الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT PHYSIQUE

N° :……………………/2020

DOMAINE: Sciences de la matière

FILIERE : Physique

OPTION : PHYSIQUE THEORIQUE

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master Académique

Par : ***BENTOUMI Mohamed Yakoub***

THEME

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé en l'espace phase non commutatif à deux dimensions dans les symétries de la mécanique quantique non commutatif

Soutenu le /09 /2020 devant le jury composé de :

Ali GHOUMAID	**MCB**	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Président
Abdelmadjid MAIRECHE	Prof.	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Rapporteur
Salim MADJBER	MC A	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Examinateur

بسم الله الرحمن الرحيم

Dédicaces

À ma Mère,

Yacine,

Mustapha

Et Tout ma famille

Remerciement

À ALLAH Tout-Puissant

À mon encadreur

Prof. Abdelmadjid MAIRECHE

Les membres du jury

Ali GHUMAID

Salim MADJBER

Tous mes professeurs

Et toutes mes amies

Table des matières

Introduction générale

Chapitre I :

La structure quantique de l'espace-phase non commutatif

Chapitre II :

Etude d'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace ordinaire à 2 dimensions

Chapitre III :

L'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions

Introduction générale

Les sciences physiques modernes ont connu un développement remarquable et important, en particulier après les découvertes de Planck et d'Einstein sur la quantification de l'énergie. Ces travaux physiques ont été une révolution majeure de la physique classique.

Puis vint la physique fondamentale dirigée par Schrödinger en 1925. Il a été complètement réussi dans deux cas physiques importants et ils sont l'oscillateur harmonique et l'atome d'hydrogène à basse énergie [1-2].

Bondant les années derniers, la Mécanique quantique basée sur l'équation de Schrödinger développé par plusieurs méthodes : la méthode de Nikiforov-Uvarov, super-symétrique quantum mécaniques, calcule numérique, interaction asymptotique, l'approché de l'intégrale de chemin …etc. pour étudier les différents un modèles quantique, dans les différents domaines de la science atomique, nucléaire, moléculaire….etc. [3-21].

En cas particulière l'équation de Schrödinger peut être étudié des atomes hydrogéniques et les intéractions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons en basé sur le potentiel Cornell et le potentiel de Cornell généralisé à deux dimensions et a trois dimensions [22].

L'objectif de ce travail de mémoire de Master en physique théorique promotion 2019-2020 est l'étude l'effet de la non-commutativité de l'espace-phase à deux dimensions sur le potentiel Cornell généralisé.

- **Le but principal :**

L'objectif principal de ce travail est la résoudre l'équation de Schrödinger avec le potentiel Cornell généralisé, de l'espace-phase à deux dimensions. Ce travail se divisé on trois chapitres principales avec une conclusion générale :

- **Le premier chapitre :**

Consacré aux La structure quantique de l'espace-phase noncommutatif à deux dimensions,

- **Dans le Chapitre II :**

On résume les solutions de l'équation de Schrödinger pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace ordinaire à deux dimensions **[21],**

Et dans le Chapitre III :

On étude l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions pour obtenir les nouveaux spectres atomique.

On termine notre mémoire de master par une conclusion générale et l'interprétation physique.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION À L'ESPACE PHASES NON COMMUTATIF

I.1. Introduction :

Dans ce premier chapitre ont traité les postulats et les hypothèses caractérisées la structure quantique et physique de l'espace-phase noncommutatif, les éléments principales sont :

- Rappelle sur la structure quantique ordinaire,
- Les nouveaux postulats de l'espace-phase noncommutatif et le produit star et ces propriétés, la formule de Moyal-Weyl
- La méthode de Bopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale général.
- La méthode de Bopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale spéciale de la forme $v(r) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5$, connue par le potentiel de Cornell généralisé, dans l'espace-phase noncommutatif a deux dimensions (NC 2D : RSP).

I.2. Rappelle sur la structure de la mécanique quantique ordinaire :

On sait que les débuts de la physique quantique est connue en 1900, lorsque Planck quantifier l'énergie de la lumière $E_\gamma = h\nu$ d'un quanta de Planck ($h \approx 6{,}6262.10^{-34}$ $joul - seconde$). Actuellement, la mécanique quantique ordinaire est formulée sur l'espace commutatif des coordonnées de variable et le moment canonique des opérateurs hermétiques (x_i, p_i), suivants [1-2] :

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(I.1)}$$

- Où $\hbar = \frac{h}{2\Pi}$ et δ_{ij} sont la constant de Planck réduit et le symbole ordinaire de Kronecker, respectivement, la quantification satisfait par les deux principes concernant l'énergie el l'impulsion E et p_i :

$$\begin{aligned} E &\to i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \\ p_i &\to \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^i} \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad .. \quad \text{(I.2)}$$

- On sait que, l'énergie d'une particule de masse μ soumise des forces produit par un potentiel $V(\vec{r}, t)$, en mécanique classique est donnée par :

$$E=\frac{\vec{P}^{2}}{2\mu}+V\left(\vec{r},t\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I.3)}$$

- Maintenant en applique les deux principes de quantification canonique présentée dans l'équation (I.2), on trouve :

$$\left[-\frac{\hbar^{2}}{2m_{0}}\Delta+V\left(\vec{r},t\right)\right]\Psi\left(\vec{r},t\right)=i\hbar\frac{\partial\Psi\left(\vec{r},t\right)}{\partial t}\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\text{..(I-4)}$$

Où Δ est l'expression de Laplacien, en deux dimensions prendre l'expression suivant :

$$\Delta=\frac{\partial^{2}}{\partial x^{2}}+\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I-5)}$$

- L'équation (I.4) connait par l'équation de Schrödinger dans l'espace-temps ordinaire, basé sur les postulats présenté par (I.1). $\Psi\left(\vec{r},t\right)$ Est la fonction complexe d'onde, qui déterminer la probabilité de trouver la particule à l'instant t dans un surface $d^{2}r$ entourant le point $\vec{r}$ [1-2] :

$$dP=\left|\Psi\left(\vec{r},t\right)\right|^{2}d^{2}r\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\text{...(I-6)}$$

- On peut transformer la fonction complexe d'onde $\Psi\left(\vec{r},t\right)$ dans l'espace d'impulsion $\Psi\left(\vec{p},t\right)$ par transformation de Fourier et on détermine la probabilité de $\vec{p}$ par :

$$dP\left(\vec{p}\right)=\left|\Psi\left(\vec{p},t\right)\right|^{2}d^{2}p\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\text{..(I-7)}$$

Ce qui donne les relations d'incertitude de Heisenberg :

$$\begin{cases}\Delta x\Delta p_{x}\geq\frac{\hbar}{2}\\ \Delta y\Delta p_{y}\geq\frac{\hbar}{2}\end{cases}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\text{(I.8)}$$

- Une valeur très important caractérisée la mécanique quantique ordinaire, connait par la valeur moyenne d'un opérateur $\hat{A}$ noté par $\langle A\rangle$, prendre les deux expressions dans le cas à deux et trois dimensions, respectivement :

$$\langle A\rangle = \int \Psi(\vec{r},t)^* \hat{A}\Psi(\vec{r},t)d^2r$$
$$\langle A\rangle = \int \Psi(\vec{r},t)^* \hat{A}\Psi(\vec{r},t)d^3r \quad ………….. \quad ………………….(I.9)$$

Avec l'élément de surface d^2r et l'élément de surface.

- Le vecteur densité de courant de probabilité $\vec{J}(\vec{r},t)$ est donné par [1-2] :

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{2mi}\left(\Psi^*\Delta\Psi - \Psi\Delta\Psi^*\right) ………..………………….(I.10)$$

On peut aller à la forme locale de l'équation de continuité ;

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t) + \vec{\nabla}\vec{J}(\vec{r},t) = 0 …………………………….…………..(I\text{-}11)$$

Ou $\rho(\vec{r},t) = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2$ traduit la densité de probabilité ; elle est parfaitement semblable à l'équation de conservation de la charge.

