



UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatiques

Filière : Mathématiques

Option : Mathématiques Appliquées et discrètes

Par

BAKHTI Miyyada

Sujet

CODE LINÉAIRE OPTIMAL SUR F_{11}

Soutenu le : 17/ 06 / 2014 devant le jury compose de :

President	: AMROUNE Abdelaziz	Prof.	Univ M'sila
Rapporteur	: MIHOUBI Douadi	Prof.	Univ M'sila
Examineur	: LADJELAT Lahcene	M.A.A	Univ M'sila

Promotion: 2013/2014

2.2.2	Borne de Singleton	19
2.2.3	Matrice génératrice	21
2.2.4	Matrice de contrôle	22
2.3	Code dual	24
2.4	Codes systématiques	25
2.5	Code de Hamming	26
2.5.1	Règle de Hamming	26
2.6	Polynôme générateur	27
Introduction 1		
1 Généralité sur les corps finis 2		
1.1	Corps finis	2
1.2	Caractéristique et cardinal d'un corps fini	2
1.3	Sous-corps d'un corps fini	6
1.4	Extension fini	7
1.5	Existence et unicité des corps finis	7
1.6	Polynôme irréductible sur un corps fini	10
1.7	Construction d'un corps fini	10
2 Codes linéaires 13		
2.1	Généralités	13
2.1.1	Définition d'un code	13
2.1.2	Distance de Hamming	14
2.1.3	Poids de Hamming	15
2.1.4	Distance minimale d'un code	15
2.1.5	Capacité de détection et correction d'erreurs	15
2.1.6	Boule de Hamming	17
2.1.7	La borne de Hamming	17
2.2	Codes linéaires	19
2.2.1	Définition d'un code linéaire	19

2.2.2	Borne de singleton	19
2.2.3	Matrice génératrice	21
2.2.4	Matrice de contrôle	22
2.3	Code dual	24
2.4	Codes systématiques	25
2.5	Code de Hamming	26
2.5.1	Règle de Hamming	26
2.6	Polynôme énumérateur	27
3	Construction d'un code linéaire optimal sur \mathbb{F}_{11}	28
3.1	Les codes équivalents	29
3.2	Code optimal	29
3.3	Construction d'un code linéaire optimal sur \mathbb{F}_{11}	30
3.4	Décodage C	33
3.5	Certaines propriétés de C	35
	Conclusion	37
	Bibliographie	38

Introduction

Déroulement du mémoire

Le premier chapitre est consacré aux principes généraux concernant les propriétés essentielles des codes linéaires qui seront utilisés dans le cadre de la construction de codes correcteurs d'erreurs.

Le deuxième chapitre est consacré à la construction de codes correcteurs d'erreurs, à l'aide de la méthode de l'algèbre linéaire sur les corps finis. Nous

travaillerons avec plus particulièrement des codes à erreurs correcteurs linéaires, code dual, code

Introduction

Le **codage correcteur d'erreurs**, appelé aussi codage de canal, consiste à rajouter à l'information numérique, des symboles binaires, appelés symboles redondance, suivant une loi mathématique particulière. Le décodeur vérifie que la loi de codage n'a pas été modifiée lors des divers traitements réalisés sur l'information numérique codée. Si c'est le cas, le décodeur conclut à l'absence d'erreur, dans le cas contraire, par un traitement approprié, il repaire les symboles erronés puis les corrige par simple inversion binaire. Malheureusement, le codage correcteur d'erreurs a des capacités de correction limitées et ainsi, certaines erreurs peuvent lui échapper.

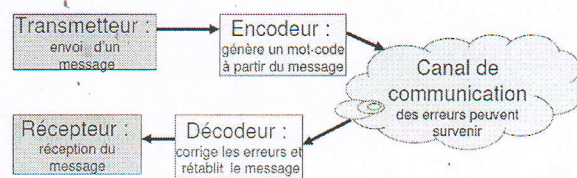


FIGURE 1.1 – Communication

L'objectif principal du **code correcteur d'erreurs** est de fiabiliser la transmission grâce à la redondance introduite par le codeur. Pour la bonne compréhension de la suite de ce manuscrit, nous proposons d'aborder les notions fondamentales relatives aux codes. Puis, nous décrivons les différentes familles des codes que nous utiliserons dans la suite de notre étude.

Ce travail se situe dans le cadre de la **théorie des codes correcteurs d'erreur**, plus précisément l'étude de la **Construction d'un code linéaire optimale sur \mathbb{F}_{11}** .

Déroulement du mémoire

- Le premier chapitre est consacré aux préliminaires notamment les propriétés essentielles des **corps finis** qui seront utilisés dans la théorie des **codes correcteurs d'erreurs**.
- Le deuxième chapitre regroupe les définitions et les propriétés fondamentales des **codes correcteurs d'erreurs**, nous étudions les codes correcteurs et leurs paramètres. Nous traitons une classe particulière des codes, à savoir: **codes linéaire**, code dual, code systématique, code de Hamming et le polynôme énumérateur, en décrivant leurs propriétés et donnent divers exemples.
- Le dernier chapitre traite spécifiquement la construction du code optimal linéaire[7, 5, 3] sur le corps fini \mathbb{F}_{11} obtenu dans l'article "an optimal linear code over \mathbb{F}_{11} " par les auteurs Henry Chimal-Dzul et Javier Díaz-Vargáz, publié dans le journal Lecturas matematicas Volume 30 (2009).

