

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA  
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME  
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE

**OPTION : ELECTROMECHANIQUE**

thEme

---

**CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UN  
PROPULSEUR  
ELECTROMAGNETIQUE**

---

Proposé et dirigé par:  
Monsieur :TORKI Zohir

Présenté par :

BOUHADJA Omar  
BOUGHIDA Smail  
ZAIDI Elyazid

Année Universitaire: 2006 / 2007

# Remerciement

*A l'issu de cette étude, Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à toutes les*

*Personnes qui m'ont aidé tout au long de mon travail.*

*Ma reconnaissance va plus particulièrement à :*

*Notre promoteur M<sup>onsieur</sup> torki zohir pour sa contribution à*

*L'élaboration de ce mémoire.*

*A tous qui n'ont aidé à réaliser ce travail.*

*L'ensemble des enseignants qui m'ont suivi durant mon cycle*

*D'étude.*

*Mon respect aux membres du jury qui me feront l'honneur*

*D'apprécier mon travail.*

*Nos remerciements s'adressent également à nos collègues de*

*L'électromécanique et tous nos amis*

*Zaidi Elyazid*

*Bouhadja Omar*

*Boughida Smaile*

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail en signe de reconnaissances et de respect :*

*A mes très chers parents*

*A mes frères A+98ZAO8ZAE7R et mes sœurs*

*A toute ma famille*

*A toutes mes amies*

*Zaidi Elyazid*

*Bouhadja Omar*

*Boughida Smaile*

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

## **CHAPITRE I Généralités sur les actionneurs électromécaniques**

I.1.Introduction.....	3
I.2.Les actionneurs électrique.....	3
I.2.1.Actionneur collecteur.....	3
I.2.2.Actionneur électrohydraulique.....	4
I.2.3.Actionneur pas à pas.....	5
I.2.4.Machine a synchrone reluctance variable.....	6
I.3.Les actionneurs linéaire électromagnétique.....	7
I.3.1.Le moteur linéaire.....	8
I.3.1.1.Le moteur linéaire inductif.....	8
I.3.1.2Le moteur linéaire asynchrone.....	9
I.3.1.3.Le moteur tubulaire linéaire.....	10
I.3.2.L'MHD.....	11
I.4.Conclusion.....	12

## **CHAPITRE II Les Propulseurs Electromagnétiques**

II.1.Introduction .....	13
II.2.Avantage d'accélération on électrique .....	13
II.3.Le propulseur à rail.....	15
II.3.1.Le rail.....	17
II.3.2.Le projectile.....	17
II.3.3.Description est alimentation du propulseur à rail .....	17
II.3.4.Les phase d'alimentation.....	18
II.3.4.1.Chargement de l'inductance de stockage.....	18
II.3.4.2.Déchargement de l'inductance de stockage.....	19
II.4.Le propulseur inductif.....	20
II.4.1.Le canon.....	21
II.4.2.Le projectile.....	21
II.4.3.Principe d'alimentation du propulseur inductif.....	22
II.4.3.1.Alimentation par Générateur.....	22
II.4.3.2.Alimentation par banc des condensateurs.....	23
II.4.3.2.1.Décharge de condensateur à travers un circuit inductif.....	24
II.5. le discriminant $\Delta$ est positif ou nul décharge.....	25
II.6. le discriminant $\Delta$ est négatif ; dechargoscilla toire amortie.....	27
II.7.Echange d'énergie au coure de la décharge du condensateur.....	28
II.8.Application de propulseur électromagnétique.....	29
II.9.Conclusion.....	29

## **CHAPITR III Evolution des grandeurs électromagnétique**

III.1 Introduction.....	30
III.2 .Evaluations des grandeurs du propulseur électrique.....	30
III.2.1.L'énergie fournit par le générateur.....	31
III.2.2.La puissance instantané.....	32
III.2.3. La puissance mécanique.....	33
III.2.4.La force de propulsion.....	34
III.3. Evaluation des grandeurs magnétiques.....	34
III.3.1. l'induction magnétique.....	34
III.3.2.La densité et l'intensité du courant électrique.....	36
III.4. Modèle électromécanique de propulseur.....	37
III.4.1. Fonctionnement de circuit d'alimentation.....	39
III.4.2. Mise en évidence des équations.....	39
III.4.2.1.La force électromotrice.....	39
III.4.2.2.L'énergie.....	40
III.4.2.3.Le rendement.....	45
III .5. Conclusion.....	45

## CHAPITRE IV Aperçu sur la méthode des éléments finis

IV.1.Introduction.....	46
IV.2. Fonction d'interpolation et d'approximation.....	46
IV.3. Formulation éléments fin.....	47
IV.3.1. Formulation variationnelle.....	47
IV.3.1.1. Cas d'un problème magnétostatique.....	48
IV.3.1.2. Cas d'un problème électrostatique.....	48
IV.3.1.3.Cas d'un problème magnétodynamique.....	50
IV.3.2. Formulation résidus pondérée.....	50
IV.4. Méthode de calcul des forces magnétiques.....	51
IV.4.1.Introduction.....	51
IV.4.2. Méthode de la variation de la coénergie et de l'énergie magnétique.....	52
IV.4.3 Force de Lorentz.....	53
IV.4.4. Méthode des travaux virtuels.....	57
IV.4.4.1. Principe de la méthode.....	57
IV.4.4.2. Calcul de la force.....	57
IV.4.5. Tenseur de Maxwell.....	57
IV.5. Méthode de résolution et d'intégration.....	59
IV.5.1. Introduction.....	59
IV.5.2. Méthodes de la résolution des systèmes algébriques linéaires.....	60
IV.5.3 Méthode des directes.....	61
IV.5.3.1. Méthode des Gauss.....	61
IV.5.3.1.1. Intégration sur des rectangles.....	62
IV.5.3.1.2. Intégration sur des triangles.....	62
IV.5.3.1.3. Méthode de Choleysky (15).....	63
IV.5.3.2. Principe Théorème de Choleysky.....	64
IV.5.4. Méthode itératives.....	64
IV.5.4.1.Méthode de newton-Raphson.....	65

IV.6. Organigramme.....	66
IV.7. Conclusion.....	66

## **CHAPITRE V Application et résultat de simulation**

V.1. Introduction.....	67
V.2. Dimension de propulseur à rail.....	68
V.2.1. Modèle géométrique de dispositif à étudier.....	68
V.2.2. Présentation de lingue de champ.....	69
V.2.3. Les isovaleurs de potentiel magnétique.....	70
V.3. Première prototype (projectile en Cu).....	70
V.3.1. Schéma du propulseur à rail en 2D.....	70
V.3.2. le maillage en 2D.....	71
V.3.3. Exploitation des résultats.....	71
V.3.3.1. Potentiel magnétique.....	71
V.3.3.2. L'induction magnétique.....	72
V.3.3.3. La densité volumique de flux magnétique.....	73
V.3.3.4. Variation de la force en fonction de temps.....	74
V.3.3.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps.....	74
V.4. Deuxième prototype (projectile en Al).....	75
V.4.2. le maillage en 2D.....	75
V.4.3. Exploitation des résultats.....	75
V.4.3.1. Potentiel magnétique.....	75
V.4.3.2. La densité de flux magnétique.....	76
V.4.3.3. La densité volumique de flux magnétique.....	77
V.4.3.4. Evolution de la force en fonction de temps.....	78
V.4.3.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps.....	79
V.5. Troisième prototype (projectile en Titane).....	79
V.5.1. le maillage en 2D.....	79
V.5.2. Exploitation des résultats.....	80
V.5.2.1. Potentiel magnétique.....	80
V.5.2.2. La densité de flux magnétique.....	81
V.5.2.3. La densité volumique de flux magnétique.....	82
V.5.2.4. Evolution de la force en fonction de temps.....	83
V.5.2.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps.....	83
V.6. Présentation de propulseur à rail en 3D.....	84
V.6.1. Schéma du propulseur à rail en 3D.....	84
V.6.2. le maillage en 3D.....	84
V.6.3. La densité de flux magnétique.....	85
V.6.4. Evolution de la force en fonction de temps.....	86
V.6.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps.....	87
V.6.6. Commentaire.....	87
V.7. Conclusion.....	87

<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	88
----------------------------------	----

<b>ANNEXE</b> .....	89
---------------------	----

<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	90
----------------------------	----

<b>Fig. I.1:</b> Schéma d'actionneur à collecteur.....	4
<b>Fig. I.2:</b> Architecture d'un actionneur Electrohydraulique.....	5
<b>Fig. I.3:</b> Actionneur à réluctance variable.....	6
<b>Fig. I.4:</b> Etats magnétique de la MSR (rotor multicouches alternées).....	7
<b>Fig. I.5:</b> Moteur linéaire.....	8
<b>Fig. I.6 :</b> Moteur linéaire à inducteur simple.....	9
<b>Fig. I.7:</b> Moteur linéaire à induit composite.....	9
<b>Fig. I.8:</b> Moteur linéaire synchrone.....	10
<b>Fig. I.9:</b> Moteurs linéaire tubulaire.....	11
<b>Fig. I.10:</b> Schéma de l'MHD.....	12
<b>Fig. II.1:</b> Rendement d'un propulseur à poudré en fonction de $v_0$ .....	13
<b>Fig. II.2:</b> Prénétration P d'un perforant dans une cible en fonction de la vitesse.....	14
<b>Fig. II.3:</b> Energie cinétique en fonction de la vitesse d'impact pour un perforant.....	15
<b>Fig. II.4:</b> Représentation schématique d'propulseur à rails.....	16
<b>Fig. II.5:</b> .Les deux rails.....	17
<b>Fig. II.6:</b> Le projectile.....	17
<b>Fig. II.7:</b> Schéma électrique d'alimentation du propulseur à rails.....	18
<b>Fig. II.8:</b> Schéma électrique de la phase de chargement.....	18
<b>Fig. II.9:</b> Le chargement de courant en fonction de temps.....	19
<b>Fig. II.10:</b> Schéma électrique de la phase de déchargement.....	19
<b>Fig. II.11:</b> Le déchargement de courant en fonction de temps.....	20
<b>Fig. II.12:</b> Schéma du principe de fonctionnement du propulseur inductif.....	21
<b>Fig. II.13:</b> Le canon.....	21
<b>Fig. II.14:</b> Le projectile.....	22
<b>Fig. II.15:</b> Schéma du mode d'alimentation par générateur.....	23
<b>Fig. II.16:</b> Schéma de mode d'alimentation par bancs de condensate.....	23
<b>Fig. II.17:</b> Décharge d'un condensateur à travers un circuit inductif.....	24
<b>Fig. II.18:</b> Décharge apériodique.....	26
<b>Fig. III.1 :</b> Circuit électrique du propulseur.....	30
<b>Fig. III.2:</b> Variation de l'énergie magnétique en fonction du courant.....	31
<b>Fig. III.3 :</b> Le sens de B et F dans le propulseur.....	32
<b>Fig. III.4:</b> Variation de la puissance mécanique en fonction du temps.....	33
<b>Fig. III.5:</b> Variation de la force en fonction du temps.....	34
<b>Fig. III.6:</b> Le champ magnétique distripe dans chaque région.....	35
<b>Fig. III.7.</b> Le courant enlacé et orienté pare le contour <b>c</b> .....	35
<b>Fig. III. 8:</b> Le schéma électrique du propulseur.....	38
<b>Fig. III.9 :</b> Schéma de circuit électrique équivalent.....	38
<b>Fig. III.10:</b> Le circuit équivalent.....	40

<b>Fig. V.1 :</b>	Représentation du domaine de résolution et les conditions aux limites.....	68
<b>Fig. V.2 :</b>	Représentation de la lingue de champ magnétique.....	69
<b>Fig. V.3 :</b>	Les lingues de champ magnétique suivant l'axe ( $H_x, H_y$ ).....	69
<b>Fig. V.4 :</b>	Conteur de potentiel magnétique.....	70
<b>Fig. V.5 :</b>	Propulseur à rail en 2D.....	70
<b>Fig. V.6:</b>	Le maillage en 2D.....	71
<b>Fig. V.7:</b>	La variation de potentiel magnétique Sur L'axe ( $A_z$ ).....	71
<b>Fig. V.8 :</b>	La surface de la densité de flux magnétique sur L'axe ( $B_y$ ).....	72
<b>Fig. V. 9:</b>	La variation de la densité de flux magnétique sur L'axe ( $B_y$ ).....	72
<b>Fig. V.10:</b>	La surface de la densité de flux magnétique (norm B).....	73
<b>Fig. V. 11:</b>	La variation de la densité de flux magnétique (norm B).....	73
<b>Fig. V.12:</b>	La force en fonction de temps.....	74
<b>Fig. V.13:</b>	La vitesse en fonction de temps.....	74
<b>Fig. V.14:</b>	Le maillage en 2D.....	75
<b>Fig. V.15:</b>	La variation de potentiel magnétique sur L'axe ( $A_z$ ).....	76
<b>Fig. V.16:</b>	La surface de la densité de flux magnétique Sur L'axe ( $B_y$ ).....	76
<b>Fig. V.17:</b>	La variation de la densité de flux magnétique Sur L'axe ( $B_y$ ).....	77
<b>Fig. V.18:</b>	La surface de la densité de flux magnétique (norm B).....	77
<b>Fig. V.19:</b>	La variation de la densité de flux magnétique (norm B).....	78
<b>Fig. V.20 :</b>	La force en fonction de temps.....	78
<b>Fig. V.21:</b>	La vitesse en fonction de temps.....	79
<b>Fig. V.22 :</b>	Le maillage en 2D.....	80
<b>Fig. V.23 :</b>	La variation de magnétique potentiel sur L'axe ( $A_z$ ).....	80
<b>Fig. V.24 :</b>	La surface de la densité de flux magnétique Sur L'axe ( $B_y$ ).....	81
<b>Fig. V.25 :</b>	La variation de la densité de flux magnétique sur L'axe ( $B_y$ ).....	81
<b>Fig. V.26 :</b>	La surface de la densité de flux magnétique (norm B).....	82
<b>Fig. V.27 :</b>	La variation de la densité de flux magnétique (norm B).....	82
<b>Fig. V.28 :</b>	La force en fonction de temps.....	83
<b>Fig. V.29:</b>	La vitesse en fonction de temps.....	83
<b>Fig. V.30 :</b>	Propulseur à rail en 3D.....	84
<b>Fig. V.31 :</b>	Représentation du millage élément finis du modèle (en cage).....	84
<b>Fig. V.32 :</b>	La variation de la densité de flux magnétique Sur L'axe ( $A_y$ ).....	85
<b>Fig. V.33 :</b>	La variation de la densité de flux magnétique Sur L'axe ( $A_y$ ).....	85
<b>Fig. V.34 :</b>	La variation de la densité de flux magnétique Sur L'axe ( $A_y$ ).....	86
<b>Fig. V.35:</b>	La force en fonction de déplacement.....	86
<b>Fig. V.36 :</b>	La vitesse en fonction de temps.....	87

## ABREVIATION

G	Facteur de conversion ;
Vs	La vitesse de l'onde glissante;
Pr	Puissance fournie au rotor;
Vr	La vitesse synchrone linéaire;
Jind	Densité du courant électrique induit;
B	Induction magnétique ;
$\sigma$	Conductivité électrique
E	Champ électrique;
H	Champ magnétique;
D	Induction électrique;
Nr	Vitesse rotorique;
$\epsilon$	Permittivité électrique;
$\rho$	Densité volumique de charge électrique;
$\mu$	Perméabilité magnétique;
$\rho_{Cu}$	Résistivité du rail (cuivre);
X	Longueur du rail;
W	Distance entre les deux rails;
h	Hauteur effective des rails;
R	Résistance du rail par unité de longueur;
I <sub>0</sub>	Intensité initiale;
L <sub>0</sub>	Inductance du circuit de stockage;
R <sub>0</sub>	Résistance du circuit de stockage;
R <sub>p</sub>	Résistance du plasma;
$\sigma_p$	Conductivité électrique moyenne du plasma;
M <sub>p</sub>	Masse du plasma;
M <sub>0</sub>	Masse du projectile;
MCu	Masse molaire du cuivre;
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide.

---

---

Br	Induction rémanente des aimants utilisés;
J max	Densité de courante crête;
H	Hauteur de l'actionneur;
kr	Coefficient de remplissage du bobinage
Kcg	Coefficient de couplage global;
Jr	Courant du stator ;
$\gamma_r$	Conductivité du rotor ;
hr	Longueur du rotor ;
g	L'entre fer ;

---

## INTRODUCTION GENERALE

L'accélération électromagnétique est un concept qui a été étudié pendant au minimum huit décennies. En 1920, un canon électrique a été proposé par un ingénieur français, et un effort concentré a été fourni en Allemagne durant la dernière partie de la deuxième guerre mondiale. Plusieurs études, concernant cette technologie, ont été ensuite menées pendant les années soixante mais celles-ci se voient entravées par le manque d'alimentation adéquate et de modèles de conception fiables. Les travaux de Rashleigh, Marshall, et Barber, menés à l'université nationale d'Australie, ont partiellement résolu ces problèmes, ouvrant ainsi la voie des exploits considérables dans ce domaine de la propulsion électromagnétique [1].

Un accélérateur électromagnétique est un dispositif qui utilise l'interaction entre les champs magnétiques produits par des courants électriques pour accélérer un projectile. Un tel accélérateur constitue une alternative au propulseur actionné par réaction chimique et offre l'avantage de pouvoir obtenir des vitesses très élevées. En effet, l'avancée considérable dans le domaine de la puissance impulsionnelle, pendant les décennies précédentes, a placé cette technologie de lancement dans le royaume de la praticabilité et des modèles de laboratoire sont visés pour le développement de systèmes pratiques plus performants. Des vitesses de 10km/s ont été atteintes avec des prototypes de laboratoire [1]. Cette possibilité de lancer des charges avec des vitesses considérablement élevées fournit une option attrayante pour les systèmes de défense militaire. Elle offre également un intérêt potentiel pour des applications spatiales de lancement.

Le propulseur électromagnétique est une forme de moteur électrique où une armature conductrice est accélérée par la force produite par l'interaction entre une induction magnétique créée par des courants électriques et un courant induit au sein de cette armature. Plusieurs formes de propulseur ont été développées. On trouve principalement, les propulseurs à rails et les propulseurs inductifs. Ces derniers sont particulièrement intéressants pour des applications à grande vitesse puisque tout le courant dans l'armature est obtenu par induction sans utiliser de contacts électriques.

Le propulseur étudié dans le cadre de notre travail, constituant une suite à une première étude qui a permis de cerner les différents paramètres qui interviennent dans la conception du dispositif et d'étudier à la fois les différentes techniques de modélisation en vue sa caractérisation, est le propulseur à rail. Celui-ci se présente comme un ensemble formé par des rails et d'un projectile se trouve entre les deux rails.

La forme de propulsion produit lorsque il ya un courant électrique circulé dans les rails et le projectile d'autrement il un champ d'induction engendré du tour le deux rails a cause la forte

---

densité de courant

La force de propulsion est assurée par l'interaction entre le champ d'induction engendré autour des rails, par une forte densité de courant dans ces derniers, et le courant, perpendiculaire sur ce champ, dans le projectile.

Dans le premier chapitre de notre étude, nous présenterons les différents types des actionneurs électromagnétiques, en donnant son architecture et son principe de fonctionnement. Nous parlerons également sur les actionneurs qui font un mouvement linéaire et rotatif.

L'architecture du système et le principe de fonctionnement, ainsi les paramètres d'alimentation, pour les propulseurs à rail et inductif, fera l'objet d'étude dans le deuxième chapitre.

Pour évaluer les paramètres électrique et magnétique régissant le système ainsi formé, dans la troisième chapitre nous avons fait appel à des calculs analytiques.

Un aperçu sur la méthode des éléments finis, dans le quatrième chapitre, nous permis de connaître les étapes de résolution de problème aux dérivés partielle.

Dans cinquième démarche, nous avons procédé par une approche numérique appuyée par une étude faisant appel à un outil numérique de conception des systèmes électromagnétiques, le logiciel de FEMLAB. L'étude porte sur différentes architectures du propulseur ces derniers se distinguent par les paramètres des trois armatures conductrices qui les constituent.

---

---

# *Chapitre*

## *I*

### *Généralité sur les actionneurs électromagnétique*

---

## **I.1. INTRODUCTION**

Les actionneurs électromagnétiques sont des dispositifs qui assurent la conversion d'énergie et d'information de la forme électrique à la forme mécanique [2].

Dans ce chapitre, nous avons fait la mise en évidence sur les propulseurs électromagnétiques, afin de la présentation des généralités sur les actionneurs électromagnétiques en termes de mouvement.

## **I.2. LES ACTIONNEURS ELECTRIQUES**

Les actionneurs, les moteurs sont des organes qui assurent dans une chaîne de contrôle électriques, la conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique. Cette conversion fait appel à des dispositifs électromagnétiques alimentés le plus souvent à travers des dispositifs électroniques du contrôle et de commande.

Les principes de conversion se différencient par la manière dont sont mis en œuvre les trois constituants des circuits électromagnétiques : bobinages parcourus par des courants, aimants permanents et circuit ferromagnétique.

On peut citer trois principes de base :

- ❖ Conversion par variation de réluctance du circuit magnétique ;
- ❖ Conversion par action d'un aimant sur un courant ;
- ❖ Conversion au moyen d'un dispositif dit hybride, car il comporte à la fois des aimants et une partie ferromagnétique mobile.

Ces principes de conversion entraînent des contraintes qui conduisent à les mettre en œuvre, le plus souvent, sous la forme d'actionneurs rotatifs associés à des organes mécaniques.

Aussi les Actionneurs électriques sont-ils encore souvent des machines tournant à vitesse relativement élevée (de 1000 à 3000 tr/min) associées à des réducteurs mécaniques de vitesse, de rapport relativement important (rapport 100 à 200 entre la vitesse de l'arbre d'entrée et celle de l'arbre de sortie) [3].

### **I.2.1. Les actionneurs à collecteur**

L'actionneur à aimant qui, à l'origine, dérivait presque exclusivement de la machine à collecteur mécanique, est actuellement construit et piloté selon plusieurs principes, compatibles avec les caractéristiques de fonctionnement désirées. De plus, il peut avoir les formes de circuits statique les plus diverses (moteur long, moteur plat, moteur à rotor extérieur, etc.) et présenter des liaisons variées avec la charge que explique, figure. (I.1)[4].

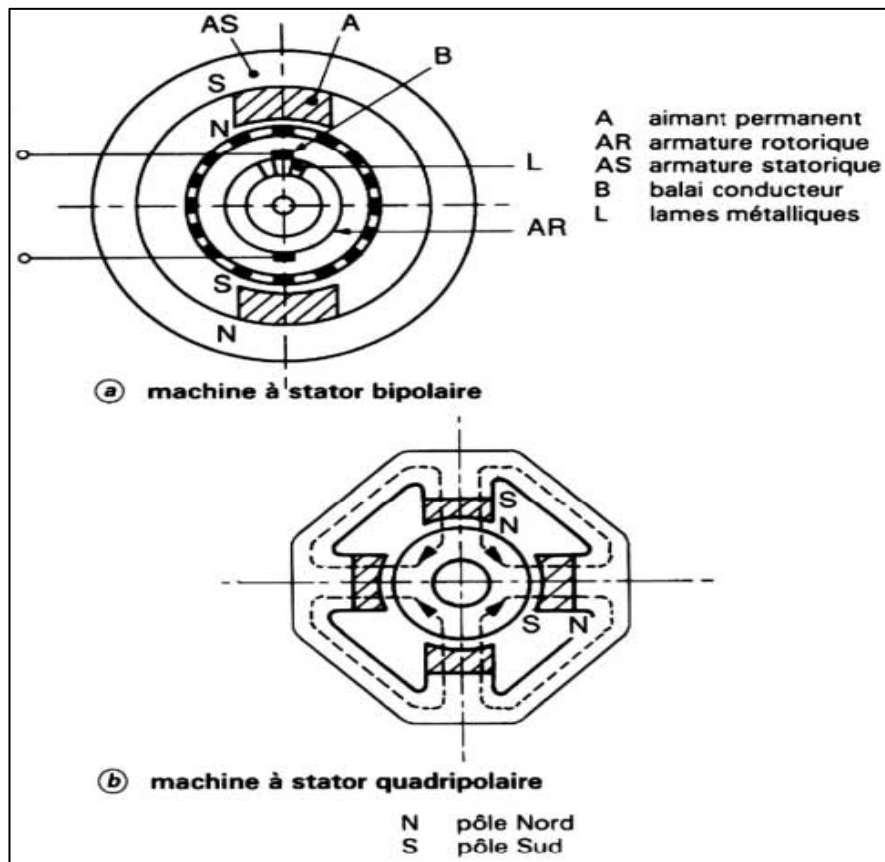


Fig. I.1: Actionneur à collecteur.

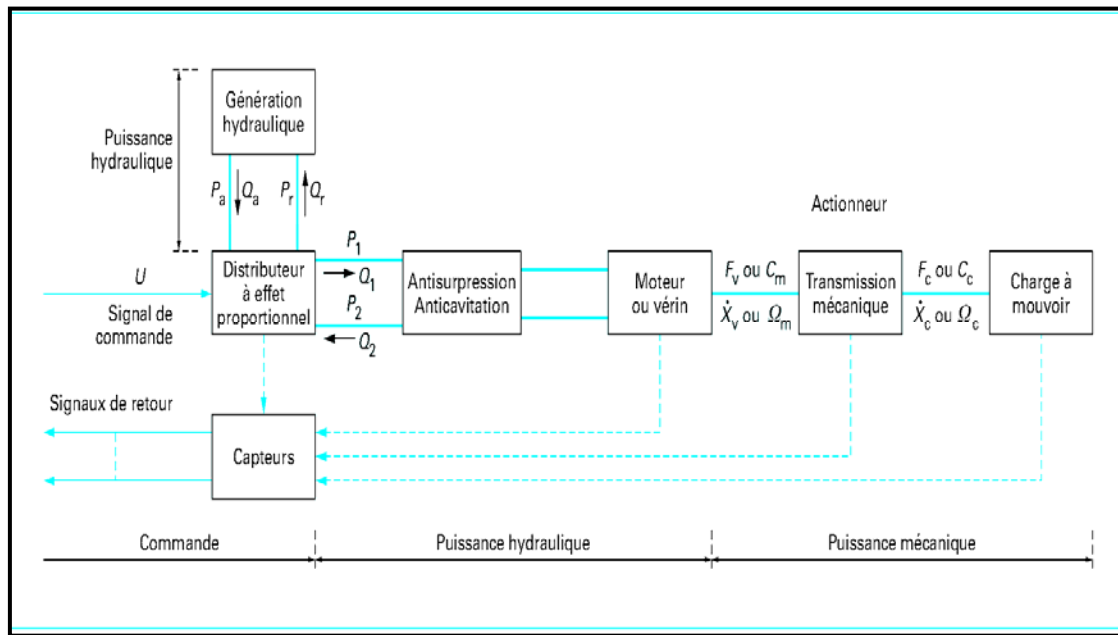
### I.2.2. Les actionneurs électrohydraulique

L'actionneur électrohydraulique c'est un actionneur qui alimenté en puissance par les lignes hydrauliques d'amenée et de retour qui le relie à la génération hydraulique.

Il reçoit d'autre part les signaux élaborés par le dispositif de contrôle commande à partir des consignes et de grandeurs partiellement représentatives de son état, qui sont mesurées par une série de capteurs.

Le transformateur hydromécanique (Moteur ou vérin) est systématiquement associé à un distributeur directionnel à effet proportionnel, remplissant les fonctions de modulateur d'énergie (au minimum un distributeur deux voies / trois orifices pour les transformateurs à simple effet, un distributeur quatre voies / quatre orifices pour ceux à double effet).

Le plus souvent, une combinaison de composants hydrauliques est installée entre le distributeur et le moteur ou le vérin hydraulique, afin de maintenir acceptables les pressions dans les lignes qui sont relient (pas de cavitation, pas de surpression) [5].



**Fig. I.2:** Architecture d'un actionneur électrohydraulique.

### I.2.3. Les actionneurs pas à pas

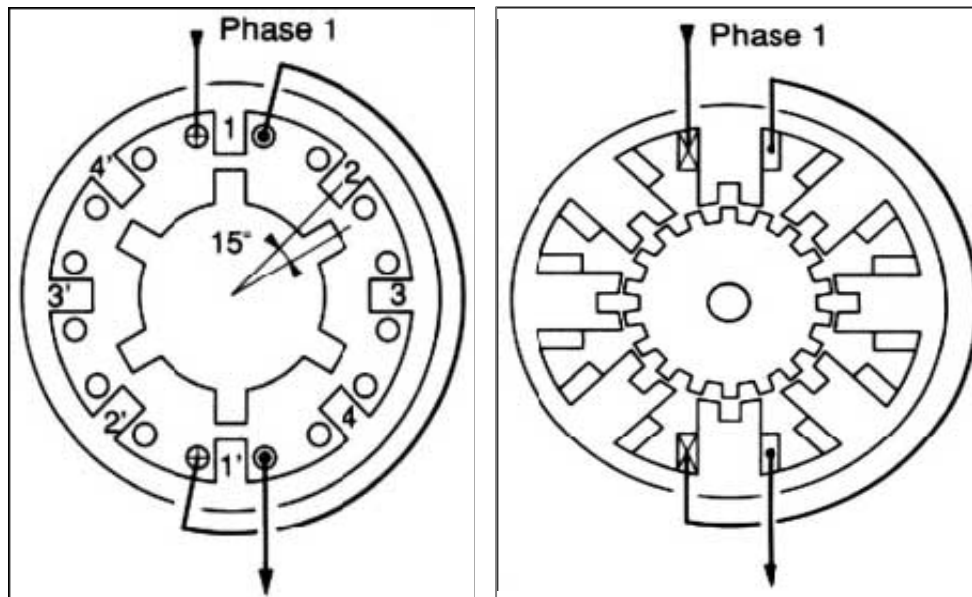
La structure du circuit magnétique de ces actionneurs est agencée pour un fonctionnement pas à pas. L'alimentation d'une bobine (ou d'un groupe de bobines) produit un déplacement du rotor jusqu'à une position d'équilibre; pour obtenir un nouveau déplacement à partir de cette position, il faut alimenter une autre bobine [6].

Un tel moteur est caractérisé par le nombre de position d'équilibre (ou pas) qu'il est susceptible de fournir. Pour augmenter la précision angulaire, on peut envisager d'augmenter le nombre de phases, mais il est plus astucieux d'augmenter  $N_r$  (nombre de dents du rotor) en procédant au dételage des dents (ou pôles) du stator.

Dans le moteur représenté sur la figure (I.3), qui comporte toujours 4 phases et 8 pôles au stator, le découpage de deux dents sur chaque pôle et de 18 dents, de même pas dentaire, au rotor permet d'obtenir 72 pas par tour, en alimentant successivement chacune des quatre phases.

Les différentes phases sont réparties sur le long du même entrefer. Une autre solution consiste à séparer magnétiquement les phases et à empiler à moteurs monophasés sur le même arbre.

Avec cette technique de dentelage des pôles, il est possible d'obtenir des actionneurs à grand nombre de pas par tour. Une solution couramment pratiquée consiste à utiliser 4 phases, donc 8 pôles au stator, et 50 dents au rotor, ce qui conduit à 200 pas à par.



**Fig. I.3:** Actionneur à réluctance variable, 4 phases,  
6 dents au rotor, 24 pas par tour.

#### **I.2.4. Machine synchrone à réluctance variable (MSRV)**

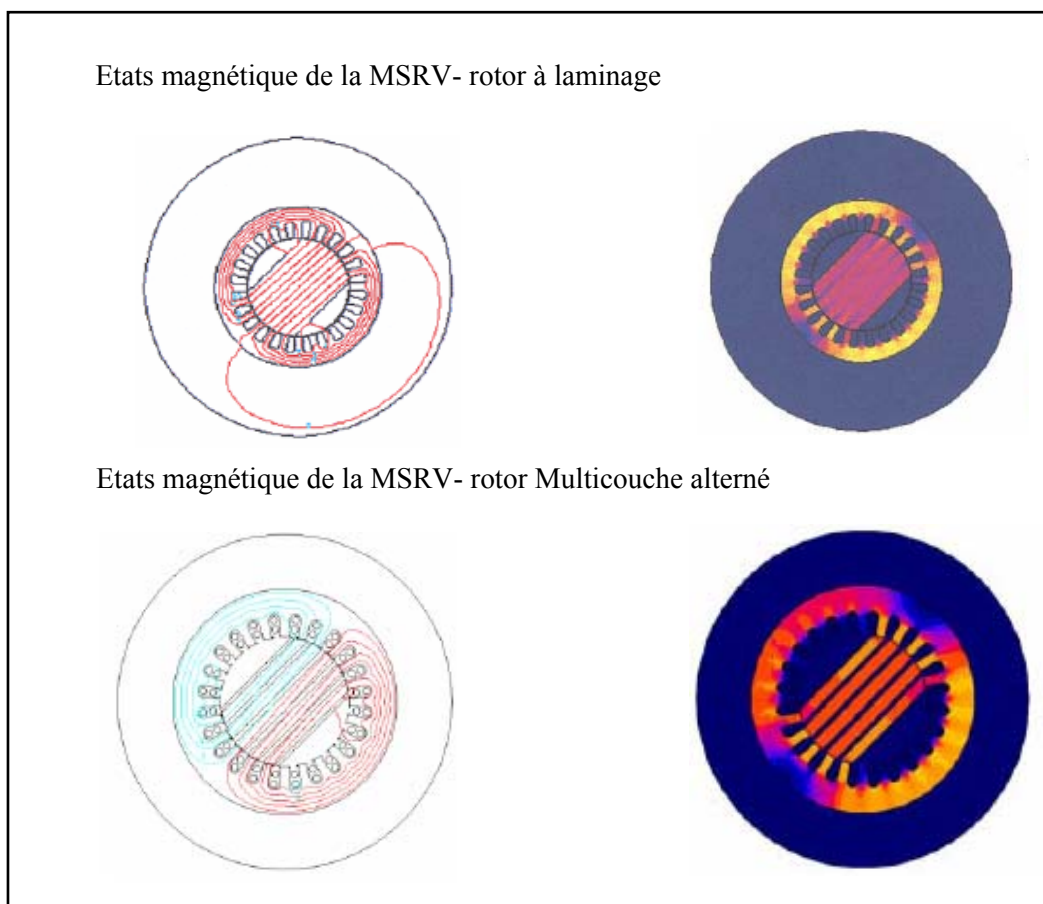
Les moteurs synchrones à réluctance variable (MSRV) étaient le centre de beaucoup de recherche pendant les trois décennies dernières. Une étude comparative entre les différentes machines alternatives de faible puissance a montré que cette machine présente un couple réluctant compris entre celui d'une machine asynchrone et celui d'une machine à aimants permanent [7].

