

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE  
MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

THEME

---

# Commandes non Linéaires d'un Moteur à Courant Continu sans Balais (BLDCM)

---

Proposé et dirigé par :

- Mme. Leila BENALIA

Présenté par :

- LOUKAL Keltoum

Année Universitaire : 2011/2012

N° d'ordre : 013

# Remerciement

Au terme de ce travail, je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers :

Mme. **Leila BENALIA** M.C à l'Université de M'Sila, directrice de mémoire, pour ses qualités humaines en premier lieu, son attention et ses précieux conseils qui m'ont été très utiles pour mener à bout cette thèse.

Je tiens également remercier Monsieur **Bachir. BENDJAIMA**, le chef de département de génie électrique à l'université de M'Sila.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur **Abderahmen BOUGUERRA** M.A à l'Université de M'Sila, pour ses qualités humaines, pour l'aide qu'il m'a apporté et pour son soutien inconditionnel et sa sympathie.

Je remercie également très vivement tous mes *Enseignants* de département de génie électrique à l'université de M'Sila.

Enfin, je remercie tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de ce travail.

Dédicace	i
Remerciement	ii
Table des Matières	iii
Nomenclature	iii
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>

## Chapitre 1

### Modèles du Moteur BLDC pour le Mode de Fonctionnement Moteur & Génératrice

1.1 Introduction	3
1.2 Notion de Base du Moteur BLDC	3
1.2.1 Constitution du Moteur BLDC	3
1.2.2 Le Système de Détection de la Position du Rotor	4
1.2.3 Principe de Fonctionnement d'un moteur BLDC	5
1.2.4 Caractéristiques du BLDC	5
1.2.5 Type de Fonctionnement	6
1.3 Les Équations Électriques et Mécaniques du Moteur BLDC	7
1.3.1 Les Équations Électriques	7
1.3.2 La Force Électromotrice	9
1.3.3 L'Équation Mécanique du Mouvement	10
1.4 Modèle de l'ensemble Machine-Commutateur Electronique	11
1.4.1 Mode Moteur	11
a. Modèle du moteur BLDC Pour le Fonctionnement dans le Sens de Rotation Direct	11
b. Modèle du BLDC pour le Fonctionnement dans le Sens de Rotation Inverse	22
1.4.2 Mode Génératrice	30
a. Modèle du BLDC pour le Fonctionnement dans le Sens de Rotation Direct ou Inverse	31
1.5 Résultats de Simulation	37
1.5.1 Simulation en Boucle Ouverte	37
1.5.1.1 Paramètres du Moteur Choisi pour la Simulation	37
1.5.1.2 Résultats en Régime Statique	37
1.5.1.3 Démarrage du Moteur	39
1.6 Conclusion	41

## Chapitre 2

### Modèle Continu du moteur BLDC

2.1 Introduction	42
2.2 Modèle Continu du moteur BLDC lorsque deux Phases sont Alimentées (Mode DC1)	42
2.2.1 Fonction de Transfert en Boucle Ouverte	44
2.2.2 Constantes de temps Mécaniques et Electriques	44
2.3 Modèle Continu du moteur BLDC lorsque trois Phases sont Alimentées (Mode DC2)	46
2.3.1 Le Schéma Fonctionnel du Moteur BLDC pour le Mode DC2	47
2.4 Résultats de Simulation	48
2.4.1 Simulation en Boucle Ouverte	48
2.5 Conclusion	49

## Chapitre 3

### Commande par Mode de Glissement d'Ordre Simple & d'Ordre Supérieur

3.1 Introduction	50
3.2 Théorie de la Commande par Mode de Glissement	50
3.2.1 Choix des Surfaces de Glissement	51
3.2.2 Condition de Glissement	52
3.2.3 Calcul de la Commande	52
3.2.4 Expression analytique de la commande	53
3.3 Principe des Modes Glissants d'Ordre Supérieur	54
3.3.1 Commande par Modes Glissants d'Ordre Deux	54
3.4 Applications au Moteur à Courant Continu sans Balais (BLDCM)	56
3.4.1 Réglage par Mode de Glissement	56
3.4.2 Réglage par Mode de Glissement d'Ordre Deux	59
3.5 Résultats de la Simulation pour la Commande de Vitesse	59
3.5.1 Résultats de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre	59
3.5.2 Résultats de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre 2	62
3.6 Conclusion	66

## Chapitre 4

### Commande Floue et Floue-Glissante

4.1 Introduction	67
4.2 Commande par la Logique Floue	67
4.2.1 Les Ensembles Flous	67
4.2.2 Caractéristiques d'un sous Ensemble Flou	68
4.2.3 Opérateurs Logiques Flous	69
4.2.4 Notion de Règle Linguistique	69
4.2.5 Les Différents Systèmes d'Inférence Floue	69
4.2.6 Caractéristiques d'un Système d'Inférence Flou	70
4.3 Principe d'un Contrôleur Flou	71
4.3.1 Fuzzification	71
4.3.2 Inférence	71
4.3.3 Défuzzification	72
4.4 Réglage par la Logique floue	72
4.5 Commande floue-glissante	76
4.6 Résultats de la Simulation	77
4.6.1 Régulateur flou	77
4.6.2 Régulateur Flou-Glissant	81
4.7 Conclusion	84

## Chapitre 5

### Etude Comparative

5.1 Introduction	85
5.2 Etude Comparative	85
5.2.1 Commande par Mode de Glissement d'Ordre 1	85
5.2.2 Commande par Mode de Glissement d'Ordre 2	86
5.2.3 Commande Floue	86
5.2.4 Commande Floue-glissante	87
5.3 Comparaison Entre les Trois Commandes	87
5.4 Conclusion	88
<b>Conclusion Générale</b>	89
Bibliographie	90
Annexe	93
Communications Internationales	95

## Nomenclature

- a la première phase de la machine.
- b la deuxième phase de la machine.
- c la troisième phase de la machine.
- $K_h$  la constante de Hall.
- $V_h$  la tension de Hall.
- $B$  le champ magnétique d'induction.
- $T_1$  le premier transistor de la partie supérieure du commutateur
- $T_2$  le deuxième transistor de la partie supérieure du commutateur.
- $T_3$  le troisième transistor de la partie supérieure du commutateur.
- $T'_1$  le premier transistor de la partie inférieure du commutateur.
- $T'_2$  le deuxième transistor de la partie inférieure du commutateur.
- $T'_3$  le troisième transistor de la partie inférieure du commutateur.
- $D_1$  la première diode de la partie supérieure du commutateur.
- $D_2$  la deuxième diode de la partie supérieure du commutateur.
- $D_3$  la troisième diode de la partie supérieure du commutateur.
- $D'_1$  la première diode de la partie inférieure du commutateur.
- $D'_2$  la deuxième diode de la partie inférieure du commutateur.
- $D'_3$  la troisième diode de la partie inférieure du commutateur.
- $e_a$  la force électromotrice induite dans la phase **a**.
- $e_b$  la force électromotrice induite dans la phase **b**.
- $e_c$  la force électromotrice induite dans la phase **c**.
- $E_p$  la valeur crête de la Fem.
- $\theta$  l'angle électrique.
- $\theta_r$  l'angle mécanique.
- $P$  le nombre de paires de pôles du rotor.
- $w_r$  la vitesse angulaire du rotor .
- $C_e$  le couple électromagnétique développé.
- $C_r$  le couple de résistant.
- $k_e$  le coefficient de la force électromotrice,
- $f$  le coefficient de frottement.
- $J$  le moment d'inertie.
- $L$  l'inductance propre de phase

$M$	le mutuel inductance
$R$	la résistance de phase
$i_a$	le courant dans la phase a.
$i_b$	le courant dans la phase b.
$i_c$	le courant dans la phase c.
$v_a$	la tension aux bornes de la phase a.
$v_b$	la tension aux bornes de la phase b.
$v_c$	la tension aux bornes de la phase c.
$i_d$	le courant continu à l'entrée du commutateur.
$u_d$	la tension à l'entrée du commutateur.
$\vec{\varphi}_M$	le vecteur de flux magnétique créé par l'aimant permanent.
$\vec{\varphi}$	vecteur de flux magnétique créé par les trois phases.
$\vec{V}$	vecteur des tensions des trois phases.
$\vec{I}$	vecteur des courants des trois phases.
$w_{ref}$	la vitesse de référence.

## Introduction Générale

La technologie moderne des systèmes d'entraînement exige de plus en plus un contrôle précis et continu de la vitesse, du couple et de la position, tout en garantissant la stabilité, la rapidité et le rendement le plus élevé que possible.

Le moteur à courant continu, a satisfait une partie de ces exigences mais il est pourvu des balais frottant sur le collecteur à lames, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. Alors que le prix des machines électriques varie peu, celui des composants électroniques et microinformatiques baisse constamment, de telle façon que la part du variateur dans le coût d'un entraînement à vitesse variable diminue.

Pour toutes ces raisons, la recherche s'oriente vers une meilleure exploitation d'actionneurs robustes, avec des caractéristiques améliorées (robustesse, fiabilité électromécanique, rendement et couple élevé, possibilités de élevée la vitesse). Parmi ces actionneurs à aimant permanent, on trouve le moteur à courant continu sans balais (en anglais : **Brushless DC Motor** «BLDCM »), ce moteur est une copie quasi conforme du moteur DC à collecteur, à la différence près que la fonction de commutation, réalisée mécaniquement par le collecteur dans le cas de la machine DC, est effectuée électroniquement, sans aucun contact mécanique entre stator et rotor.

Dans un moteur à courant continu classique, le rotor porte les enroulements tandis que le stator est muni d'aimants. Cette structure est imposée pour pouvoir utiliser un contact mobile assurant les commutations de courant nécessaire au fonctionnement en continu, mais elle n'est pas favorable au comportement thermique de la machine puisque la chaleur créée par l'effet joule dans l'induit ne peut pas se dissiper facilement. Quand on n'a pas besoin de balais et de collecteur, c'est naturellement le stator qui porte les enroulements et le rotor qui est aimanté, le rotor joue donc maintenant le rôle d'inducteur sans qu'il soit toutefois nécessaire de lui transmettre de l'énergie par le biais d'un contact mécanique. La chaleur due à l'effet joule ne rencontre pas d'obstacle à son évacuation. Cette disposition est adoptée pour les moteurs BLDC [1] [2].

La particularité de la machine BLDC est que le stator est muni des capteurs qui permettent de détecter la position du rotor afin de commander l'électronique qui assure les commutations des courants dans les phases. On rencontre surtout des capteurs à effets hall, mais on utilise également des dispositifs optiques. Le moteur BLDC se trouve dans différentes applications exigeant des performances élevées en terme de fiabilité et sécurité de fonctionnement tel que les véhicules électriques et hybrides, les engins spatiaux, l'aéronautique, la robotique, ainsi dans les petites applications telles que l'entraînement des disques durs, unités de disques d'ordinateur, lecteur DVD et DVD ROM, outils de mission d'espace, automation d'usine et le domaine de la robotique, ... etc. [3] [4].

L'objectif principal de ce travail est de développer des commandes non linéaires de la machine BLDC. Dans ce but, le travail à effectuer comporte :

- Modélisation de la machine BLDC triphasée pour un fonctionnement moteur ou générateur pour les sens rotation direct et inverse ;
- Modèle continu de la machine BLDC triphasée ;

- Etude la commande non-linéaire et la synthèse des lois de commande ;
- Application de la commande non -linéaire à la machine BLDC ;
- Etude comparative entre les différentes commandes proposées.

Pour satisfaire les besoins de ce mémoire, notre travail s'articule principalement autour de cinq chapitres :

- ① Le premier chapitre est consacré à la modélisation de la machine BLDC pour les deux modes de fonctionnement (moteur et génératrice). La modélisation faite pour les sens de rotation direct et inverse et en tenant compte de la chute de tension introduite par les interrupteurs électroniques.
- ② Au deuxième chapitre on détermine un modèle continu du moteur BLDC. En premier lieu, nous présentons le modèle pour l'alimentation à deux phases, par la suite nous développons le modèle pour l'alimentation à trois phases. Les résultats de simulation numérique permettent la validation des modèles présentés.
- ③ Le troisième chapitre traite quelques notions de la théorie de commande par les modes de glissement d'ordre 1 et 2. Par la suite, nous appliquons ces commandes à la machine BLDC en utilisant la même structure en cascade pour asservir la vitesse du moteur BLDC.
- ④ Le quatrième chapitre est consacré à la commande par la logique floue et la commande floue-glissante. Dans ce chapitre, nous exposons quelques notions de base de la commande floue et, nous appliquons ces commandes à la machine BLDC.
- ⑤ Enfin, pour montrer l'efficacité et la robustesse de ces commandes, une étude comparative entre ces commandes est exposée en chapitre cinq. Celle-ci est accomplie sur la base des résultats obtenus par les simulations numériques.

Le présent mémoire se termine par une conclusion qui résume tous les résultats obtenus dans cette étude et qui présente quelques perspectives.

# Chapitre 1

## Modèles du Moteur BLDC pour le Fonctionnement Moteur & Génératrice

### 1.1 Introduction

Le moteur à courant continu sans balais, (en anglais "**Brushless Direct Courant BLDC**"), que l'on appelle aussi parfois ECM ("**E**lectronically **C**ommutated **M**otor"), est la copie quasi conforme du moteur DC classique à collecteur [3] [5]. Le moteur BLDC est devenu le moteur de choix dans les applications allant de l'électroménager à l'industrie aérospatiale. Ce type de moteur existe depuis 1962, et son utilisation dans l'industrie n'est apparue qu'à partir 1970 [8]. Pour évaluer les avantages du moteur BLDC et en vue de tester ces performances on doit disposer d'un modèle dynamique sous forme d'équations différentielles. Ce modèle permet de simuler son comportement et de reproduire sa vitesse, son couple et les courants ainsi que les FEMs dans chaque phase [7]. Dans ce chapitre, on explicite le modèle du moteur BLDC pour les deux modes de fonctionnement, après avoir présenté les notions de base de cette machine [8] [9]. Et enfin, on termine par les résultats de simulation du régime statique et de démarrage du moteur.

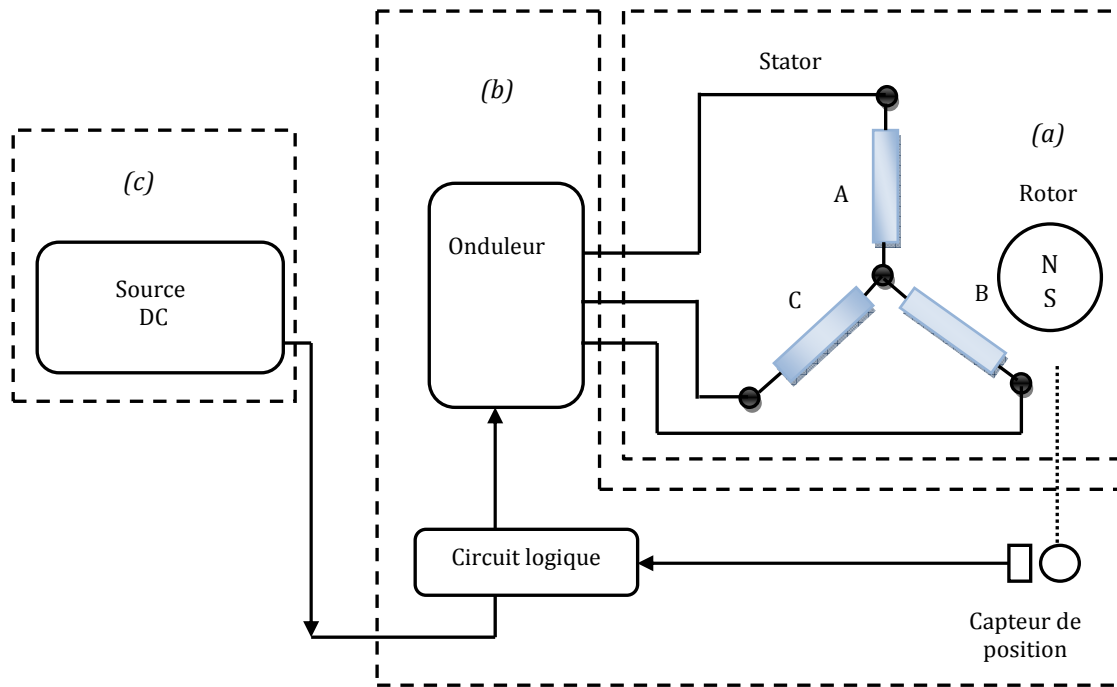
### 1.2 Notion de Base du Moteur BLDC

#### 1.2.1 Constitution du Moteur BLDC

Le moteur BLDC est défini comme une combinaison de la machine à courant alternatif (machine synchrone) avec un commutateur électronique et les capteurs de position du rotor [10] [11]. Les parties principales du moteur BLDC, représentées sur figure 1.1, sont :

- Moteur synchrone (ayant en général trois phases) ;
- Circuit de commutation électronique.

Le moteur est alimenté par une source de courant continu à travers une commutation électronique [12] [13].



**Fig. 1.1** : Les parties principales du moteur BLDC : (a) Machine Synchrone, (b) Circuit de commutation électronique, (c) source DC.

### 1.2.2 Système de Détection de la Position du Rotor

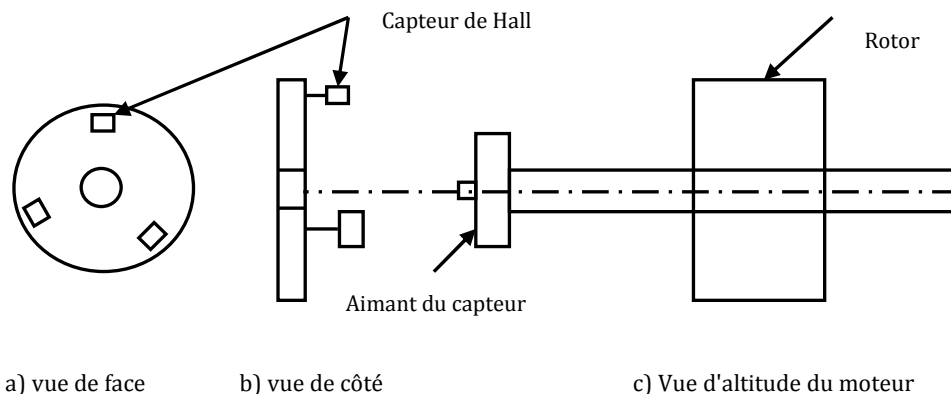
Le capteur de position du rotor est une partie intégrée au moteur BLDC. La détection de la position du rotor peut être réalisée par deux méthodes:

- sans capteur (sensorless) ;
- avec le capteur.

Pour la dernière méthode, les capteurs électro-optiques (capteurs d'effet de Hall "du nom de celui qui remarqua le phénomène en 1879") est le dispositif le plus généralement utilisé.

#### 📍 Capteur d'Élément de Hall

Le capteur de l'élément de Hall est généralement monté sur l'arrière du moteur où, le nombre des capteurs dépend du nombre des phases du moteur, par exemple dans le cas d'un moteur triphasé, nous avons besoin de trois éléments montés à 120 degrés mécaniques. Un exemple, de l'aimant du capteur et des trois éléments de Hall, est présenté par la figure 1.2 :



a) vue de face

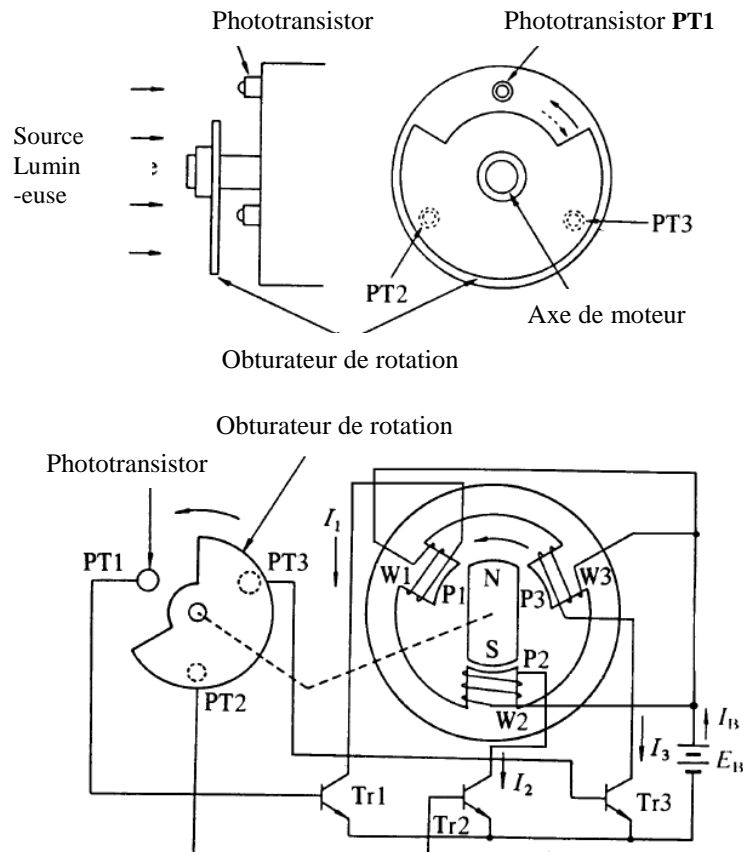
b) vue de côté

c) Vue d'altitude du moteur

**Fig. 1.2** : Exemple des trois éléments de Hall et l'aimant du capteur [10].

### 1.2.3 Principe de Fonctionnement d'un Moteur BLDC

Comme le montre la figure 1.3, nous avons maintenant faire tourner le pôle nord du rotor vers la phase  $P2$  du stator, le phototransistor  $PT1$  détecte la lumière et met le transistor  $Tr1$  en marche. Dans cet état, le courant électrique passant à travers l'enroulement  $W1$  crée un pôle sud au niveau de la phase  $P1$  qui va attirer le pôle nord du rotor pour le déplacer dans la direction de la flèche. Quand le pôle nord vient dans l'axe de la phase  $P1$ , l'obturateur de rotation, qui est relié à l'axe, cache  $PT1$ , donc le phototransistor  $PT2$  sera exposé à la lumière et un courant traverse le transistor  $Tr2$ .



**Fig.1.3** : Principe de fonctionnement d'un moteur BLDC triphasé.

Quand le courant traverse l'enroulement  $W2$ , il crée un pôle sud dans la phase  $P2$ , alors le pôle nord du rotor tourne dans la direction de la flèche vers la phase  $P2$ . À ce moment, l'obturateur fait cache  $PT2$ , donc le phototransistor  $PT3$  est exposé à la lumière. Ces actions orientent le courant de l'enroulement  $W2$  de la phase  $P2$  vers l'enroulement  $W3$  de la phase  $P3$ . Donc, la phase  $P2$  est désactivée, alors que la phase  $P3$  est activée et crée le pôle sud. Par conséquent le pôle nord du rotor tourne  $P2$  à  $P3$  sans s'arrêter. En répétant ces actions récurrentes, l'aimant permanent du rotor tourne sans interruption [14].

### 1.2.4 Caractéristique du BLDC

Les avancées rapides dans la technologie des matériaux magnétiques (cobalt-samarium et bore-fer-néodyme) et des semi-conducteurs ont permis aux chercheurs de fabriquer des aimants de haute performance destinés à la conception des machines électriques.

En général, la machine BDLC se caractérise par :

- Une fiabilité élevée ;
- Un rendement élevé ;
- Un couple élevé ;

- Une possibilité d'élever la vitesse ;
- Une dissipation thermique améliorée ;
- L'ondulation du couple baisse, [11].

### 1.2.5 Types de Fonctionnement

Le fonctionnement du moteur BLDC peut être décrit dans le cas approché ou le cas réel. Le premier s'obtient lorsque l'effet des inductances est négligé tandis que, le second concerne le cas où l'effet des inductances est pris en considération.

#### 1.2.5.1 Cas Idéal

Le cas idéal (en négligeant l'effet des inductances) est montré par la figure 1.4. Les FEMs ayant la forme trapézoïdale et les courants ayant la forme rectangulaire, ce qui conduit à un couple constant (Fig. 1.5). La période électrique est divisée en six intervalles identiques où chaque intervalle à 60° électriques, et pour chaque période le courant apparaît sur 2 intervalles de 120° électriques chacun. Donc, sur les trois phases, on a toujours deux phases en activité pendant les 60° électriques.

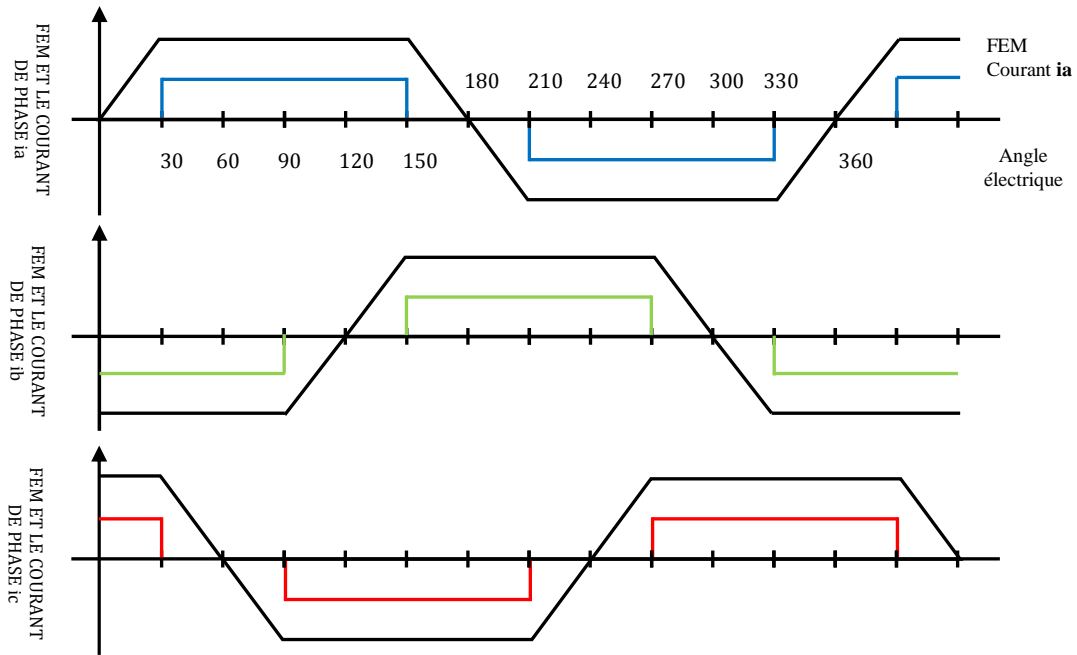


Fig. 1.4 : FEMs et les courants de phases du moteur BLDC.

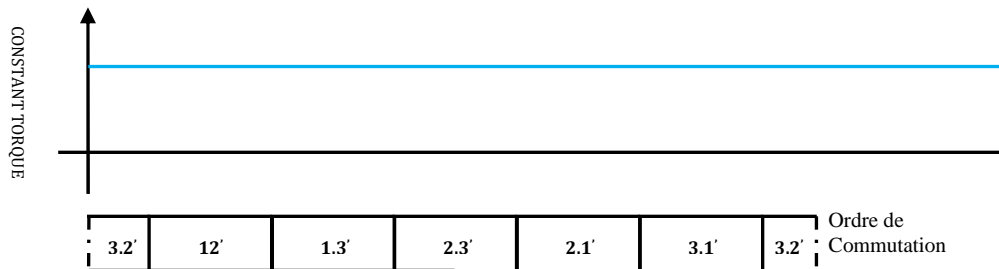


Fig. 1.5 : Couple du moteur et les intervalles de conduction [10] [15].

### 1.2.5.2 Cas Réel

Dans ce cas, l'effet des inductances du moteur n'est pas négligé. Aussi le courant dans les enroulements n'est plus rectangulaire. Pour notre travail, nous nous sommes basés sur ce cas qui est détaillé dans ce chapitre.

## 1.3 Les Équations Électriques et Mécaniques du Moteur BLDC

### 1.3.1 Les Équations Électriques

La particularité du moteur BLDC provient de la forme trapézoïdale de la force électromotrice (Fig. 1.4), ce qui signifie que l'inductance mutuelle entre le stator et le rotor est non sinusoïdale. Par conséquent, de la figure 1.6 représentant le modèle d'un moteur BLDC on a :

$$\vec{V} = [R] \vec{I} + \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (1.1)$$

$$\vec{\varphi} = [L] \vec{I} + \vec{\varphi}_M \quad (1.2)$$

Où :

$\vec{V}, \vec{I}$  et  $\vec{\varphi}$  sont des vecteurs représentant respectivement la tension, le courant et le flux magnétique pour chaque phase ;

$\vec{\varphi}_M$  est le vecteur du flux magnétique créé par l'aimant permanent ;

$[R]$  et  $[L]$  sont les matrices résistance et inductance de la machine.

$$\text{Avec } [R] = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \text{ et } [L] = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \quad (1.3) \text{ et } (1.4)$$

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}, \quad \vec{I} = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}, \quad \vec{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix}, \quad \vec{\varphi}_M = \begin{bmatrix} \varphi_{Ma} \\ \varphi_{Mb} \\ \varphi_{Mc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_0 \cos \theta \\ \varphi_0 \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \varphi_0 \cos(\theta - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$\varphi_0$  L'amplitude du flux magnétique créé par l'aimant permanent et  $\theta$  l'angle électrique

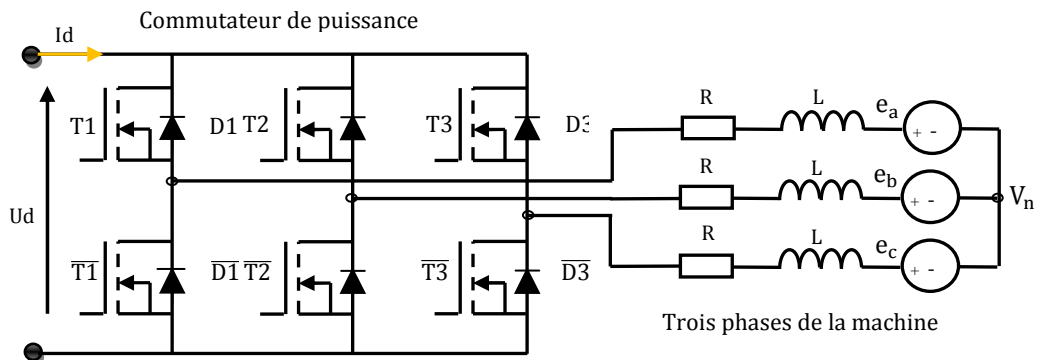


Fig. 1.6 : Structure d'un moteur BLDC.

Alors :

$$\vec{V} = [R] \vec{I} + \frac{d}{dt} ([L] \vec{I} + \vec{\varphi}_M) \quad (1.6)$$

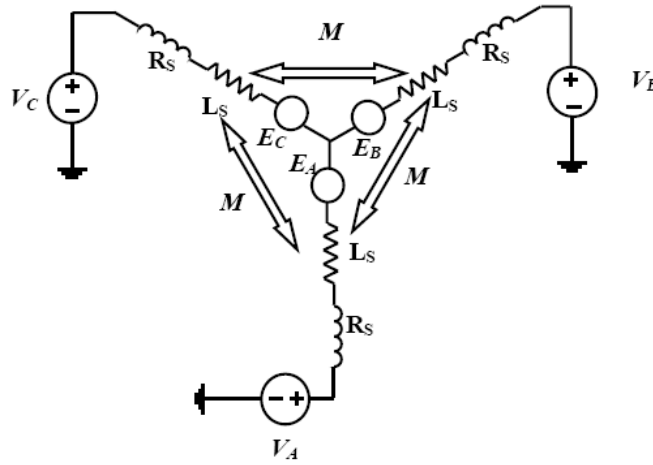
$$\vec{V} = [R] \vec{I} + \frac{d}{dt} ([L] \vec{I}) + \frac{d\vec{\varphi}_M}{dt} \quad (1.7)$$

$$\vec{E} = \frac{d\vec{\varphi}_M}{dt} \quad (1.8)$$

$E$  : représente la force électromotrice. Ainsi, plus  $E$  est grande, plus la tension aux bornes de  $R$  diminue et plus le courant (le couple) par phase diminue.

Pour un enroulement triphasé symétrique et un système équilibré (fig. 1.7), le vecteur des tensions aux bornes des trois phases est donné par :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1.9)$$



**Fig. 1.7** : Modèle électrique simplifié du moteur BLDC.

La position électrique  $\theta$  du rotor se déduit directement de la position mécanique du rotor  $\theta_r$  (mesurée par le capteur) par:

$$\theta = P\theta_r \quad (1.10)$$

$P$  : est le nombre de paires de pôles du moteur, par conséquent, l'expression de la vitesse électrique est donnée par :

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = p \frac{d\theta_r}{dt} = p\omega_r \quad (1.11)$$

Les inductances et les mutuelles sont constantes pour les aimants permanents montés sur la surface du rotor cylindrique, lorsque les enroulements sont symétriques, les inductances propres sont identiques :

$$L_{aa} = L_{bb} = L_{cc} = L \quad (1.12)$$

Et les inductances mutuelles sont également identiques :

$$L_{ab} = L_{ba} = L_{ac} = L_{ca} = L_{bc} = L_{cb} = M \quad (1.13)$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L & M & M \\ M & L & M \\ M & M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Puisque les enroulements du stator sont couplés en étoile, la somme des trois courants de phase est nulle :

$$i_a + i_b + i_c = 0 \tag{1.15}$$

Alors :

$$i_a + i_b = -i_c \tag{1.16}$$

Par conséquent, la tension prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L - M & 0 & 0 \\ 0 & L - M & 0 \\ 0 & 0 & L - M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

$e_a = f_a(\theta)k_e \omega_r$  la force électromotrice de la phase  $a$

$e_b = f_b(\theta)k_e \omega_r$  la force électromotrice de la phase  $b$

$e_c = f_c(\theta)k_e \omega_r$  la force électromotrice de la phase  $c$

$$\tag{1.18}$$

Avec :

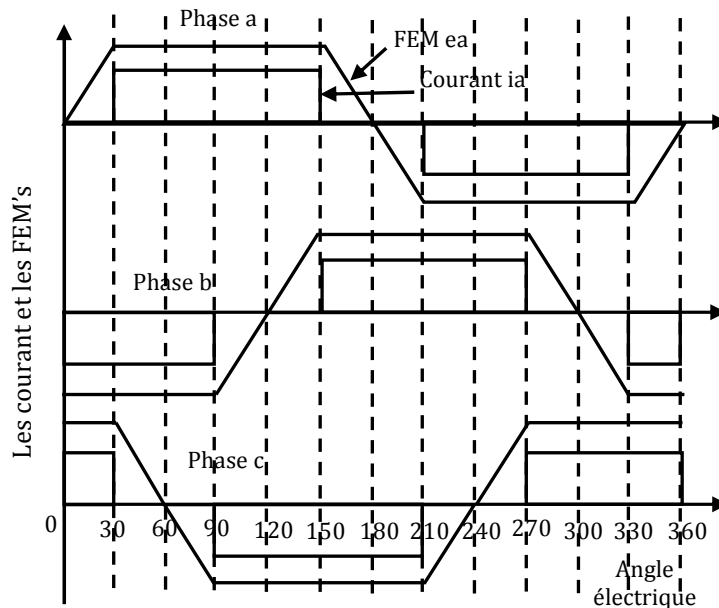
$k_e$  est le coefficient de la force électromotrice,  $f_a(\theta)$ ,  $f_b(\theta)$  et  $f_c(\theta)$  sont des fonctions dépendant uniquement de la position du rotor [16] [17] [18] [7].

### 1.3.2 La Force Électromotrice

La force électromotrice induite est déterminée par la position angulaire de l'aimant, c'est à dire du rotor, il est très important de remarquer que la valeur crête de la FEM est directement proportionnelle à la vitesse angulaire instantanée du rotor :

$$E_p = k_e \omega_r \tag{1.19}$$

Les fonctions des forces électromotrices FEMs sont supposées de formes trapézoïdales et le courant de phase commence à 30° (angle électrique). Les formes typiques des FEMs induites et des courants dans les trois phases sont illustrées par la figure 1.8 [19] :



**Fig. 1.8** : Formes typiques des courants et des FEMs [20] [21] [22].

### 1.3.3 L'Équation Mécanique du Mouvement

#### 1.3.3.1 Vitesse du Moteur

Le modèle mécanique du moteur BLDC (fig. 1.9) est donné par l'équation 1.20 :

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = C_e - f\omega_r - C_r \tag{1.20}$$

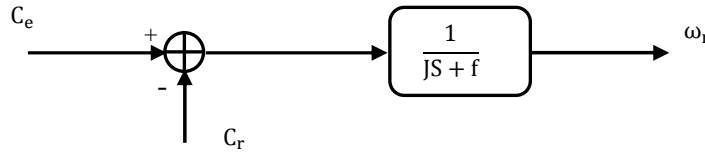


Fig. 1.9 : Modèle linéaire mécanique.

Ou :

$\omega_r$  : est la vitesse angulaire en *rad/s* ;

$C_e$  : est le couple électromagnétique développé en *N/m* ;

$C_r$  : est le couple de charge en *N/m* ;

$f$  : est le coefficient de frottement en *N. (m/rad). s<sup>-1</sup>* [2] [3].

#### 1.3.3.2 Couple Électromagnétique

Le couple produit dans le moteur BLDC est du à l'alignement des aimants. L'alignement des aimants se fait à la position où la force électromotrice est nulle [2]. Pour obtenir un couple dans le moteur BLDC il est nécessaire de fournir un courant dans les phases au moment où la force électromotrice est présente sa partie plate. Le couple électromagnétique développé par le moteur BLDC est donné par :

$$C_e = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\omega_r} \tag{1.21}$$

### 1.4 Modèle de l'ensemble Machine-Commutateur Electronique

#### 1.4.1 Mode Moteur

A partir des équations mécaniques et électriques de la machine triphasée (fig. 1.10) que nous avons développée dans le paragraphe précédent, nous avons calculé le modèle de l'ensemble machine BLDC commutateur électronique pour les deux sens de rotation (direct et inverse) [3] [23] [24].

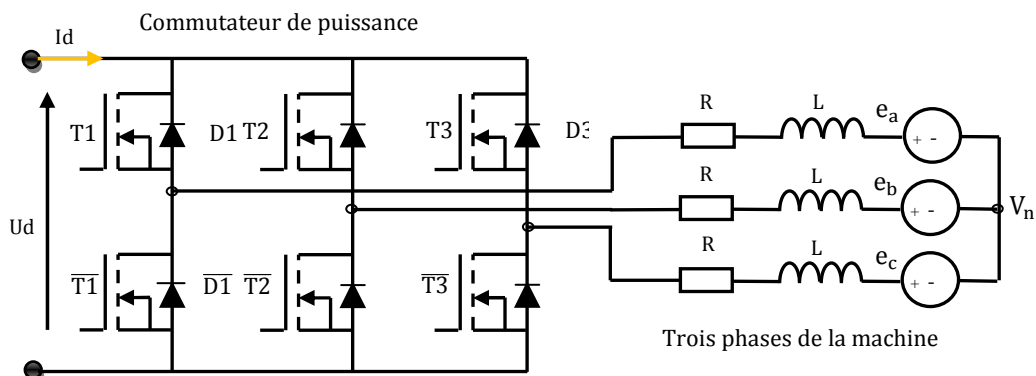


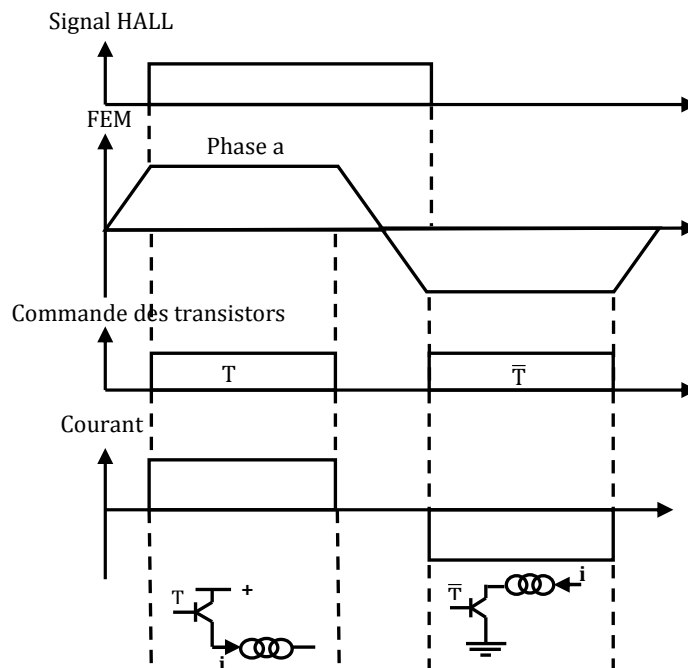
Fig. 1.10 : Ensemble moteur-commutateur.