- En mécanique quantique le moment angulaire global $\vec{J}$ est la somme des deux moments angulaire $\vec{L}$ et le moment de spin $\vec{S}$, donc [1-2] :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad …………… \quad …………………………...(I.12)$$

Ce qui permit de trouver le couplage spin-orbit $\vec{L}\vec{S}$ de la façon suivante **:**

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}[\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2] \quad ………… \quad …………………….(I.13)$$

Les valeurs propres des opérateurs $\vec{J}^2, \vec{L}^2$ et $\vec{S}^2$ en mécanique quantique $(c = \hbar = 1)$ **:**

$$\begin{cases} \vec{J}^2\Psi = j(j+1)\Psi \\ \vec{L}^2\Psi = \ell(\ell+1)\Psi \\ \vec{S}^2\Psi = s(s+1)\Psi \end{cases} \quad …………………… \quad ……………...(I.14)$$

Les relations (I.13) et (I.14) permettent d'obtenir :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \frac{1}{2}[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]\Psi \quad ………..…… \quad ….(I.15)$$

Avec $\left|l-\frac{1}{2}\right| \leq j \leq \left|l+\frac{1}{2}\right|$, donc on peut déduire pour une particule fermionique comme alors l'électron, les valeurs possible $j = l + \frac{1}{2}$ et $j = l - \frac{1}{2}$ correspondant une polarité de spin up et polarité de pin down.

I.3. La structure quantique de l'espace-phase non-commutatif :

L'idée de la non commutativité de l'espace introduit par H. Syndre en 1947 [23-24], satisfait par nouveaux structure algébrique, connait par le règle de noncommutative commutations relations [23-37] :

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [\hat{x}_i, \hat{p}_j] = i\hbar_{eff}\,\delta_{ij} \\ [\hat{x}_i, \hat{x}_j] = i\hbar\theta_{ij} \\ [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\bar{\theta}_{ij} \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \ldots.(I.16)$$

Ou $\left(i, j = \overline{1, N}\right)$ et N la dimensions de l'espace, et $\hbar_{eff} = \hbar\left(1 + \frac{\theta\bar{\theta}}{4\hbar^2}\right)$ est la constant de Planck effectif. L'espace –temps non commutatif est définie en terme d'un ensemble de générateur $\hat{x}_i$ dits coordonnée non commutatif :

$$\begin{aligned} x_i &\to \hat{x}_i = f(x_i, p_i) \\ p_i &\to \hat{p}_i = g(x_i, p_i) \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots..(I.17)$$

Les deux paramètres $\left(\theta^{\mu\nu} =, \bar{\theta}^{\mu\nu}\right) \equiv -\left(\theta^{\nu\mu} =, \bar{\theta}^{\nu\mu}\right) = \varepsilon^{\mu\nu}\left(\theta, \bar{\theta}\right)$ sont deux tenseurs antisymétriques induits par la non commutativité position-position et impulsion-impulsion, respectivement. Il est très important de noter les dimensions $\left(\theta^{\mu\nu} =, \bar{\theta}^{\mu\nu}\right)$ est $\left((\text{Lenngth})^2 = (\text{Impulsion})^2\right)$ respectivement.

Dans ce mémoire de master on sintérisé par l'espace-phase a trois dimensions (N=2), donc les indices prendre les valeurs $(\mu, \nu = 1,2)$, dans ce cas particulière, satisfait les règles de commutations canonique suivant :

$$\begin{cases} [\hat{x}_1, \hat{p}_1] = [\hat{x}_2, \hat{p}_2] = i\hbar_{eff} \\ [\hat{x}_1, \hat{p}_2] = [\hat{x}_2, \hat{p}_1] = 0 \\ [\hat{x}_1, \hat{x}_2] = i\hbar\theta_{12} \\ [\hat{p}_1, \hat{p}_2] = i\hbar\bar{\theta}_{12} \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.....(I.18)$$

Ou bien de la forme

$$\begin{cases} [\hat{x}, \hat{p}_x] = [\hat{y}, \hat{p}_y] = i\hbar \\ [\hat{x}, \hat{p}_y] = [\hat{y}, \hat{p}_x] = 0 \\ [\hat{x}, \hat{y}] = i\hbar\theta_{12} \\ [\hat{p}_x, \hat{p}_y] = i\hbar\bar{\theta}_{12} \end{cases} \qquad \text{………….…… ……………...(I.19)}$$

I.4.Le produit star :

I.4.1.Formule de Moyal-Weyl :

Le formalisme du star-produit introduit par Harman Weyl et Wigner pour permettre une description de la mécanique quantique en termes d'espace phases [24-37].

$$(f * g)(\mathrm{x,p}) = (fg)(x,p) + \frac{i}{2}\theta^{mn}\frac{\partial f(x,p)}{\partial x^m}\frac{\partial g(x,p)}{\partial x^n} + O(\theta^2) \qquad \text{(I.20)}$$

$$+\frac{i}{2}\bar{\theta}^{mn}\frac{\partial f(x,p)}{\partial p^m}\frac{\partial g(x,p)}{\partial p^n} + 0(\bar{\theta}^2)$$

$f(x) * g(x)$ Représenté la star-produit dans l'espace phase noncommutatif

$(fg)(x,p)$ Représenté la star-produit dans l'espace phase ordinaire

$\frac{i}{2}\theta^{mn}\frac{\partial f(x,p)}{\partial x^m}\frac{\partial g(x,p)}{\partial x^n}$ Représenté l'effet de la noncommutative position-position

$\frac{i}{2}\bar{\theta}^{mn}\frac{\partial f(x,p)}{\partial p^m}\frac{\partial g(x,p)}{\partial p^n}$ Représenté l'effet de la noncommutative impulsion-impulsion

I.4.2.Les propriétés du produit star :

Le produit star vérifie les déférentes propriétés suivant [25-36] :

- non commutatif :

$$f(x,p) * g(x,p) \neq g(x,p) * f(x,p) \qquad \text{(I.21)}$$

- Associatif :

$$\big(f(x,p) * g(x,p)\big) * h(x,p) = f(x,p)(g(x,p) * h(x,p)) \qquad \text{(I.22)}$$

- La relation du complexe conjugué

$$(f(x,p) * g(x,p))^* = f(x,p)^* * g(x,p)^* \qquad \text{(I.23)}$$

- La relation d'intégrale :

$$\int d^D x(f * g)(x,p) = \int d^D x\,(g * f)(x,p) = \int d^D x f(x,p) g(x,p) \quad \text{(I.24)}$$

- Permutation cyclique :

$$\int d^D x(f * g * h)(x,p) = \int d^D\,(h * f * g) = \int d^D\,x(f * h * g) \quad \text{(I.25)}$$

- Satisfait la règle de Leibniz :

$$\partial_\mu(f * g) = \partial_\mu f * g + f\partial_\mu g \quad \text{(I.26)}$$

Nous obtenons le cas commutatif quand $\theta = 0$ et $\bar{\theta} = 0$, alors, le produit star de deux fonctions égale au produit ordinaire de ces fonctions

$$f \star g = f(x)g(x)$$

Remarque :

Dans l'espace non commutatif la construction des théories de jauge se fait de la même manière qu'en théorie de jauge sur un espace ordinaire [25-36] :

-Les champs classiques remplacés par les champs non commutatifs.

-Le produit ordinaire commutatif remplacé par le produit de Moyal-Weyl (produit star).

Il très important de noter que les relations de commutation dans l'espace non commutatif, satisfait par nouveaux produit connue par le produit star.

I.5.La méthode de Bopp's Shift :

Pour écrier l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif, on applique les étapes suivant [25-36] :

- On remplace la fonction d'onde ordinaire $\Psi(\vec{r},t)$ par nouvelle fonction d'onde $\hat{\Psi}(\vec{\hat{r}},t)$,
- On remplace l'opérateur d'Hamiltonien ordinaire $H(p_i, x_i)$ par nouvel opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$,
- On remplace l'énergie ordinaire E par nouvelle valeur E_{nc},
- On remplace le produit ordinaire par le produit star.

