



N° d'ordre :/2016

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et
de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Faculté des Sciences

Département de Physique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MASTER

Domaine : **Sciences de la matière**

Filière : **Physique**

Option : **Physique des Particules à haute Energie**

Par

BELOUADAH Assia

THEME

**La section efficace de Drell-Yan à l'ordre
superieur en QCD perturbative**

Soutenue le : 04/06/2016

Devant le jury composé de :

K. Bouferrach

MAA Univ. de M'sila

Président

E.Redouane-Salah

MCB Univ. de M'sila

Rapporteur

Y. Sabri

MAB Univ. de M'sila

Examineur

Promotion Juin 2016

REMERCIEMENTS

Avant tout je remercie le Dieu tout puissant qui m'a aidé de terminer ce travail.

Je tiens à remercier ma directrice de mémoire Madame Essma Redouane Salah pour sa patience ses conseils, son support et Son encouragement

Je tiens à remercier les membres de jury.

Je remercie mon père et ma mère et ma sœur et mon frère et mon mari

Pour tout ce qu'ils font pour moi

Je remercie mes amies pour ces conseils.

DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail à toutes les personnes qui
m'ont aidé de la terminer :*

*Mes chère parents, que je ne vais jamais oublier leurs
grâces Sur moi par leur support, leur encouragement
et surtout leur prière mes*

Ma sœur Maria et Ma frère Lakhdar

Je dédie aussi ce travail à mon mari Salah

*Je n'oublie pas mes chères amies qui ont été toujours
Prêtes pour donner l'aide*

Tables des matières :

Introduction générale	1
------------------------------	----------

Chapitre I : Introduction à la QCD

I.1 Introduction.....	3
I.2 Lagrangien de la Chromodynamique Quantique.....	3
I.3 Règles de Feynman pour QCD.....	5
I.4 Equations du groupe de renormalisation	7
I.4.1 L'échelle de renormalisation	8
I.5 La fonction Beta.....	9

Chapitre II : Le modèle de parton et le processus Drell -Yan

II.1 Introduction au modèle des partons.....	11
II.2 La section efficace élastique dans l'interaction e p.....	11
II.3 La diffusion profondément inélastique dans l'interaction e p.....	11
II.3.1 Définition des variables Cinématique de l'interaction e p.....	12
II.3.2 Calcul de la section efficace profondément inélastique.....	13
II.4 Théorème de Factorisation.....	17
II.5 Les fonctions de distribution des partons.....	17
II.6 Processus de Drell-Yan et la production des paires des leptons.....	18
II.6.1 Cinématique de l'interaction Drell-Yan.....	19
II.6.2 Calcul de la section efficace partonique de Drell-Yan.....	20

Chapitre III : La section efficace hadronique de Drell-Yan

III.1 Introduction	24
III.2 Généralisation du modèle des Partons pour la collision hadron – hadron.....	25

III.3 La Section efficace hadronique de Drell-Yan	25
III.3.1 Cinématique et section efficace pour la collision proton- proton	26
III.3.2 La section efficace pour la collision entre proton-antiproton.....	31
Conclusion	32
Annexe	33
Bibliographie	34

Table des figures :

I.1 Diagrammes de Feynman pour QCD.....	7
II.1 Diagramme de l'interaction électron-proton.....	12
II.2 Illustration de l'interaction de courant leptonique et le courant hadronique.....	14
II.3 Diagramme de Feynman pour le processus de Drell-Yan.....	18
II.4 Diagramme de l'interaction quark-antiquark.....	19
III.1 Spectre de masse de di-muon à partir des données de CMS.....	24
III.2 La production d'un photon virtuel en collision proton-proton.....	27
A.1 la fonction delta de Dirac.....	33

Introduction générale

Introduction général :

La physique des particules élémentaires est la science qui étudie les constituants fondamentales de la matière, et leurs interactions, aujourd'hui on sait qu'il y a quatre types d'interactions : Gravitationnelle, Electromagnétique, Faible et Forte, le travail présenté dans ce mémoire s'intéresse à l'étude de la chromodynamique quantique, théorie quantique des champs qui décrit l'interaction forte. L'identification de l'interaction forte remonte à la découverte du neutron et des processus de désintégration bêta dans les années 30. Dans les années 50, les théories proposées pour décrire l'interaction forte (théorie de Yukawa en 1934) sont essentiellement motivées par la compréhension de la structure du noyau atomique, après le concept des partons proposé par Feynman a permis d'interpréter les réactions : annihilation e^+e^- à grande énergie, collisions leptons-hadrons à grand moment transféré..., comme étant résultats de l'interaction entre les partons, constituants ponctuels des hadrons.