Nous supposons que :

- les trois phases du moteur sont entièrement symétriques et produisent des FEMs induites périodiques de formes trapézoïdales ;
- les paramètres du moteur sont constants ;
- le temps de commutation entre les phases est séparé avec  $60^\circ$  électrique ;
- le circuit magnétique est linéaire (absence de saturation) ;
- les six transistors  $T1, T2, T3$  et  $\overline{T1}, \overline{T2}, \overline{T3}$  ont des caractéristiques identiques, Dans l'état "OFF" ils sont modélisés comme des impédances infinies et dans l'état "ON" ils sont représentés respectivement par une tension de seuil  $v_T$  en série avec une résistance dynamique  $r_T$ . De même, on suppose qu'en direct les diodes  $D1, D2, D3$  et  $\overline{D1}, \overline{D2}, \overline{D3}$  ont une tension de seuil  $v_D$  en série avec une résistance dynamique  $r_D$ .

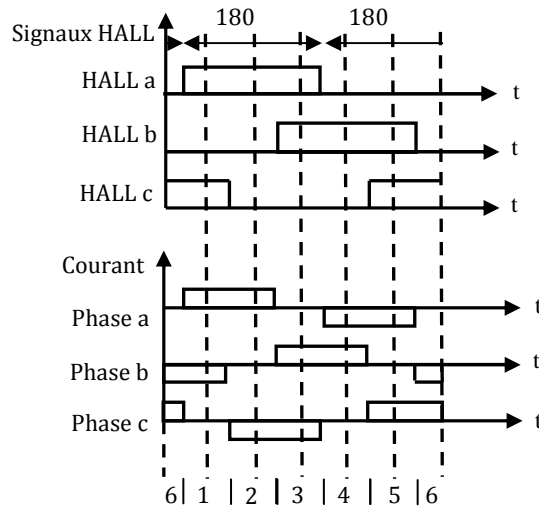
### a. Modèle du moteur BLDC Pour le Fonctionnement dans le Sens de Rotation Direct

Pour le développement de ce modèle, il faut déterminer les signaux de commande des transistors. Lorsque l'aimant permanent est en rotation, il va créer des FEMs dans les phases du stator, les FEMs sont supposées de forme trapézoïdale. On sait que le signe de la FEM dépend essentiellement du flux magnétique et du sens de rotation du rotor. Il reste à agir sur les courants pour imposer le régime de fonctionnement. On impose alors un courant de même sens que la FEM de cette phase et au moment où la FEM présente sa partie plate (fig. 1.11) ; ce qui assure le fonctionnement moteur. Ce courant est obtenu par la commande adéquate des transistors. [2].



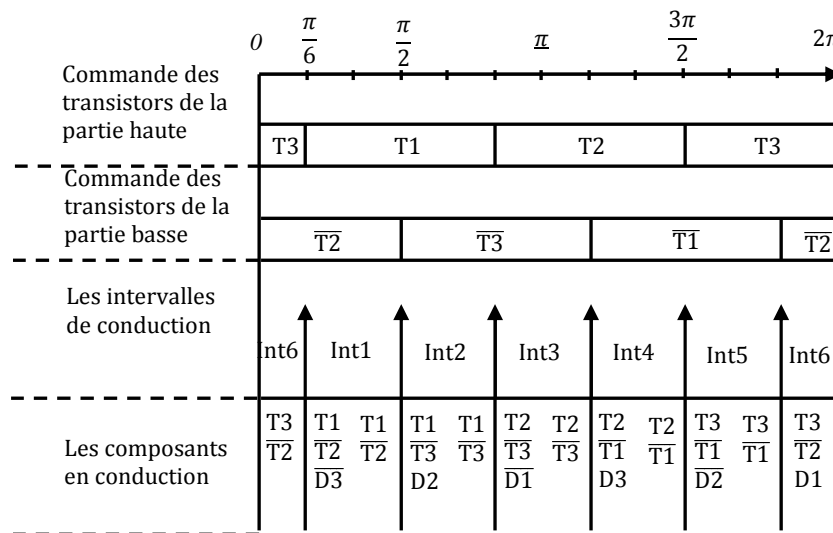
**Fig. 1.11** : Méthode d'élaboration des signaux de commande des transistors [25].

Dans un moteur BLDC les séquences d'alimentation du commutateur dépendent du sens de rotation du moteur. Ce qui permet de donner deux modèles différents, aussi dans cette partie on détaille le modèle pour le sens de rotation direct. Dans la commande à  $120^\circ$  électrique, seulement deux phases du moteur sont alimentées durant un intervalle de  $60^\circ$  électrique (fig. 1.12).



**Fig. 1.12 :** Signaux à effet hall pour le sens direct [23] [24] [26].

On suppose que la position est détectée par des capteurs à effet hall avec une résolution de 60° électrique. On peut alors distinguer six intervalles dont chacun peut se diviser en deux sous intervalles selon la conduction ou non de la diode de roue libre correspondante comme le montre la figure 1.13 :



**Fig. 1.13 :** Signaux des transistors pour le sens direct [23] [24].

La séquence des phases alimentées sur une période est donnée au tableau 1.1 :

intervalles	$(0 \rightarrow \frac{\pi}{6})$ et $(\frac{11\pi}{6} \rightarrow 2\pi)$	$(\frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{\pi}{2})$	$(\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{5\pi}{6})$	$(\frac{5\pi}{6} \rightarrow \frac{7\pi}{6})$	$(\frac{7\pi}{6} \rightarrow \frac{3\pi}{2})$	$(\frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{11\pi}{6})$
phases excitées	<i>cb</i>	<i>ab</i>	<i>ca</i>	<i>cb</i>	<i>ab</i>	<i>ca</i>

**Tableau 1.1 :** Séquence des phases allumées sur une période.

### a.1 Expressions des Forces Electromotrices

Les expressions des FEMs des phases peuvent être déduites de la figure 1.8, et elles sont exprimées dans le tableau 1.2 :

Angle ( $\theta$ )	FEM $e_a$	FEM $e_b$	FEM $e_c$
$(0 \rightarrow \frac{\pi}{6})$	$(6E_p/\pi)\theta$	$-E_p$	$E_p$
$(\frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{\pi}{2})$	$E_p$	$-E_p$	$-(6E_p/\pi)\theta + 2E_p$
$(\frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{5\pi}{6})$	$E_p$	$(6E_p/\pi)\theta - 4E_p$	$-E_p$
$(\frac{5\pi}{6} \rightarrow \frac{7\pi}{6})$	$-(6E_p/\pi)\theta + 6E_p$	$E_p$	$-E_p$
$(\frac{7\pi}{6} \rightarrow \frac{3\pi}{2})$	$-E_p$	$E_p$	$(6E_p/\pi)\theta - 8E_p$
$(\frac{3\pi}{2} \rightarrow \frac{11\pi}{6})$	$-E_p$	$-(6E_p/\pi)\theta + 10E_p$	$E_p$
$(\frac{11\pi}{6} \rightarrow 2\pi)$	$(6E_p/\pi)\theta - 12E_p$	$-E_p$	$E_p$

**Tableau 1.2** : Expressions des FEMs des 3 phases  $e_a, e_b, e_c$  sur une période [2].

Les trois tensions de phase du moteur BLDC sont :

$$\begin{cases} V_a = R i_a + L \frac{di_a}{dt} + M \left( \frac{di_b}{dt} + \frac{di_c}{dt} \right) + e_a \\ V_b = R i_b + L \frac{di_b}{dt} + M \left( \frac{di_a}{dt} + \frac{di_c}{dt} \right) + e_b \\ V_c = R i_c + L \frac{di_c}{dt} + M \left( \frac{di_a}{dt} + \frac{di_b}{dt} \right) + e_c \end{cases} \quad (1.22)$$

Du fait que le neutre du récepteur est isolé on a :

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (1.23)$$

Donc :

$$\begin{cases} \left( \frac{di_b}{dt} + \frac{di_c}{dt} \right) = -\frac{di_a}{dt} \\ \left( \frac{di_a}{dt} + \frac{di_c}{dt} \right) = -\frac{di_b}{dt} \\ \left( \frac{di_a}{dt} + \frac{di_b}{dt} \right) = -\frac{di_c}{dt} \end{cases} \quad (1.24)$$

Alors :

$$\begin{cases} V_a = R i_a + (L - M) \frac{di_a}{dt} + e_a \\ V_b = R i_b + (L - M) \frac{di_b}{dt} + e_b \\ V_c = R i_c + (L - M) \frac{di_c}{dt} + e_c \end{cases} \quad (1.25)$$

On applique la loi des mailles pour obtenir les équations des courants dans les trois phases [10].

- **Sous intervalle 1** : le courant principal  $i_d$  circule dans les deux phases excitées à travers les deux transistors allumés, un courant temporaire circule dans la troisième phase à travers un des deux transistors et la diode de roue libre conductrice.
- **Sous intervalle 2** : le courant  $i_d$  circule dans les deux phases excitées, la diode est bloquée, et le courant s'annule dans la troisième phase.

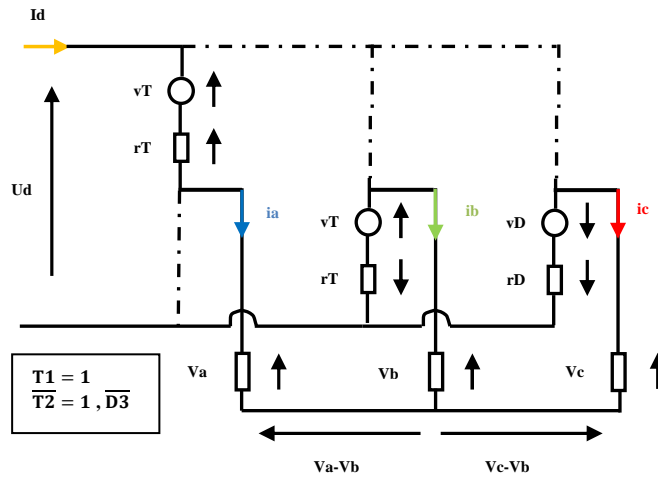
Il est évident que le deuxième sous intervalle est de durée plus longue.

## a.2 Expressions des Courants de Phase

### a.2.1 Intervalle 1 : $\left(\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$

#### a.2.1.1 Sous Intervalle 1 : $\left(\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}\right)$

Le chemin principal du courant est à travers les phases  $a$  et  $b$  via les deux transistors  $T1$  et  $T2$ , l'autre chemin est à travers les phases  $c$  et  $b$  via le transistor  $T2$  et la diode  $D3$ . Cela est indiqué par la figure 1.14 :



**Fig. 1.14** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

A partir de la figure 1.14, on applique la loi des mailles pour les deux chemins on a :

$$\begin{cases} V_a - V_b + r_T i_a + v_T - u_d - r_T i_b + v_T = 0 \\ V_c - V_b + v_D + r_D i_c - r_T i_b + v_T = 0 \end{cases} \quad (1.26)$$

On remplace  $i_b$  par  $(-i_a - i_c)$  et  $V_a, V_b$  et  $V_c$  par leur expression 1.25 ce qui donne :

$$\begin{cases} 2R i_a + R i_c + (L - M) \left(2 \frac{di_a}{dt} + \frac{di_c}{dt}\right) + e_a - e_b + 2r_T i_a + 2v_T - u_d + r_T i_a = 0 \\ R i_a + 2R i_c + (L - M) \left(\frac{di_a}{dt} + 2 \frac{di_c}{dt}\right) + e_c - e_b + v_D + r_D i_c + r_T i_c + r_T i_a + v_T = 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

Donc :

$$\begin{cases} \left(2 \frac{di_a}{dt} + \frac{di_c}{dt}\right) = \frac{1}{(L - M)} [u_d - 2v_T - e_a + e_b - 2(R + r_T)i_a - (R + r_T)i_c] \\ \left(\frac{di_a}{dt} + 2 \frac{di_c}{dt}\right) = \frac{1}{(L - M)} [-v_T - v_D + e_b - e_c - (R + r_T)i_a - (2R + r_T + r_D)i_c] \end{cases} \quad (1.28)$$

Le système 1.28 peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{(L-M)} \begin{bmatrix} u_d - 2v_T - e_a + e_b - 2(R+r_T)i_a - (R+r_T)i_c \\ -v_T - v_D + e_b - e_c - (R+r_T)i_a - (2R+r_T+r_D)i_c \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Ce qui conduit à la forme résolue suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{(L-M)} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_d - 2v_T - e_a + e_b - 2(R+r_T)i_a - (R+r_T)i_c \\ -v_T - v_D + e_b - e_c - (R+r_T)i_a - (2R+r_T+r_D)i_c \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

Donc, les équations de courants dans les trois phases pour ce sous intervalle sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d - 3v_T - v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_T)i_a + (r_D - r_T)i_c] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D + e_a + e_b - 2e_c - (3R+r_T+2r_D)i_c] \\ i_b = (-i_a - i_c) \end{cases} \quad (1.31)$$

**Remarque :** comme le récepteur dans tous les premiers sous intervalles est triphasé équilibré à neutre isolé alors le vecteur  $V = [V_a \ V_b \ V_c]^T$  peut se calculer par la relation suivante :

$$V = M_c \times S \times u_d \quad (1.32)$$

Où  $S = [S_a \ S_b \ S_c]^T$  désigne les états des bras. [23] [24] (1.33)

$$M_c = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ désigne la matrice de transfert de l'onduleur.} \quad (1.34)$$

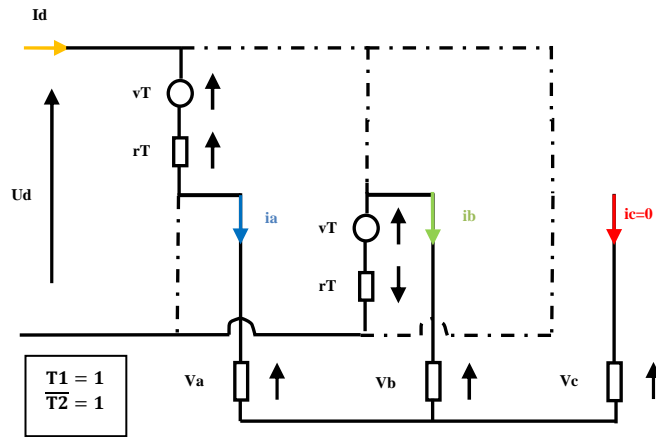
- Si la phase  $j = (a, b, c)$  est branchée à un transistor ou à une diode de la partie supérieure, alors  $S_j = 1$ .
- Si la phase  $j$  est branchée à un transistor ou à une diode de la partie inférieure, alors  $S_j = 0$ .

Et pour ce cas, la phase 1 est branchée au transistor  $T1$  donc :

$$S^T = [1 \ 0 \ 0] \text{ et } V = \left[ \frac{2}{3}u_d \quad -\frac{1}{3}u_d \quad -\frac{1}{3}u_d \right]^T \quad (1.35)$$

### a.2.1.2 Sous Intervalle 2 : $\left(\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$

La phase  $c$  est débranchée ( $i_c = 0$ ) et la diode de roue libre  $\overline{D3}$  est bloquée. Dans ce cas on a seulement le chemin principal, c'est-à-dire le courant passe seulement à travers les 2 phases  $a$  et  $b$  comme il est indiqué sur la figure 1.15 :



**Fig. 1.15** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

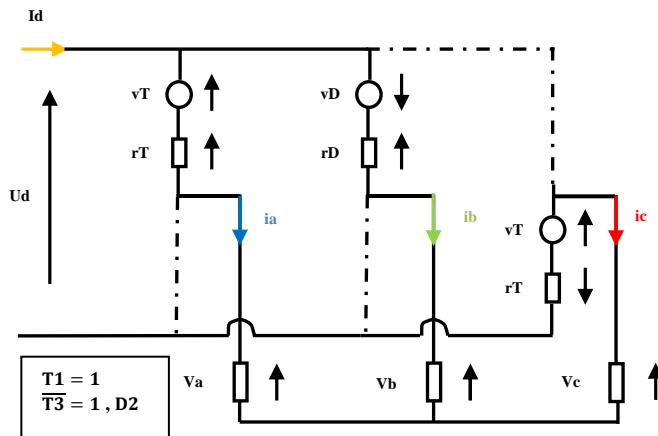
Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T - e_a + e_b - 2(R+r_T)i_a] \\ i_b = (-i_a) \\ i_c = 0 \end{cases} \quad (1.36)$$

Les mêmes étapes sont appliquées pour déterminer les courants et les tensions des phases **POUR LES AUTRES INTERVALLES DE FONCTIONNEMENT :**

**a.2.2 Intervalle 2 :**  $\left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6}\right)$

**a.2.2.1 Sous Intervalle 1 :**  $\left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T1, \overline{T3}, D2)$ )



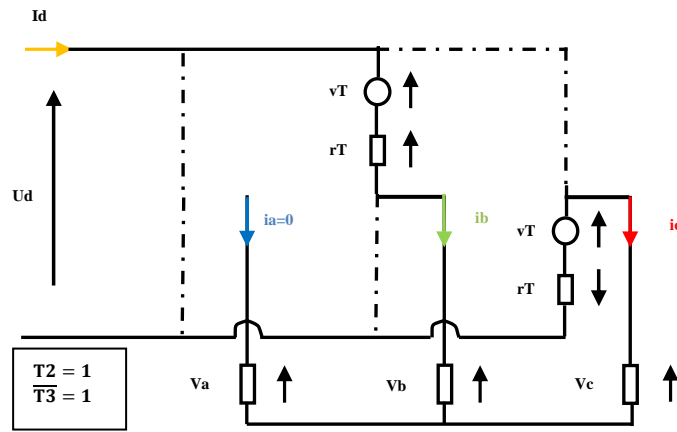
**Fig. 1.16** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations de courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d - 3v_T - v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_T)i_a + (r_D - r_T)i_b] \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D + e_a - 2e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_b] \\ i_c = (-i_a - i_b) \end{cases} \quad (1.37)$$

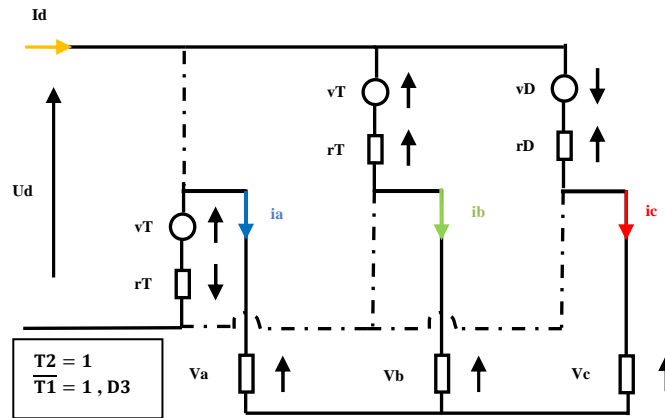
$$\text{Donc : } S^T = [1 \quad 1 \quad 0] \text{ et } V = \left[ \frac{1}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \quad -\frac{2}{3}u_d \right]^T \quad (1.38) \text{ et } (1.39)$$



**a.2.3.2 Sous Intervalle 2 :  $(\pi \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6}) (i_a = 0)$** 

**Fig. 1.19** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

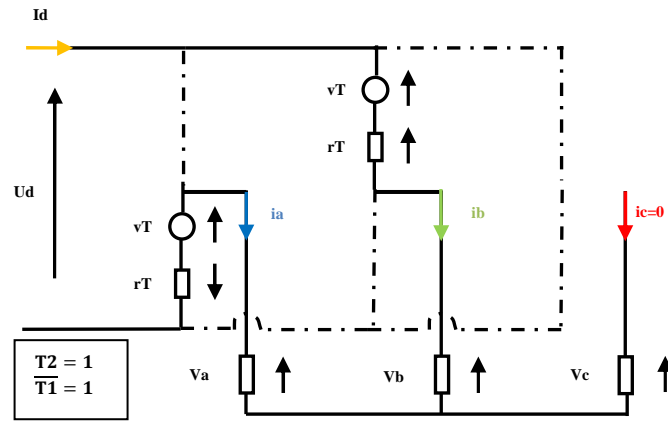
$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T - e_b + e_c - 2(R+r_T)i_b] \\ i_a = 0 \\ i_c = -i_b \end{cases} \quad (1.43)$$

**a.2.4 Intervalle 4 :  $(\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2})$** 
**a.2.4.1 Sous Intervalle 1 :  $(\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3})$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T2, \overline{T1}, D3)$ )**

**Fig. 1.20** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

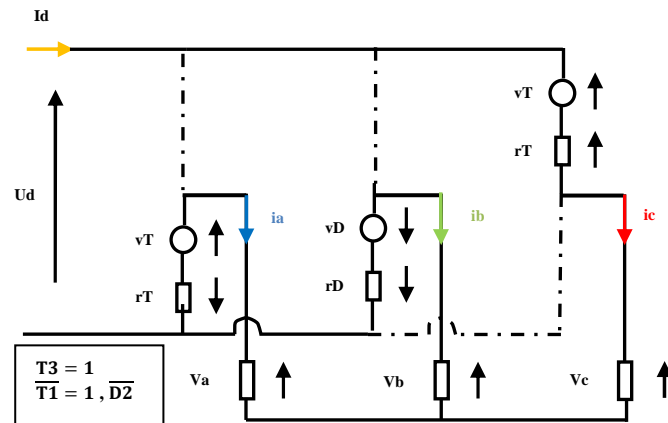
$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d - 3v_T - v_D + e_a - 2e_b + e_c - 3(R+r_T)i_b + (r_D - r_T)i_c] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D - 2e_a + e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_c] \\ i_a = (-i_b - i_c) \end{cases} \quad (1.44)$$

$$\text{Donc : } S^T = [0 \quad 1 \quad 1] \text{ et } V = \left[ -\frac{2}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \right]^T \quad (1.45)$$

**a.2.4.2 Sous Intervalle 2 :  $\left(\frac{4\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}\right) (i_c = 0)$** 

**Fig. 1.21** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

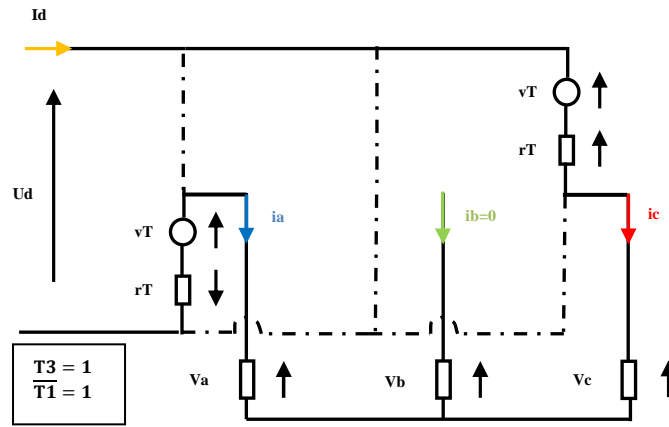
$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T + e_a - e_b - 2(R+r_T)i_b] \\ i_a = (-i_b) \\ i_c = 0 \end{cases} \quad (1.46)$$

**a.2.5 Intervalle 5 :  $\left(\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6}\right)$** 
**a.2.5.1 Sous Intervalle 1 :  $\left(\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{3}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T3, \overline{T1}, \overline{D2})$ )**

**Fig. 1.22** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

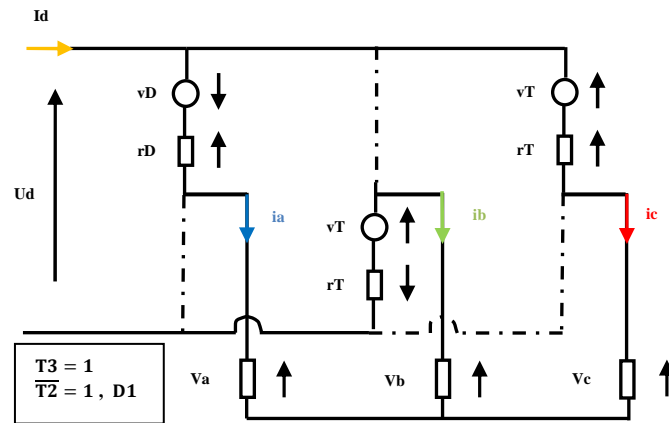
$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D + e_a - 2e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_b] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d - 3v_T + v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_T)i_c + (r_D-r_T)i_b] \\ i_a = (-i_b - i_c) \end{cases} \quad (1.47)$$

$$\text{Donc : } S^T = [0 \quad 0 \quad 1] \text{ et } V = \left[ -\frac{1}{3}u_d \quad -\frac{1}{3}u_d \quad \frac{2}{3}u_d \right]^T \quad (1.48)$$

**a.2.5.2 Sous Intervalle 2** :  $\left(\frac{5\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6}\right) (i_b = 0)$ 

**Fig. 1.23** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T + e_a - e_c - 2(R+r_T)i_c] \\ i_a = (-i_c) \\ i_b = 0 \end{cases} \quad (1.49)$$

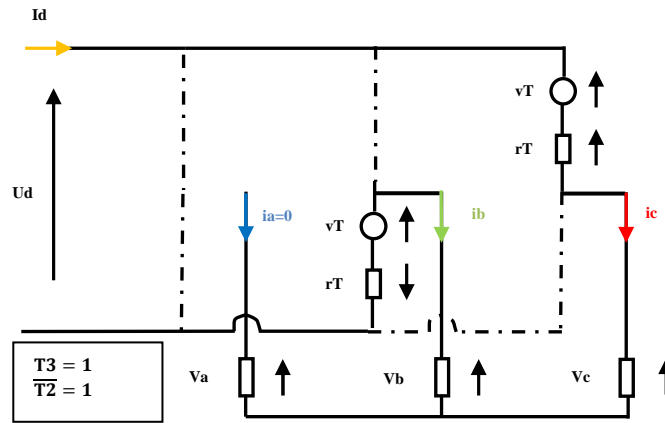
**a.2.6 Intervalle 6** :  $\left(\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq 2\pi\right) + \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}\right)$ 
**a.2.6.1 Sous Intervalle 1** :  $\left(\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq 2\pi\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T3, \overline{T2}, D1)$ )

**Fig. 1.24** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D - 2e_a + e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_a] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d - 3v_T - v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_T)i_c + (r_D-r_T)i_a] \\ i_b = (-i_a - i_c) \end{cases} \quad (1.50)$$

$$\text{Donc : } S^T = [1 \quad 0 \quad 1] \text{ et } V = \left[ \frac{1}{3}u_d \quad -\frac{2}{3}u_d \quad -\frac{1}{3}u_d \right]^T \quad (1.51)$$

**a.2.6.2 Sous Intervalle 2 :  $(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}) (i_a = 0)$**



**Fig. 1.25** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

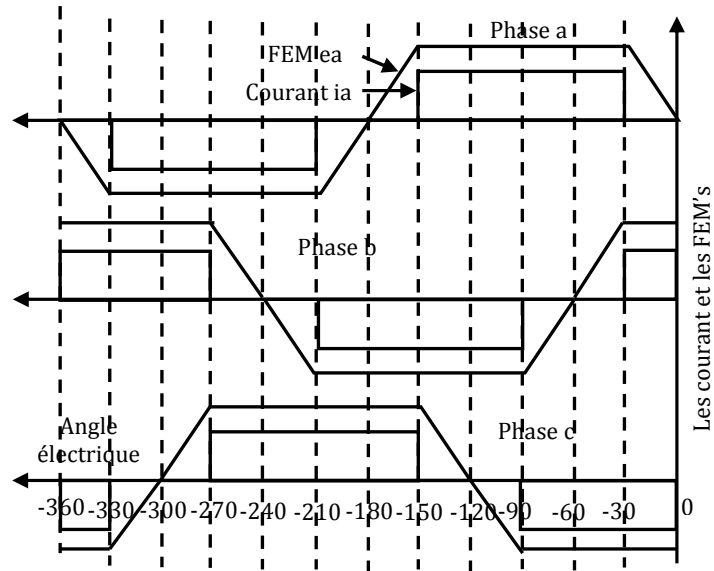
$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2(L - M)} [u_d - 2 v_T + e_b - e_c - 2 (R + r_T) i_c] \\ i_b = (-i_c) \\ i_a = 0 \end{cases} \tag{1.52}$$

**b. Modèle du BLDC pour le Fonctionnement dans le Sens de Rotation Inverse**

Comme la plupart des applications du moteur BLDC exigent que le mouvement se passe dans les deux sens (direct et inverse) et d'autre part le sens inverse s'obtient en inversant la séquence d'allumage des transistors du commutateur, alors le modèle précédent (modèle pour sens de rotation direct) ne sera pas valable pour la simulation en sens inverse. Il faut donc procéder de la même façon que précédemment mais cette fois en inversant la séquence pour déterminer le modèle valable pour ce sens.

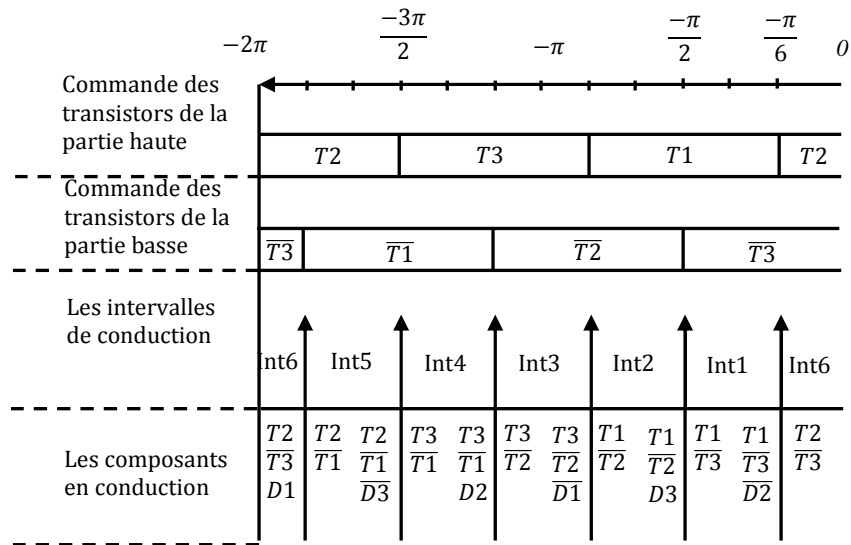
**b.1 Expressions des Forces Electromotrices**

Les formes des FEMs pour le fonctionnement dans le sens de rotation inverse sont représentées par la figure 1.26 :



**Fig. 1.26** : Formes des FEM et des courants typiques dans les trois phases.

A partir de la figure 1.26, les signaux de commande des transistors et les intervalles de conduction des phases sont illustrés sur la figure 1.27, et les expressions des forces électromotrices FEMs sont données au tableau 1.3 :



**Fig. 1.27** : Séquence d'allumage inverse des transistors du commutateur.

ANGLE ( $\theta$ )	FEM $e_a$	FEM $e_b$	FEM $e_c$
$(-2\pi \leq \theta \leq -\frac{11\pi}{6})$	$(6E_p/\pi)\theta$	$-E_p$	$E_p$
$(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{6})$	$-E_p$	$-(6E_p/\pi)\theta - 2E_p$	$E_p$
$(-\frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{2})$	$-E_p$	$E_p$	$(6E_p/\pi)\theta + 4E_p$
$(-\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{5\pi}{6})$	$-(6E_p/\pi)\theta - 6E_p$	$E_p$	$-E_p$
$(-\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq -\frac{7\pi}{6})$	$E_p$	$(6E_p/\pi)\theta + 8E_p$	$-E_p$
$(-\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{3\pi}{2})$	$E_p$	$-E_p$	$-(6E_p/\pi)\theta - 10E_p$
$(-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq 0)$	$(6E_p/\pi)\theta + 12E_p$	$-E_p$	$E_p$

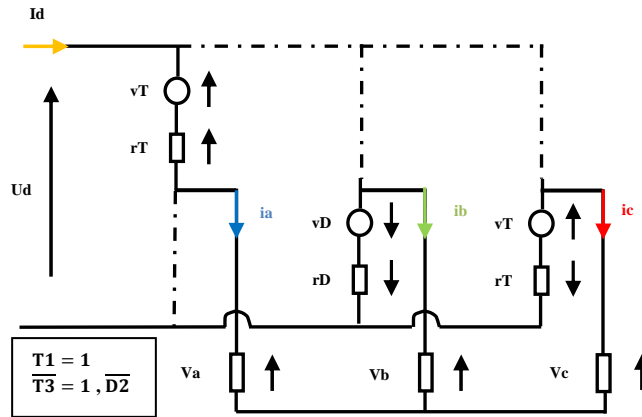
**Tableau 1.3** : Expressions des différentes FEM's durant les six intervalles.

On remarque que la partie négative de la force électromotrice FEM (fig. 1.26) correspondant à  $E_p$  dans le tableau 1.3 et non pas à  $-E_p$ , ceci est normale car la vitesse cette fois est négative et  $E_p = k_e \omega_r$ .