Les quatre étapes permirent d'obtenteur l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif

$$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\vec{\hat{r}},t) = E_{nc}\hat{\Psi}(\vec{\hat{r}},t) \quad \text{(I.27)}$$

La fonction d'onde $\hat{\Psi}\left(\vec{\hat{r}},t\right)$ est peut être écrié :

$$\hat{\Psi}\left(\vec{\hat{r}},t\right)=\hat{\Psi}\left(\vec{\hat{r}}\right)f(t) \tag{I.28}$$

Cela permit de simplifier l'équation (I.27) :

$$\hat{H}\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)*\hat{\Psi}\left(\vec{\hat{r}}\right)=E_{nc}\hat{\Psi}\left(\vec{\hat{r}}\right) \tag{I.29}$$

Le physicien Fritz Bopp a été le premier à simplifier le produit star. La méthode Bopp's Shift permit de traité l'équation de Schrödinger déformée (I.27) comme une équation ordinaire à condition d'appliquée les deux translations [30-37] :

$$H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)=E_{nc}\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right) \text{……………………..……..………..} \tag{I.30}$$

Avec l'opérateur d'Hamiltonien $H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)$ peut être écrié en trois variétés [38-51] :

$$\begin{cases} H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i}=p_i+\dfrac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j\,,\hat{x}_\mathrm{i}=x_i-\dfrac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right) & \text{pour} \quad (\mathrm{NC-2D:RSP}) \\ H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i}=p_i,\hat{x}_\mathrm{i}=x_i-\dfrac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right) & \text{pour} \quad (\mathrm{NC-2D:RS}) \\ H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i}=p_i+\dfrac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j,\hat{x}_\mathrm{i}=x_i\right) & \text{pour} \quad (\mathrm{NC-2D:RS}) \end{cases} \tag{I.31}$$

C'est-à-dire, la variété (I.31) correspond :

$$\begin{cases} p_i\to\hat{p}_\mathrm{i}=p_i+\dfrac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j \\ x_i\to\hat{x}_\mathrm{i}=x_i-\dfrac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j \end{cases} \text{……………………… …………} \tag{I.32}$$

Et

$$\begin{cases} p_i\to\hat{p}_\mathrm{i}=p_i \\ x_i\to\hat{x}_\mathrm{i}=x_i-\dfrac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j \end{cases} \text{………………… ………………} \tag{I.33}$$

Et

$$\begin{cases} p_i \to \hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j \\ x_i \to \hat{x}_i = x_i \end{cases} \quad \text{......................................}(I.34)$$

Notation : Notre travail est fait dans l'espace-phase non commutatif a deux dimensions, pour cela les commutateurs $[\hat{x}_i, \hat{x}_j]$ et $\lfloor \hat{p}_i, \hat{p}_j \rfloor$ dans les relations (I .16), (I .17), (I .18) et (I.19) sont remplacé par les commutateurs $[\hat{x}, \hat{y}]$ et $\lfloor \hat{p}_x, \hat{p}_y \rfloor$, respectivement :

$$\begin{cases} i = 1 \to \hat{x}_1 = \hat{x} \to p_1 = p_x \\ i = 2 \to \hat{x}_2 = \hat{y} \to p_2 = p_y \end{cases} \quad \text{...............................}(I.35)$$

et

$$\begin{cases} \hat{x} = x - \frac{\theta}{2} p_y \\ \hat{y} = y + \frac{\theta}{2} p_x \\ \hat{p}_x = p_x + \frac{\bar{\theta}}{2} y \\ \text{et} \quad \hat{p}_y = p_x - \frac{\bar{\theta}}{2} x \end{cases} \quad \text{.................. ....}(I.36)$$

Avec $(\theta, \bar{\theta}) = (\theta^{12}, \bar{\theta}^{12})$ et le carré de ($\hat{r}$ et $\hat{p}$) est donné par :

$$\hat{r}^2 = \hat{x}^2 + \hat{y}^2 \quad \text{Et} \quad \hat{p}^2 = \hat{p}_x{}^2 + \hat{p}_y{}^2 \quad (I.37)$$

La méthode de Bopp's Shift est considéré comme une conséquence du produit star entre l'opérateur du potentiels $\widehat{V}(\hat{x})$ et La fonction d'onde complexe $\widehat{\widehat{\Psi}}(\hat{r})$:

$$\left(\frac{\overset{\leftrightarrow}{\hat{p}}{}^2}{2m_0} + \hat{V}(\hat{x}) \right) * \hat{\Psi}(\hat{x}) \to \left(\frac{\overset{\leftrightarrow}{p}{}^2}{2m_0} + V(\hat{x}) \right) \Psi(x) \quad (I.38)$$

Les deux opérateurs $\hat{r}$ et $\hat{p}$ écrire en trio dimension dans l'espace et phase non commutatives [38-51] :

$$\hat{r}^2 = r^2 - \theta L_z \quad \text{et} \quad \hat{p}^2 = p^2 + \bar{\theta} L_z \quad (I.39)$$

I.6.Application sur le potentiel Cornell généralisé a deux dimensions :

On applique les notions du président paragraphe sur le potentiel de Cornell généralisé $v(r)=a_1r^2+a_2r-\frac{a_3}{r}-\frac{a_4}{r^2}+a_5$, ce potentiel composé par cinq termes :

- Le terme quadratique : sous la forme $V_1(r)=a_1r^2$, est similaire à l'oscillateur harmonique
- Le terme linéaire : sous la forme $V_2(r)=a_2r$
- Le terme de Coulomb : sous la forme $v_3(r)=-\frac{a_3}{r}$ est similaire à l'atome d'hydrogène
- Le terme inverse quadratique : sous la forme $v_4(r)=-\frac{a_4}{r^2}$ est inversé de l'oscillateur harmonique
- Le terme constant

L'opérateur Hamiltonien $H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)$ correspondant la variété générale du non commutativité de l'espace-phase :

$$H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)\equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}}=p_i+\frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j\,,\hat{x}_{\mathrm{i}}=x_i-\frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right)\ldots\ldots\ldots\quad\ldots\ldots(\mathrm{I.40})$$

Dans l'espace –phase non commutatif a deux dimensions (NC-2D : RSP), l'opérateur Hamiltonien $H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)$ est donnée par :

$$\begin{aligned}H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)&\equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}}=p_i-\frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j\,,\hat{x}_{\mathrm{i}}=x_i-\frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right)\\&=\frac{\hat{p}^2}{2\mu}+\mathrm{V}(\hat{\mathrm{r}})\end{aligned}\qquad(\mathrm{I.41})$$

Avec :

$$V(r)\Rightarrow V(\hat{r})=a_1\hat{r}^2+a_2\hat{r}-\frac{a_3}{\hat{r}}+\frac{a_4}{\hat{r}^2}+a_5\qquad(\mathrm{I.42})$$

Et

$$\frac{\hat{p}^2}{2\mu}=\frac{p^2}{2\mu}+\frac{\overline{\theta}}{2\mu}L_z\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad\ldots\ldots\ldots\quad\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{I.43})$$

Les résultants de l'équation (I.39) permit de calculer les termes $-\frac{a_3}{\hat{r}}$, $a_2\hat{r}$, $a_1\hat{r}^2$ et $\frac{a_4}{\hat{r}^2}$:

$$\begin{cases} -\frac{a_3}{r} \rightarrow -\frac{a_3}{\hat{r}} = -\frac{a_3}{r} - \frac{a_3}{2r^3}\theta L_z + O(\Theta) \\ a_2 r \rightarrow a_2\hat{r} = a_2 r - \frac{a_2}{2r}\theta L_z + O(\Theta) \\ a_1 r^2 \rightarrow a_1\hat{r}^2 = a_1 r^2 - a_1\theta L_z + O(\Theta) \\ \frac{a_4}{r^2} \rightarrow \frac{a_4}{\hat{r}^2} = \frac{a_4}{r^2} + \frac{a_4}{r^4}\theta L_z + O(\Theta) \end{cases} \tag{I.44}$$

