



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option: Mathématiques Fondamentales et Appliquées

Par

Elmamoun ZEGHBA

Sujet

Sur les espaces de Lizorkin-Triebel

Dirigé par :

Prof. Madani Moussai

Promotion: 2011/2012

SOMMAIRE

<i>Notation</i>	1	
<i>Introduction</i>	2	
CHAPITRE I: Séries de Littlewood-Paley		
1. Rappels de quelques espaces.....	4	
2. Séries de Littlewood-Paley.....	10	
3. La fonction maximale.....	12	
Chapitre II: Espace de Lizorkin-Triebel		
1. Espace de Besov et Lizorkin-Triebel.....	16	
2. Quelques inégalités principales.....	17	
3. L'interpolation.....	18	
Chapitre III: Exemples et applications		21
Chapitre IV: Application sur la composition		
1. Les normes homogènes.....	27	
2. Un théorème de composition.....	28	
Bibliographies	29	

Introduction

Depuis longtemps les espaces de Sobolev $H_p^s, W_p^n \dots$ ont fait l'objet de plusieurs travaux de recherche. Les espaces de Lizorkin $F_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$ sont des espaces qui contiennent les Sobolev, puisqu'on dispose de l'égalité $W_p^n = F_{p,n}^s$ (voir [1]). Il contiennent aussi les espaces de potentiel de Bessel H_p^s , puisque la aussi on a $H_p^s = F_{p,2}^s$ (voir [1]).

Certaines théories ont été étudiées dans les espaces $F_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$ comme, par exemple, la résolution de certaines équation aux dérivées partielles avec des données dans $F_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$, la continuité de certains opérateurs pseudo-différentiels sur les $F_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$,... etc.

Des auteurs, Y.Meyer, G.Bourdaud, W.Sickel, M.L de cristoforis (depuis les années 1990) et M. Moussai (depuis 2004), s'intéressent à la composition à gauche, ou Y. Meyer et G.Bourdaud ont publié un article sur l'appartenance du $|f|$ à $B_{p,q}^s$ (espace de Besov) (voir [BM]), et le récemment article de Bourdaud- Moussai et Sickel fait l'objet de la continuité des recherche dans cette direction.

Notre mémoire est organisé en quatre chapitre:

-Dans le premier, un rappel sur quelques espaces et ses propriétés, et ensuite on représente la série de Littlewood- Paley et quelques lemmes principales.

-Dans le deuxième chapitre, on définit les espaces de Besov et Triebel - Lizorkin avec ses propriétés et les théorèmes d'interpolation

-Dans le troisième, on donne quelques exemples de fonctions pour des conditions appartient à $F_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$ et $B_{p,q}^s(\mathbb{R}^n)$.

Dans le dernier chapitre, on va étudier les opérateurs des compositions dans les espaces de Triebel - Lizorkin en dimension 1.

Bibliographies

- [1] S.Bisar,(mémoire de magister) univ. M'sila , 2008.
- [2] N.Boccara, *analyse fonctionnelle, une introduction pour physiciens*, France. Août 1984.
- [3] G.Bourdaud, M. Moussai , W.Sickel: *Toward sharp superposition theorems in Besov and Lizorkin-Triebel spaces. Nonlinear analy.*68, (2008),2889-2912.
- [4] R.Chbabha. *Multiplication de Fourier dans les espaces de Besov et Lizorkin-Triebel*, (mémoire de magister),univ. M'sila 2010
- [5] N. Frahtia, *la multiplication ponctuelle mixte sur certain espaces de Besov et Lizorkin-Triebel* (mémoire de magister) univ. M'sila 2008.
- [6] J, Frank: *on the space $F_{p,q}^s(\mathbb{R})$ of Triebel-Lizorkin type :point wise multipliers and space domains*, *maths. Nachr* 125 (1986).
- [7] H. Triebel: *theory of function spaces*, Burkhauser verlag. Basel. Boston Stuttgart 1983.