## b.2 Expressions des Courants de Phase

### b.2.1 Intervalle 1 : $(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{6})$

#### b.2.1.1 Sous Intervalle 1 : $(-\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{6})$ (les composants qui fonctionnent sont $(T1, \overline{T3}, \overline{D2})$ )

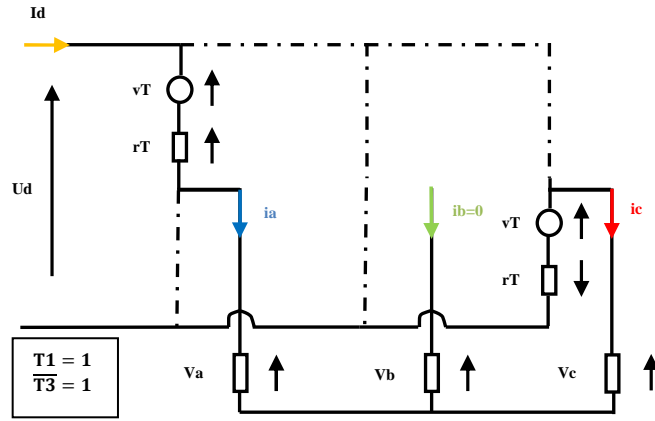


**Fig. 1.28** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d - 3v_T + v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_T)i_a + (r_D - r_T)i_b] \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D + e_a - 2e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_b] \\ i_c = (-i_a - i_b) \end{cases} \quad (1.53)$$

$$\text{Donc : } S^T = [1 \ 0 \ 0] \text{ et } V = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}u_d & -\frac{1}{3}u_d & -\frac{1}{3}u_d \end{bmatrix}^T \quad (1.54)$$

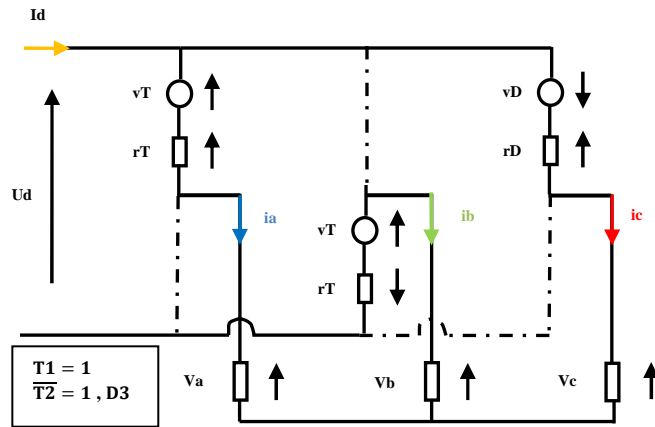
**b.2.1.2 Sous Intervalle 2** :  $\left(-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{3}\right) (i_b = 0)$ 

**Fig. 1.29** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T - e_a + e_c - 2(R+r_T)i_a] \\ i_c = (-i_a) \\ i_b = 0 \end{cases} \quad (1.55)$$

**b.2.2 Intervalle 2** :  $\left(-\frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{2}\right)$ 

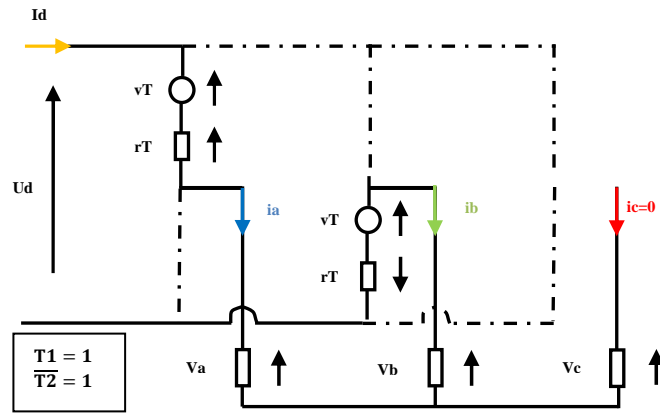
**b.2.2.1 Sous Intervalle 1** :  $\left(-\frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq -\frac{\pi}{2}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T1, \overline{T2}, D3)$ )


**Fig. 1.30** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d - 3v_T - v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_T)i_a + (r_D - r_T)i_c] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D + e_a + e_b - 2e_c - (3R+r_T+2r_D)i_c] \\ i_b = (-i_a - i_c) \end{cases} \quad (1.56)$$

$$\text{Donc : } S^T = [1 \quad 0 \quad 1] \text{ et } V = \left[ \frac{1}{3}u_d \quad -\frac{2}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \right]^T \quad (1.57)$$

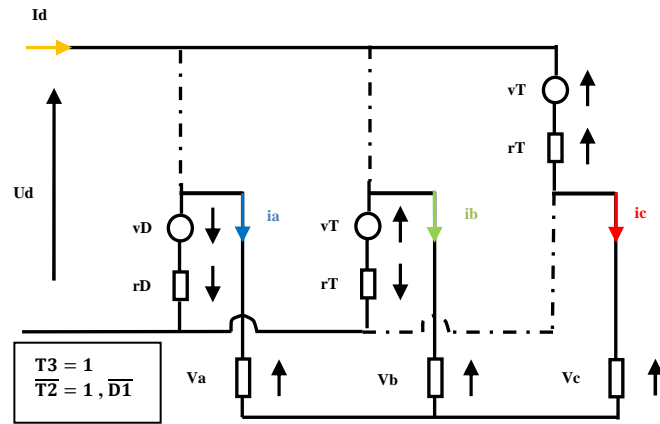
**b.2.2.2 Sous Intervalle 2 :**  $\left(-\frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{2\pi}{3}\right) (i_c = 0)$ 

**Fig. 1.31 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T - e_a + e_b - 2(R+r_T)i_a] \\ i_b = (-i_a) \\ i_c = 0 \end{cases} \quad (1.58)$$

**b.2.3 Intervalle 3 :**  $\left(-\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{5\pi}{6}\right)$ 

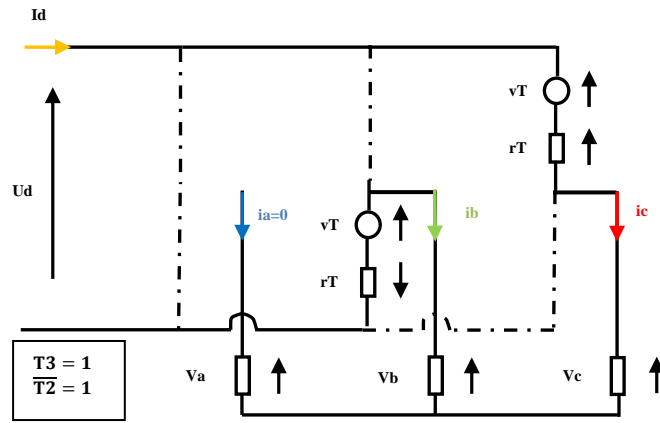
**b.2.3.1 Sous Intervalle 1 :**  $\left(-\pi \leq \theta \leq -\frac{5\pi}{6}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T3, \overline{T2}, \overline{D1})$ )


**Fig. 1.32 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

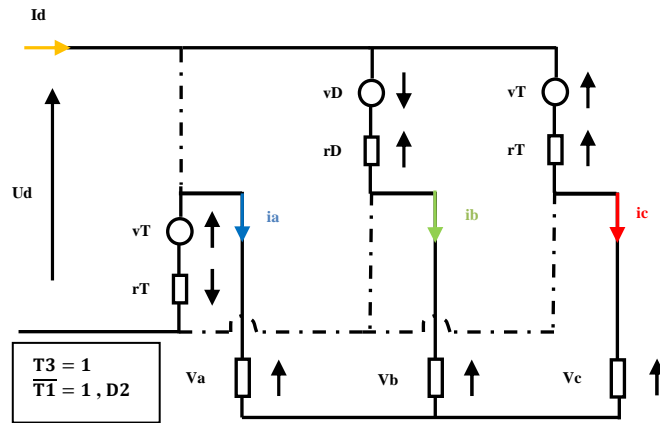
$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D - 2e_a + e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_a] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d - 3v_T + v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_T)i_c + (r_D-r_T)i_a] \\ i_b = (-i_a - i_c) \end{cases} \quad (1.59)$$

$$\text{Donc : } S^T = [1 \ 0 \ 0] \text{ et } V = \left[-\frac{1}{3}u_d \quad -\frac{1}{3}u_d \quad \frac{2}{3}u_d\right]^T \quad (1.60)$$

**b.2.3.2 Sous Intervalle 2 :  $(-\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq -\pi)$  ( $i_a = 0$ )**

**Fig. 1.33** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T + e_b - e_c - 2(R+r_T)i_c] \\ i_b = (-i_c) \\ i_a = 0 \end{cases} \quad (1.61)$$

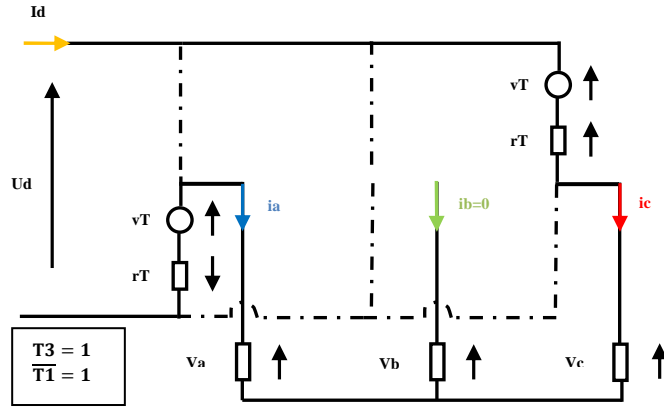
**b.2.4 Intervalle 4 :  $(-\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq -\frac{7\pi}{6})$** 
**b.2.4.1 Sous Intervalle 1 :  $(-\frac{4\pi}{3} \leq \theta \leq -\frac{7\pi}{6})$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T3, \overline{T1}, D2)$ )**

**Fig. 1.34** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D + e_a - 2e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_b] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d - 3v_T - v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_T)i_c + (r_D-r_T)i_b] \\ i_a = (-i_b - i_c) \end{cases} \quad (1.62)$$

$$\text{Donc : } S^T = [0 \quad 1 \quad 1] \text{ et } V = \left[ -\frac{2}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \right]^T \quad (1.63)$$

**b.2.4.2 Sous Intervalle 2 :  $(-\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq -\frac{4\pi}{3})$  ( $i_b = 0$ )**



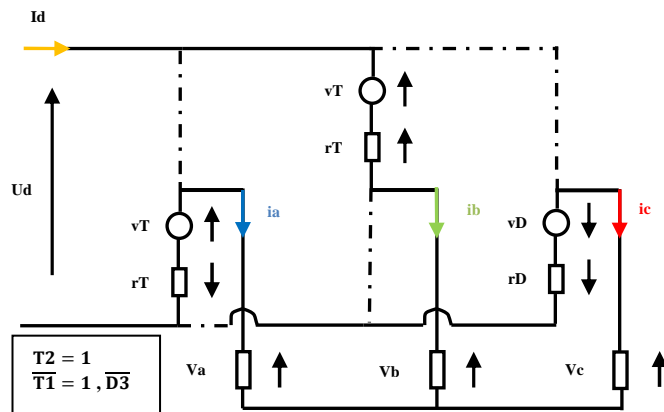
**Fig. 1.35** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T + e_a - e_c - 2(R+r_T)i_c] \\ i_a = (-i_c) \\ i_b = 0 \end{cases} \quad (1.64)$$

**b.2.5 Intervalle 5** :  $\left(-\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{3\pi}{2}\right)$

**b.2.5.1 Sous Intervalle 1** :  $\left(-\frac{5\pi}{3} \leq \theta \leq -\frac{3\pi}{2}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T2, \overline{T1}, \overline{D3})$ )



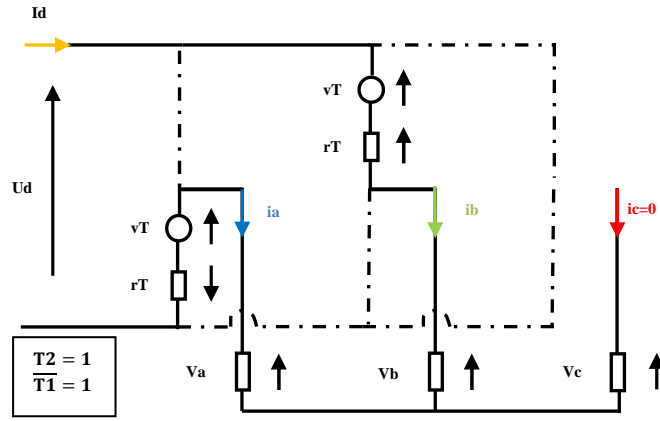
**Fig. 1.36** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d - 3v_T + v_D + e_a - 2e_b + e_c - 3(R+r_T)i_b + (r_D - r_T)i_c] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D + e_a + e_b - 2e_c - (3R+r_T+2r_D)i_c] \\ i_a = (-i_b - i_c) \end{cases} \quad (1.65)$$

$$\text{Donc : } S^T = [0 \quad 1 \quad 0] \text{ et } V = \left[-\frac{1}{3}u_d \quad \frac{2}{3}u_d \quad -\frac{1}{3}u_d\right]^T \quad (1.66)$$

**b.2.5.2 Sous Intervalle 2** :  $\left(-\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq -\frac{5\pi}{3}\right)$  ( $i_c = 0$ )



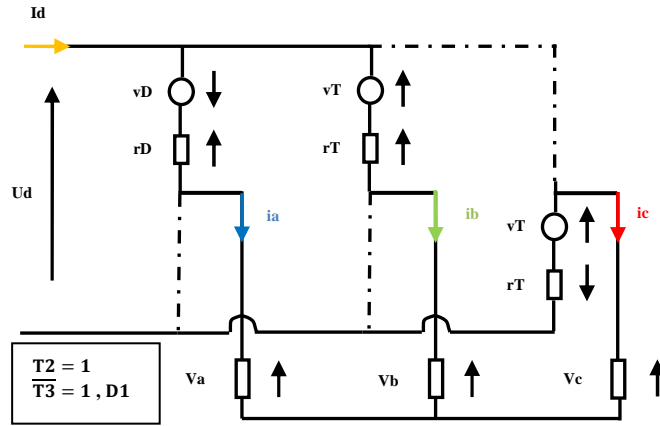
**Fig. 1.37** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d - 2v_T + e_a - e_b - 2(R+r_T)i_b] \\ i_a = (-i_b) \\ i_c = 0 \end{cases} \quad (1.67)$$

**b.2.6 Intervalle 6** :  $(-2\pi \leq \theta \leq -\frac{11\pi}{6}) + (-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq 0)$

**b.2.6.1 Sous Intervalle 1** :  $(-2\pi \leq \theta \leq -\frac{11\pi}{6})$  (les composants qui fonctionnent sont  $(T2, \overline{T3}, D1)$ )



**Fig. 1.38** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D - 2e_a + e_b + e_c - (3R+r_T+2r_D)i_a] \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d - 3v_T - v_D + e_a - 2e_b + e_c - 3(R+r_T)i_b + (r_D-r_T)i_a] \\ i_c = (-i_a - i_b) \end{cases} \quad (1.68)$$

$$\text{Donc : } S^T = [1 \quad 1 \quad 0] \text{ et } V = \left[ \frac{1}{3}u_d \quad \frac{1}{3}u_d \quad -\frac{2}{3}u_d \right]^T \quad (1.69)$$

**b.2.6.2 Sous Intervalle 2** :  $(-\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq 0)$  ( $i_a = 0$ )

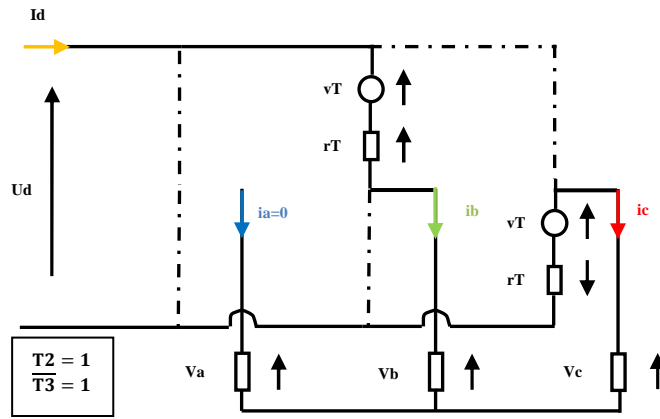


Fig. 1.39 : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{2(L - M)} [u_d - 2 v_T - e_b + e_c - 2 (R + r_T) i_b] \\ i_c = (-i_b) \\ i_a = 0 \end{cases} \quad (1.70)$$

### 1.4.2 Mode Génératrice

Dans le cas où il y a un freinage, alors le courant de retour dans les phases passe à travers les diodes de roue libre, donc le modèle (mode moteur) précédent ne sera pas valable.

Donc, dans cette partie nous déterminons le modèle lorsque la machine fonctionne en génératrice. Nous explicitons les équations des courants de phase dans le fonctionnement génératrice en exploitant la même méthode utilisée dans le fonctionnement en mode moteur.

A ce mode (mode génératrice), nous supposons que les diodes de roue libre à l'état "OFF" sont modélisées comme des impédances infinies et à l'état "ON" est représenté respectivement par une tension de seuil  $v_D$  en série avec une résistance dynamique  $r_D$ .

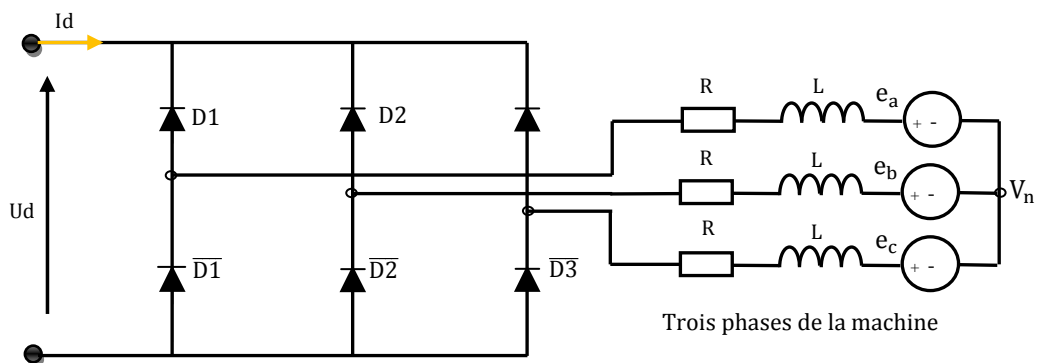
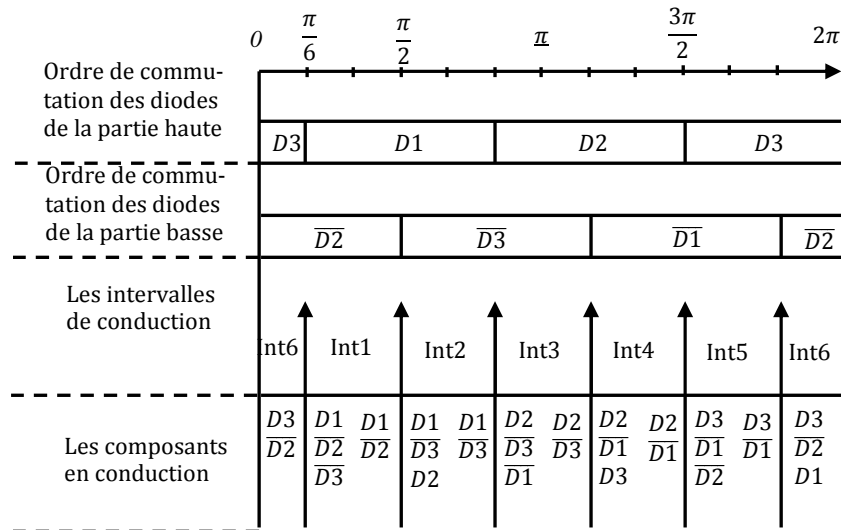
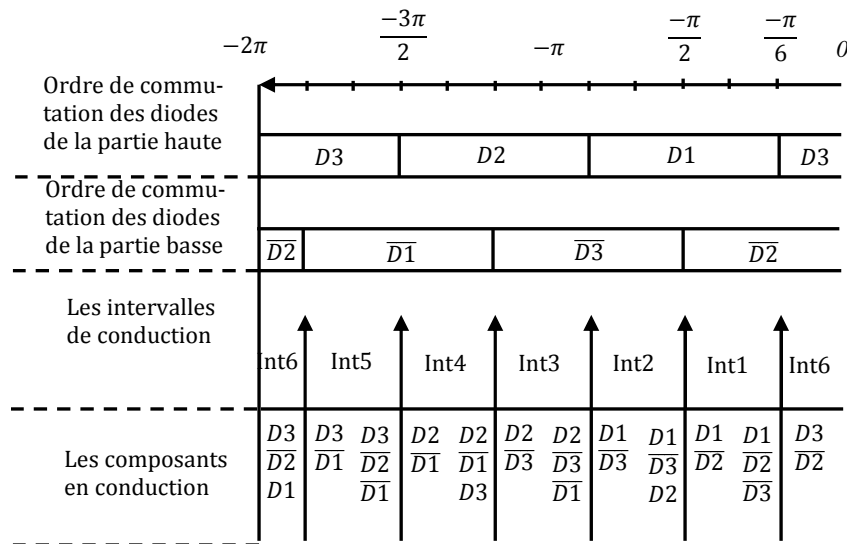


Fig. 1.40 : schéma équivalent lorsque on a mode de freinage.

Pour le développement de ce modèle, il faut déterminer l'ordre de commutation des diodes pour les deux sens de rotation qui sont données par les figures 1.41 et 1.42 :



**Fig. 1.41** : ordre de commutation des diodes pour le sens direct.



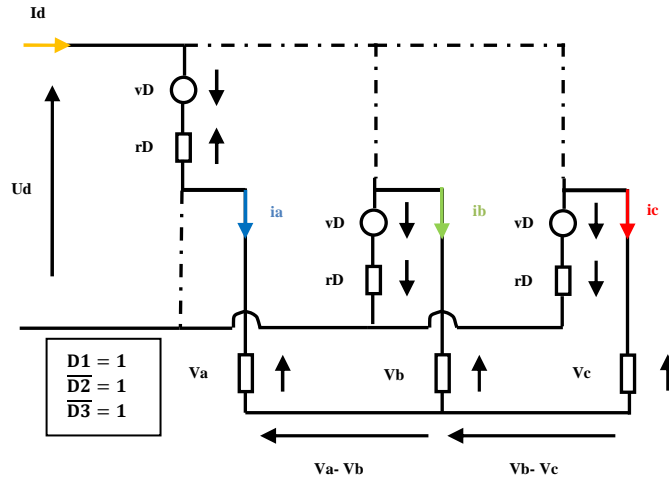
**Fig. 1.42** : ordre de commutation des diodes pour le sens inverse.

À partir de ces deux figures on a montré que les intervalles de conduction des diodes sont les mêmes pour les deux sens de rotation, donc, nous avons développé un seul modèle pour les deux sens.

### a. Modèle du BLDC pour le Fonctionnement dans le Sens de Rotation Direct ou Inverse

**a.1 Intervalle 1** :  $(\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$

**a.1.1 Sous Intervalle 1** :  $(\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3})$  (les composants qui fonctionnent sont  $(D1, \overline{D2}, \overline{D3})$ )

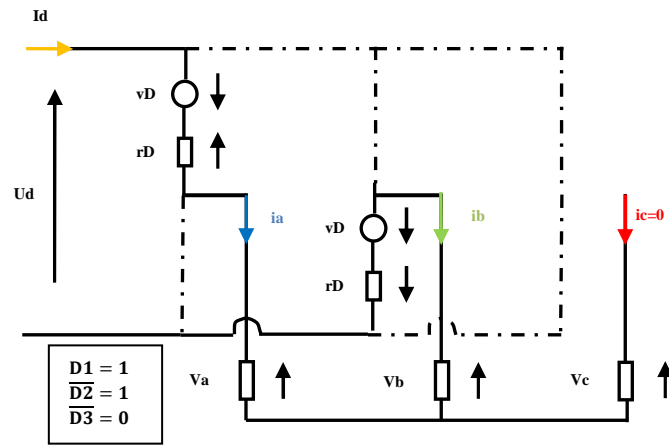


**Fig. 1.43** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d + 4v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_D)i_a] \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D + e_a - 2e_b + e_c - 3(R+r_D)i_b] \\ i_c = (-i_a - i_b) \end{cases} \quad (1.71)$$

**a.1.2 Sous Intervalle 2** :  $(\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2})$  ( $i_c = 0$ )



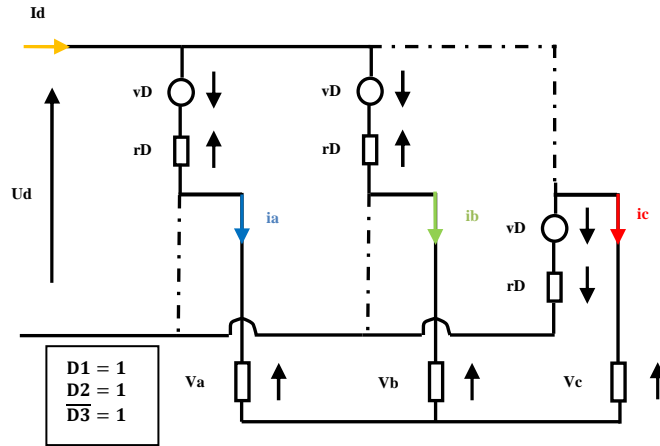
**Fig. 1.44** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d + 2v_D - e_a + e_b - 2(R+r_D)i_a] \\ i_b = (-i_a) \\ i_c = 0 \end{cases} \quad (1.72)$$

**a.2 Intervalle 2 :**  $\left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6}\right)$

**a.2.1 Sous Intervalle 1 :**  $\left(\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(D1, D2, \overline{D3})$ )

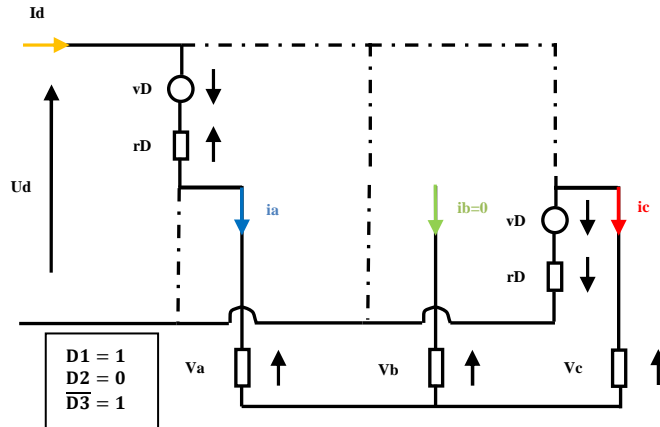


**Fig. 1.45 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_D)i_a] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-2u_d - 4v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_D)i_c] \\ i_b = (-i_a - i_c) \end{cases} \quad (1.73)$$

**a.2.2 Sous Intervalle 2 :**  $\left(\frac{2\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6}\right)$  ( $i_b = 0$ )



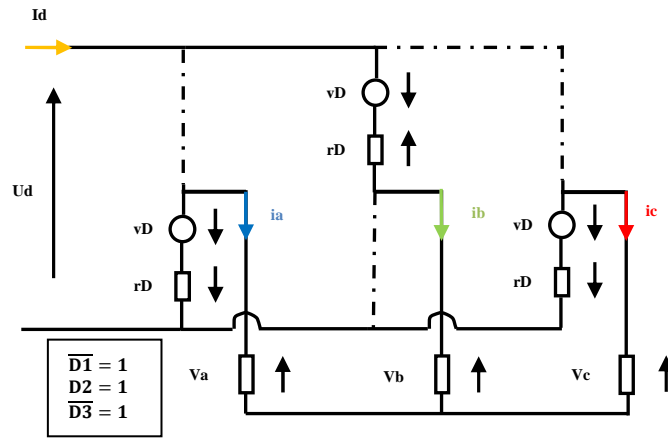
**Fig. 1.46 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d + 2v_D - e_a + e_c - 2(R+r_D)i_a] \\ i_c = (-i_a) \\ i_b = 0 \end{cases} \quad (1.74)$$

### a.3 Intervalle 3 : $\left(\frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6}\right)$

#### a.3.1 Sous Intervalle 1 : $\left(\frac{5\pi}{6} \leq \theta \leq \pi\right)$ (les composants qui fonctionnent sont $(\overline{D1}, D2, \overline{D3})$ )

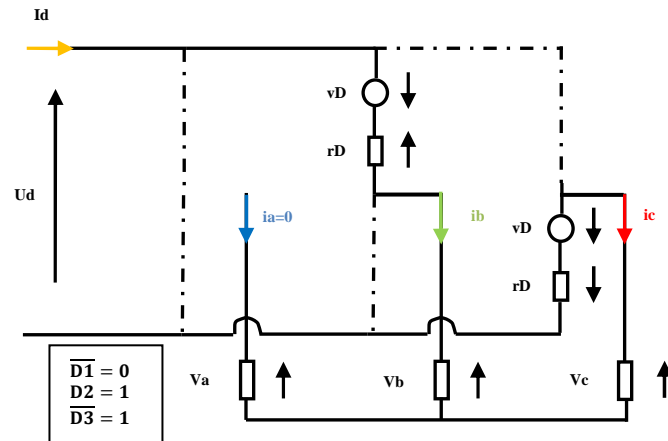


**Fig. 1.47** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d + 4v_D + e_a - 2e_b + e_c - 3(R+r_D)i_b] \\ \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_D)i_c] \\ i_a = (-i_b - i_c) \end{cases} \quad (1.75)$$

#### a.3.2 Sous Intervalle 2 : $\left(\pi \leq \theta \leq \frac{7\pi}{6}\right)$ ( $i_a = 0$ )



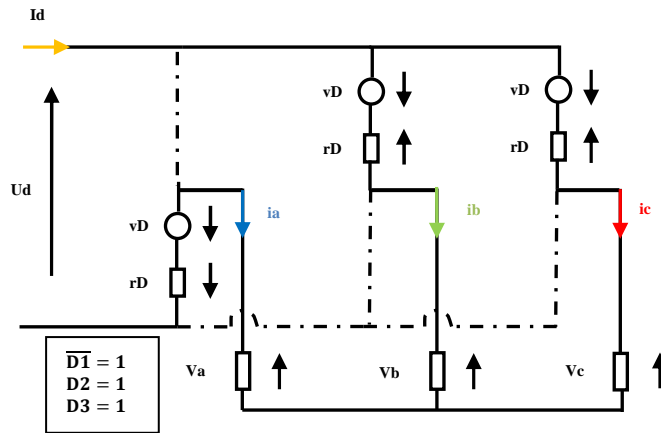
**Fig. 1.48** : Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d + 2v_D - e_b + e_c - 2(R+r_D)i_b] \\ i_c = (-i_b) \\ i_a = 0 \end{cases} \quad (1.76)$$

**a.4 Intervalle 4 :**  $\left(\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}\right)$

**a.4.1 Sous Intervalle 1 :**  $\left(\frac{7\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{4\pi}{3}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(\overline{D1}, D2, D3)$ )

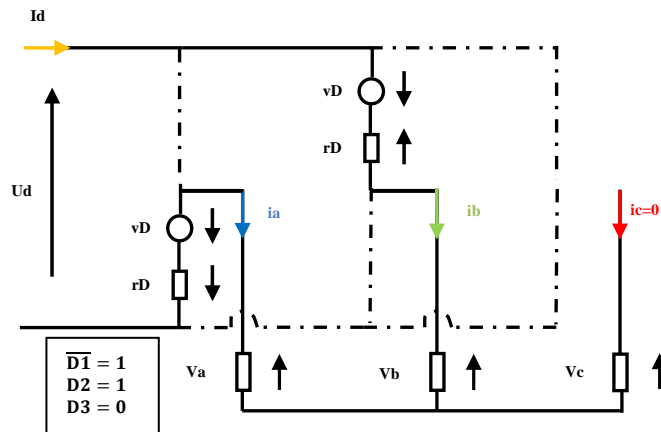


**Fig. 1.49 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [u_d + 2 v_D + e_a - 2 e_b + e_c - 3(R + r_D)i_b] \\ \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-2 u_d - 4 v_D - 2 e_a + e_b + e_c - 3(R + r_D)i_a] \\ i_c = (-i_a - i_b) \end{cases} \quad (1.77)$$

**a.4.2 Sous Intervalle 2 :**  $\left(\frac{4\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}\right)$  ( $i_c = 0$ )



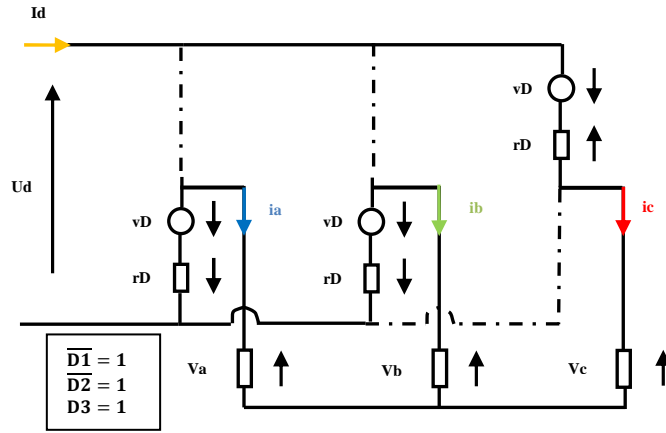
**Fig. 1.50 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d + 2 v_D - e_b + e_c - 2 (R + r_D) i_b] \\ i_a = (-i_b) \\ i_c = 0 \end{cases} \quad (1.78)$$

**a.5 Intervalle 5 :**  $\left(\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6}\right)$

**a.5.1 Sous Intervalle 1 :**  $\left(\frac{3\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{3}\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(\overline{D1}, \overline{D2}, D3)$ )

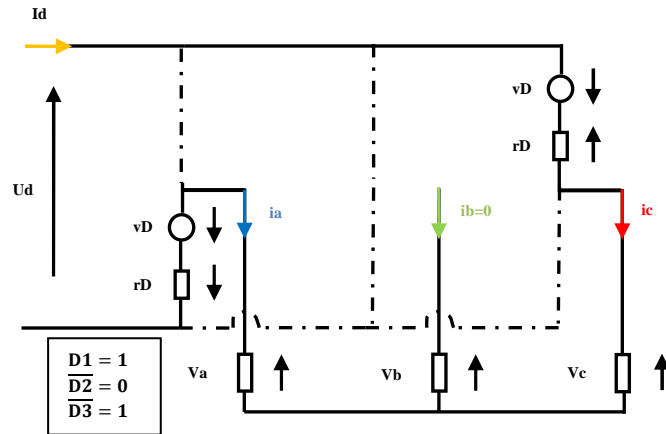


**Fig. 1.51 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d + 4v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_D)i_c] \\ \frac{di_a}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-u_d - 2v_D - 2e_a + e_b + e_c - 3(R+r_D)i_a] \\ i_b = (-i_a - i_c) \end{cases} \quad (1.79)$$

**a.5.2 Sous Intervalle 2 :**  $\left(\frac{5\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{11\pi}{6}\right)$  ( $i_b = 0$ )



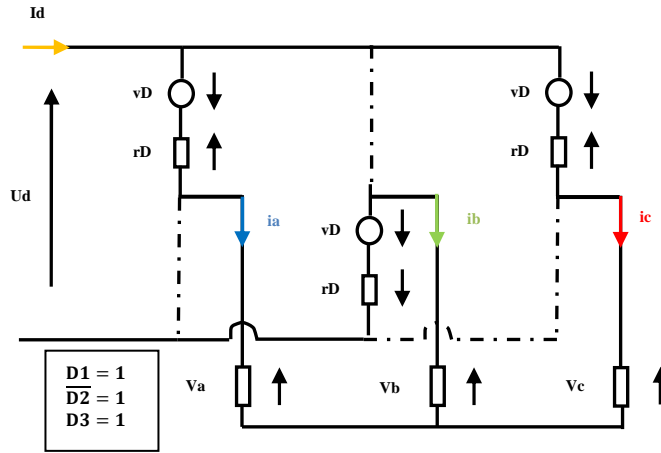
**Fig. 1.52 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d + 2v_D + e_a - e_c - 2(R+r_D)i_c] \\ i_a = (-i_c) \\ i_b = 0 \end{cases} \quad (1.80)$$

**a.6 Intervalle 6 :**  $\left(\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq 2\pi\right) + \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}\right)$

**a.6.1 Sous Intervalle 1 :**  $\left(\frac{11\pi}{6} \leq \theta \leq 2\pi\right)$  (les composants qui fonctionnent sont  $(D1, \overline{D2}, D3)$ )

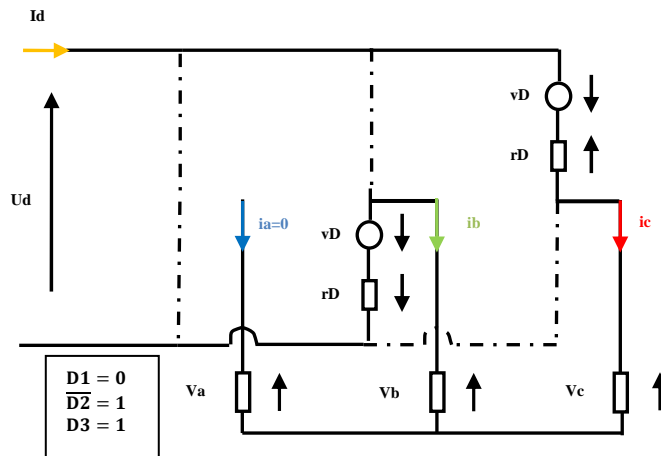


**Fig. 1.53 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [2u_d + 4v_D + e_a + e_b - 2e_c - 3(R+r_D)i_c] \\ \frac{di_b}{dt} = \frac{1}{3(L-M)} [-2u_d - 4v_D + e_a - 2e_b + e_c - 3(R+r_D)i_b] \\ i_a = (-i_b - i_c) \end{cases} \quad (1.81)$$

**a.6.2 Sous Intervalle 2 :**  $\left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{6}\right)$  ( $i_a = 0$ )



**Fig. 1.54 :** Schéma équivalent de l'ensemble moteur-commutateur.

Les équations des courants sont :

$$\begin{cases} \frac{di_c}{dt} = \frac{1}{2(L-M)} [u_d + 2v_D + e_b - e_c - 2(R+r_D)i_c] \\ i_b = (-i_c) \\ i_a = 0 \end{cases} \quad (1.82)$$

## 1.5 Résultats de Simulation

### 1.5.1 Simulation en Boucle Ouverte

#### 1.5.1.1 Paramètres du Moteur Choisi pour la Simulation

Comme la plupart des moteurs BLDC sont orientés vers des applications de basse puissance alors le moteur pris pour la simulation est choisi de faible puissance. Les paramètres nécessaires à la simulation sont représentés à l'annexe A.

Nous avons établi les équations de fonctionnement de l'ensemble commutateur- moteur pour la séquence directe et inverse. Un programme de simulation de la dynamique du moteur BLDC est développé sous l'environnement MATLAB. Ce dernier permet à la fois de reproduire le couple du moteur, la vitesse, les courants dans les trois phases, le courant total à l'entrée du commutateur, les FEM induites, ainsi que les signaux de commande des transistors et les durées de conduction des diodes.

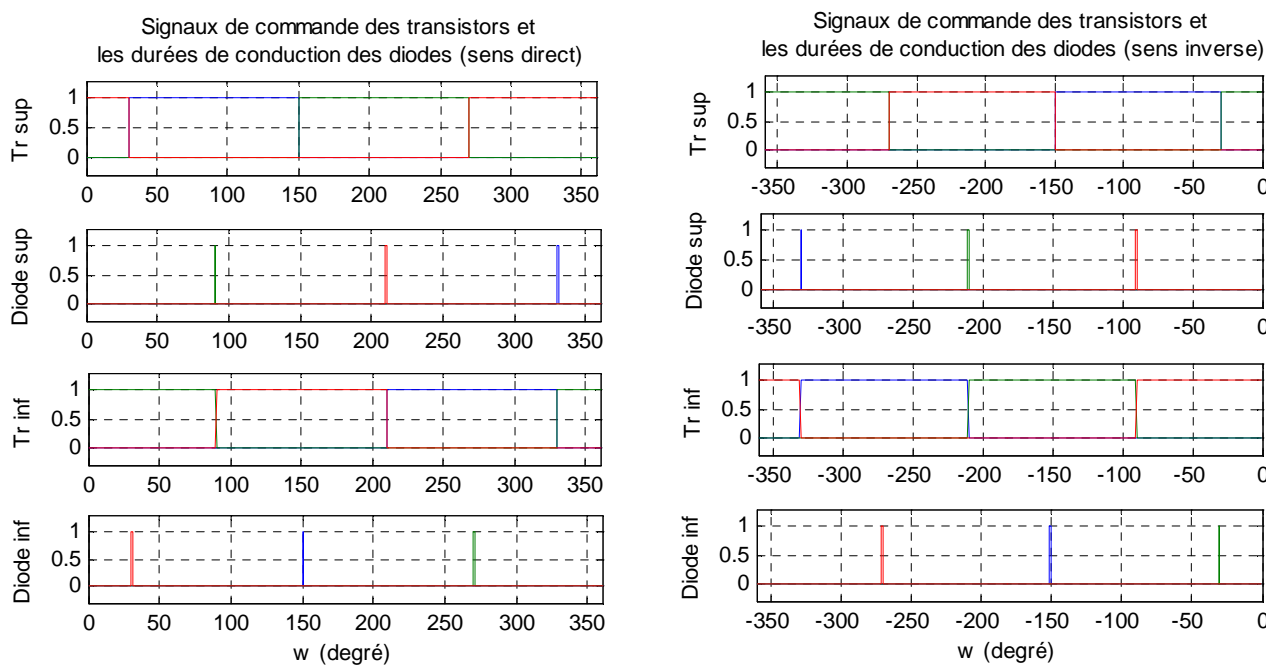
Cette simulation comporte deux parties :

- 1- régime statique ;
- 2- régime de démarrage.

Les simulations sont effectuées avec un couple résistant proportionnelle à la vitesse.

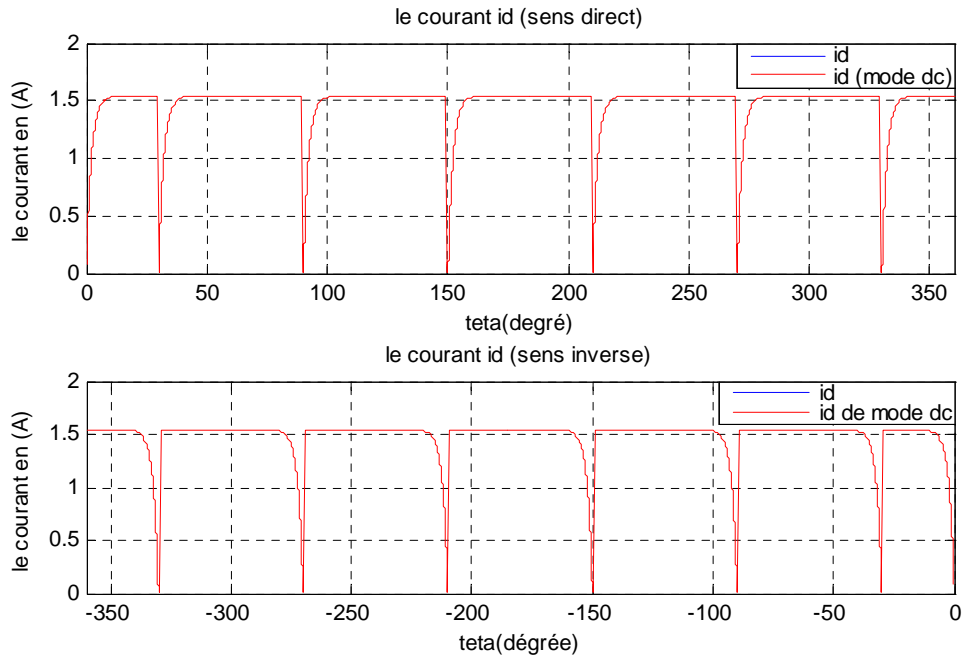
#### 1.5.1.2 Résultats en Régime Statique

Pour mieux voir les caractéristiques du moteur BLDC il est préférable de tracer les différentes variables dans le régime permanent c.à.d. lorsque la vitesse est constante. On considère que le moteur fonctionne en régime statique et tourne à la vitesse constante de  $\pm 1500$  (tr/mn) pour les deux sens de rotation et on impose à l'entrée de l'onduleur une tension  $u_d$  de 24 (V). Le commutateur sélectionne la connexion des phases selon la séquence directe et inverse de la figure 1.55 :



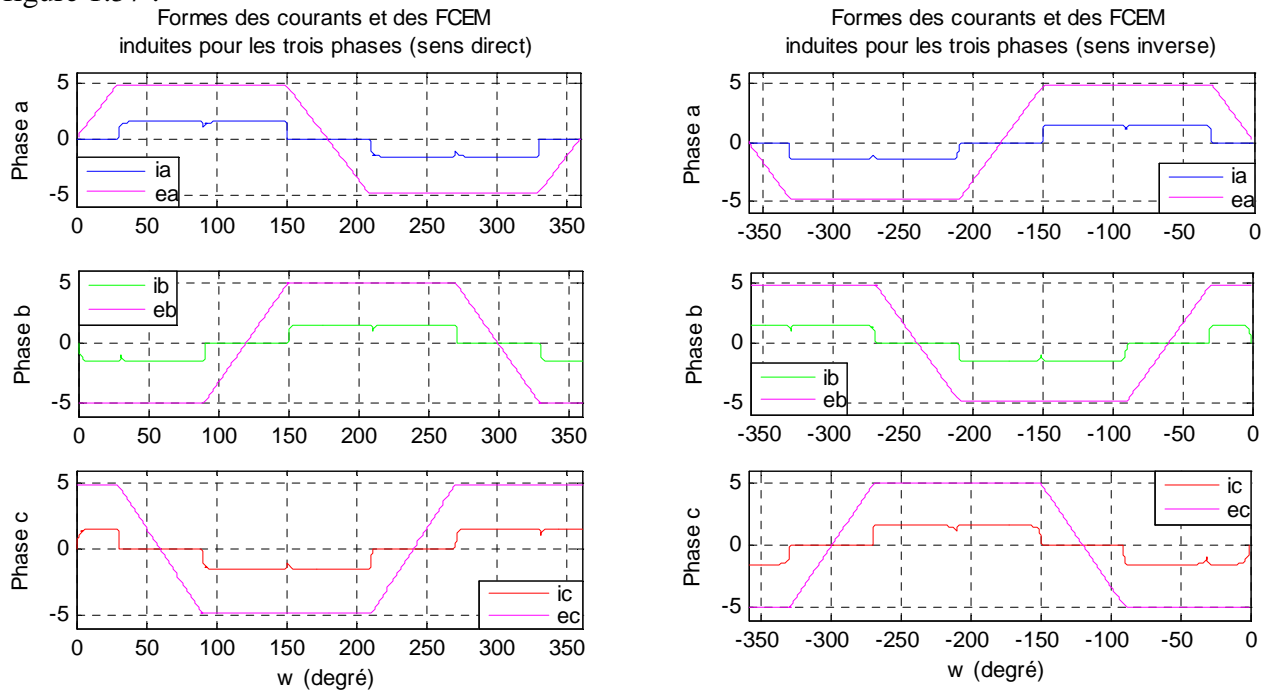
**Fig. 1.55** : Signaux de commande des transistors et durée de conduction des diodes Pour le sens de rotation direct et inverse.