Donc

$$V(\hat{r}) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\theta L_z \ldots \qquad \ldots\ldots\text{(I.45)}$$

La combinaison entre deux équations (I.39) et (I.45) donné

$H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \; H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i + \frac{\bar{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i \text{-} \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ de la façon suivant :

$$\begin{aligned} H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) &\equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i + \frac{\bar{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i \text{-} \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right) \\ &= \frac{p^2}{2\mu} + a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\theta L_z + \frac{\bar{\theta} L_z}{2\mu} \end{aligned} \tag{I.46}$$

L'opérateur $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_\mathrm{i} = p_i + \frac{\bar{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,, \hat{x}_\mathrm{i} = x_i \text{-} \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ est la somme deux opérateurs $H(p_i, x_i)$ et $H_{pert}(p_i, x_i)$:

$$H(p_i, x_i) = \frac{p^2}{2\mu} + a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 \tag{I.47}$$

Et

$$H_{pert} = \frac{\bar{\theta} L_z}{2\mu} + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\theta L_z \tag{I.48}$$

CHAPITRE 2

LA SOLUTION DE L'ÉQUATION RADIALE DE SCHRÖDINGER AVEC LE POTENTIELLE DE CORNELL GÉNÉRALISÉE À DEUX DIMENSIONS

II.1. Introduction :

Dans ce chapitre on résumer les solutions de l'équation de Schrödinger pour un potentiel central (potentiel carré inverse) à deux dimensions et on rappeler par les fonctions d'ondes, les énergies correspondantes à l'état excités n.

II.2.Etude de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace –ordinaire à deux Dimensions :

Le potentiel central de Cornell composé par deux termes essentiels, un terme colombien et un terme linéaire. En origine, il est proposée pour décrit quarkonium avec lourds masses, il tient compte les propriétés générale exigeants de l'interaction interne entres les quarks, nommé un comportement colombienne, à les distances courts et un terme de confinement linéaire à distances longs, et prend la formule suivante

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{ar} - \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{r}} \quad \text{.....................................} \quad \text{..................} \ (\text{II.1})$$

Le potentiel Cornell généralisé est considéré potentiel purement central, dépond par la distance r, physiquement, ce potentiel jeu un rôle très important, l'expression analytique de ce potentiel dans les cordonnées sphérique [22] :

$$v(r) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 \text{...} \ (\text{II.2})$$

Ou $r^2 = x^2 + y^2$. Ce potentiel composé par trois termes :

- Le terme quadratique : sous la forme $V_1(r) = a_1 r^2$, est similaire à l'oscillateur harmonique
- Le terme linéaire : sous la forme $V_2(r) = a_2 r$
- Le terme de Coulomb : sous la forme $v_3(r) = -\frac{a_3}{r}$ est similaire à l'atome d'hydrogène
- Le terme inverse quadratique : sous la forme $v_4(r) = -\frac{a_4}{r^2}$ est inversé de l'oscillateur harmonique
- Le terme constant·

Les paramètres a_1, a_2, a_3, a_4 et a_5 sont des constantes. Dans l'espace de Hilbert à N dimension, l'équation de Schrödinger est donnée par:

$$H\Psi(\vec{r};t) = E\Psi(\vec{r};t) \quad \text{……………………………..………} \quad \text{(II.3)}$$

Où E est l'énergie total du system et l'opérateur H donnée par :

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2\mu} + V(\vec{r},t) \quad \text{………...} \quad \text{(II.4)}$$

Pour lé états stationnaire, la fonction d'onde $\Psi(\vec{r};t)$ peut etre ecrié de la facon suivant:

$$\Psi(\vec{r};t) = \exp\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\Psi(\vec{r}) \quad \text{………………...………………} \quad \text{(II.5)}$$

Avec H est composé de deux termes , le premier connue par le terme cinétique et la deuxieme le potentiel di'nteraction:

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2\mu} + V(r) \quad \text{…… ……….………………..……} \quad \text{(II.6)}$$

Ou μ est la masse réduit. Si on n appique les deux pricipes de quantification canonique $E \to i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ et $p_i \to \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^i}$, on a trouvé l'équation de Schrödinger ordinaire :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(r)\right]\Psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \text{……………………….………..} \quad \text{(II.7)}$$

Dans l'espace ordinaire à trois dimensions, et en coordonnées polaire (r,φ), le l'opérateur Laplacien s'écrit comme suit :

$$\Delta = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi^2} \quad \text{…….……………………………….…} \quad \text{(II.8)}$$

Et la fonction d'onde transformée en coordonnées polaire :

$$\Psi(\vec{r},t) \to \Psi(r,\varphi) \text{………………...……………………………} \text{(II.9)}$$

Donc l'équation de Schrödinger devient :

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m_0}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]+a_1r^2+a_2r-\frac{a_3}{r}-\frac{a_4}{r^2}+a_5\right\}\Psi(r,\varphi)=\mathrm{E}\Psi(r,\varphi)\text{.... (II .10)}$$

Maintenant, le principe de séparations des variables permet de récrier la fonction d'onde sous forme le produit d'une fonction radiale $R_l(r)$ et d'une fonction angulaire $Y(\varphi)$:

$$\Psi(r,\varphi)=R_l(r)Y(\varphi)\text{ ....(II.11)}$$

Ce qui permit d'obtenir l'équation différentielle suivant :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\right)R_l(r)+\left(2E-2V(r)-\frac{l^2}{r^2}\right)R_l(r)=0\text{ .... (II.12)}$$

L'equation (II.12) peut être déduire a partir l'équation générale de Schrödinger à N dimensions [22] :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{D-1}{r}\frac{d}{dr}-\frac{l(l+N-2)}{r^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left(E-V(r)\right)\right]\Psi(r)=0\text{ ....(II.13)}$$

II.2.1 Les moments cinétiques a deux dimensions :

En mécanique quantique, les moments classée en trois familles :

- Le moment cinétique orbital noté par $\vec{L}$
- Le moment de spin, noté par $\vec{S}$
- Le moment total $\vec{J}=\vec{S}+\vec{L}$

Le moment cinétique orbital $\vec{L}$ définie par :

$$\vec{L}=\vec{r}\wedge\vec{p}\text{ .... (II.14)}$$

Avec $\vec{p}=\mu\vec{V}$ et les composants cartésiennes est donnée par :

$$\vec{L}=\begin{cases}L_x=y\,p_z-z\,p_y=0\\ L_y=z\,p_x-x\,p_z=0\\ L_z=x\,p_y-y\,p_x\end{cases}\text{ .... (II.15)}$$

et

$$\begin{cases} L_z\, y_m^l(\theta,\varphi) = m\hbar\, y_m^l(\theta,\varphi) \\ L^2\, y_m^l(\theta,\varphi) = l(l+1)\hbar^2\, y_m^l(\theta,\varphi) \end{cases} \quad \text{………………………….. (II.16)}$$

Avec $l = \overline{0, n-1}$ et $-l \le m \le l$. Les moments orbitaux et de spin commutent entre eux, il reste :

$$\hat{L}^2 \Psi = \hbar^2 l(l+1)\Psi \quad \text{………………………...……………. (II-17)}$$

et

$$\begin{cases} \hat{J}^2 |\, j, m\rangle = j(j+1)\hbar^2 |\, j, m\rangle \\ \hat{J}_z |\, j, m\rangle = m |\, j, m\rangle \end{cases} \quad \text{………………………………. (II.18)}$$

II.2.2 La fonction d'onde et l'énergie :

