_i u_j}) - g_i \beta (\bar{T} - T_0) \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \overline{u_i \theta_j} \right) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Où : \bar{D}_{ij} représente le tenseur de déformation.

De nouvelles inconnues apparaissent donc dans ces équations. Ce sont les corrélations doubles de fluctuation vitesse-vitesse et vitesse-température appelées respectivement tension de Reynolds et flux thermique turbulent. Pour la fermeture de ce système d'équation, deux possibilités se présentent pour la modélisation de ces termes supplémentaires, soit directement à partir des grandeurs connues, soit à l'aide des équations supplémentaires à résoudre.

2.6.3. Equations pour les grandeurs fluctuantes

Nous exposons ci-dessous à titre indicatif, les équations régissant les termes supplémentaires, à savoir les tensions de Reynolds et le flux turbulent. Les équations des grandeurs fluctuantes sont obtenues par un simple développement mathématique à partir des équations instantanées de l'écoulement.

On déduit d'abord, les équations des grandeurs fluctuantes :

Les termes de gauche (A et B) se composent de l'évolution temporelle des flux thermiques turbulents ainsi que de la convection par l'écoulement moyen. Les termes de droite (sources) représentent respectivement :

C : Transport par diffusion dû aux fluctuations de vitesse

D : Transport par diffusion dû à la viscosité

E : Transport par diffusion dû à la diffusivité thermique

F : Transport par diffusion dû aux fluctuations de pression

G : Production par le gradient de température

H : Production par le gradient de l'écoulement moyen

I : Corrélation entre les fluctuations de p et gradient de fluctuations de température

J : Dissipation par effets visqueux

K : Dissipation par effets de la diffusivité thermique

L : Production dû aux forces de volumes

Le problème de fermeture n'est pas résolu puisque cet ensemble de termes (2.24 et 2.25) fait apparaître des inconnues supplémentaires et des corrélations d'ordre supérieur telles que :

- Corrélations triples de fluctuations mutuelles de vitesse
- Corrélations doubles entre la vitesse et la pression fluctuante
- Corrélations entre les gradients des fluctuations de vitesses
- Corrélations entre la pression fluctuante et le tenseur de déformations du champ fluctuant.

Les modèles de turbulence existant sont généralement classés sur la base du nombre d'équations de transport de paramètres caractéristiques de la turbulence. Tous ces modèles ont pour but la détermination du tenseur des doubles corrélations, pour résoudre le problème de fermeture. La modélisation de ces nouvelles corrélations supplémentaires permettra la fermeture du système d'équations. Ces termes sont régis par des équations d'ordre supérieur. Etant données les difficultés, il est rare en littérature de trouver des fermetures de niveau plus élevé que le second ordre et on se contente ainsi d'une modélisation directe de ces dernières corrélations.

2.6.3.1. Modélisation sous-maille (LES)

La LES pour (Large Eddy Simulation), est une simulation numérique des grandes structures turbulentes. C'est une approche basée sur une simulation partielle (des grands tourbillons) et une modélisation partielle (des petits tourbillons). Elle est appelée aussi

modélisation "Sous-maille" (Subgrid scale modelling). L'attraction de cette méthode est que les grandes échelles de turbulence étant fortement dépendantes de l'écoulement moyen sont carrément simulées (par la résolution des équations du mouvement instationnaire tridimensionnel les petites structures étant beaucoup moins dépendante pour un problème donné, peuvent être représentées par un modèle relativement simple, le filtrage des gros tourbillons est effectué par l'introduction d'une largeur de filtre de l'ordre de la dimension des mailles d'1 maillage choisi [3].

2.6.3.2. La Simulation numérique directe (DNS)

On peut dire que c'est la dernière génération dans le calcul des écoulements turbulents. La DNS (Direct Numerical Simulation) attaque les équations Navier-Stokes directement pour capter toutes les échelles de turbulence (l'échelle de l'écoulement moyen jusqu'à l'échelle de Kolmogorov). Aucune modélisation n'est faite. Malheureusement, la DNS nécessite des ressources informatiques d'une ampleur trop grande pour qu'elle soit utilisée dans le secteur industriel actuellement [4,5].

2.6.3.3. Modèle $k-\varepsilon$ standard

Nous allons présenter le modèle $k-\varepsilon$ standard qui a l'avantage d'être un bon compromis entre simplification et précision. L'utilisation de ce modèle est très répandue puisqu'il n'implique que la résolution de deux équations supplémentaires, l'une pour l'énergie cinétique turbulente [6] :

$$K = \frac{1}{2} \overline{u_i^2} \quad (2.26)$$

Et l'autre pour le taux de la dissipation de cette énergie définie par la demi-trace du tenseur de dissipation :

$$\varepsilon = \frac{\nu}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (2.27)$$

A l'aide d'une analyse d'ordre de grandeur cette expression se simplifie pour des Reynolds élevés, et on obtient :

$$\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \quad (2.28)$$

L'énergie cinétique turbulente est essentiellement due aux grandes structures tourbillonnaires de l'écoulement. Celles-ci, par les effets non linéaires, s'étirent en réduisant leurs taille et en accroissant les gradients de vitesse locaux, jusqu'à ce qu'elles atteignent de petites tailles (échelles de Kolmogorov) où elles se dissipent par les effets

visqueux. Comme la dissipation se manifeste aux niveaux des petites échelles, on peut, à des Re élevés, supposer l'isotropie du tenseur de dissipation qui s'écrit ainsi :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (2.29)$$

A partir de ces deux grandeurs caractéristiques de la turbulence, k et ε , et à l'aide d'une analyse dimensionnelle, la viscosité turbulente peut s'exprimer comme suit :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.30)$$

Le coefficient C_μ est pris égal au carré du paramètre de structure $\left(\overline{uv}/k\right)^2 \sim 0.09$

Nous allons expliciter ci-dessous les deux équations k et ε régissant ce modèle :

Equation de l'énergie cinétique turbulente

Elle est obtenue à partir de l'équation de tension de Reynolds écrite pour $i=j$, soit :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - \overline{u_j k} - \frac{1}{\rho} \overline{u_j p} \right)}_A - \underbrace{\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}}_B - \underbrace{g\beta \overline{u_i \theta}}_C - \underbrace{\nu \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i}}_D \quad (2.31)$$

Le second membre représente respectivement le transport par diffusion (A), la production de la turbulence par cisaillement de l'écoulement moyen (B), la production par la force de flottabilité (C) et finalement la dissipation (D).

Les différentes corrélations doubles seront modélisées à l'aide du modèle, type premier gradient, soit :

$$-\overline{u_j k} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (2.32)$$

Les termes $\overline{u_j p}$ sont négligés ou considérés comme inclus dans l'expression précédente approchée (2.32). Les tensions de Reynolds et les fluctuations turbulentes sont également modélisées par l'approche de type premier gradient. Ainsi l'équation s'écrit finalement :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} - g\beta \overline{u_i \theta} - \varepsilon \quad (2.33)$$

Equation de la dissipation

L'équation de la dissipation est plus difficile à obtenir. Elle est donnée par : $\varepsilon = \nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$

On dérive l'équation de transport des fluctuations de vitesse par rapport à x_k . On multiplie par $\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k}$ et on moyenne l'expression obtenue. L'équation résultante après quelques arrangements peut être mise sous la forme :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U}_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} - 2\nu \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_l} \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_l} - \overline{u_k \varepsilon'} \right) \quad \text{Diffusion}$$

$$\begin{aligned}
& -2\nu \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) & \left. \begin{array}{l} \text{Production par interaction avec} \\ \text{l'écoulement moyen} \end{array} \right\} & (2.34) \\
& -2\nu \overline{u_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_k} \right) & \\
& -2\nu g_i \beta \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} & \text{Production due aux forces de volumes} \\
& -2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} & \text{Interaction entre les gradients de } u \\
& 2\nu^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_j} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k \partial x_j} & \text{Dissipation}
\end{aligned}$$

L'équation fait ainsi apparaître de nombreux termes qu'il faut estimer. Pour cette modélisation, il convient de réaliser tout d'abord, une étude d'ordre de grandeur et de ne modéliser que ceux des termes qui sont dominants. On globalise en général les deux contributions du terme de diffusion et on les modélise à l'aide du premier gradient.

Pour le code Fluent il y'a cinq modèles de turbulence

- Spalart –Allmaras (1 équation).
- K-epsilon (2 équations).
- K-Omega (2 équations).
- Reynolds Stress (5 équations).
- Large Eddy Simulation (LES).

Pour notre simulation en régime turbulent, on a utilisé le modèle *k-epsilon* standard à deux équations de transport qui est le plus utilisé et qui donne, en général, de bons résultats dans les configurations simples.

Les équations standard de l'énergie cinétique turbulente (k), et de son taux de dissipation (ε) ont respectivement la forme suivante :

Equation de l'énergie cinétique turbulente k

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu K^2}{\sigma_k \varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_k} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (2.35)$$

Equation de la dissipation ε

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu K^2}{\sigma_k \varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} C_\mu k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.36)$$

Les valeurs des coefficients du modèle k - ε standard sont :

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1.22, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9$$

2.7. Equation générale de transport

L'équation générale de transport d'une variable évoluant dans un écoulement bidimensionnel incompressible, s'écrit dans le système cartésien comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right) + S_\phi \quad (2.37)$$

Avec : $j=1,2$ (indice de sommation dans le cas bidimensionnel)

$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: Terme temporel transitoire

$\frac{\partial}{\partial X_j} (U_j \phi)$: Terme convectif (transport par convection)

$\frac{\partial}{\partial X_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X_j} \right)$: Terme diffusif (transport par diffusion)

S_ϕ : Terme source

Avec :

Tableau 2.1. Coefficient des équations gouvernant le phénomène

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + A.Ra.Pr.\theta$
Energie	θ	1	0

2.7.1. Intégration de l'équation générale de transport

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable dépendante dans un volume cartésien bidimensionnel, on intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle :

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_S \int_W^e \frac{\partial \phi}{\partial \tau} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_S \int_W^e \frac{\partial J_X}{\partial X} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_S \int_W^e \frac{\partial J_Y}{\partial Y} dXdYd\tau = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_S \int_W^e S_\phi dXdYd\tau \quad (2.38)$$

Avec :

$$J_X = U\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_Y = V\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

Le résultat de l'intégration de l'équation (2.38) et la division par $\Delta\tau$ donne :

$$\frac{\phi_p^{n+1} - \phi_p^n}{\Delta\tau} \Delta X \Delta Y + J_e^{n+1} - J_w^{n+1} + J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad (2.39)$$

Où : n et $n+1$ correspondant les incréments du temps τ et $\tau + \Delta\tau$.

$$\begin{aligned} J_e &= U_e \phi_e \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial X} \right|_e \Delta Y \\ J_w &= U_w \phi_w \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial X} \right|_w \Delta Y \\ J_n &= U_n \phi_n \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right|_n \Delta X \\ J_s &= U_s \phi_s \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right|_s \Delta X \end{aligned} \quad (2.40)$$

Les quantités J_e , J_w , J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). Le terme est supposé être constant dans le volume de contrôle, est évalué au centre du volume de contrôle.