Chapitre 1

Généralités sur les corps finis

Conclusion

La théorie du codage est l'étude des méthodes permettant le transfert d'information de façon efficace. Cette théorie est présentée dans l'ensemble des transmissions numériques de nos jours. Il est indispensable d'avoir des algorithmes de décodages efficaces et les recherches actuellement vont vers une accélération et une amélioration des algorithmes existant.

Nous avons présenté dans ce travail une étude sur les codes linéaires optimal sur \mathbb{F}_{11} . Elle basé sur les notions importantes de théorie des codes correcteurs d'erreurs. Ce mémoire traité spécifiquement la construction du code optimal linéaire $[7,5,3]$ sur le corps fini \mathbb{F}_{11} obtenu par les auteurs Henry Chimal-Dzul et Javier Díaz-Vargaz, publié dans le journal *Lecturas matematicas* Volume 30 (2009).

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Abdous Fatiha**, *Codes auto-duaux sur F_q et Z_4* , Mémoire présenté pour obtenir le diplôme de Magister, Université de Batna, 2007.
- [2] **Bennoui Abdelhamid**, *Etude sur l'équivalence entre deux codes correcteurs d'erreurs*, Mémoire présente pour l'obtenir du diplôme de magister, Université de M'sila, 2009.
- [3] **Bruyère Nicolas**, *Eléments de théorie des corps finis application: les codes correcteurs*, Université de Rouen, Agrégation de mathématiques, 2005-2006.
- [4] **Chatouh Karima**, *Les code cortex et les codes auto duaux de type 1 et de type 2*, Thèse présenté pour obtenir le grade de MAGISTER, Université de Batna, 2006.
- [5] **Daniele-Faenzi et Jean vallés**, *Cours d'algèbre*, 18 décembre 2012.
- [6] **Dany-Jack**, *Corps finis*, 11 Avril 2003.
- [7] **Djail Sara**, *Etude de l'équivalence de deux codes correcteurs d'erreurs par isomorphie*, Mémoire présente pour l'obtenir du diplôme de master, Université de M'sila 2011-2012.
- [8] **Frédéric butin**, *ALGEBRE Polynôme théorie de GALOIS et applications informatiques 'cours et exercices'*.
- [9] **J.H. van Lint**, *Introduction to Coding Theory*, 1982 by Spring-verlag NEWYORK/Inc.
- [10] **Henry Chimal-Dzul et Javier Díaz-Vargaz**, *An optimal linear code over \mathbb{F}_{11}* Université Autonome, Merida, Mexique, 2009.
- [11] **Ladjelat Lahcene**, *Cours corps finis et codes*. Université de M'sila. (2014).
- [12] **Lionel Schwartz**, *LIVRE ALGEBRE 3e ANNEE (2e édition)* « cours et exercices avec solutions ».
- [13] **Pierre Wassef**, *ARRITHMETIQUE APPLICATION AUX CODES CORRECTEURS ET à LA CRYPTOGRAPHIE*.
- [14] **Robert Rolland**, *Introduction à l'étude des corps finis*.
- [15] **Saadi Ameer**, *Etude sur les bornes des codes correcteurs d'erreurs*, Mémoire présenté pour l'obtenir du diplôme de Magister, Université de M'sila, 2000.
- [16] **Serir Khadidja**, *Application des codes correcteurs d'erreurs Reed Muller*, Mémoire présenté pour l'obtenir du diplôme de Magister, Université de Telemcen, 2011.

ملخص

في هذا العمل سنقوم بدراسة مفصلة للمقالة " تشفير خطي امثل على حقل منتهي " حيث تم تصميم [7,5,3] تشفير خطي امثل على هذا الحقل.

ننشئ شفرة خطية التي تعطي حلا لمشكلة عملية في التعامل مع الطلاب الذين يخطئون في إدخال معلومات التسجيل و هذا في الجامعة المستقلة في يوكاتان, ميريدا, المكسيك .
قمنا أيضا بوصف خوارزميات فك التشفير و الترميز لهذه الشفرة .

الكلمات و العبارات المفتاحية. حقل منتهي, شفرة خطية, تشفير خطي امثل.

Résumé

Dans ce travail, on s'intéresse à l'étude détaillée de l'article « an optimal linear code over F_{11} », nous concevons un [7,5,3] code linéaire optimal sur F_{11} .

Nous construisons un code linéaire sur F_{11} qui donne une solution à un problème concret envers les étudiants qui font des erreurs lorsqu'entrent des informations d'enregistrement dans *Université Autonome, Merida, Mexique*.

Nous décrivons aussi des algorithmes de codage et décodage de ce code.

Mots et phrases clés. Corps finis, codes linéaires, code optimal.

Abstract

In this work, we are interested in the detailed study of article « an optimal linear code over F_{11} » we design a [7,5,3] optimal linear code over F_{11} .

We construct a linear code over F_{11} which yields a solution to a practical problem in dealing with students who make mistakes in entering of Registration Information in Autonomous University of Yucatan, Merida, Mexico. We also describe encoding and decoding algorithms for this code.

Key words and phrases. Finite field, linear codes, optimal code.