On basé sur le travail de Le Prof. *M. Abu-Shady et al.*, la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes $\Psi_{n,l,m}(\vec{r})$ et l'énergie $E_{n,l}$, pour le potentiel de Cornell Généralisé sont donnée par dans l'espace-temps à *N* dimensions [22] :

$$\Psi_{n,l,m}(\vec{r}) = \frac{C_{n,k}}{n!} r^{k(l)+n} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}} r^2 - a_2 \sqrt{\frac{\mu}{2a_1}} r \right) \exp(\pm i\varphi) \quad \text{……………………….. (II-19)}$$

et

$$E_{n,l} = \sqrt{\frac{a_1}{2\mu}} \left(2n + 2 + \sqrt{(N + 2l - 2)^2 - 8\mu a_4} \right) - \frac{a_2^{\,2}}{4a_1} + a_5 \quad \text{……………..….. (II-20)}$$

Avec $k(l) = \frac{-1 \pm \sqrt{(3+2l-2)^2 - 8\mu a_4}}{2}$. La constante de normalisation $C_{n,k}$ est donnée par [21] :

$$C_{n,k(l)} = n! \left\{ \frac{2(2\alpha)^{l+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma\left(k(l) + n + \frac{N}{2} \right)} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha} \right) \right\}^{1/2} \quad \text{(II-21)}$$

Avec $\alpha=\sqrt{\frac{\mu a}{2}}$, $\beta=\frac{\mu b}{2\alpha}$ et $\beta\gamma=\beta\frac{n+1}{2\alpha}=\frac{\mu c}{2\alpha}$. Pour $N=2$, la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes sont réduit à la forme :

$$\Psi_{n,l,m}\left(\vec{r}\right)=\frac{C_{n,k}}{n!}r^{l+n}\exp\left(-\sqrt{\frac{\mu a}{2}}r^{2}-b\sqrt{\frac{\mu}{2a}}r\right)\exp(\pm im\varphi)\ \ldots \qquad \text{….. (II-22)}$$

et

$$E_{n,l}=\sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{\left(2+2l-2\right)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2^{\ 2}}{4a_1}+a_5 \qquad \text{…………………….. (II-23)}$$

La constante de normalisation $C_{n,k}$ est donnée par [21] :

$$C_{n,l}=n!\left\{\frac{2\left(2\alpha\right)^{l+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma\left(k\left(l\right)+n+1\right)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}^{1/2} \qquad \text{(II-24)}$$

CHAPITRE 3

L'EFFET DE LA NON COMMUTATIVITÉ SUR LE SPECTRE D'ÉNERGIE À POTENTIEL DE CORNELL GÉNÉRALISÉE

À DEUX DIMENSIONS

III.1 Introduction :

L'objectif de ce chapitre, est l'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase à deux dimensions, qui peut être utilisé pour étudier :

1- Les atomes hydrogéniques
2- Les intéractions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons.

dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions en utilisant la méthode Bopp's Shift et le théorème de perturbation pour trouver les corrections des énergies correspondant aux états excité n.

III.2.L'opérateur d' Hamiltonien pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions (NC : 2D-RSP) :

Pour étudier l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé en l'espace phase non commutatif à deux dimensions, la première étape est l'écriture cette équation dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions [25-37]

$$\hat{H}\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)*\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)=E_{nc}\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)\text{...}\text{(III-1)}$$

Tel que :

- L'opérateur $\hat{H}\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)$ noté a l' Hamiltonien dans l'espace- phase non commutatif à deux dimensions,
- $\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)$ noté à la fonction d'onde complexe dans l'espace- phase non commutatif à deux dimensions,
- E_{nc} noté à la l'énergie produit par l'interaction de Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions,
- Le symbole $*$ est noté le produit étoile.

L'opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ peut être traité en trois modèles physiques [40-51] :

$$\begin{cases} \hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right) & \text{for (NC : 2D - RSP)} \\ \hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right) & \text{for (NC : 2D - RS)} \\ \hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i\right) & \text{for (NC : 2D - RP)} \end{cases} \quad \text{.......(III-2)}$$

- Le premier modèle correspondant $\hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur l'espace et la phase,
- La deuxième modèle correspondant $\hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur l'espace,
- La troisième modèle correspondant $\hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur la phase

L'équation de Schrödinger modifiée peut être traité par la méthode de Bopp's shift, cette méthode permet d'utilisé les mécanismes le produit ordinaire avec des translations appliqué à la potentiel anharmonique et le terme cinétique, les deux commutateurs, qu'ils décrivent les déformations de l'espace et la phase deviennent :

$$[\hat{x}_\mu, \hat{x}_\nu] = i\theta_{\mu\nu} \text{ et } [\hat{p}_\mu, \hat{p}_\nu] = i\bar{\theta}_{\mu\nu} \quad \text{.................................. (III-3)}$$

Avec, les deux opérateurs ($\hat{x}_\mu$ et $\hat{p}_\mu$) sont donnée par [30-37] :

$$\begin{cases} \hat{x}_\mu = x_\mu - \frac{\theta_{\mu\nu}}{2} p_\nu \\ \hat{p}_\mu = p_\mu + \frac{\bar{\theta}_{\mu\nu}}{2} x_\nu \end{cases} \quad \text{..................... .. .. (III-4)}$$

Avec les indices $(\mu,\nu = 1,2)$. L'équation de Schrödinger modifiée, ce réduite a la forme suivant :

$$H_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)\psi(\vec{r}) = E_{nc}\psi(\vec{r}) \qquad \text{(III-5)}$$

Avec, L'opérateur d'Hamiltonien $H_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$, qui correspondant le premier modèle prendre la forme :

$$H_{nc}(\hat{p}_\mu, \hat{x}_\mu) = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} + V(\hat{r}) \qquad \text{(III-6)}$$

Le potential anharmonique dans l'espace (NC : 2D-RSP) prendre la forme suivant :

$$V(r) \Rightarrow V(\hat{r}) = a_1\hat{r}^2 + a_2\hat{r} - \frac{a_3}{\hat{r}} + \frac{a_4}{\hat{r}^2} + a_5 \qquad \text{(III-7)}$$

On basé sur les références de notre encadreur Prof. A. Maireche [45-51], nous avons discuté dans le premier chapitre, les deux opérateurs $\hat{r}^2$ and $\hat{p}^2$ dans l'espace phase non-commutatif a deux dimensions:

$$\begin{aligned} \hat{r}^2 &= r^2 - L_z\theta + O(\theta) \\ \hat{p}^2 &= p^2 + L_z\bar{\theta} + O(\bar{\theta}) \end{aligned} \qquad \text{(III-8)}$$

Avec Les trois composantes du moment cinétique sont donnée par :

$$\begin{cases} L_x = 0 \\ L_y = 0 \\ L_z = xp_y - yp_x \end{cases} \qquad \text{(III-9)}$$

L'équation présentée par (III-8) permettre de trouver les trous termes :

$$\begin{cases} -\dfrac{a_3}{r} \to -\dfrac{a_3}{\hat{r}} = -\dfrac{a_3}{r} - \dfrac{a_3}{2r^3}\theta L_z + O(\Theta) \\ a_2 r \to a_2\hat{r} = a_2 r - \dfrac{a_2}{2r}\theta L_z + O(\Theta) \\ a_1 r^2 \to a_1\hat{r}^2 = a_1 r^2 - a_1\theta L_z + O(\Theta) \\ \dfrac{a_4}{r^2} \to \dfrac{a_4}{\hat{r}^2} = \dfrac{a_4}{r^2} + \dfrac{a_4}{r^4}\theta L_z + O(\Theta) \end{cases} \qquad \text{(III-10)}$$

Ces résultats récents permettre de donnée la nouvelle forme du potentiel anharmonique dans l'espace phase non commutatif a deux dimensions :

$$V(\hat{r}) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right) L_z \theta \text{ ....(III-11)}$$

Donc, l'équation (III-10) devinant :

$$V(\hat{r}) = V(r) + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right) L_z \theta \text{ ....(III-12)}$$

C'est à dire que le potentiel anharmonique dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions est la somme de deux parties principale, le premier $V(r)$ est le potentiel anharmonique dans l'espace ordinaire a deux dimensions et l'autre partie $\left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right) L_z \theta$ est la contribution de la déformation produit par la non-commutativité de l'espace.