2.7.1.1. Schémas numériques

Nous allons présenter une forme générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux total de convection et diffusion est calculé par une fonction $A(|P|)$, on peut écrire l'équation discrétisée sous forme compact comme :

$$A_p \phi_p^{n+1} = A_E \phi_E^{n+1} + A_W \phi_W^{n+1} + A_N \phi_N^{n+1} + A_S \phi_S^{n+1} + b \quad (2.41)$$

Avec:

$$\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(-F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(-F_s, 0) \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$b = \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta\tau} \right) \Delta X \Delta Y$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta\tau} \quad (2.43)$$

$$F_e = U_e \Delta Y$$

$$F_w = U_w \Delta Y$$

$$F_n = U_n \Delta X$$

$$F_s = U_s \Delta X$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X$$

$$(2.45)$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}.$$

Où: (F_e, F_w, F_n, F_s) , (D_e, D_w, D_n, D_s) et (P_e, P_w, P_n, P_s) sont respectivement les flux convectifs, diffusifs, et les nombres de Peclet aux interfaces e, w, n, s .

- **Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques**

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Tableau 2.2. Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Schéma	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrées	$1-0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max}[0, 1 - 0.5 P]$
Power Law	$\text{Max}[0, (1 - 0.1 P)^5]$
Exponentiel	$ P /[\exp(P) - 1]$

Références

- [1] O. G. Martynenko Pavel, P. Khramtsov. Free-Convective Heat Transfer. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Allemagne, (2005).
- [2] A. M. Lankhorst. Laminar and turbulent natural convection in cavities numerical modeling and experimental validation". Thèse de Doctorat, Université de Delft, Pays-Bas, (1991).
- [3] J. Salat, S. Xin, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot and P. Le Quéré. Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. Int. J. Heat and Fluid Flow 25, pp. 824-832. (2004).
- [4] H.S. Dol, K. Hanjalić and S. Kenjeres. A comparative assessment of the secondmoment differentiel and algebraic models in turbulent natural convection. Int. J. Heat and Fluid Flow 18, pp. 4-14. (1997).
- [5] G. de Gassowski, S. Xin et O. Daube. Bifurcations et solutions multiples en cavité 3D différentiellement chauffée. C. R. Mécanique 331, pp 705-711. (2003).

-
- [6] A.K. Sharma, K. Velusamy, C. Balaji and S.P. Venkateshan. Conjugate turbulent natural convection with surface radiation in air filled rectangular enclosures. *Int. J. Heat Mass Transfer* 50, pp. 625-639. (2007).

Chapitre

3

Méthodes Numériques et validation

3.1. Introduction

Le but de cette partie, est d'évaluer le comportement d'un écoulement turbulent, en régime instationnaire, utilisant le modèle de turbulence *k-epsilon*. Cette partie est consacrée principalement aux différentes étapes numériques pour la résolution de l'écoulement dans une cavité trapézoïdale fermée: le maillage, la méthode de résolution, le choix des conditions aux limites, et le post-traitement des résultats. Le développement des techniques numériques a servi à mettre au point des codes traitant tous les problèmes de mécanique des fluides, notamment : le transfert de chaleur, et la turbulence.

Dans la présente étude, le logiciel de CFD utilisé, pour la réalisation de la simulation numérique en mécanique des fluides (**C**omputational **F**luid **D**ynamics CFD) se nomme FLUENT 6.2 peut simuler la turbulence et du transfert de chaleur. Il utilise la méthode des volumes finis, nécessitant un maillage conçu par le logiciel « GAMBIT 2.1 ». GAMBIT est le modèleur associé à FLUENT où l'on décrit la géométrie et le maillage du problème à traiter ainsi que le type des conditions aux limites. Il permet aussi de définir le type des différentes frontières du système ainsi que la nature du (des) domaine(s) décrit(s) globalement (solide ou fluide). Dans notre étude les six frontières sont considérées comme des parois indépendantes, donc on les nomme et on leur donne un type (ici Wall «paroi »). FLUENT est écrit en langage C et globalement la démarche numérique utilisée s'initie par la lecture de la géométrie et le maillage, on passe après au type de solveur, pour notre cas c'est un solveur « segregate » avec une formulation implicite pour un cas bidimensionnel

en régime instationnaire, puis la discrétisation des équations modélisantes dans le menu « Solve », la résolution des systèmes d'équations discrétisées et enfin le post-traitement.

On initialise l'ensemble des variables à calculer sur tous les points du maillage, c'est à dire la pression, les composantes de la vitesse et la température. Ensuite on gère la progression du calcul itératif par le biais du suivi des résidus des équations se rapportant à chacune des variables.

Donc sous FLUENT, le travail va consister à assurer successivement

- Le choix des équations traitées
- La description des conditions aux limites
- La gestion de la résolution
- L'analyse des résultats

Les étapes pour le déroulement des simulations sur les deux logiciels Gambit (2.1) et FLUENT (6.2) sont résumées sur la Figure 3.1.

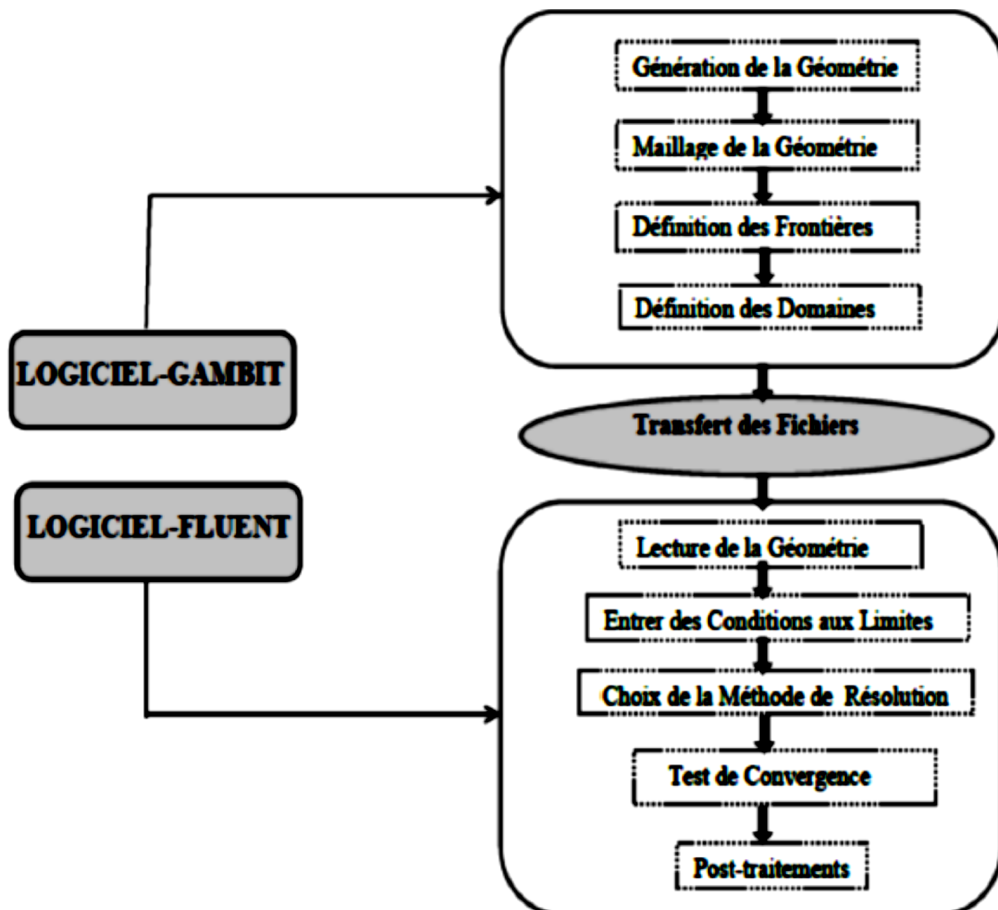


Figure 3.1. Etapes de résolution suivies par GAMBIT et FLUENT.

3.2. Maillage

Dans notre étude, on a choisi un maillage bidimensionnel structuré. Ce maillage a été réalisé avec des cellules dont la taille variait progressivement, fin sur les parois pour assurer une bonne résolution dans les régions à fort gradient de température et vitesse. La figure 3.2 montre une partie de la cavité en maillage structuré non uniforme serré près des frontières des parois.

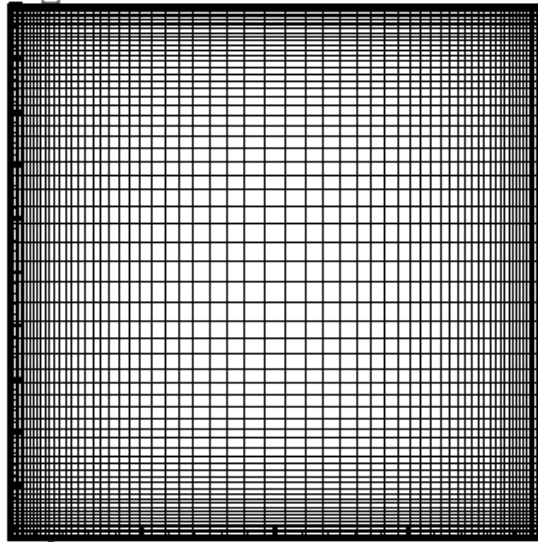


Figure 3.2. Maillage non uniforme à l'intérieur de la cavité avec Gambit 2.1.