Cette machine présente l'avantage d'être simple à réaliser et présente une robustesse remarquable (aucun conducteur au rotor dans sa version sans cage). Elle est relativement bon marché comparé aux machines à aimants. On peut la faire fonctionner facilement en réduisant le champ pour monter en vitesse (fonctionnement à puissance constante). De plus, la commande sans capteur de vitesse est plus simple à réaliser que celle d'une machine asynchrone à cause de sa saillance inhérente.

Ces différents avantages semblent lui donner des chances de développement pour l'avenir. Néanmoins, et comme toute autres machines à courant alternatif, la MSRV présente également des inconvénients non négligeables. La saillance du rotor qui est à l'origine du couple électromagnétique provoque des ondulations de couple. Ces ondulations se traduisent par des vibrations et des bruits acoustiques.

Elle est très sensible à la saturation magnétique, en particulier, le couple moyen développé en dépend du fortement.

Elle présente aussi un facteur de puissance médiocre comparé à celui de la machine synchrone. Elle présente aussi des harmoniques de courant dont les pertes par échauffement.



**Fig. I.4:** Etats magnétique de la MSR [7].

### **I.3. LES ACTIONNEURS LINEAIRE ELECTROMAGNETIQUE**

Les actionneurs linéaires électromagnétiques peuvent aussi prendre comme un propulseur. Où un moteur linéaire son principe de fonctionnement est basé sur les mêmes principes d'électromagnétiques qu'un moteur rotatif. Les principaux éléments, bobines et aimants, sont simplement arrangés différemment pour produire une force de pousse et non un couple.

La force électromagnétique produite est le résultat de l'interaction entre le champ d'induction produit par l'aimant dans l'entrefer avec la partie active du courant circulant dans la bobine. Il s'agit de la loi de Laplace. En négligeant la saturation du fer et l'asymétrie du circuit magnétique, la force est une fonction linéaire du courant et par conséquent la constante de force ( $K_F$ ) qui est une constante pour autant que la bobine couvre la totalité des aimants.

### I.3.1. Le moteur linéaire

On distingue trois types principes de moteur linéaire :

- ❖ Moteur linéaire tubulaire;
- ❖ Moteur linéaire synchrone;
- ❖ Moteur linéaire inductif.

Son principe de fonctionnement est le même principe de fonctionnement d'un moteur rotatif. Le flux créer par un système de courants triphasé. Il déplace linéairement par rapport à l'induit et à l'inducteur. Mais, reste immobile par rapport au flux principal, car ceux-ci ont une direction opposée. La réaction réciproque de ces deux flux, provoque une poussée linéaire qui est motrice lorsque la vitesse de l'induit est inférieure à la vitesse du champ principal [8].

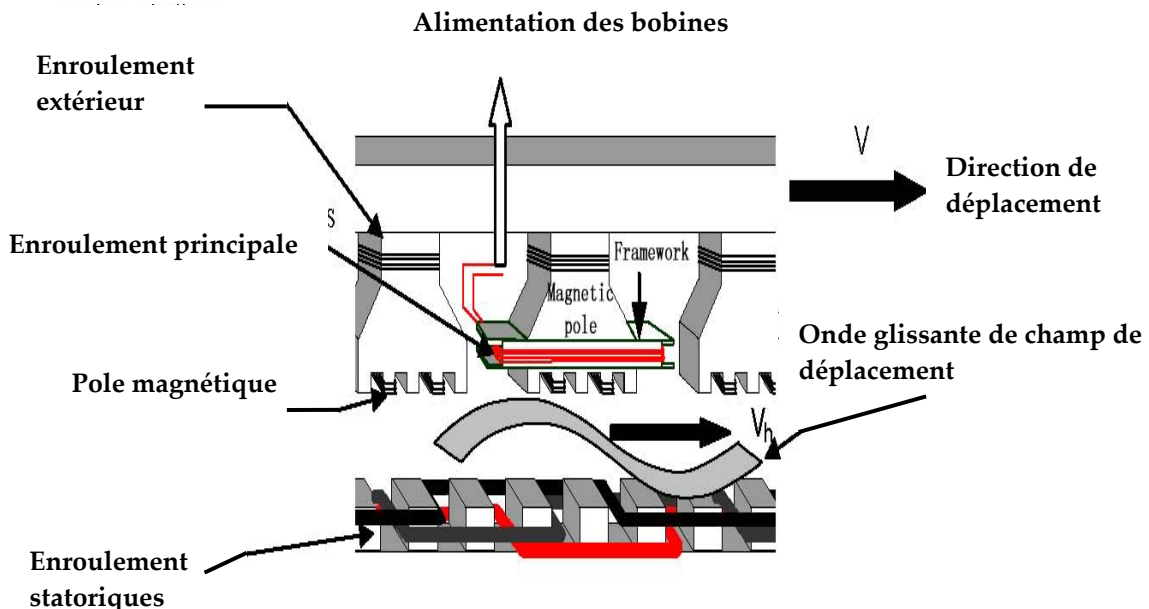


Fig. I.5: Moteur linéaire utilisé comme actionneur dans le système de MAGLEV [9].

#### I.3.1.1. Moteur linéaire inductif

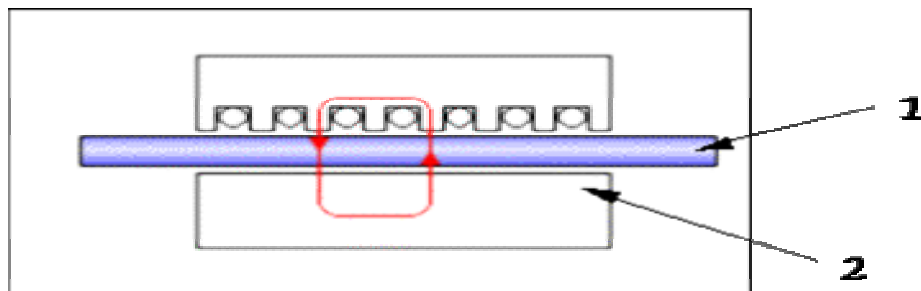
Les moteurs linéaires inductif sont utilisés comme des actionneurs linéaires. Ils sont composés généralement de deux inducteurs plans, séparés par une bande conductrice appelée induit, bien que ces moteurs existent en différentes structures, soit à double inducteur soit un simple inducteur, dans notre cas on a les moteurs à inducteur simple [10].

La figure (I.6), présente le moteur linéaire à induction, la structure se comporte à un induit mobile et un inducteur fixe. L'induit se déplace selon l'axe (X) à une vitesse de translation "V", [11].

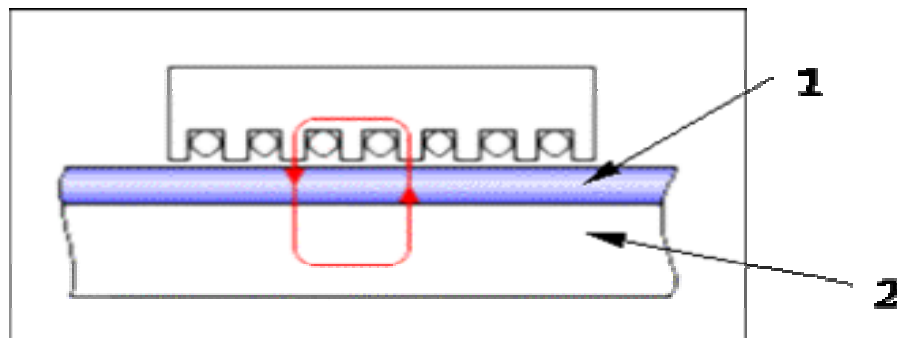
Les encoches des inducteurs possèdent des enroulements qui sont traversés par un courant  $I$ , se déplaçant dans l'axe ( $Y$ ). Ceux-ci provoquent l'apparition d'un Champ magnétique principal  $B$ , dirigé selon l'axe ( $Z$ ).

La force est donnée par la formule suivante :

$$F = \frac{Pr}{Vr} \quad (I.1)$$



**Fig. I.6 :** Moteur linéaire à inducteur simple (1) comportant un circuit magnétique de retour (2).



**Fig. I.7:** Moteur linéaire à induit composite, se composant d'une feuille conductrice (1) appliquée sur une plaque d'acier magnétique (2) qui assure le retour du flux.

### I.3.1.2. Le moteur linéaire synchrone

La structure globale de l'actionneur linéaire synchrone est composée d'une partie mobile et l'autre fixe, les plaques mobiles sont composées de plots ferromagnétiques non-jointifs. Les plaques fixes sont composées d'aimants permanents d'aimantation normale au déplacement.

Dans de nombreuses applications, il est nécessaire de disposer d'un actionneur à très forte densité d'effort en entraînement direct.

Les solutions mettant en œuvre des dispositifs mécaniques intermédiaires de transformation (réducteur, vis écrou) limitent les performances dynamiques et la qualité de conversion en introduisant des contraintes supplémentaires au système d'entraînement telles que l'usure, le bruit, l'inertie [12].

La force qui exerce sur le moteur synchrone linéaire est écrite avec la formule:

$$F = \frac{3\Pi}{4} \vec{J}_{\max} \vec{B}_r H^3 k_{cg} \quad (I.2)$$

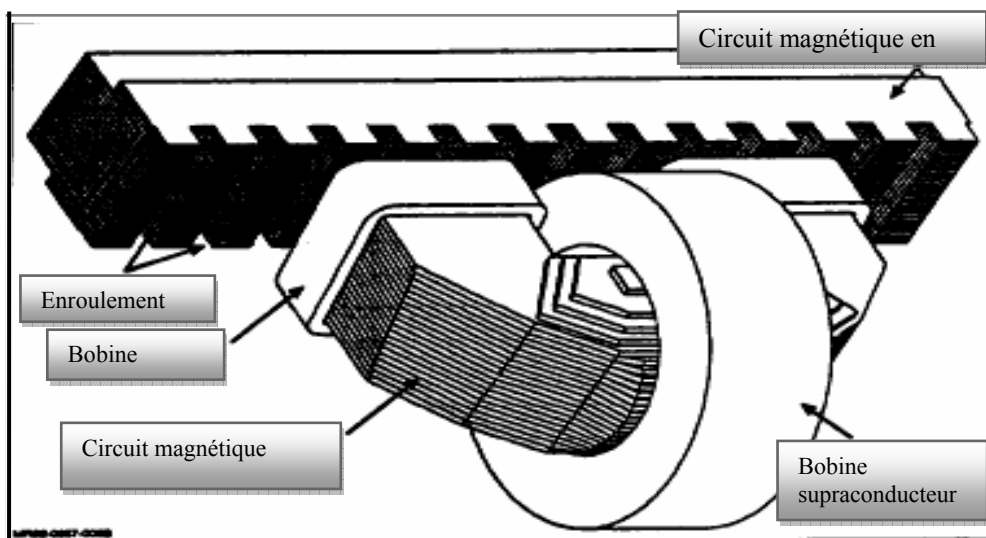


Fig. I.8: Moteur linéaire synchrone [13].

### I.3.1.3. Le moteur linéaire tubulaire

Le moteur linéaire tubulaire peut être aussi considéré comme un système de propulsion, son fonctionnement est analogue à celui du moteur linéaire classique. La force de poussée n'est que l'interaction d'un champ glissant généré par le stator et des courants rotoriques.

La figure (I.8), il illustre le passage du moteur asynchrone classique vers le moteur linéaire classique puis le moteur tubulaire et la similitude entre ce moteur tubulaire est moteur linéaire classique. Tout d'abord nous allons donner l'expression générale de la force de poussée, afin de ressortir le principe paramètre qui le régit [14].

L'équation de force exercée sur le moteur tubulaire linéaire est :

$$F = \left[ \frac{J_r^2 \gamma_r h_r}{2 V_s} \right] + \left[ \frac{g}{g^2 + 1/G^2} \right] \quad (I.3)$$

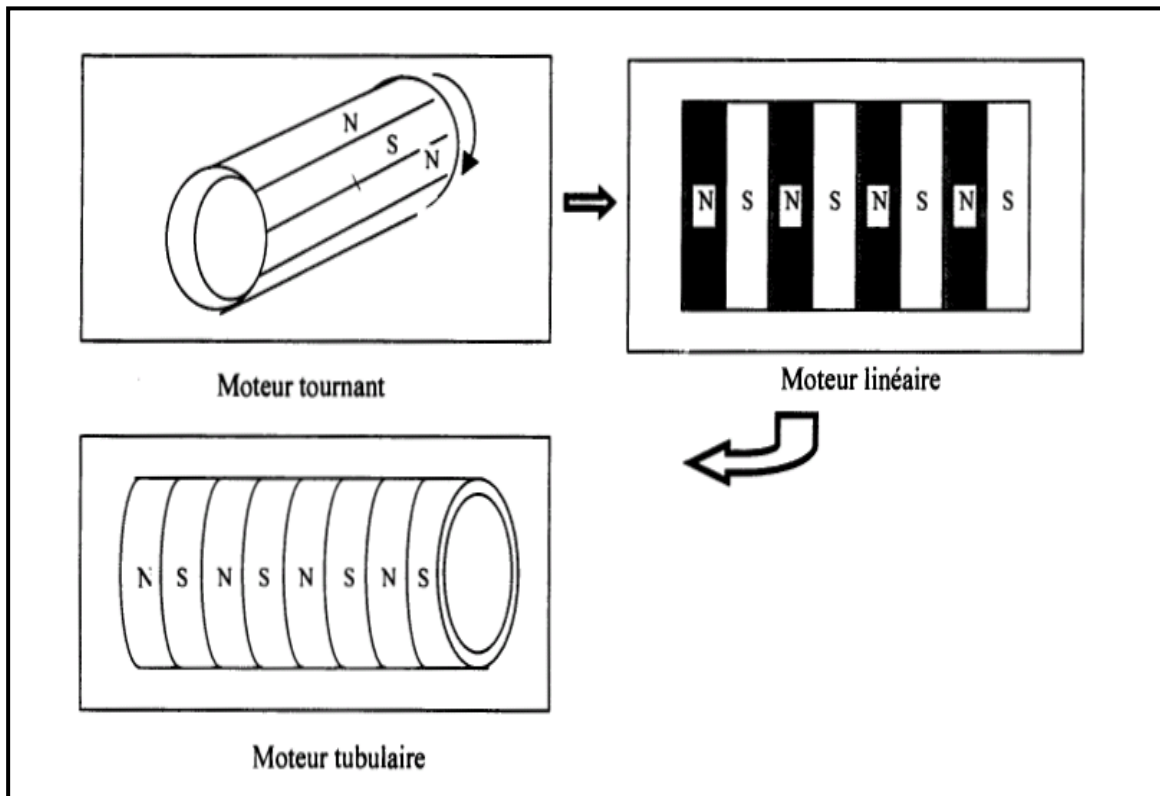


Fig. I.9: Moteurs linéaire tubulaire.

### I.3.2. l'MHD

La MHD a étendu les phénomènes électromagnétiques des propulsions, et il peut être aussi considéré comme un phénomène de propulsion électromagnétique.

La magnétohydrodynamique (MHD) est une discipline scientifique qui décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétique [15].

Moteur magnétohydrodynamique linéaire à conduction est constituée d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse "V". Le fluide traverse un champ magnétique "B" qui induit un courant J collecté par des électrodes en contact direct avec le fluide.

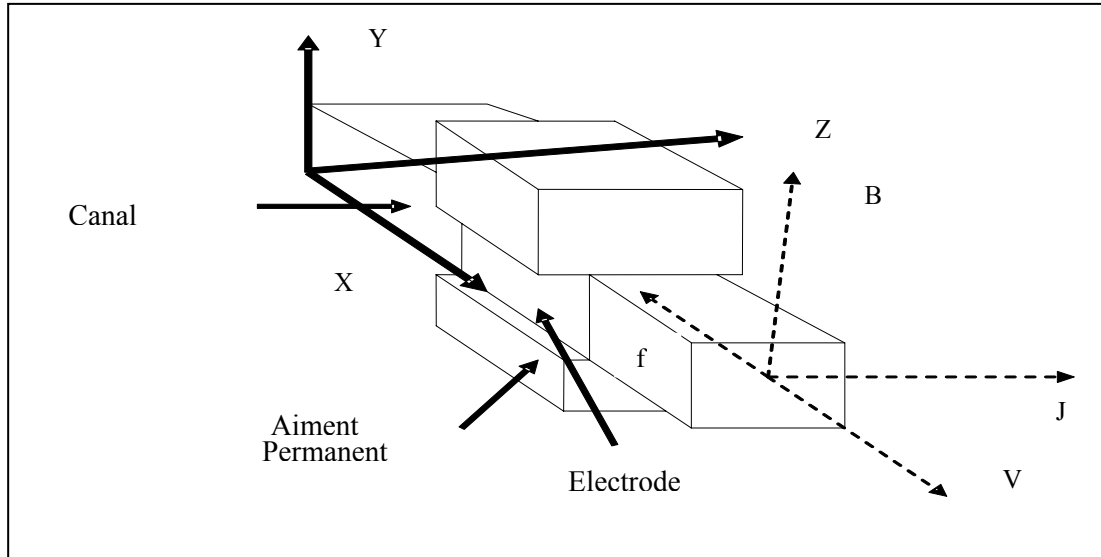
Le fluide est freiné par la force de la place "F", la figure (I.7) représenté le schéma du système

La force électromagnétique est donnée:

$$\vec{F} = (\vec{J}_{\text{ind}} \wedge \vec{B}) \quad (I.4)$$

Alors l'équation de courant de induit est égale :

$$\vec{J}_{\text{ind}} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{I.5})$$



**Fig. I.10:** Système MHD.

#### I.4 CONCLUSION.

Le présente chapitre on a essai d'aborder les différents techniques existants dans la conversion de l'énergie électrique vers l'énergie mécanique, mais il reste plusieurs architectures des actionneurs électromagnétique sont présenté dans littérateurs comme: (Micro actionneurs bistables en lévitation,.....).

Il existe autre type de ces actionneur qui s'appelle les propulseurs électromagnétiques sera présenté dans le chapitre suivant.

---

# *Chapitre*

## *II*

### *Les propulseurs Electromagnétique*

---

## II.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous aborderons l'étude sur deux types des propulseurs électromagnétiques qui sont (Le propulseur à rai, le propulseur inductif).

L'étude consiste à présenter les paramètres d'alimentation et l'architecture géométrique régissant le phénomène de propulsion électromagnétique, qui une technique faisant appel aux effets de conversion électromagnétique.

## II.2. AVANTAGE DE L'ACCELERATION ÉLECTRIQUE [16]

Les propulseurs électriques présentent de nombreux avantages par rapport aux canons à poudres, l'avantage essentiel résidant dans la possibilité d'accroître sensiblement les vitesses des projectiles (vitesse  $v_0$  à la bouche du propulseur).

Actuellement les valeurs de  $v_0$  obtenues avec les canons à poudre ne sont, en pratique, guère supérieur à 1700 m/s. Cette limitation est due à la valeur maximale de la vitesse d'expansion des gaz, issus de la combustion de la poudre, donnée par:

$$V_m = \frac{2}{\gamma-1} a_0 \quad (II.1)$$

Où  $\gamma$  est le rapport des chaleurs spécifiques des gaz et  $a_0$  est la vitesse du son dans les

gaz, exprimée par: 
$$a_0 = \gamma \frac{RT}{M} \quad (II.2)$$

Où  $R$  est la constante universelle,  $T$  la température et  $M$  la masse des gaz.

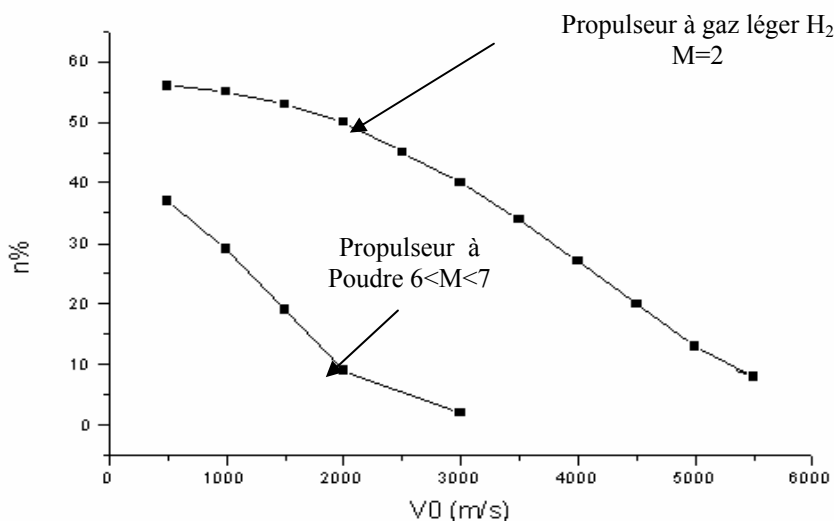
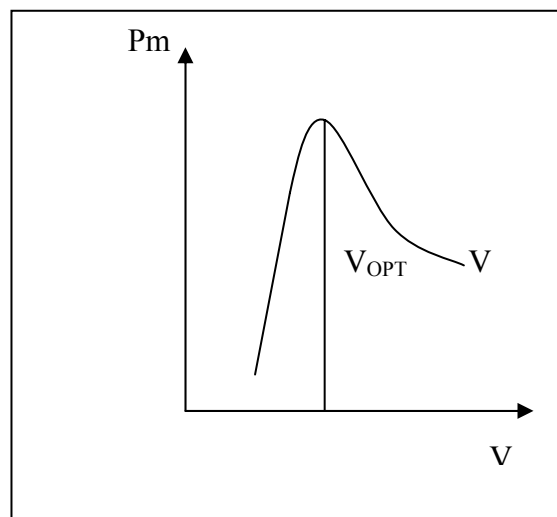


Fig. II.1:Rendement d'un propulseur à poudré en fonction de  $v_0$ .

L'augmentation de  $v_0$  de 1800 m/s jusqu'à 2000 m/s nécessite de doubler la masse de poudre avec toutes les conséquences qui en résulte : volume de chargement plus grand, pressions plus élevées, encombrement des munitions. La chute du rendement d'un lanceur à poudre (rapport de l'énergie cinétique du projectile à l'énergie chimique de la poudre (4.5 MJ/Kg de poudre)) avec l'augmentation de  $v_0$  est présentée sur la figure. (II.1).

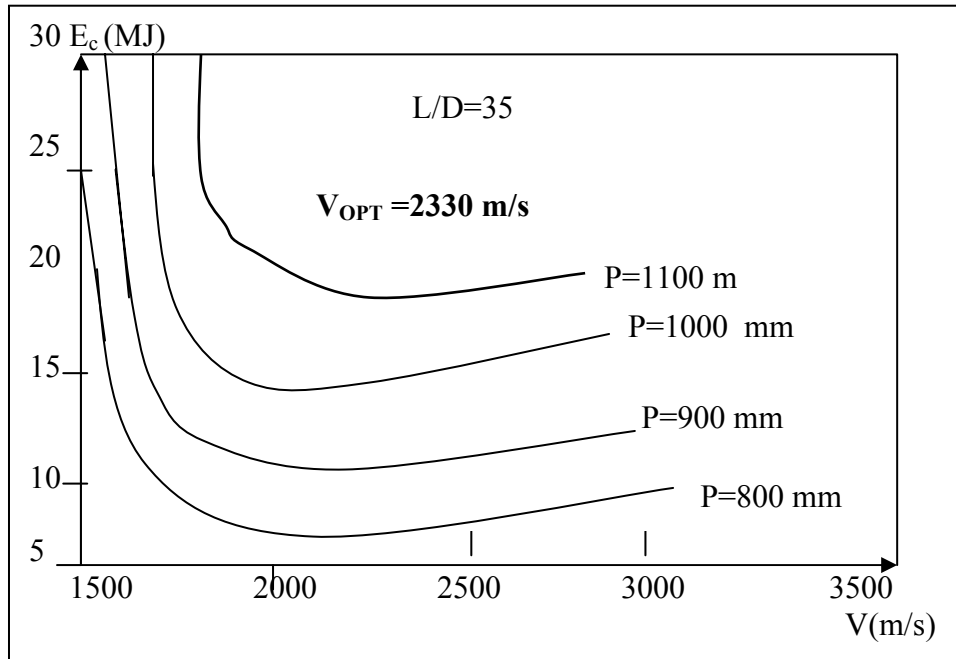
Or l'accroissement de  $v_0$  apporte un gain important de performance : pour des vitesses initiales supérieures à 2000 m/s, il existe un maximum de la pénétration  $P$  d'un perforant dans un blindage en fonction de sa vitesse d'impact pour une énergie cinétique donnée figure(II.2).



**Fig. II.2:** Prénétration  $P_m$  d'un perforant dans une cible en fonction de la vitesse pour une énergie cinétique donnée.

Par conséquent, il existe un minimum d'énergie cinétique, correspondant à une vitesse d'impact optimale, pour obtenir une profondeur de pénétration donnée (voir figure .II.3).

La possibilité offerte par les lanceurs électromagnétiques d'augmenter la vitesse du projectile jusqu'à sa valeur optimale permet donc d'envisager un minimum d'énergie à stocker.



**Fig. II.3:** Energie cinétique en fonction de la vitesse d'impact pour un perforant cinétique d'allongement 35 (rapport longueur sur diamètre) et différentes pénétrations dans une cible en acier.

L'augmentation de la vitesse des projectiles peut également compromettre l'emploi de blindages dits «actifs». Ceux-ci comportent un ensemble de détection et d'interception du projectile avant son impact, contre lesquels il est nécessaire d'utiliser des systèmes d'intervention très rapides.

Les propulseurs électriques présentent également d'autres avantages, et comparé aux canons à poudre, l'ensemble des atouts de la propulsion électrique peut être résumé comme suit:

- ❖ Amélioration de l'efficacité anti-blindage, grâce à une énergie accrue.
- ❖ Amélioration de la portée et de la précision du tir, liée à une vitesse initiale plus grande.
- ❖ Simplification de la logistique, évitant le stockage et la manipulation de poudre.
- ❖ Recul moindre du propulseur.

### II.3. LE PROPULSEUR A RAIL [17]

Ce propulseur électromagnétique est constitué de deux conducteurs, parcourus par un courant  $I$ , entre lesquels se trouve un projectile comportant une ou plusieurs parties conductrices et pouvant glisser sur le long des rails, figure (II.4).

Sous l'action du champ magnétique créé par le courant I, le projectile est soumis à une force de Laplace telle q

$$\vec{F} = IdL \wedge \vec{B} \quad (\text{II.3})$$

Où l est la largeur du projectile, B l'induction magnétique au niveau du projectile.

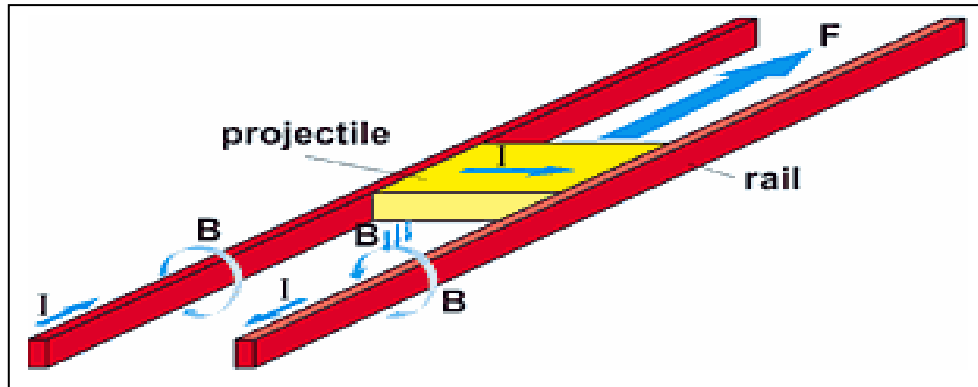


Fig. II.4: Représentation schématique de propulseur à rails.

La valeur de F appliquée au projectile est donnée par la relation fondamentale

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dZ} \quad (\text{II.4})$$

Où  $\frac{dL}{dZ}$ . Représente la variation de l'inductance des rails selon la direction du déplacement projectile.

Dans le propulseur électromagnétique à rails l'accélération du projectile est directement proportionnelle au carré de l'amplitude du courant.

Le propulseur électromagnétique à rails présente l'intérêt de permettre d'augmenter sensiblement la vitesse initiale des projectiles. De tels propulseurs expérimentaux, alimentés par des sources d'énergie électrique allant jusqu'à 10MJ, sont utilisés pour l'étude de contacts électriques glissants aux vitesses et courants élevés.

Des simulations numériques tridimensionnelles à éléments finis permettent de connaître la répartition des grandeurs électromagnétiques dans les rails.

Le propulseur électromagnétique à rail semble être le plus promoteur du propulseur électrique son principe de fonctionnement est simple et ses performances sont très satisfaisantes.

Dans le domaine de l'accélération électrique, le propulseur à rails soulève le plus grand intérêt tant en Europe qu'aux Etats-Unis, et les recherches les plus actives lui sont consacrées pour le recherché civile.

### II.3.1. Les rails

Les rails sont des parties statiques, de forme rectangulaire, il est réalisé avec une matière conductrice, pour permettre la circulation des courants électrique délivrée par un circuit inductif.

Est constitués de deux conducteurs, parcourus par un courant  $I$ , entre lesquels se trouve un projectile comportant une ou plusieurs parties conductrices et pouvant glisser sur le long des rails, la figure (II.5) est montré la forme de rail.

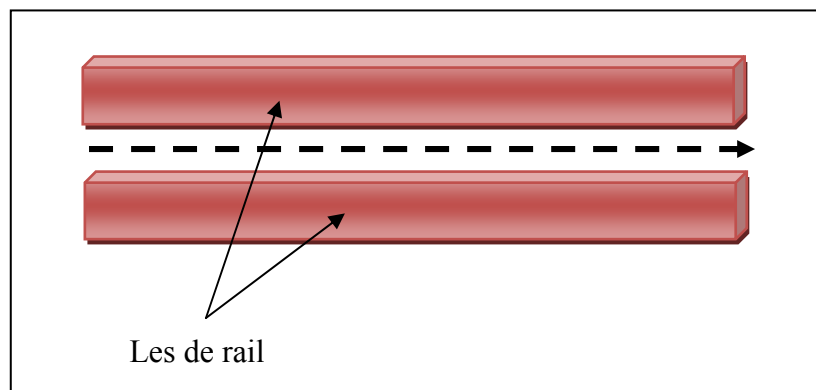


Fig. II.5: .Le rail.

### II.3.2. Le projectile

Le projectile est comporte la partie dynamique du propulseur à rail, il est construire par une matière a forte conductivité se compose par un ou plusieurs couches.

L'interaction entre le champ d'induction et le courant circule dans le projectile génère la force de propulsion (figure. II.6).

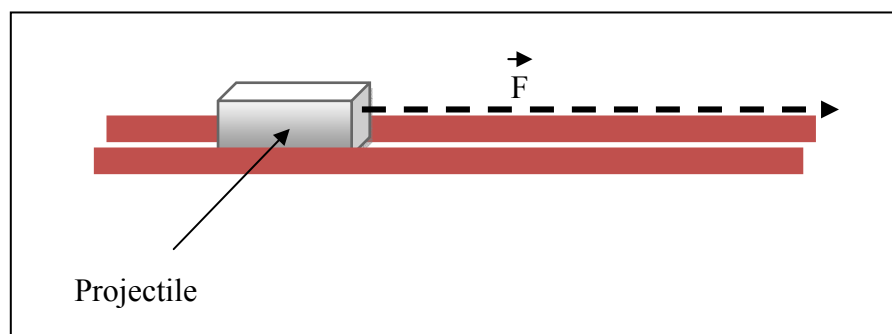


Fig. II.6. Le projectile.

### II.3.3. Description et alimentation du propulseur à rail

Le propulseur à rails son principe, est simple à mettre en œuvre. Il est constitué d'un tube de lancement, lui-même composé de deux rails conducteurs, séparés par un isolant et insérés dans un bâti de maintien (blindage).

L'alimentation du propulseur peut se faire par la déchargement de l'inductance de stockage à travers un circuit électrique qui met en forme l'impulsion de courant ensuite injectée dans les rails, La figure (II.7) donne le schéma de principe d'un circuit d'alimentation du propulseur à rails, des mesures de courant et de tension dans la diode et dans le thyristor sont effectuées pendant l'accélération (figure (.II.7)) Le comportement du projectile dans le tube en vol est visualisé grâce à des radiographies éclair.