On obtient le courant continu  $i_d$  à l'entrée du commutateur pour les deux sens de rotation selon la figure 1.56 :



**Fig. 1.56 :** Courant  $i_d$  en régime statique pour le sens direct et inverse.

Les courants dans les phases  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  et les forces électromotrices  $e_a$ ,  $e_b$ ,  $e_c$  sont donnés à la figure 1.57 :



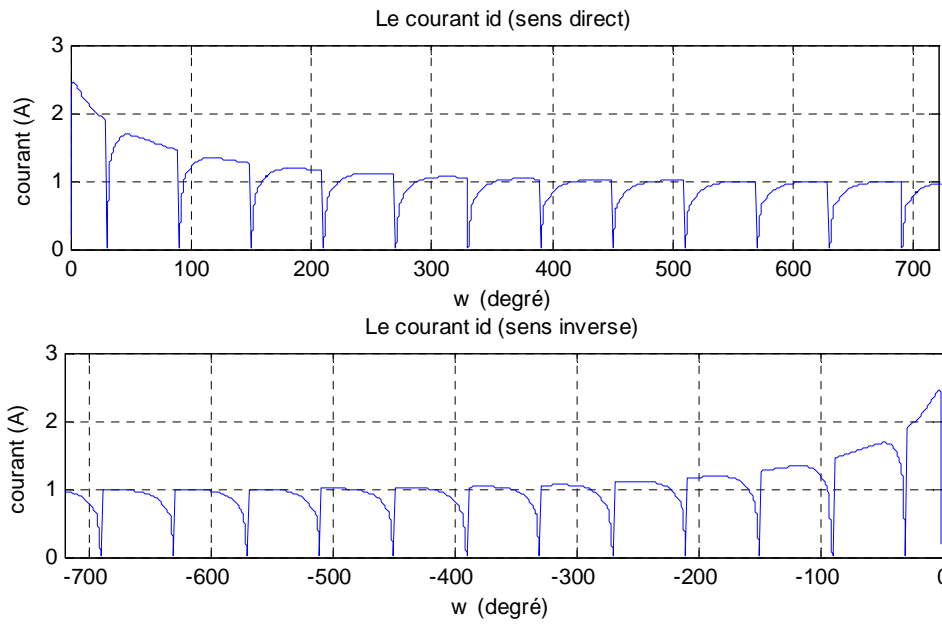
**Fig. 1.57 :** Courants de phases avec les FEMs en régime statique dans le sens direct et inverse.

On remarque que la FEM d’une phase du moteur est constante pendant la même durée de temps où le courant de cette phase est constant. Cette disposition conduit à la production d’un couple maximal.

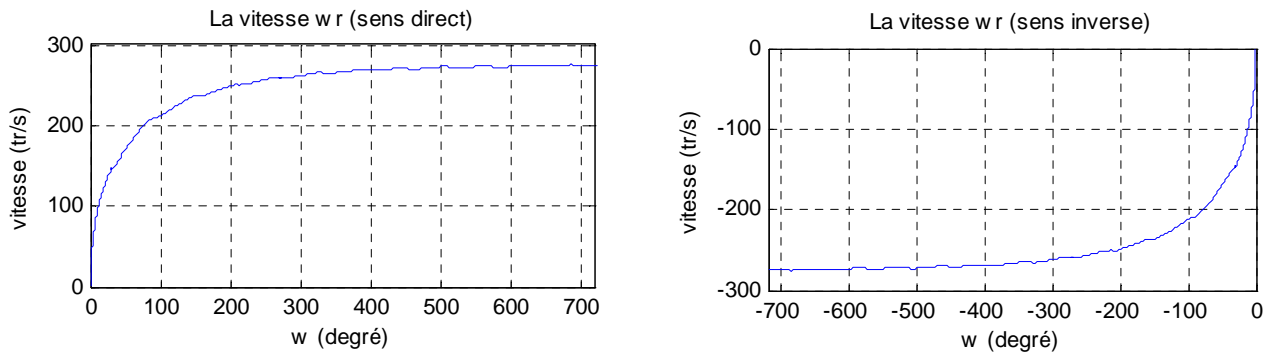
### 1.5.1.3 Démarrage du Moteur

Le moteur étant initialement à l’arrêt, on applique la tension continue  $u_d = 24 V$  à l’entrée du commutateur électronique. Le commutateur connecte les enroulements ( $a, b, c$ ) selon la séquence directe ou inverse d’allumage des interrupteurs électronique (fig. 1.55).

En note que la vitesse du moteur démarre de la valeur nulle et se stabilise à  $\pm 280 \text{ T/min}$  pour les deux sens de rotation. Les résultats de cet essai apparaissent aux figures 1.58 et 1.59 :

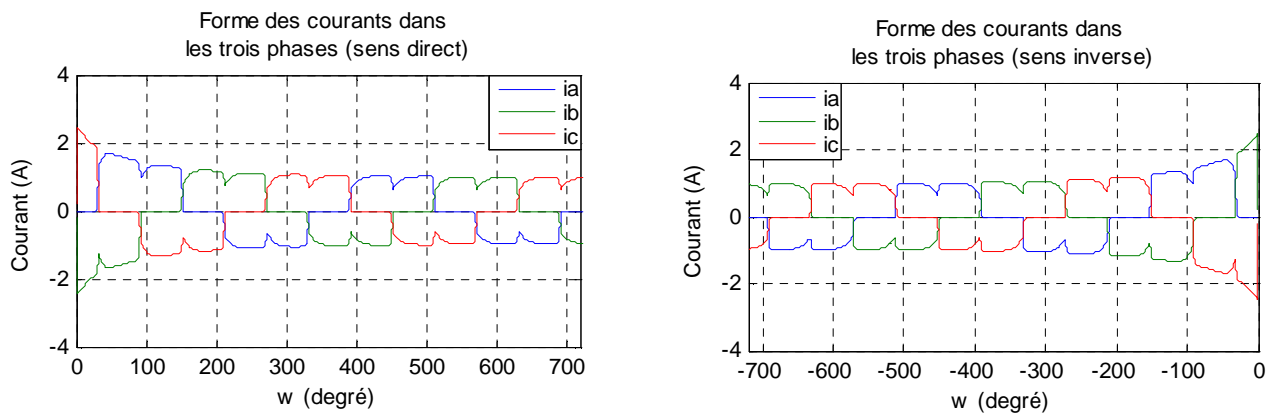


**Fig. 1.58** : Courant  $i_d$  en régime de démarrage dans le sens direct et inverse.

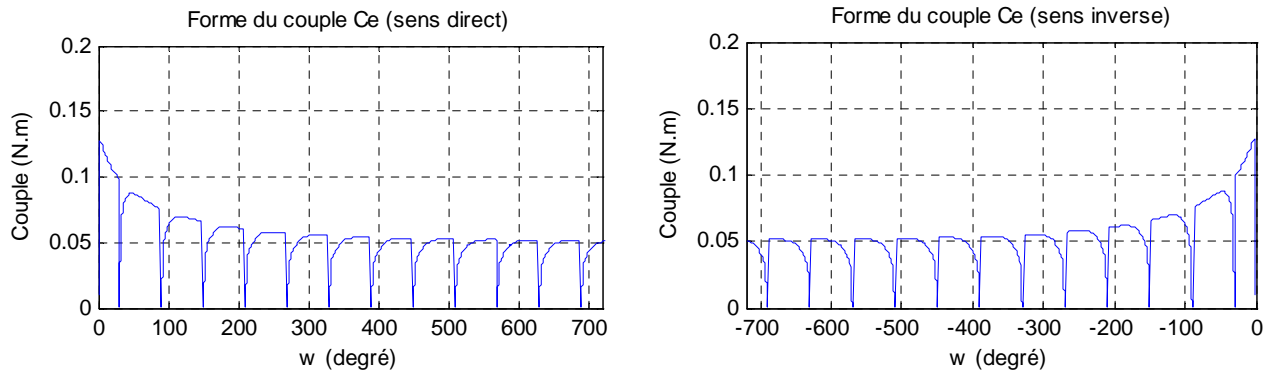


**Fig. 1.59** : Vitesse du moteur en régime de démarrage pour le sens de rotation direct et inverse.

En conséquence, on obtient les courants dans les trois enroulements selon la figure 1.60. Il apparaît que le couple  $C_e$  suit la même forme que celle du courant continu  $i_d$  (fig. 1.61), ce qui est conforme à celui fourni par un moteur à courant continu classique (à excitation indépendante constante) [6] [14].

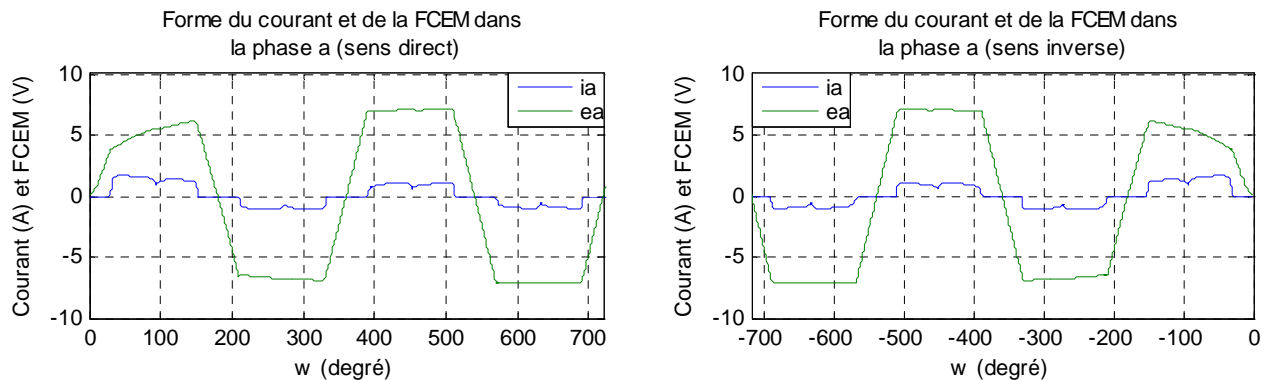


**Fig. 1.60** : Courants  $i_a$ ,  $i_b$ ,  $i_c$  des phases en régime de démarrage pour le sens de rotation direct et inverse.



**Fig. 1.61** : Couple  $C_e$  du moteur en régime de démarrage pour le sens de rotation direct et inverse.

Le courant dans la phase  $a$  et sa FEM correspondante sont données à la figure 1.62 :



**Fig. 1.62** : Courant de phase  $i_a$  et FEM  $e_a$  en régime de démarrage dans le sens direct et inverse.

### 🔍 Analyses et Commentaires

- On remarque que le courant total est de forme continue, mais il présente une discontinuité ce qui donne un couple de même forme, afin d'avoir un couple lissé, il faut créer les conditions qui atténuent la durée de la discontinuité.
- On remarque aussi que les moteurs sans balais sont conçus de sorte que la FEM induite d'une phase soit de forme trapézoïdale et soit constante lorsque le courant est constant cette situation produit un couple électromagnétique optimal dans un moteur.
- La simulation montre que les ondulations au niveau du courant influent directement sur le couple. A leur tour, les ondulations du couple se répercutent directement sur la vitesse car le moteur est de faible inertie.

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons traité le fonctionnement du moteur dans le fonctionnement moteur et générateur. Dans la partie relative au mode moteur nous avons développé le modèle du moteur BLDC pour le sens de rotation direct et inverse et, on a montré que le sens inverse s'obtient tout simplement par inversion de la séquence d'allumage des transistors du commutateur. Ce qui facilite la commande de la vitesse, car dans ce cas l'imposition de la vitesse dans le sens direct et inverse nécessite un simple hacheur à deux quadrants réversible en courant pour varier la tension d'entrée  $ud$  entre  $0$  et  $24 V$ . la deuxième partie concerne la détermination du modèle des courants de phase lorsque le moteur est en régime de freinage par récupération. Dans ce cas la machine fonctionne en génératrice et le convertisseur en mode redresseur.

Un programme de simulation est établi à la base des modèles des courants et tensions du BLDCM. Ce lui-ci a servi pour déterminer les formes des courants de phases, la vitesse, courant continu à l'entrée du commutateur, les FEMs et le couple de moteur.



$$r_T = r_D = r \quad (2.2)$$

$r_T$  : est la résistance dynamique du transistor.

$r_D$  : est la résistance dynamique de la diode.

Alors :

$$u_1 = v_a + v_T + r i_a \quad (2.3)$$

$$u_2 = v_b - v_T + r i_b \quad (2.4)$$

En remplaçant  $v_a$  et  $v_b$  par les expressions suivantes :

$$v_a = R i_a + L_c (di_a/dt) + e_a \quad (2.5)$$

$$v_b = R i_b + L_c (di_b/dt) + e_b \quad (2.6)$$

Où  $R$  et  $L_c$  sont respectivement l'inductance et la résistance de phase.

Pour les deux phases mises en série, les FEM présentent leur partie plate en opposition, donc :

$$e_a = -e_b = E \quad (2.7)$$

Où  $E$  est la valeur crête de la FEM induite dans chaque phase dont l'expression est proportionnelle à la vitesse :

$$E = k_e |\omega_r| \quad (2.8)$$

Avec  $k_e$  le coefficient de la FEM et  $\omega_r$  la vitesse de rotation du moteur. Il faut noter que la FEM continue  $E$  est toujours positif.

Alors

$$u_1 = R i_a + L_c (di_a/dt) + E + v_T + r i_a \quad (2.9)$$

$$u_2 = R i_b + L_c (di_b/dt) - E - v_T + r i_b \quad (2.10)$$

Dans ce mode DC1 le courant  $i_d$  circule dans les deux phases alors  $i_a = i_d$  et  $i_b = -i_d$ , donc les équations 2.9 et 2.10 deviennent :

$$u_1 = R i_d + L_c (di_d/dt) + E + v_T + r i_d \quad (2.11)$$

$$u_2 = -R i_d - L_c (di_d/dt) - E - v_T - r i_d \quad (2.12)$$

$i_d$  : est le courant à l'entrée du commutateur qui passe à travers les deux phases  $a$  et  $b$  mise en série.

Par conséquent  $u_d$  est donnée par:

$$u_d = 2(R + r)i_d + 2L_c(di_d/dt) + 2E + 2v_T \quad (2.13)$$

$u_d$  : est la tension à l'entrée du commutateur pour laquelle est appliquée aux bornes des phases  $a$  et  $b$  mise en série.

Donc, dans ce mode DC1 la dynamique du courant  $i_d$  est exprimée par :

$$2L_c(di_d/dt) = u_d - 2(R + r)i_d - 2E - 2v_T \quad (2.14)$$

Pour simplifier l'expression 2.13 on pose :

$$\dot{R} = 2(R + r) \quad (2.15)$$

$$\dot{L} = 2L_c \quad (2.16)$$

$$\dot{E} = 2E \quad (2.17)$$

Alors le modèle devient :

$$u_d = \dot{E} + \dot{R}i_d + \dot{L}(di_d/dt) - 2v_T \quad (2.18)$$

Avec:

$$\dot{E} = 2E = 2k_e\omega_r = k_v\omega_r \quad (2.19)$$

$$\text{Et : } k_v = 2k_e \quad (2.20)$$

L'équation 2.18 est identique à celle d'une machine à courant continu classique. Alors l'expression du couple est donné par :

$$C_e = \frac{(e_a - e_b) \cdot i_d}{\omega_r} \quad (2.21)$$

$$C_e = \frac{2Ei_d}{\omega_r} = \frac{2k_e\omega_r i_d}{\omega_r} = 2k_e i_d \quad (2.22)$$

$$C_e = k_v i_d \quad (2.23)$$

### 2.2.1 Fonction de Transfert en Boucle Ouverte

Le commutateur reçoit en son entrée la tension continue  $u_d$ , cela signifie que cette tension est aux bornes des deux enroulements en série, c'est exactement le modèle du moteur DC classique indiqué par la figure 2.2 :

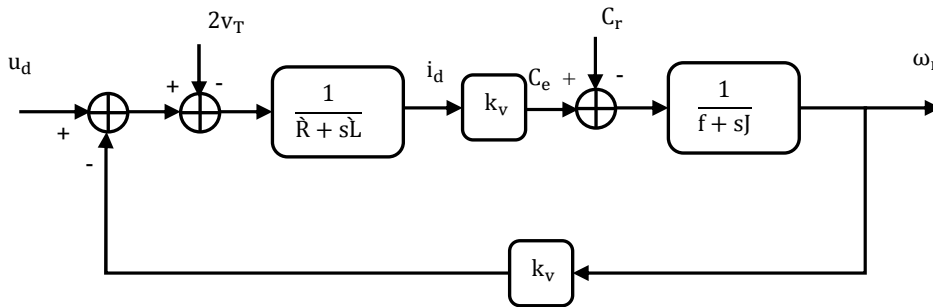


Fig. 2.2 : Schéma fonctionnel d'un moteur BLDC.

### 2.2.2 Constantes du temps Mécaniques et Electriques

Partant du schéma fonctionnel de la figure 2.2, précédente, la fonction de transfert entre la tension d'alimentation et la vitesse de rotation est la suivante [2] [5] :

$$\omega_r(s) = \frac{k_v}{(\dot{R} + s\dot{L})(f + sJ) + k_v k_v} u_d(s) - \frac{(\dot{R} + s\dot{L})}{(\dot{R} + s\dot{L})(f + sJ) + k_v k_v} c_r(s) + \frac{2k_v}{(\dot{R} + s\dot{L})(f + sJ) + k_v k_v} v_T(s) \quad (2.24)$$

Si on ne tient pas compte de la perturbation externe présenté par le couple résistant et la tension de transistor T1 :

$$F_{bo}(s) = \frac{\omega_r(s)}{u_d(s)} = \frac{k_v}{(\dot{R} + s\dot{L})(f + sJ) + k_v k_v} \tag{2.25}$$

Ou encore :

$$F_{bo}(s) = \frac{k_v}{f \cdot \dot{R} + k_v^2} \frac{1}{\frac{J \cdot \dot{L}}{f \cdot \dot{R} + k_v^2} s^2 + \left( \frac{J \cdot \dot{R} + f \cdot \dot{L}}{f \cdot \dot{R} + k_v^2} \right) s + 1} \tag{2.26}$$

En négligeant le frottement visqueux  $f = 0$ , cette fonction de transfert devient :

$$F_{bo}(s) = \frac{1}{k_v} \frac{1}{\frac{J \cdot \dot{L}}{k_v^2} s^2 + \left( \frac{J \cdot \dot{R}}{k_v^2} \right) s + 1} \tag{2.27}$$

En définissant respectivement les constantes de temps mécanique  $T_m$  et électrique  $T_e$  comme suit :

$$T_m = (\dot{R} \cdot J) / k_v^2 \tag{2.28}$$

$$T_e = \dot{L} / \dot{R} \tag{2.29}$$

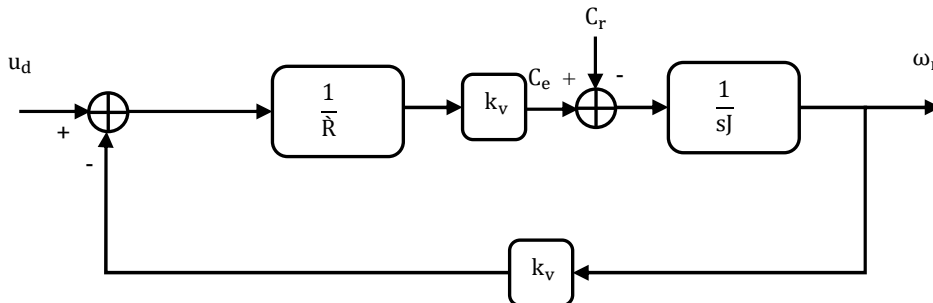
La fonction de transfert prend la forme :

$$F_{bo}(s) = \frac{1}{k_v} \frac{1}{T_m T_e s^2 + T_m s + 1} \approx \frac{1}{k_v} \frac{1}{(1 + T_e s)(1 + T_m s)} \tag{2.30}$$

$T_e$  : Constante du temps électrique, elle est souvent négligeable devant la constante du temps mécanique  $T_m$ . Dans le cas où  $T_e \ll T_m$ , soit pour  $\dot{L}$  négligeable, on a :

$$F_{bo}(s) \approx \frac{1}{k_v} \frac{1}{(1 + T_m s)} \tag{2.31}$$

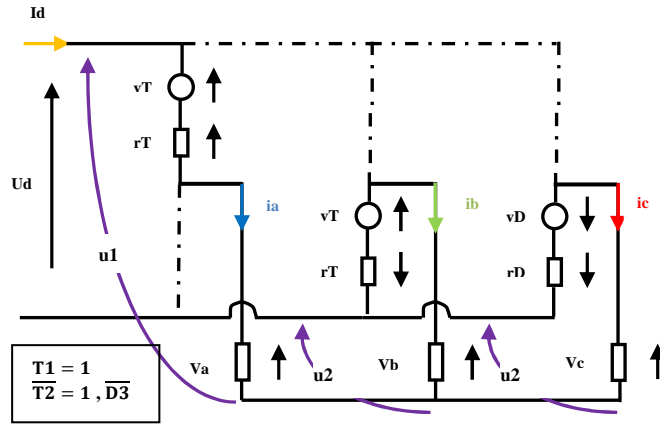
Et le schéma fonctionnel de la figure 2.2 se réduit à celui de la figure 2.3 :



**Fig. 2.3** : Schéma fonctionnel d'un moteur BLDC, lorsque l'inductance  $\dot{L}$  est faible, ou la constante du temps électrique  $T_e$  est beaucoup plus petite que la constante du temps mécanique  $T_m$  ( $T_e \ll T_m$ ) [5].

### 2.3 Modèle Continu du moteur BLDC lorsque trois Phases sont Alimentées (Mode DC2)

Dans ce mode de fonctionnement, une phase est mise en série avec les deux autres phases en parallèle comme indiqué par la figure 2.4. Le mode DC2 correspond aux sous intervalles  $ID_j$ . Nous considérons le sous intervalle  $ID_1$  dans le sens direct de rotation.



**Fig. 2.4** : Structure d'un commutateur-moteur BLDC lorsque deux phases sont alimentées.

Dans ce cas les tensions  $u_1$  et  $u_2$  sont données par :

$$u_1 = (R + r)i_a + (L_c di_a/dt) + e_a + v_T \quad (2.32)$$

La mise en parallèle de la phase  $b$  et  $c$  conduit à :

$$u_2 = (R + r)i_b + L_c(di_b/dt) + e_b - v_T \quad (2.33)$$

$$u_2 = (R + r)i_c + L_c(di_c/dt) + e_c + v_D \quad (2.34)$$

En ajoutant membre à membre les deux dernières relations il vient :

$$2u_2 = (R + r)(i_b + i_c) + L_c \left( \frac{di_b}{dt} + \frac{di_c}{dt} \right) + (e_c + e_c) + (v_D - v_T) \quad (2.35)$$

Comme  $-(i_b + i_c) = i_a = i_d$ , on a :

$$u_1 = (R + r)i_d + L_c(di_d/dt) + e_a + v_T \quad (2.36)$$

$$2u_2 = -(R + r)i_d - L_c(di_d/dt) + (e_c + e_c) + (v_D - v_T) \quad (2.37)$$

Par conséquent la tension  $u_d$  vérifie la relation :

$$u_d = u_1 - u_2 \quad (2.38)$$

$$2u_d = 3(R + r)i_d + 3L_c(di_d/dt) + 2e_a - (e_b + e_c) + 3v_T - v_D \quad (2.39)$$

De plus durant cet intervalle, on a sensiblement :

$$e_b = -e_a = -E \quad \text{et} \quad e_c = e_a = E \quad (2.40) \text{ et } (2.41)$$

Finalement la dynamique du courant  $i_d$  dans le mode DC2 vérifie :

$$3L_c(di_d/dt) = 2u_d - 3(R + r)i_d - 2E - 3v_T + v_D \tag{2.42}$$

### 2.3.1 Le Schéma Fonctionnel du Moteur BLDC pour le Mode DC2

A partir de l'équation 2.42 on a :

$$u_d = \frac{3}{2}(R + r)i_d + \frac{3}{2}L_c \frac{di_d}{dt} + E + \frac{3}{2}v_T - \frac{1}{2}v_D \tag{2.43}$$

Pour simplifier l'équation 2.43 on pose :

$$\dot{R} = \frac{3}{2}(R + r) \tag{2.44}$$

$$\dot{L} = \frac{3}{2}L_c \tag{2.45}$$

$$\dot{E} = E \tag{2.46}$$

$$V = \frac{3}{2}v_T - \frac{1}{2}v_D \tag{2.47}$$

Alors :

$$u_d = \dot{R}i_d + \dot{L} \frac{di_d}{dt} + \dot{E} + V \tag{2.48}$$

Avec :

$$\dot{E} = E = k_e \omega_r \tag{2.49}$$

En posant aussi:

$$\dot{k}_v = k_e \tag{2.50}$$

Donc :

$$C_e = k_e i_d = \dot{k}_v i_d \tag{2.51}$$

Après les simplifications, le schéma fonctionnel d'un moteur BLDC, ayant 3 phases alimentées est donné par la figure 2.5 :

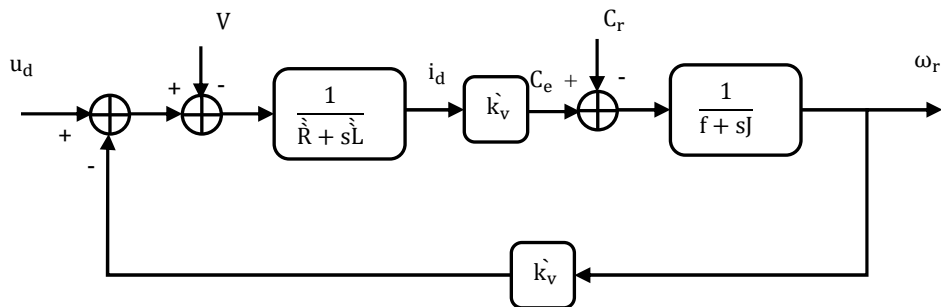


Fig. 2.5 : Schéma fonctionnel d'un moteur BLDC dans le mode DC2.

En effectuant les mêmes étapes de calcul que dans la mode DC1, la fonction transfert en boucle ouverte est donnée par :

$$F_{bo}(s) = \frac{1}{k_v} \frac{1}{\frac{\dot{L}}{k_v} s^2 + \left(\frac{J \cdot \dot{R}}{k_v}\right) s + 1} \quad (2.52)$$

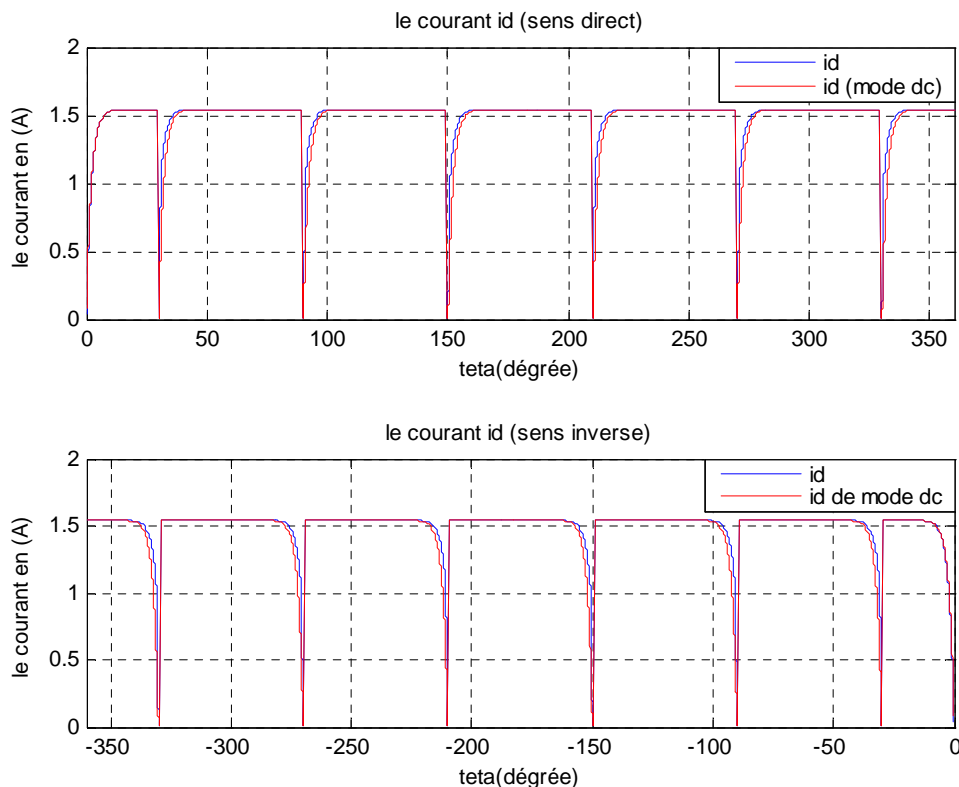
Les constantes du temps mécanique  $T_m$  et électrique  $T_e$  sont définis par :

$$T_m = (J \cdot \dot{R}) / (k_v^2) \quad \text{et} \quad T_e = \dot{L} / \dot{R} \quad (2.53) \text{ et } (2.54)$$

## 2.4 Résultats de Simulation

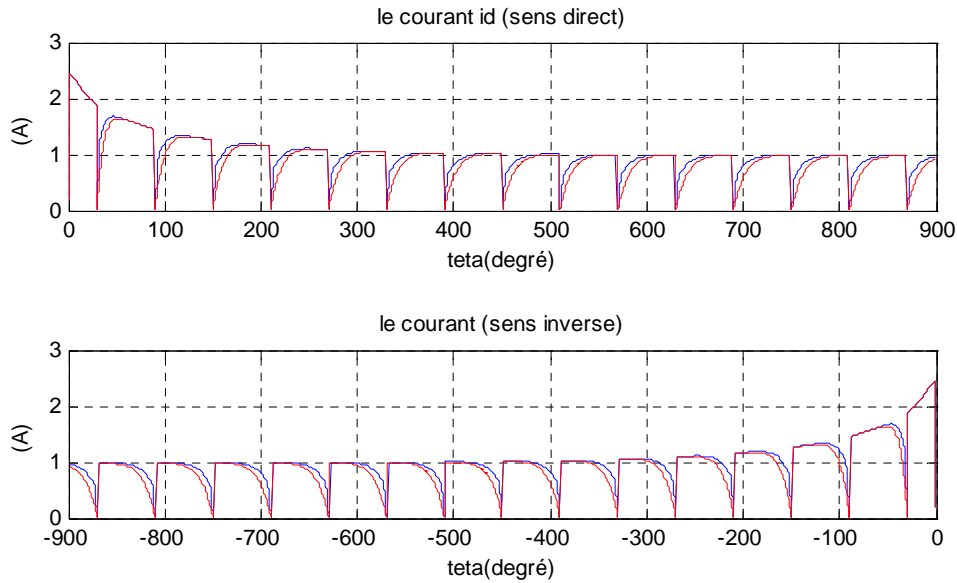
### 2.4.1 Simulation en Boucle Ouverte

On prend les mêmes paramètres que nous avons utilisés dans le chapitre précédent, le commutateur sélectionne la connexion des phases selon la séquence directe et inverse de la figure 1.55. Le programme de simulation permet de reproduire le courant continu  $i_d$  soit pour le régime statique ou pour le régime de démarrage du moteur comme indiqué par les figures 2.6 et 2.7 :



**Fig. 2.6** : Courant  $i_d$  ( $i_d$  en rouge pour le model DC) en régime statique pour le sens direct et inverse.

Où il apparaît clairement que le courant continu  $i_d$  issu du model triphasé du moteur est sensiblement similaire au courant  $i_d$  obtenu du model continu. Simplement, il existe une faible différence au moment de la commutation du courant à zéro dans une phase (conduction de la diode).



**Fig. 2.7 :** Courant  $i_d$  ( $i_d$  en rouge de model DC) en régime de démarrage dans le sens direct et inverse.

A nouveau, le courant continu à l'entrée du commutateur due au model triphasé du moteur est similaire à celui due au model continu. La différence entre ces deux courants apparait pendant le régime de commutation du courant à zéro dans une phase du moteur.

## 2.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le modèle continu du moteur à courant continu sans balais (BLDCM) pour les deux modes DC1, DC2. On a vérifié que le courant continu  $i_d$ , issu du modèle à courant continu et du modèle triphasé sont pratiquement similaire, une faible différence apparait au moment de la commutation. Ces résultats montrent que ce modèle peut être valide pour la représentation du courant continu à l'entrée du commutateur électronique auto-commuté.

## Chapitre 4

# Commande par Mode de Glissement d'Ordre Simple & d'Ordre Supérieur

### 3.1 Introduction

Les commandes par mode glissant ont connu un essor considérable durant les dernières décennies. Ceci est dû principalement à la propriété de convergence rapide et en temps fini des erreurs, ainsi, que la grande robustesse par rapport aux erreurs de modélisation et des perturbations extérieures. La commande par mode glissant se synthétise en deux étapes. Tout d'abord on détermine une sortie fictive  $S(x)$  appelée surface de glissement sur laquelle les objectifs des contrôles sont réalisés. Ensuite on calcule la loi de commande afin de ramener la trajectoire d'états à cette sortie et de la maintenir sur cette surface tout le temps [bethoux], la commande obtenue étant discontinue.

Récemment 'Emel'yanov', a proposé une nouvelle famille des modes glissants appelé les modes glissants d'ordre supérieur. Ceux-ci sont caractérisés par une commande discontinue agissant sur les dérivées d'ordre supérieur des variables de glissement, préservant les principaux avantages de la précédente approche, ils suppriment le phénomène de réticence en garantissant même une meilleure précision de convergence par rapport aux imperfections de modèle ou d'organes de commande. L'ordre de glissement caractérise en particulier le degré de continuité des dynamiques du système au voisinage de la surface et correspond au nombre de dérivées continues de la variable à contraindre. Pour cela, des algorithmes de commande capables de générer des régimes glissants de tout ordre doivent être synthétisés.

Dans ce chapitre, nous présentons brièvement les éléments fondamentaux du formalisme de la commande à structure variable. Tout d'abord, nous expliquons brièvement le principe de cette commande, et nous présenterons les différentes structures de contrôle par les modes glissants. Et finalement nous terminons par une application sur la machine BLDC [27].

### 3.2 Théorie de la Commande par Mode de Glissement

La théorie des systèmes à structure variable et les modes glissants associés (en anglais : sliding mode) est une technique de commande non linéaire, elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement. La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement (fig. 3.1). En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties :

- ② Détermination d'une région d'espace d'état telle qu'une fois que le système se trouve dans cette région, il ait le comportement désiré.
- ② Définition d'une loi de commande qui conduise le système jusqu'à cette région de l'espace d'état.

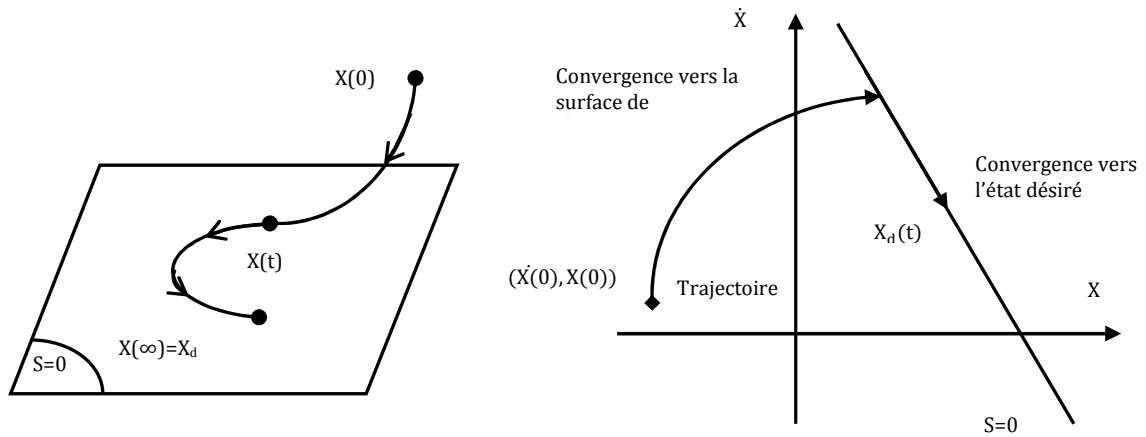


Fig. 3.1 : Convergence du système glissant.

### 3.2.1 Choix des Surfaces de Glissement

En général, concernant la forme de la surface, deux possibilités se présentent, soit dans le plan de phase ou dans l'espace d'état :

Espace d'état :

$$S(x) = \sum_{i=1}^r c_i x_i \tag{3.1}$$

Avec :  $c_r = 1$

Dans l'espace de phase :

$$S(x) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} \tilde{x} \tag{3.2}$$

$$\text{Avec : } \tilde{x} = x_d - x = [\tilde{x} \ \dot{\tilde{x}} \ \dots \ \tilde{x}^{(r-1)}]^T \tag{3.3}$$

Ou :

$x$  : le variable à réguler.

$\tilde{x}$  : l'erreur de réglage.