3.3. Conditions initiales et conditions aux limites : CL (CFD FLUENT)

Pour résoudre les équations, on a besoin de définir les conditions aux limites aux parois. Cinq types de conditions aux limites thermiques sont disponibles sur FLUENT:

- 1- Un flux de chaleur imposé
- 2- Une température imposée
- 3- Transfert thermique convectif
- 4- Transfert thermique radiatif externe
- 5- Combinaison du transfert thermique radiatif et convectif (condition mixte)

FLUENT prend par défaut la valeur de la pression atmosphérique. Pour le domaine fluide on utilise l'air, les propriétés du fluide sont tabulées dans le tableau suivant, ils ont été pris à la température initiale $T = 283\text{K}$.

Tableau 3.1 Propriétés de fluide air

ρ (kg/m ³)	C_p (J/kg.K)	k (W/m.K)	μ (kg/m.s)
1.244575	1005.815	0.0249085	$1.7714 \cdot 10^{-5}$

Dans notre étude les conditions aux limites qui peuvent être rencontrées.

1. Les deux parois latérales inclinées sont maintenues à un gradient de température de $\Delta T=20^\circ\text{C}$, les autres parois de la cavité sont adiabatiques, et on impose une condition dynamique d'adhérence aux parois ($u = v = 0$ m/s).

3.4. Discrétisation et Résolution

Les équations sont traitées séquentiellement (méthode segregated), la procédure numérique retenue par FLUENT pour la résolution des équations gouvernant la convection naturelle avec les conditions aux limites imposées, est basée sur la méthode des volumes finis. Cette méthode a l'avantage de satisfaire la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans tous les volumes finis ainsi dans tout le domaine de calcul. Elle consiste en :

- Division du domaine en volumes de contrôle discrets.
- Intégration des équations qui régissent sur les volumes de contrôle élémentaires pour construire des équations algébriques pour les variables discrètes dépendantes telles que vitesses, pression, température, et les scalaires conservées.
- Linéarisation des équations discrétisées et la solution du système d'équations linéaires résultant pour obtenir des valeurs actualisées des variables dépendantes.

La discrétisation des équations peut être illustrée plus facilement en considérant l'équation de conservation de quantité de mouvement d'une quantité scalaire. Ceci est montré dans l'équation suivante écrite sous forme intégrale pour un volume de contrôle arbitraire V , dans le cas instationnaire comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \varphi dV + \iiint \nabla \vec{U} \varphi dV = \iiint \nabla (\Gamma_\varphi \text{grad} \varphi) dV + \iiint S_\varphi dV \quad (3.1)$$

φ : Représente une quantité scalaire.

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varphi)$: Terme temporel.

$\nabla \vec{U} \varphi$: Terme de convection.

$\nabla(\Gamma_\varphi grad\varphi)$: Terme de diffusion.

S_φ : Terme de source.

Le terme de gradient de pression, qui ne peut être classé ni comme terme de convection ni comme terme de diffusion est généralement incluse dans le terme source. Après et à l'aide du théorème de Green- Ostrogradsky, les intégrales de volume sont convertis en intégrales sur la surface.

La discrétisation de l'équation (3.1) dans le cas stationnaire nous donne pour chaque volume de control l'équation :

$$\sum_f^{N_{faces}} \rho \vec{u} \varphi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\varphi (\nabla \varphi)_n \cdot \vec{A}_f + S_\varphi V \quad (3.2)$$

N_{faces} : Nombre de face entourant la cellule

φ_f : Valeur de la quantité scalaire à travers la face f

$\rho \vec{u} \varphi_f \cdot \vec{A}_f$: Débit massique à travers la face

\vec{A}_f : Surface de la face f

V : Volume de la cellule

Par défaut FLUENT stocke les valeurs discrètes de la pression, de la vitesse et de la température au centre des cellules, schéma collocatif décrite par Rhie et Chow [1]. Comme le calcul de la pression, de la vitesse et de la température sur les faces est nécessaire pour exprimer le terme de convection et de pression. Ces valeurs vont être interpolées à partir des valeurs au centre des cellules. Ceci est accompli en utilisant un schéma décentré. FLUENT dispose de plusieurs schémas décentrés : 1^{er} ordre, second ordre, loi de puissance, schéma type Quick.

Nous développerons dans cette partie les schémas utilisés lors de notre étude.

3.4.1. Calcul de la vitesse sur les faces

Le schéma utilisé est le schéma « upwind », ce schéma prend en considération la direction de l'écoulement pour déterminer les grandeurs convective sur les faces des volumes de contrôles. Le schéma amont d'ordre un permet une certaine stabilité mais il est responsable de diffusion numérique, donc on a choisi le schéma du 2nd ordre (schéma décentré amont), ce dernier minimise la diffusion numérique mais peut faire diverger le calcul. Pour ce type de schéma, la grandeur sur la face est calculée en interpolant par rapport aux valeurs des cellules les plus proches par un schéma décentré amont du second ordre.

3.4.2. Calcul de la pression sur les faces

En utilisant le schéma force de volume pondéré « Body Force Weighted » ce type de schéma est recommandé pour les écoulements impliquant d'importantes forces de volume.

3.4.3. Couplage pression-vitesse

L'algorithme le plus universel et le plus utilisé est l'algorithme SIMPLE de Patankar et Spalding [2]. Il est employé pour le couplage vitesse-pression dans le cas instationnaire l'algorithme le plus recommandé est l'algorithme PISO, il fait partie de la famille des algorithmes de SIMPLE. Le principe de cet algorithme est d'effectuer deux corrections sur la procédure requises par SIMPLE à l'intérieur et au niveau de l'équation de correction de pression [3]. La discrétisation des termes convectifs et l'interpolation de la pression respectivement. En plus des résidus de calcul, l'évolution de la pression statique a été suivie dans des endroits donnés pour assurer la convergence et la stabilité de la solution. Les résidus étaient dans la gamme $10^{-4} : 10^{-5}$. Une moyenne de 15 itérations était nécessaire pour obtenir la convergence, et 85160 itérations pour arriver à la température surfacique.

3.4.4. Discrétisation temporelle

Les équations de système sont linéarisées de façon implicite (l'avantage de l'implicite est que le régime est inconditionnellement stable par rapport à la taille de pas de temps), la discrétisation temporelle adoptée pour résoudre le système des équations est une méthode d'Euler implicite du seconde ordre pour la dérivation en temps.

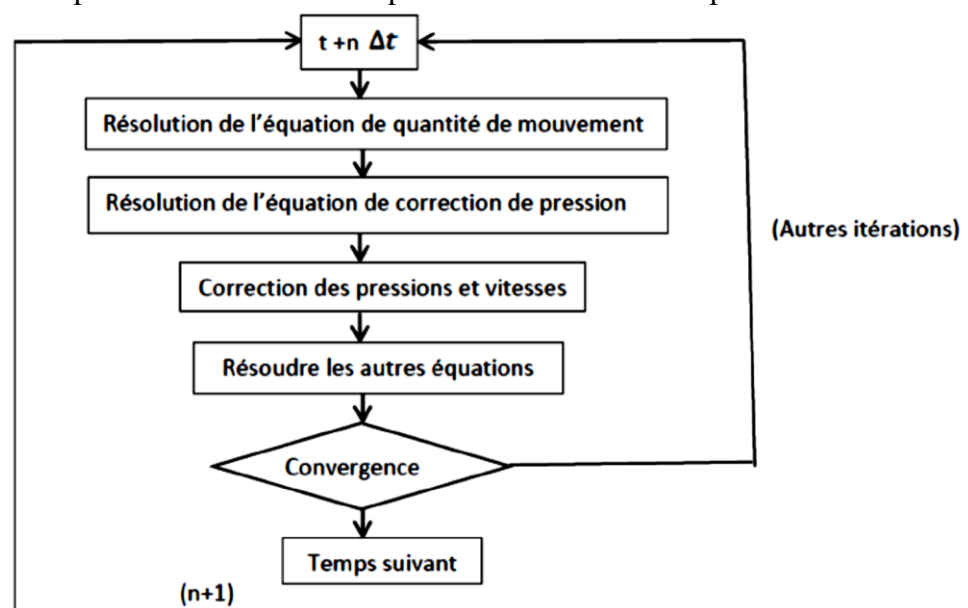


Figure 3.3 Système d'itération du temps

3.4.5. Choix du pas de temps

FLUENT propose qu'on ajuste pour que le système ait convergence après 15 à 30 itérations en augmentant le nombre d'itérations nécessaire à la convergence.

3.4.6. Sous-relaxation

La non-linéarité des équations impose la sous-relaxation des valeurs obtenues à chaque itération. La nouvelle valeur de la variable φ_{n+1} dépend de l'ancienne valeur φ_n du coefficient de sous-relaxation défini par l'utilisateur α et la différence entre la valeur calculée avant sous-relaxation et l'ancienne valeur $\Delta\varphi$:

$$\varphi_{n+1} = \varphi_n + \alpha\Delta\varphi \quad (3.3)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{cal} - \varphi_n \quad (3.4)$$

φ_n : est la valeur de la variable φ à l'itération (n)

φ_{n+1} : est la valeur de la variable φ à l'itération ($n+1$)

φ_{cal} : est la valeur de la variable φ calculée durant l'itération ($n+1$)

α : est le facteur de relaxation, sa valeur est comprise entre 0 et 1

Ceci nous permet de contrôler et de réduire le changement produit pour chaque itération d'une variable de l'écoulement φ .

Pour les différents cas simulés, les critères de résolution (préconisés par FLUENT dans le cas de la convection naturelle) et les coefficients de sous-relaxation utilisés sont présentés dans le tableau 3.2.

Tableau 3.2 Critères de résolution et coefficients de sous-relaxation utilisés

	Facteur de Relaxation	Type de Discrétisation
Pression	0.3	Body force weighted
Masse volumique	1	X
Force de gravité	1	X
Quantité de mouvement	0.7	2 nd order upwind
Energie	1	2 nd order upwind
Couplage Pression-Vitesse	X	SIMPLE

3.4.7. Résolution

La discrétisation des équations différentielles régissant les phénomènes d'écoulement permet de transformer les équations différentielles en un système d'équations linéaires avec une équation par cellule. Le système d'équations linéaires s'écrit sous forme matricielle $AX = B$ où les inconnues qui constituent la matrice colonne X sont les variables au centre des cellules.