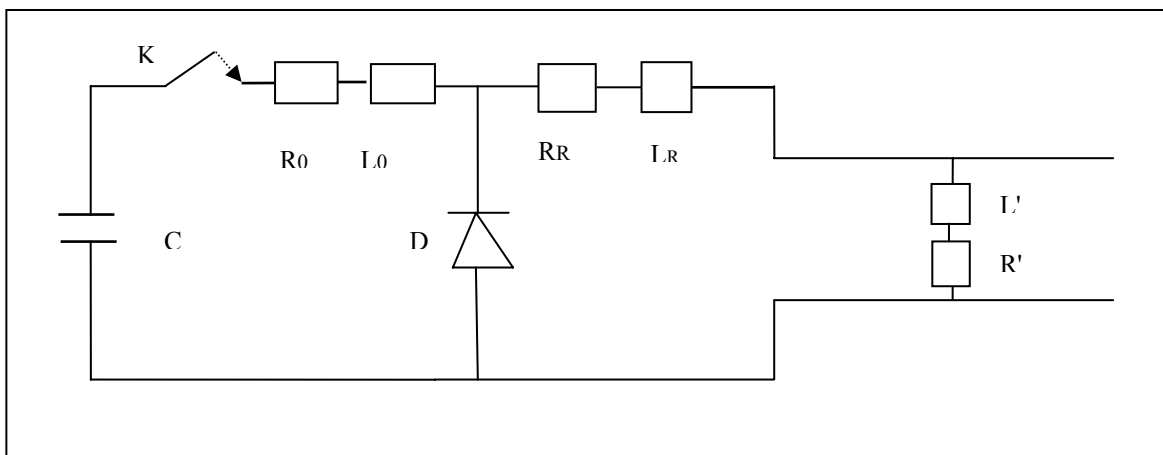


Fig. II.7: Schéma électrique d'alimentation du propulseur à rails.

### II.3.4. Les phases d'alimentation

#### II.3.4.1. Charge de l'inductance de stockage

On ferme l'interrupteur  $K$ , pour alimenter l'inductance de stockage  $L_0$  avec une tension continue, pour alimenter les sections de propulseur électromagnétique, à une onde magnétique glissant sur les deux rails.

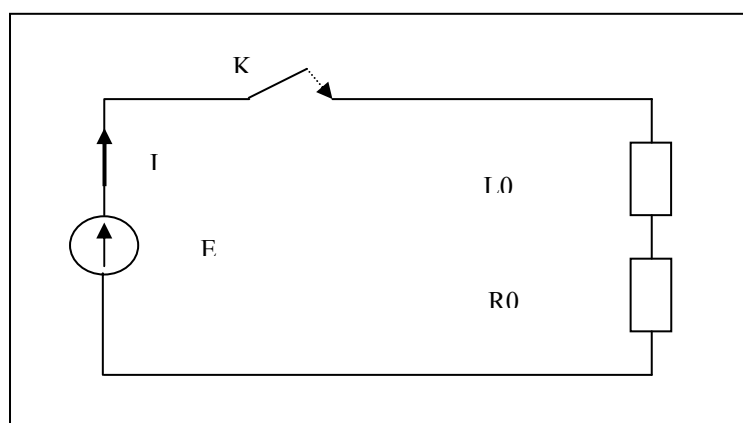


Fig. II.8.:Schéma électrique de la phase de chargement.

Les équations éclectiques régissant le circuit électriques équivalent de la figure (II.8) donnée pare :

$$E = R_0 I + L_0 \frac{dI}{dt} \quad (II.5)$$

L'équation de courant donnée pare :

$$I(t) = \frac{E}{R_0} (1 - \exp(-1/\tau \cdot t)) \quad (II.6)$$

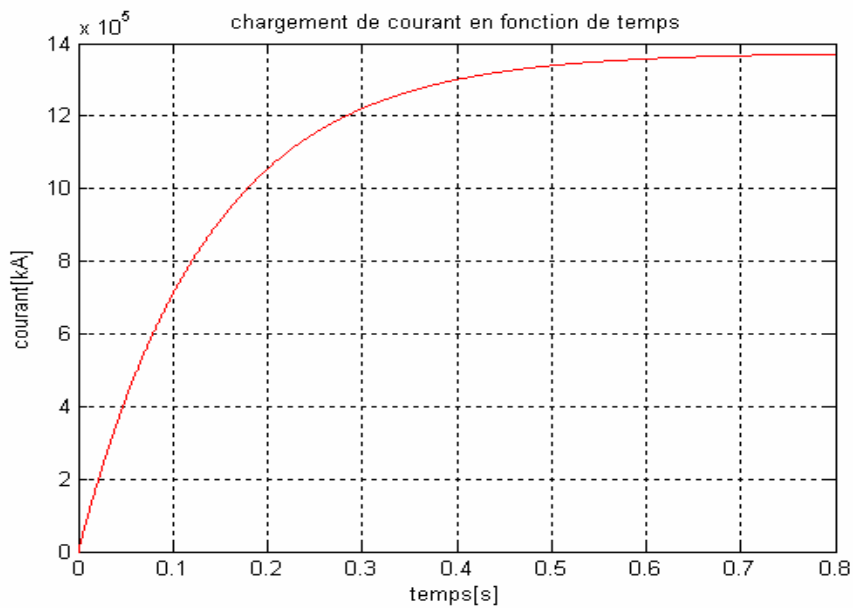


Fig. II.9: Le chargement decourant en fonction de temps

### II.3.4.2. Décharge de l'inductance de stockage

A l'ouverture de l'interrupteur K, l'inductance de stockage à décharge le courant pour alimentation les deux rails, qui donner une onde magnétique pour accélérer le projectile.

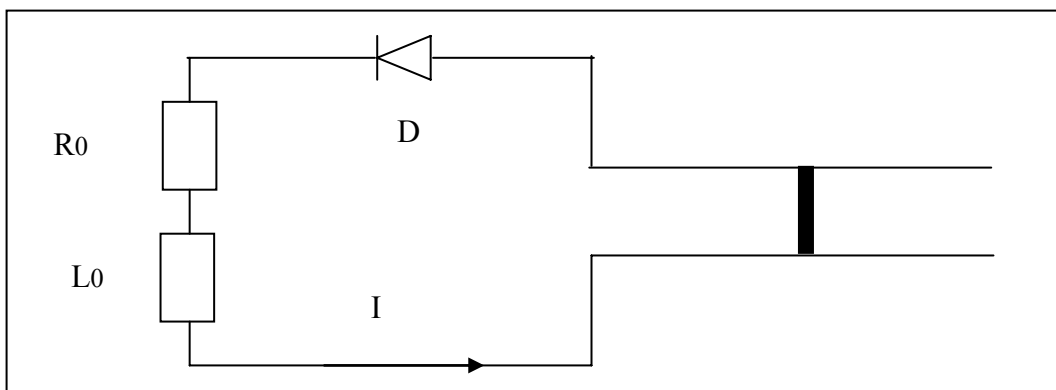


Fig. II.10: Schéma électrique de la phase de déchargement.

Les équations électiques régissaient le circuit électique équivalent de la figure (II.10) est :

$$R_0 I + L_0 \frac{dI}{dt} = 0 \quad (II.7)$$

$$I(t) = I_{MAX} \cdot e^{- (1/\tau_{equ} (t- t_1))} \quad (II.8)$$

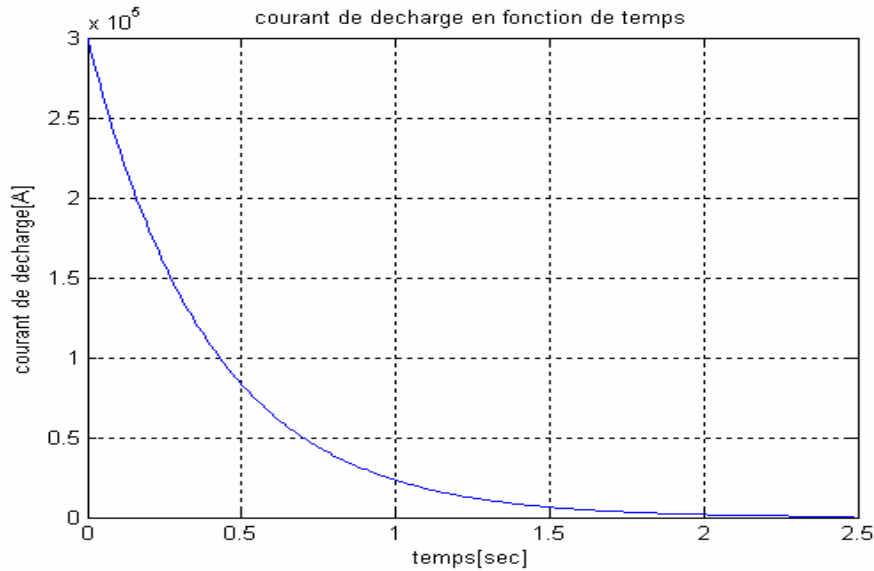


Fig. II.11:Le déchargement de courant en fonction de temps

#### II.4. LE PROPULSEUR INDUCTIF [18]

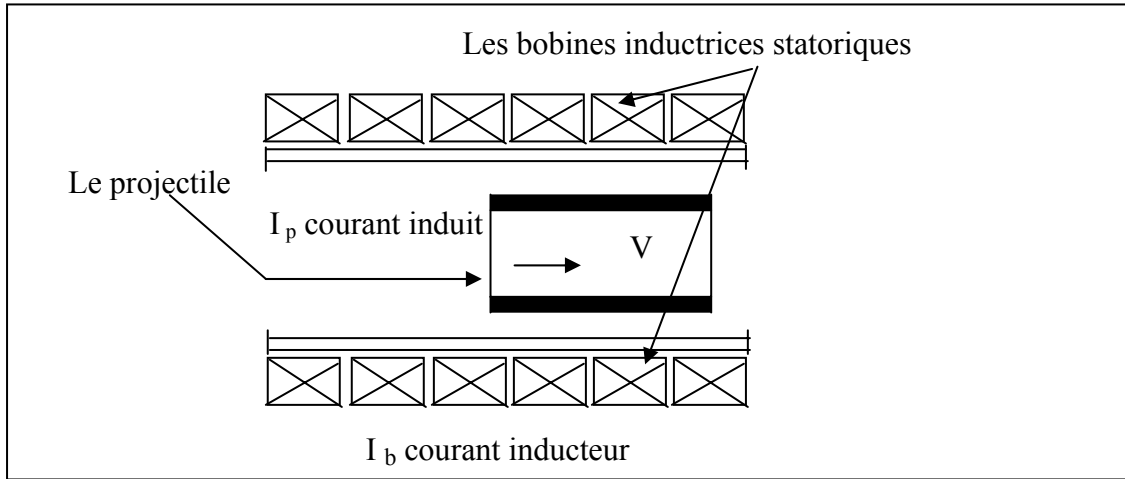
Le propulseur à induction fonctionne sur le même principe que le moteur asynchrone à induction. Le propulseur à bobines utilise pour accélérer les projectiles, la force d'attraction ou de répulsion entre un champ magnétique lié au corps à accélérer et un champ propulseur, ce champ propulseur est engendré par un certain nombre de bobine de propulsion fixe (figure .II.12) alimentées par des sources d'énergie, dont le déclenchement est synchronisé avec la position du projectile. Le champ lié au projectile est engendré dans une bobine fixée au corps à accélérer et excitée par l'induction.

La force axiale exercée par la bobine inductrice sur le projectile mobile est donnée par la relation suivant:

$$F_Z = I_b I_p \frac{dM_i}{dZ} \quad (II.9)$$

Où " $I_b$ " est le courant dans la bobine fixe et " $I_p$ " le courant dans le projectile.  $\frac{dM_i}{dZ}$  est le gradient d'inductance mutuelle de la bobine d'indice i. Sa valeur est d'autant plus élevée

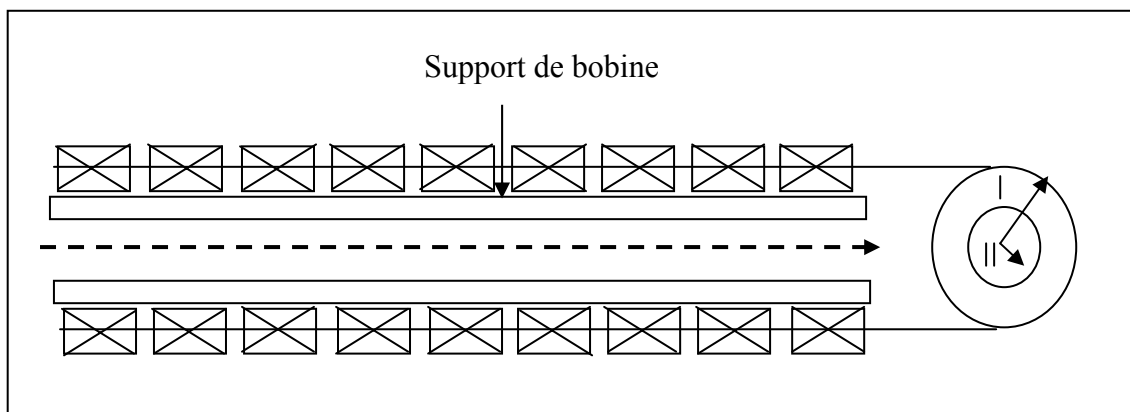
que le couplage magnétique entre les bobines est grand. Ceci signifie que leur diamètre doit être grand et que le projectile doit être proche des bobines inductrices, ce propulseur n'a un bon rendement que pour des calibres élevés.



**Fig. II.12:** Schéma du principe de fonctionnement de la propulseur induction.

#### II.4.1. Le canon

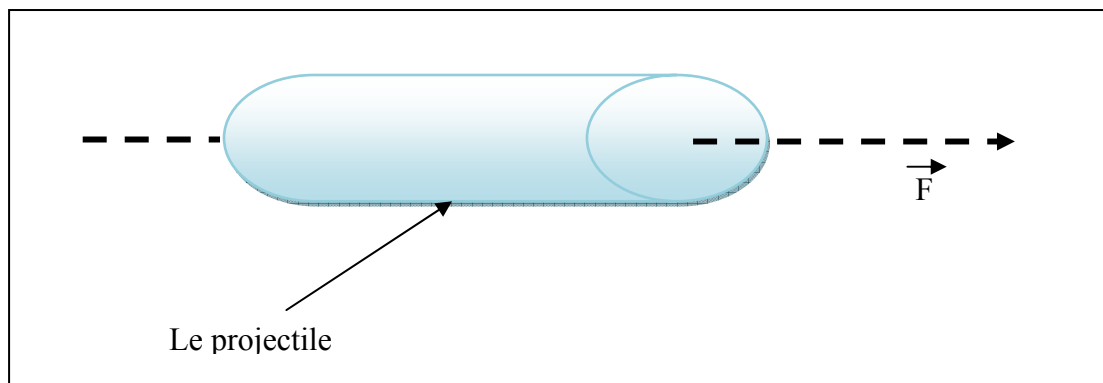
Le canon est la partie statique du propulseur électromagnétique formé par un ensemble de bobines, monté sur un tube, séparées équitablement par des anneaux en matière isolante telle que la bakélite entre les anneaux réalisent le bobinage, figure (II.13).



**Fig. II.13:** Le canon.

#### II.4.2. Le projectile

Le projectile est la partie dynamique du propulseur inductif, de forme cylindrique creuse, il est réalisé avec un matériau conducteur afin de permettre la circulation des courants induits par le canon, la figure. (II.14).



**Fig. II.14:**Le projectile.

### II.4.3. Principe et alimentation du propulseur inductif

Les bobines du canon forment plusieurs sections généralement deux sections alimentées à des fréquences différentes à partir d'une alimentation indépendante, de telle façon à créer une onde magnétique glissante, cette dernière est générée par des bobines statiques induites des courants dans le projectile. L'interaction entre l'onde glissante et les courants induits produit la force de poussée comme si le champ magnétique glissant entraînait avec lui.

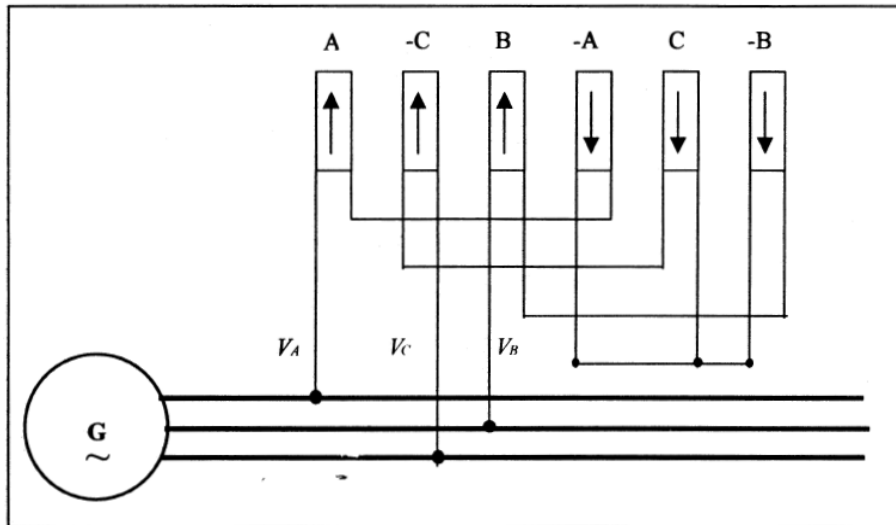
Les bobines du canon forment plusieurs sections alimentées indépendamment des fréquences différentes et des niveaux de tension différents.

- ❖ Générateurs de tensions sinusoïdales ;
- ❖ Bancs de condensateurs.

#### II.4.3.1. Alimentation par générateurs

Chaque section du propulseur inductif est alimentée comme une machine à induction classique, c'est à dire par un système triphasé équilibré des tensions sinusoïdales à fréquence constante. Les bobines de chaque section du propulseur inductif sont connectées de telle façon à former un système triphasé créant le champ glissant. Les connexions des bobines doivent faire apparaître le nombre de pôles qui déterminera le paramètre T (le pas polaire). Considérons le cas d'un propulseur inductif à une section comportant six bobines couplées, deux à deux, en série. Notons que ces dernières peuvent être couplées en parallèle pour avoir des ondes magnétiques glissantes.

La figure (II.15), il illustre le schéma de l'alimentation d'une section de six bobines inductrices du propulseur par un générateur.

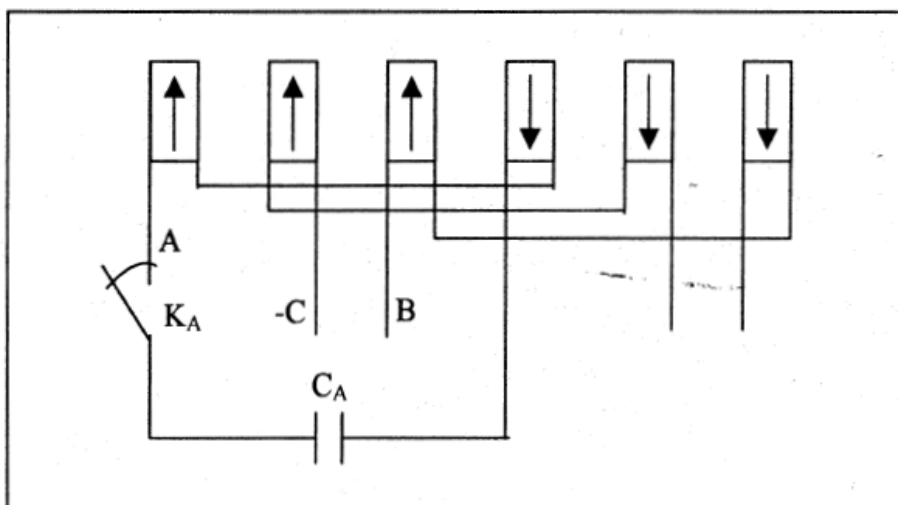


**Fig. II.15:** Schéma du mode d'alimentation par générateur.

#### II.4.3.2. Alimentation par bancs de condensateur

Dans ce type d'alimentation, les connexions des bobines des sections du propulseur sont similaires à celles du cas précédent. Seulement, chacune des trois phases d'une section est alimentée par un banc de condensateur, figure (II.16).

Cette forme d'alimentation suppose que chaque bobine du propulseur est alimentée par un condensateur. La commande de décharge de ce dernier se fait par le biais d'un signal fourni par un capteur placé entre les bobines. La fermeture des interrupteurs commandant les bobines est conditionnée par la position du projectile.



**Fig.II.16:** Schéma de mode d'alimentation par bancs de condensate.

### II.4.3.2.1. Décharge d'un condensateur à travers un circuit inductif

Un condensateur de capacité  $C$  est branché, par l'intermédiaire d'un interrupteur  $K$ , aux extrémités d'une bobine d'inductance " $L$ " (figure II.17). Nous désignons par " $R$ " la résistance totale du circuit (résistance de la bobine, des fils de connexion, et éventuellement résistance supplémentaire intercalée en série dans le circuit). L'interrupteur étant préalablement ouvert, Nous le fermons à un instant que nous prenons pour origine des temps.

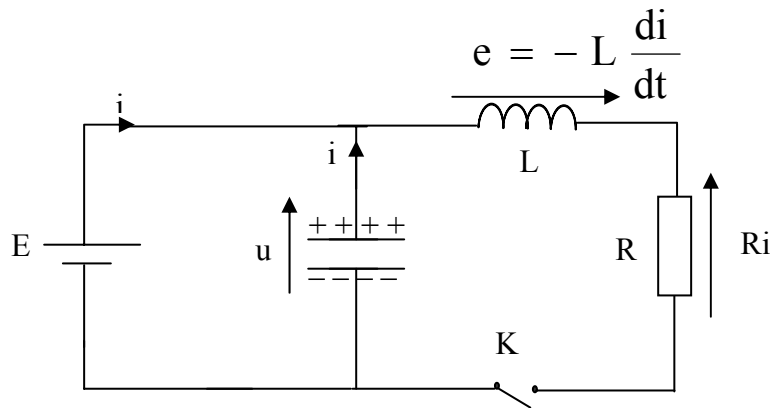


Fig. II.17: Décharge d'un condensateur à travers un circuit inductif.

Désignons par  $Q$  la charge initiale du condensateur. A l'instant  $t$ , cette charge est représentée par  $q$ ; la d.d.p. aux bornes du condensateur est alors égale à  $u = \frac{q}{c}$  et l'intensité du courant circulant dans le circuit est  $i$  ( $i = -\frac{dq}{dt}$ , car avec les conventions de la figure précédente,  $i$  a le sens choisi et est positif pendant la décharge de  $C$ , c'est-à-dire lorsque  $dq$  est négatif). La f.e.m. induite dans la bobine est égale à  $-L \frac{di}{dt}$ . En appliquant la loi d'Ohm à la portion de circuit constituée par la bobine et la résistance, nous déduisons l'expression de la d.d.p. aux bornes de cet ensemble :

$$u = L \frac{di}{dt} + Ri \tag{II.10}$$

Par la suite, nous pouvons écrire:

$$u = L \frac{di}{dt} + Ri = \frac{q}{c} \tag{II.11}$$

Où:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0 \quad (\text{II.12})$$

La charge  $q$  du condensateur est représentée par une fonction qui est la solution de l'équation différentielle vérifiant les conditions initiales suivantes:

à l'instant  $t = 0$ ,  $q = Q$  et:

$$i = - \frac{dq}{dt} \quad (\text{II.13})$$

C'est une équation différentielle du second ordre, à coefficients constants, sans second membre ; la solution dépend du signe du discriminant ( $\Delta = R^2 - 4 \frac{L}{C}$ ) de l'équation caractéristique suivante:

$$Lx^2 + Rx + \frac{1}{c} = 0 \quad (\text{II.14})$$

## II.5. LE DISCRIMINANT " $\Delta$ " EST POSITIF OU NUL DECHARGE [19]

Lorsque la résistance du circuit est suffisamment grande  $R > 2 \sqrt{\frac{L}{c}}$  le discriminant de l'équation précédente est positif. Les deux racines de l'équation caractéristique sont réelles.

Soit  $r_1$  et  $r_2$  ces racines, l'intégrale générale peut s'écrire :

$$q = Ae^{-r_1 t} + Be^{-r_2 t} \quad (\text{II.15})$$

et les conditions initiales permettent de calculer les constantes d'intégration  $A$  et  $B$ ,  
à  $t = 0$ :

$$q = Q = A + B \quad (\text{II.16})$$

$$\frac{dq}{dt} = 0 = -r_1 A - r_2 B \quad (\text{II.17})$$

D'où nous tirons :

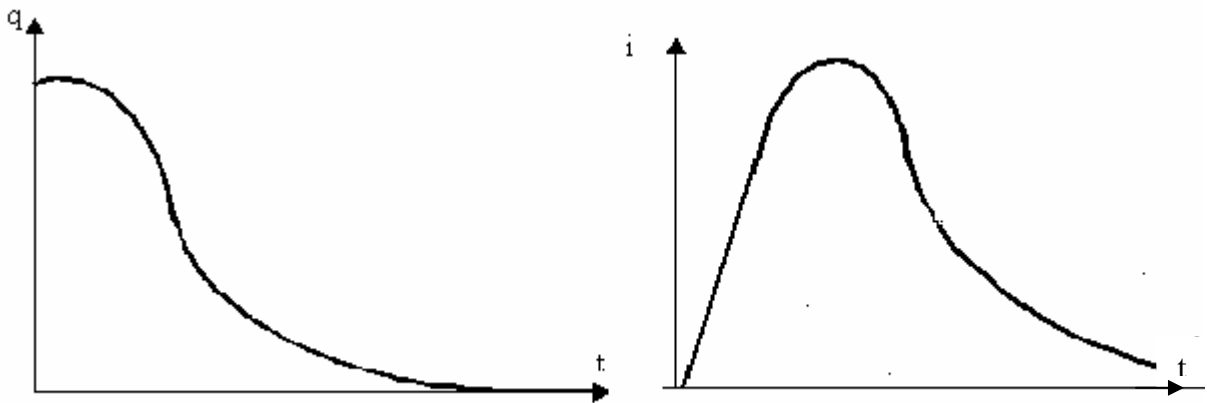
---

$$A = \frac{r_2}{r_2 - r_1} Q \text{ et } B = \frac{-r_1}{r_2 - r_1} Q$$

La charge  $q$  du condensateur et l'intensité  $i$  à l'instant  $t$  sont donc représentées par les fonctions suivantes, figure(II.18)

$$q = \frac{Q}{r_2 - r_1} (r_2 e^{-r_1 t} - r_1 e^{-r_2 t}) \quad (\text{II.18})$$

$$i = -\frac{dq}{dt} = Q \frac{r_2 r_1}{r_2 - r_1} (e^{-r_1 t} - e^{-r_2 t}) \quad (\text{II.19})$$



Dont laquelle le discriminant est nul est appelée résistance critique:  $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{c}}$  Dans ce cas particulier où la résistance du circuit a exactement la valeur de la résistance critique, l'équation caractéristique admet une racine double  $r_1 = r_2 = -\frac{R}{2L}$  et la Solution générale de l'équation différentielle est alors:

$$q = (At + B)e^{-\frac{Rt}{2L}} \quad (\text{II.20})$$

Un calcul analogue au calcul précédent permet de déterminer A et B en fonction des données initiales. La charge  $q$  et l'intensité  $i$  sont alors représentées par les fonctions suivantes:

$$q = Q \left(1 - \frac{Rt}{2L}\right) e^{-\frac{Rt}{2L}} \quad (\text{II.21})$$

$$i = Q \frac{R^2 t}{4L^2} e^{-\frac{Rt}{2L}} \quad (\text{II.22})$$

La résistance critique est celle pour laquelle la charge  $q$  du condensateur et l'intensité  $i$  du courant tendent le plus rapidement vers zéro. Le régime de décharge est appelé régime critique, la courbe représentative de  $q$  pour  $R = R_c$  est au-dessous de la courbe représentative de  $q$  pour  $R > R_c$ .

## II.6. LE DISCRIMINANT " $\Delta$ " EST NEGATIF ; DECHARG [19]

### OSCILLA TOIRE AMORTIE

Lorsque la résistance du circuit est inférieure à la résistance critique, le discriminant est négatif. Les racines  $r_1$  et  $r_2$  sont alors imaginaires conjuguées

$$r_1 = (a + j\omega) \quad r_2 = (a - j\omega)$$

$$\text{Avec: } a = -\frac{R}{2L} \quad \text{et} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - a^2}$$

Les calculs des constantes  $A$  et  $B$  effectués précédemment restent valables. Les résultats sont souvent simplifiés grâce à l'introduction de la fonction suivante :

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi \quad (\text{II.23})$$

Après simplification nous obtenons les résultats suivants :

$$q = Q e^{-at} \left( \cos \omega t + \frac{a}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (\text{II.24})$$

$$i = Q \frac{a^2 + \omega^2}{\omega} e^{-at} \sin \omega t \quad (\text{II.25})$$

La charge  $q$  et l'intensité  $i$  sont des fonctions sinusoïdales amorties. Le nombre  $a$  caractérise l'amortissement. Son inverse  $\tau = \frac{2L}{R}$  est appelé constante de temps du circuit.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$  est appelé pseudo-périodique du circuit.

## II.7.ECHANGE D'ENERGIE AU COURS DE LA DECHARGE DU CONDENSATEUR [19]

Initialement l'énergie est accumulée sous forme d'énergie électrostatique dans le condensateur. Pendant la première décharge de cet appareil, cette énergie convertie en énergie électrique qui est en partie dissipée par effet joule dans la résistance de la bobine, et en partie par la bobine sous forme d'énergie électromagnétique.

**Remarque :** A l'instant (t), la charge du condensateur est "q", et les courants dans le circuit est égal à  $i = \frac{dq}{dt}$  L'énergie W du système se trouve sous forme électrostatique dans le

condensateur  $\frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$  (2 C) et sous forme électromagnétique dans la bobine  $\frac{1}{2} Li^2$ .

$$W = \frac{1}{2} \left( \frac{q^2}{C} + Li^2 \right) \quad (\text{II.26})$$

Si nous dérivons cette équation par rapport au temps, nous obtenons l'égalité suivante:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{1}{C} q \frac{dq}{dt} + Li \frac{di}{dt} \quad (\text{II.27})$$

Comme :  $i = -\frac{dq}{dt}$  et  $\frac{di}{dt} = -\frac{d^2q}{dt^2}$

Nous avons:

$$\frac{dW}{dt} = -i \left( \frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} \right) = -i \left( -R \frac{dq}{dt} \right) = -Ri^2 \quad (\text{II.28})$$

(En utilisant l'équation différentielle donnant q).

Nous voyons que pendant un intervalle de temps dt, la variation d'énergie est égale à, ce qui est normal puisque les seules pertes d'énergie se produisent par effet Joule.

## II.8. APPLICATIONS DE PROPULSEUR [20]

Actuellement l'utilisation du propulseur électrique dans le domaine industriel est envisagée pour les applications qui requièrent une vitesse initiale du projectile plus élevée. Leur intégration dans des véhicules est également étudiée.

Les applications civiles du propulseur électriques sont nombreuses. En voici quelques exemples :

- ❖ Accélération de petits projectiles (1.g) à des vitesses très élevées (6Km/s) afin d'étudier les équations d'état des matériaux à ultra haute pression.
- ❖ Accélération de particules d'une centaine de milligrammes pour simulation d'impacts de micrométéorites.
- ❖ Application au traitement de surface : utilisation du propulseur électromagnétique et électrothermique pour générer des plasmas à haute énergie accélérés sur des surfaces métalliques, ceci ayant pour effet de créer des couches surfaciques très dures et très résistantes au frottement.
- ❖ Injections de particules de deutérium solide dans le plasma à haute température d'un Tokamak.
- ❖ L'utilisation du propulseur électrique est également envisagée pour la mise sur orbite terrestre d'objets tels que petits satellites.
- ❖ Véhicules de transport comme Le TGV.
- ❖ Applications dans Les moteurs électriques comme les moteurs linéaires tubulaires ou induction et les moteurs Magnéto hydro dynamique

## II.9. CONCLUSION

L'identification des paramètres d'alimentation et l'architecture géométrique du propulseur nous a permis d'évaluer les grandeurs électromagnétiques régissant le comportement du système, ainsi l'accélération qu'on veut apporter au projectile.

Comme il s'agit d'alimenter le lanceur avec de grandes puissances, pendant des durées courtes (alimentation impulsivement), il est clair qu'on peut utiliser des interrupteurs supporté des surintensités très importantes pendant ce régime.

---

---

*Chapitre*

*III*

*Evolution des grandeurs  
électromagnétique*

---

### III.1. INTRODUCTION

L'utilisation du propulseur électromagnétique est l'objectif d'une évolution très récente, il est exploité pour étudier la force magnétique. Il permet d'accélérer rapidement des projectiles avec des grandes vitesses.

C'est étudié, d'une difficulté raisonnable et peu calculatoire, permet de tester ses connaissances sur le phénomène d'auto-induction.

Dans ce chapitre, on étudie, en premier lieu, le principe de fonctionnement du propulseur ainsi que l'évaluation des ordres de grandeur des paramètres cruciaux et on termine par une étude dynamique sur le modèle électromécanique du système simple.

### III.2. EVALUATIONS DES GRANDEURS DU PROPULSEUR ELECTRIQUES [21]

Soit le circuit électrique rigide, figure (III.1), est caractérisé par sa résistance  $R$  et son inductance  $L$ . Soit  $I(t)$  l'intensité du courant qui le parcourt.

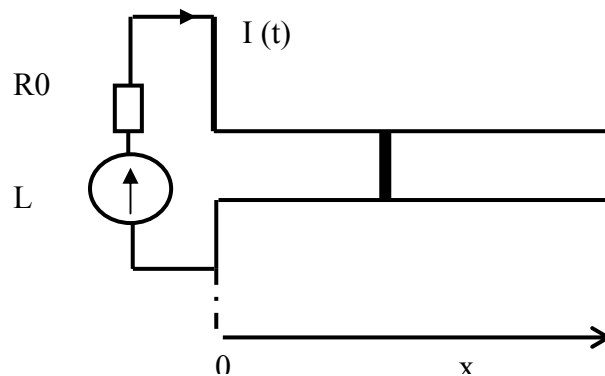


Fig. III.1: Circuit électrique du propulseur.