L'apparition d'un grand nombre des nouvelles particules (découverte des mésons...) produites dans la première génération des accélérateurs de particules à haute énergie, a permis de faire émerger une théorie qui explique le spectre des particules hadroniques. Dans la limite de Bjorken, les études expérimentales menées à SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) à la fin des années 60 ont mis en évidence l'existence des quarks, des particules fermioniques qui composent les hadrons et donc identifiées aux partons avec les gluons.

La Chromodynamique Quantique (Quantum Chromo Dynamics QCD) c'est une théorie de jauge non-abélienne de l'interaction forte, qui décrit le comportement et les interactions des quarks et des gluons. La QCD présente deux propriétés importantes pour les études phénoménologiques: le confinement des degrés de libertés fondamentales de la théorie (quarks), responsable de l'absence d'observation expérimentale directe des quarks ou des gluons individuels (ceux-ci ne peuvent pas se propager librement et sont liés au sein des hadrons, seules les particules qui se transforment comme des singlets de couleur de SU(3) sont observées expérimentalement), et la liberté asymptotique à courte distance, qui apporte l'image des quarks et des gluons quasiment libres à haute énergie et qui rend possible l'utilisation de la théorie de perturbation.

Le but principal de ce travail est de calculer la section efficace de Drell-Yan en étudiant les propriétés importantes de ce processus dans le cadre de la QCD perturbative.

L'importance du processus Drell-Yan se manifeste dans la découverte du quark "charmé" (dont la masse $m_c \sim 1,15$ à $1,35$ GeV) en 1974 dans l'expérience $pp \rightarrow$ hadrons à Brookhaven et quark "Bottom" en 1977 à Fermilab par L. Lederman et ($m_b \sim 4,5$ GeV). Ces deux quarks ont été découverts sous forme des états liés lourds, J/Ψ et Y respectivement, de temps de vie anormalement long pour leur masse, et puis la découverte en 1983 des bosons W et Z .

Le processus Drell-Yan se produit à haute énergie dans la diffusion hadron-hadron. Un quark et un antiquark provenant d'une paire d'hadrons interagissant s'anéantissent pour donner une paire de leptons.

Ce travail est organisé en trois chapitres, dans le premier chapitre on a effectué une étude de la Chromodynamique Quantique étant une théorie des champs quantique en utilisant le groupe de Lie $SU(3)$ et la théorie de Jauge dans la construction du formalisme lagrangien.

Dans le deuxième chapitre on a étudié le modèle des partons pour la diffusion inélastique $ep \rightarrow eX$ (deep inelastic scattering) en expliquant la loi d'échelle de Bjorken et ses conséquences ; on a fourni une description de la structure des hadrons et les fonctions de distribution partonique PDF, et puis on a appliqué le modèle des partons dans l'interaction proton-proton, on a décrit les caractéristiques générales de la production des paires leptons avec le formalisme de l'interaction Drell-Yan, pour calculer la section efficace du processus dur (hard process).

Finalement, dans le chapitre trois On a cité quelques techniques expérimentales pour détecter les leptons émis par les interactions des hadrons et leur importance dans la physique des particules expérimentale, on a employé les calculs de la section efficace du processus dur (hard process) de Drell-Yan pour obtenir la section efficace totale de l'interaction Proton-Proton en comparant les résultats avec la section efficace de l'interaction Proton-Antiproton, on a achevé notre travail avec une conclusion générale.

Chapitre I :
Introduction à la QCD

I.1 Introduction

Avant que les expériences de diffusion profondément inélastique (DIS) soient menées dans les années 1960, la nature de l'interaction forte était mal connue. La découverte de l'échelle de Bjorken dans les expériences de DIS à SLAC (où des leptons bombardent un proton), et sa description par le modèle des partons de Feynman et Bjorken, permettent de comprendre que la matière hadronique est constituée de particules ponctuelles appelées partons. L'expérience de DIS ont permis d'identifier les propriétés des quarks et de mettre en évidence qu'à l'intérieur des nucléons il n'y a pas uniquement que trois quarks, mais que ceux-ci baignent dans une mer de quarks d'antiquarks et de gluons.