Ces équations algébriques peuvent être résolues par n'importe quelle méthode de résolution. Pratiquement les méthodes les plus utilisées pour la résolution des problèmes tridimensionnels sont :

- La méthode de Gauss-Seidel (résolution point par point).
- La méthode de résolution ligne par ligne d'élimination de Gauss (la méthode TDMA).

Pour résoudre ce système d'équation, FLUENT utilise un solveur d'équations linéaires implicites (Gauss-Seidel) en conjonction avec une méthode multi-grille algébrique (AMG) pour accélérer la convergence. Cette méthode permet de réduire le nombre d'itérations, et le temps nécessaire à la convergence de CPU.

3.4.8. Tests de convergence

La convection naturelle est un phénomène difficile à simuler numériquement en régime stationnaire puisque les champs de vitesse et de pression dépendent essentiellement du champ de température.

On a adopté la résolution en régime instationnaire où on cherche la solution à tout instant (Ce qui nécessite de faire converger la solution pour chaque pas de temps).

3.5. Validation des résultats

Plusieurs études numériques et expérimentales, ont été concentrées sur la convection dans des cavités rectangulaires, vue leurs simplicités géométriques et leurs présences dans plusieurs applications industrielles telles que : le refroidissement des composants électroniques, les pertes de chaleur dans les collecteurs solaires et la ventilation des constructions.

La présente étude a pour objectif la détermination des caractéristiques thermiques et dynamiques à l'intérieur d'une cavité trapézoïdale, dont les parois horizontales sont adiabatiques, et les parois latérales sont portées à des températures uniformes et différentes et chaque fois en inclinant les parois latérales par des angles différents. L'effet de la

poussée thermique est seulement apparent dans l'équation de la quantité de mouvement suivant la direction verticale.

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus dans le présent travail, une validation du code numérique a été faite en prenant en compte certaines études expérimentales et numériques disponibles dans la littérature. Le résultat expérimental d'Ampofo et al. [4], et numérique de Khalil Lasfer et al. [5] obtenus dans le cas d'une cavité carrée en 2D contenant l'air, ont été utilisés pour tester notre simulation par Fluent.

La comparaison a été faite en considérant un nombre de Rayleigh $1,58 \times 10^9$. La comparaison de profils de vitesse V le long du plan médium (figure 3.4) présente une excellente concordance. Comme c'est illustré à la figure 3.4, les résultats de notre code pour le cas d'une cavité carrée ont montré un bon accord avec ceux publiés par F. Ampofo et T. G. Karayiannis [4] expérimental, et Khalil Lasfer et al. [5] numérique utilisant le modèle de turbulence $k-\omega$.

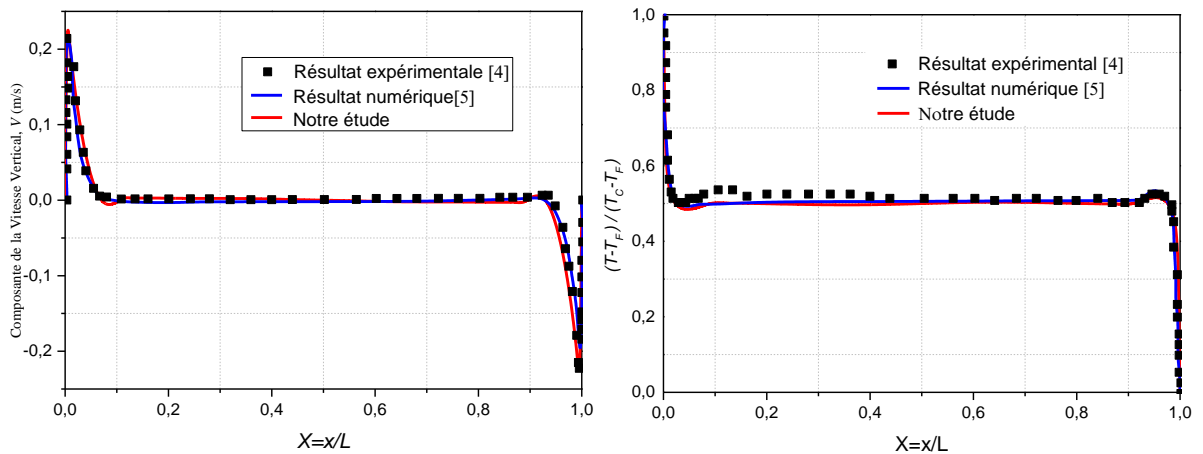


Figure 3.4 Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimental et numérique

3.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à décrire l'approche numérique que nous avons utilisée. Nous avons décrit la résolution numérique adoptée qui permettra d'aboutir aux résultats qui seront présentés par la suite. Et faire une validation avec des résultats expérimental et numérique.

Références

- [1] W.L, Chow, C.M.Rhie. Numerical study of the turbulent past an airfoil with trailing edge separation. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA journal). Vol. 21, pp. 1525-1532. (1983).
- [2] Patankar S, Spalding D. (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. Int. J. heat and Mass transfer. Vol. 15, pp. 1787-1806.
- [3] Patankar S. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. McGraw-Hill, New-York.
- [4] F. Ampofo and T.G. Karayiannis. Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity. Int. J. Heat Mass Transfer 46, pp. 3551-3572. (2003).
- [5] K. Lasfer, M. Bouzaiane, T. Lili. Etude numérique de la convection naturelle turbulente dans une cavité trapézoïdale. 13^{èmes} Journées Internationales de Thermique. Albi, France du 28 au 30 Août 2007.

Chapitre

4

Résultats et discussion

Dans ce chapitre nous avons effectué des simulations numériques de convection naturelle dans une cavité fermée, et comportant des parois horizontales adiabatiques, des parois latérales inclinées par de différents angles d'inclinaison α , qui sont maintenues à des températures imposées constantes, et, le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ a été intégré dans notre code de calcul. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement à l'aide d'une méthode aux volumes finis se basant sur l'algorithme SIMPLE. Le modèle élaboré est d'abord validé à partir des résultats expérimentaux et numériques dans le cas d'un écoulement turbulent dans une cavité carrée. On présente le champ dynamique et thermique de l'écoulement. Le champ de vitesse ainsi caractérisé donne le comportement dynamique de l'air en mouvement avec le développement des couches limites et la formation de zones de recirculations inattendues, dans le cœur de la cavité et les couches limites en développement le long des parois actives et du plafond. Les calculs sont menés pour un nombre de Rayleigh, $Ra_t = 2.5 \times 10^{10}$ et pour des valeurs de α comprises entre 70° et 110° .

4.1. Champ thermique et dynamique de l'écoulement

4.1.1. Champs lignes de courant, des isothermes et des iso-lignes de l'énergie cinétique turbulente

Les figures 4.1 à 4.5, illustrent la distribution des lignes de courant, des isothermes et des iso-lignes de l'énergie cinétique turbulente. Nous remarquons que l'écoulement présente

un aspect parallèle et une stratification thermique prononcée au cœur de la cavité et que la majeure partie de l'écoulement se déplace au niveau des parois latérales ; ceci se traduit par la formation d'une couche limite aux proximités de ces parois. On peut distinguer aussi que les lignes de courant deviennent de plus en plus distordues dans la partie supérieure ou la partie inférieure de la cavité, respectivement si on augmente ou on diminue l'inclinaison à partir de $\alpha = 90^\circ$. Cette structure est accompagnée par des zones de recirculation dans le coin inférieur droit et le coin supérieur gauche de la cavité. Ces zones de recirculation sont trouvées par Khalil [1].