L'opérateur d'Hamiltonien dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions est la somme de potentiel anharmonique dans l'espace phase non commutatif à deux dimensions et la parie de terme cinétique ans l'espace phase non commutatif à deux dimensions :

$$H_{nc}(\hat{p}_\mu, \hat{x}_\mu) = H(p_\mu, x_\mu) + H_{\text{pert}}(r, \Theta, \bar{\theta}) \text{ ....(III-13)}$$

Avec $H(p_\mu, x_\mu)$et $H_{\text{pert}}(r, \theta, \bar{\theta})$ sont donnée par, respectivement :

$$H(p_i, x_i) = \frac{p^2}{2\mu} + a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 \text{ ....(III-14)}$$

et

$$H_{pert}(r, \theta, \bar{\theta}) = \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right) L_z \theta + \frac{L_z \bar{\theta}}{2\mu} + O(\theta, \bar{\theta}) \text{ ....(III-15)}$$

L'opérateur $H(p_\mu, x_\mu)$ décrié L'Hamiltonien dans l'espace ordinaire à trois dimensions et $H_{\text{pert}}(r, \Theta, \bar{\theta})$ est produit par les deux déformations de l'espace et la phase. On remarque que l'opérateur $H_{\text{pert}}(r, \theta, \bar{\theta})$ proportionnel avec deux paramètres θ and $\bar{\theta}$.

III.3. Le spectre énergétique produit par le potentiel Cornell généralisé en (NC : 2D-RSP) :

Nous avons observé que le potentiel modifié $H_{\text{pert}}(r,\Theta,\bar{\theta})$ est proportionnel au deux paramètres infinitésimale $(\theta,\bar{\theta})$ et cela signifie que $H_{\text{pert}}(r,\theta,\bar{\theta})$ prend une valeur très petite par rapport à la partie principale $H(p_\mu,x_\mu)$, donc on peut appliquer le théorème de perturbation pour obtenir les modifications exacte d'énergie E_{per} au premier ordre en $(\theta,\bar{\theta})$. L'énergie totale dans l'espace-temps non commutatif E_{nc} est la somme de l'énergie correspondant à l'espace ordinaire E et les corrections E_{per} :

$$E_{nc} = E + E_{per} \qquad \text{(III-16)}$$

Le théorème de perturbation permet d'obtenir les corrections au premier ordre de la façon suivante :

$$E_{per} = \langle n | H_{\text{pert}}(r,\theta,\bar{\theta}) | n \rangle \qquad \text{(III-17)}$$

On peut récrire l'équation (III-17) sous la forme :

$$E_{per}(\theta,\bar{\theta}) = m\int \Psi^*(r,\varphi)\left(\theta\left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right) + \frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right)\Psi(r,\varphi) r dr d\varphi \qquad \text{(III-18)}$$

Avec ds représenté l'élément de surface en coordonnées polaires (r,φ), qui est donnée par :

$$ds = r dr d\varphi \qquad \text{(III-19)}$$

Avec l'angle solide $\Psi(r,\varphi)$ la fonction d'onde qui est définie par [22] :

$$\Psi_{n,l,m}(\overleftrightarrow{r}) = \frac{C_{n,k}}{n!} r^{k(l)+n} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}} r^2 - a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}} r\right)\exp(\pm i\varphi) \qquad \text{(III-20)}$$

Avec $k(l) = \frac{-1 \pm \sqrt{(3+2l-2)^2 - 8\mu a_4}}{2}$ el la constant de normalisation $C_{n,k} = n!\left\{\frac{2(2\alpha)^{l+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma(k+n+1)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}^{1/2}$

. Donc, on peut écrire l'équation (III-18), de la forme :

$$E_{per}(\Theta,\bar{\theta}) = m\int R^*(r)\left(\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right)R(r)rdr\int_0^{2\Pi}d\varphi \qquad \text{(III-21)}$$

On remplace la partie radiale de la fonction d'onde $R(r)$ dans équation (III-21) :

$$E_{per}(\theta,\bar{\theta}) = \frac{|C_{n,k}|^2}{n!^2}2\prod m\int_0^{+\infty} r^{2k+2n+1}\exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)\left\{\theta\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\}dr$$

(III-22)

On peut écrier l'équation (III-22) sous la forme :

$$E_{nc-per:u}(\Theta,\bar{\theta}) \equiv \frac{|C_{n,k}|^2}{n!^2}p_+\left\{\theta\sum_{i=1}^{4}T_i+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}T_5\right\} \text{…………... (III-23)}$$

Avec les quatre termes $T_i\left(i=\overline{1,4}\right)$ sont donnée par :

$$\begin{aligned}
T_1 &= a_4\int_0^{+\infty} r^{(2k+2n-2)-1}\exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)dr,\\
T_2 &= \frac{a_3}{2}\int_0^{+\infty} r^{(2k+2n-1)-1}\exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)dr,\\
T_3 &= -\frac{a_2}{2}\int_0^{+\infty} r^{(2k+2n+1)-1}\exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)dr,\\
T_4 &= -a_1\int_0^{+\infty} r^{(2k+2n+2)-1}\exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)dr,\\
T_5 &= \int_0^{+\infty} r^{(2k+2n+2)-1}\exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)dr
\end{aligned} \text{…………………….. (III-24)}$$

Pour obtenir les résultants d'intégrales, ont appliqué l'intégrale spéciale parenté dans l'équation (II.43) suivant [52] :

$$\int_0^{+\infty} x^{\nu-1}\exp\left(-\beta' x^2-\gamma x\right)dx = (2\beta)^{-\frac{\nu}{2}}\Gamma(\nu)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-\nu}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right) \text{ ……….. (III-25)}$$

Avec $D_{-\nu}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$ noté de la fonction parabolique cylindrique, $\Gamma(\nu)$ est la fonction Gamma et ($\mathrm{Re}\,l(\beta')\rangle 0$ et $\mathrm{Re}\,l(\nu\rangle 0)$. Ce qui permit de trouver les résultats suivants :

$$T_1 = a_4(2\beta')^{-\frac{2k+2n-2}{2}}\Gamma(2k+2n-2)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2k+2n-2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$$

$$T_2 = \frac{a_3}{2}(2\beta')^{-\frac{2n+2k-1}{2}}\Gamma(2n+2k-1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2n+2k-1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$$

$$T_3 = -\frac{a_2}{2}(2\beta')^{-\frac{2n+2k+1}{2}}\Gamma(2n+2k+1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2n+2k+1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right) \quad \text{..................... (III-26)}$$

$$T_4 = -a_1(2\beta')^{-\frac{2n+2k+2}{2}}\Gamma(2n+2k+2)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right))D_{-(2n+2l+2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$$

$$T_5 = (2\beta')^{-\frac{2n+2k+1}{2}}\Gamma(2n+2k+1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2n+2k+1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$$

Avec $\gamma = 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}$ et $\beta' = 2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}$. Ce qui permit d'obtenir les corrections $E_{nc-per}(\theta,\bar{\theta})$ on fonctions des paramètres $(\theta,\bar{\theta})$ et les paramétrées de potentiels (a_1,a_2,a_3,a_4,a_5):

$$E_{per}(\theta,\bar{\theta}) \equiv \left\{\frac{(2\alpha)^{l+n+1/2}}{\Gamma(k+n+1)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\} m\{\theta T_{nc-s} + \bar{\theta} T_{nc-p}\} \quad \text{...................... (III-27)}$$