L'étude des jets (est un cône étroit d'hadrons et d'autres particules produites par l'hadronisation d'un quark ou gluon dans l'état final) de collisions à très haute énergie suggère l'existence des gluons qui sont les médiateurs de l'interaction forte. Cependant, il n'était pas possible d'observer ces partons individuellement. Ceci est dû au fait que la force qui s'exerce entre les quarks augmente avec la distance qui les sépare. Cette propriété est appelée le confinement. En conséquence, il est seulement possible d'observer des hadrons, qui sont des objets composites neutres de couleur constitués de partons. Une autre propriété importante de la chromodynamique quantique (QCD), est la liberté asymptotique: à petite distance (ou haute énergie), l'interaction entre les quarks devient plus faible et il devient possible de décrire les hadrons comme constitués de particules asymptotiquement libres. [1]

I.2 Lagrangien de la Chromodynamique Quantique:

La chromodynamique quantique (QCD) est la théorie de l'interaction forte, décrivant les interactions entre les quarks et les gluons, en utilisant le SU (3) de la théorie de jauge non-abélienne de charge de couleur on peut choisir ce groupe par ce qu'on veut un groupe de Lie compacte et simple. En respectant les conditions suivantes :

- Le nombre de degrés de liberté pour la couleur est trois, c-à-d les quarks doivent appartenir à une représentation triplet (de dimension 3) du groupe.
- Les antiquarks sont différents des quarks, c-à-d. la représentation triplet doit être une représentation complexe.
- Mésons et Baryons sont des singlets du groupe.
- Les états à deux quarks $|qq\rangle$ ou $|\bar{q}\bar{q}\rangle$ ne sont pas des singlets du groupe (de même pour les états $|qqqq\rangle$, ...).

Alors, l'expression de la densité lagrangienne de la QCD est donnée :

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\alpha\beta}^A F_A^{\alpha\beta} + \bar{\psi}_j (i\gamma_\mu D^\mu - m)_{ij} \psi_i - \frac{1}{2\xi} (\partial_\alpha A_A^\alpha)^2 + \partial_\alpha \eta^{A\dagger} (D_{AB}^\alpha \eta^B) \quad (\text{I.1})$$

α et β sont des indices de Lorentz, $\bar{\psi}_j$ c'est un spineur de Dirac (champ des quarks). Les indices ($i, j = 1, 2, 3$) sont les représentations triplet des couleurs avec couleurs rouge (r), vert (g) et bleu (b).

$F_A^{\alpha\beta}$ est le tenseur de force du champ dérivé du champ des gluons A_α^A

$$F_A^{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta^A - \partial_\beta A_\alpha^A - g_s f^{ABC} A_\alpha^B A_\beta^C \quad (\text{I.2})$$

Les indices capitales A, B, C sont les indices de Couleur des gluons (8 générateurs de l'algèbre de SU(3)). A_α^A sont les champs de gluon.

Les nombres f^{ABC} (A, B, C=1,...,8) sont des constantes de structure de groupe SU (3) de couleur, la constante de couplage $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$.

D_{AB}^α dans équation (I.1) représente la dérivée covariante

$$(D_\alpha)_{ab} = \partial_\alpha \delta_{ab} + i g_s (t^c A_\alpha^c)_{ab} \quad (\text{I.3})$$

$$(D_\alpha)_{AB} = \partial_\alpha \delta_{AB} + g_s (T^c A_\alpha^c)_{AB} \quad (\text{I.4})$$

Où t et T sont des matrices dans les représentations fondamentales et adjointes de SU (3) respectivement. Avec $T^A = \frac{\lambda^a}{2}$ matrices de couleur de SU(3) (matrices de Gell-Man).

$$[t^A, t^B] = i f^{ABC} t^C \quad (\text{I.5})$$

$$[T^A, T^B] = i f^{ABC} T^C (T^A)_{AB} = - i f^{ABC} \quad (\text{I.6})$$

Nous ne pouvons pas faire la théorie des perturbations avec le lagrangien de l'équation (I.1) sans le terme de la fixation de jauge.

Il est impossible de définir le propagateur pour le champ de gluon sans faire un choix de jauge, qui est donnée par :

$$\mathcal{L}_{gauge-fixing} = \frac{1}{2\xi} (\partial_\alpha A_A^\alpha)^2 \quad (I.7)$$

ξ est le paramètre de jauge, qui vaut $\xi = 1$ pour la jauge de Feynman et $\xi = 0$ pour la jauge de Landau. Dans une théorie non-abélien tels que QCD ce terme de la fixation de jauge doit être complété par un lagrangien fantôme, qui est donné par :

$$\mathcal{L}_{fantôme} = \partial_\alpha \eta^{A\dagger} (D_{AB}^\alpha \eta^B) \quad (I.8)$$

Ici η^A est un champ scalaire complexe qui obéit à la statistique de Fermi.