Le flux magnétique  $\Phi$  propre à travers le circuit est donné par la relation suivant:

$$\Phi(t) = L \cdot I(t) \quad (\text{III.1})$$

D'après la loi de FARADAY qui nous a permis alors d'exprimer la force électromotrice d'auto-induction comme suit :

$$e(t) = - \frac{dI(t)}{dt} = - \frac{dL \cdot I(t)}{dt} \quad (\text{III.2})$$

Tel que le circuit électrique est rigide. Par conséquent, l'inductance est indépendante du temps et on obtient la relation suivante:

$$e(t) = -L \frac{dI(t)}{dt} \quad (\text{III.3})$$

### III.2.1. L'énergie fournit par le générateur

D'après loi de Lenz L'inductance du circuit électrique s'oppose à l'établissement du courant  $I(t)$ . Le générateur de tension  $E$  doit fournir plus de l'énergie dissipée par effet Joule, une énergie supplémentaire  $e_m(t)$  son expression est calculée par l'égalité suivant:

$$E = R \cdot I + L \frac{dI}{dt} \quad (\text{III.4})$$

En multipliant cette égalité par l'intensité  $I$  et en intégrant par rapport au temps entre 0 et  $T$ , on trouve:

$$\int_0^T E \cdot I(t) dt = \int_0^T R \cdot I^2(t) dt + \int_0^T L \cdot I(t) \frac{dI(t)}{dt} dt \quad (\text{III.5})$$

D'où:

$$\int_0^T E \cdot I(t) dt = \int_0^T R \cdot I^2(t) dt + \int_0^T L \cdot IdI \quad (\text{III.6})$$

Soit:

$$e_m(t) = \frac{1}{2} L \cdot I(t)^2 \quad (\text{III.7})$$

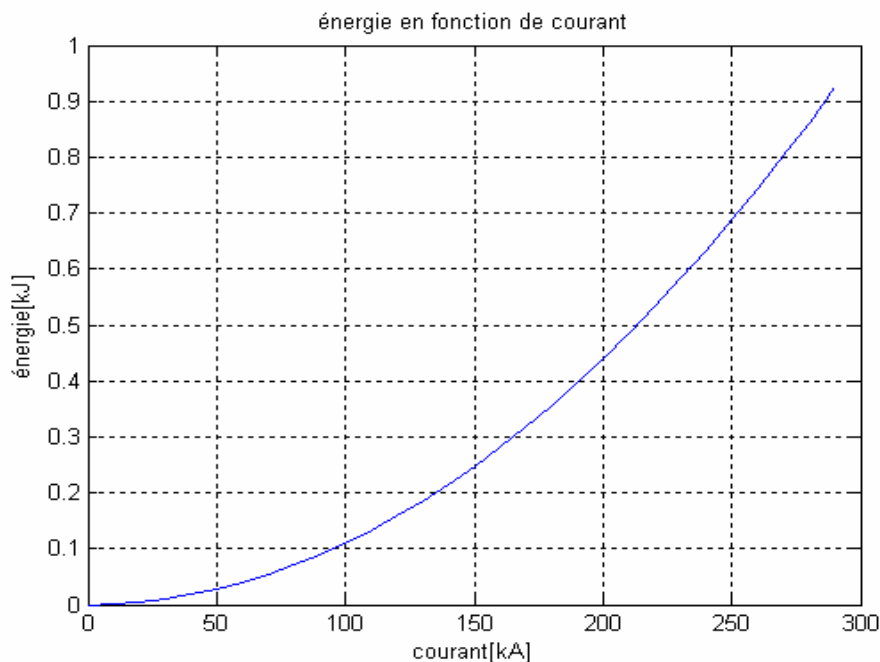


Fig. III.2: Variation de l'énergie magnétique en fonction du courant

Lorsqu'un courant électrique  $I$  parcourt le circuit, celui-ci engendre un champ magnétique  $\vec{B}$  et le projectile est alors le projectile soumis à une force de Laplace  $\vec{F}$  qui le met en mouvement. Pour un sens du courant donné, le champ magnétique est orienté par la règle du tire-bouchon (ou par la règle de la main droite) et on voit que la force  $\vec{F}$  est toujours orientée dans le sens des  $X$  croissants (figure III.3) [15].

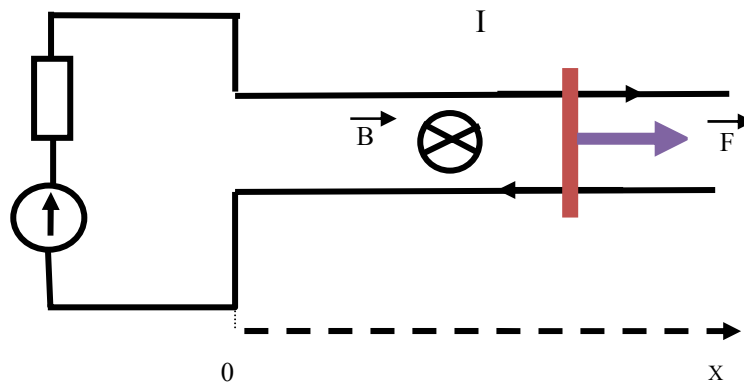


Fig. III.3 : Le sens de  $B$  et  $F$  dans le propulseur.

On peut aussi raisonner, de façon plus empirique, à partir de la loi de Lenz. Cette loi permet de dire qu'une force électromotrice négative apparaît contre l'établissement du courant  $I$ . Cela signifie, d'après la loi de Faraday, que le flux du champ magnétique  $\vec{B}$  induit doit augmenter. La seule manière d'augmenter ce flux est alors d'augmenter la surface couverte par le circuit. Par conséquent, le projectile se met bien en mouvement dans le sens des  $x$  croissants.

### III.2.2. La puissance instantané

La puissance fournie à l'instant  $t$  par le générateur en plus de celle dissipée par effet Joule est:

$$p = I \frac{d\Phi_p}{dt} \quad (\text{III.8})$$

Où  $\Phi_p$  : c'est le flux propre

L'expression du flux propre reste la même formule (III .1). Cependant, le circuit n'étant plus rigide à cause du mouvement possible du projectile, son inductance n'est plus constant et la puissance  $p$  s'exprime sous la forme:

$$p = L \cdot I \frac{dI}{dt} + I^2 \frac{dL}{dt} \quad (\text{III.9})$$

La puissance  $P$  calculée précédemment correspond, d'une part, à la variation de l'énergie magnétique  $E_m$  et, d'autre part, à la puissance  $p_{méca}$  de la force de Laplace qui provoque le déplacement du projectile sur les rails, ce qui s'écrit formellement suivant:

$$p = \frac{dE_m}{dt} + p_{méca} \quad (III.10)$$

### III.2.3. La puissance mécanique

En utilise l'expression de l'énergie magnétique (III.7) et de la puissance (III.9), en déduit que:

$$p_{méc} = P - \frac{dE_m}{dt}$$

$$p_{méc} = \frac{1}{2} \frac{dL}{dt} I^2 \quad (III.11)$$

En décomposant la dérivation temporelle, on obtient finalement:

$$p_{méca} = \frac{1}{2} I(t)^2 \frac{dL}{dX} \dot{x} \quad (III.12)$$

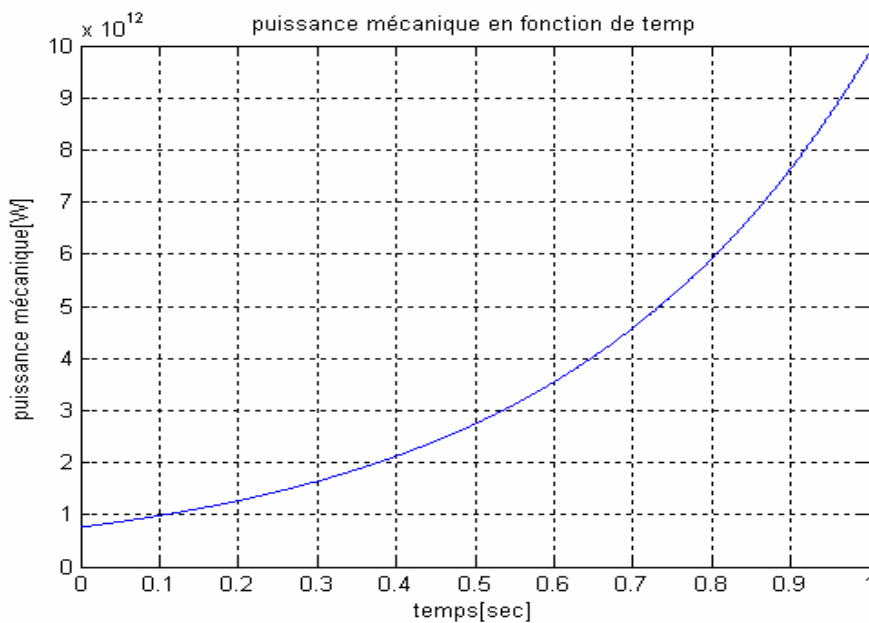


Fig. III.4: Variation de la puissance mécanique en fonction du temps

### III.2.4. La force de propulsion :

L'expression de la puissance mécanique est donnée par :  $p_{\text{méca}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ , alors la force de Laplace qui s'exerce sur le projectile s'écrit comme suit:

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx} \quad (\text{III.13})$$

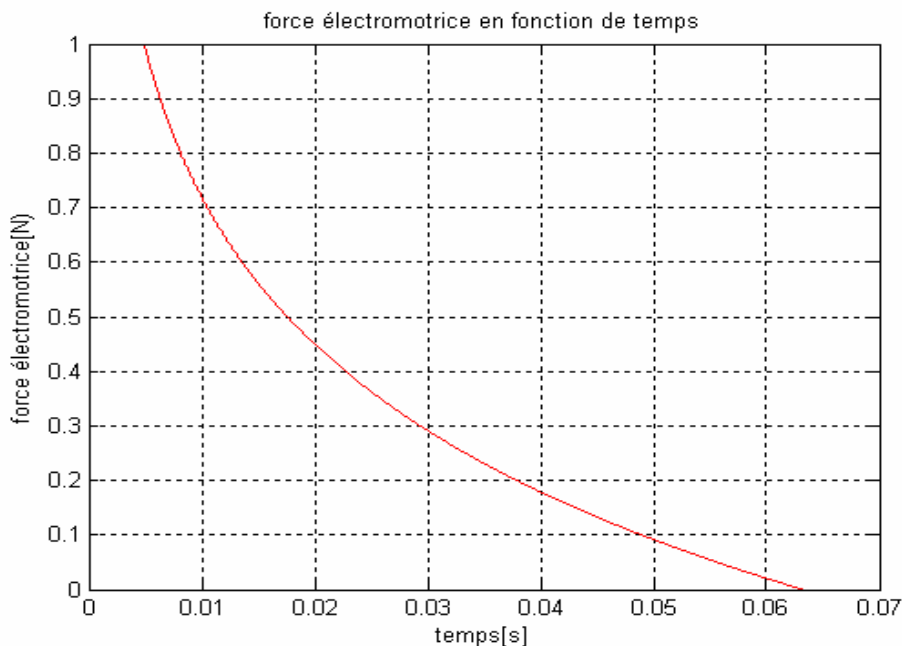


Fig. III.5: Variation de la force en fonction du temps.

## III.3. ÉVALUATION DES GRANDEURS MAGNETIQUES [21]

### III.3.1. L'induction magnétique

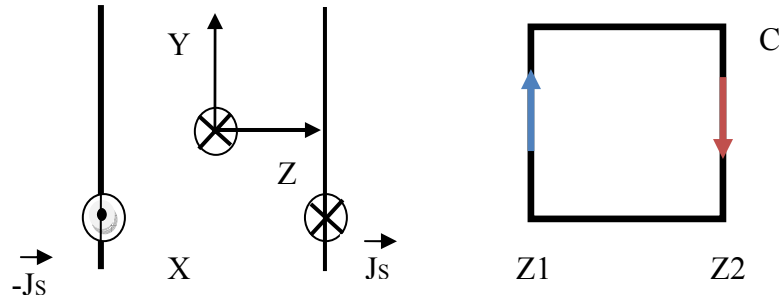
Il est à noter que la présence d'un facteur de (1/2) dans l'expression de la force est due au fait que c'est un champ magnétique d'auto-induction qui provoque le mouvement du projectile. Par tout point de l'espace passe un plan, parallèle à xoz, par rapport auquel la distribution de courant est symétrique. On en déduit que le champ magnétique créé est orthogonal à ces plans de symétrie en tout point, soit

$$\vec{B} = B(x, y, z) \vec{e}_y \quad (\text{III.14})$$

Tout d'abord, il est nécessaire de remarquer que la distribution de courant est invariante par toute translation parallèle au plan xoy, ce qui permet de dire que le champ magnétique ne dépend que de z :

$$\vec{B} = B(z) \vec{e}_y \quad (\text{III.15})$$

Ensuite, on applique le théorème d'Ampère pour montrer que le champ magnétique est uniforme dans chaque région délimitée par les plaques. Considérons le contour  $C$  orienté représenté sur la figure (III.6), suivante:



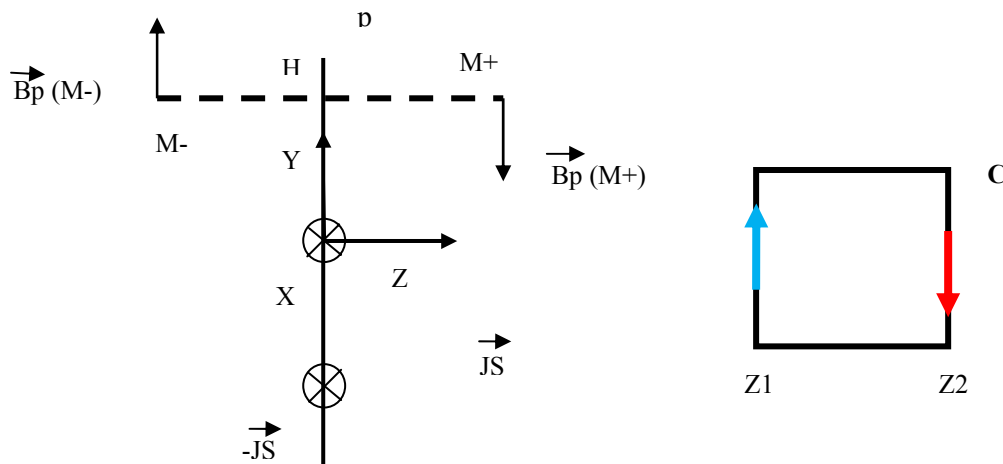
**Fig. III.6:** Le champ magnétique distripe dans chaque région

Si on note  $I_e$  le courant enlacé et orienté par le contour  $C$ , le théorème d'Ampère s'exprime sous la forme

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e \quad (III.16)$$

En l'occurrence, on en déduit que  $B(z_1)l - B(z_2)l = 0$  puisque le courant enlacé est nul et ce, pour n'importe quelles valeurs de  $z_1$  et  $z_2$  construisant un contour  $C$  contenu dans l'une des régions délimitées par les plaques. Par conséquent, le champ magnétique est uniforme dans chacune de ces régions.

Enfin, pour calculer le champ magnétique dans chaque région, trouvons d'abord son expression pour un seul plan  $p$ , parcouru  $p$  par le courant  $\vec{j}_s = j_s \vec{e}_x$ .



**Fig. III.7:** Le courant enlacé et orienté par le contour  $C$ .

En utilisant les mêmes propriétés de symétrie et d'invariance des distributions des densités de courant, on peut écrire que  $\vec{B}_p = B_p(z)\vec{e}_y$ . En appliquant le théorème d'Ampère avec le contour  $c$  comme précédemment, on déduit que le champ magnétique est constant

dans chaque région délimitée par le plan  $p$ . Prenons alors un point  $M_+$  quelconque, hors de  $p$ , et son symétrique  $M_-$  par rapport à  $p$ .

La relation de passage sur la composante tangentielle du champ magnétique impose comme la manière suivant:

$$B_p(M_+) - B_p(M_-) = -\mu_0 j_s \quad (\text{III.17})$$

Or, le problème est invariant par rotation d'angle  $\pi$  autour du point  $H$  (milieu de  $(M_+M_-)$ ). Comme la relation précédente empêche  $B_p(M_+)$  et  $B_p(M_-)$  d'être simultanément nuls en présence de la distribution de courant  $\vec{j}_s$ , on a alors nécessairement.

$$B_p(M_+) = -B_p(M_-) \quad (\text{III.18})$$

Les deux dernières relations permettent de conclure le résultat suivant:

$$B_p(M_+) = -B_p(M_-) = -\frac{1}{2}\mu_0 j_s \quad (\text{III.19})$$

En appliquant le théorème de **superposition**, on en déduit alors aisément pour le cas des rails que

$$\vec{B}\left(|z| < \frac{w}{2}\right) = \mu_0 j_s \vec{e}_y \quad \text{Et} \quad \vec{B}\left(|z| > \frac{w}{2}\right) = \vec{0} \quad (\text{III.20})$$

### III.3.2. La densité et l'intensité du courant électrique

On pouvait se douter que le champ magnétique est nul pour  $|z| \rightarrow \infty$  puisque alors on ne voit que la superposition nulle de distributions de densités de courant opposées.

L'expression du module de la densité surfacique de courant est:

$$j_s = \frac{I}{h} \quad (\text{III.21})$$

On suppose maintenant que l'expression du champ magnétique obtenue à la relation(III.15) reste valable, ce qui signifie que l'on néglige les effets de bord, approximation correcte si  $h \gg w$ .

Les valeurs numériques données dans l'énoncé montrent que la légitimité de cette approximation est justifiée si l'on se contente d'une évaluation à l'ordre le plus bas en  $\frac{W}{h}$  de l'inductance linéique  $L'$ .

Le flux magnétique par unité de longueur selon Ox,  $\Phi$  se calcule par conséquent de la façon suivante :

$$\Phi' = Bw = \mu_0 j_s w = \mu_0 I \frac{w}{h} \quad (\text{III.22})$$

Par l'intermédiaire de la relation  $\Phi' = L'I$ , on en déduit l'expression de l'inductance linéique

$$L' = \mu_0 \frac{w}{h} \quad (\text{III.23})$$

On obtient numériquement  $L' = 0,4 \mu\text{Hm}$

Afin de déterminer l'intensité demandée, on applique le théorème de l'énergie cinétique au projectile en négligeant les frottements dans son mouvement sur les rails. La variation d'énergie cinétique entre l'instant initial (vitesse nulle) et l'instant où il atteint la vitesse

$V = 6 \text{ km/s}$  (à l'abscisse X) correspond au travail de la force F et que l'on supposera constante. Ainsi, o

$$\frac{1}{2} mv^2 = FX \quad (\text{III.24})$$

En introduisant l'expression de la force F, on obtient finalement l'expression de l'intensité I nécessaire:

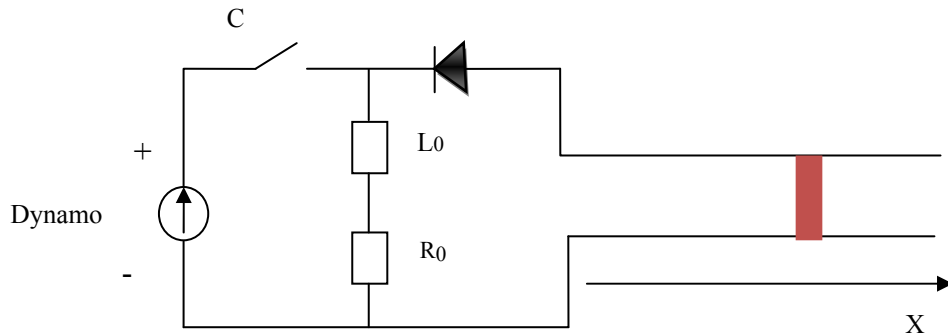
$$I = \sqrt{\frac{mv^2}{XL'}} \quad (\text{III.25})$$

On trouve ainsi la valeur de densité de courant  $I = 297 \text{ KA}$

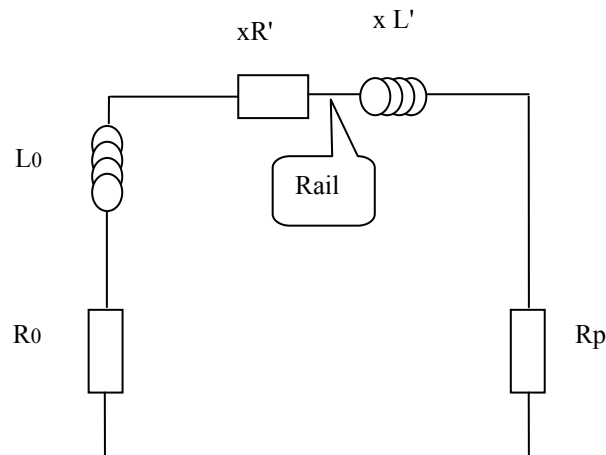
#### III.4. MODÈLE ELECTROMECHANIQUE DE PROPULSEUR [21]

On a représenté figure (III .8) le schéma électrique du propulseur, avec ses deux rails parallèles. Lorsque l'interrupteur C est fermé, une dynamo engendre un fort courant à travers le circuit ( $L_0, R_0$ ). Lorsqu'on atteint, à l'instant  $t = 0$ , le courant désiré  $I_0$ , on ouvre C. Le projectile, situé sans vitesse initiale en  $x = 0$  à l'extrémité du rail, est alors accéléré ; on notera

respectivement  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$  et  $\ddot{x}(t)$  position, vitesse et accélération du projectile, et  $I(t)$  l'intensité à travers le circuit à l'instant  $t$ . Le circuit électrique équivalent dans cette phase est représenté en figure (III.9), où l'on a fait figurer la résistance  $R_p$  du plasma qui « pousse » le projectile ainsi que la résistance  $R'$  et l'inductance  $L'$  des rails définies toutes deux par unité de longueur. On prendra dans cette partie  $L = 0,4 \mu\text{Hm}^{-1}$ .



**Fig. III.8:** Le schéma électrique du propulseur.



**Fig. III.9:** Schéma de circuit électrique équivalent

L'inductance  $L_0$  est appelée impédance de stockage car elle permet d'emmagasiner de l'énergie pendant la phase de charge où l'interrupteur  $C$  est fermé.

- ❖ Il est bon d'évaluer tout de suite la quantité d'énergie  $E_0 = \frac{1}{2} L_0 I_0^2$  stockée ;
- ❖ Il s'agit d'une importante quantité d'énergie puisqu'elle vaut  $E_0 = 990 \text{ kJ}$ .

### III.4.1. Fonctionnement de circuit d'alimentation

Une inductance de stockage est utilisée ici dans la mesure où une très importante quantité d'énergie doit être stockée au départ et délivrée ensuite en peu de temps. Une capacité, en lieu et place de l'inductance, ne convient pas si l'on tient à contrôler, en plus, l'intensité  $I_0$  à  $t = 0$  car elle n'assure pas la continuité du courant dans sa branche.

Il suffit d'utiliser, pour charger l'inductance  $L_0$ , un générateur homopolaire important. Historiquement, c'est de cette manière que le premier propulseur électromagnétique permettant d'accélérer des projectiles de (**3 g**) jusqu'à des vitesses de  $6 \text{ km.s}^{-1}$  a été réalisé au début des années 1970 en Australie.

Une autre méthode consiste à utiliser des bancs de condensateurs pour stocker l'énergie, la géométrie du circuit étant différente. Ce procédé a attendu longtemps avant de pouvoir être mis au point (problème des tensions de claquage des condensateurs).

Le rôle de la diode est de permettre d'éviter de court-circuiter, par le projectile entre les rails, la charge de l'inductance lorsque l'interrupteur C est fermé : cette diode se comporte alors comme un interrupteur ouvert. Ensuite, quand C est ouvert, elle est équivalente à un interrupteur fermé et l'énergie emmagasinée dans l'inductance est délivrée au circuit déformable.

Dans le cas d'une charge inductive, la diode de roue libre DRL court-circuite la charge à l'ouverture de l'interrupteur, ce qui libère l'énergie électromagnétique emmagasinée à l'inductance de stockage.

### III.4.2. Mise en évidence des équations

#### III.4.2.1. La force électromotrice

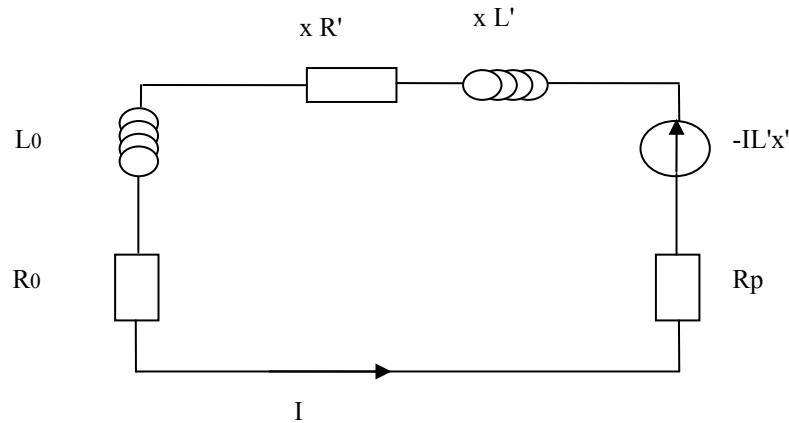
Afin d'exprimer la force électromotrice  $e$ , on utilise la loi de FARADAY en prenant garde au fait que l'inductance  $L = L_0 + xL'$  est variable :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dLI}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt} \quad (\text{III.26})$$

On en déduit que:

$$e = -(L_0 + xL') \frac{dI}{dt} - IL' \dot{x} \quad (\text{III.27})$$

Par conséquent, le circuit équivalent est représenté sur la figure (III.6) suivante, le sens du courant étant imposé par la diode.



**Fig. III.10:** Le circuit équivalent.

On trouve alors l'équation électrique (III.28) du circuit :

$$(L_0 + xL') \frac{dI}{dt} + \left( R_p + R_0 + xR' + x\dot{L}' \right) I = 0 \quad (\text{III.28})$$

### III.4.2.2.L'énergie

Pour obtenir l'équation mécanique demandée, on applique le principe fondamental de la dynamique au système plasma projectile, dans le référentiel galiléen du laboratoire, en projection suivant l'axe Ox. La seule force qui intervient est la force de propulsion de Laplace d'où l'équation mécanique (III.29)

$$M \ddot{x} = \frac{1}{2} I^2 L' \quad (\text{III.29})$$

En ce qui concerne l'intensité, la condition initiale s'écrit  $I(0) = I_0$ . Pour la position du projectile, on a les conditions  $x(0) = 0$  et  $\dot{x}(0) = 0$ .

Attention, la position  $x(t)$  du projectile obéit à une équation différentielle d'ordre 2 (l'équation mécanique (III.29)) et demande que l'on écrive bien deux conditions initiales indépendantes, et non une seule.

Les équations (III.28) et (III.29) n'admettent pas de solution stationnaire avec ces Conditions initiales.

Intuitivement, plus l'inductance de stockage est grande, plus il y a d'énergie disponible initialement pour la propulsion du projectile, et plus il faut de temps pour la dissiper. Ainsi, si

$L_0$  est suffisamment importante, l'intensité dans le circuit va peu diminuer et on pourra écrire que  $I(t) \approx I_0$ .

Il est fort judicieux d'évaluer ici le temps caractéristique  $\tau$  de décroissance de l'intensité au cours du temps afin de quantifier le domaine de validité de l'approximation  $I(t) \approx I_0$  :

$$\tau = \frac{L_0 + xL'}{R_p + R_0 + xR' + x\dot{L}'} \cong \frac{L_0}{R_p + R_0 + xR'} \quad (\text{III.30})$$

Après application numérique, on en déduit que l'intensité peut être considérée comme constante pour des durées de propulsion du projectile très inférieures à  $\tau = 7$  ms. Puisque l'intensité et l'inductance linéique sont des constantes, l'équation mécanique (III.29) s'intègre immédiatement, compte tenu des conditions initiales, en

$$\dot{x} = a_0 t \text{ Et } x(t) = \frac{1}{2} a_0 t^2 \quad (\text{III.31})$$

On constate que la constante  $a_0$  représente l'accélération du projectile. Numériquement, on a  $a_0 = 6 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , ce qui est considérable et montre l'efficacité du dispositif de propulsion électromagnétique.

D'après la formule précédente, les expressions de la durée  $\tau_0$  et de la vitesse  $\dot{x}(\tau_0)$  d'éjection sont respectivement :

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{2X}{a_0}} \text{ Et } \dot{x}(\tau_0) = \sqrt{2a_0X} \quad (\text{III.32})$$

Numériquement, on obtient ainsi

$$\tau_0 = 1 \text{ ms Et } \dot{x}(\tau_0) = 6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$

D'une part, on vérifie ici que l'approximation  $I(t) \approx I_0$  est relativement raisonnable puisque  $\tau_0 = \frac{\tau}{7}$ .

D'autre part, la valeur numérique obtenue pour la vitesse est cohérente avec celle donnée par la valeur suivante  $6 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ .

L'énergie  $\Delta E(t)$  délivrée depuis l'instant  $t = 0$  par l'inductance  $L_0$  au reste du circuit et au projectile correspond à la variation de l'énergie magnétique stockée dans celle-ci :

$$\Delta E(t) = \frac{1}{2} L_0 [I_0^2 - I(t)^2] \quad (\text{III.33})$$

On veut obtenir, l'équation énergétique du dispositif à partir des équations électrique (III.29) et mécanique (III.29), Pour cela, on commence par multiplier (III.29) par l'intensité  $I$  et on en prend l'intégrale entre 0 et

$$\int_{I_0}^{I(t)} L_0 I dI + \int_0^t x(t') L'(t') dI(t') + \int_0^t [R_0 + R_p + x(t') R'] I^2(t') dt + \int_0^t L I^2(t') \dot{x}(t') dt' = 0 \quad (\text{III.34})$$

Ainsi, la première intégrale faisant apparaître  $(-\Delta E(t))$ :

$$\int_{I_0}^{I(t)} L_0 I dI + \int_0^t x(t') L'(t') dI(t') + \int_0^t [R_0 + R_p + x(t') R'] I^2(t') dt + \int_0^t L I^2(t') \dot{x}(t') dt' = 0 \quad (\text{III.35})$$

Par ailleurs, multiplions l'équation mécanique (III.29) par la vitesse  $X$  et intégrons de 0 à  $t$ . On trouve, en tenant compte des conditions initiales

$$\frac{1}{2} M \dot{x}(t)^2 = \frac{1}{2} \int_0^t L I^2(t') \dot{x}(t') dt' \quad (\text{III.36})$$

Par conséquent, on peut faire apparaître le terme  $\frac{1}{2} M \dot{x}(t)^2$  dans  $\Delta E(t)$ .

$$\Delta E(t) = \int_0^t x(t') L'(t') dI(t') + \int_0^t [R_0 + R_p + x(t') R'] I^2(t') dt + \int_0^t L I^2(t') \dot{x}(t') dt' \quad (\text{III.37})$$

Les deux intégrales entre crochets se calculent, compte tenu des conditions initiales, en les regroupant en une seule intégrale où l'on reconnaît la dérivée temporelle de  $L'xI^2$ , d'où, finalement :

$$\Delta E(t) = \frac{1}{2} M \dot{x}(t)^2 + \frac{1}{2} L'x(t) I(t)^2 + \int_0^t dt' [R_0 + R_p + R'x(t')] I(t')^2 \quad (\text{III.38})$$

L'interprétation de chacun des termes de cette équation bilan des échanges énergétiques est la suivante :

- ❖  $\Delta E(t)$  est l'énergie fournie au circuit et au projectile par l'inductance de stockage.

❖  $\varepsilon_0 = \frac{1}{2} M \dot{x}(t)^2$  est la part d'énergie reçue convertie en énergie cinétique de mouvement du projectile.

❖  $\varepsilon_L = \frac{1}{2} L' \dot{x}(t) I(t)^2$  est la part d'énergie reçue stockée par auto induction dans les rails.

❖  $\varepsilon_J = \int_0^t dt' [R_0 + R_p + R' \dot{x}(t')] I(t')^2$  est l'énergie dissipée par effet Joule dans l'ensemble du dispositif

On se place dans le cadre de l'approximation ( $I(t) = I_0$ ) et on peut ainsi utiliser les résultats de la relation (III.31). On a alors:

❖ l'énergie cinétique de mouvement du projectile

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} M \dot{x}(t)^2 = \frac{1}{2} M (a_0 t)^2 \quad (\text{III.39})$$

❖ L'énergie stockée par auto-induction dans les rails

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} L' \dot{x}(t) I(t)^2 = \frac{1}{2} L' \left( \frac{1}{2} a_0 t^2 \right) I_0^2 = \frac{1}{2} \frac{L' L_0^2}{2} a_0 t^2 = \frac{1}{2} M (a_0 t)^2 \quad (\text{III.40})$$

❖ l'énergie dissipée par effet joule

$$\varepsilon_J = \int_0^t dt' \left[ R_0 + R_p + \frac{1}{2} R' a_0 t'^2 \right] I_0^2 = (R_0 + R_p) I_0^2 t + \frac{1}{6} R' a_0 I_0^2 t^3 \quad (\text{III.41})$$

Bilan :

$$\varepsilon_c = \varepsilon_L = \frac{1}{2} M a_0^2 t^2 \quad (\text{III.42})$$

Et :

$$\varepsilon_J = (R_0 + R_p) I_0^2 t + \frac{1}{6} R' a_0 I_0^2 t^3 \quad (\text{III.43})$$

Finalement:

$$\Delta E(t) = M a_0^2 t^2 + (R_0 + R_p) I_0^2 t + \frac{1}{6} R' a_0 I_0^2 t^3 \quad (\text{III.44})$$

Les valeurs numériques de chacun des termes à l'instant  $\tau_0$  sont :

$$\varepsilon_c(\tau_0) = \varepsilon_L(\tau_0) = 54 \text{ kJ}$$

$$\text{Et : } \varepsilon_J(\tau_0) = 136 \text{ kJ}$$

On peut écrire l'intensité  $I(\tau_0)$  :

$$I(\tau_0) = \sqrt{I_0^2 - 2 \frac{\varepsilon_c(\tau_0) + \varepsilon_L(\tau_0) + \varepsilon_J(\tau_0)}{L_0}} \quad (\text{III.45})$$

On en déduit la valeur numérique :

$$I(\tau_0) = 260 \text{ KA}$$

On constate qu'au moment où le projectile quitte les rails, l'intensité a diminué de 13 %.

L'approximation  $I(t) \approx I_0$  est donc relativement raisonnable, comme on avait déjà le noter.