Avec T_{nc-s} et T_{nc-p} sont donnée par :

$$T_{nc-s} = 4\sum_{i=1}^{3} T_i$$
$$\equiv a_4(2\beta')^{-\frac{2k+2n-2}{2}}\Gamma(2k+2n-2)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2k+2n-2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right) + \frac{a_3}{2}(2\beta')^{-\frac{2n+2k-1}{2}}\Gamma(2n+2k-1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2n+2k-1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$$
$$-\frac{a_2}{2}(2\beta')^{-\frac{2n+2k+1}{2}}\Gamma(2n+2k+1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2n+2k+1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right) + -a_1(2\beta')^{-\frac{2n+2k+2}{2}}\Gamma(2n+2k+2)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right))D_{-(2n+2l+2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right)$$

(III-28)

et

$$T_{nc-p} \equiv (2\beta')^{-\frac{2n+2k+1}{2}}\Gamma(2n+2k+1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\beta'}\right)D_{-(2n+2k+1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta'}}\right) \quad \text{.....................(III-29)}$$

L'énergie $E_{nc}(\Theta,\bar{\theta})$ de l'état excité n dans l'espace –phase -non commutatif a deux dimensions produit par l'effet de la non-commutativité de l'espace et la phase, est la somme de l'énergie $E_{n,l}$ (donnée par (II.23) de l'état excité n dans l'espace-temps-ordinaire et les modifications non commutatif, correspondant aux deux polarisations de l'électron up et down, et qui sont déterminés par l'équation (III-44) :

$$E_{nc}(\theta,\bar{\theta}) \equiv \sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{(2+2l-2)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2^{\ 2}}{4a_1}+a_5 \\ +\left\{\frac{(2\alpha)^{l+n+1/2}}{\Gamma(l+n+1)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}m\{\theta T_{nc-s}+\bar{\theta}T_{nc-p}\} \tag{III-30}$$

Et l'opérateur d'Hamiltonien $\hat{H}_{nc}$ correspondant peut être représenté par la forme suivant :

$$H_{nc}(\hat{p}_\mu,\hat{x}_\mu)=H(p_\mu,x_\mu)+\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)L_z\theta+\frac{L_z\bar{\theta}}{2\mu}+O(\theta,\bar{\theta}) \tag{III-31}$$

Notez clairement que les nouveaux niveaux d'énergie deviennent dégénérés, chaque niveau d'énergie devient $2l+1$ niveaux, c'est à cause de l'effet automatique produit par l'influence de l'effet Zeeman modifié.

Conclusion Générale

Dans cette mémoire, nous avons étudié l'espace des phases non commutatif et l’un de ses application sur la physique moderne, ou' nous découvrons l'effet de la non commutativité sur le spectre d'énergie des systèmes des mésons lourds décrits par l'équation de Schrödinger prolongé dans le potentiel de Cornell généralisé à deux démenions.

Au deuxième chapitre, nous avons fait une révision de l'équation de Schrödinger à la présence de notre potentiel et trouver le spectre d'énergie et la fonction d’onde dans l'espace des phases ordinaire bidimensionnel.

Puis, nous avons appliqué les formulaires principales de l'espace ordinaire utilisant la méthode de décalage de Bopp pour les obtenons dans l'espace des phases non commutatif et étudié la contribution de la non commutativité dans deux expressions fondamentales : l'Hamiltonien et le spectre d’énergie.

Ou' l'expression d'Hamiltonien apparait avec un terme additif considéré comme une partie perturbative, car les paramètres infinitésimales de la non commutativité. Nous avons obtenu l'Hamiltonien non commutatif, par l'aide de théorie de perturbation nous avons trouvons les corrections dans le spectre d'énergie pour les niveaux d'énergie produits par l'effet de Zeeman.

Références Bibliographiques

[01] J. L. Basidevant, Mécanique Quantique, ellipses, ISBN 2-7298-8614-1 (1986), Paris, France.

[02] E. Elbaz, Quantum, The quantum theory of particles, Fields, and Cosmology, Springere, ISBN 3-540-62093-1 (1995), New York, USA.

[03] Shi-Hai Dong and Guo-Hua Sun, The Schrödinger equation with a Coulomb plus inverse-square potential in D dimensions, Physica Scripta, Vol. 70, Number 2-3 (2004) 94-97. Doi http://dx.doi.org/10.1088/0031-8949/70/2-3/004.

[04] J J Pena, G Ovando and J Morales, D-dimensional Eckart+deformed Hylleraas potential:Bound state solutions, Journal of Physics: Conference Series 574 (2015) 012089, doi:10.1088/1742-6596/574/1/012089

[05] L. Buragohain and S. A. S .Ahmed, Exactly solvable quantum mechanical systems generated from the anharmonic potentials, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 4, No. 1, 79-83 (2010).

[06] A. Niknam, A. A. Rajab and M. Solaimani, Solutions of D-dimensional Schrödinger equation for Woods-Saxon potential with spin-orbit, coulomb and centrifugal terms through a new hybrid numerical fitting Nikiforov-Uvarov method, J Theor App Phys, (2015) DOI 10.1007/s40094-015-0201-9.

[07] Sameer M. Ikhdair1 and Ramazan Sever, Exact solutions of the radial Schrödinger equation for some physical potentials, CEJP. 5(4) (2007) 516–527.

[08] B. I. Ita, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Hellmann plus Mie-type potential using Nikiforov-Uvarov Method, International Journal of Recent advances in Physics (IJRAP), Vol. 2, No, 4, 2013.

[09] S. M. Ikhdair and R. Sever, Exact polynomial eigensolutions of the Schrödinger equation for the pseudoharmonic potential, J. Mol. Struc.-Theochem. Vol. 806, (2007), pp. 155–158.

[10] Ahmed, A. S. and Buragohain, L., Generation of new classes of exactly solvable potentials, Phys.Scr.80. (2009) 1-6.

[11] Bose, S. K., Exact solution of non-relativistic Schrödinger equation for certain central physical potentials, Nouvo Cimento B. 113 (1996) 299- 328.

[12] Flesses, G. P. and Watt, A., An exact solution of the Schrödinger equation for a multiterm potential, J. Phys. A: Math. Gen. 14, (1981) L315-L318.

[13] M. Ikhdair and R. Sever, Exact solution of the Klein–Gordon equation for the PT symmetri generalized Woods–Saxon potential by the Nikiforov–Uvarov method, Ann. Phys. (Leipzig), Vol. 16, (2007), pp. 218–232.

[14] S. H. Dong, Schrödinger equation with the potential V(r) =r*−4+r*−3+r*−2+r*−1, Physica Scripta. Vol. 64, no. 4 (2001) pp. 273–276.

[15] B. I. Ita and A. I. Ikeuda, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Yukawa plus inversely quadratic Hellmann potential using Nikiforov-Uvarov Method, Journal of Atomic and Molecular Physics, Vol. 2013, Article ID 582610, 4 Pages http://dx.doi.org/10,1155/2013/582610

[16] B. I. Ita, A. I. Ikeuba and A. N. Ikot, Solutions of the Schrödinger Equation with Quantum Mechanical Gravitational Potential Plus Harmonic Oscillator Potential, Commun. Theor. Phys. 61 (2014) 149.

[17] H. Hassanabadi, M. Hamzavi, S. Zarrinkamar and A. A. Rajabi, Exact solutions of N-Dimensional Schrödinger equation for a potential containing coulomb and quadratic terms, International Journl of the Physical Sciences, Vol. 6(3), pp. 583-586, 2011.

[18] Shi-Hai Dong, Guo-Hua San, Quantum Spectrum of Some Anharmonic Central Potentials: Wave Functions Ansatz, Foundations of Physics Letters. 16, Issue 4 (2003) pp 357-367.

[19] D. Agboola, Complte Analytical Solutions of the Mie-Type Potentials in N-Dimensions, ACTA PHYSICA POLONICA A, Vol. 120 (2011) 371-377.

[20] Shi-Hai Dong, Zhoung-Qi Ma, and Giampieero Esposito, Exact solutions of the Schrödinger equation with inverse-power potential, Foundations' of Physics Letters. Vol, 12, N, 5, 1999.