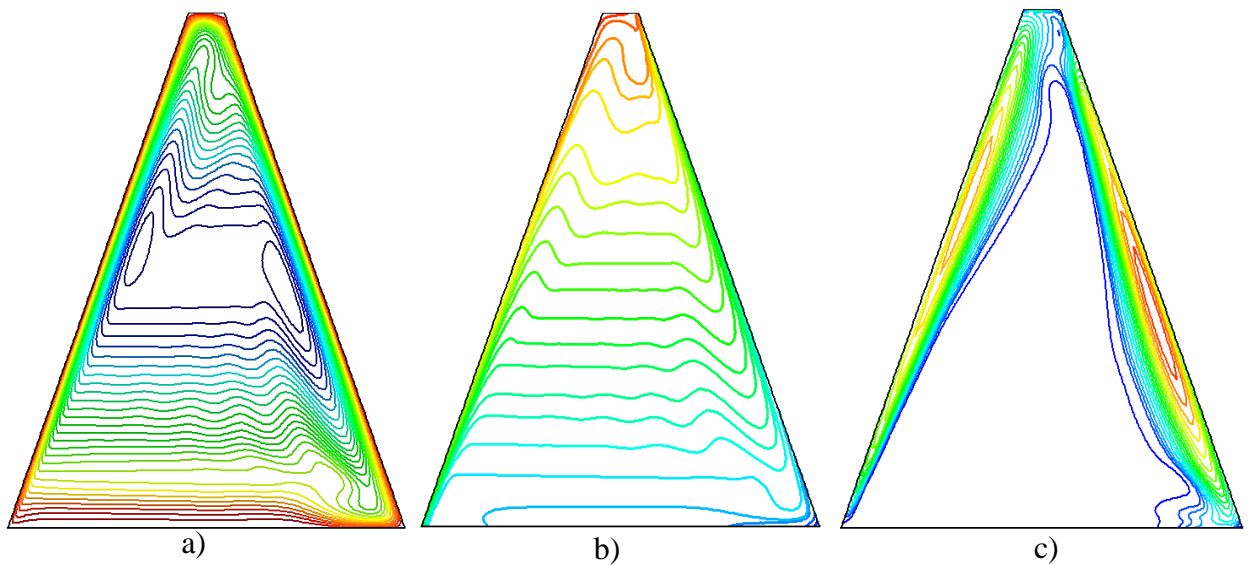


Figure 4.1. a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=70^\circ$

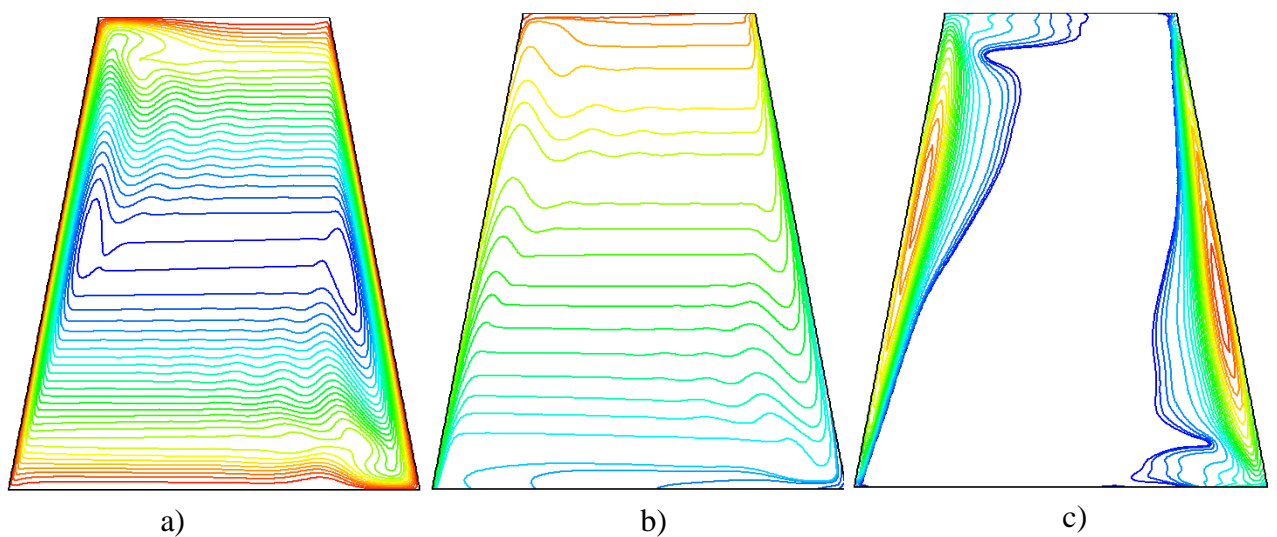


Figure 4.2. a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=80^\circ$

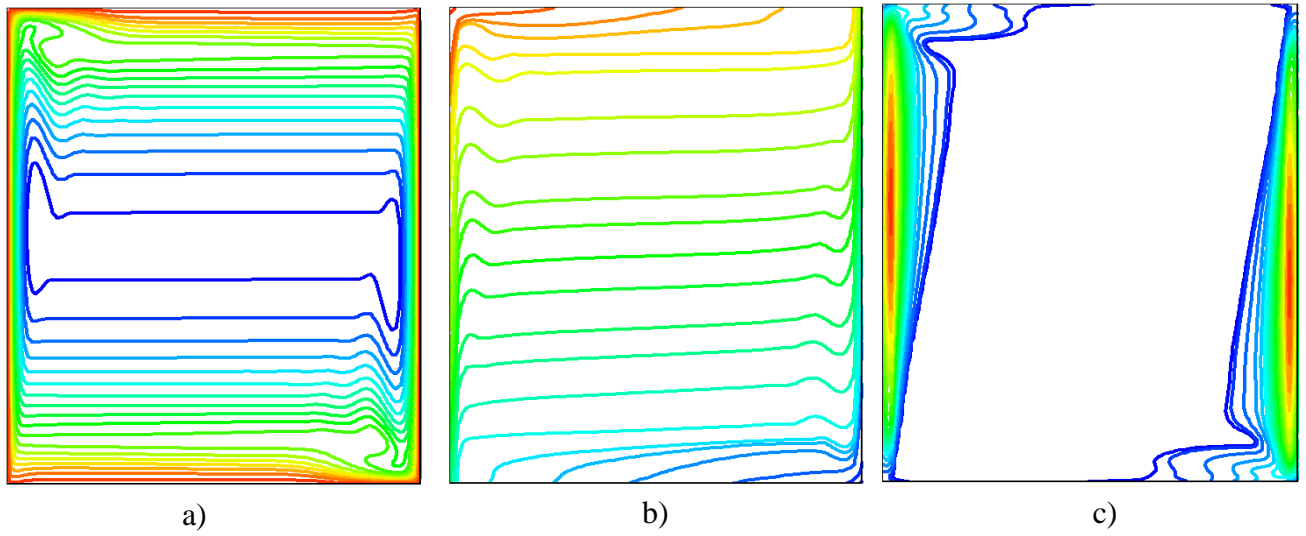


Figure 4.3. a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=90^\circ$

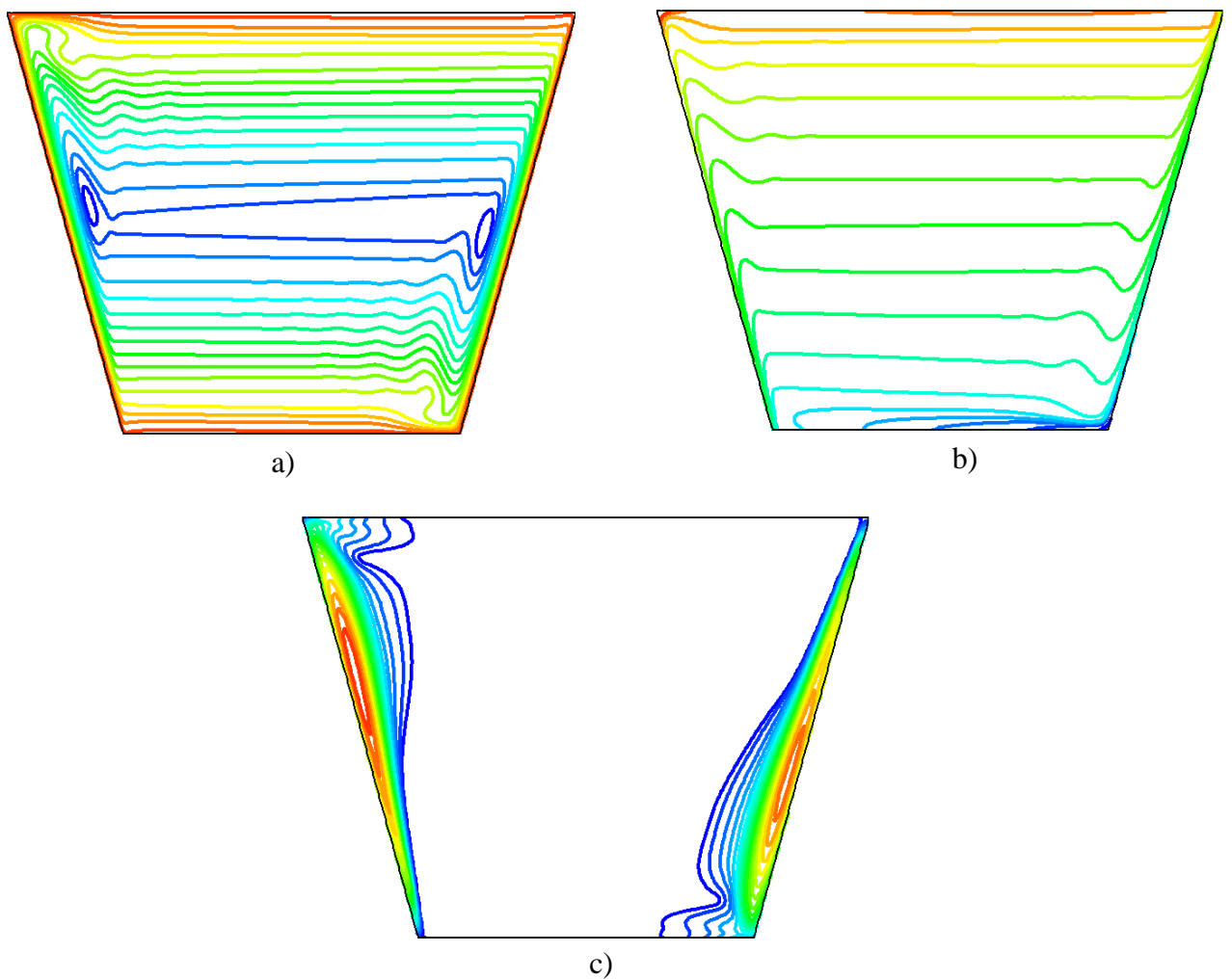


Figure 4.4. a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=100^\circ$

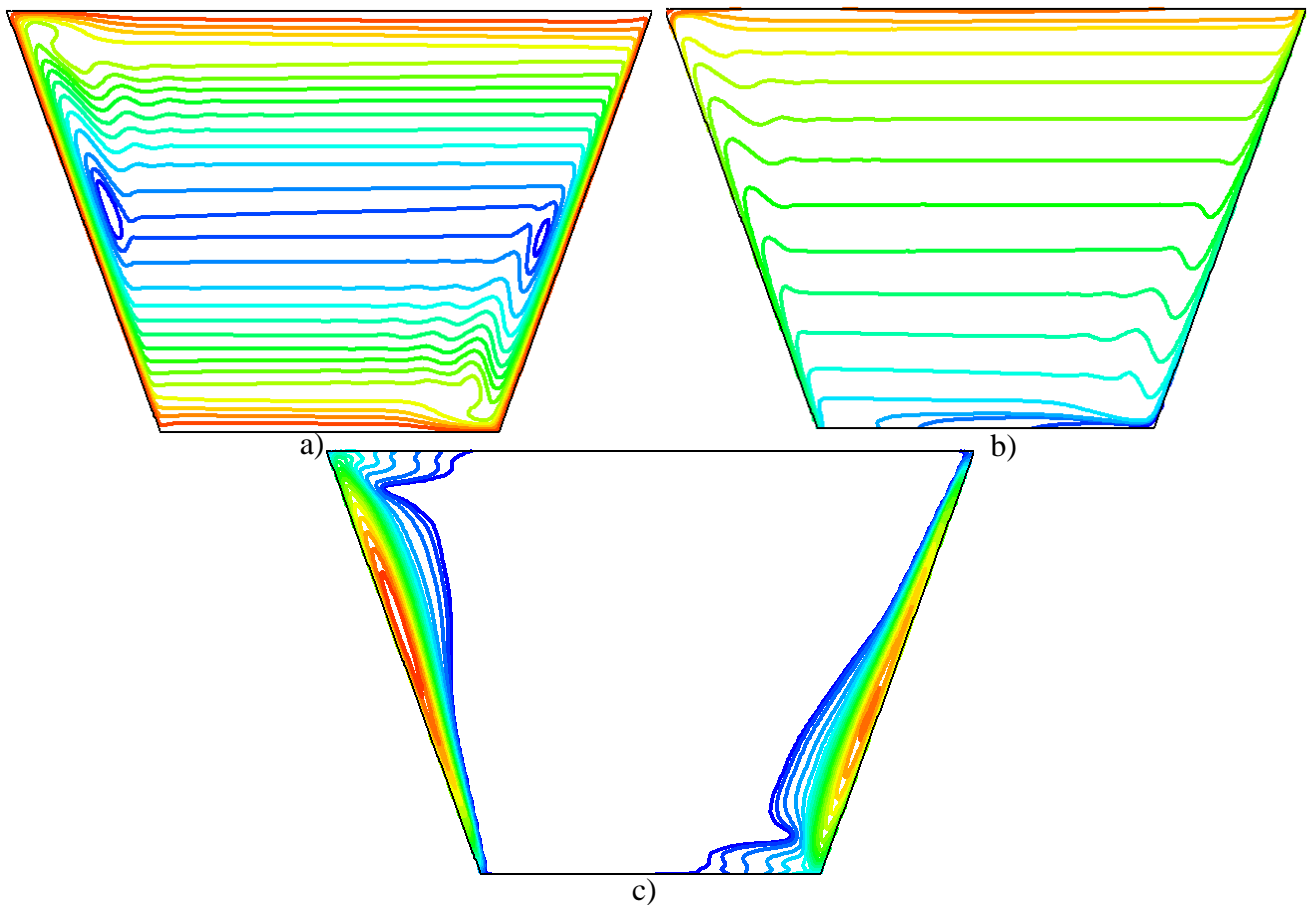


Figure 4.5. a) Lignes de courants, b) Isothermes, c) Isolignes de l'énergie cinétique turbulente pour $\alpha=110^\circ$

4.1.2. Profils de température, et des vitesses verticale et horizontale

Pour plus de détail, nous avons représenté sur les figures 4.6 et 4.7 les profils de la température moyenne et de la vitesse verticale moyenne à mi-hauteur de la cavité ($Y=0.5$). Nous remarquons que tous les angles ont la même température moyenne de l'air dans le cœur de la cavité. En allant de la paroi chaude vers la paroi froide, le profil de la température moyenne montre une diminution brusque de la température près de la paroi chaude, ensuite une stabilisation et à nouveau, une diminution rapide près de la paroi froide. Les chutes de la température se font à l'intérieur des couches limites qui se développent au voisinage des parois verticales. On peut remarquer l'épaisseur de la couche limite thermique près de la paroi chaude et froide démunie avec l'augmentation de l'angle de l'inclinaison. Contrairement à la vitesse moyenne, nous constatons une augmentation rapide de la vitesse verticale moyenne près de la paroi chaude, et une diminution brusque de celle-ci près de la paroi froide. Dans le reste de la cavité, la vitesse est uniforme. On signale un maximum de 0.15. On note aussi que l'épaisseur de la couche limite dynamique démunie lorsque l'angle d'inclinaison augmente.

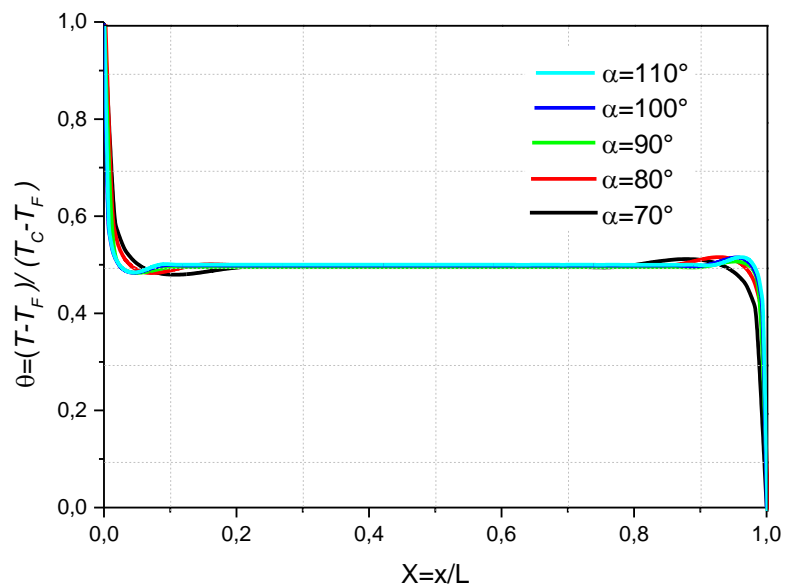


Figure 4.6. Profil de la température moyenne à Y=0.5