La définition de la fonction  $y(t)$  permet d'écrire que  $I(t) = I_0 e^{-y(t)}$  donc  $\dot{I}(t) = -I(t)\dot{y}(t)$ , on peut transformer les équations électrique (III.28) et mécanique (III.29) sous la forme:

$$(L_0 + xL')\dot{y} = R_p + R_0 + xR' + xL' \quad (\text{III.46})$$

Avec :

$$\dot{y} = a_0 e^{-2y(t)} \quad (\text{III.47})$$

Numériquement,  $L_0 = 22 \mu\text{H}$  et  $xL' = 1,2 \mu\text{H}$ . On constate que l'on ure toujours, pendant

la phase de propulsion,  $L_0 \gg xL'$  ce qui permet de simplifier a première équation

différentielle en (III.24) sous la forme

$$\dot{y}L_0 = R_p + R_0 + xR' + xL' \quad (\text{III.48})$$

On suppose que  $y(t) \ll 1$ , ce qui signifie que l'intensité varie peu au ours du temps de propulsion. On peut alors reprendre les expressions de  $\dot{x}(t)$  et  $x(t)$  obtenues à (III.32).

L'équation qui précédente envient :

$$\dot{y}(t) = \frac{R_0 + R_p}{L_0} + a_0 \frac{L'}{L_0} t + a_0 \frac{R'}{L_0} \frac{t^2}{2} \quad (\text{III.49})$$

En utilisant la condition initiale  $y(0)=0$ , on en déduit par intégration l'expression de  $y(t)$ :

$$y(t) = \frac{R_0 + R_p}{L_0} t + a_0 \frac{L' t^2}{L_0} + a_0 \frac{R' t^3}{L_0} \quad (\text{III.50})$$

L'énergie  $\Delta E(t)$  délivrée depuis l'instant  $t = 0$  au circuit et au projectile est

$$\Delta E(t) = \frac{1}{2} L_0 [I_0^2 - I(t)^2] = \frac{1}{2} L_0 I_0^2 [1 - e^{-2y(t)}] \quad (\text{III.51})$$

Compte tenu de l'approximation  $y(t) \ll 1$ , on obtient finalement :

$$\Delta E(t) \approx L_0 I_0^2 y(t) \quad (\text{III.52})$$

L ne reste plus qu'à injecter dans cette relation l'expression de  $y(t)$  obtenue à la question précédente, ce qui permet de trouver le résultat (III.44), compte tenu de  $L'I_0^2 = 2Ma_0 l$

$$\Delta E(t) = Ma_0^2 t^2 + (R_0 + R_p) I_0^2 t + \frac{1}{6} R' a_0 I_0^2 t^3 \quad (\text{III.53})$$

#### III.4.2.3. Le rendement

Le rendement électromagnétique  $\eta = \frac{\varepsilon_c(\tau_0)}{E_0}$  avec  $E_0 = \frac{1}{2} L_0 I_0^2$

Alors que le rendement:  $\eta = 5,5\%$

### III .5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présent une analyse global du système commençant par l'étude des grandeur physique, électrique est magnétique puis la modèle électromécanique et termine par l'équation générale de force.

L'objet de cette étude est l'analyse d'un propulseur électromagnétique capable d'accélérer de petites masses de l'ordre du gramme et de les éjecter à des vitesses supersoniques de l'ordre de plusieurs kilomètres par seconde.

---

# *Chapitre*

## *IV*

*Aperçu sur la méthode  
des éléments finis*

---

## IV.1.INTRODUCTION

La méthode des éléments finis est une méthode de résolution des problèmes physiques régis par des équations aux dérivées partielles. Elle consiste à subdiviser le domaine de l'équation et décrire la solution à l'intérieur de chaque région par une combinaison linéaire de fonctions connues et des paramètres. Dans chaque sous domaine l'équation aux dérivées partielles, est écrite sous la forme variationnelle approximée et remplacée par un système d'équations algébrique; ou les paramètres figurent comme des inconnus.

La méthode des éléments finis peut être illustrée par les différentes étapes suivantes:

### Première étape:

Formulation du problème physique à étudier qui est décrit par:

- ❖ La géométrie du corps à étudier (représentation dans un repère donné);
- ❖ Les caractéristiques physiques du matériau constituant le corps dont on veut étudier le phénomène physique;
- ❖ Les conditions aux frontières du corps.

### Deuxième étape:

Descriptions géométriques du corps à étudier (maillage):

Une structure géométrique quelconque est découpée en un certain nombre de morceaux de telle manière que la réunion de tous les morceaux recouvre le plus exactement possible la structure à étudier sans qu'il existe de chevauchement. Chaque morceau porte le nom d'élément finis car il est de dimension finie.

Des éléments finis adéquats aux problèmes physiques à traiter sont alors utilisés. Chaque élément est limité par une frontière et le point de plusieurs rencontres est appelé point nodale ou bien nœud.

## IV.2. FONCTION D'INTERPOLATION ET D'APPROXIMATION [22]

La fonction inconnue ( $\Phi$ ) est remplacée à l'intérieure de chaque élément par une approximation ( $\Phi^e$ ). ( $\Phi^e$ ).est une fonction continue et complètement définie à l'aide des valeurs (Q) au nœud appartenant à l'élément dont la fonction d'interpolation est  $N_i(x, y, z)$

s

On préfère en général des polynômes complets, les fonctions d'interpolations doivent respecter la condition de continuité à l'intérieur de l'élément de volume et entre deux éléments le

---

long de la frontière les séparent. Dans le plan  $(x, y, z)$  la fonction relative à l'élément est définie par:

$$\Phi^e = \left[ N^e(x, y, z) \right] [\Phi^e] = \left[ N_1^e(x, y, z) - N_2^e(x, y, z) \dots N_r^e(x, y, z) \right] [\Phi] \quad (IV.1)$$

Avec:

$\Phi_i^e$ : Valeur aux nœuds ou valeur nodale de l'élément;

r : Nombre de nœud.

L'ordre de l'approximation (degré de polynôme  $N_i^e(x, y, z)$ ) doit être spécifié de type linéaire ou quadratique.

### IV.3.FORMULATION DES ELEMENTS FINIS [22]

La méthode des éléments finis est basée sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles et de leurs conditions aux limites. Cette formulation peut être de deux types:

-Variationnelle ou résidus pondérés

#### IV.3.1. Formulation variationnelle

La formulation variationnelle est basée sur le principe de l'action Hammettienne dont on doit connaître l'énergie du système à étudier. Cette formulation est définie à partir de la fonctionnelle suivante:

$$F(a) = \int_{\Omega} L d\Omega \quad (IV.2)$$

Avec:

$\Omega$ : Domaine de résolution;

L: fonction de Lagrange déduite de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie

Potentielle du système

$$L = W_c - W_p \quad (IV.3)$$

#### IV.3.1.1. Cas d'un problème électrostatique

L'opérateur L aura pour expression:

$$L = \frac{1}{2} \epsilon \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right) - P(xy) \Phi \quad (IV.4)$$

Avec :

L: fonction de Lagrange.

D'où:

$$F(\mathbf{A}) = \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{2} \varepsilon \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - P(x, y) \Phi \right) \right] d\Omega \quad (\text{IV.5})$$

$\Omega$  : Potentiel scalaire électrique;

$\varepsilon$  : Permittivité électrique absolue;

$P$  : Densité de charge électrique.

#### IV.3.1.2. Cas d'un problème magnétostatique

Dans le cas d'un problème magnétostatique  $L$  aura pour expression (IV.6)

$$L = \int_0^B \nu \mathbf{b} d\mathbf{b} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{IV.6})$$

Avec:

$\mathbf{A}$ : potentiel vecteur;

$\mathbf{B}$ : Module de l'induction magnétique;

$\mathbf{b}$ : Induction magnétique;

$\mathbf{J}$ : Densité du courant;

$\nu$ : Réductivité magnétique absolue.

La résolution des problèmes variationnels consiste à minimiser la fonctionnelle  $d$  (énergie) suivante:

$$F(\mathbf{A}) = \int_{\Omega} \left[ \int_0^B \nu \mathbf{b} d\mathbf{b} - \mathbf{J} \cdot \mathbf{A} \right] d\Omega \quad (\text{IV.7})$$

Le principe de minimisation est celui de Rayleigh RITZ pour la fonctionnelle d'énergie  $F(\mathbf{A})$  qui s'écrit sous la forme suivante:

$$\frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} = 0 \quad (\text{IV.8})$$

$A_i$  : Inconnue au nœud  $i$  du domaine d'étude.

Cette formule appliquée pour tous les nœuds du domaine d'étude donne:

$$\frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_1} = \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_2} = \dots = \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} = \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{IV.9})$$

L'énergie (11-9) permet de définir un système d'équation de  $n$  équations à  $n$  inconnus. L'application de la méthode des éléments finis revient à considérer que la fonctionnelle  $F(\mathbf{A})$  est une somme discrète de fonctionnelles élémentaires définies sur les éléments et donnée par:

$$F(\mathbf{A}) = \sum_{e=1}^{N_e} F_e(\mathbf{A}) \quad (\text{IV.10})$$

Ce qui permet de déduire:

$$\frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} = \sum_{e=1}^{N_e} \frac{\partial F_e(\mathbf{A}^e)}{\partial A_i} \quad (\text{IV.11})$$

Avec:

$$\mathbf{A}^e = \sum_{j=1}^n \alpha_j^e \mathbf{A}_i^e \quad (\text{IV.12})$$

$F_e(\mathbf{A})$ : La fonctionnelle d'énergie de l'élément;

$\mathbf{A}_i^e$ : Inconnus de L'élément e au nœud i;

$\alpha_j^e$ : Nombre de sous domaines du domaine complet;

$\alpha$ : Fonction de pondération au nœud j de l'élément e;

$\mathbf{A}^e$ : Fonction d'approximation de l'élément e.

#### IV.3.1.3. Cas d'un problème magnétodynamique

Ces s'appliquent aux dispositifs électrotechniques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient en fonction de temps, le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  n'est plus nul, les champs électriques et magnétiques sont alors couplés par la présence des courant induits (courant de FAUCAULT). L'équation magnétique avec terme source s'écrit:

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\nu \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{IV.13})$$

La nature des caractéristiques magnétiques (Réductivité magnétique  $\sigma$  et conductivité électrique  $\nu$ ) permet de définir deux types de modèle magnétodynamique.

#### IV.3.2. Formulation résidus pondérée

La méthode des résidus pondérée consiste à choisir les fonctions projectives de façons à minimiser l'intégrale du résidu. L'expression de cette intégrale est donnée par (10):

$$\int_{\Omega} R_i \Psi_i d\Omega = 0 \quad (\text{IV.14})$$

$R_i$ : Résidus de l'approximation donnée par la formule suivant:

$$R_i = L(\mathbf{A}) - f \quad (\text{IV.15})$$

Tel que :

$\Omega$ : Le domaine de résolution;

$\Psi$ : Fonction de projection ou de pondération;

$L$ : Opérateur différentiel;

$A$ : Fonction inconnue;

$f$ : Terme représentant la source.

La méthode des résidus est la plus utilisée par rapport à la méthode variationnelle. Elle a un grand nombre d'applications dans différents domaines tels que la thermique, la mécanique, l'électromagnétique. D'autres méthodes dérivent de la méthode des résidus pondérés, nous citerons (10):

- ❖ La méthode de collocation par point;
- ❖ La méthode des moindres carrés;
- ❖ La méthode de Galerkin.

La méthode de Galerkin utilise les fonctions de projection identiques aux fonctions de forme. Par contre la méthode de collocation point utilise comme fonction de projection la fonction de Dirac. Par ailleurs, la méthode des moindres carrés utilise la minimisation de la norme quadratique de l'erreur sur l'équation à résoudre. Parmi les trois méthodes, la plus utilisée est celle de Galerkin car cette méthode permet l'obtention d'un système matriciel bande et symétrique. La méthode des résidus pondérés est d'utilisation plus courante que la méthode variationnelle car dans le cas des résidus pondérés l'application de la méthode ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie du système.

## **IV.4. METHODE DE CALCULE DES FORCES MAGNETIQUES [22]**

### **IV.4.1 Introduction**

Le but de ce chapitre concerne les méthodes de travail que nous présentons dans cette partie de détermination des forces à partir de la grandeur magnétique dans le système électromagnétique.

Les forces magnétiques jouent un rôle déterminant dans le fonctionnement de tout système électromagnétique en termes de déplacement ou de déformation (11) les lois physiques de l'électromagnétisme donnent une réponse simple à ce sujet tant que l'on ne considère pas les matériaux ferromagnétiques. Dans le cas des conducteurs électriques, par exemple, il n'y a pas d'ambiguïté. La densité locale de force  $F$  suit la loi classique de Laplace. Or grâce à leurs propriétés les matériaux ferromagnétiques sont extrêmement présents en électromagnétique puisque les performances des systèmes électromagnétiques (machines électriques, actionneurs,

contacteurs, transformateurs,...).leur sont directement liée, il est donc indispensable de savoir exprimer les forces qui s'exercent au sein de ces matériaux.

Diverses manières d'évolution de la force globale sur un corps quelconque sont possibles. La détermination de cette force résultante peut se faire avec ou sans connaissance de la répartition de la force à l'intérieur de l'objet, selon qu'on est en présence d'un simple déplacement ou d'une déformation de l'objet en question. Toutefois. Les modèles de calculs utilisés donnent chacun leur propre approche à la notion de densité de force.

Nous allons présenter un développement et une analyse symétrique des différentes méthodes de calcul des forces électromagnétiques.

Nous développerons successivement (11):

- ❖ La méthode de variation de la coénergie et de l'énergie magnétique;
- ❖ La méthode de la force de Lorentz;
- ❖ La méthode des travaux virtuels;
- ❖ La méthode du tenseur de Maxwell.

#### IV.4.2.Méthode de la variation de la coénergie et de l'énergie magnétique

La méthode magnétique peut être calculée par la dérivation par rapport au déplacement à courant constant de la coénergie magnétique ( $\bar{W}$ ), on par la dérivation par rapport au déplacement à flux constant de sa forme homologue l'énergie magnétique ( $W$ ) (11) Si:

$F_s$  : représente la composante de la force magnétique totale suivant une direction donnée on pourra écrire:

$$F_s = + \frac{\partial \bar{W}}{\partial \chi} \Big|_{i=\text{cte}} \quad (IV.16)$$

$$F_s = - \frac{\partial \bar{W}}{\partial \chi} \Big|_{\Phi=\text{cte}} \quad (IV.17)$$

Sachant que:

$$\bar{W} = \int_{\Omega} \left[ \int_0^H B dH \right] d\Omega \quad (IV.18)$$

Ou bien:

$$\overline{W} = \int_{\Omega} \left[ \int_0^H H dB \right] d\Omega \quad (IV.19)$$

$\Omega$ : Domaine de résolution ;

Numériquement, les dérivations peuvent être obtenues par les relations suivantes:

$$F_X = \frac{\overline{W}_{X+\Delta X} - \overline{W}_X}{\Delta X} \Big|_{i=cte} \quad (IV.20)$$

$$F_X = \frac{W_{X+\Delta X} - W_X}{\Delta X} \Big|_{\Phi=cte} \quad (IV.21)$$

$\Delta X$  : représente un incrément de déplacement ;

#### IV.4.3. Force de Lorentz

Le problème rencontré c'est dans le conducteur de courant utile le champ magnétique externe.

Si on considère un conducteur électrique amagnétique placé dans un champ magnétique. L'équation différentielle de la force s'exerçant ce conducteur est donnée par la relation suivante:

$$d\vec{F} = I d\vec{L} \wedge \vec{B} \quad (IV.22)$$

On  $d\vec{L}$  est la longueur électrique dans la direction du courant  $I$ .

L'équation (11-16) est dérivée vers la relation fondamentale de la force entre deux charges mobiles. Elles représentent la partie magnétique de la force de Lorentz quand le conducteur est une droite et le champ est une constante le long de sa longueur, la force différentielle peut être intégrée. Dans les deux dimensions magnétostatique le modèle éléments finis, les composantes du champ sont localisées dans le plan. Dans ce cas (11-16) peut être simplifié dans l'expression qui suit pour le conducteur de longueur:

$$F = B \cdot I \cdot L \quad (IV.23)$$

Les équations de la force sont théoriquement valables seul pour un champ magnétique, dans la pratique elles peuvent être utilisées même pour le calcul de la force dans les machines électriques avec plusieurs encoches qui contiennent le courant, à condition que  $B$  est une valeur moyenne dans l'entrefer. Cette simplification indique déjà le degré de perte, aussi l'information locale autour du champ n'est pas prise en considération. Ces combines approchent l'analyse du champ analytique et numérique à un niveau simplifié.

Dans un modèle 2D, la composante du champ est localisée sur sa surface. Où le courant est orienté perpendiculairement à cette surface.

Dans ce cas l'équation (11-16) peut être également exprimée sous sa forme locale. C'est la force par unité de volume notée par:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dv} \quad (\text{IV.24})$$

$$\vec{f} = \frac{id\vec{L} \wedge \vec{B}}{dv} \quad (\text{IV.25})$$

$dv$  : Unité de donné par

$$\vec{F} = \vec{J} \wedge \vec{B} \quad (\text{IV.26})$$

La force globale est donné par:

$$\vec{F} = \int_v \vec{f} dv = \int_v (\vec{J} \wedge \vec{B}) dv \quad (\text{IV.27})$$

Dans une structure axisymétrique en 2D, les forces électromagnétiques sont exprimées selon les composantes r et z, par les relations suivantes:

$$\vec{f}_r = J_\phi B_z \quad (\text{IV.28})$$

$$f_z = -J_\phi B_r \quad (\text{IV.29})$$

Sachant que:

$$\vec{J} = (0, J_\phi, 0) \quad (\text{IV.30})$$

$$\vec{B} = (B_r, 0, B_z) \quad (\text{III.31})$$

$$\vec{B} = \frac{\partial A_\Phi}{\partial Z} \quad (\text{IV.32})$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial A_\Phi}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial r A_\Phi}{\partial r} \right) \quad (\text{IV.33})$$

En utilisant la résolution par la méthode des éléments finis, les force totales dans champ élément sont donnée par:

$$F_r = \iint_{\Omega} J_\phi B_z d\Omega \quad (\text{IV.34})$$

$$F_z = \iint_{\Omega} -J_\phi B_r d\Omega \quad (\text{IV.35})$$

Ou:

$B_z$  : Composante d'induction magnétique suivant l'axe z;

$B_r$  : Composant d'induction magnétique suivant l'axe r;

$\Omega$  : Domaine d'étude.

Dans une structure cartésien en 2D, les forces électromagnétique sont exprimées les composantes X et y, par les relations suivant:

$$f_x = J_z B_y \quad (IV.36)$$

$$f_y = -J_z B_x \quad (IV.37)$$

Sachant que:

$$\vec{J} = (0,0,J_z) \quad (IV.38)$$

$$\vec{B} = (B_x, B_y, 0) \quad (IV.39)$$

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} \quad (IV.40)$$

$$B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (IV.41)$$

En utilisant la résolution par la méthode des éléments finis, les forces totales dans chaque élément sont donnée par:

$$F_x = \iint_{\Omega} J_z B_y d\Omega \quad (IV.42)$$

$$F_y = \iint_{\Omega} -J_z B_x d\Omega \quad (IV.43)$$

Où:

$B_x$  : Composante d'induction magnétique suivant l'axe r;

$B_y$  : Composante d'induction magnétique suivant l'axe z;

$\Omega$  : Domaine d'étude.

#### IV.4.4. Méthode des travaux virtuels

##### IV.4.4.1. Principe de la méthode

J. L. coulomb propose d'utiliser la méthode des éléments finis pour évaluer directement la force magnétique totale. En effet, le domaine "déformé"  $V_b$  est décomposé en sous

Domaines  $V_e$  (élément finis) sur les quels, toute intégration est conduite en fonction des coordonnées locales  $(u, v, w)$ .

#### IV.4.4.2. Calcul de la force

En faisant appel à la coénergie. L'expression de la force s'écrit:

$$F_s = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \int_{ve} \left[ \int_0^H B dH \right] dv \right] = \frac{\partial}{\partial s} \sum_e \left[ \int_{ve} \left[ \int_0^H B dH \right] d\Omega_e \right] \quad (IV.44)$$

Dans le système de coordonnées locales, l'expression (11 est 24) de la force prend la forme suivant:

$$F_s = \frac{\partial}{\partial s} \sum_e \left[ \int_{ve-local} \left[ \int_0^H B dH \right] |G| dv_e \right] = \frac{\partial}{\partial s} \sum_e \left[ \int_{ve-local} \left[ \int_0^H B dH \right] |G| dudvdw \right] \quad (IV.45)$$

$|G|$ : Est le déterminante de la matrice jacobine de transformation de coordonnées;

La dérivation par rapport au déplacement  $S$ , introduit sous l'intégrale de volume conduit à l'expression suivant:

$$F_s = \sum_{e-velocal} \int \left[ -B^T G^{-1} \frac{\partial G}{\partial S} H + \int_0^H B dH |G|^{-1} \frac{\partial |G|}{\partial s} \right] dv_e \quad (IV.46)$$

Ainsi pour déterminer la force, seule la matrice jacobine et son déterminant et varient en fonction du déplacement, donc ils sont les seuls termes à calculer.

#### IV.4.5. Tenseur de Maxwell

L'approche la plus utilisée dans le calcul des forces électromagnétiques serait la méthode du tenseur, de Maxwell. Contrairement à la méthode des travaux virtuels qui est basée sur l'énergie, la méthode du tenseur de Maxwell décrit directement les forces internes du champ magnétique.

L'avantage de cette méthode est de permettre la détermination des forces avec une seule ces tenseurs locaux (en utilisant une intégrale de surface) pour trouver la force totale l'expression du tenseur de Maxwell peut être déduite à partir de l'équation (11 est 16).

En trois dimensions la force est donnée comme suit (13):

$$\vec{F} = \nu \int \vec{T} d\vec{s} \quad (IV.47)$$

Où  $d\vec{s}$  est le vecteur normal à la surface  $\vec{s}$  considérée.

Dans le plan  $[r, z]$  le terme  $\vec{T}$  est décrit par:

$$\begin{bmatrix} B_r^2 - \frac{1}{2}|B^2| & B_r B_z \\ B_z B_r & B_z^2 - \frac{1}{2}|B^2| \end{bmatrix} \quad (IV.48)$$

L'expression ci-dessus peut être réécrite en termes de composantes normale et tangentielle, d'induction magnétique à chaque point du contour C où la force est évaluée. Cependant, les composantes associées à la force pour une longueur axiale L sont:

$$F_r = \frac{L}{2\mu_0} \oint (B_r B_n - B_z B_t) dL \quad (IV.49)$$

$$F_z = \frac{L}{2\mu_0} \oint (B_z B_n - B_z B_t) dL \quad (IV.50)$$

Si on veut calculer la composante de la force globale suivant l'axe (oz), les expressions des composants tangentiels et normaux des inductions magnétiques deviendront :

$$B_n = B_r$$

$$B_t = B_z$$

Le contour doit être entièrement dans l'air et ne doit pas passer à travers d'autres matériaux. Dans plusieurs cas, le contour n'a pas besoin d'être fermé. Des parties du contour fermé peuvent ne pas être considérées si leurs valeurs intégrales sont négligeables, les expressions des forces sont calculées sur une seule ligne droite.

$$F_n = \frac{1}{2\mu_0} \int (B_n^2 - B_t^2) dl \quad (IV.51)$$

$$F_t = \frac{1}{2\mu_0} \int (B_n B_t) dl \quad (IV.52)$$

## IV.5. METHODE DE RESOLUTION ET D'INTEGRATION [22]

### III.5.1. Introduction

La plupart des problèmes posés en électromagnétisme peuvent être décrits par des équations aux dérivées partielles, dont la résolution n'est en général pas soluble de façon exacte. Avec le développement de l'informatique, des modèles de résolutions sont construits sur la base de méthodes numériques approchées.

Parmi ces méthodes qui s'appliquent fortement aux problèmes d'équations linéaires et non linéaires nous citerons différentes méthodes telles que la méthode des différences frontières et la technique impédance de surface.

#### IV.5.2. Méthodes de la résolution des systèmes algébriques linéaires

Soit un système linéaire que l'on note:

$$Ax = b$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.53})$$

Où

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

$$b = [b_1, b_2, \dots, b_n] \quad (\text{IV.54})$$

Suivant les caractéristiques de la matrice A, la résolution de tel système conduit souvent à l'utilisation de différentes méthodes de résolution. Ainsi les méthodes directes sont généralement les plus utilisées pour la résolution des systèmes à matrice pleine et de faibles dimensions.

#### IV.5.3. Méthode des directes

Une méthode directe est celle qui conduit à la résolution du système en un nombre finis d'étapes. Il existe une multitude de méthode dont nous aborderons celle de Gauss, de Choleysky.

##### IV.5.3.1. Méthode des Gauss

Supposons que l'on ait à calculer l'intégrale:

$$I = \int_a^b f(x) dx = \int_{-1}^{+1} f(u) du \quad (\text{IV.55})$$

Nous allons remplacer cette intégrale par une somme finis:

$$I^* = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i) \quad (\text{IV.56})$$

Dans laquelle les coefficients  $W_i$  et les abscisses  $X_i$  inconnus au départ seront déterminés de manière à ce que la formule (11\_36) soit exacte lorsque  $f(x)$  est un polynôme de degré le plus élevé possible. Or dans notre exemple, nous avons  $2n$  coefficients inconnus et nous pouvons

donc calculer ces 2n coefficient en écrivant que (11-36) est exacte pour les polynômes de degré inférieur ou égal à 2n-1.

Ecrivons que f(x) est un polynôme de degré

$$f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{2n}x^{2n-1} \quad (IV.57)$$

Son intégration donnera:

$$a_0 \int_{-1}^{+1} dx + a_1 \int_{-1}^{+1} x dx + \dots + a_{2n} \int_{-1}^{+1} x^{2n-1} dx = a_0 \sum_{i=1}^n w_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i w_i + \dots + a_{2n} \sum_{i=1}^n x_i^{2n-1} w_i \quad (IV.58)$$

On tir par indentification:

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \sum_{i=1}^n H_i f(x_i) \quad (IV.59)$$

$$\int_{-1}^{+1} x^k dx = \frac{2}{K+1} = \sum_{i=1}^n x_i^k w_i \quad (IV.60)$$

$$K=2p \quad (p=1 \dots n-1)$$

On a donné un système de 2n équations à 2n inconnus, ce système est par rapport aux  $W_i$  et non linéaire par rapport aux  $x_i$  ( $w_i > 0, -1 < x_i < +1$ )

La résolution de ces équations permet de montrer que les  $x_i$  sont les racines du polynôme de légende d'ordre n.

#### IV.5.3.1.1. Intégration sur des rectangles

La méthode la plus commode pour calculer l'intégrale double

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(x, y) dx dy \quad (IV.61)$$

Est d'évaluer la première intégrale à y constante tel que:

$$\int_{-1}^{+1} f(x, y) dy = \sum_{j=1}^n w_j f(x_j, y) = g(y) \quad (IV.62)$$

On peut alors calculer

$$\int_{-1}^{+1} g(y) dy = \sum_{i=1}^n w_i g(y_i) \quad (IV.63)$$

D'où finalement:

$$I = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_i H_j f(x_j, y_i) \quad (IV.64)$$

On peut alors établir des formules d'intégration avec des nombres de point différents dans chaque direction.

#### IV.5.3.1.2. Intégration sur des triangles

Les triangles ayant une topologie ne se prêtant pas à l'extension des formules unidirectionnelles, des formules spéciales ont été établis pour l'intégration numérique de Gauss applicable aux triangles et tétraèdres.

#### IV.5.3.1.3. Méthode de Choleysky (15)

Cette méthode est applicable pour la résolution des systèmes linéaires à matrice symétrique définie positive. De tels systèmes sont courant la description des phénomènes physique principalement linéaires.

#### IV.5.3.2. Principe Théorème de Choleysky

Si (A) est une méthode définie positive, alors elle peut être décomposée

$$A = LL^t \quad (IV.65)$$

Ou:

**L**: Matrice réel triangulaire inférieur;

**L<sup>t</sup>**: Matrice réelle triangulaire supérieure.

- Décomposition de la matrice (A):

En développant l'équation A=LL, on obtient

$$a_{ij} = \sum_{k=1}^n L_{ik} L_{jk} \quad (IV.66)$$

Ou:

$$L_{ik} = 0 \quad \text{Si } i < k$$

$$L_{jk=0} \quad \text{Si } k < j$$

Avec :  $i=1, \dots, n$  et  $j=1, \dots, n$ .

Pour la partie triangulaire supérieure de la  $r^{\text{ième}}$  ligne s'écrit:

$$a_{rj} = \sum_{k=1}^n L_{rk} L_{jk} \quad (IV.67)$$

Avec:

$$J=r, \dots, n.$$

Soit:

$$a_{rr} = \sum_{k=1}^{r-1} [L_{rk}L_{jk} + L_{rr}L_{jr}] \quad (IV.68)$$

Ce que donne:

$$L_{rr} = a_{rr} - \sum_{k=1}^{r-1} [L_{rk}^2]^{1/2} \quad (IV.69)$$

$$L_{jr} = \frac{\left[ a_{rj} - \sum_{k=1}^{r-1} [L_{rk}L_{jk}] \right]}{L_{rr}} \quad (IV.70)$$

Avec:  $r=1, \dots, n$  et  $j=1, \dots, n$ .

#### IV.5.4. Méthode itératives

Une méthode itérative fait passer d'un estimé  $\mathbf{X}^k$  de la solution à un estimé  $\mathbf{X}^{k+1}$  de cette même solution. S'il y a convergence, la solution ne pourrait donc être atteinte qu'après un certain nombre d'itérations. Parmi ses méthodes on trouve méthode de Newton-Raphson .

##### IV.5.4.1. Méthode de Newton-Raphson

La méthode de Newton-Raphson consiste à transformer le système non linéaire en un système linéaire et le résoudre sur chaque itération soit  $\mathbf{x}^{(*)}$  La vectrice solution du système non linéaire

$$\begin{aligned} f_i(\mathbf{x}) &= 0 \\ f_i(\mathbf{x}^{(*)}) &= f_i(\mathbf{x}^{(*)} - \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{x}^{(k)}) \end{aligned} \quad (IV.71)$$

En développant cette fonction en série de Taylor on aura:

$$f_i(\mathbf{x}^{(k)} + (\mathbf{x}^{(*)} - \mathbf{x}^{(k)})) = f_i(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} (\mathbf{x}_j^{(*)}) - \mathbf{x}_j^{(k)} \quad (IV.72)$$

$\mathbf{x}^{(k)}$ : est une solution estimée qui doit être proche de la vectrice solution. D'où les vecteurs.

$(\mathbf{x}^{(*)} - \mathbf{x}^{(k)})^2$  : et de degrés supérieurs sont négligeables.

$$f_i(\mathbf{x}^{(*)}) = f_i(\mathbf{x}^{(k)}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} (\mathbf{x}_j^{(*)} - \mathbf{x}_j^{(k)}) \quad (IV.73)$$

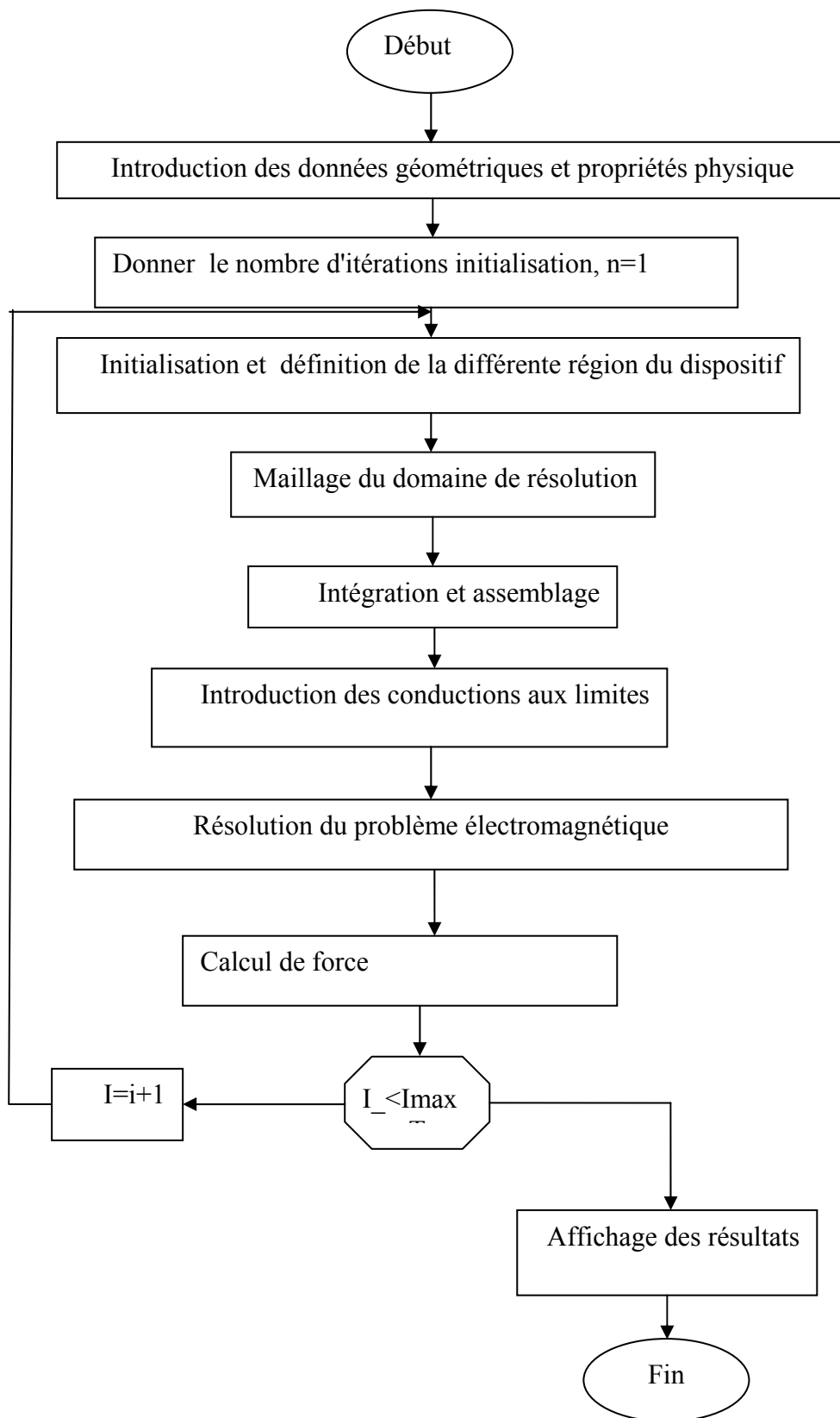
Soit la matrice des dérivées premières:

---

$$E_{ij}^{(k)} = \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{x})}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^{(k)}} \quad (\text{IV.74})$$

Que nous appelons la Jacobienne

## IV.6. ORGANIGRAMME



---

## **IV.7. CONCLUSION**

Dans ce chapitre, nous sommes intéressés à la formulation élément finis permettant la résolution numérique des modèles électromagnétique en tenant compte des différents phénomènes existants dans les systèmes électromagnétiques. On s'est intéressé aussi aux différentes méthodes d'évaluation des forces magnétiques.