[21] Tapas Das, Treatment of N-dimensional Schrödinger Equation for Anharmonic Potential via Laplace Transform, EJTP (Electronic Journal of Theoretical Physics)13, No. 35 (2016) 207–214.

[22] M. Abu-Shay, T. A. Abdel-karim and E. M. Khokha. Exact solutions of the N-dimensional Radial Schrodinger equation via Laplace Transformation method with the generalized Cornell potential. Scifed journal of quantum physics, 2(2) 2018.

[23] W. Heisenberg : "Letter to R. Peierls (1930), in 'Wolfgang Pauli, Scienti- fic Correspondence', Vol. III, p.15, Ed. K. von Meyenn", (Springer Verlag 1985)

[24] H. Snyder, The Quantization of space-time, Phys. Rev. 71 (1946) 38-41.

[25] R. J. Szabo, "Quantum field theory on noncommutative spaces", Phys. Rept. 378 207 (2003) hep-th/0109162.

[26] F. A. Schaposnik "Three lectures on noncommutative field theories", hep-th/0408132. [27] M. Chaichian, P. P. Kulish, K. Nishijima and A. Tureanu, "On a Lorentz-Invariant Interpretation of Noncommutative Space-Time and Its Implications on Noncommutative QFT," Phys. Lett. B 604 98 (2004) hep-th/0408069.

[28] J. Wess, "Deformed Coordinate Spaces: Derivatives," hep-th/0408080.

[29] A. Connes and M. A. Rieffel, "Yang-Mills for Noncommutative Two-Tori", Contemp. Math. 62 237 (1987).

[30] A. Connes and J. Lott, "Particle Models and Noncommutative Geometry", Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) 18 B 29 (1991).

[31] J. Gamboa, M. Loewe, F. Mendez and J. C. Rojas, Noncommutative Quantum Mechanics: The Twodimensional central Field, International Journal of Modern Physics A, Vol. 17 Issue: 19 Pages: 2555- 2565 (2002).

[32] Gamboa, J., Loewe, M., & Rojas, J. C. (2001). Noncommutative quantum mechanics. Physical Review D, 64(6). doi:10.1103/physrevd.64.067901

[33] Curtright, T., Fairlie, D., & Zachos, C. (1998). Features of time-independent Wigner functions. Physical Review D, 58(2). doi:10.1103/physrevd.58.025002

[34] Fritz Bopp. 1956, La mecanique quantique est-elle une mecanique statistique particuliere, Ann. Inst. H. Poincar´e 1581.

[35] A. E. F. Djemei and H. Smail, On Quantum Mechanics on Noncommutative Quantum Phase Space, Commun. Theor. Phys. (Beijinig, China). 41 (2004) pp.837-844.

[36] Justin Gabriel encadré par François Gieres, Diverses Approches de la Mécanique Quantique sur Espace Non-Commutatif, Master Science de la matière, Université Claude Bernard Lyon I (2013-2014).

[37] Jumakari-Mamat; Sayipjamal Dulat and Hekim Mamatabdulla, Landau-like Atomic Proplem on a Non-commutative Phase Space, Int J Theor Phys; DIO 10.1007/s10773-016-2922-1 (2016).

[38] Mémoire de master préparé par : Gharbi Noura et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, L'atome d'Hydrogène sous l'action d'un potentiel Coulombien dans l'espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[39] Mémoire de master préparé par : Elbahi Fatima et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, L'atome d'Hydrogène sous l'action d'un multi-potentiels dans l'espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[40] Mémoire de master préparé par : Zellagui Asma et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergies atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non commutatif à deux dimensions : 2014-2015, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[41] Mémoire de master préparé par : Delaldja HANANE et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergie atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non-commutatif à trois dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[42] Mémoire de master préparé par : Khodja MERIEM et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergies atomique produit par le inverse-carré potentiel dans

l'espace-phase non commutatif à trois dimensions, promotion : 2015-2016, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[43] Mémoire de master préparé par : BENAZOUZ Wissame et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel anharmonique en l'espace phase non commutatif à trois dimensions dans les symétries de la mécanique quantique généralisée: 2017-2018, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[44] Mémoire de master préparé par : DJERIDA Rokaia et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel anharmonique en l'espace phase non commutatif à deux dimensions dans les symétries de la mécanique quantique généralisée : 2017-2018, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[45] Abdelmadjid Maireche, Deformed Quantum Energy Spectra with Mixed Harmonic Potential for Nonrelativistic Schrödinger equation, J. Nano- Electron. Phys. 7 No 2, (2015) 02003.

[46] Abdelmadjid Maireche, A Study of Schrödinger Equation with Inverse Sextic Potential in 2-dimensional Non-commutative Space, The African Rev. Phys. 9:0025, (2014) 185-193.

[47] Abdelmadjid Maireche Deformed Bound States for Central Fraction Power Potential: Non Relativistic Schrödinger Equation, The African Rev. Phys. 10:0014, (2015) 97-103.

[48] Abdelmadjid. Maireche, Nonrelativistic Atomic Spectrum for Companied Harmonic Oscillator Potential and its Inverse in both NC-2D: RSP, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 56, pp. 1-9, Jul. 2015.

[49] Abdelmadjid Maireche, New exact bound states solutions for (C.F.P.S.) potential in the case of Non-commutative three dimensional non relativistic quantum mechanics, Med. J. Model. Simul. 04 (2015) 060-072.

[50] Maireche A (2017) New Exact Non-relativistic Energy Eigen Values for Modified Inversely Quadratic Hellmann Plus Inversely Quadratic Potential. J Nanosci Curr Res 2:115. DOI: 10.4172/2572-0813.1000115.

[51] Abdelmadjid Maireche, New Bound State Energies for Spherical Quantum Dots in Presence of a Confining Potential Model at Nano and Plank's Scales, NanoWorld J, 1(4): (2016) 120-127.

[52] I. S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products, ISBN-13: 978-0-12-373637-6, (2007) USA.

Abstract

In this work, of master memory, in theoretical physics, (2019/2020), we have studied the Schrödinger equation with generalized Cornell potential in noncommutative two dimensional spaces and phases by applying the Bopp's shift method to first order in the noncommutative parameters ($\theta, \bar{\theta}$), instead of using the star product method. The corrections of energy levels obtained by applying standard perturbation theory atoms with one electron, it has been observed that the obtained energy spectra was changed radically, and replaced by degenerate new states, depending on the discrete quantum atomic number m , these results produced from Zeeman effect.

Keywords: Star product, noncommutative space and phase, generalized Cornell potential.

*Paces number(s)***: 11.10.Nx, 32.30-r, 03.65-w.**

ملخص

في هذا العمل الخاص بمذكرة الماستر في الفيزياء النظرية (2018/2017). درسنا معادلة شرود ينغر تحت تأثير كمون يسمي كورنل المعمم في الفضاء اللاتبادلي ثنائي البعد وثنائي الطور بتطبيق مبدأ Bopp بدلا من الحل المباشر الناتج عن الجداء النجمي. اعتمدنا النتائج الموافقة للحد **(** $\theta, \bar{\theta}$ **)**. وجدنا الكمون الناتج عن خواص الفضاء يحتوي على حد جديد متناهي في الصغر بالمقارنة مع الحد الرئيسي وهذا يسمح بتطبيق نظرية الاضطرابات المستقرة. قمنا بحساب الطاقات الجديدة. حيث أن النتائج المحصل عليها تختلف جذريا عن النتائج الأصلية وأصبحت متوالدة ومتعلقة بعدد كمي مغناطيسي m هذا التوالد في مستويات الطاقة يمكن تفسيره فيزيائيا نتيجة لتاثير مفعول زيمان.

الكلمات المفتاحية: الجداء النجمي. الفضاء اللاتبادلي البعدي و الطوري و كمون كورنل المعمم