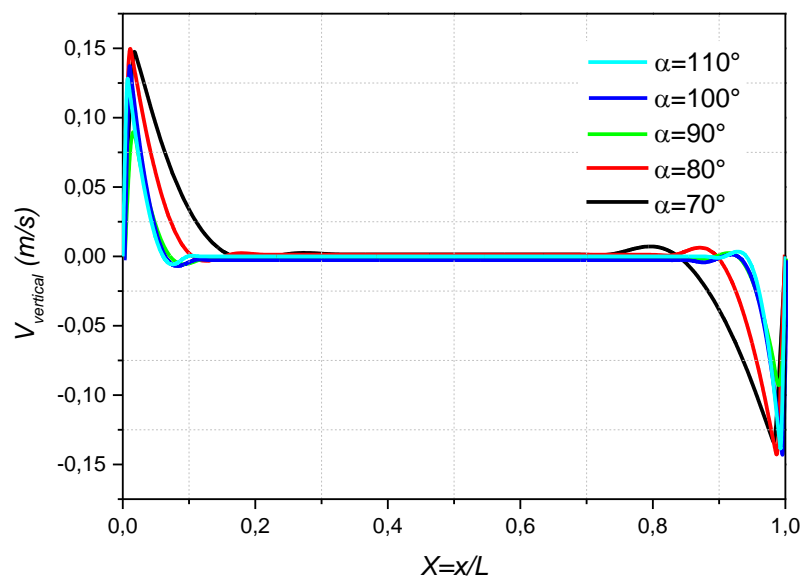


Figure 4.7. Profil de la vitesse verticale moyenne à Y=0.5

La figure ci-dessus figure 4.8, montre le profil de la vitesse horizontale pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison. Il est clair que les vitesses les plus élevées sont situées près de la paroi chaude adjacente à la paroi horizontale supérieure, et les vitesses les plus faibles se situent près de la paroi froide adjacente à la paroi horizontale inférieure. A l'intérieur de la cavité, et à cause de la stratification thermique stable, les valeurs des vitesses sont plus au moins comparables dans les différents angles. A la paroi plafond

l'écoulement se représente se forme d'un jet et la vitesse initiale est maximale en amont du jet.

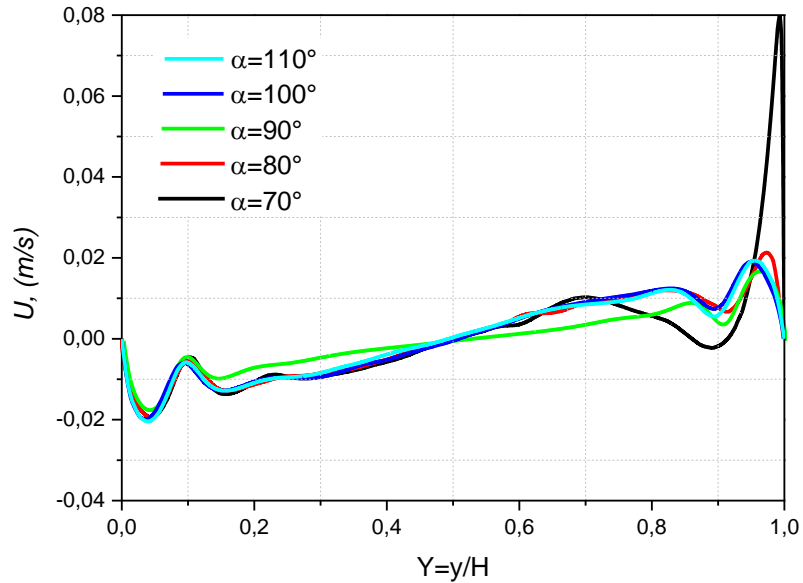


Figure 4.8. Profil de la vitesse horizontale moyenne

4.1.3. Evolution de l'épaisseur de la couche limite chaude en fonction de l'angle

La figure 4.9 représente l'évolution de l'épaisseur de la couche limite en fonction de l'angle d'inclinaison. On remarque que l'épaisseur de la couche limite thermique décroît dans la région turbulente lorsqu'on remonte l'angle de la paroi latérale chaude. La diminution de la température maximale et de l'épaisseur de la couche limite est due à la diminution de débit à cause de l'apparition de l'écoulement redescendant en frontière de la couche limite turbulente chaude, qui alimente la couche limite froide.

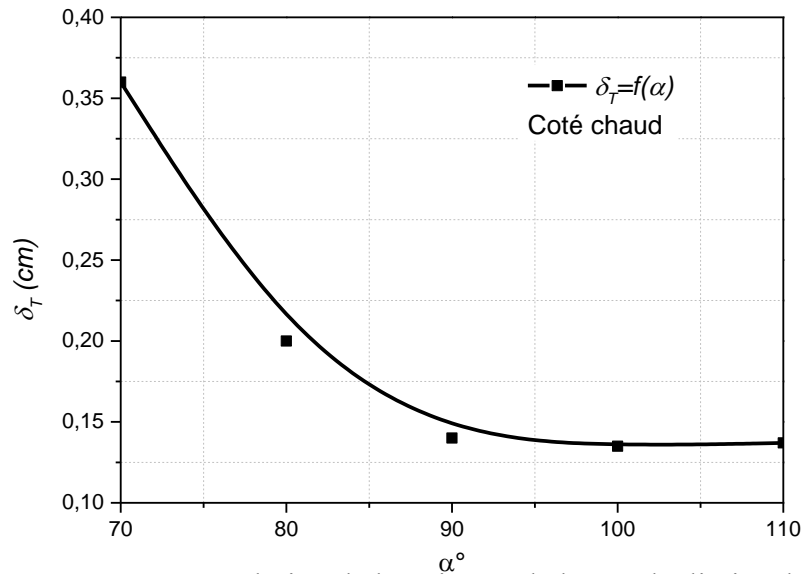


Figure 4.9. Evolution de l'épaisseur de la couche limite chaude en fonction de l'angle

4.2. Quantités turbulentes

4.2.1. Energie cinétique turbulente

La figure 4.10 représente le profil de l'énergie cinétique turbulente à partir des fluctuations rms des composantes horizontale et verticale de la vitesse. On remarque que l'énergie cinétique turbulente est distribuée dans les couches limites où elle a des valeurs importants dans les zones près des parois actives. Au-delà de ces zones l'énergie cinétique diminue peu à peu.