I.3 Règles de Feynman pour QCD :

A partir de lagrangien de la QCD on peut écrire les diagramme de faymen pour l'interaction forte

Propagateur du fermion :

$$i \xrightarrow[p]{} j \quad \frac{i \delta^{ij}}{\not{p} - m + i \lambda}$$

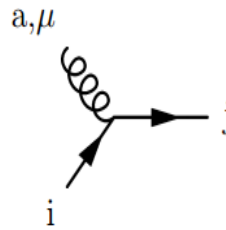
Propagateur du gluon

$$a, \mu \text{ --- } \underbrace{\text{~~~~~}}_k \text{ --- } b, \nu \quad \frac{-i \delta^{ab}}{k^2 + i \lambda} \left(g^{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2 + i \lambda} \right)$$

Propagateur du fantôme :

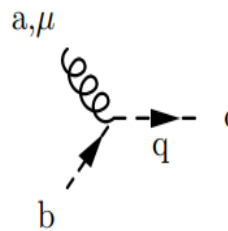
$$a \text{ --- } \xrightarrow[p]{} \text{ --- } b \quad \frac{i \delta^{ab}}{p^2 + i \lambda}$$

Vertex fermion-fermion-gluon



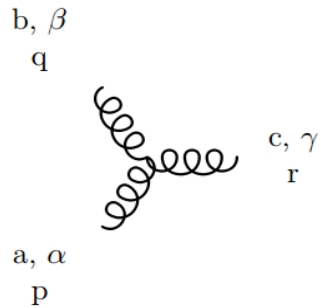
$$-i g (T^a)_{ji} \gamma^\mu$$

Vertex fantôme-fantôme-gluon



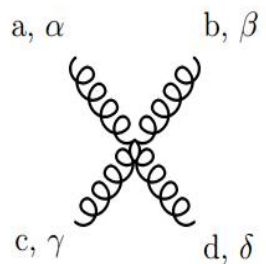
$$g f^{abc} q^\mu$$

Vertex gluon-gluon-gluon (toutes les impulsions sont entrantes)



$$-g f^{abc} [g^{\alpha\beta} (p-q)^\gamma + g^{\beta\gamma} (q-r)^\alpha + g^{\gamma\alpha} (r-p)^\beta]$$

Vertex gluon-gluon-gluon-gluon



$$\begin{aligned} & -ig^2 f^{eac} f^{ebd} (g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) \\ & -ig^2 f^{ead} f^{ebc} (g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta}) \\ & -ig^2 f^{eab} f^{ecd} (g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) \end{aligned}$$