$\lambda$  : une constante positive qui interprétera la bande passante du contrôle désiré.

$r$  : degré relatif (égal au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande).

On aura donc :

Pour  $r = 1$

$$S(x) = \tilde{x} \tag{3.4}$$

Pour  $r = 2$

$$S(x) = \lambda \tilde{x} + \dot{\tilde{x}} \tag{3.5}$$

### 3.2.2 Condition de Glissement

Soit le système dynamique non linéaire décrit par l'équation d'état suivante :

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t) + g(x, t).U \quad (3.6)$$

Où  $x \in X$  un ouvert de  $\mathfrak{R}^n$  est le vecteur d'état,  $f(x)$  et  $g(x)$  sont des fonctions définies sur  $\mathfrak{R}^n$ , avec :

$$g(x) \neq 0 \forall x \in X, f(x) = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T, g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_n]^T \quad (3.7)$$

La condition de glissement peut être formulée en déterminant une fonction scalaire de 'Lyapunov'  $V(x) : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  qui soit positive  $V(x) > 0$  pour tout  $x$  de  $\mathfrak{R}$ . La fonction de Lyapunov est choisie de façon à décroître dans le temps. L'idée est de trouver une commande qui assure cette décroissance en rendant négative la dérivée de la fonction de Lyapunov.

Soit :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (3.8)$$

Où  $S(x)$  décrit la distance du point  $x$  de la surface de glissement  $S(x) = 0$

Pour que la fonction de Lyapunov décroisse, nous devons assurer que :

$$\dot{V}(x) = S(x)\dot{S}(x) < 0 \quad (3.9)$$

Cette condition assure que la surface  $S$  est attractive pour la trajectoire de phase : sous certaines conditions, le point représentatif de l'évolution du système dans l'espace de phase peut être maintenu sur la surface  $S(x) = 0$  qui est choisie a priori. L'état du système bouclé est alors plongé dans l'état d'un système "réduit" de dimension inférieure et libre appelé *système équivalent*, dont les coefficients de son équation caractéristique sont identiques à ceux de cette surface [28] [29].

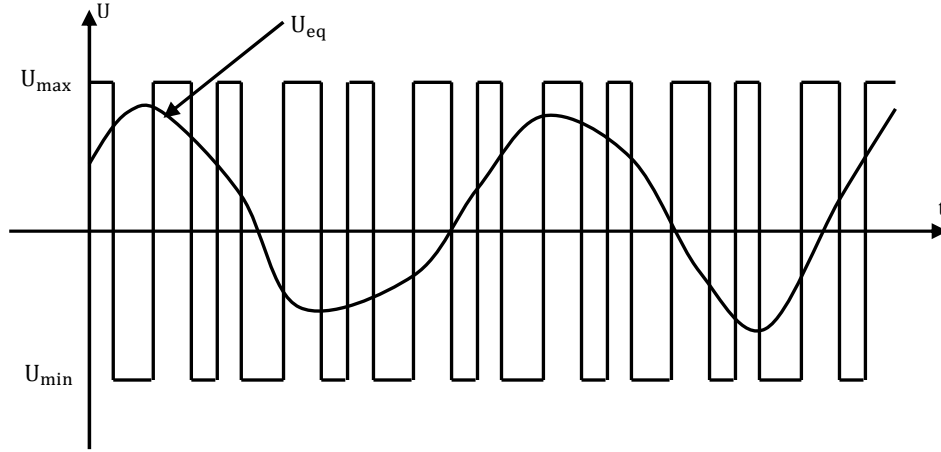
### 3.2.3 Calcul de la Commande

Les deux composants de la commande sont :

$$U = U_{eq} + U_s \quad (3.10)$$

$U_{eq}$  : la commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, on peut la considérer comme la valeur moyenne continue que prend la commande lors d'une commutation rapide entre deux valeurs  $U_{max}$  et  $U_{min}$  (Fig. 3.2).

$U_s$  : correspond à la commande qui garantit l'attractivité de la variable à contrôler vers la surface et satisfaire la condition  $S(x)\dot{S}(x) < 0$ .



**Fig. 3.2 :** Valeur continue  $U_{eq}$  prise par la commande lors de la commutation entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$ .

### 3.2.4 Expression analytique de la commande

En régime de glissement idéal, l'expression des surfaces et de leurs dérivées sont nulles. Ceci se traduit par :

$$U_s = 0 \quad (3.11)$$

$$S(x) = 0 \quad (3.12)$$

Donc :

$$\dot{S}(x) = \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T (f(x, t) + g(x, t) \cdot U) = 0 \quad (3.13)$$

Avec  $U = U_{eq}$

Ainsi, la commande équivalente est donnée par :

$$U_{eq} = - \left( \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right)^{-1} \left( \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T f(x, t) \right) \quad (3.14)$$

Avec la condition de transversalité :

$$\det \left( \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right)^T g(x, t) \right) \neq 0 \quad (3.15)$$

Mais, le régime idéal n'est pratiquement jamais réalisable. On doit ainsi faire usage du deuxième terme de la commande pour ramener l'état du système vers la surface à chaque fois qu'il s'en écarte. Ainsi, il convient de prendre  $U_s$  sous la forme d'un relais dépendant du signe de  $S$  (fig. 3.3)

$$U_s \equiv \dot{S}(x) = -K \text{sign}(S(x)) \quad (3.16)$$

Où

$K = \text{diag}(k_1, \dots, k_m)$  qui est la forme d'un relais (fig. 3.3)

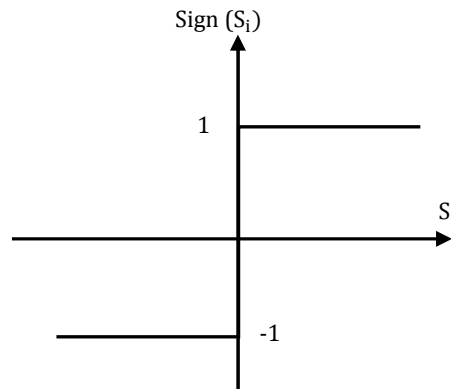


Fig. 3.3 : Représentation de la fonction sign [30].

### 3.3 Principe de Mode Glissant d'Ordre Supérieur

L'inconvénient majeur de la commande à structure variable réside dans les oscillations appelées « chattering ». Les algorithmes de commande à régime glissant d'ordre supérieur ont été développés pour éliminer ce phénomène de « chattering », et en même temps, sauvegarder les propriétés principales du mode glissant d'ordre un (convergence en temps fini, robustesse). Ces algorithmes considèrent l'entrée  $u$  du système comme nouvelle variable d'état, tandis qu'ils utilisent son dérivé  $\dot{u}$  comme commande actuelle (Emel'yanov, Korovin et Levant, 1993 ; Levant, 1993 ; Bartolini, 1998). Dans ce cas  $\dot{u}$  doit dominer dans l'équation de  $\dot{S}$ . Cependant, en général, l'expression de  $\dot{S}$  contient des termes en  $u$ . Ainsi,  $\dot{u}$  doit dominer  $u$  lui-même, ce qui semble problématique. Heureusement, au voisinage du mode glissant d'ordre deux,  $u$  est près de la commande équivalente  $u_{\text{eq}}$  (Utkin 1992). La commande équivalente  $u_{\text{eq}}$  est définie de l'équation  $\dot{S} = 0$  et elle est indépendante de  $u$ . Ainsi, l'approche est toujours valide dans un voisinage de la variété  $S = \dot{S} = 0$ . Nous disons qu'une trajectoire  $(t, x(t))$  ayant pour conditions initiales  $(0, x_0)$  est une trajectoire à mode glissant idéal d'ordre deux par rapport à la surface  $S = 0$ , si il existe  $t_1 > 0$  tel que  $\forall t \geq t_1$ , les égalités suivantes sont vérifiées [26] :

$$S(t, x(t)) = \frac{\partial}{\partial t} S(t, x(t)) = 0 \quad (3.17)$$

#### 3.3.1 Commande par Mode Glissant d'Ordre Deux

Considérons un système dynamique décrit par :

$$x = f(t, x, u), \quad S = S(t, x) \in \mathfrak{R}, \quad u = U(t, x) \in \mathfrak{R} \quad (3.19)$$

Où :  $x \in \mathfrak{R}^n$ ,  $f$  est une fonction,  $t$  est le temps,  $u$  est la commande,  $S$  est la contrainte. Le degré relatif du système est deux c'est-à-dire :

$$\frac{\partial}{\partial u} \ddot{S} \neq 0 \quad (3.20)$$

Avec ces hypothèses, en dérivant  $S$  deux fois par rapport au temps :

$$S = \frac{\partial}{\partial t} S(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} S(t, x) f(t, x, u) \quad (3.21)$$

$$\dot{S} = \frac{\partial}{\partial t} \dot{S}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(t, x, u) f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{S}(t, x, u) \dot{u}(t) \quad (3.22)$$

L'objectif est la synthèse d'une commande  $u$  telle que la contrainte  $S = 0$  soit vérifiée et de maintenir  $S = \dot{S} = 0$ .

Des preuves d'existence de solution, ont été établies sous les conditions suivantes :

- ❖ La commande  $u$  est une fonction bornée  $|u| \leq U_M$  pour tout  $t$ .
- ❖ Supposons qu'il existe  $u_1$  dans  $(0,1)$  telle que pour toute fonction continue  $u(t)$  avec  $|u(t)| > u_1$  quel que soit  $t$ , alors on a  $S(t) \cdot u(t) > 0$  pour un ensemble fini de  $t$ .
- ❖ Il existe des constantes positives  $S_0, K_m, K_M, u_0$  avec  $u_0 < U_M$  telles que :

$$si \ |S(t, x)| < S_0 \ \text{alors} \ 0 < K_m \leq \frac{\partial}{\partial u} \dot{S}(t, x, u) \leq K_M \ \forall u \quad (3.23)$$

L'ensemble  $\{t, x, u : |S(t, x)| < S_0\}$  est appelé région linéaire.

- ❖ Il existe une constante positive  $\emptyset$  dans la région linéaire telle que :

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \dot{S}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(t, x, u) f(t, x, u) \right| \leq \emptyset \quad (3.24)$$

Il existe alors une loi de commande  $u = \varphi(S, \dot{S})$  qui permet de rejoindre, en temps fini, la surface  $S = \{x : S = \dot{S} = 0$  représentée par l'origine  $(0,0)$  dans le plan de phase  $(S, \dot{S})$ .

### a. Algorithme Super-Twisting

Nous trouvons dans la littérature quelques exemples d'algorithme, assurant un glissement du second ordre : citons l'algorithme (Super-Twisting) :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (3.25)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & si \quad |u| > U_M \\ -\alpha \cdot sign(S) & si \quad |u| \leq U_M \end{cases} \quad (3.26)$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda \cdot |S_0|^\rho \cdot sign(S) & si \quad |S| > S_0 \\ -\lambda \cdot |S|^\rho \cdot sign(S) & si \quad |S| \leq S_0 \end{cases} \quad (3.27)$$

Avec :  $\alpha, \rho$  et  $\lambda$  vérifiant les intégralités suivantes :

$$\begin{cases} \alpha > \frac{\emptyset}{K_m} \\ \lambda^2 \geq \frac{4\emptyset}{K_m^2} \cdot \frac{K_M(\alpha + \emptyset)}{K_m(\alpha - \emptyset)} \\ 0 < \rho \leq 0.5 \end{cases} \quad (3.28)$$

Cet algorithme a pour avantage de ne pas nécessiter la connaissance du signe de la dérivée de la contrainte  $S$ . En effet, la mesure du signe, de dérivée de la contrainte  $S$ , en temps réel est très difficile à cause des bruits [26].

### 3.4 Applications au Moteur à Courant Continu sans Balais (BLDCM)

Ces dernières années, beaucoup d'effort de recherches a été consacré aux applications des techniques de commande par les modes glissants aux équipements électroniques et aux commandes électriques [31] [32] [33]. L'intérêt pour cette approche de commande est dû à sa robustesse aussi, elle est apte à éliminer les effets des variations paramétriques même en régime dynamiques avec un minimum de complexité de la loi de commande [34].

La commande de ces moteurs peut se faire par action sur la tension continue d'entrée du commutateur comme indiqué sur la figure 3.1, mais il est plus simple d'agir sur les courants de phase du moteur ou sur le courant continu à l'entrée du commutateur [35].

La commande des courants de phase exige la mesure ou la reconstitution de ces courants ce qui n'est pas aisé. Il est plus facile de contrôler directement le courant continu. Le plus souvent on utilise un onduleur de tension commandé en courant [36] [37].

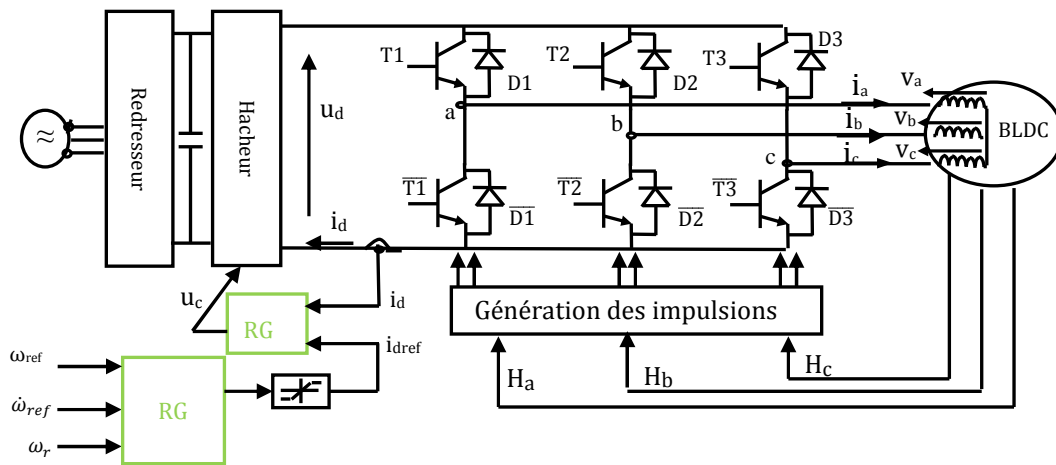


Fig. 3.4 : Schéma de principe pour la commande du BLDC.

#### 3.4.1 Réglage par Mode de Glissement

##### 3.4.1.a Réglage de la Vitesse

Pour cela, on base sur l'équation mécanique où le couple de détente qui en général est négligeable pour ce type de moteur est considéré comme faisant partie du couple de charge  $C_r$ .

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = 2k_e i_d - k_f \omega_r - C_r \quad (3.20)$$

On définit une surface de glissement pour la vitesse comme étant l'erreur de réglage :

$$S_\omega = \omega_r - \omega_{ref} \quad (3.21)$$

Où  $\omega_{ref}$  représente la vitesse désirée.

La dynamique de cette surface  $\dot{S}_\omega$  est donnée par :

$$\dot{S}_\omega = (2k_e/J)i_d - (k_f/J)\omega_r - (C_r/J) - \dot{\omega}_{ref} \quad (3.22)$$

Soit la fonction de 'Lyapunov'  $V_\omega$  défini par :

$$V_\omega = 0.5(S_\omega)^2 \quad (3.23)$$

Donc la dynamique  $\dot{V}_\omega$  est :

$$\dot{V}_\omega = S_\omega \dot{S}_\omega = S_\omega [(2k_e/J)i_d - (k_f/J)\omega_r - (C_r/J) - \dot{\omega}_{ref}] \quad (3.24)$$

Nous imposons au courant  $i_d$  la valeur  $I_c$  donnée par :

$$I_c = \frac{J}{2k_e} \left( \frac{k_f}{J} \omega_r + \dot{\omega}_{ref} - k_{\omega 1} S_\omega - k_{\omega 2} \text{sign}(S_\omega) \right) \quad (3.25)$$

En introduisant cette valeur de  $i_d$  dans l'expression de  $\dot{V}_\omega$ , celle-ci se réduit à :

$$\begin{aligned} \dot{V}_\omega &= S_\omega [-k_{\omega 1} S_\omega - k_{\omega 2} \text{sign}(S_\omega) - (C_r/J)] \\ &\leq -k_{\omega 1} S_\omega^2 - k_{\omega 2} |S_\omega| + |S_\omega| (C_{max}/J) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Où  $k_{\omega 1}$  et  $k_{\omega 2}$  sont des coefficients positifs de plus  $C_{max}$  est la borne supérieure du couple de charge :

$$|C_r| \leq C_{max} \quad (3.27)$$

Si le coefficient  $k_{\omega 2}$  est imposé tel que :

$$k_{\omega 2} \leq (C_{max}/J) \quad (3.28)$$

Par conséquent  $\dot{V}_\omega \leq 0$ , de ce fait la surface  $S_\omega$  converge asymptotiquement vers zéro ( $S_\omega = \dot{S}_\omega = 0$ ) et donc elle est globalement attractive et invariante. Aussi, la vitesse  $\omega_r$  est bornée car  $\omega_{ref}$  est bornée et elle converge asymptotiquement vers  $\omega_{ref}$ .

### 3.4.1. b Réglage du Courant

Etant donné que la structure de commande est en cascade (fig. 3.4) aussi la sortie  $I_c$  du régulateur de vitesse correspondant à la relation (3.25) qui après limitation à la valeur  $\pm 2(A)$  forme le signal  $I_L$ . La référence  $I_{ref}$  du courant  $i_d$  dépend du sens de rotation du moteur :

Ⓔ Si le sens est direct alors le commutateur  $C$  est en position 1 et  $I_{ref} = I_L$  ;

Ⓔ Si le sens est inverse alors le commutateur  $C$  est en position 2 et  $I_{ref} = -I_L$ .

Notre objectif est d'imposer au courant  $i_d$  de suivre la valeur désirée  $I_{ref}$ . Aussi, on définit la surface de glissement suivante :

$$S_d = L_c \dot{i}_d - L_c \dot{i}_{ref} \quad (3.29)$$

En exploitant la dynamique du courant l'équation 2.14 dû au mode DC1, (vérifier chapitre 2), la dynamique  $\dot{S}_d$  de  $S_d$  est exprimée par :

$$\dot{S}_d = -R_T i_d - E - v_T + (u_d/2) - L_c(dI_{ref}/dt) \quad (3.30)$$

Soit  $V_d$  la fonction de 'Lyapunov' définie par :

$$V_d = (S_d^2/2) \quad (3.31)$$

Sa dérivée temporelle  $\dot{V}_d$  est alors :

$$\dot{V}_d = S_d \dot{S}_d = S_d((u_d/2) - R_T i_d - E - v_T - L_c(dI_{ref}/dt)) \quad (3.32)$$

On impose à la commande  $u_d$  la loi suivante :

$$u_c = 2(R_T i_d + E - k_{d1} S_d - k_{d2} \text{sign}(S_d)) \quad (3.33)$$

L'introduction de cette valeur  $u_c$  de  $u_d$  dans l'expression de  $\dot{V}_d$  conduit à :

$$\begin{aligned} \dot{V}_d &= S_d(-v_T - L_c(dI_{ref}/dt) - k_{d1} S_d - k_{d2} \text{sign}(S_d)) \\ &\leq |S_d|(v_T + L_c dI_m) - k_{d1} S_d^2 - k_{d2} |S_d| \end{aligned} \quad (3.34)$$

Où  $dI_m$  est la borne supérieure de  $(dI_{ref})$  donc :

$$|dI_{ref}| \leq dI_m \quad (3.35)$$

Pour rendre  $\dot{V}_d \leq 0$ , le coefficient  $k_{d2}$  est imposé tel que :

$$k_{d2} \geq B_1 \text{ Avec } B_1 = (v_T + L_c dI_m) \quad (3.36) \text{ et} \quad (3.37)$$

De ce fait,  $S_d$  converge asymptotiquement vers zéro ( $S_d = \dot{S}_d = 0$ ) et donc elle est attractive et invariance. De même le courant  $i_d$  converge asymptotiquement vers  $I_{ref}$  et il demeure borné car  $I_{ref}$  est borné.

### 3.4.1.c Validation de la Commande pour le Mode DC2

Compte tenue de la dynamique de  $i_d$  exprimée dans ce mode DC2 par la relation 2.42, l'expression de  $\dot{S}_d$  est alors de la forme :

$$\dot{S}_d = -R_T i_d - 2E/3 + v_T - (v_D/3) + (2u_d/3) - L_c(dI_{ref}/dt) \quad (3.38)$$

L'introduction de l'expression de  $u_d$  dans la relation précédente donne :

$$\dot{S}_d = (1/3)(-R_T i_d - 2E + 3v_T - v_D - 3L_c(dI_{ref}/dt) - 4k_{d1} S_d - 4k_{d2} \text{sign}(S_d)) \quad (3.39)$$

Pour que  $\dot{V}_d$  vérifie la condition ( $\dot{V}_d \leq 0$ ), il faut que le coefficient  $k_{d2}$  soit tel que :

$$k_{d2} \geq B_2 \quad (3.40)$$

Avec :

$$B_2 = (1/4)(R_T I_{max} + 2E_{max} + 3v_T + v_D + 3L_c dI_m) \quad (3.41)$$

Par conséquent pour que la surface  $S_d$  soit attractive et converge vers zéro à la fois pour le mode DC1 et DC2, il suffit que le coefficient  $k_{d2}$  vérifie :

$$k_{d2} \geq B \text{ Et } B = \max (B_1, B_2) \quad (3.42)$$

### 3.4.2 Réglage par Mode de Glissement d'Ordre Deux

On utilise la même structure de commande (commande en cascade) avec deux régulateurs glissant, pour la boucle de vitesse nous gardons le même régulateur glissant d'ordre 1 et pour la boucle du courant nous utilisons un régulateur glissant d'ordre 2 :

#### 3.4.2.a Algorithme de Super-Twisting Appliquer au Boucle du Courant

Pour la boucle du courant on utilise la même surface de glissement que nous avons utilisé dans la partie précédente, dans ce cas l'algorithme de Super-Twisting est donné par [6]:

$$u_c = u_{c1} + u_{c2} \quad (3.43)$$

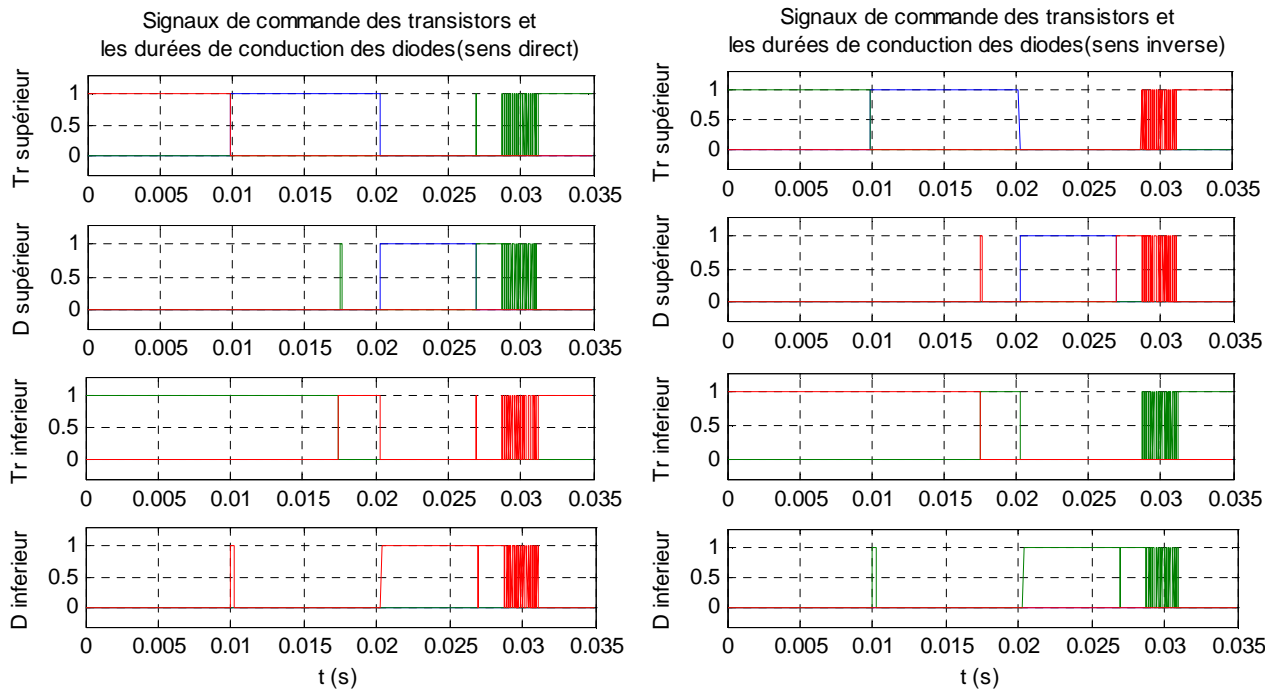
$$\dot{u}_{c1} = \begin{cases} -u_c & \text{si } |u_c| > U_M \\ -\alpha \cdot \text{sign}(S) & \text{si } |u_c| \leq U_M \end{cases} \quad (3.44)$$

$$u_{c2} = \begin{cases} -\lambda \cdot |S_0|^\rho \cdot \text{sign}(S) & \text{si } |S| > S_0 \\ -\lambda \cdot |S|^\rho \cdot \text{sign}(S) & \text{si } |S| \leq S_0 \end{cases} \quad (3.45)$$

## 3.5 Résultats de Simulation pour la Commande de Vitesse

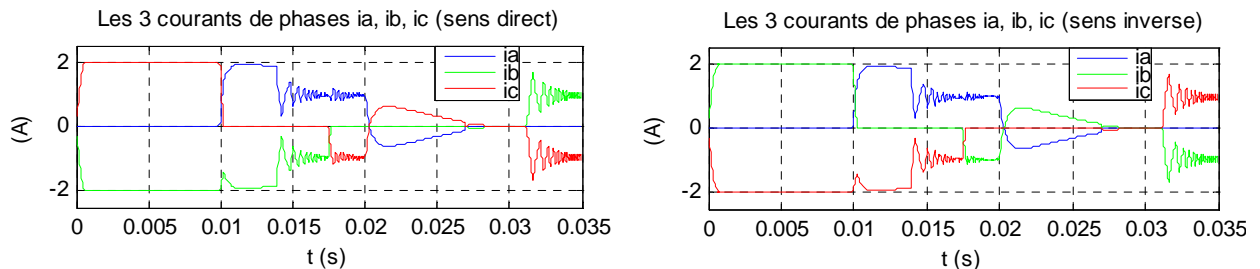
### 3.5.1 Résultats de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre 1

Les résultats de simulation sont obtenus dans les mêmes conditions que celles présentées dans le chapitre précédent. Aussi, les signaux de commande des transistors et les durées de conduction des diodes pour les deux sens de rotation sont présentés à la figure 3.5 :

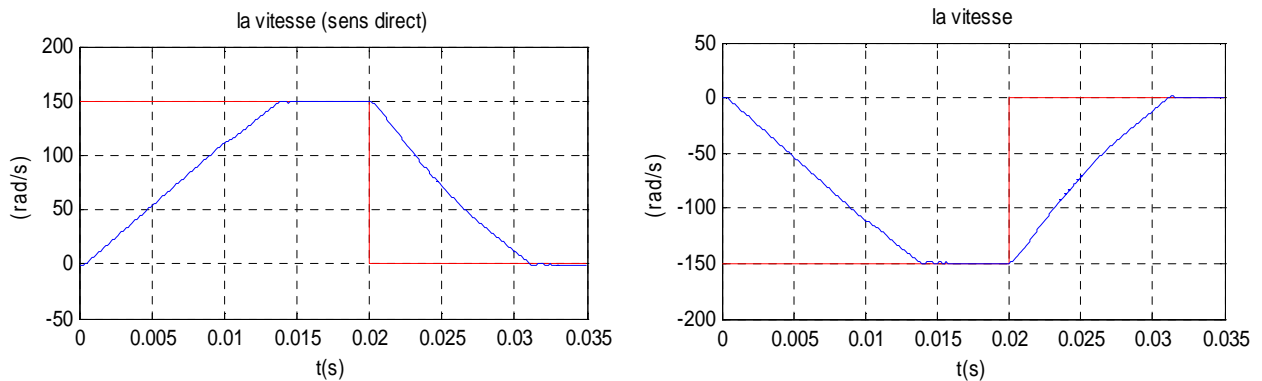


**Fig. 3.5 :** Forme des Signaux de commande des transistors et durée de conduction des diodes dans le sens direct et inverse.

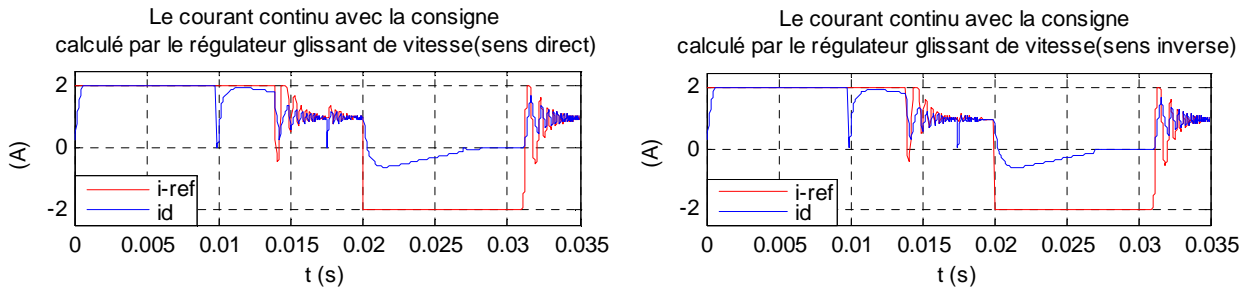
Les résultats de simulation du moteur BLDC pour le fonctionnement dans les sens de rotation direct et inverse sont présentés sur les figures 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 et 3.10 concernant respectivement les trois courants de phases, la vitesse du moteur, le courant  $i_d$ , le couple  $C_e$  et le courant de phase  $i_a$  avec FEM  $e_a$ .



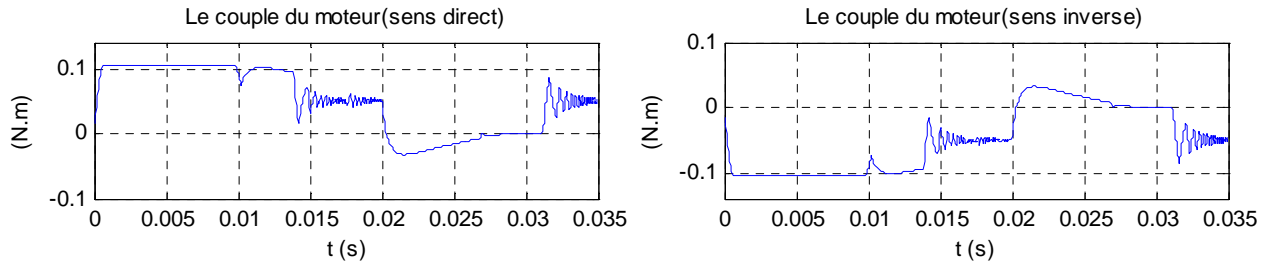
**Fig. 3.6 :** Forme des courants de phases dans les sens direct et inverse.



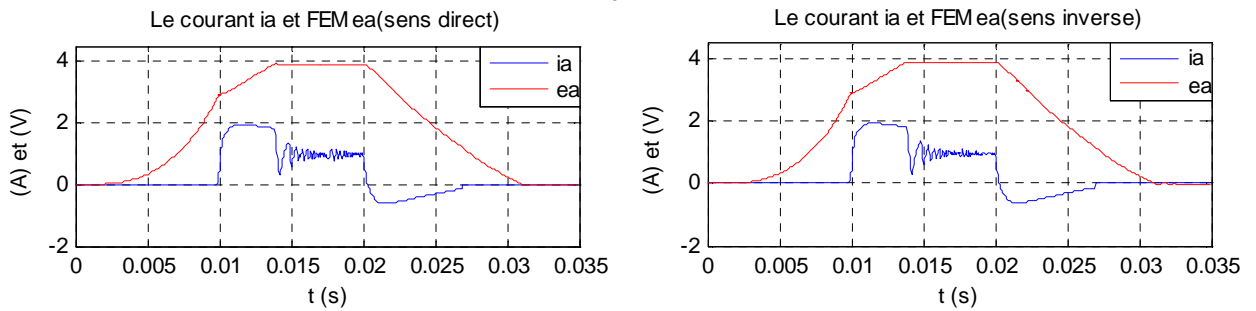
**Fig. 3.7 :** Forme de la vitesse dans les sens direct et inverse.



**Fig. 3.8** : Forme du courant  $i_d$  dans les sens direct et inverse.



**Fig. 3.9** : Couple du moteur  $C_e$  dans les sens direct et inverse.



**Fig. 3.10** : Forme de courant  $i_a$  et FEM  $e_a$  de la phase  $a$  dans les sens direct et inverse.

### 3.5.1.a Test de la Robustesse du Régulateur de la Vitesse

On applique un échelon de vitesse de 150tr/mn, le moteur démarre à vide puis à l'instant  $t=0.02s$  on effectue trois tests de robustesse où on applique la perturbation externe représentée par le couple résistance  $C_r$  et les variations paramétriques.

**Test 1** : Couple Résistant  $C_r = 0.05N/m$ , augmentation de 20% des résistances des phases, diminution de 30% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 3.11 :

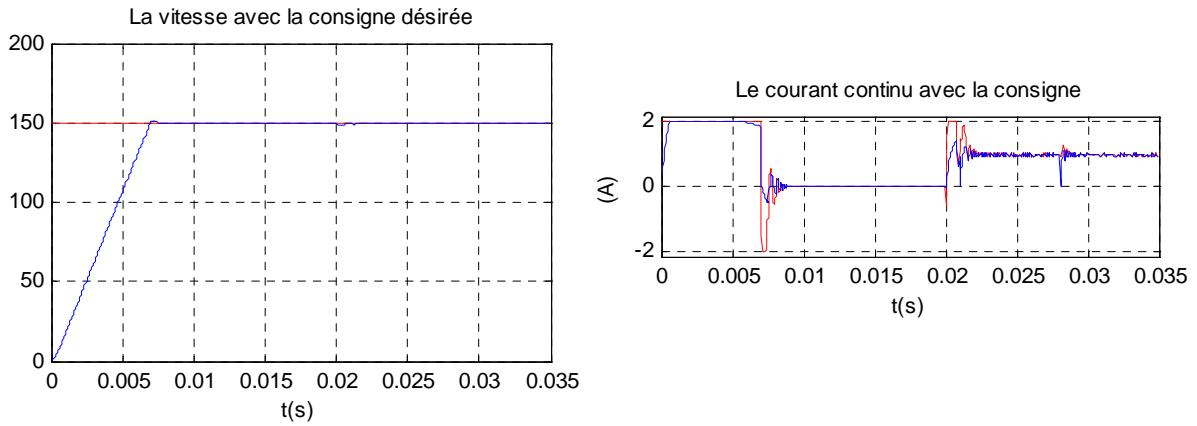


Fig. 3.11 : Formes de la vitesse et du courant.

**Test 2 :** Couple Résistant  $C_r = 0.055N/m$ , augmentation de 40% des résistances des phases et diminution de 35% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 3.12 :

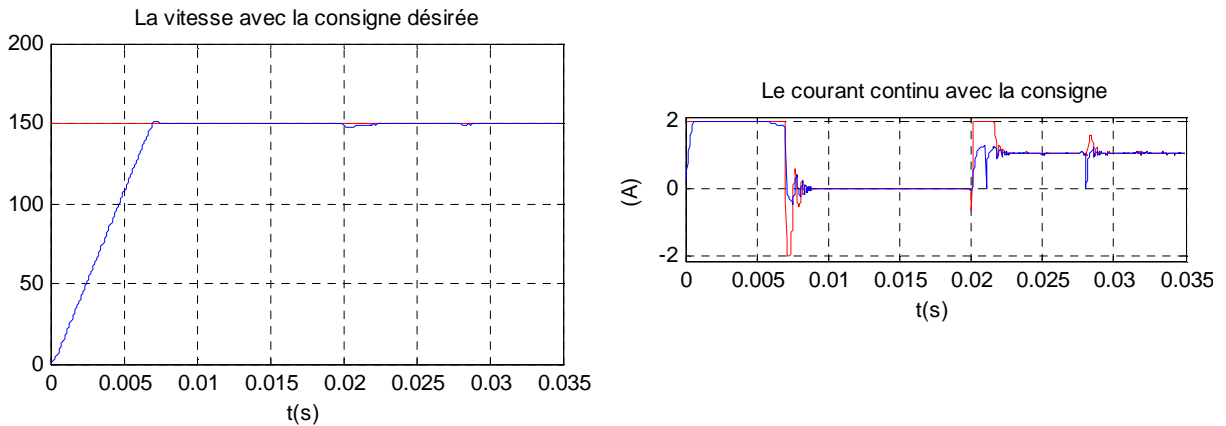


Fig. 3.12 : Formes de la vitesse et du courant.

**Test 3 :** Couple Résistant  $C_r = 0.06N/m$ , augmentation de 60% des résistances des phases et diminution de 40% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés à la figure 3.13 :

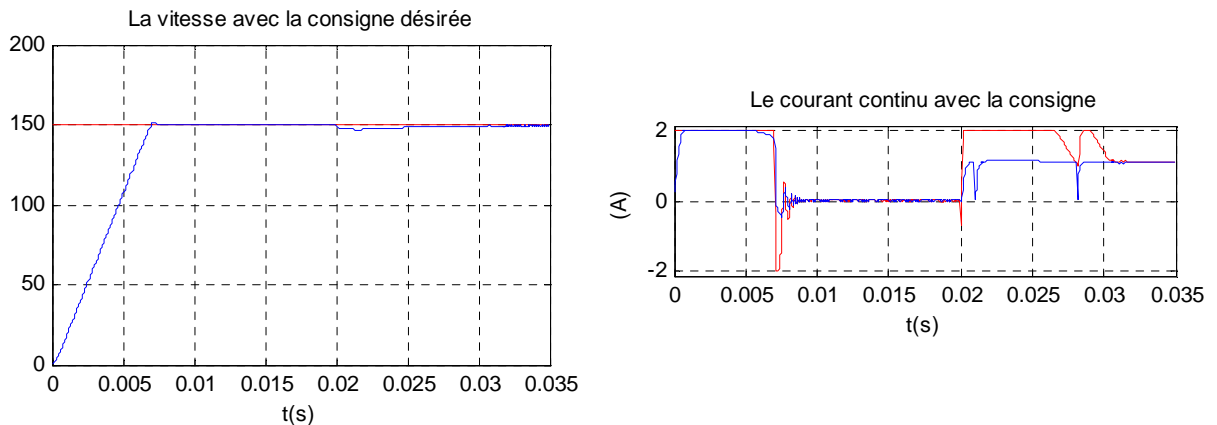


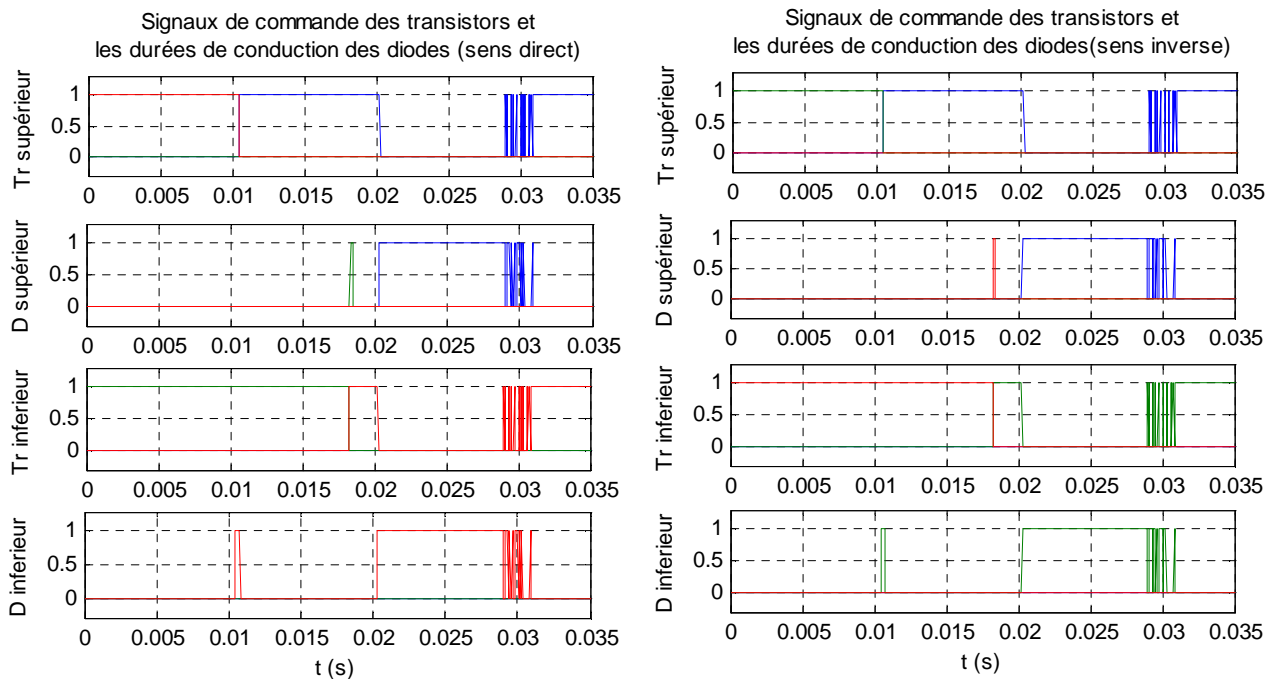
Fig. 3.13 : Formes de la vitesse et du courant.