---

---

# *Chapitre*

*V*

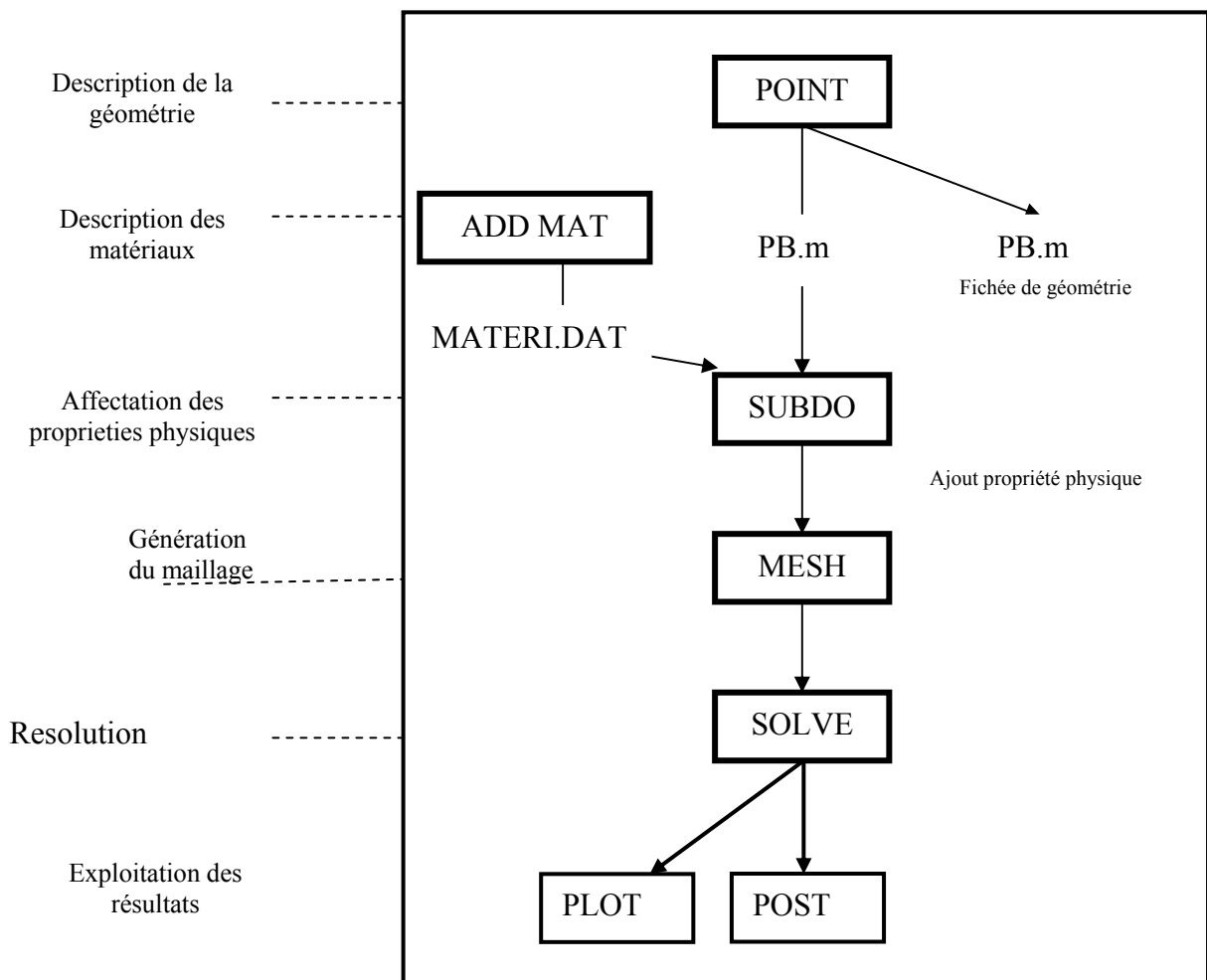
*Application et résultats  
de simulation*

---

## V.1. INTRODUCTION

Aussi pour l'analyse du comportement des différentes structures qui peuvent donc assurer la fonction de propulsion, nous avons fait appel au logiciel FEMLAB. Cette analyse porte essentiellement sur leur aspect magnétique et la détermination des forces intervenant dans le système.

Le logiciel FEMLAB est un logiciel de conception assisté par ordinateur, basé sur la méthode d'élément finis. Il calcule, sur des sections (problèmes plans ou problèmes à symétrie de révolution) les états magnétiques, électriques, ou thermiques des dispositifs. Ces états permettent d'accéder à de nombreuses grandeurs globales ou locales : Champ, Potentiel, Flux, Énergie, Force, etc. La résolution du problème physique par FEMLAB se fait suivant les étapes présentées dans l'organigramme ci- dessous :



## V.2. Caractéristiques géométriques du propulseur

Les caractéristiques géométriques de premier prototype sont :

## Les rails

- ❖ Longueur de rail  $X=3\text{m}$  ;
- ❖ La hauteur de rail  $h=1.2\text{ cm}$  ;
- ❖ Largeur de rail  $L=0.5\text{m}$  ;
- ❖ La distance entre les deux rails  $w=1.5\text{ cm}$  ;
- ❖ Le matériau  $\sigma=5.99\text{e}7$  .

## Le projectile

- ❖ Largeur de projectile  $L=4\text{ cm}$
- ❖ L'hauteur de projectile  $h=1.2\text{ cm}$  ;
- ❖ la largeur de projectile  $L=1.5\text{ cm}$  ;
- ❖ le matériau aluminium;
- ❖ la conductivité  $\sigma = 5,99\text{e}7$ ;
- ❖ la masse  $M=3\text{g}$ .

### V.2.1. Modèle géométrique de dispositif

Le domaine d'étude du propulseur à rail est représenté dans la figure V.1 , tel que on a : (1) Rail, (2) Projectile, (3) Air.

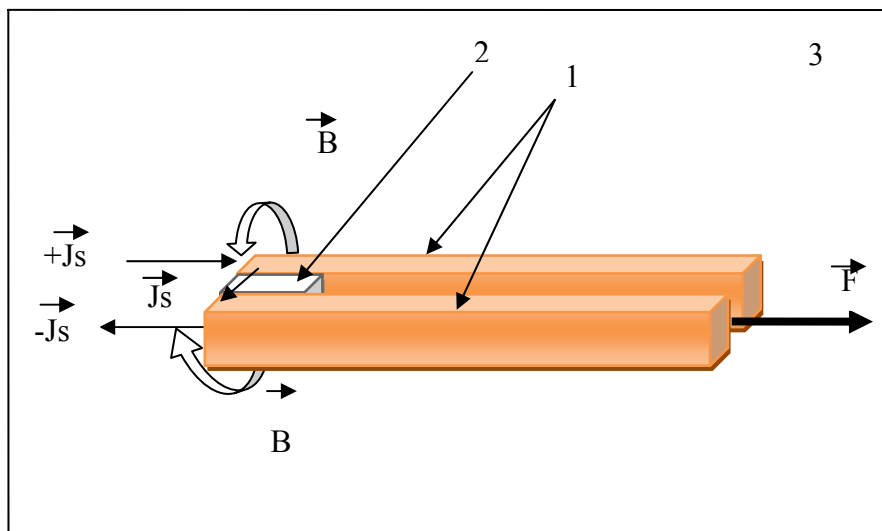
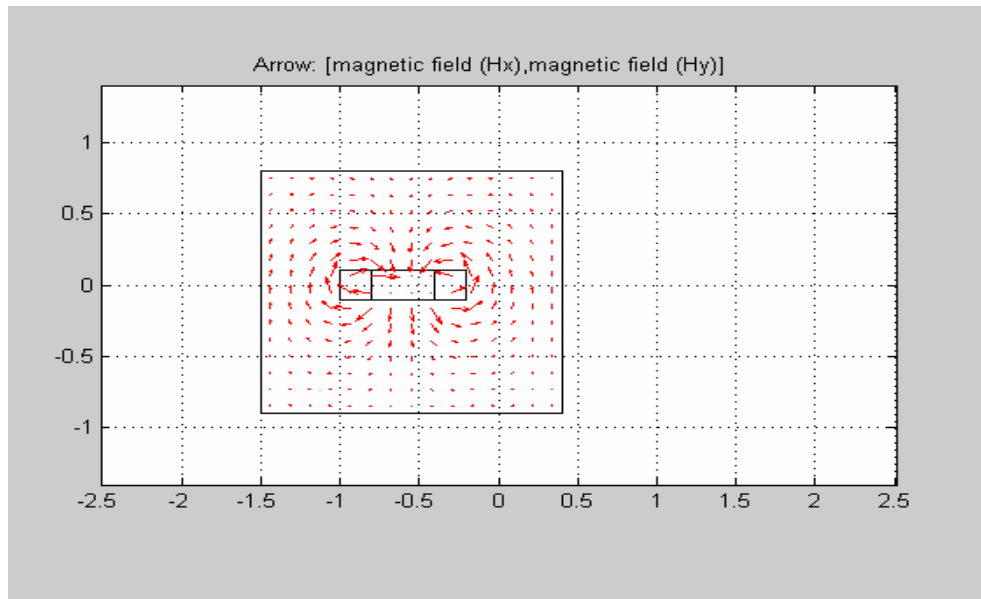


Fig. V.1 : Représentation du domaine de résolution

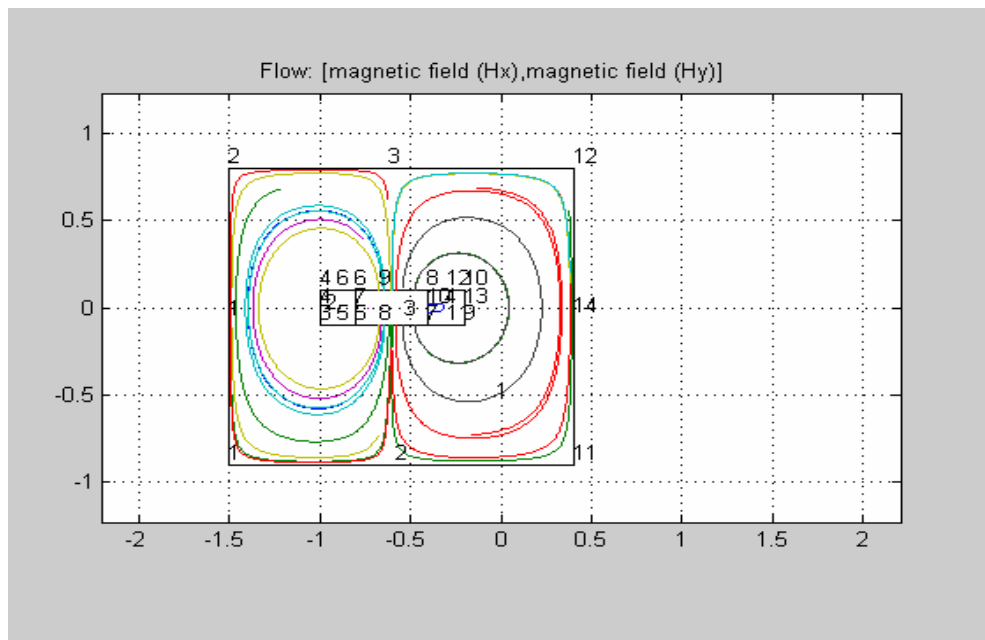
### V.2.2. Présentation de ligne de champ

la figure V.2, montrer les vecteurs de champs, on distingue deux cercles autour les deux rails correspondant les lignes de l'induction magnétique ( le premier équation de MaxWeel

$$\text{rot } \vec{h} = \vec{j}$$



**Fig. V.2 :** Représentation de la ligne de champ magnétique.



**Fig. V.3 :** Les lignes de champ magnétique (contour).

### V.2.3. Les isovaleurs de potentiel magnétique

Le FEMLAB nous a permis de visualiser la variation spatiale des lignes de potentiel magnétique tel que :  $\text{rot } \vec{A} = \vec{B}$  au niveau des rails, ainsi le module de potentiel magnétique pour différentes structures (rail- projectile), figure(V.4).

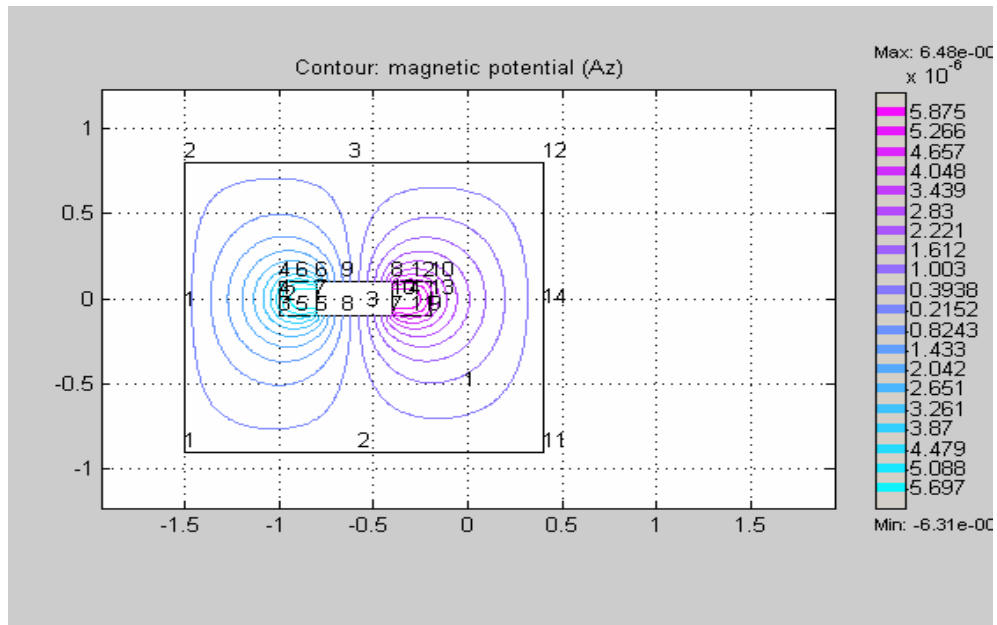


Fig. V.4 : Isovaleurs de potentiel magnétique.

## V.3. PREMIERE PROTOTYPE (PROJECTILE EN CUIVRE)

### V.3.1. Schéma du propulseur à rail en 2D

La figure (V.5) présente le domaine d'étude en 2D du propulseur à rail, tel que (1) rail, (2) projectile, (3) enveloppe du système (4) domaine d'étude.

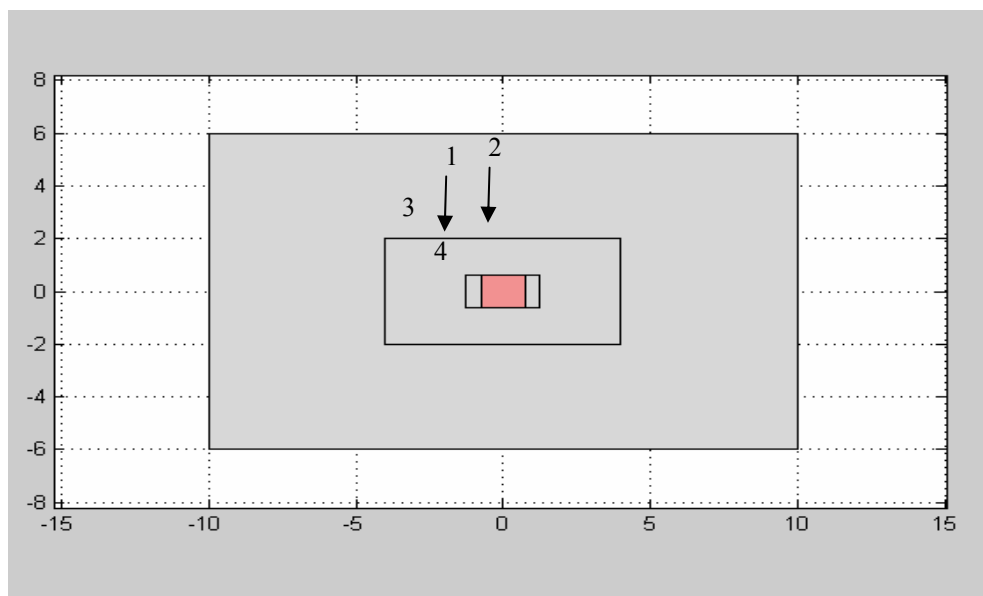


Fig. V.5 : Propulseur à rail en 2D.

### V.3.2. Le maillage (2D)

Le figure (V.6) montre le maillage du système pour un nombre de nœuds  $nt=1411$  et un nombre des éléments égal  $np=2774$ .

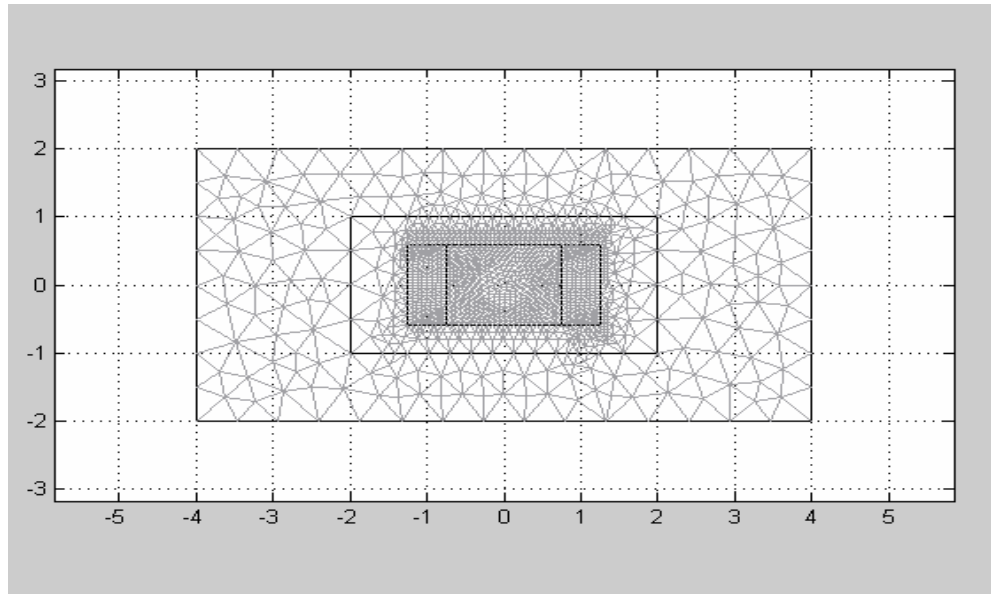


Fig. V.6: Le maillage en 2D.

### V.3.3. Exploitation des résultats

#### V.3.3.1. Potentiel magnétique

La figure (V.7) montré l'évolution de potentiel magnétique au niveau des deux rails. La variation linéique est très importante dans les axes des deux rails, a cause l'intensité du courant dans les deux rails, le FEMLAB est calculé l'induction magnétique suivant la relation :

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

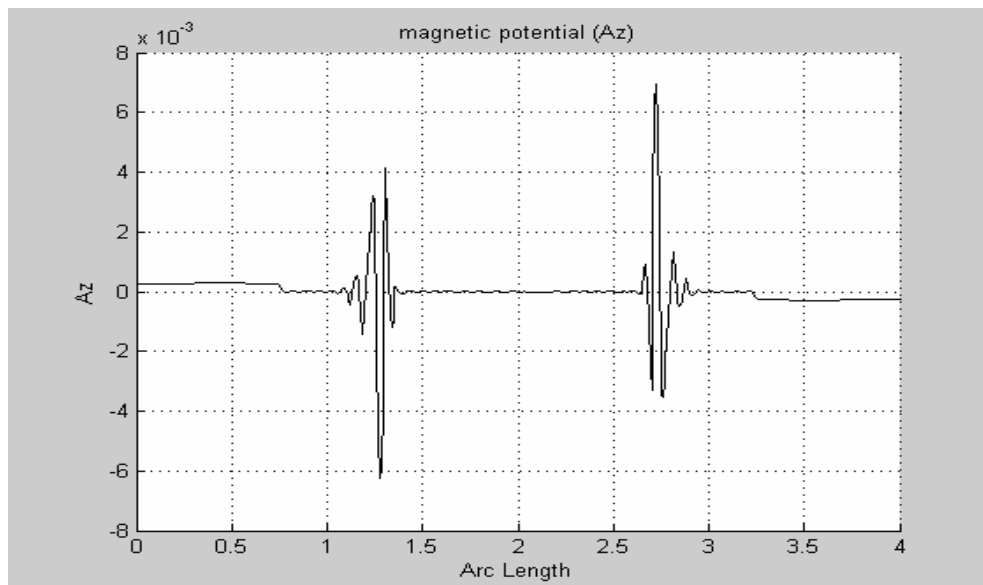
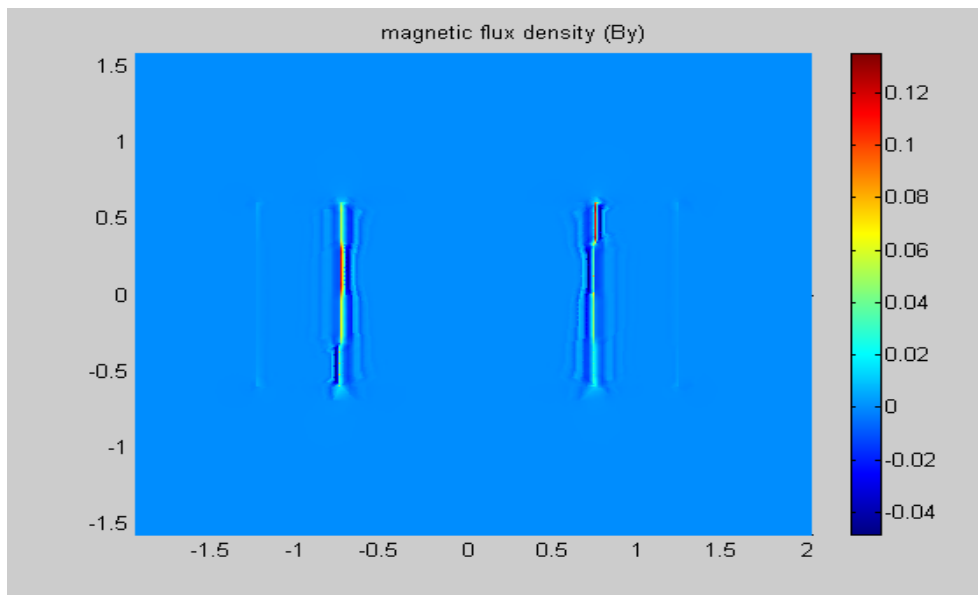


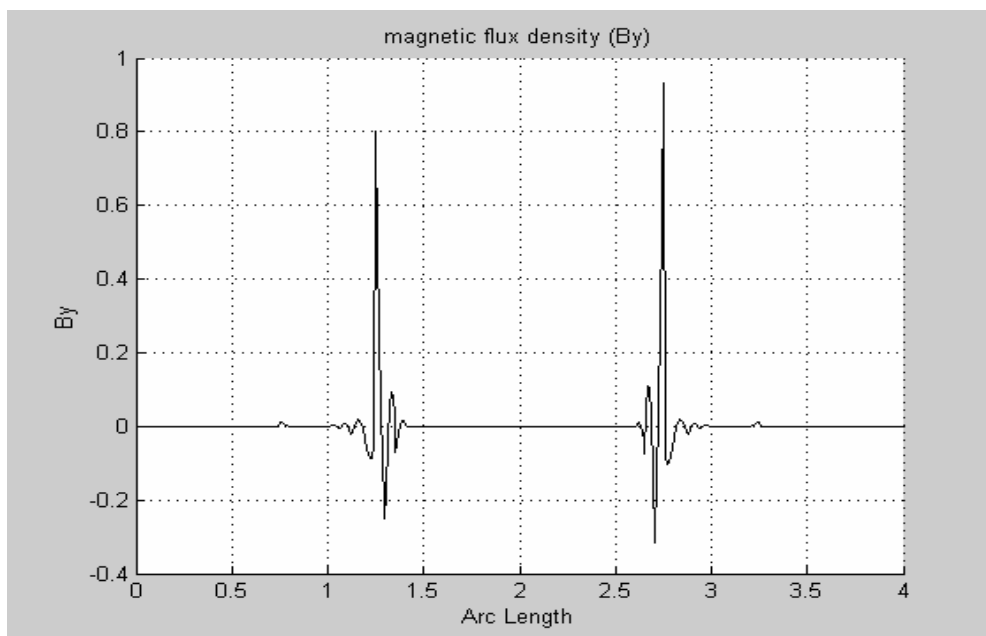
Fig. V.7: La variation de potentiel magnétique sur L'axe (A z).

### V.3.3.2. L'induction magnétique

La figure (V. 8) montre la surface des effets de l'induction magnétique au niveaux de projectile. La figure (V.9) montre l'évolution de la densité de flux magnétique aux niveaux de deux rails, on distingue deux sommets dans les valeurs de l'induction correspondant à deux intensités de courant dans les rails.



**Fig. V.8:** La surface de la densité de flux magnétique sur L'axe (By).



**Fig. V. 9:** La variation de la densité de flux magnétique sur L'axe (By).

### V.3.3.3. La densité volumique de flux magnétique

Les figures (V.10), (V.11) montrent la surface et l'évolution de l'induction magnétique au période du déchargement de courant dans les rails à partir du circuit d'alimentation e. A cause une forte densité de courant dans les rails  $300\text{KA}/\text{m}^2$ , l'induction magnétique atteint une valeur maximale de  $2.5\text{T}$ , ce la qui traduit par une force de propulsion très important.

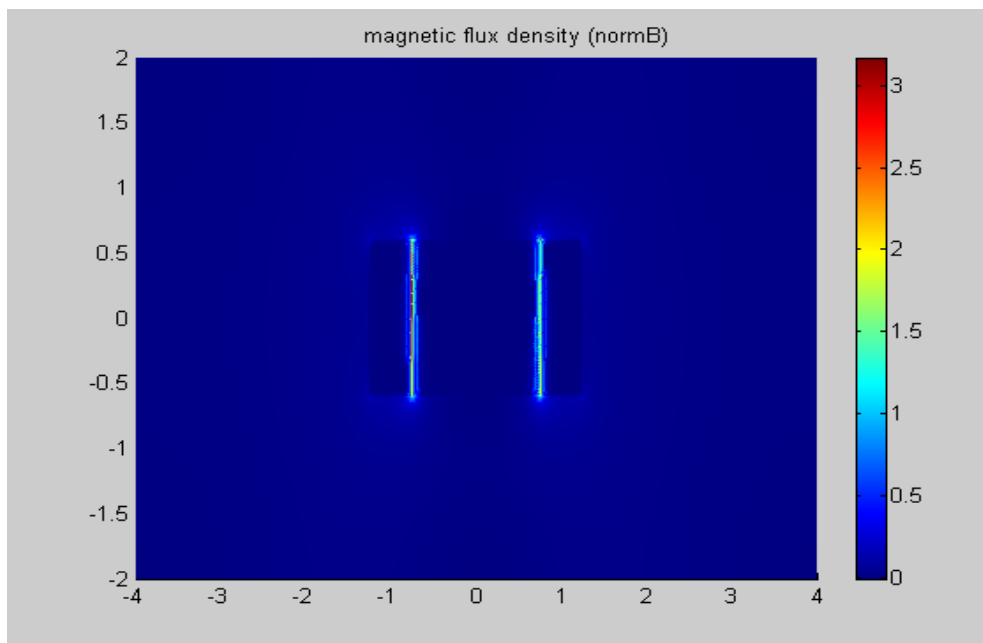


Fig. V.10: La surface de la densité de flux magnétique (norm B).

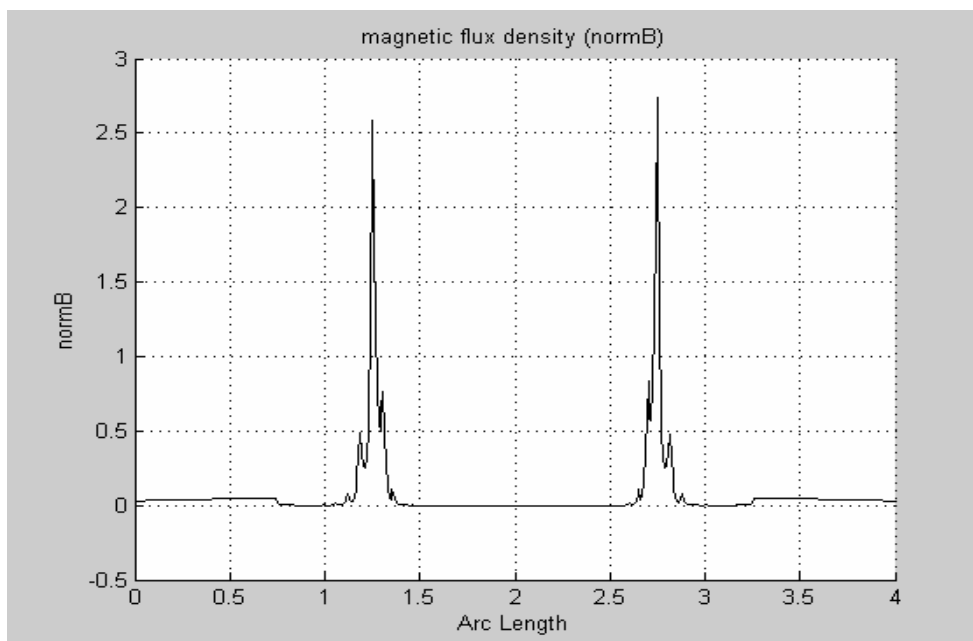


Fig. V. 11: La variation de la densité de flux magnétique (norm B).

#### V.3.3.4. Variation de la force en fonction de temps

A cause l'interaction entre le courant dans le projectile et le champ d'induction autour les rails. La force soumise sur le projectile prendre une valeur maximale (4000 N) dans l'intervalle de temps entre [0,2sec], puis elle diminué vers Zéro, l'action ici elle est instantané, pour le projectile quitter les rails, la figure (V.12), représente la variation de la force en fonction du temps.

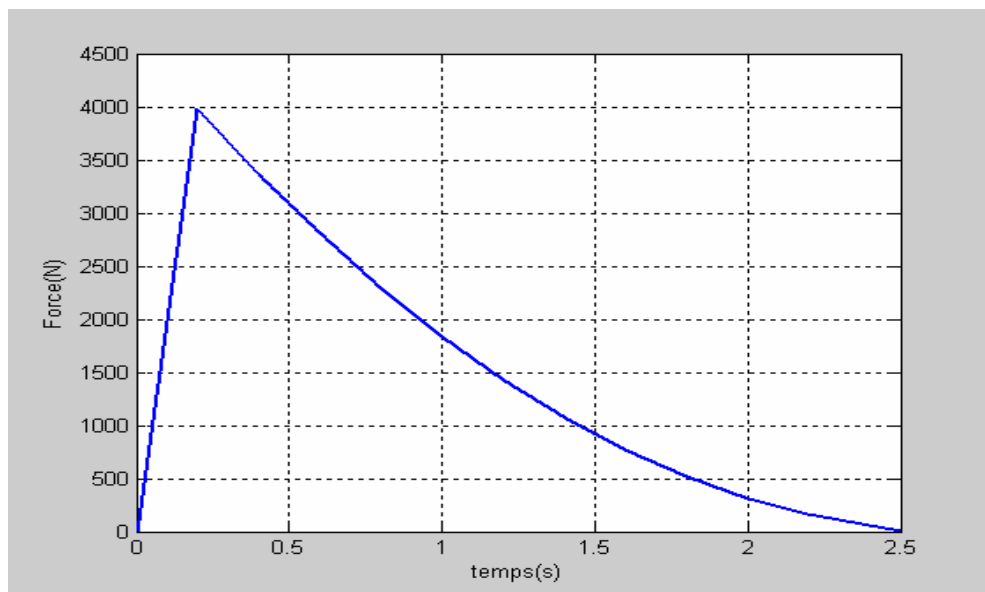


Fig. V.12: La force en fonction de temps.

#### V.3.3.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps

La figure (V.13), montrer l'allure de la vitesse en fonction de temps, on remarque que la variation de vitesse croissante par rapport le temps. La vitesse d'accélération prend une valeur maximale correspond   ( $t=0.9$  ms).