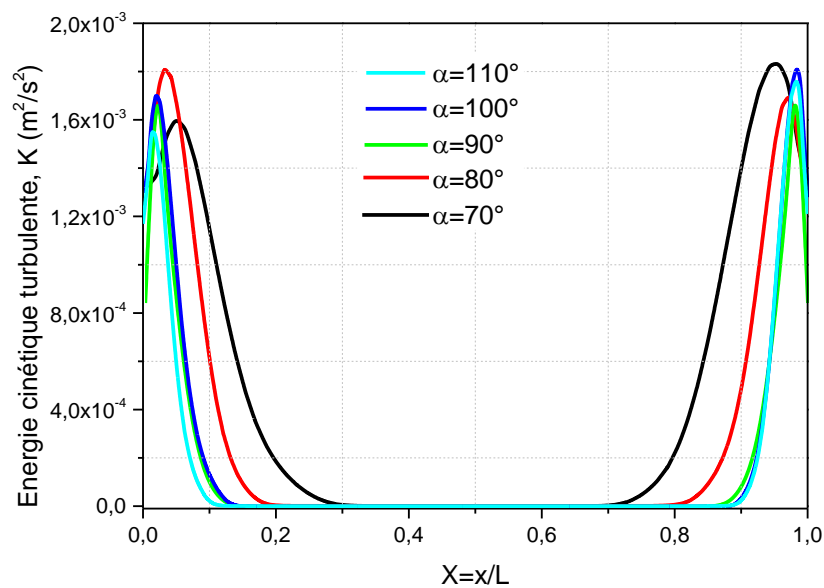


Figure 4.10. Profil de l'énergie cinétique turbulente à $Y=0.5$

4.3. Champs thermique des écoulements de convection naturelle

Dans ce qui suit, nous présentons la stratification thermique effectuée dans la cavité. Les profils de température à différents angle d'inclinaison sont commentés et la quantification des transferts de chaleur qui ont lieu dans la cavité.

Toutes ces études ont été menées pour un nombre de Rayleigh ($Ra = 2.52 \times 10^{10}$).

4.3.1. Stratification thermique

Un profil vertical est présenté dans le plan médian sur toute la hauteur de la cavité pour les angles 70° , 80° , 90° , 100° , 110° .

S est le paramètre de stratification thermique adimensionnel caractérisant des écoulements en espace confiné :

$$S = \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{X=0} \quad (4.1)$$

La figure 4.11 présente les profils verticaux de la température au centre de la cavité pour différents angle d'inclinaison. Ces profils sont linéaires au cœur de la cavité, et on retrouve la tendance centro-symétrique de ce type d'écoulement. Cette linéarité disparaît Lorsque l'on s'approche du plafond ou du plancher cette linéarité disparaît à cause de jet pariétal.

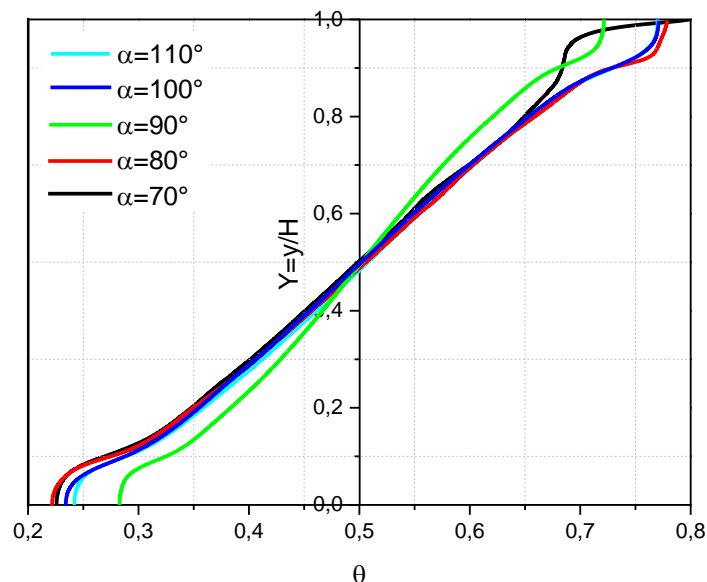


Figure 4.11. Stratification thermique pour différents angle d'inclinaison

4.4. Transferts de chaleur le long des parois actives

4.4.1. Variation des nombres de Nusselt locale sur la paroi chaude

D'après l'évolution des flux (Nusselt) locaux présenté sur la figure 4.12. On trouve que le nombre de Nusselt est maximal en bas de la paroi chaude où l'épaisseur de la couche limite thermique est faible. On remarque dans cette figure que la recirculation du fluide près du plafond et du plancher indique deux différentes zones:

- Pour les angles 70° et 100° le flux de chaleur le long de la paroi chaude croit et décroît quand z augmente à cause de l'existence d'une zone de recirculation près du plancher.
- Pour les angles 80° , 90° , 110° le flux de chaleur le long de la paroi chaude décroît (presque quasi-linéairement) quand z augmente ; Le régime d'écoulement est turbulent dans cette région.

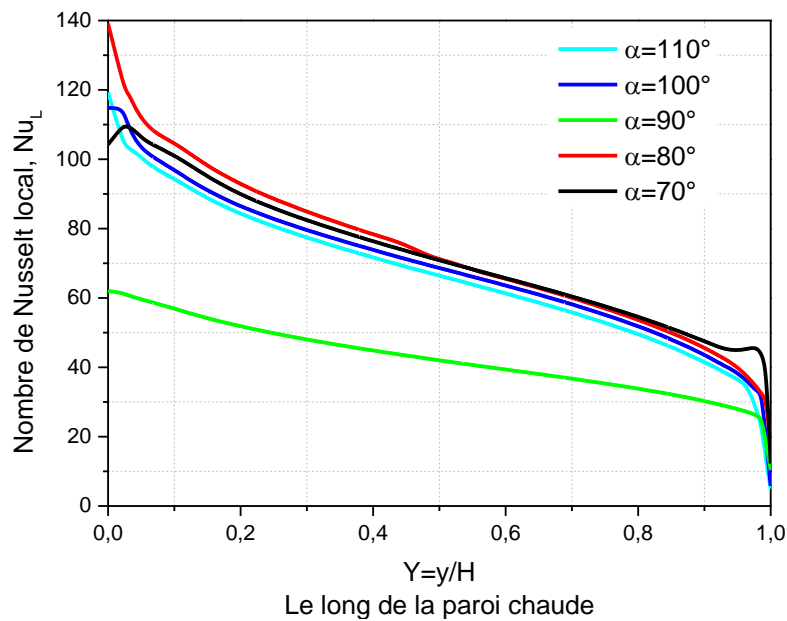


Figure 4.12. Distribution de nombre de Nusselt local le long de la paroi chaude pour différents angles

4.4.2. Variation des nombres de Nusselt moyen sur les parois latérales

L'intensité de transfert de la chaleur à travers les parois latérales est donnée par la figure 4.13, qui présente la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'inclinaison. Pour la paroi chaude, la variation de l'intensité de l'énergie gagnée est faible et présente une valeur maximale pour le cas où la cavité est rectangulaire ($\alpha = 90^\circ$). En effet le facteur dominant qui permet cette allure est le terme moteur de la convection naturelle $\beta \Delta T g \cos(\alpha)$, dont l'intensité est d'autant plus intense que l'inclinaison tend vers 90° . Tandis que pour la paroi froide, une augmentation de l'inclinaison, illustre une décroissance remarquable de l'intensité de l'énergie perdue. En effet, le coin supérieur droit devient de plus en plus aigu et la longueur de la base supérieure de la cavité augmente. De ce fait, les particules fluides qui quittent la paroi chaude perdent assez de la chaleur avant d'adhérer à la paroi froide ; de plus la quantité de fluide emprisonnée dans le coin supérieur droit oblige une partie des particules fluides à ramper sur la base supérieure avant d'adhérer partiellement à la paroi.

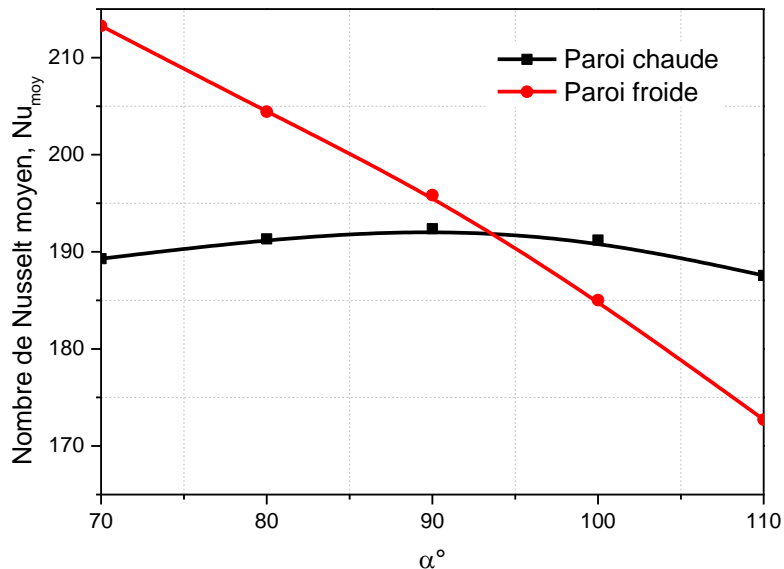


Figure 4.13. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de l'inclinaison

4.5. Intensité maximale du courant

Sur la figure 4.14 sont reportées les valeurs de l'intensité maximale du courant Ψ_{max} , relatives aux différentes valeurs de α . Le profil obtenu est largement influencé par l'angle d'ouverture des coins inférieur gauche et supérieur droit. Nous remarquons que le profil de la fonction Ψ_{max} , augmente avec l'inclinaison sauf pour les valeurs de α comprises entre 70° et 90° . En effet, si on augmente l'inclinaison, le coin inférieur gauche devient de plus en plus obtus et participe à transmettre aisément l'écoulement à la paroi chaude malgré le ralentissement préalablement provoquée par le coin supérieur droit. Quant aux valeurs de α

allant de 90° à 70° , l'intensité maximale du courant s'intensifie rapidement, et ceci peut être expliqué par le fait que le fluide froid semble être guidé par la région stagnante du fluide chaud dans le coin pointu gauche. De ce fait, les lignes de courant deviennent de plus en plus inclinées, indiquant qu'une partie de l'écoulement rampe sur la paroi horizontale inférieure sans passer par le coin inférieur gauche dont la contribution est de ralentir l'écoulement.