**Commentaires sur les Résultats**

- Pour les deux premiers tests la vitesse reste pratiquement insensible aux perturbations.
- Et pour le test 3, il apparaît une faible erreur statique à partir de l'instant  $t=0.02s$  qui est pratiquement éliminée à partir de l'instant  $t=0.033s$ .

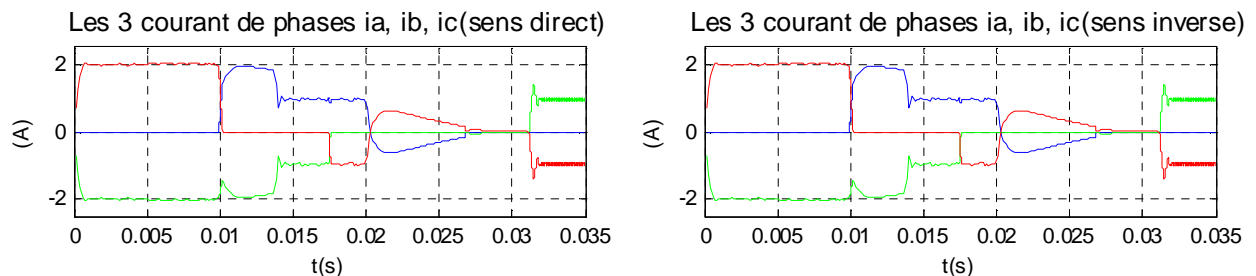
### 3.5.2 Résultats de la Commande par Mode de Glissement d'Ordre 2

Les résultats de la simulation sont obtenus dans les mêmes conditions que celles présentées dans le chapitre précédent. Aussi, les signaux de commande des transistors et les durées de conduction des diodes pour les deux sens de rotation sont présentés à la figure 3.14 :

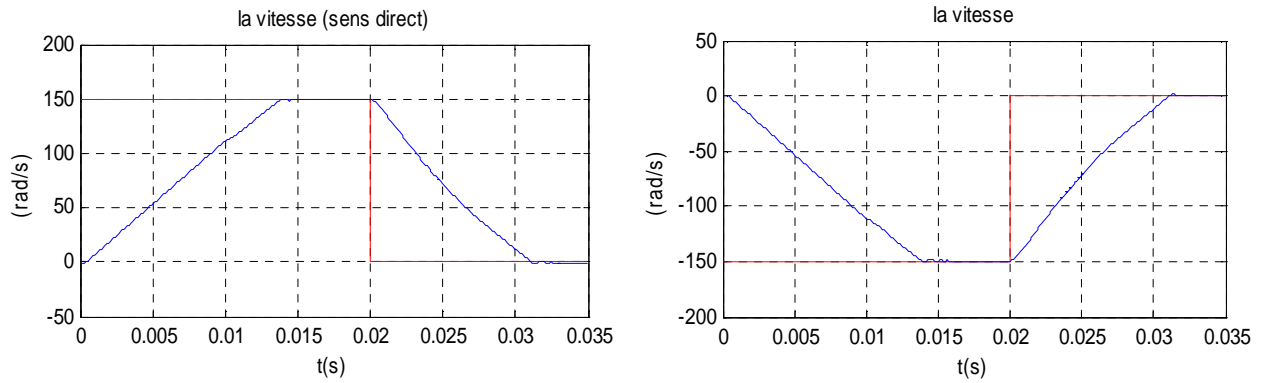


**Fig. 3.14 :** Forme des Signaux de commande des transistors et durée de conduction des diodes dans les sens direct et inverse.

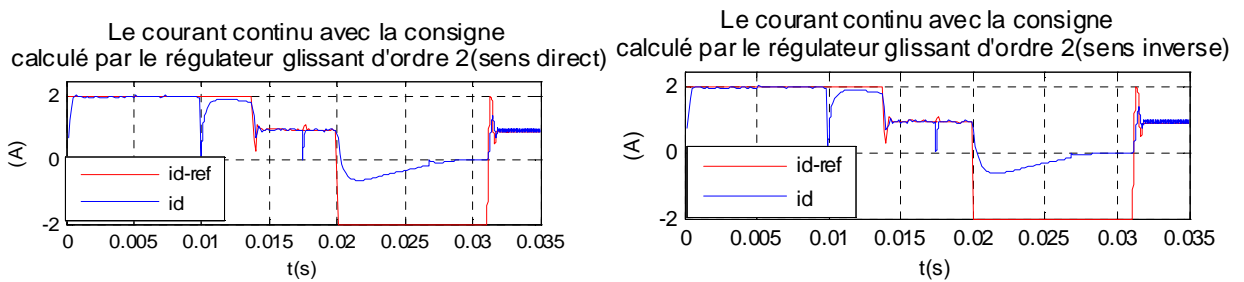
Les résultats de simulation du moteur BLDC pour le fonctionnement dans les sens de rotation direct et inverse sont présentés sur les figures 3.15, 3.16, 3.17, 3.18 et 3.19 concernant respectivement les trois courants de phases, la vitesse du moteur, le courant  $i_d$ , le couple  $C_e$  et le courant de phase  $i_a$  avec FEM  $e_a$ .



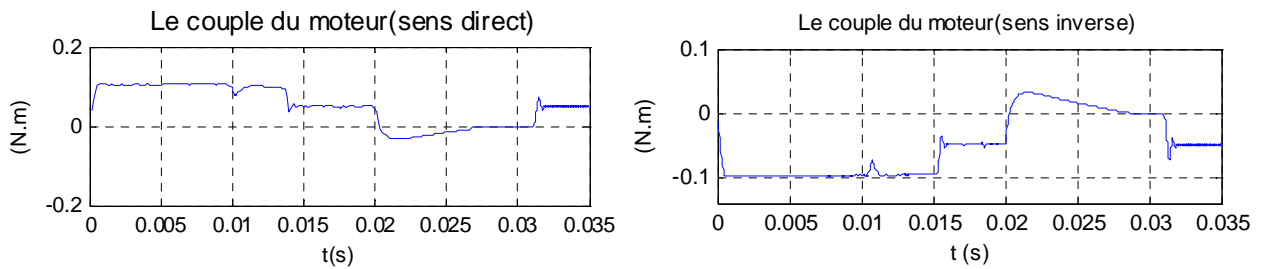
**Fig. 3.15 :** Forme des courants de phases dans les sens direct et inverse.



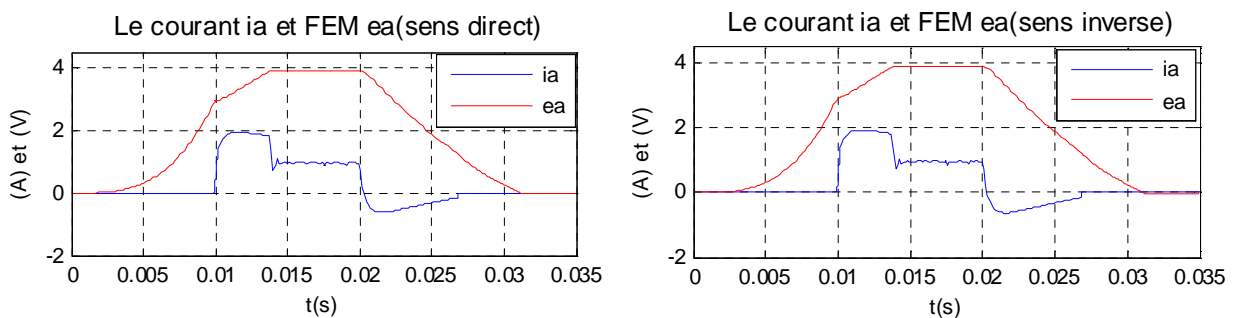
**Fig. 3.16 :** Forme de la vitesse dans les sens direct et inverse.



**Fig. 3.17 :** Forme du courant  $i_d$  dans les sens direct et inverse.



**Fig. 3.18 :** Couple du moteur  $C_e$  dans les sens direct et inverse.



**Fig. 3.19 :** Forme de courant  $i_a$  et FEM  $e_a$  de la phase  $a$  dans les sens direct et inverse.

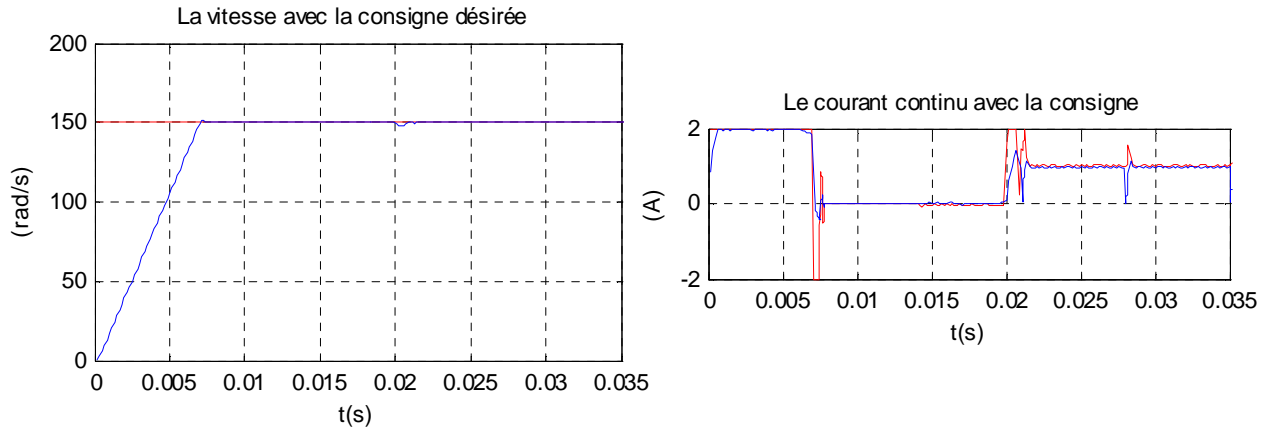
**Commentaires sur les Résultats**

- les résultats de simulation montre que l'application de cette commande permet de éliminé le phénomène de chattering.

**3.5.2.a Test de la Robustesse du Régulateur de la Vitesse**

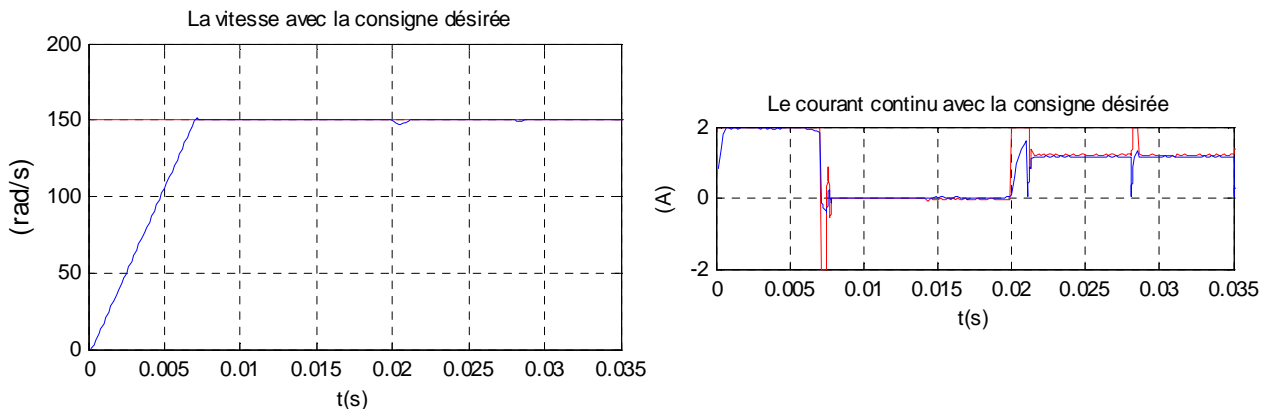
On applique un échelon de vitesse de 150tr/mn, le moteur démarre à vide puis à l'instant  $t=0.02s$  on effectue trois tests de robustesse où on applique la perturbation externe représentée par le couple résistance  $C_r$  et les variations paramétriques.

**Test 1 :** Couple Résistant  $C_r = 0.05N/m$ , augmentation de 20% des résistances des phases, diminution de 30% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés à la figure 3.20 :



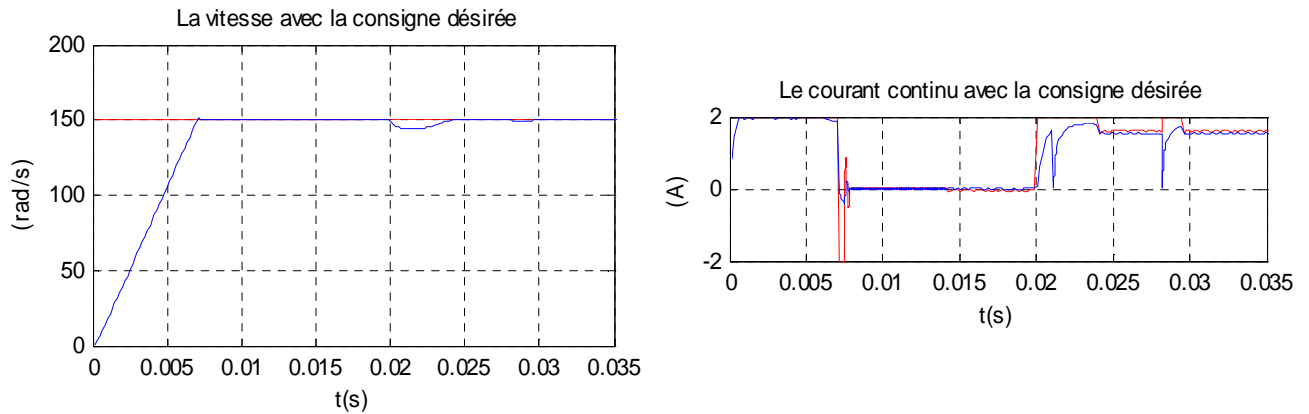
**Fig. 3.20 :** Formes de la vitesse et du courant.

**Test 2 :** Couple Résistant  $C_r = 0.055N/m$ , augmentation de 40% des résistances des phases et diminution de 35% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés à la figure 3.21 :



**Fig. 3.21 :** Formes de la vitesse et du courant.

**Test 3 :** Couple Résistant  $C_r = 0.06N/m$ , augmentation de 60% des résistances des phases et diminution de 40% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés à la figure 3.22 :



**Fig. 3.22** : Formes de la vitesse et du courant.

### 📌 Commentaires sur les Résultats

- Pour les deux premiers tests la vitesse reste pratiquement insensible aux perturbations.
- Et pour le test 3, il apparaît une faible erreur statique à partir de l'instant  $t=0.02s$  qui est pratiquement éliminée à partir de l'instant  $t=0.03s$ .

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un bref rappel sur la commande par les modes glissants d'ordre 1 et d'ordre 2. Pour différentes raisons, l'exposé sur les modes glissants a été restreint à des systèmes mono-entrée et affine en la commande mais l'ensemble des résultats peut s'appliquer, sous certaines conditions, à des systèmes d'ordre plus général. Les principes ont été donnés dans le cas des régimes glissants classiques : notion de surface invariante et de commande équivalente, conditions d'existence.

Nous avons appliqué les modes de glissement à la commande du moteur BLDC dans le but de régler la vitesse de ce moteur. Nous avons basé notre étude sur la structure de régulation en cascade. Les résultats de simulation montrent que la commande par les modes de glissement d'ordre 2 permet de minimiser le phénomène de chattering.

## Chapitre 4 Commande Floue & Floue-Glissante

### 4.1 Introduction

La logique floue (en anglais fuzzy logic) est de grande actualité aujourd'hui [38]. En réalité, elle existait déjà depuis longtemps et nous pouvons diviser son histoire de développement en trois étapes. Ce sont les paradoxes logiques et les principes de l'incertitude d'Heisenberg qui ont conduit au développement de la « logique à valeurs multiples » ou « logique floue » dans les années 1920 et 1930. En 1937, le philosophe Max Black appliqua la logique continue, qui se base sur l'échelle des valeurs vraies  $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$ , pour classer les éléments ou symboles. Les bases théoriques de la logique floue ont été établies en 1965 par le professeur Lotfi Zadeh.

Dans ce chapitre nous avons appliqué cette technique de commande pour commander la vitesse d'un moteur BLDCM, en premier nous allons faire un rappel sur la théorie de cette commande, puis une hybridation avec la commande par mode de glissement qui nous avons appliqué dans le précédent chapitre.

### 4.2 Commande par la Logique Floue

Une des caractéristiques du raisonnement humain est qu'il est généralement fondé sur des données imprécises ou même incomplètes. En effet les connaissances dont nous disposons sur un système quelconque sont généralement incertaines ou vagues, soit parce que nous avons un doute sur leur validité ou alors nous éprouvons une difficulté à les exprimer clairement.

Par exemple : dans la logique classique, une vitesse peut être qualifiée par les termes « Elevée ». Mais dans la logique floue, des échelons d'appréciation intermédiaires de la variable vitesse sont possibles. La «Vitesse» devient une variable linguistique dont les valeurs sont par exemple : « Très faible », « Faible », « Moyenne », «Elevée », « Très élevée ».

La logique floue peut être considérée comme une extension de la logique classique [38].

#### 4.2.1 Les Ensembles Flous

En logique binaire, la fonction d'appartenance caractérisant l'appartenance d'un élément  $x$ , de l'univers de discours  $X$  à un ensemble classique  $A$ , prend uniquement la valeur 0 et 1 :

$$\mu_A(x) : X \rightarrow \{0,1\} \quad (4.1)$$

$$x \rightarrow \mu_A(x) = 1 \quad \text{si } x \in A \quad (4.2)$$

$$\mu_A(x) = 0 \quad \text{si } x \notin A$$

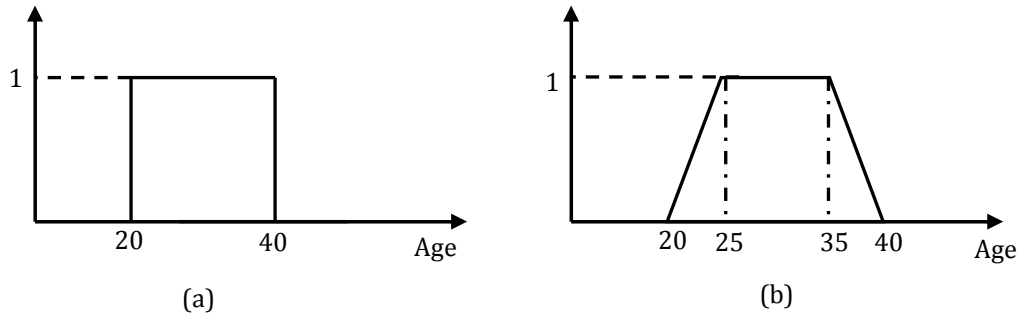
Un sous ensemble flou peut être vu comme une généralisation du concept d'ensemble classique. Dans la théorie des sous ensembles flous, les valeurs de la fonction d'appartenance  $\mu_A(x)$  sont comprises dans l'intervalle  $[0,1]$  :

$$x \rightarrow \mu_A(x)/X \rightarrow [0,1] \quad (4.3)$$

Un ensemble flou  $A$  est défini par l'ensemble des paires ordonnées  $(\mu_A(x), x)$  tel que :

$$A = \{(\mu_A(x), x) / x \in X\} \quad (4.4)$$

La figure 5.1 présente la différence qui existe entre la logique binaire et la logique floue où une variable ne peut prendre que 0 ou 1 dans le cas de la logique binaire par contre, dans la logique floue une variable peut prendre une infinité de valeurs, mais qui sont comprises dans l'intervalle [0 1] :

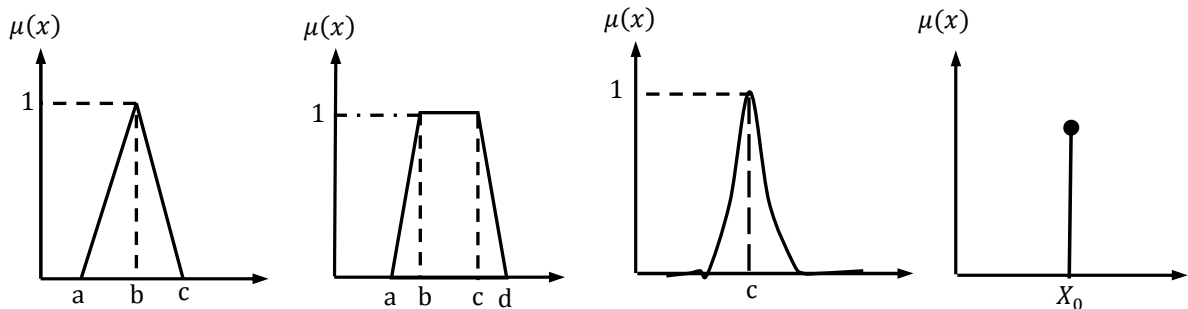


**Fig. 4.1** : Fonctions d'appartenance : (a) logique binaire (b) logique floue.

#### 4.2.2 Caractéristiques d'un sous Ensemble Flou

Les fonctions d'appartenances sont définies par quatre caractéristiques :

**1-Le Type** : elles peuvent être par exemple triangulaires, trapézoïdales, gaussiennes, sigmoïdes ou des singletons (fig.4.2).



**Fig. 4.2** : Types de fonctions d'appartenance.

**2-Le Noyau** : c'est la valeur qui satisfait entièrement la propriété décrite par A. Quand le noyau est réduit à un point, celui-ci est appelé valeur modale. Il est donné par :

$$N(A) = \{x \in X / (\mu_A(x) = 1)\} \quad (4.5)$$

**3-Le Support** : la propriété est vérifiée, au moins partiellement. Il est donné par :

$$S(A) = \{x \in X / (\mu_A(x) > 0)\}$$

**4-La Hauteur** : c'est la valeur maximale de la fonction d'appartenance qui est égale à 1 (fig.4.3).

$$H(A) = \max(\mu_A(x)) \quad (4.6)$$

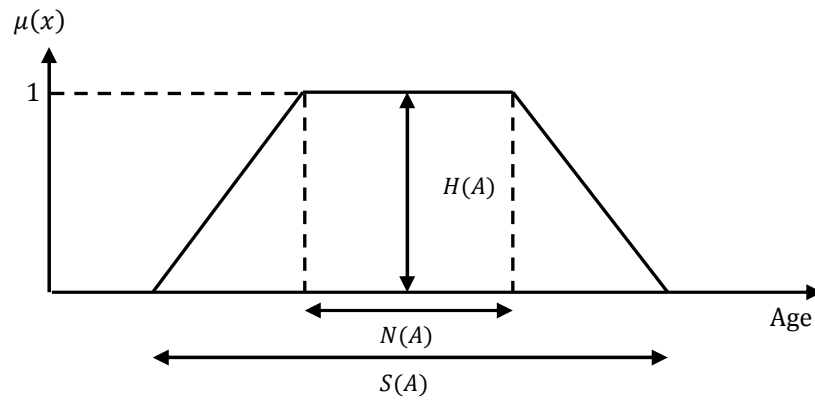


Fig. 4.3 : Caractéristiques d'un sous-ensemble flou.

### 4.2.3 Opérateurs Logiques Flous

Ces opérateurs permettent d'écrire des combinaisons logiques entre notions floues. On peut définir des opérateurs par *ET*, *OU*, ou la négation.

**a. L'Intersection « ET » :** Le degré de vérité (degré d'appartenance) de la proposition «*A ET B*» est le minimum des degrés d'appartenance de *A* et de *B* :

$$\mu(A \text{ ET } B) = \min(\mu(A), \mu(B)) \quad (4.7)$$

**b. L'union « OU » :** Le degré de vérité (degré d'appartenance) de la proposition «*A OU B*» est le maximum des degrés d'appartenance de *A* et de *B* :

$$\mu(A \text{ OU } B) = \max(\mu(A), \mu(B)) \quad (4.8)$$

**c. Complément :** L'opérateur correspondant est la négation.

### 4.2.4 Notion du Règle Linguistique

Les systèmes basés sur la logique floue utilisent généralement la connaissance humaine sous forme des règles de type (**Si ... Alors ...**) La prémisse de la règle (l'antécédent) est constituée des conditions qu'il faut satisfaire afin de réaliser la conclusion de la règle (la conséquence).

### 4.2.5 Les Différents Systèmes d'Inférence Floue

Le système d'inférence floue est composé de la base des règles, de la base des données (les paramètres des fonctions d'appartenance) et du raisonnement flou Il existe deux types des systèmes d'inférence floue :

#### a. Régulateur de Type Mamdani

Mamdani est le premier qui utilise la logique floue pour la synthèse de commande. Il utilise le minimum comme opérateur de jonction et l'implication pour représenter le graphe flou associé à chaque règle et l'opérateur maximum pour l'agrégation, dans la règle *i* :

$$\text{Si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } A_n \text{ alors } y \text{ est } B^i \quad (4.9)$$

$B^i$  ensembles flous, et forment en général une partition de l'univers de sortie.

#### b. Type Takagi-Sugeno

Ce modèle possède la particularité de ne pas avoir une conclusion floue mais plutôt une fonction des entrées. La règle  $R_i$  pour un vecteur d'entrée  $x$  de dimension  $n$  est de la forme.

$$\text{Si } x_1 \text{ est } X_1^i \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } X_n^i \text{ Alors } y \text{ est } G_i(x). \quad (4.10)$$

Si  $G_i(x)$  est linéaire d'ordre un, elle sera de la forme :

$$G_i(x) = \sum_{j=1}^n a_j^i x_j + b^i \quad (4.11)$$

Pour notre travail, nous avons opté pour un régulateur de type Mamdani [39].

#### 4.2.6 Caractéristiques d'un Système d'Inférence Flou

Il existe deux caractéristiques principales d'un SIF structurelles et paramétriques :

##### a. Caractéristiques structurelles

Elles spécifient tous les éléments du SIF qui influent sur sa structure. Ces éléments sont constitués par:

- Définition des variables d'entrée et sortie
- Le type de fonction d'appartenance utilisé (triangle, trapèze, sigmoïde...etc.) pour chaque terme linguistique.
- Le nombre des termes linguistiques pour chaque variable.
- Le nombre optimal des règles.
- Les variables participant à ces règles ;
- Les opérateurs de conjonction, de disjonction et d'implication...etc.

##### b. Caractéristiques paramétriques

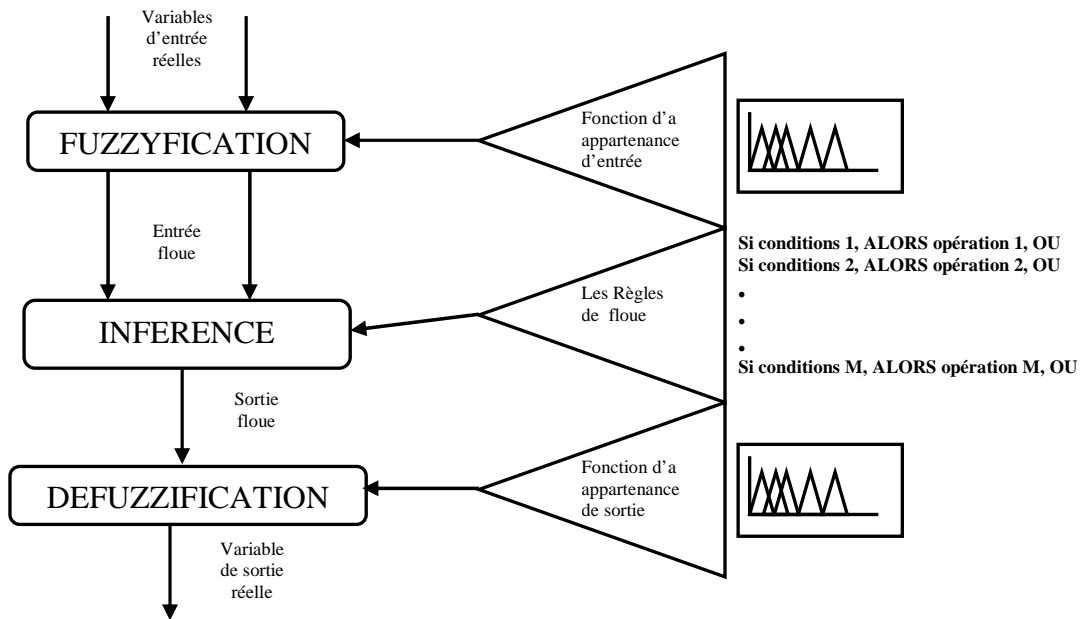
Une fois la structure du SIF choisie, le problème est alors le placement optimal des fonctions d'appartenance d'entrées et de sorties ou des singletons de sorties. Les caractéristiques paramétriques se situent au plus bas niveau de spécification d'un SIF. Elles représentent en fait l'aspect purement numérique du système flou et définissent les sous-ensembles qui le constituent. Les paramètres des fonctions d'appartenance des variables d'entrée (point modal, base, écart type...).

#### 4.3 Principe d'un Contrôleur Flou

La conception d'un contrôleur classique (par exemple un PI) préconise la connaissance précise du modèle du système à contrôler. Les valeurs d'entrée doivent être mesurées avec exactitude afin d'éviter les erreurs, contrairement au contrôleur flou qui ne demande aucune de ces deux spécifications. La connaissance du modèle mathématique du processus n'est pas nécessaire. C'est l'expérience des opérateurs du procédé ou les connaissances des experts, qui sont prises en compte pour établir la commande floue. Les algorithmes de réglage conventionnels sont alors remplacés par une série de règles linguistiques.

La commande par logique floue peut s'appliquer à tout domaine de la commande traditionnelle. De plus, elle peut opérer lorsque les procédés à commander sont mal connus ou difficiles à décrire précisément, ou lorsque les variables sont évaluées subjectivement et exprimées en langage naturel et non numériquement. Elle est simple à réaliser, flexible et donc facilement adaptable aux

conditions de fonctionnement du processus. Les règles sont faciles à comprendre et à modifier puisqu'elles sont exprimées par des termes de langage naturel [38]. L'architecture interne d'un contrôleur flou est représentée par la figure 4.4.



**Fig. 4.4** : Les opérations du contrôleur flou [40].

Un contrôleur flou est composé de trois blocs : la fuzzification, l'inférence et la défuzzification.

### 4.3.1 Fuzzification

Elle représente le passage des grandeurs réelles aux valeurs floues et cela, en déterminant les différents univers de discours correspondant aux domaines des variations des variables d'entrée et de sortie. Ensuite, on définit pour chacune des variables ses sous-ensembles flous ainsi que leurs fonctions d'appartenance associées [38].

### 4.3.2 Inférence

Dans ce bloc, les valeurs des variables linguistiques d'entrée et de sortie sont liées par une table des règles qui doivent tenir compte du comportement statique et dynamique du système à contrôler. C'est un mécanisme de décision qui, en manipulant les règles floues, établit une décision. Il existe plusieurs méthodes d'inférence : *Maximum-Minimum*, *Max-Produit*, *Somme-Produit*. Le nom de la méthode désigne les opérateurs utilisés respectivement pour l'agrégation des règles floues et l'implication floue, pour notre travail nous avons utilisé la méthode *somme-produit* [41].

### 4.3.3 Défuzzification

Elle consiste à définir précisément qu'elle doit être l'action sur le processus. En effet, le procédé ne peut pas interpréter des ordres linguistiques fournis par les méthodes d'inférences. L'opération de défuzzification permet de calculer à partir de la fonction d'appartenance résultante, la valeur réelle de la variable de sortie à appliquer au processus. Il existe plusieurs méthodes de défuzzification : *méthode du maxima*, *méthode du centre de gravité*, *méthode de la moyenne des maxima*. Il est toutefois reconnu que la méthode du centre de gravité donne les meilleurs résultats.

Notons que des blocs de normalisation et de dénormalisation sont ajoutés respectivement en entrée et sortie du contrôleur flou afin qu'il soit transportable et adaptable même avec des paramètres différents [42].

#### 4.4 Réglage par la Logique floue

Le contrôleur flou est largement utilisé dans l'industrie pour sa réalisation facile. Beaucoup des travaux ont été effectués sur l'analyse des règles de commande et des paramètres de fonction d'appartenance [43].

Les raisons pour lesquelles la logique floue est employée sont comme suit :

- Une méthodologie de conception alternative, qui est plus simple et plus rapide.
- Elle réduit le cycle de développement de conception.
- Elle simplifie la complexité de conception.
- Une meilleure solution de rechange à la commande non linéaire.
- Elle améliore l'exécution de commande.
- Elle est simple à mettre en application [44] [45] [56].

Nous proposons dans cette partie une commande par logique floue du moteur BLDC [47]. On utilise la même structure de commande (commande en cascade) avec deux régulateurs flous, de vitesse et de courant (fig. 4.5).

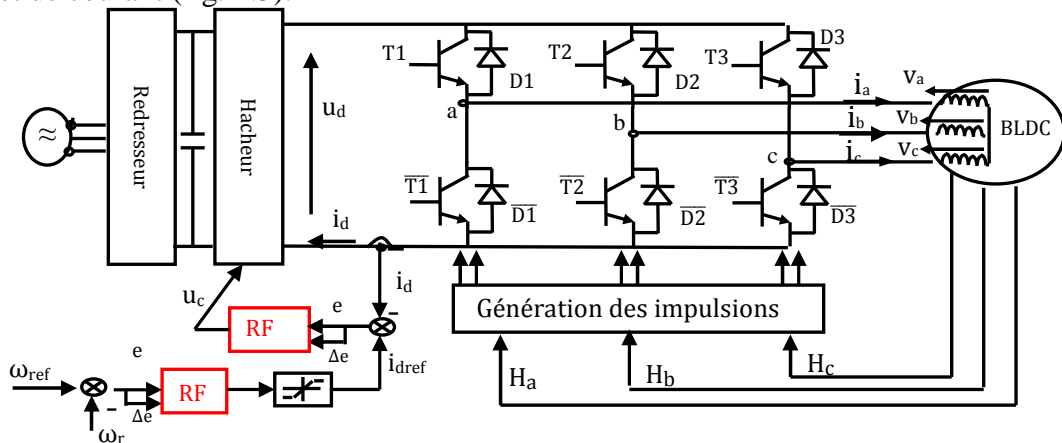


Fig. 4.5 : Schéma de principe pour la commande du moteur BLDC.

#### 📌 Définition des Entrées / Sorties

Pour la boucle de vitesse les variables d'entrées sont :

$$\text{L'erreur de vitesse } e_{\omega} = \omega_r - \omega_{ref}. \quad (4.12)$$

$$\text{La variation de l'erreur de vitesse } \Delta e_{\omega} = e_{\omega}(k) - e_{\omega}(k-1) \quad (4.13)$$

Pour la boucle du courant les variables d'entrées sont :

$$\text{L'erreur de courant } e_{i_d} = i_d - i_{dref}. \quad (4.14)$$

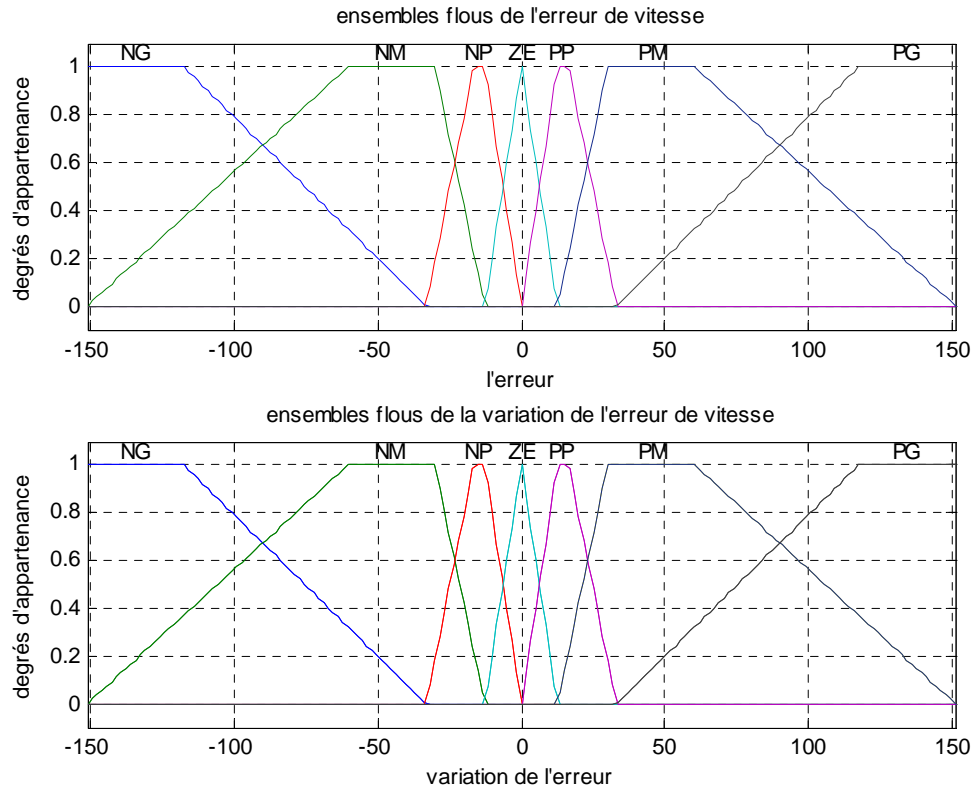
$$\text{La variation de l'erreur du courant } \Delta e_i = e_{i_d}(k) - e_{i_d}(k-1) \quad (4.15)$$

Pour les variables de la sortie :

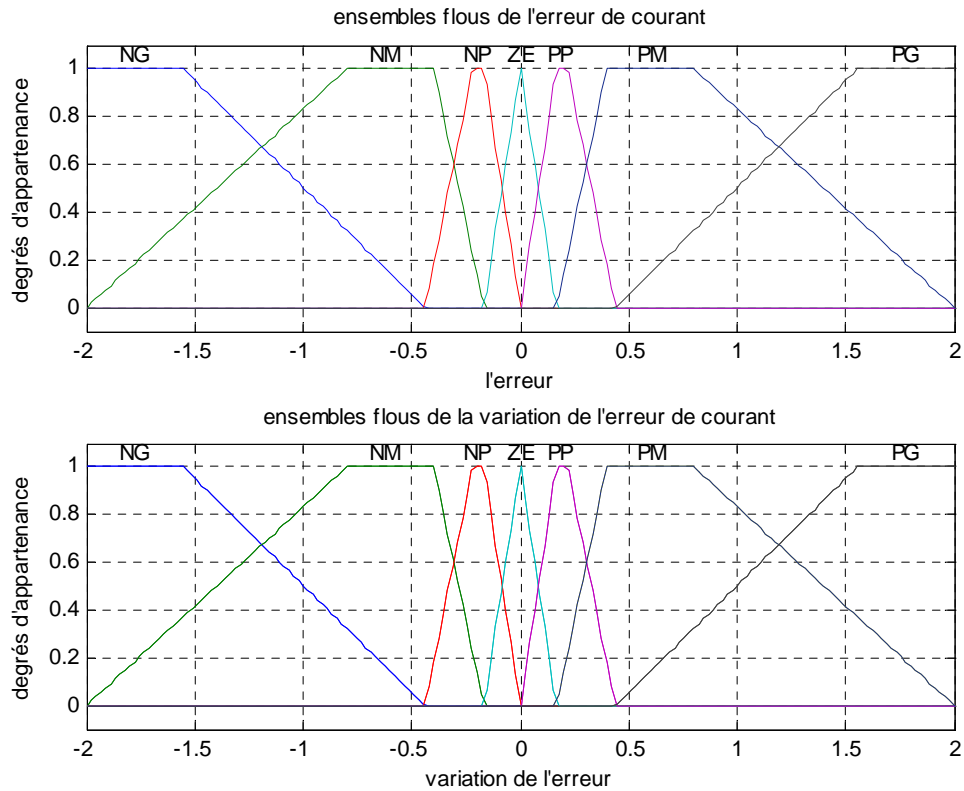
La sortie du régulateur de vitesse qui après limitation forme la référence  $i_{dref}$  pour la boucle du courant et la sortie du régulateur du courant constitue la commande  $u_c$  (fig. 4.5).