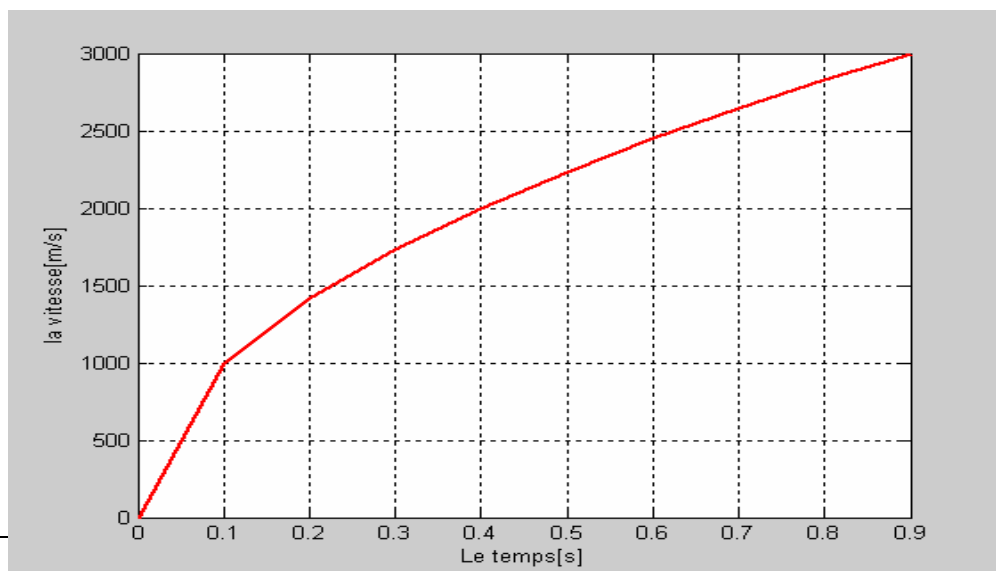


Fig. V.13 : La vitesse en fonction de temps.

## V.4. DEUXIEME PROTOTYPE (PROJECTILE EN ALUMINIUM)

La caractéristique de deuxième prototype sont:

### Le projectile

- ❖ longueur de projectile  $X= 0.040\text{m}$  ;
- ❖ largeur de projectile  $y=0.012\text{m}$  ;
- ❖ la hauteur de projectile  $h=0.015\text{m}$  ;
- ❖ le matériau cuivre ;
- ❖ la conductivité  $\sigma = 3.704\text{e}7$  ;
- ❖ la masse  $M=3\text{g}$ .

### V.4.1. Le maillage (2D)

La figure (V.14), montre le maillage de système avec un nombre de nœuds  $nt=1411$  et un nombre des éléments  $np=2774$ .

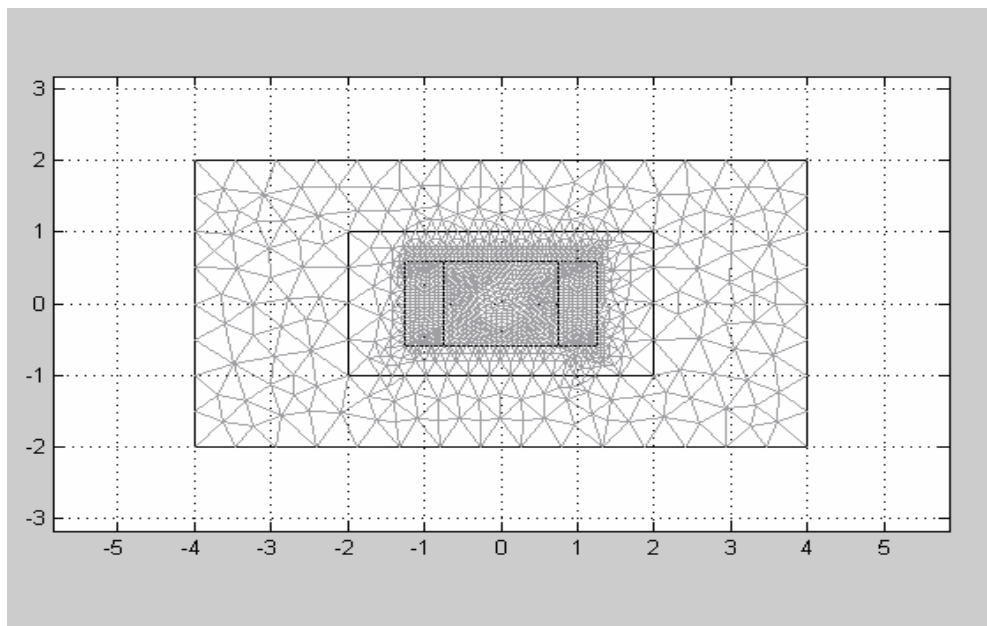
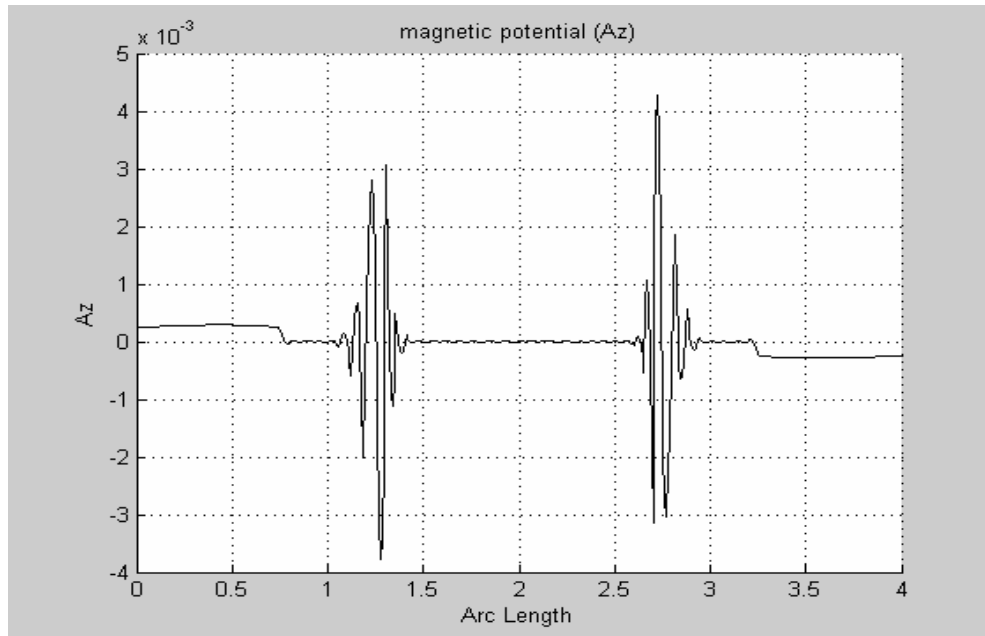


Fig. V.14: Le maillage en 2D.

### V.4.2. Exploitation des résultats

#### V.4.2.1. Potentiel magnétique

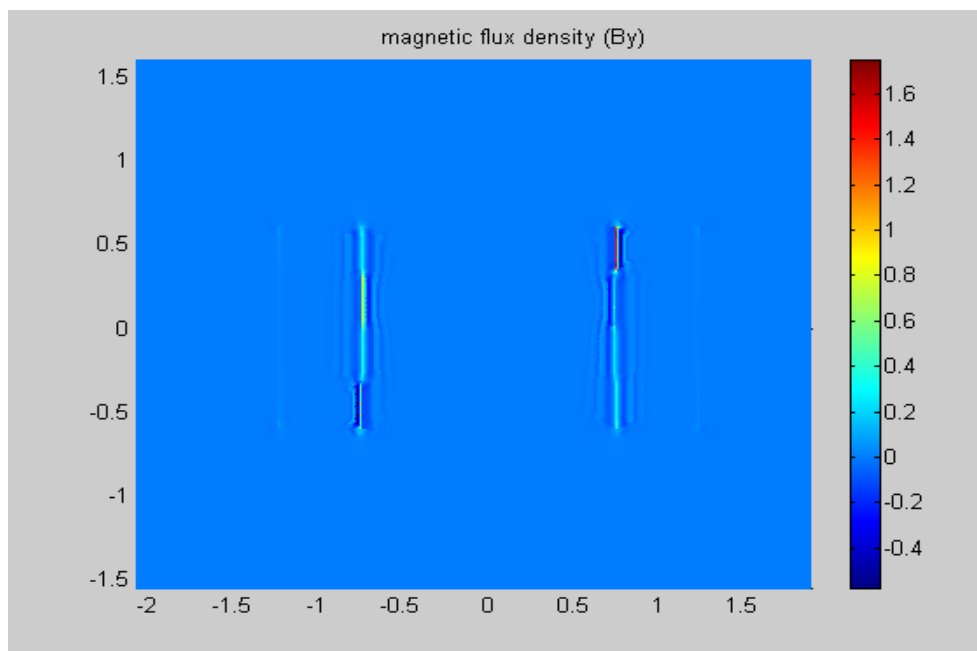
La figure (V.15), montré l'évolution de potentiel magnétique au niveau des deux rails. La variation linéique est très importante dans les intervalles  $([1,1.5], [2.5, 3])$  des deux rails, a cause l'intensité du courant dans les deux rails



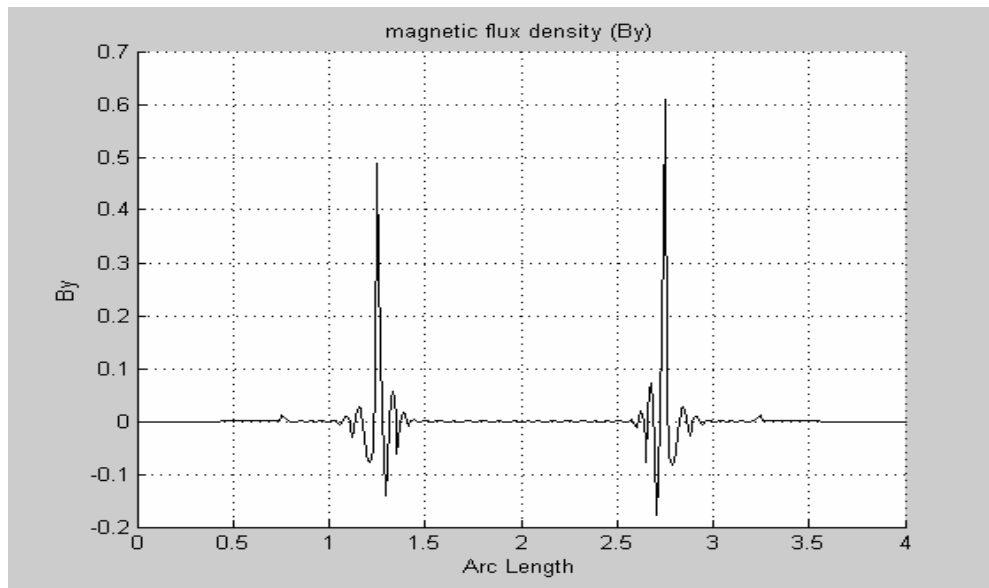
**Fig. V.15:** La variation de potentiel magnétique sur L'axe (Az).

#### V.4.2.2. La densité de flux magnétique

La figure (V. 16), montre la surface des effets de l'induction magnétique au niveaux de projectile. La figure (V.179), montre l'évolution de la densité de flux magnétique aux niveaux de deux rails,



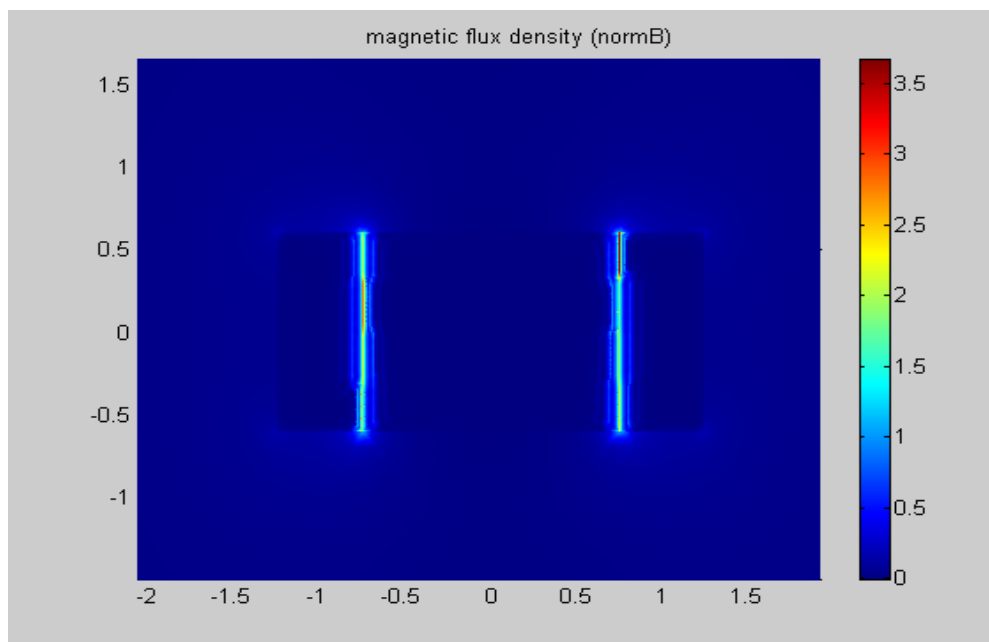
**Fig. V.16:** La surface de la densité de flux magnétique Sur L'axe (By).



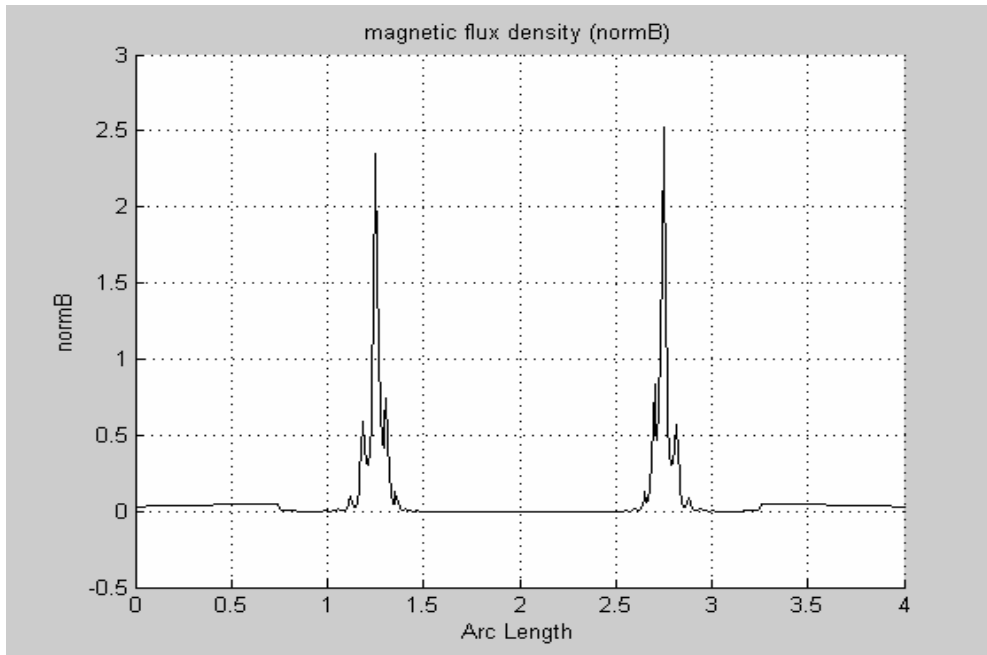
**Fig. V. 17:** La variation de la densité de flux magnétique Sur L'axe (By).

#### V.4.2.3. La densité volumique de flux magnétique

Les figures (V.18), (V.19), montrent la surface et l'évolution de l'induction magnétique au période du déchargement de courant dans les rails à partir du circuit d'alimentation. A cause une forte densité de courant dans les rails  $300\text{KA}/\text{m}^2$ , l'induction magnétique atteint une valeur maximale de  $2.3\text{T}$ , la diminution de la densité de l'induction résulte a cause le changement de la conductivité de la matière.



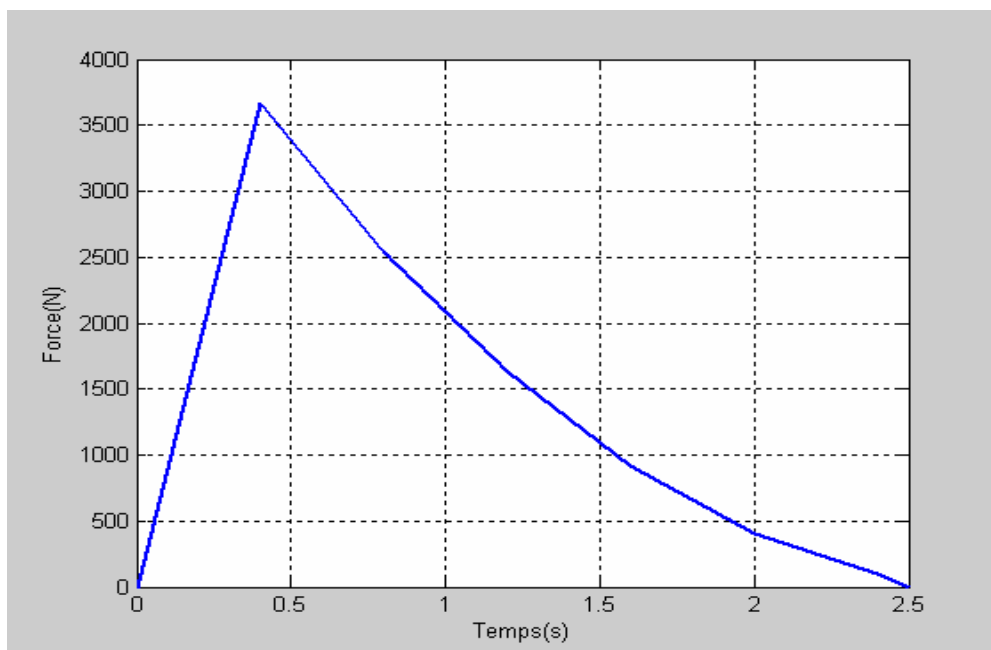
**Fig. V.18 :** La surface de la densité de flux magnétique (norm B).



**Fig. V. 19 :** La variation de la densité de flux magnétique (norm B).

#### V.4.2.4. Evolution de la force en fonction de temps

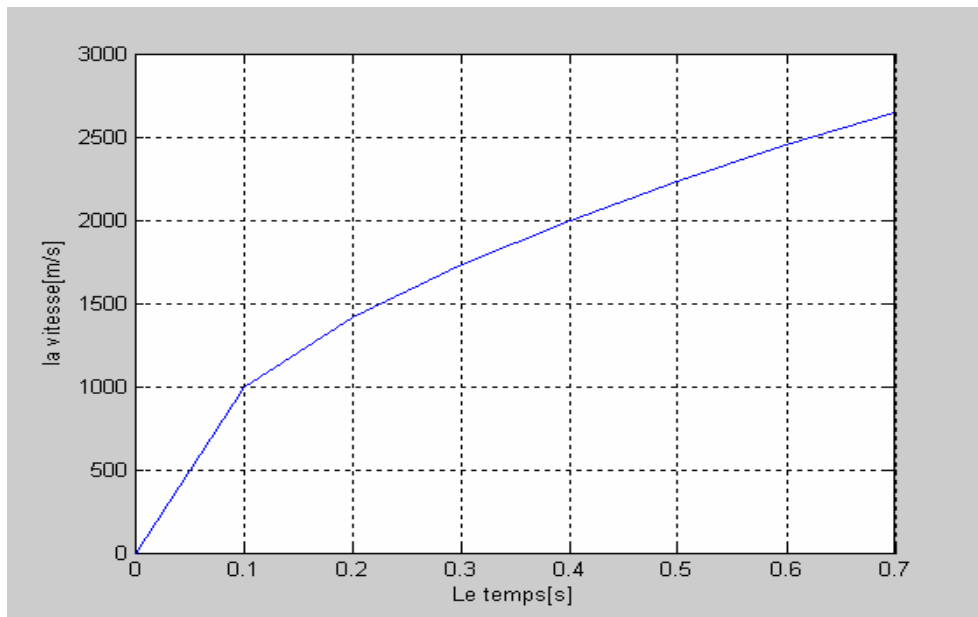
La figure (V.20), présente l'allure de la force en fonction de temps, le pic dans l'allure de la force résulte à cause les facteurs de l'induction et le courant entrant dans la formule de la force. On remarque que la force est augment jusqu'à une valeur maximale de (3600 N) à la l'instant (t=0.4 sec).



**Fig. V.20:** La force en fonction de temps.

#### V.4.2.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps

La figure (V.21), montre la vitesse en fonction de temps, on note que la variation de vitesse est linéaire par-rapport au temps .La vitesse de l'accélération atteint une valeur maximale (2700 m/s) à l'instant (t=0.7 s).



### V.5. TROISIEME PROTOTYPE (PROJECTILE EN TITANIUME BETA)

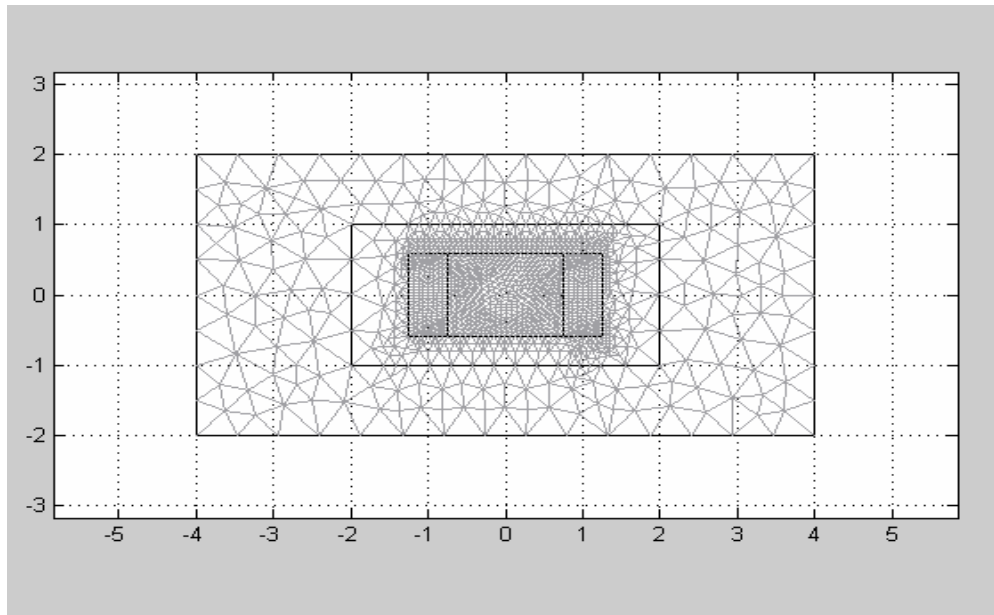
La caractéristique de deuxième prototype (projectile)

#### Le projectile

- ❖ longueur de projectile  $X= 0.040\text{m}$  ;
- ❖ largeur de projectile  $y=0.012\text{m}$  ;
- ❖ la hauteur de projectile  $h=0.015\text{m}$  ;
- ❖ le matériau Titanium beta -21S;
- ❖ la conductivité  $\sigma = 7.407\text{e}5$ ;
- ❖ la masse  $M=3\text{g}$ .

#### V.5.1. Le maillage (2D)

Le figure (V.22), illustre le maillage de propulseur (rail-projectile) qui navrent étudiés, il est montre la position de système (rail- projectile). Le millage de système compose à un nombre de nœuds  $nt=1411$  et un nombre des éléments égal  $np=2774$ .

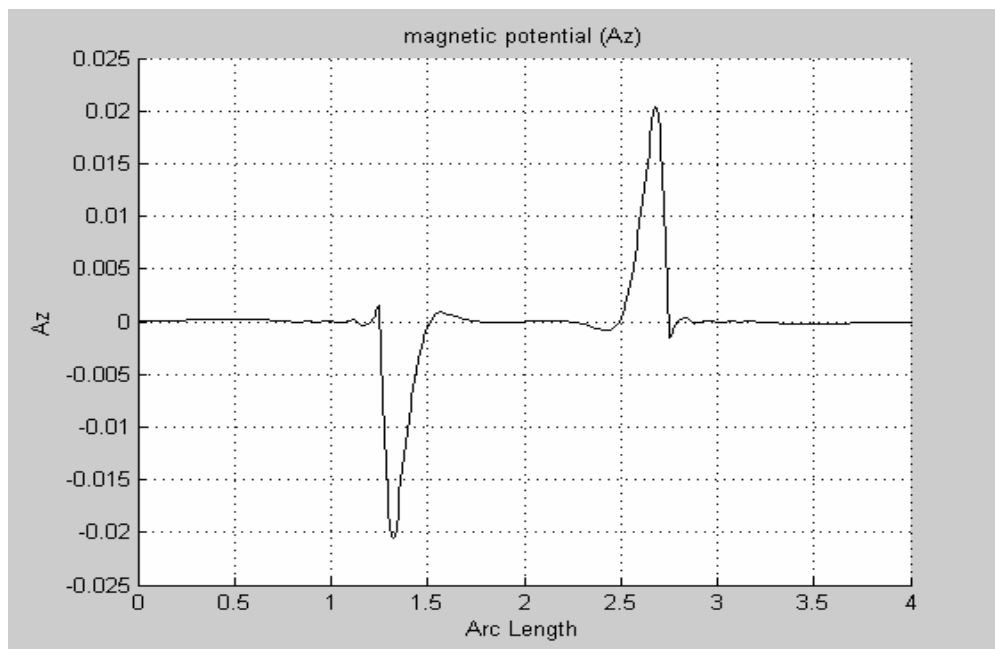


**Fig. V.22:** Le maillage en 2D.

## V.5.2. Exploitation des résultats

### V.5.2.1. Potentiel magnétique

Le figures (V.23), montre l'évolution du potentiel magnétique au niveau de rails pour les deux sens de densités de courant ( $J_x, -J_x$ ).

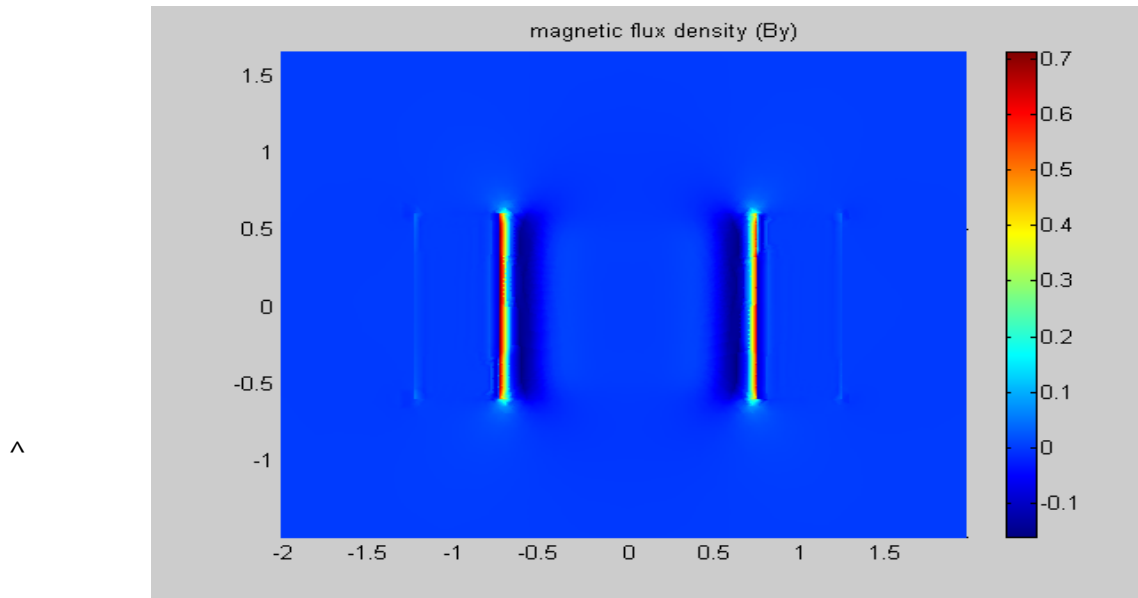


**Fig. V.23 :** La variation de magnétique potentiel sur L'axe (Az).

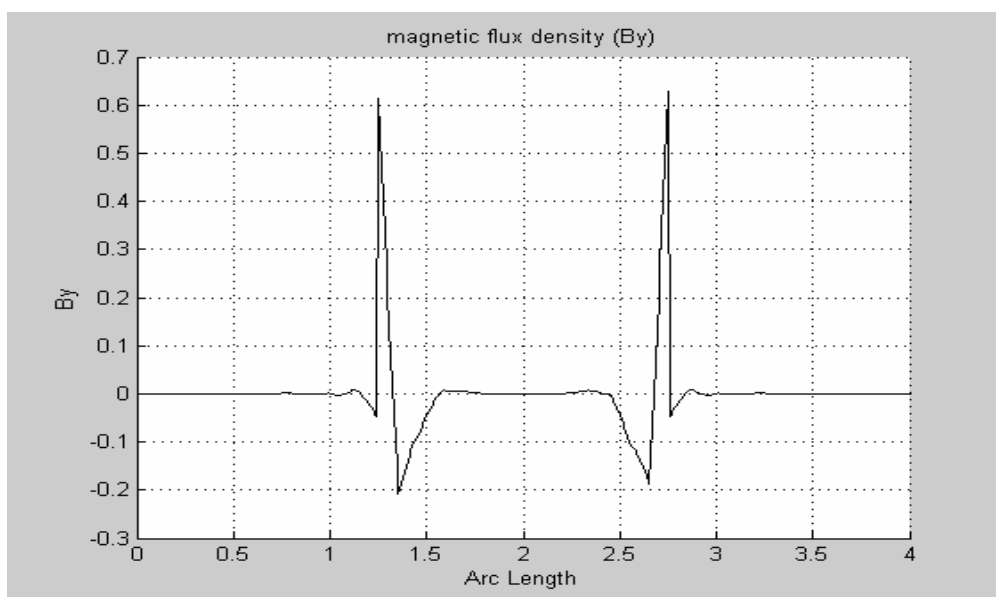
### V.5.2.2. La densité de flux magnétique

Les figures (V.24), (V.25), montrent la surface et l'évolution de l'induction magnétique ( $B_y$ ) au période du déchargement de courant dans les rails à partir du circuit d'alimentation.

A cause une forte densité de courant dans les rails  $300\text{KA}/\text{m}^2$ , l'induction magnétique atteint une valeur maximale de  $0.6\text{T}$ , la diminution de la densité de l'induction résulte a cause l'utilisation projectile en Titanième.



**Fig. V. 25 :** La variation de la densité de flux magnétique sur L'axe ( $B_y$ ).



### V.5.2.3. La densité volumique de flux magnétique

La figure (V.26), présente la graduation de l'induction magnétique au niveau rails, on note que l'induction est maximale (1T) au niveau des points de contact entre les rails et le projectile, il s'agit une reluctance faible, dans ces zones, par rapport la reluctance des (projectile-rail). La figure (V.27), illustre la variation de la densité flux magnétique qui applique au niveau points de contact entre les rails et le projectile (1T).

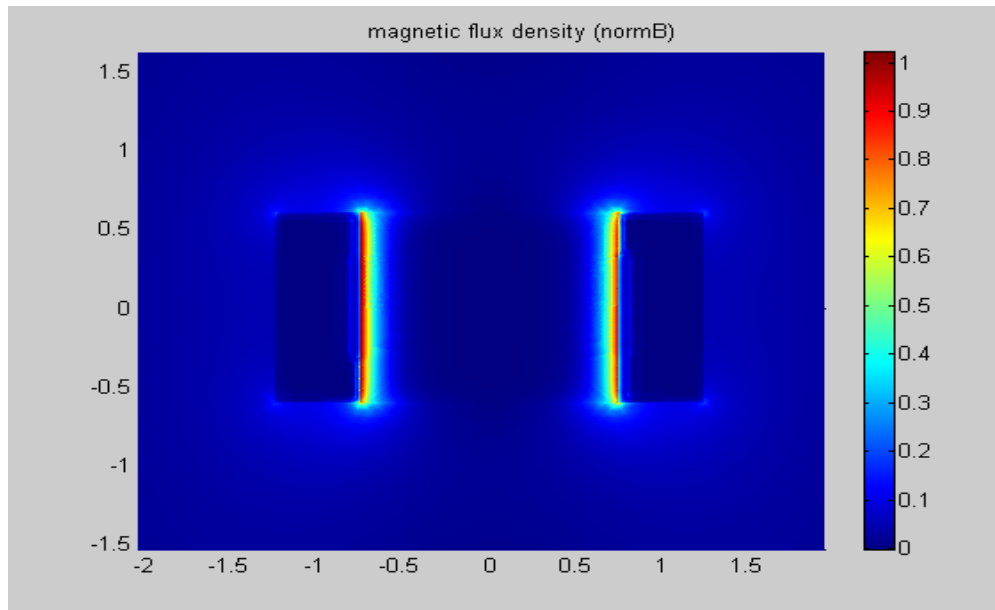


Fig. V.26: La surface de la densité de flux magnétique (norm B).

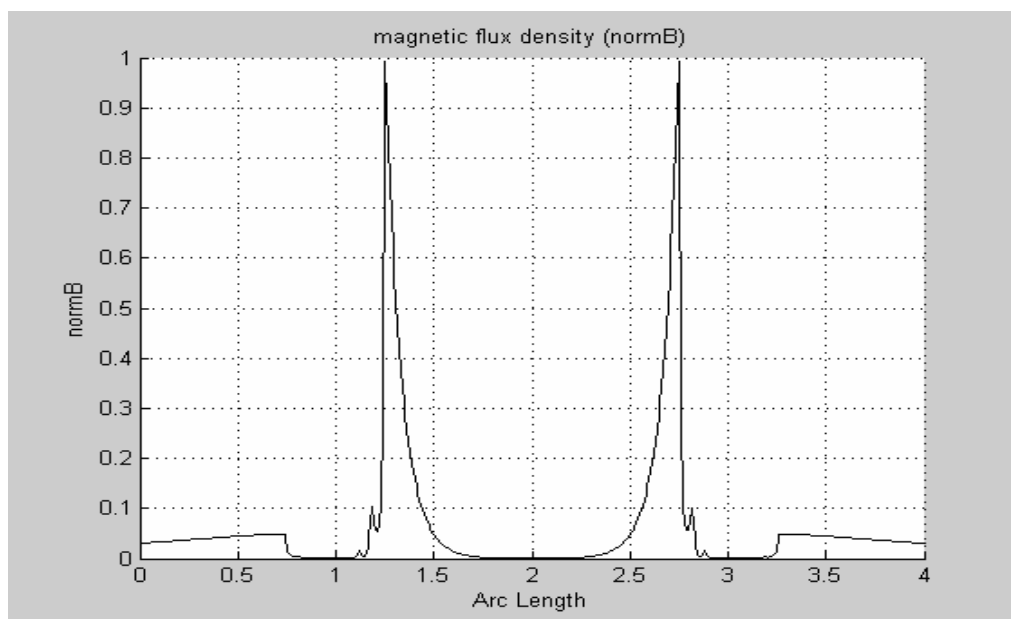


Fig. V. 27 : La variation de la densité de flux magnétique (norm B).