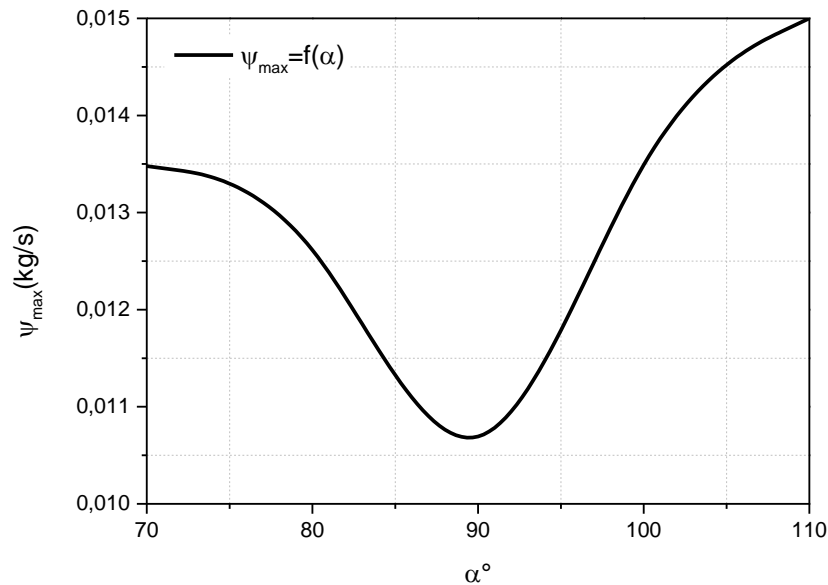


Figure 5.14. Profil de la fonction de courant maximale en fonction de l'inclinaison

4.6. Conclusion

Ce chapitre montre une caractérisation numérique des champs thermiques et dynamiques dans le cœur d'une cavité trapézoïdale différentiellement chauffée de grande taille dont le nombre de Rayleigh caractéristique est de l'ordre de 2.52×10^{10} . Cette simulation nous a permis de déterminer l'évolution de la stratification thermique dans la cavité différentiellement chauffée. Il ressort de notre simulation que la partie centrale de cette cavité est stratifiée thermiquement. Nous avons trouvé que l'évolution de la stratification thermique au cœur de la cavité est stratifiée en température (homogène). Cette linéarité disparaît lorsque l'on s'approche du plafond ou du plancher. Ceci s'explique principalement par le jet pariétal. L'état des couches limites le long de la paroi chaude est turbulent. Elles sont relativement épaisses à cause du renforcement du mouvement horizontal des grands tourbillons.

Le flux de chaleur local a été quantifié par la détermination du nombre de Nusselt. Nous avons remarqué que l'augmentation de la surface d'échange (parois latérales), à partir de $\alpha=90^\circ$ diminue le transfert de la chaleur. D'autre part, nous avons remarqué que le transfert de chaleur gagné est supérieur à celui perdu, pour les valeurs de α comprises entre 90° et 110° .

Référence

- [1] K. Lasfer, M. Bouzaiane, T. Lili. Etude numérique de la convection naturelle turbulente dans une cavité trapézoïdale. 13^{èmes} Journées Internationales de Thermique. Albi, France du 28 au 30 Août 2007.

Conclusion générale

Dans le cadre de notre travail, nous avons réalisé une simulation numérique bidimensionnelle des écoulements de convection naturelle d'air en cavité trapézoïdale différentiellement chauffée de type habitat. Pour cela, on a utilisé le code de calcul Fluent afin de résoudre les équations bidimensionnelles de Navier-stokes pour les fluides incompressibles.

La forme adimensionnelle des équations gouvernantes fait apparaître des paramètres de contrôle, à savoir ; le gradient de température, le rapport de forme de la cavité, le nombre de Prandtl et les nombre de Rayleigh (Ra), dont nous avons examiné l'influence sur la structure dynamique et thermique de l'écoulement, ainsi que sur le flux de chaleur convectif.

La gamme de variation de l'angle d'inclinaison pour laquelle nous avons simulé l'écoulement du fluide est de $[70^\circ, 110^\circ]$. Concernant le nombre de Prandtl, nous les avons fixés comme suit : $Pr = 0.71$.

Nous avons pu mettre en évidence le comportement de l'air en régime turbulent à l'intérieure d'une cavité trapézoïdale symétrique et différentiellement chauffée. Pour se faire, nous avons employé le modèle de turbulence $k-\epsilon$. Notre investigation a permis de mettre en évidence les effets de l'inclinaison sur l'intensité de l'écoulement dans la cavité et sur le transfert de chaleur à travers les parois latérales. Pour les valeurs de α allant de 70° à 110° , il a été montré que malgré l'intensification de l'écoulement le nombre de Nusselt moyen à travers les deux parois latérales décroît. De même, nous avons remarqué que l'augmentation de la surface d'échange (parois latérales), engendrée par la variation de

l'inclinaison à partir de $\alpha=90^\circ$ diminue le transfert de la chaleur, sauf pour la paroi froide (pour α comprises entre 70° et 90°). D'autre part, nous avons remarqué que le transfert de chaleur gagné est supérieur à celui perdu, pour les valeurs de α comprises entre 90° et 110° et vis versa pour les valeurs de α comprises entre 70° et 90° .

En conclusion, nous pouvons confirmer à travers cette étude l'influence directe de parois latérales sur la nature de l'écoulement de l'air en cavité trapézoïdale. Cette influence se traduit par la stratification de la masse d'air qui change en fonction des configurations c'est-à-dire l'angle d'inclinaison des parois latérales. D'autre part, nous avons mis en évidence l'influence de l'angle d'inclinaison, sur les phénomènes de convection et par conséquent sur la zone de déclenchement de l'instabilité turbulente.

Compte tenu de la cohérence de nos résultats avec ceux établis numériquement et expérimentalement, par d'autres nous avons réussi à valider le code de calcul Fluent pour les configurations étudiées avec le modèle $k-\varepsilon$ standard, et les volumes finis. Par conséquent, nous pouvons envisager dès lors, de traiter ce problème dans l'avenir avec l'introduction d'un code de calcul conçu sur la méthode de la simulation (large Eddy Simulation : LES), en se basant sur les résultats obtenus dans ce travail.

Les perspectives à venir de ce travail sont :

- Etudier l'influence du rapport de forme pour un nombre de Rayleigh élevé avec l'établissement d'une corrélation unique qui lie le nombre de Nusselt aux différents paramètres géométriques.
- Etudier l'influence du rayonnement de parois active sur la structure tourbillonnaire.
- Etudier l'influence du flux de chaleur imposé à la paroi active.
- Etudier de la convection naturelle dans une cavité inclinée, et vérifier l'effet de l'angle d'inclinaison.
- Etudier l'influence de la nature du fluide sur l'écoulement convectif.

Résumé

Dans ce mémoire, nous étudions le transfert de chaleur en convection naturelle turbulente dans une cavité bidimensionnelle à section trapézoïdale et isocèle (de hauteur $H = 2,5$ m) remplie d'air et dont les parois latérales sont différentiellement chauffées tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. Le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ à faible nombre de Reynolds a été intégré dans notre code de calcul. Le système d'équations gouvernant le problème est résolu numériquement par le code de calcul Fluent basé sur la méthode des volumes finis. En se basant sur l'approximation de Boussinesq. Le modèle élaboré est d'abord validé à partir des résultats expérimentaux et numériques dans le cas d'un écoulement turbulent dans une cavité carrée. Ensuite, l'étude a porté essentiellement sur l'influence de l'inclinaison des parois latérales de la cavité sur le comportement dynamique et le transfert de chaleur au sein de la cavité.

Mots clés: convection naturelle turbulente, nombre de Rayleigh thermique, l'approximation de Boussinesq, cavité trapézoïdale isocèle, inclinaison.

Abstract

In this thesis, we study the heat transfer in turbulent natural convection in a two-dimensional trapezoidal and isosceles cavity (height $H = 2.5$ m) filled with air and whose side walls are differentially heated while the horizontal walls are adiabatic. The turbulent model $k-\varepsilon$ with low Reynolds number has been integrated into our calculation code. The system of equations governing the problem is solved numerically by the Fluent calculation code based on the finite volume method. Based on the Boussinesq approximation. The model developed is first validated from the experimental and numerical results in the case of a turbulent flow in a square cavity. Then, the study focused on the influence of the inclination of the side walls of the cavity on the dynamic behavior and the heat transfer within the cavity.

Key words: turbulent natural convection, thermal Rayleigh number, Boussinesq approximation, isosceles trapezoidal cavity, inclination.

ملخص :

في هذه الأطروحة ، ندرس نقل الحرارة في الحمل الحراري الطبيعي المضطرب في تجويف شبه منحرف ثنائي الأبعاد (ارتفاع $H = 2.5$ m) مملوءة بالهواء ويتم تسخين جدرانها الجانبية بشكل تفاضلي بينما تكون الجدران الأفقية ثابتة الحرارة. تم دمج نموذج الاضطراب $k-\varepsilon$ مع رقم Reynolds المنخفض في رمز الحساب الخاص بنا. يتم حل نظام المعادلات الذي يحكم المشكلة عدديًا بواسطة شفرة حساب Fluent استنادًا إلى طريقة الحجم المحدود. استنادًا إلى تقريب بوسينيسك. يتحقق أول نموذج تم تطويره من النتائج التجريبية والعددية في حالة التدفق المضطرب في تجويف مربع. ثم ركزت الدراسة على تأثير ميل الجدران الجانبية للتجويف على السلوك الديناميكي ونقل الحرارة داخل التجويف.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي المضطرب ، رقم رايليغ الحراري ، تقريب بوسينيس ، تجويف شبه منحرف ، ميل.