UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Fondamentales et Appliquées

Par

TABI Aziza

Sujet

Résolution des équations intégrales par Le deuxième polynôme de Chebyshev

Devant le jury composé de:

NADIR Mostefa	Prof	UNIV. M'SILA	Président
GAGUI Bachir	M.A.A	UNIV. M'SILA	Rapporteur
GASMI Abdelkader	Prof	UNIV. M'SILA	Examinateur
DILMI Mostefa	M.A.A	UNIV. M'SILA	Examinateur

Promotion: 2013/2014

Table des matières

Introduction 1

1 Rappel d'analyse fonctionnels. 2

1.1 **Les espaces fonctionnes** 2

1.1.1 Espace $L_2([a,b])$ 2

1.1.2 Espace $C^k([a,b])$ 2

1.1.3 Espace normé 3

1.1.4 Espace Euclidien 3

1.1.5 Espace de Banach 4

1.1.6 Espace de Hilbert 4

1.2 **Notions sur les opérateurs** 4

1.2.1 Continuité des opérateurs linéaires 5

1.2.2 Compacité dans $C(G)$ 5

1.2.3 Opérateur compact 6

2 Polynôme de Chebyshev de deuxiéme espèce et équations intégrales 8

2.1 **Polynôme Chebyshev de deuxiéme espèce** 8

2.1.1 Définitions et propositions 8

2.1.2 Relation entre le polynôme de Chebyshev u et u^*: 9

2.1.3 Polynôme de Chebyshev pour l'intervalle $[a,b]$ 9

2.1.4 Evaluation de la somme , le produit ,intégrale et dérivé 10

2.1.5 Polynôme orthogonalité 13

2.1.6 l'approximation par une série(série de Fourier et série de chebyshev) . 15

2.1.7 Méthodes spectrales 17
2.2 Equations intégrales 18
2.2.1 Classification des équation intégrales 18
2.2.2 Existence et unicité de la solution d'une l'équation de Volterra 20

3 Résolution numérique des équations intégrales linéaires **25**

3.1 Intégration numérique 25
3.1.1 Méthode de Trapèze 26
3.2 Equations intégrales de Volterra 26
3.3 Application numérique 28

Conclusion **36**

Bibliographie **37**

Introduction

Une équation intégrale est une équation fonctionnelle dans la quelle la fonction inconne .Nous allons cherché la solution d'équation intégrale par la méthode spectrale qui base sur l'approxime d'une solution exacte est la réference de base sur expression de polynôme Chebyshev.

Donc se méthode de résolution numérique des équations intégrales par le polynôme Chebyshev jouent un rôle très important dans divers domaines scientiques. Avec l'avantage des machines de calcul numérique , le principe est étudier de la vitesse de convergence et l'estimation de l'erreur .Le but est de trouvé la solution approchée d'équation intégrale par polynôme Chebyshev.

ainsi notre mémoire est composé de deux chapitres :

Le premier chapitre: rappels d'analyse fonctionnelle et notions sur les opérateurs.

Le deuxième chapitre: quelques définitions et propositions de et l'evalution de Polynôme de Chebyshev de deuxième espèce......

Le troisiéme chapitre: Résolution numérique d'équation intégrale linéaire(de Volterra) et nous avons utilisé la méthode de Trapéze,telle que la solution approche est donnée sous forme de polynôme Chebyshev,en estimant les erreurs pour la méthode et comparer la solution approchée avec la solution exacte par programmation en Matlab.

Conclusion générale

Nous proposons une méthode numérique de résolution des équations intégrales, celle Méthodes spectrale(approxime par un polynome de Chebyshev),nous avons calculé les erreurs de la valeur absolue de la diérence entre la solution exacte et approchée.

Connue d'avance et la solution numérique qu'on a trouvée, pour un choix solution approchée se forme série $(\varphi^* (x) = \sum_{i=0}^{N} r_i u_i(x))$.

D'exemples numériques. En suite on a schématisé ces résultats. En n, la lecture de ces schémas, nousa donné une illusion générale sur la méthode ainsi proposée, dont il est clair que sur des problèmes a solution oscillatoires et exponentielle, la méthode est très e cace. Cela donnera un avantage de plus à la résolution numérique des équations intégrales.

Bibliographie

[1] **W. Hengartner, M. Lambert, C. Reisther**, Introduction à l'analyse fonctionnelle, université de Québec, 1981.

[2] **B.Blackadar**, *Operator algebras*, university of Nevada USA, 2006.

[3] **P.M.Anselon.**Collecetively conpact operator approximation -theory and applications to integral equatins ,englewood cleffs,1971.

[4] **K.Atkinson , H.Weimin :**theoretical numerical analysis ,a functional analysis framework -springer -velag , New York,2001.

[5] **H.Brunne,**Collocation methods for Volterra integral and related functional equations ,cambridge university prres,2004.

[6] **M.NADIR** ,cours d'analyse fonctionnelle -universite de M'sila ,2013.

[7] **C.Mason , D. Handscomb,**Chebyshev polynomials,New York,2003.

[8] **L.Yucheng** ,Application of Chebyshev polynomail in solving Fredholm integral equations ,university of louisville,p(01:07),2008.

[9] **P .Robert** ,Computing integral transfors and solving integral equation using Chebyshevpolynomial approximation ,universitier,leuven ,p(01:12),2000.

[10] **P. Boyd,** Chebyshev and Fourier Spectral Methods,University of Michigan,New York,2000.

[11] **M.Kzaz and M Prévost** , Convergence acceleration of Gauss-Chebyshev quadarateure formulae,universitier de Mi-Voix ,France ,2002.

[12]**A.Alwahabe.Mani** ,les polynômes orthognaux (mémoire de Magister),universitier de (BBA),2013.

ملخص

تقوم فكرة المذكرة على ايجاد الحل العددي للمعادلات التكاملية التي تستخدم في المجالات الميكانيكية و الفيزياء، الرياضية. و ذالك بتقريب الحل المضبوط في فضاء منتهي اسس هذا الفضاء الدوال شيبتشف من النوع الثاني .حيث نقوم بكتابة الحل التقريبي على شكل مجموع منتهي ، كما تمت دراسة بعض الامثلة تبين تقارب هذه الطريقة .

الكلمات الرئيسية: المعادلات التكاملية، المؤثرات، الدوال شيبتشف من النوع الثاني.

Résumé

L'idée est de résoudre approximativement une équation intégrale par la méthode spectrale tout en remplaçant la fonction inconnue par l'expression du polynôme de Chebyshev de deuxiéme espèce puis la réalisation numérique de cette derniére par la .comparaison avec d'autres approximations

Mots clés :Opérateurs,Equation intégrale ,Polynôme de Chebyshev de deuxiéme espèce .

Abstract

The idea is to solve by an integral equation approximately using a spectral method while replacing the unknown function .The expression of the Chebyshev polynomial of seccond kind Then, the digital implementation of the latter by comparison With other approximations .

Key words : operators,integral equatio ,polynomial Chebeshev seccond specie