#### V.5.2.4. Evolution de la force en fonction de déplacement

La figure (V.28) présente l'allure de la force en fonction de temps, le pic dans l'allure de la force résulte à cause des facteurs de l'induction et le courant entrant dans la formule de la force. On remarque que la force est augmenté jusqu'à une valeur maximale de  $1.4 \times 10^6$  à l'instant ( $t=0.2$  sec).

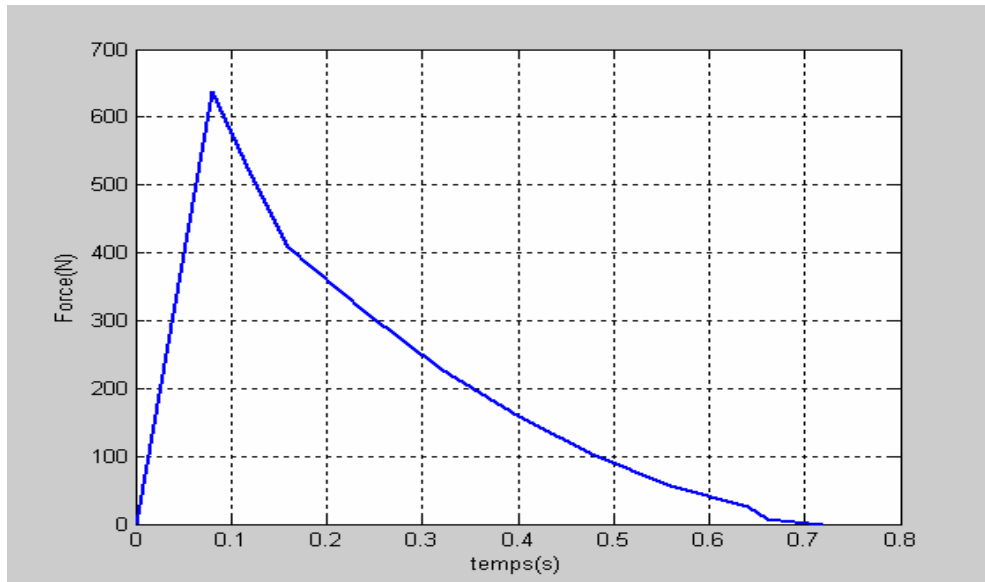


Fig. V.28 : La force en fonction de temps

#### V.5.2.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps

La figure (V.29), présente l'allure de vitesse du projectile en fonction de temps, on note que la valeur maximale de la vitesse est correspond à la position de lancement du projectile de les rails (Ejection du projectile)

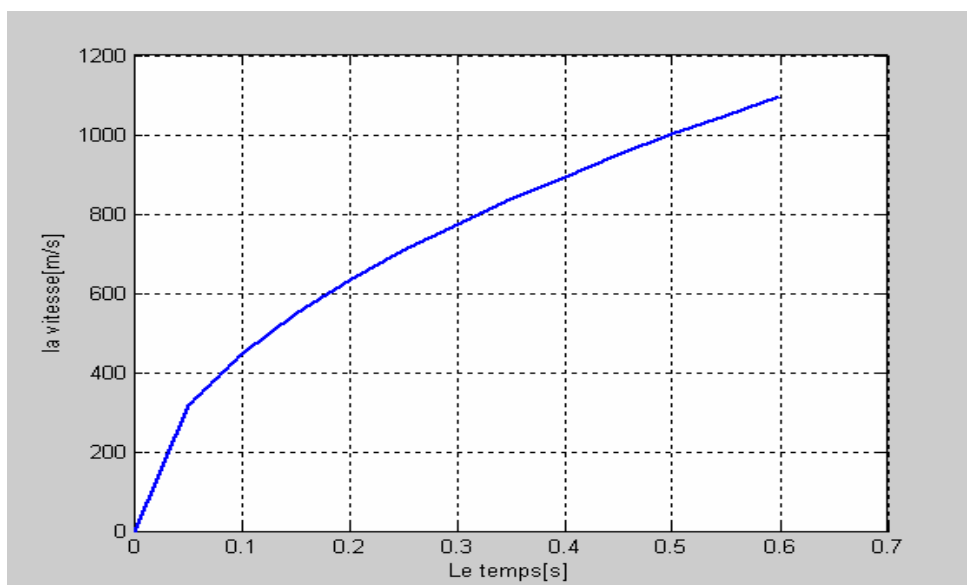
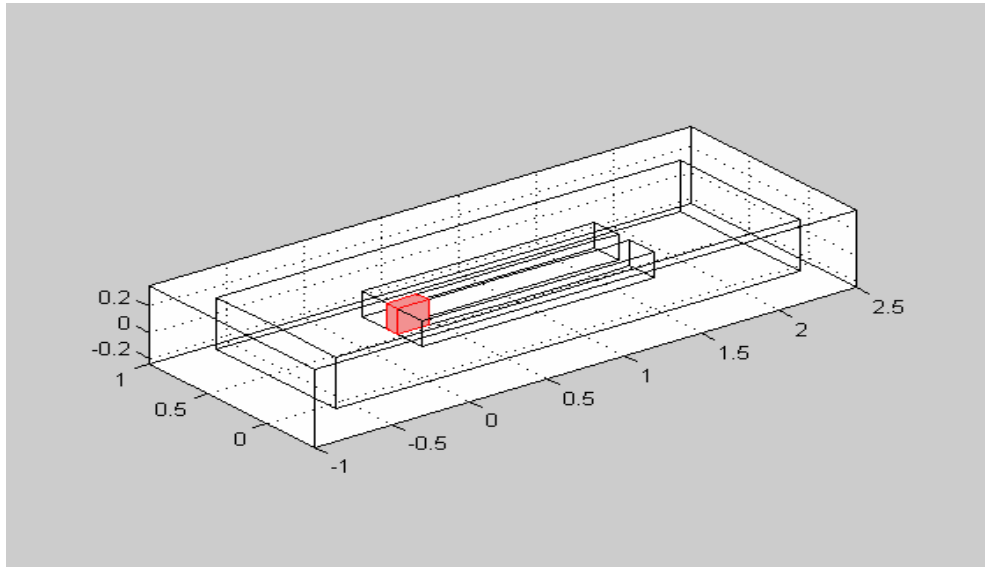


Fig. V.29: La vitesse en fonction de temps.

## V.6. REPRESENTATION DU PROPULSEUR A RAIL EN 3D

### V.6.1. Schéma du propulseur à rail en 3D

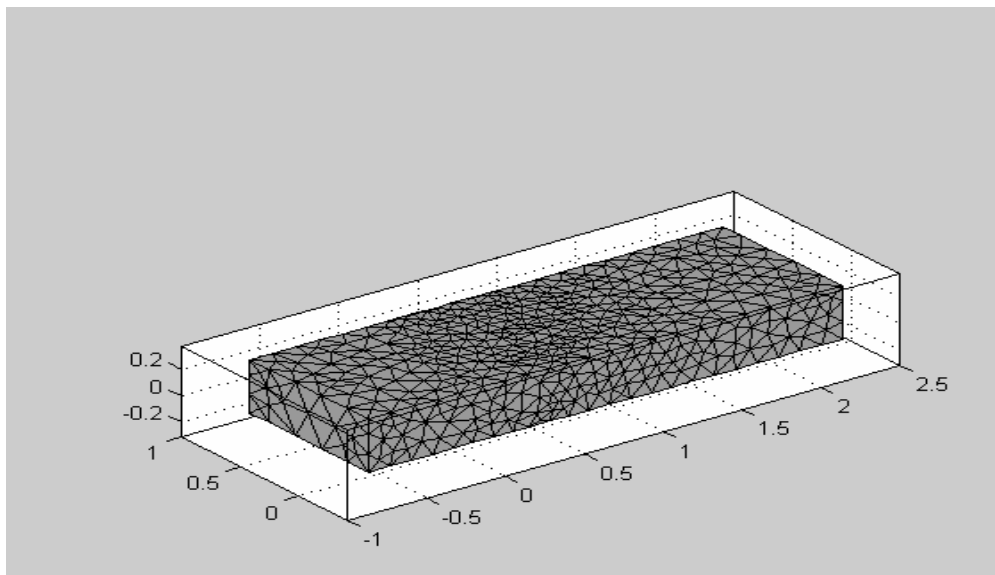
La figure(V.30), montre le domaine d'étude en 3D du propulseur à rail,



**Fig. V.30** : Propulseur à rail en 3D

### V.6.2. Le maillage en 3D

Le maillage en 3D présente un nombre de nœuds  $n_t=2098$  et un nombre des éléments  $n_p=9801$ , figure(V.31).



**Fig. V.31** : Représentation du maillage élément finis du modèle (en cage).

### V.6.3. La densité de flux magnétique

Les figures (V. 32, 33,34) présentent la variation de la densité de flux magnétique suivant les axe (x, y, z) au niveau de projectile. On note que les trois courbes sont illustrés la variation des composantes de l'induction magnétique eau niveau du projectile, les valeurs sont très petits a cause l'absence des lignes champs magnétique dans la matière conductrice (projectile), il s'agit le blindage magnétique.

Le module de l'induction et leur orientation sont calculés à l'aide les trois composantes de l'induction.

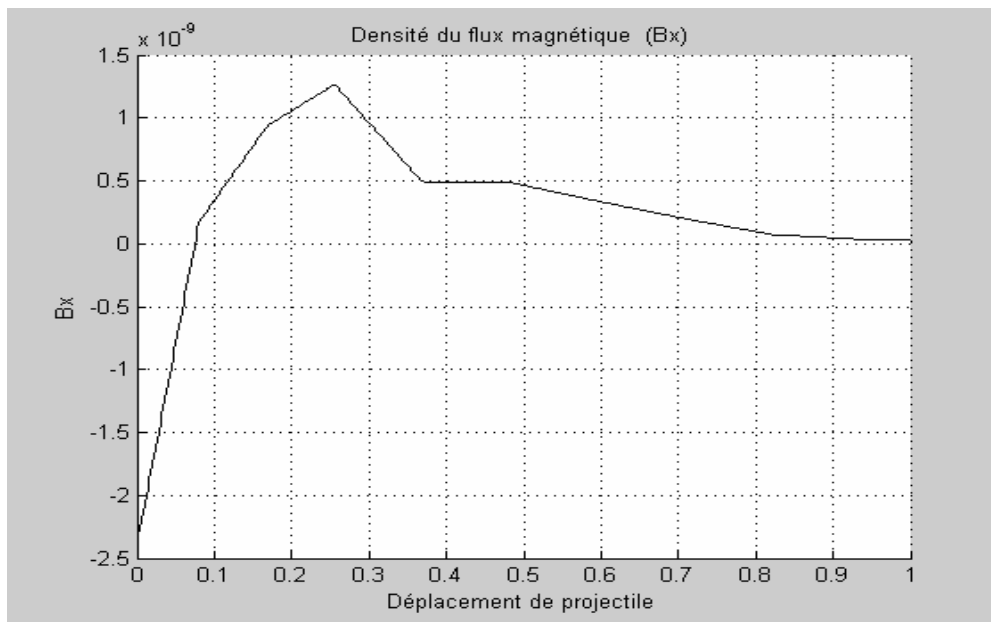


Fig. V.32: La variation de l'induction magnétique Sur L'axe (Ax)

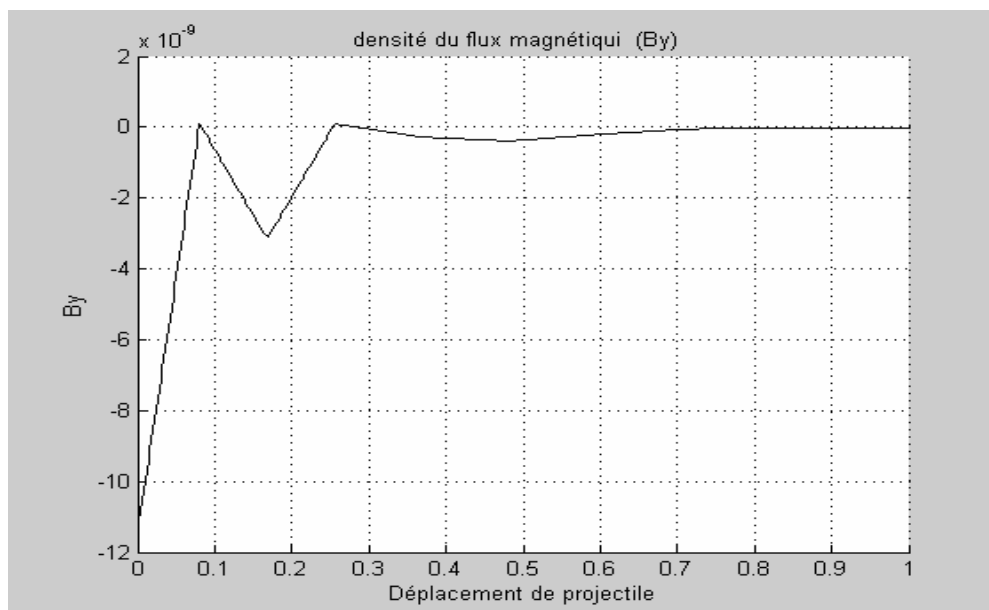
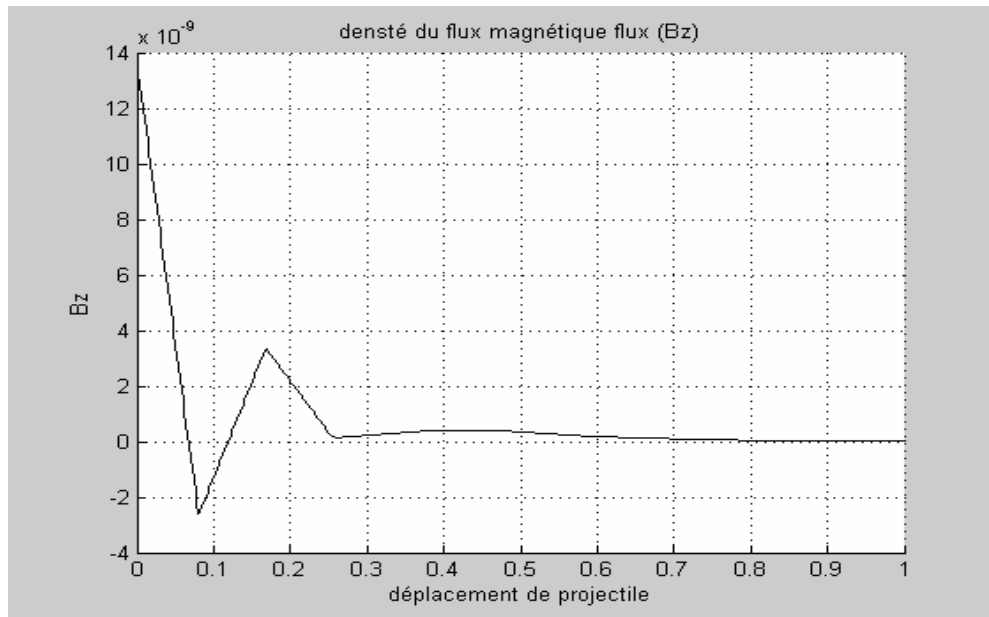


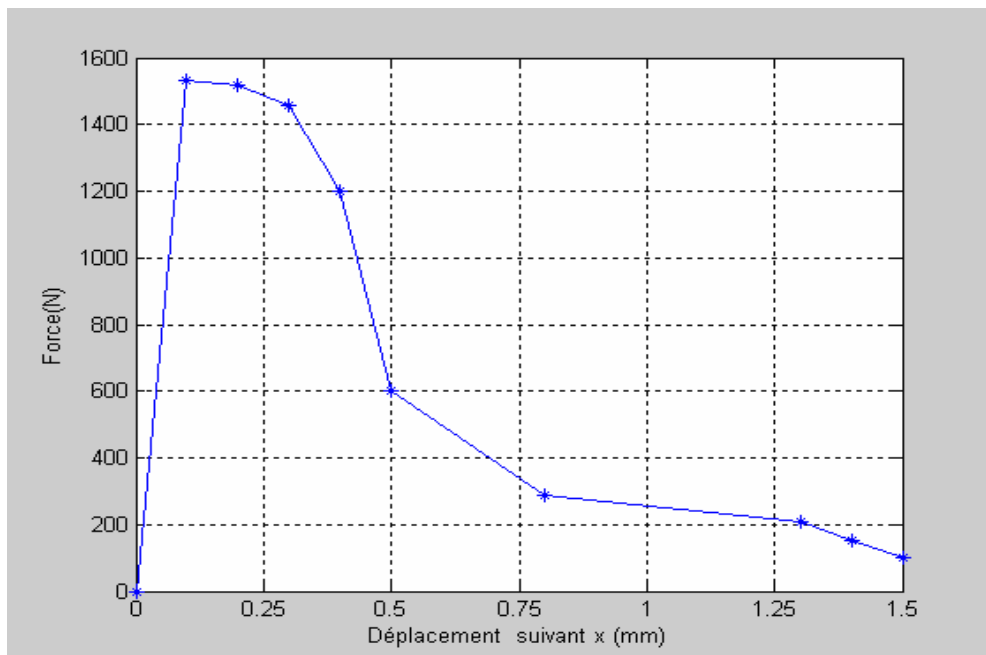
Fig. V.33 : La variation de l'induction magnétique Sur L'axe (Ay).



**Fig. V.34:** La variation de l'induction magnétique Sur L'axe

#### V.6.4. Evolution de la force en fonction de déplacement

La figure (V.35) montre la variation de la force en fonction de déplacement, que permet d'augurer la variation de la force de poussée, on remarque que la force de poussée prend un pic maximale de 1590 N à la position ( $x=0.015\text{m}$ ), et diminuée jusqu'a la position ( $x=3\text{m}$ ).



**Fig. V.35:** La force en fonction de déplacement

### V.6.5. Evolution de la vitesse en fonction de temps

Le figure (V.36) présente l'allure de vitesse du projectile en fonction de temps, on distingue que la variation de vitesse est linéaire par rapport au temps .La vitesse de lancement prendre une valeur maximale 1700 m/s au temps (t=1mS).

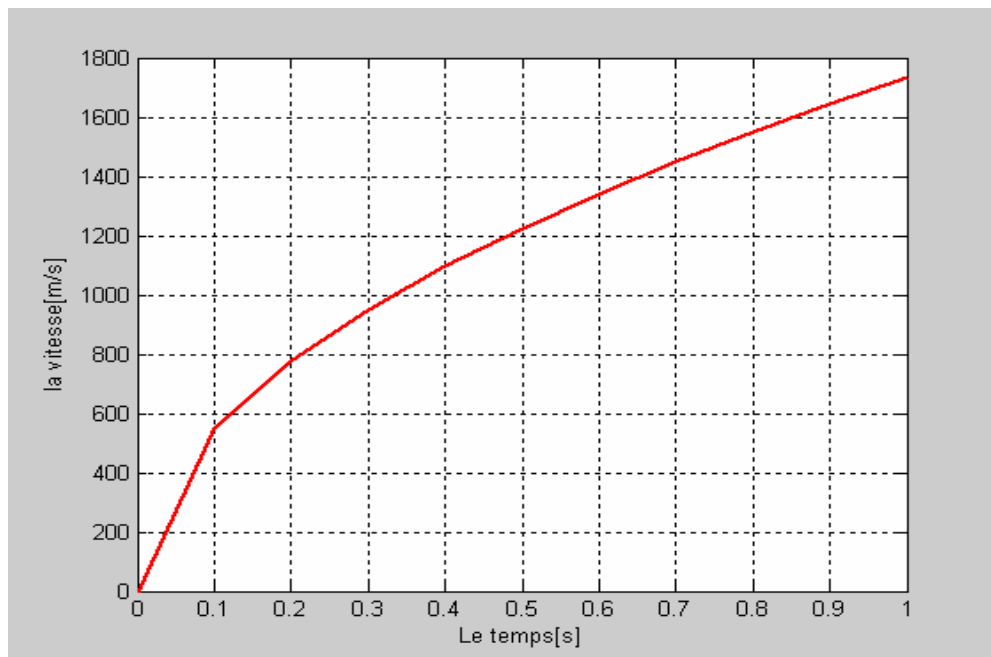


Fig. V.36 : La vitesse en fonction de temps.

### V.6.6. Commentaire

Pour trouver l'espacement de lancement où le projectile atteindra au point ciblé on a calculé la longueur totale de lancement par la relation suivante :  $V_f^2 - V_0^2 = -2gL$

$$L = \frac{V_f^2 - V_0^2}{-2g} \text{ tel que } V_f^2 = 0.$$

### V.7. CONCLUSION

Le logiciel de FEMLAB nous a permis d'étudier l'évolution de la variation de ces grandeurs magnétique sur le logeur entier de domaine d'étude pour différentes combinaisons de formes d'armatures (rail-projectile) et le matériau de fabrication de projectile. La connaissance du comportement de ces grandeurs magnétique permettra la conception de l'allure de la force de propulsion pour assurer le lancement du projectile à des grandes vitesses.

# CONCLUSION GENERALE

**N**otre contribution dans le domaine de la propulsion électromagnétique a porté sur l'étude d'un propulseur à rail, la mise au point d'une approche d'aide à la conception et à la prédiction des performances dynamiques du propulseur à rail. A cet effet, des techniques de représentation du propulseur sont exploitées à savoir l'approche analytique et la méthode des éléments finis. Ils se sont avérés comme des outils d'un grand intérêt pour l'étude des comportements du propulseur.

En effet, grâce des prototypes du propulseur, nous avons fait une étude sur la distribution de l'induction magnétique où il existe le propulseur à rail, ainsi que sur le comportement des vitesses et des forces soumis sur les projectiles.

Le logiciel FAMLEB, nous a permis notamment l'analyse électromagnétique, du propulseur a rail, en terme de visualiser sous forme graphique les différents grandeurs électromagnétiques.

L'étude des performances dynamiques nous à permis de montrer l'effet de la matière entrant dans la construction du projectile sur les comportements des force et vitesse de lancement.

L'analyse

magnétique montre que :

1. Pour éjecter des petites masses à grande vitesse il suffit d'augmenter la force de propulsion, et pour ce faire la densité de courant dans les rails sera très importante de l'ordre de Kilo ampère.
2. L'utilisation de matière à haute conductivité, augmente les grandeurs entrant dans l'augmentation de l'abscisse de lancement

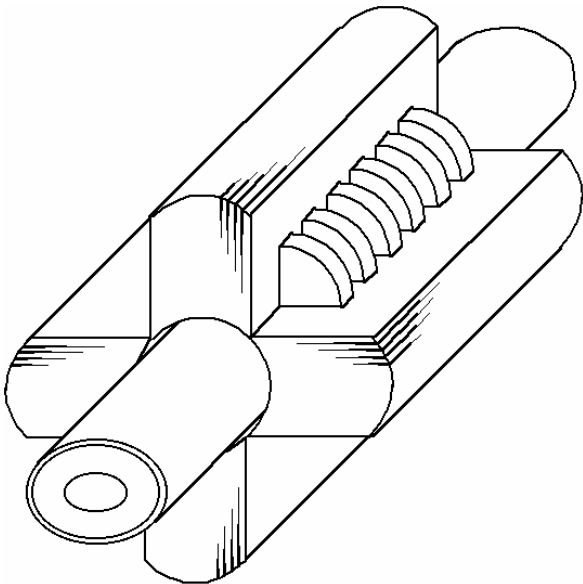
Après avoir contribué à la mise en œuvre de la propulsion électromagnétique, d'autres travaux

Futurs peuvent s'inscrire dans le cadre des perspectives de développement. Il s'agi

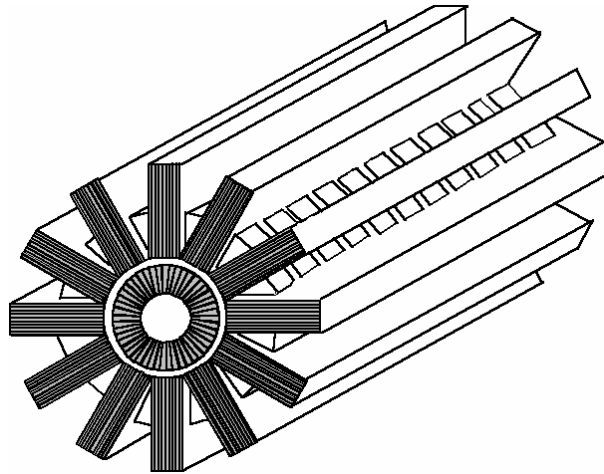
Particulièrement de :

- L'établissement d'une de la structure d'alimentation du propulseur ;
- L'étude en 3D du problème.

## L'ACTIONNEUR TUBULAIRE



a- actionneur tubulaire  
à quatre inducteurs



b- Pompe électromagnétique  
à 12 inducteurs

### Structure de l'induit :

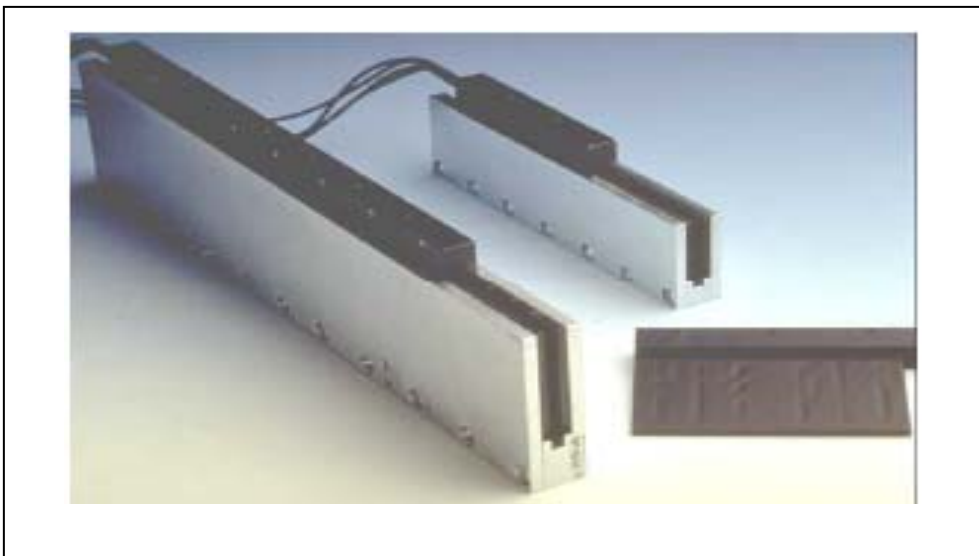
L'ATI peut avoir trois types d'induit :

- induit massif (en acier)
- induit enrobé (tube en acier enrobé d'une couche conductrice en cuivre)
- induit segmenté (le fer entouré par des bagues en cuivre).

---

## Propulseurs polyphasés synchrones plans à bobine mobile

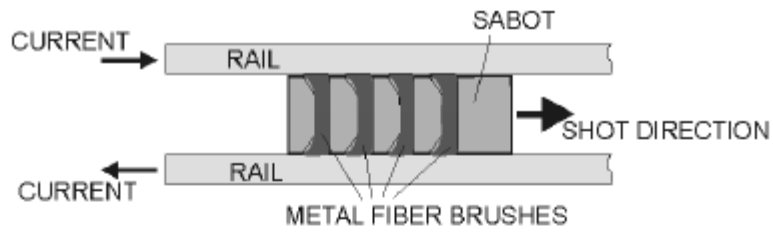
Une bobine plate montée sur un support ou autoportée est placée dans un entrefer magnétique où est généré un flux magnétique d'excitation obtenu par un assemblage plan d'aimants permanents alternés (figure AN.1).



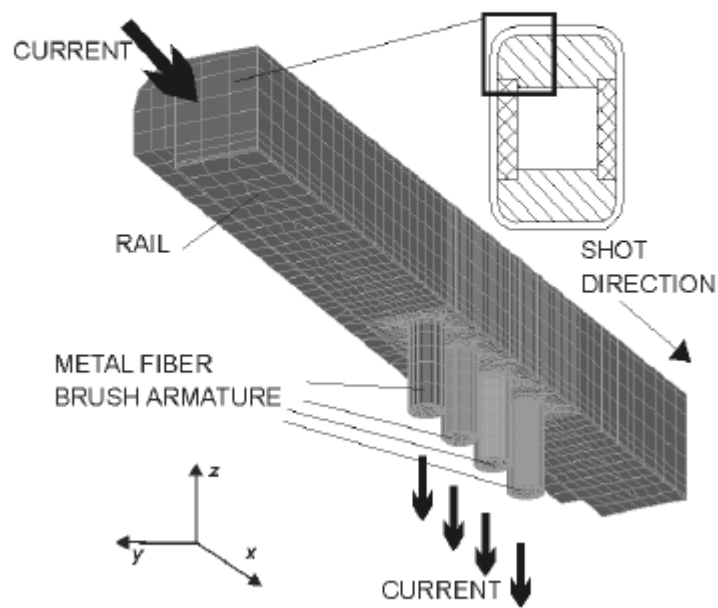
**Fig. AN.1:** Actionneur linéaire polyphasé à bobine mobile.

---

## Comportement du propulseur à rail de type PEGASUS



AN.III.1: Schéma de propulseur à rail de type PEGASUS



AN.III.2: Analyse par la méthode des éléments finis de propulseur à rail de type PEGASUS

- 
- [1] **Scbaat J-C, Jr, Audeh**, « NF, Electromagnetic launchers, System Theory ».1989, Proceedings Twenty First Southeastern Symposium on 26-28 March, 1989.
- [2] **G.Grellet, G.Clerc**, « Actionneurs électriques ». Paris, novembre 1996.
- [3] **M.LAJOIE, M.MAZENC**,« Directeur de Recherche au CNRS, Laboratoire d'Electrotechnique et d'Électronique Industrielle de l'Enseeiht/Inpt, URA » .Article Actionneurs en Robotique.
- [4] **M.KANT**, « Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne ». Article Actionneurs à Collecteur à Aimant Permanent.
- [5] **M.CHARLES**, « Ingénieur de l'Institut national des sciences appliquées (INSA) de Toulouse Professeur des universités à l'INSA de Toulouse » .Article Actionneurs Hydrauliques.
- [6] **R.CAEN**, « Maître de conférences, Institut de Mécanique des Fluides de l'École Nationale Supérieure d'Électrotechnique, d'Électronique, d'informatique et d'Hydraulique de Toulouse/Institut National Polytechnique de Toulouse ». Article Actionneurs en Robotique.
- [7] **Y.MATRICHE, M.ABDELLAH, F.KHOUCHA, K.MAROUANI**, « Institue de Electrotechnique, Institut National Polytechnique de Bordj-El-Bahri » .Article Design et Contrôle d'une Machine Synchrone à Reluctance Variable.
- [8] **P.ALOÏS**, « Professeur en Haute Ecole Technique et Informatique ». Article Moteur Linéaire.
- [9] **MIN CHEN, DEHONG XU, DENGYAN ZHOU**, « Inductive Power Transferring in Maglev Using Harmonic Injection Method ». Dep of Electrical Engineering Zhejiang University Hangzhou, P.R. China 2003.
- [10] **S.YAICI**, « Machine Linéaire Inductif ». Article de Moteur.
- [11] **C.ABDLLAH**,«Coure de Calcule Construction Machines ».ENTA 1996.
- [12] **Y.ALHASSOUN**, « Etude et mise en Eouvre de Machines à Aimantation Induite Fonctionnant à Haute Vitesse».Thèse de Docteur, EMP 2005.
- [13] **S.Naceur, F.Z.Kadid, R.Abdessemad** « Laboratoire L.E.B, Département Electro-technique Université de Batna ».Article de moteur synchrone.
- [14] **S.WILLIAMSON, P.J.LEONARD**, «Analysis of Air-Cored Tubular Induction Motors».IEE Proceedings, Vol.133, Pt.B, No.4, July 1986.
- [15] **Y. BENCHEIKA**, « Contribution a L'étude du Lanceur Inductif Linéaire».Mémoire de Ingienura, EMP1999. Etude Electromagnétique D'une Pompe
-

Magnétohydrodynamique(MHD) A Conduction.

- [16] **Y.BENCHEIKH**, « Contribution à l'Etude du propulseur Inductif Linéaire». Mémoire de Magister, EMP 1999
  - [17] **A.G.SCHMITT**, « Evaluation des Force des Exercées sur des Projectile Accélérés par un Propulseur Electromagnétique à rail ».Thèse de docteur L'université de Haute Alsacs.
  - [18] **H. Ammar** «Des Performances Dynamiques du Lanceur Inductif Linéaire ». Mémoire de Magister, EMP 2003.
  - [19] **K.GREGORY, I.R. SMITH AND V.V VADHER, M.J. EDWARDS** «experimental validation of a capacitor discharge induction launcher model » IEEE transactions on magnetic, vol. 31, No. 1, January 1995.
  - [20] [www. Application de la propulsion électromagnétique.com](http://www.Application.de.la.propulsion.électromagnétique.com)
  - [21] **C. RASHLEIGH, R.A. MARSHALL**, « Electromagnetic acceleration of macro particles to high velocities ». Article driven rail gun, J. Appl. Phys.
  - [22] **D.CHELLALE, K.CHELLALE, Z.BOURAI**, «Etude de L'évolution de la Force en Fonction de la Fréquence Dans une Machine Linéaire».Mémoire d'Ingénieur, EMP2001.
-