#### 4.4.1 Définition des fonctions d'appartenance

Les régulateurs flous utilisés sont du type Mamdani dont les entrées sont : l'erreur de vitesse et sa variation pour la boucle de vitesse en même temps l'erreur de courant et sa variation pour la boucle de courant. Pour le choix de la forme des fonctions d'appartenance, nous avons opté pour la forme triangulaire et trapézoïdale, comme indiqué sur les figures 4.6 et 4.7.

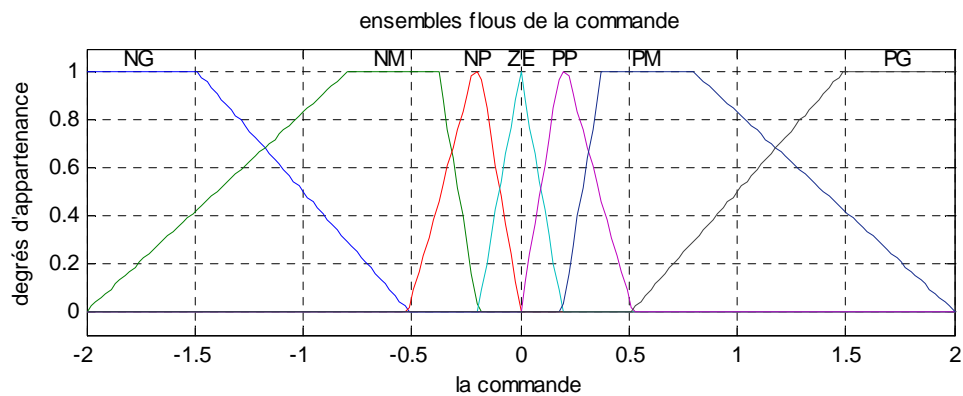


**Fig. 4.6** : Fuzzification des entrées  $e_w$ ,  $\Delta e_w$ .



**Fig. 4.7 :** Fuzzification des entrées  $e_c$ ,  $\Delta e_c$ .

Les fonctions d'appartenance des sorties sont de la même forme que les fonctions d'appartenance des entrées comme indiqué aux figures 4.8, 4.9 :



**Fig. 4.8 :** Fonctions d'appartenance pour le courant de référence  $i_{ref}$ .

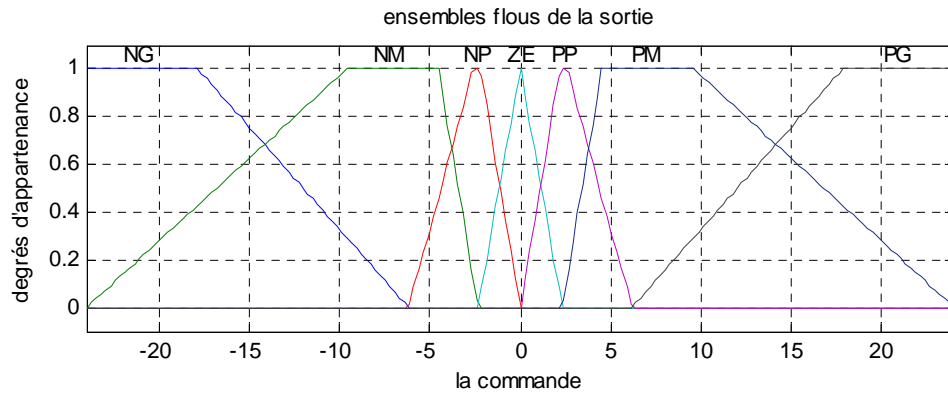


Fig. 4.9 : Fonctions d'appartenance pour la commande  $u_c$ .

### 4.4.2 Base de Règle

Pour le régulateur de vitesse et du courant, la table des règles floues qui a servi au mécanisme d'inférence est donnée par les tableaux 4.1 et 4.2 [48]:

		Erreur						
		NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
Dérivé de l'erreur	NG	NG	NG	NG	NG	ZE	ZE	ZE
	NM	NG	NG	NM	NM	ZE	ZE	ZE
	NP	NG	NG	NP	NP	PP	PP	PM
	ZE	NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
	PP	NM	NP	NP	PP	PP	PG	PG
	PM	ZE	ZE	ZE	PM	PM	PG	PG
	PG	ZE	ZE	ZE	PG	PG	PG	PG

Tableau 4.1 : Table des règles de décision pour le contrôleur de vitesse.

		Erreur						
		NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
Dérivé de l'erreur	NG	NG	NG	NG	NG	ZE	ZE	ZE
	NM	NG	NG	NM	NM	ZE	ZE	ZE
	NP	NG	NG	NP	NP	PP	PP	PM
	ZE	NG	NM	NP	ZE	PP	PM	PG
	PP	NM	NP	NP	PP	PP	PG	PG
	PM	ZE	ZE	ZE	PM	PM	PG	PG
	PG	ZE	ZE	ZE	PG	PG	PG	PG

Tableau 4.2 : Table des règles de décision pour le contrôleur du courant.

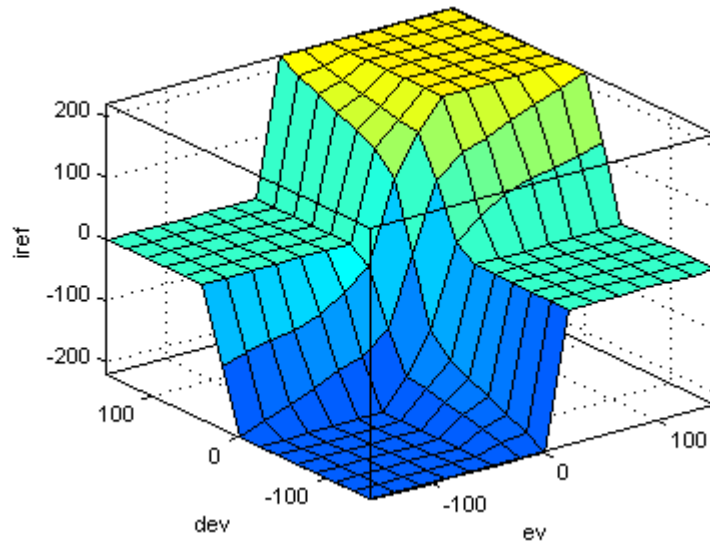
Pour le choix de la méthode d'inférence, nous avons opté par la méthode Som-Prod, du fait qu'elle est facile à implémenter et donne de bons résultats [38].

### 4.4.3 Défuzzification

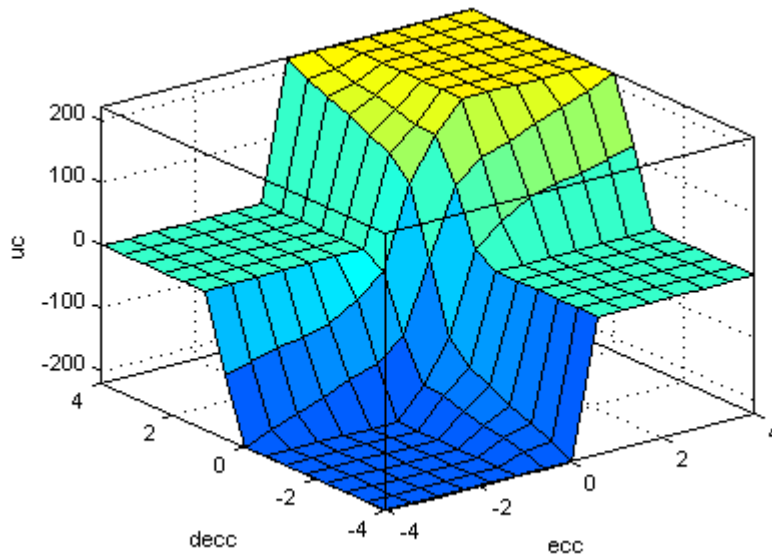
La sortie du mécanisme d'inférence est une variable floue. L'approximation floue de fonction doit convertir ses variables floues internes en grandeurs réelles de sorte que le système puisse utiliser ces variables [49].

En cette étape, une valeur réelle de la variable de sortie  $u$  est obtenue en employant la méthode du centre de gravité.

Le traçage des tables précédentes, en utilisant l'erreur comme axe x, la variation de l'erreur comme axe y et le signal de commande comme axe z, visualise, aux figures 4.10 et 4.11, la relation entre l'entrée et la sortie.



**Fig. 4.10** : Relation entre les entrées et les sorties pour la boucle de vitesse.



**Fig. 4.11** : Relation entre les entrées et les sorties pour la boucle du courant [48].

## 4.5 Commande floue-glissante

Notre proposition est de traiter le système de contrôle flou comme un type de système à structure variable (le contrôleur flou avec un contrôleur à structure variable). Nous appliquons cette proposition sur le réglage du courant. Dans ce cas la commande  $u$  est donnée par l'équation 4.16:

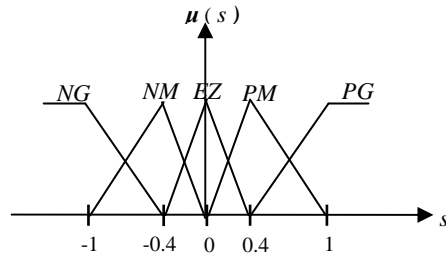
$$u = u_{eq} + u_{flou} \quad (4.16)$$

Le schéma bloc de la commande de vitesse est le même que nous avons utilisé précédemment. L'idée de base pour la conception de ce contrôleur est qu'il est possible de faire une extension de la surface de glissement  $S = 0$ , vers une surface floue définie par l'expression linguistique :

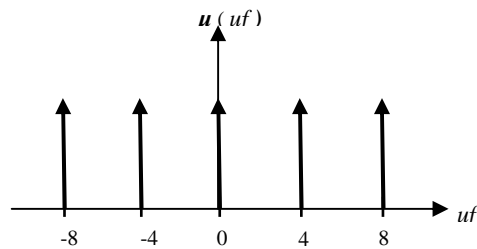
$\tilde{S}$  est zéro (4.17)

Avec  $\tilde{S}$  la variable linguistique de  $S$ , et “zéro” est l’un de ses ensembles flous, on définit cinq sous ensembles flous  $NG$   $NM$   $EZ$   $PM$   $PG$ , tels que :  $NG$  : négatif grand ;  $NM$  : négatif moyen;  $EZ$  : environ zéro ;  $PM$  : positif moyen ;  $PG$  : positif grand.

Quant à la commande  $u$ , nous définissons aussi cinq sous ensembles flous  $PG$   $PM$   $EZ$   $NM$   $NG$  figure (4.12).



(a) :entrée (s).



(b) :sortie (  $u_{flou}$ ).

**Fig. 4.12** : Fonctions d’appartenance de l’entrée et de sortie.

Nous définissons pour ce système d’inférence flou, les règles suivantes:

R1 : SI  $s$  est  $NG$  Alors  $u_{flou}$  est  $PG$

R2 : SI  $s$  est  $NM$  Alors  $u_{flou}$  est  $PM$

R3 : SI  $s$  est  $EZ$  Alors  $u_{flou}$  est  $EZ$

R4 : SI  $s$  est  $PM$  Alors  $u_{flou}$  est  $NM$

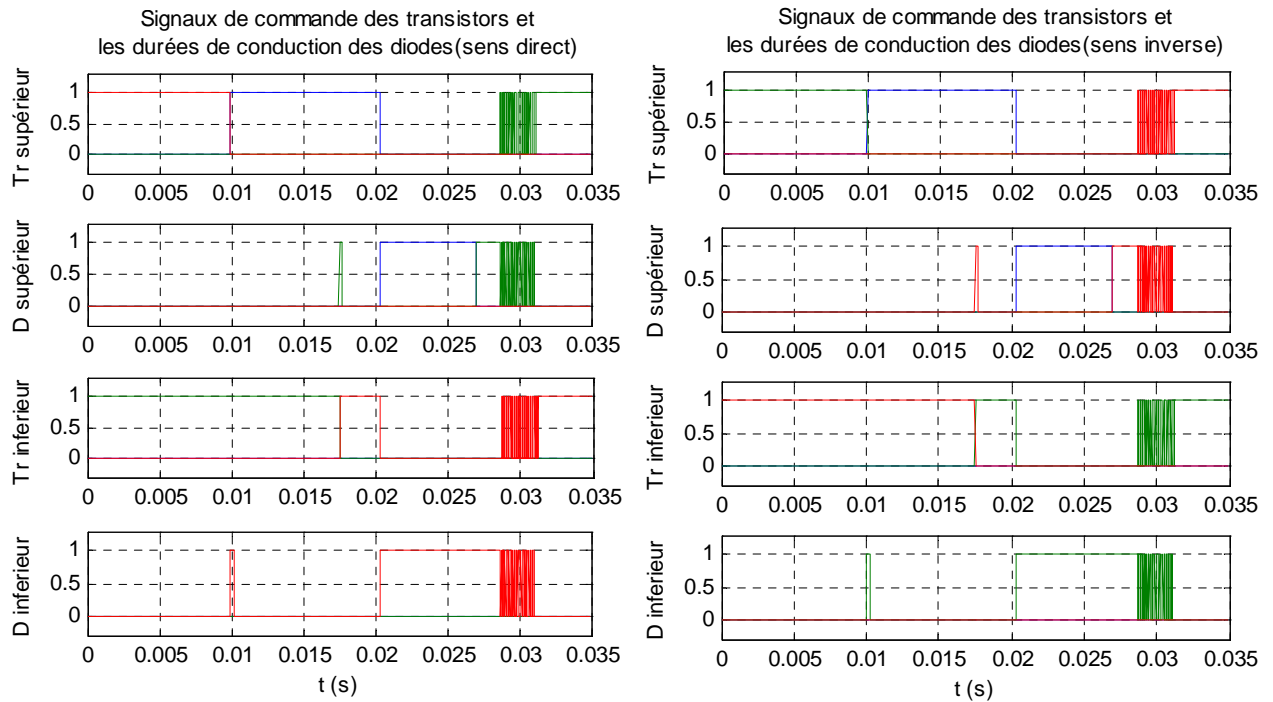
R5 : SI  $s$  est  $PG$  Alors  $u_{flou}$  est  $NG$

(4.17)

## 4.6 Résultats de Simulation

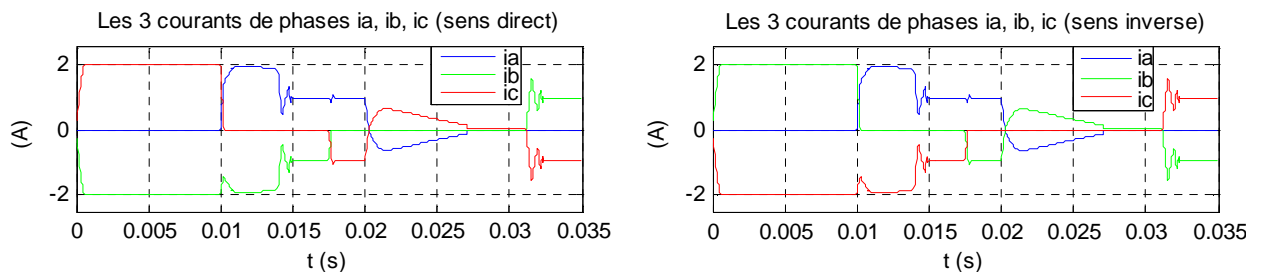
### 4.6.1 Régulateur flou

Les signaux de commande des transistors et les durées de conduction des diodes pour les deux sens de rotation sont présentés par la figure 4.12 :

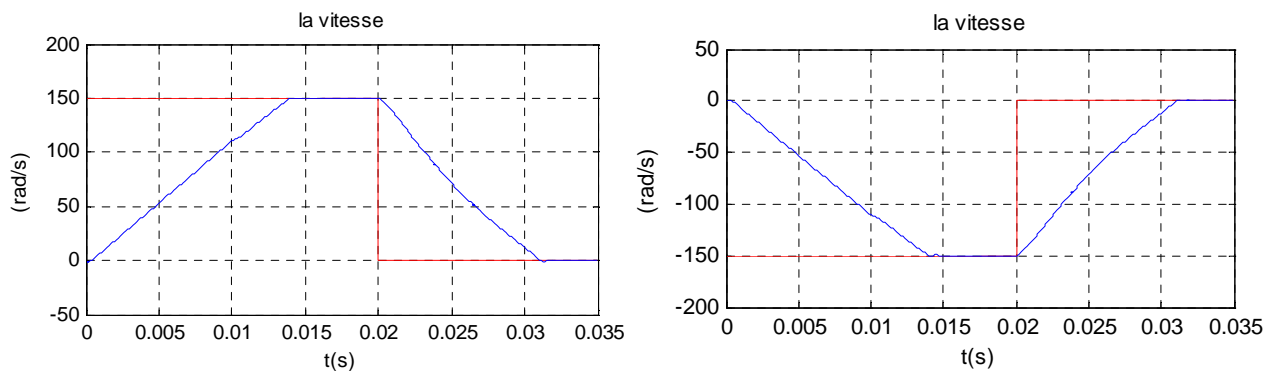


**Fig. 4.12** : Forme des signaux de commande des transistors et durée de conduction des diodes dans les sens direct et inverse.

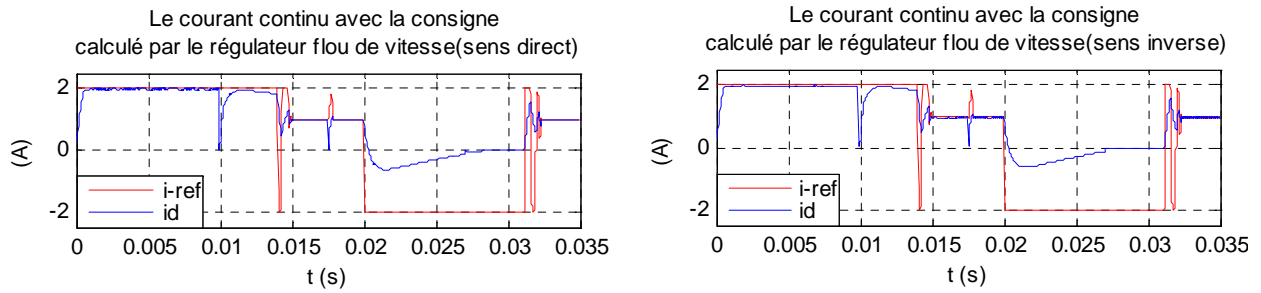
Les résultats de simulation du moteur BLDC pour un fonctionnement dans les sens de rotation direct et inverse sont présentés sur les figures 4.13, 4.14, 4.15, 4.16 et 4.17 concernant respectivement les trois courants de phases, la vitesse du moteur, le courant  $i_d$ , le couple  $C_e$  et le courant de phase  $i_a$  avec FEM  $e_a$ .



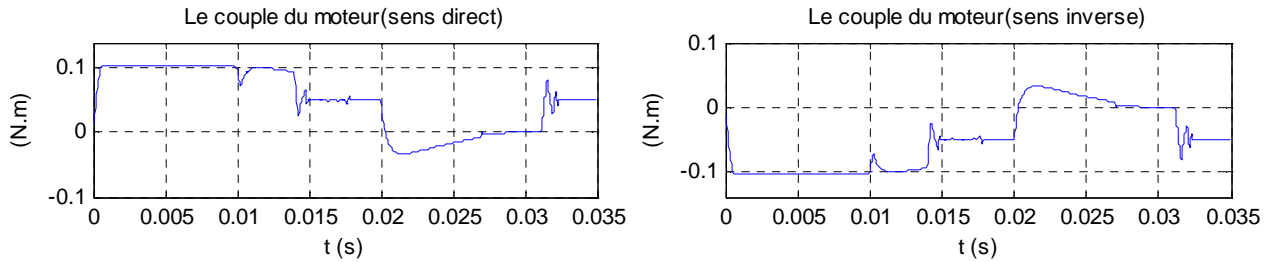
**Fig. 4.13** : Forme des courants de phases dans les sens direct et inverse.



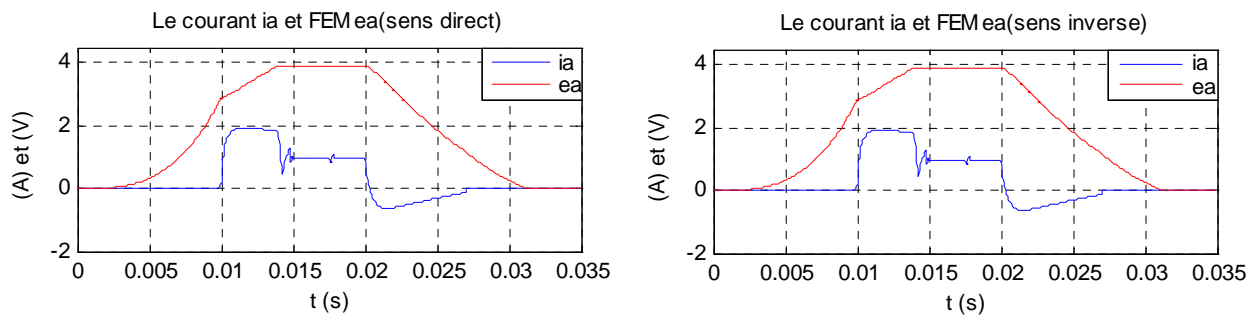
**Fig. 4.14** : Forme de la vitesse dans les sens direct et inverse.



**Fig. 4.15** : Forme du courant  $i_d$  dans les sens direct et inverse.



**Fig. 4.16** : Couple du moteur  $C_e$  dans les sens direct et inverse.



**Fig. 4.17** : Forme du courant  $i_a$  et FEM  $e_a$  de la phase  $a$  dans les sens direct et inverse.

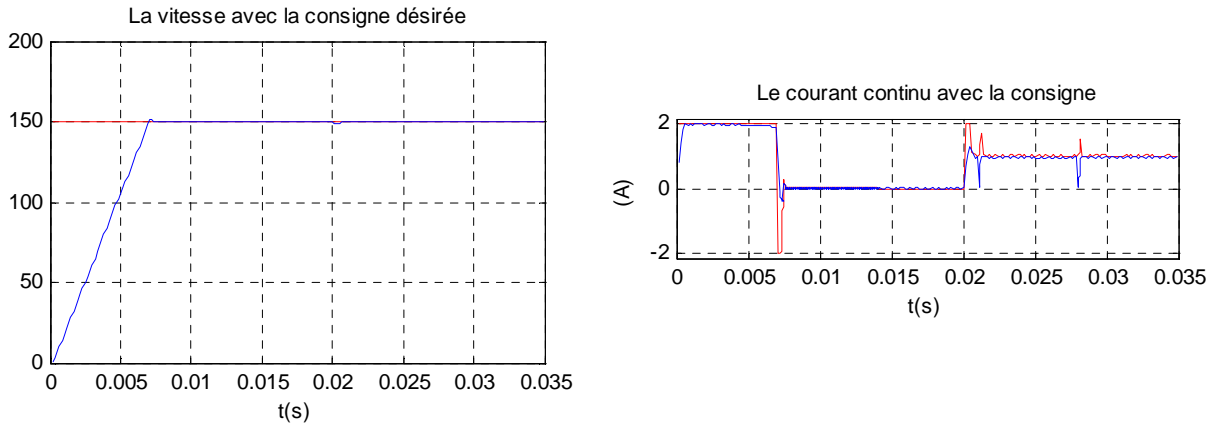
### a. Commentaires sur les Résultats

- Le réglage du courant  $i_d$  est assuré ainsi que celui de la vitesse  $w_r$ , avec une bonne précision et rapidité alors que le moteur BLDC est chargé par le couple nominal.

### b. Test de Robustesse de Régulateur de la Vitesse

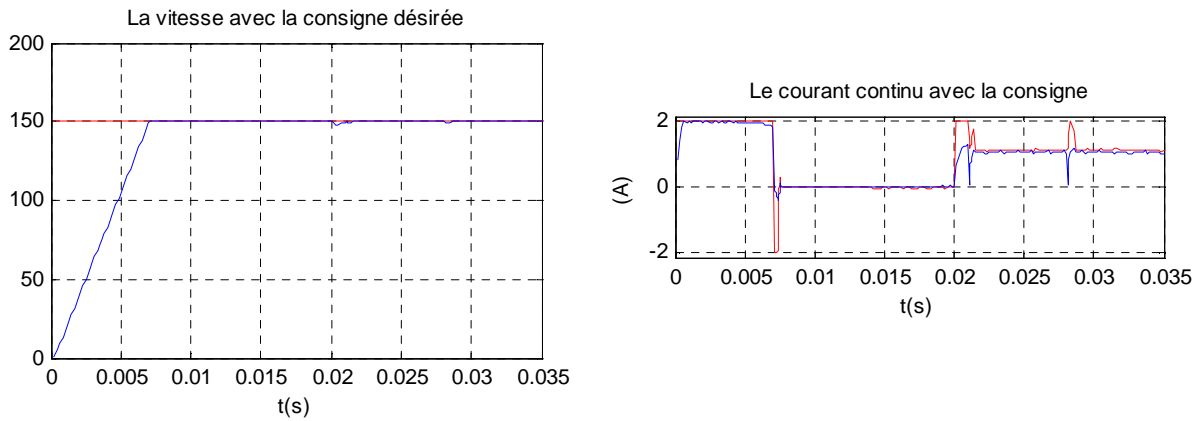
On applique un échelon de vitesse de 150tr/mn, le moteur démarre à vide puis à l'instant  $t=0.02s$  on effectue trois tests de robustesse où on applique la perturbation externe représentée par le couple résistance  $C_r$  et les variations paramétriques.

**Test 1** : Couple Résistant  $C_r = 0.05$ , augmentation de 20% des résistances des phases, diminution de 30% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 4.18 :



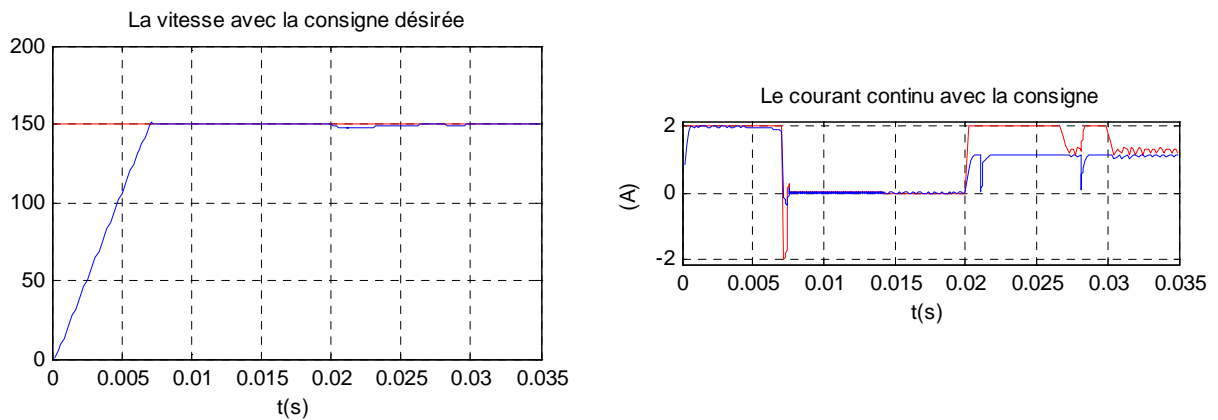
**Fig. 4.18** : Formes de la vitesse et du courant.

**Test 2 :** Couple Résistant  $C_r = 0.055$ , augmentation de 40% des résistances des phases et diminution de 35% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 4.19 :



**Fig. 4.19** : Formes de la vitesse et du courant.

**Test 3 :** Couple Résistant  $C_r = 0.06$ , augmentation de 60% des résistances des phases et diminution de 40% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés à la figure 4.20 :



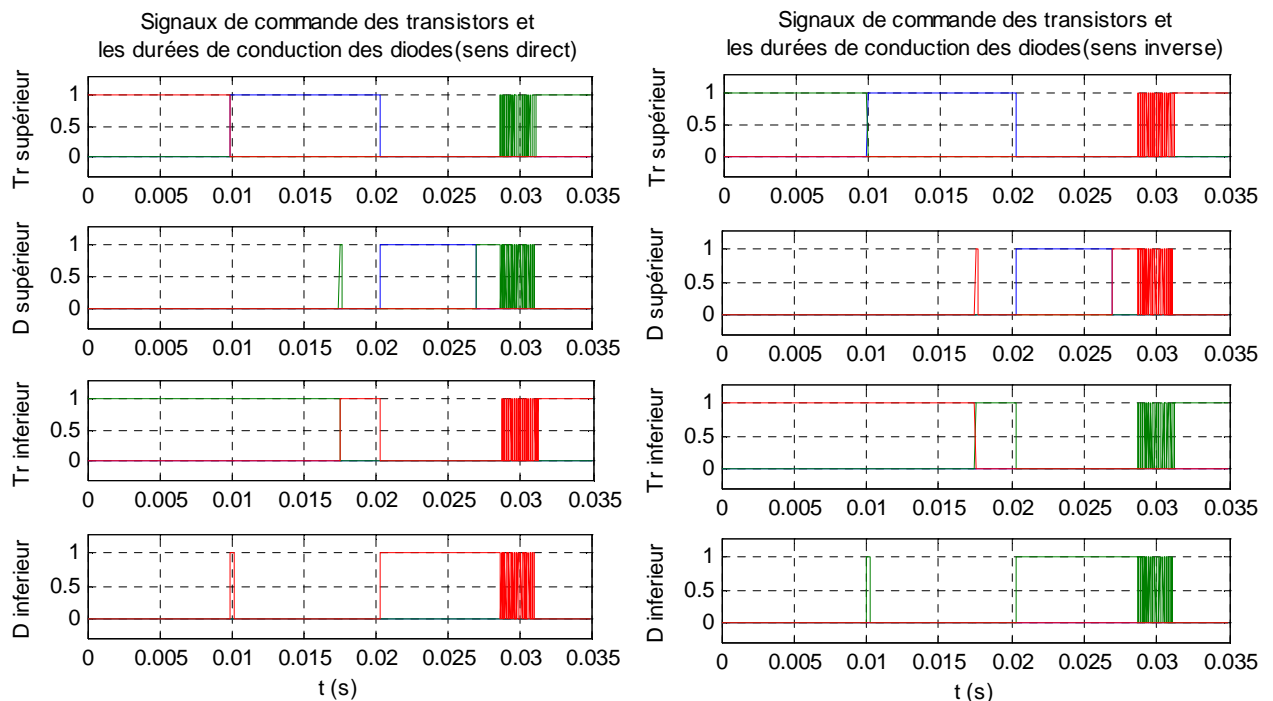
**Fig. 4.20** : Formes de la vitesse et du courant.

### c. Commentaires sur les Résultats

- Pour les deux premiers tests, la vitesse reste pratiquement insensible aux perturbations, pour le test 3, une faible erreur de vitesse apparaît à  $t=0.02s$  et qui persiste pendant une brève durée.
- Les essais relatifs au réglage de la vitesse du moteur BLDC ont montré que la commande par la logique floue assure des bonnes performances même en présence des variations paramétriques et des perturbations externes.

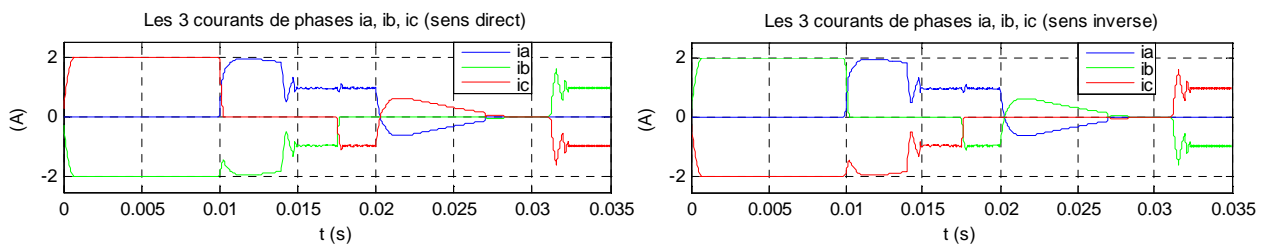
#### 4.6.2 Régulateur Flou-Glissant

Les signaux de commande des transistors et les durées de conduction des diodes pour les deux sens de rotation sont présentés par la figure 4.21 :



**Fig. 4.21** : Forme des signaux de commande des transistors et durée de conduction des diodes dans les sens direct et inverse.

Les résultats de simulation du moteur BLDC pour le fonctionnement dans les deux sens de rotation direct et inverse sont présentés sur les figures 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 et 4.26 concernant respectivement les trois courants de phases, la vitesse du moteur, le courant  $i_d$ , le couple  $C_e$  et le courant de phase  $i_a$  avec FEM  $e_a$ .



**Fig. 4.22** : Forme des courants de phases dans les sens direct et inverse.

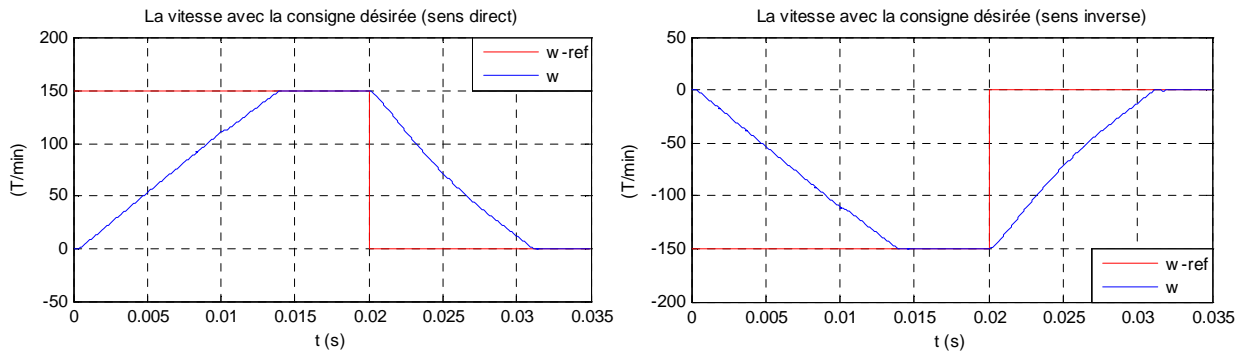


Fig. 4.23 : Forme de la vitesse dans les sens direct et inverse.

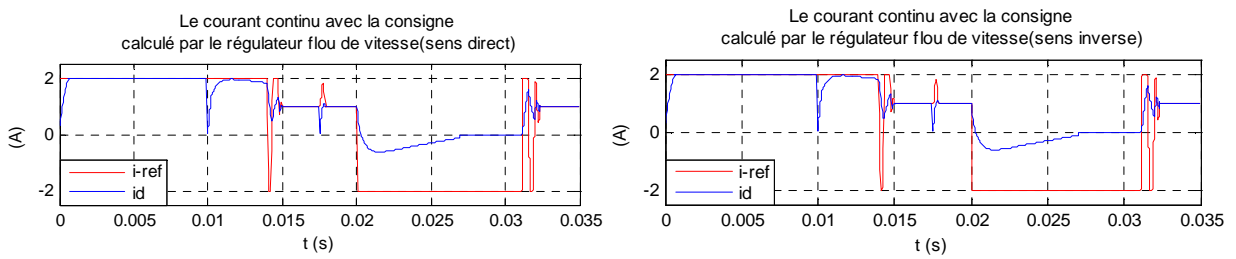


Fig. 4.24 : Forme du courant  $i_d$  dans les sens direct et inverse.

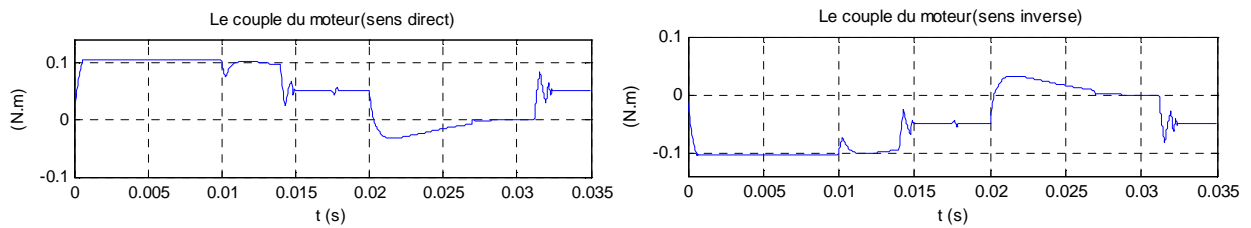


Fig. 4.25 : Couple du moteur  $C_e$  dans les sens direct et inverse.

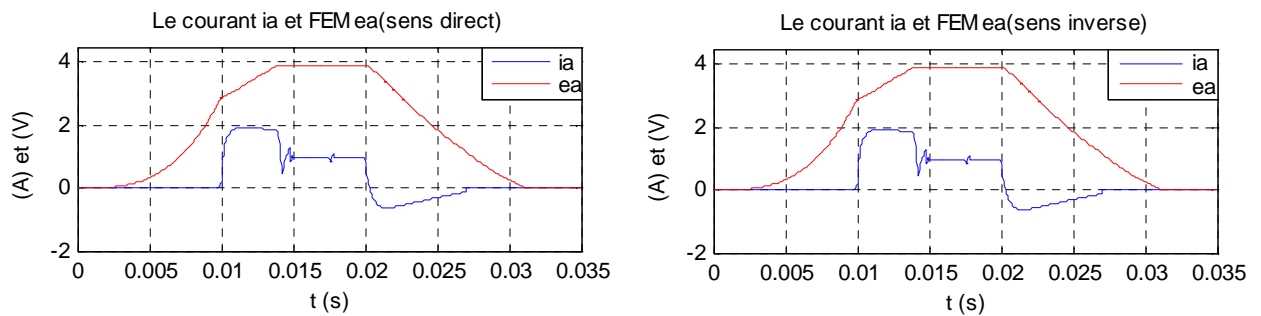


Fig. 4.26 : Forme de courant  $i_a$  et FEM  $e_a$  de la phase  $a$  dans les sens direct et inverse.

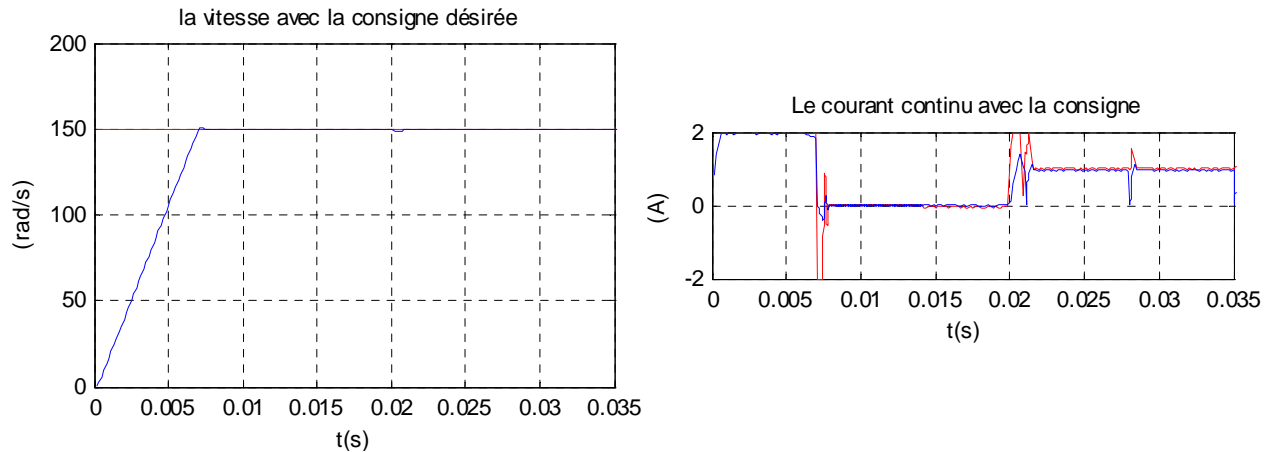
### a. Commentaires sur les Résultats

- Le réglage par cette technique donne des bonnes résultats par rapport la commande floue (réduction du phénomène de Chattering).

## b. Test de la Robustesse du Régulateur de la Vitesse

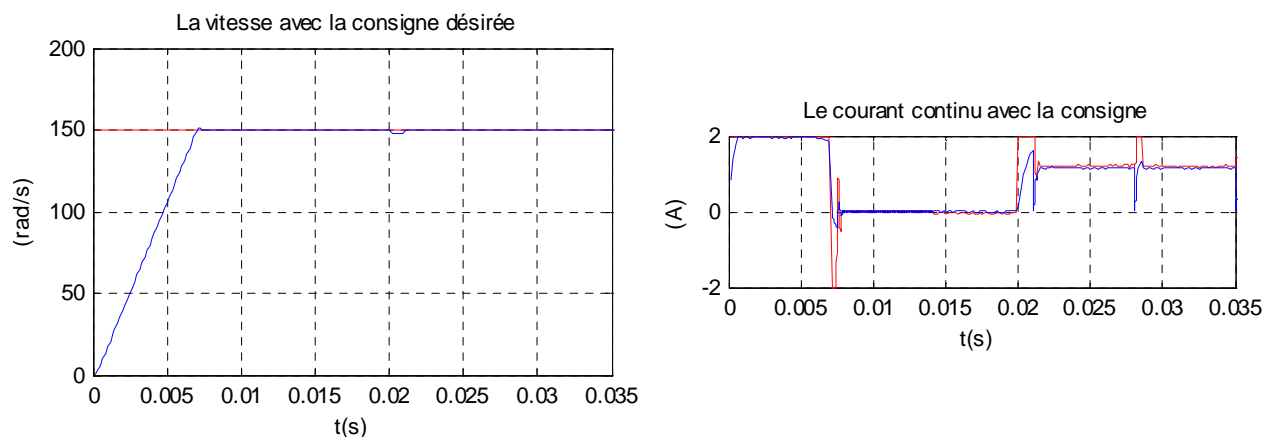
On applique un échelon de vitesse de 150tr/mn, le moteur démarre à vide puis à l'instant  $t=0.02s$  on effectue trois tests de robustesse où on applique la perturbation externe représentée par le couple résistant  $C_r$  et les variations paramétriques.

**Test 1 :** Couple Résistant  $C_r = 0.05$ , augmentation de 20% des résistances des phases, diminution de 30% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 4.27 :



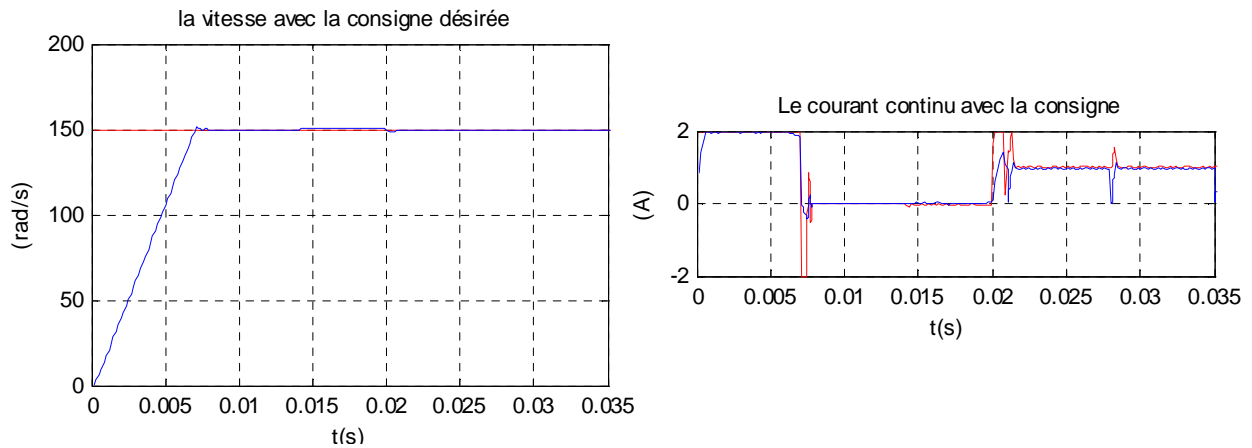
**Fig. 4.27 :** Formes de la vitesse et du courant.

**Test 2 :** Couple Résistant  $C_r = 0.055$ , augmentation de 40% des résistances des phases et diminution de 35% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 4.28 :



**Fig. 4.28 :** Formes de la vitesse et du courant.

**Test 3 :** Couple Résistant  $C_r = 0.06$ , augmentation de 60% des résistances des phases et diminution de 40% de l'inductance cyclique. La vitesse et le courant continu obtenus sont représentés par la figure 4.29 :



**Fig. 4.29** : Formes de la vitesse et du courant.

### c. Commentaires sur les Résultats

- Pour les deux premiers tests la vitesse reste pratiquement insensible aux perturbations, pour le test 3, une faible erreur de vitesse apparaît à  $t=0.021s$  et qui persiste pendant une brève durée.

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté brièvement la théorie de la logique floue et les concepts de base sur la théorie des ensembles flous. Nous avons appliquée cette commande non linéaire au moteur BLDC dans le but de régler la vitesse de ce moteur. Pour appliquer cette commande, on a utilisé la même structure de régulation en cascade. Dans la deuxième partie nous avons fait une hybridation entre la commande floue et la commande à structure variable, Les résultats de la simulation du réglage de vitesse du moteur BLDC ont montré que cette commande assure des bonnes performances même en présence des variations paramétriques et des perturbations externes et permet de minimiser le phénomène Chattering.

## Chapitre 5 Etude Comparative

### 5.1 Introduction

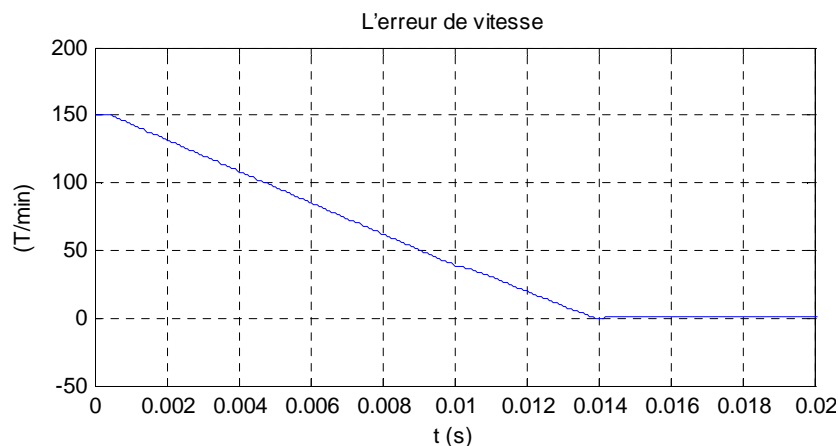
Pour examiner les différentes lois de commande développées pour le moteur (BLDC), nous avons opté pour une étude comparative. Pour cela, nous définissons deux critères, le premier est en fonction de la commande appliquée, on peut le considérer comme un critère énergétique, le deuxième est en fonction de l'erreur statique de vitesse.

### 5.2 Etude Comparative

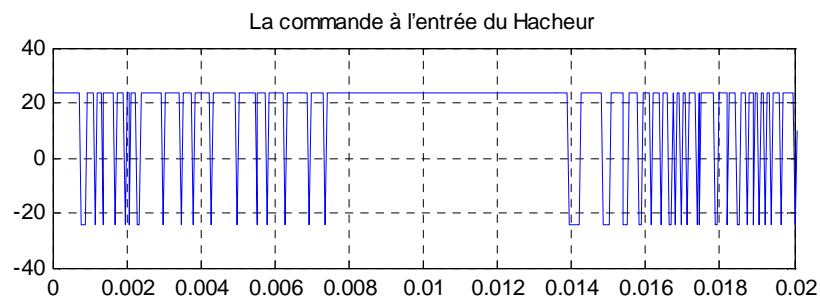
Pour bien examiner ces commandes, les résultats ont été pris dans les mêmes conditions, à titre d'exemple : période d'échantillonnage, temps de simulation, conditions initiales, ...etc. Pour le calcul des deux critères nous utilisons la commande et les erreurs de chaque commande. Nous prenons le temps de simulation  $T_s = 0.02$  s et la consigne de vitesse égale  $150$  T/min.

#### 5.2.1 Commande par Mode de Glissement d'Ordre 1

Les formes de la commande à l'entrée de l'hacheur et l'erreur statique de vitesse sont données par les figures 5.1 et 5.2 :



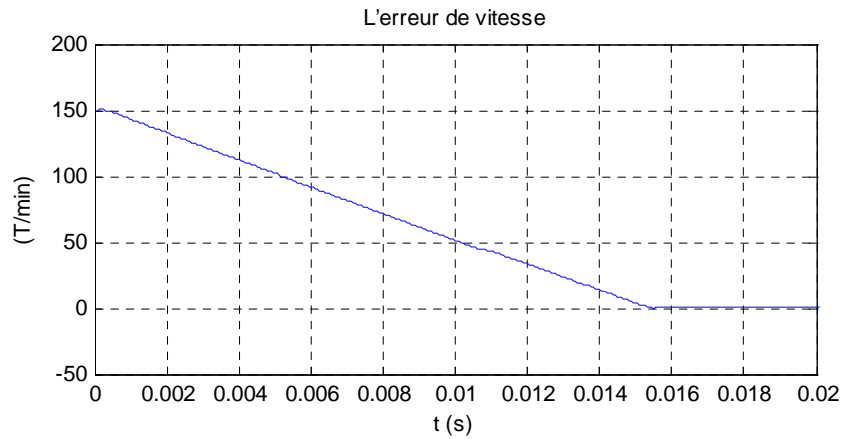
**Fig. 5.1** : L'erreur de vitesse.



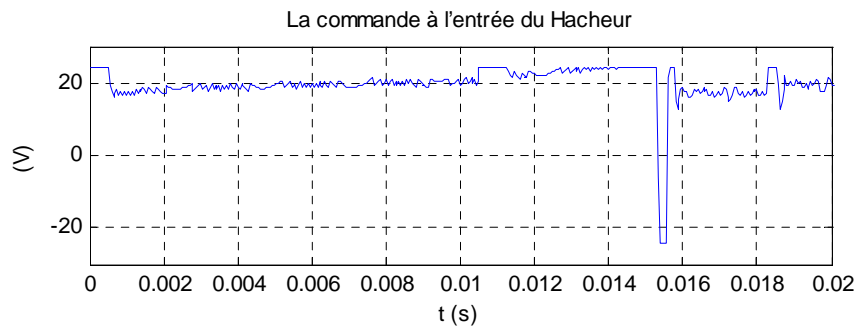
**Fig. 5.2** : La commande à l'entrée de l'hacheur.

### 5.2.2 Commande par Mode Glissant d'Ordre 2

Les formes de la commande à l'entrée de l'hacheur et l'erreur statique de vitesse sont données par les figures 5.3 et 5.4 :



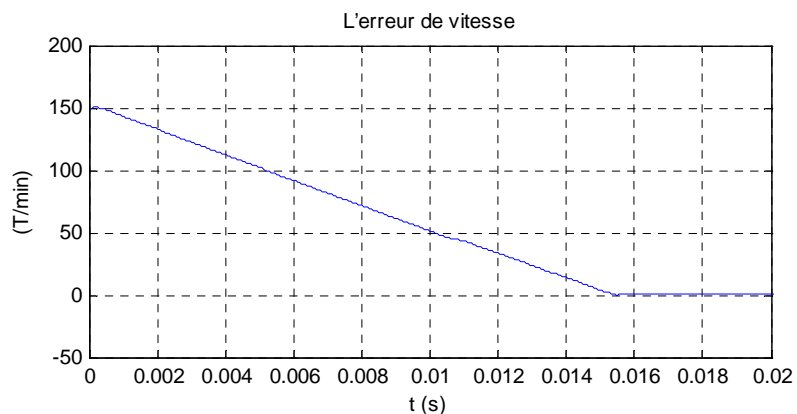
**Fig. 5.3** : L'erreur de vitesse.



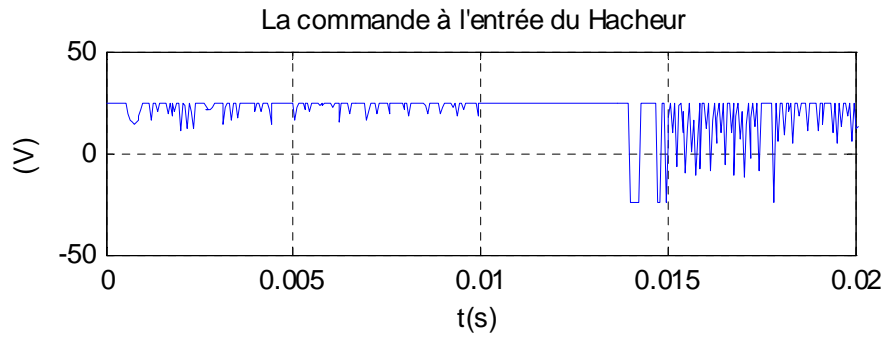
**Fig. 5.4** : La commande à l'entrée de l'hacheur.

### 5.2.3 Commande floue

Les formes de la commande à l'entrée de l'hacheur et l'erreur statique de vitesse sont données par les figures 5.5 et 5.6 :



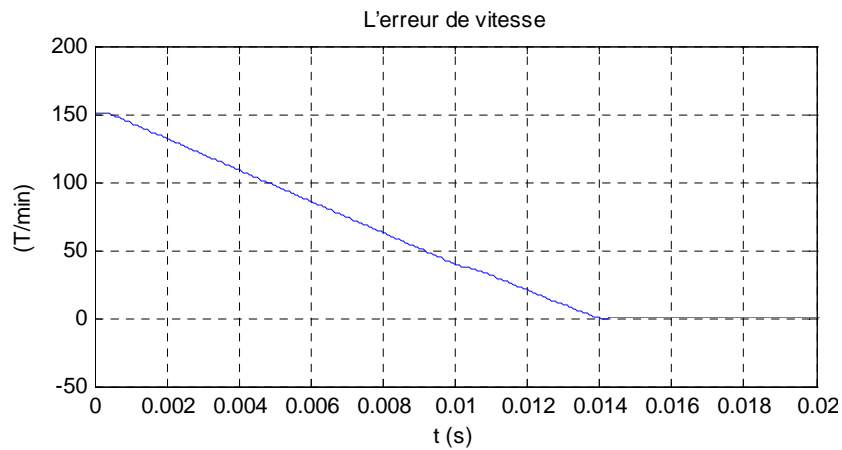
**Fig. 5.5** : L'erreur de vitesse.



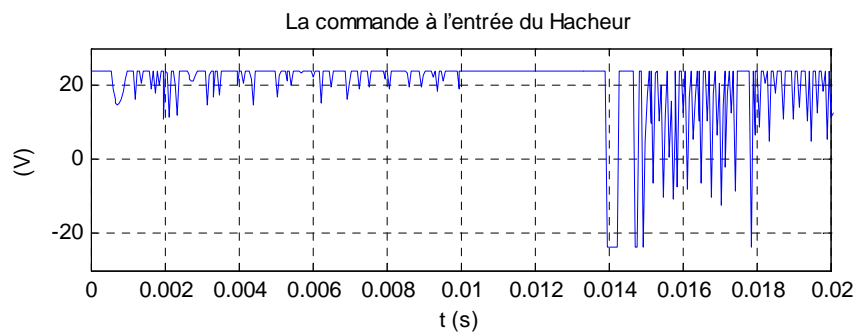
**Fig. 5.6 :** La commande à l'entrée de l'hacheur.

### 5.2.4 Commande Floue-glissante

Les formes de la commande à l'entrée de l'hacheur et l'erreur statique de vitesse sont données par les figures 5.7 et 5.8 :



**Fig. 5.7 :** L'erreur de vitesse.



**Fig. 5.8 :** La commande à l'entrée de l'hacheur.

### 5.3 Comparaison Entre les Trois Commandes

Le critère énergétique  $J_1$  et le critère de précision sont définis par :

$$J_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^P (u^T u) \quad (5.1)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^P (e^T e) \quad (5.2)$$

Où  $u$  est la commande à l'entrée du système et  $e$  l'erreur statique de réglage.

critère	Commandes développées pour le moteur BLDC			
	Commande par mode glissant d'ordre 1	Commande mode glissant d'ordre 2	Commande floue	Commande floue-glissante
$J_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^P (u^T u)$	$7.3281.10^5$	$6.7286.10^5$	$4.9911.10^5$	$3.8915.10^5$
$J_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^P (e^T e)$	$1.8829.10^4$	$7.1623.10^2$	$9.9249.10^2$	$8.2217.10^2$

**Tableau 5.1 :** Étude comparative entre les commandes développées pour le moteur BLDC.

L'objectif visé par cette partie est d'examiner les différentes lois de commandes synthétisées dans ce document et ceci dans les mêmes conditions. Pour mettre en évidence les performances de chaque loi de commande, en termes de l'erreur statique et de la valeur de la commande nécessaire pour réaliser une telle commande, nous avons adopté deux critères  $J_1$  et  $J_2$ . Les deux critères sont calculés pour l'intervalle de temps [0.014s 0.02s]. Dans le tableau 5.1, nous avons présenté une comparaison quantitative entre les différentes approches développées dans ce document. Cette comparaison est basée sur l'évolution temporelle de la commande et de l'erreur résultante donnée par les figures 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 et 5.8.

Pour le moteur BLDC, nous constatons que pour la commande floue-glissante, le critère  $J_1 = 3.8915.10^5$  prend la valeur la plus faible, les deux figures 5.7, 5.8 montrent la commande appliquée et l'erreur de la commande floue-glissante, et pour la commande par mode de glissement d'ordre 2, le critère  $J_2$  prend la valeur la plus faible en simulation ( $J_2 = 7.1623.10^2$ ).

Nous pouvons déduire que pour le mode de glissement d'ordre 1 et 2, le système est bien modélisé et pour cela le critère de précision  $J_2$  des modes de glissement d'ordre 2 prend la valeur la plus petite, par contre la technique floue-glissante se basée sur des données imprécises (incertitude).

## 5.4 Conclusion

Les résultats de l'étude comparative entre les différentes commandes développées pour le moteur BLDC confirment que les commandes non linéaires que nous avons étudiées dans ce travail sont plus performantes. De plus, si le critère de précision est privilégié, par conséquent la commande par les modes de glissement d'ordre 2 est la plus performante. Par contre si le critère énergétique est avantageux alors la commande floue-glissante est plus performante.

## Conclusion Générale

Le travail réalisé dans le cadre de ce mémoire, concerne la commande non linéaire du courant et de vitesse du moteur à courant continu sans balais (BLDCM).

Le moteur BLDC présente plusieurs avantages par rapport aux autres moteurs pour le système de propulsion électrique, tels que réduction au niveau de volume, rendement élevé (dû à l'absence des pertes au niveau du rotor), la fiabilité élevée à cause de l'élimination de certains problèmes au niveau de l'excitation.

Nous avons commencé ce mémoire par un bref aperçu sur le principe du moteur BLDC, puis les caractéristiques et la construction de cette machine et donne les équations électrique et mécanique. Pour testé les performances du moteur BLDC on doit disposer d'un modèle dynamique sous forme des équations différentielles des courant de phases, pour les deux modes de fonctionnement (moteur et génératrice). Pour établir ces équations on a tenu compte les chutes de tension dues aux composants à semi conducteur du commutateur. Ces équations ont asservi pour établir un programme de MATLAB, qui simuler le fonctionnement du moteur pour les deux sens de rotation (direct et inverse).

Par la suite nous avons établi un modèle dynamique pour le courant continu à l'entrée du commutateur. Ce modèle permet de faciliter les procédures de synthèse des régulateurs par mode glissant du courant et de vitesse. Les essais par simulation ont permis de vérifier que ce modèle est suffisamment précis que ce soit en régime statique ou en régime dynamique, Puis on adopte la structure en cascade en intégrant la boucle du courant à l'intérieur de la boucle de vitesse à cause de la rapidité du courant par rapport à la vitesse. Le réglage du courant continu à l'entrée du commutateur est obtenu par modulation de la tension à l'entrée du commutateur en utilisant un hacheur de courant à deux quadrants. Les résultats de simulation montrent que ce moteur présente un couple linéaire par rapport au courant, ce qui rend ce moteur un bon actionneur pour la robotique.

En appliquant les 4 commandes non linéaires (commande par mode de glissement d'ordre 1 et 2, commande floue et commande floue-glissante) au moteur BLDC en utilisant la même structure en cascade. Les résultats de simulation de l'asservissement de vitesse pour les quatre commandes non linéaire assurent des bonnes performances même en présence des variations paramétriques et des perturbations externes. Enfin nous avons fait une étude comparative entre ces commandes, les résultats de cette étude affirmé les résultats de simulation de l'asservissement de vitesse.

Pour les travaux futurs nous préconisons une réalisation pratique sur ce type de moteur sur la base de l'étude théorique que nous avons fait car ce moteur présente de nombreux avantages par rapport aux autres actionneurs.

## Bibliographie

- [1] A. AMEUR : « Commande sans Capteur de Vitesse par DTC d'une Machine Synchrones à Aimants Permanents Dotée d'un Observateur d'Ordre Complet à Modes Glissants ». Mémoire de magister en électrotechnique. Université de Batna (Algérie), Octobre, 2005.
- [2] M. TELLAA, M. DJEMAI : « Commande de la Vitesse et de la Position d'un Moteur à Courant Continu sans Balais pour les Applications en Robotique ». PFE en Automatique. Ecole national polytechnique (ENP), Alger (Algérie), Juin 2007.
- [3] M. BOUHRIK : « Impact des Nouveaux Matériaux (NdFeB et SmCo) sur les Moteurs (BLDCM) Destinés aux Véhicules Electriques ». Mémoire de magister en électrotechnique. Université de Batna (Algérie), Mars, 2007.
- [4] J. F. GIERAS, M. WING : « Permanent Magnet Motor Technology, Design and Applications ». Marcel. Dekker. Inc. New York. 2002.
- [5] M. ETIQUE : « Entraînements Régles MET2 ». Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du canton de Vaud. Mars, 2006.
- [6] K. Loukal, L. Benalia, A. Bouguerra, M. Chemachema, S. Zeghlache and H. Chekireb : « Super Twisting Control Algorithm Applied to the Brushless DC Motor (BLDCM) ». 4th INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL ENGINEERING, May 07-09, Algiers Algeria, 2012.
- [7] N. HEMATI, M. C. LEU : « A Complete Model Characterization of Brushless dc Motors ». IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 28, No. 1, January/February, 1992.
- [8] B. SCHNEIDER, A. BEURET : « Électricité au Service des Machines ». Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du canton de Vaud. Septembre, 2007.
- [9] C. T. KILIAN : « Modern Control Technology : Components and Systems 2<sup>nd</sup> Edition ». West Pub, Delmar, India. June 2001.
- [10] B. AZOUI: « Conception and Realization of a Three-Phase Brushless DC Motor (BLDCM) for Solar Application ». Doctorate Thesis. University of Batna (Algérie). Mai 2002.
- [11] W. H. YEADON, A. W. YEADON : « Handbook of Small Electric Motors ». McGraw-Hill. Two Penn Plaza, New York. 2001.
- [12] A. VARSANI: « Low Cost Brushless DC Motor Controller ». Bachelor of Engineering. University of Queensland. November, 2003.
- [13] « Magtech Brushless Motor Source Book ». Axsys Technologies, Inc. Motion Control Products San Diego. April, 2002.
- [14] T. KENJO, S. NAGAMORI : « Permanent-Magnet and Brushless DC Motors ». Ecole Normale Supérieure. Oxford. 1985.
- [15] P. YEDAMALE : « Brushless DC (BLDC) Motor Fundamentals ». Microchip Technology Inc. AN885, 2003.

- [16] R. V. KHOPKAR : « DC-DC Converter Current Source fed Naturally Commutated Brushless DC Motor Drive ». Master of Science in Electrical Engineering. Texas A&M University. August, 2003.
- [17] J. FAIZ, M. R. AZIZAN, M. ABOULGHASEMIAN-AZAMI : « Simulation and Analysis of Brushless DC Motor Drives Using Hysteresis, Ramp Comparison and Predictive Current Control Techniques ». Simulation Practice and Theory 3 (1996) 347-363. Science Direct. December, 1994.
- [18] D. RAI : « Brushless DC Motor Simulink Simulator Usage Manual ». National Institute of Technology Karnataka (India). 2005.
- [19] L. FOURDAN : « Moteurs Brushless (BLDC) ». Site Web: [www.wapics.free.fr](http://www.wapics.free.fr)
- [20] B. SOLTANE, B. HOCINE and A. BOUBAKER : « Analytical Model of Brushless dc Motors Coupled to Solair Pumping System ». Fourth IEEE International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices, Volume II : Conference on Power Electrical Systems. Hammamet, Tunisia. March, 2007.
- [21] H. B. HANSEN, C. S. KALLESOE and J. D. BENDTSEN : « A Hybrid Model of a Brushless DC Motor ». 16th IEEE International Conference on Control Applications Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control. Singapore. October. 2007.
- [22] C. GENÇER, M. GEDIKPINAR : « Modeling and Simulation of BLDCM Using MATLAB/SIMULINK ». IEEE Journal of Applied Sciences 6 (3) : 688-691, 2006.
- [23] S.D. SUDHOFF, P.C. KRAUSE : « Average-Value Model of the Brushless DC Motor 120° Inverter System ». IEEE Transactions on Energy Conversion, VOL, 5, No. 3. September, 1990.
- [24] S.D. SUDHOFF, P.C. KRAUSE : « Operating Modes of the Brushless DC motor 120° Inverter ». IEEE Transactions on Energy Conversion, VOL, 5, No. 3. September, 1990.
- [25] V. MARANO : « L6235 Three Phase Brushless DC Motor Driver ». AN1625 Application Note. STMicroelectronics Group Of Companies. October, 2003.
- [26] N.A. DEMERDASH, T.W. NEHL : « Dynamic Modeling of Brushless dc Motors for Aerospace Actuation ». IEEE Transactions on Aerospace And Electronic Systems VOL. AES-16, NO. 6 November, 1980.
- [27] K. BENMANSOUR : « Réalisation d'un banc d'essai pour la commande et l'observation des convertisseurs multicellulaires série : approche hybride ». Thèse de doctorat en automatique. Ecole Nationale Supérieure de l'Electronique et de ses Application, Université de Cergy pontoise (France), juin, 2009.
- [28] H. BÜHLER : « Réglage par Mode de Glissement » Presses Polytechniques Romandes, EPFL, Ecublens, CH-1015 Lausanne, Suisse, 1986.
- [29] M. A. KJAER : « Sliding Mode Control ». Department of Automatic Control Lund Institute of Technology Sweden. February, 2004.
- [30] J. J. E SLOTINE, W. LI : « Applied Nonlinear Control ». Prentice Hall Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [31] L. SONG P. HUANG : « Adaptive Discrete-Time Sliding Mode Control of Brushless DC Servomotors ». IEEE Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation, Chongqing, China. 2007.
- [32] K. W. LIM, T. S. LOW, M. F. RAHMAN, and L. B. WEE : « A Discrete Time Variable Structure Controller for a Brushless dc Motor Drive ». IEEE Transactions on Industrial. Electronics. VOL. 38. NO. 2. APRIL 1991.

- [33] V. UTKIN, J. GULDNER, J. SHI : « Sliding Mode Control in Electromechanical Systems ». Taylor & Francis. 1999.
- [34] H. SONG, Y. YU, M. YANG, D. XU : « A Hybrid Adaptive Fuzzy Variable Structure Speed Controller for Brushless DC Motor ». IEEE. 2002.
- [35] D. Y. OHM And J. H. PARK : « About commutation and current control Methods for brushless motors ». 29<sup>th</sup> Annual IMCSD Symposium, San Jose, 1999.
- [36] Y. Y. HUNG and Z. DING : « Design of currents to reduce torque ripple in brushless permanent magnet motors ». Proc. Inst. Elect. Eng., vol. 140, no. 4, 1993.
- [37] H. LE-HUY, R. PERRET, And R. FEUILLET : « Minimization of torque ripple in brushless dc motor drives ». IEEE Trans. Ind. Applica., vol. IA-22, pp. 748–755, September, 1986.
- [38] H. BÜHLER : « Réglage par Logique Floue ». Collection Electricité. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes. Suisse. 1994.
- [39] H. REZZINE : « Introduction à la Logique Floue & à la Commande Floue ». Cours 3A Ing Contrôle des Systèmes. Ecole Militaire Polytechnique (EMP), Alger (Algérie).
- [40] L. REZNIK : « Fuzzy Controllers ». Newnes, Victoria University of Technology, Melbourne, Australia. 1997.
- [41] K. M. PASSINO, S. YURKOVICH : « Fuzzy Control ». Addison-Wesley, The Ohio State University. 1998.
- [42] F. CHEVRIE, F. GUELY : « La logique floue ». Cahier Technique n° 191. groupe Schneider. Mars, 1998.
- [43] L. X. WANG : « A Course in Fuzzy Systems and Control ». Prentice Hall PTR new Jersey, United States of America, 1997.
- [44] G. R. YU, C. W. CHAUNG, R. C. HWANG : « Fuzzy Control of Brushless DC Motors by Gray Prediction ». IEEE. 2001.
- [45] A. RUBAAI, D. RICKETTS, M. D. KANKAM : « Experimental Evaluation of a Fuzzy Logic-Based Controller for High Performance Brushless DC Motor Drives ». IEEE Transactions On Industry Applications. 2000.
- [46] A. RUBAAI, D. RICKETTS, M. D. KANKAM : « Experimental Verification of a Hybrid Fuzzy Control Strategy for a High-Performance Brushless DC Drive System ». IEEE Transactions On Industry Applications, VOL. 37, NO. 2, March/April, 2001.
- [47] L. WANG, H. L. YONGKUI SUN : « Fuzzy Control Based on Self-adjusted Parameter for Brushless DC Motor ». IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. China. August, 2007.
- [48] A. P. GARCIA, J. L. D. RODRÍGUEZ : « Fuzzy Logic Controller Design Applied to Servo-Drive Systems ». Proceedings of the 9th WSEAS International Conference on Systems, Athens, Greece, 2005.
- [49] C. C. LEE : « Fuzzy Logic in Control Systems : Logic Controller. Part II ». IEEE Trans. Syst. Man ; Cybern ; Vol. 20, No.2, PP.404-435, March/April 1990.

## Annexe A

### A.1 Les Paramètres du Moteur BLDC

$R = 4 [\Omega]$  : Résistance de phase ;

$L_c = 0.002 [H]$  : Inductance de phase ;

$M = 0.0001[H]$  : Inductance Mutuelle ;

$J = 4.65. 10^{-6}$  : Constante d'inertie ;

$k_e = 26.1. 10^{-3}$  : Constante du couple électromagnétique ;

$f = 1.5. 10^{-6}[N. (m/rad). s^{-1}]$  : Coefficient de frottement ;

$k_{cr} = 1.6667. 10^{-4}$  : Constante du couple résistant.

### A.2 La Tension d'Alimentation et le Courant Continu

$u_d = 24[V]$  : Tension nominale ;

$i_d = 2[A]$  : Courant continu.

### A.3 Les Composants de Puissances en Régime de Conduction

$v_T = 0.8[V]$  : Tension de transistor ;

$v_D = 0.8[V]$  : Tension de diode ;

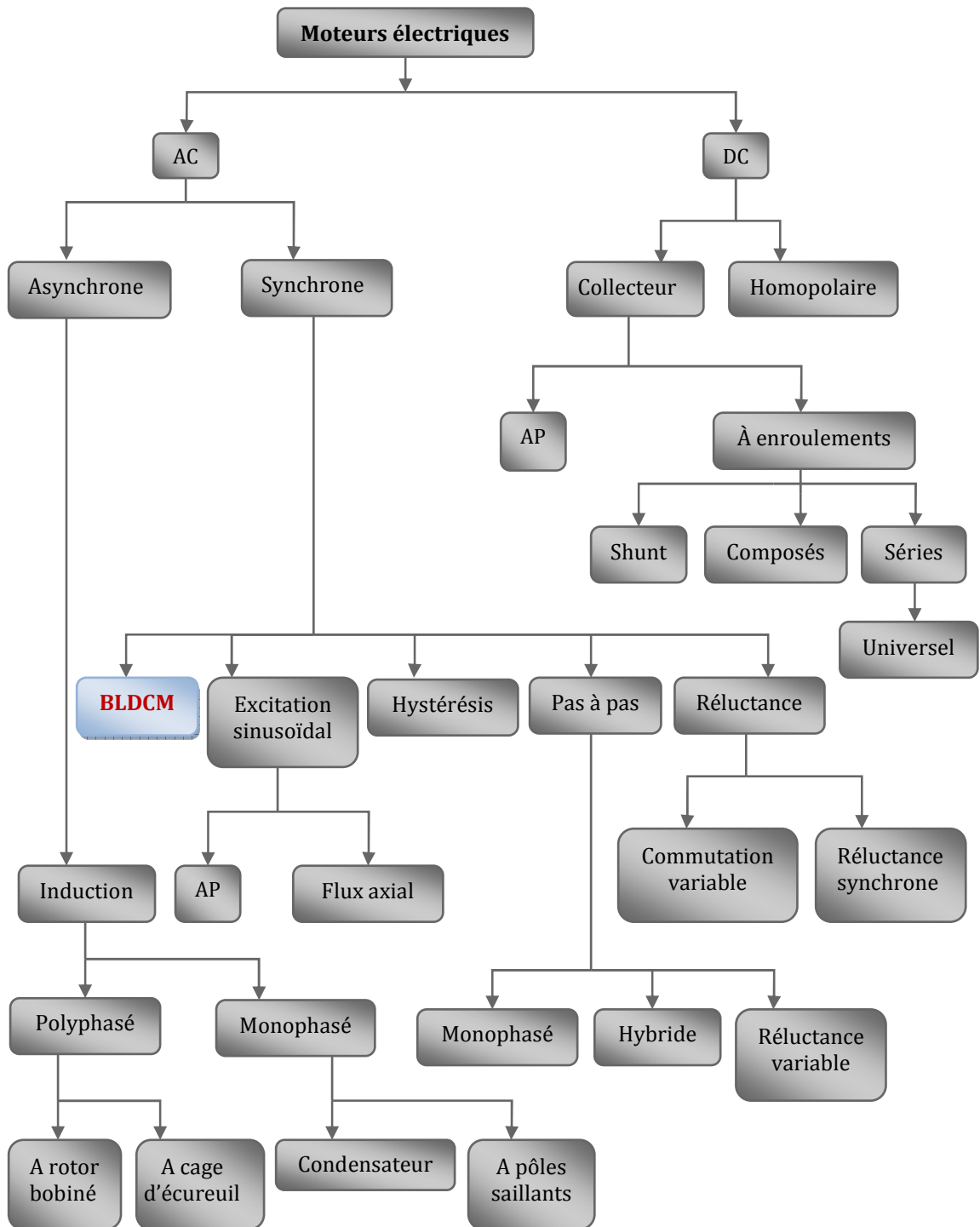
$r_T = [0.075[\Omega]]$  : Résistance de transistor ;

$r_D = [0.05[\Omega]]$  : Résistance de diode.

## Annexe B

### B. Classifications des Designs des Moteurs Électriques

La forme de classification des designs des moteurs la plus traditionnels est représentée dans la figure (B). Cette classification montre les différents types de designs des moteurs électriques selon le type de courant utilisé.



**Fig. B** : Classification traditionnelle des designs des moteurs [3].

## Communications Internationales

K. Loukal, L. Benalia, A. Bouguerra, M. Chemachema, S. Zeglache and H. Chekireb : « **Super Twisting Control Algorithm Applied to the Brushless DC Motor (BLDCM)** ». 4th International Conference on Electrical Engineering (ICEE'12), Algiers, Algeria, May, 8-10 2012.

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME  
DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE**

**SPECIALITE : AUTOMATIQUE**

**Proposé et dirigé par : -Mme. Leila BENALIA**

**Présenté par : - LOUKAL KELTOUM**

**Thème :  
Commandes non Linéaires d'un Moteur à Courant Continu sans Balais  
(BLDCM)**

**Résumé :**

Ce mémoire concerne la modélisation et la commande non linéaire du moteur à courant continu sans balais. En premier lieu, nous avons présenté les notions fondamentales et le principe de fonctionnement de ce moteur. Puis, nous avons développé la modélisation de l'ensemble machine –commutateur pour le mode moteur et générateur dans les deux sens de rotation. La deuxième partie concerne la synthèse des lois de commandes : commande par les modes de glissement d'ordre 1 et 2, commande floue et commande floue-glissante. La structure de commande adoptée est celle en cascade où la boucle de courant est à l'intérieur de la boucle de vitesse. Par la suite, nous avons réalisé l'asservissement de vitesse de ce moteur sur la base de ces lois de commandes. Finalement, une étude comparative est menée relative aux performances obtenues par les commandes proposées.

**Mots clés :**

Moteur à courant continu sans balais, modélisation, logique floue, modes de glissement, modes de glissement d'ordre 2.