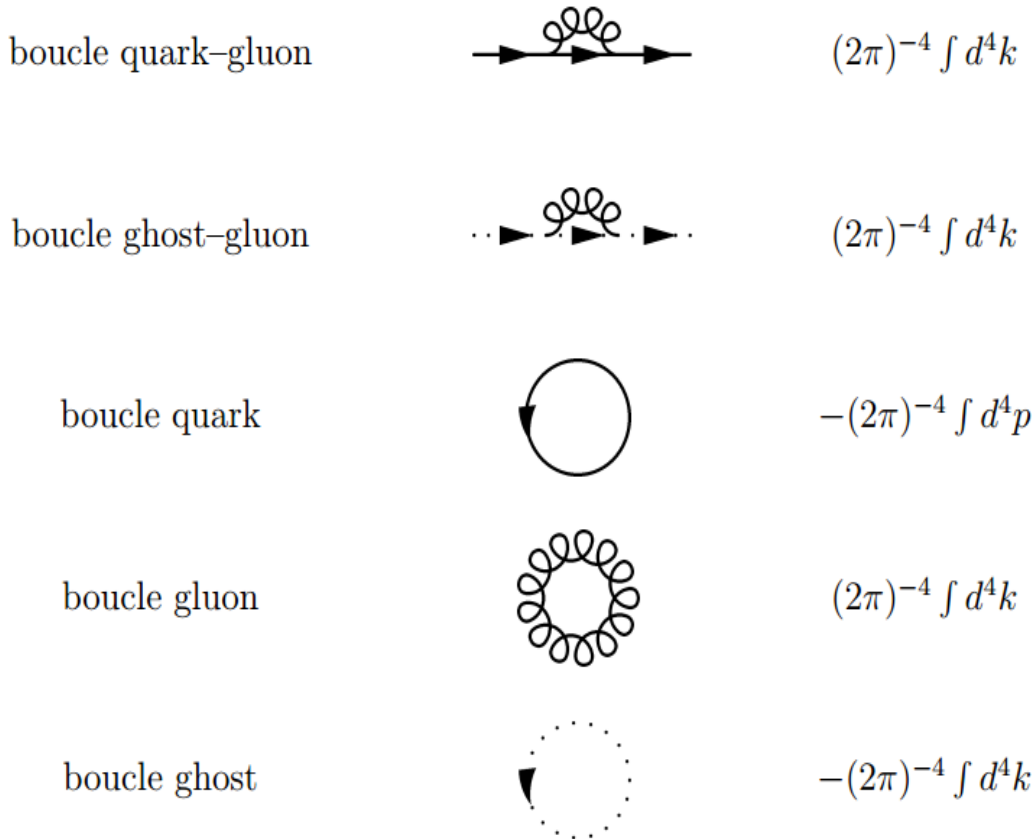


Figure (I.1): Diagrammes de Feynman pour QCD. [2]

Tous les vertex dépendent des indices de couleur des lignes croisées. Les indices de couleur adjointes pour les gluons : a, b, c, d les indices i, j pour les quarks et antiquarks.

I.4 Equations du groupe de renormalisation :

Tout processus peut être calculé de manière perturbative en utilisant les règles de Feynman qui sont obtenus à partir du remplacement des dérivés covariantes par les impulsions appropriés. Les règles de Feynman dans une jauge covariante sont données par la Figure (I.1). Cependant, un calcul perturbatif nécessite généralement des intégrations à quatre dimensions plus états de moment intermédiaires découlant des gluons provenant des fluctuations quantiques, qui souffrent de divergences ultraviolettes.

La procédure de la renormalisation est nécessaire pour éliminer ces divergences, ce qui signifie essentiellement que le lagrangien est réécrite afin que les masses nues et les forces de couplage soient éliminées en faveur de leur valeur physiquement mesurables, donnant lieu à un lagrangien renormalisée.

Règles de Feynman modifiés sont dérivés de ce lagrangien, les singularités dans les contributions des diagrammes individuels sont maintenant absorbés par les grandeurs physiques, conduisant à un résultat fini à l'extrémité.

I.4.1 L'échelle de renormalisation:

Plusieurs méthodes de renormalisation sont possibles, et les définitions exactes des quantités-masses et constante de couplage physique dépendent du schéma de renormalisation spécifique utilisé dans la théorie, mais commun à tous les régimes est l'inclusion dans le lagrangien renormalisée d'un nouveau paramètre arbitraire, à la dimension de la masse, nécessaire pour définir les grandeurs physiques. Ce paramètre est souvent appelé le μ échelle de renormalisation. Il apparaît dans les parties intermédiaires d'un calcul, mais ne peut finalement influencer les relations entre les observables physiques.

Une conséquence de renormalisation est que la définition des quantités physiquement observables non seulement dépend de μ , mais aussi devient dépendantes d'échelle, lorsque la théorie est renormalisée à une échelle μ , ensuite appliquée à une échelle différente Q (de l'ordre des moments invariants de la réaction) les constantes de couplage et les masses adapter à cette échelle. [3]

Revenons au cut-off que nous avons dû introduire. Comme μ est un paramètre arbitraire, la correction sans dimension R au couplage α_s ne peut pas dépendre de μ^2 . Donc :

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} R\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu)\right) = \left[\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] \quad (\text{I.9})$$

Qui est appelée l'équation du groupe de renormalisation.

En introduisant $\tau = \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$ et la fonction β :

$$\beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \quad (\text{I.10})$$

L'équation du groupe de renormalisation devient :

$$\left[-\frac{\partial}{\partial \tau} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R = 0 \quad (\text{I.11})$$

Qui est résolue en définissant une nouvelle fonction: la constante de couplage courante $\alpha_s(Q)$ via :

$$\tau = \int_{\alpha_s}^{\alpha_s(Q)} \frac{dx}{\beta(x)} \quad (\text{I.12})$$

Ou $\alpha_s(\mu) = \alpha_s$.

Toute dépendance d'échelle dans R vient donc de $\alpha_s(Q)$. Un changement dans l'échelle de renormalisation μ est compensé par un changement de la constante de couplage courante laissant R inchangé. Mais ceci n'est vrai que si tous les ordres sont calculés car μ apparaît toujours à l'ordre supérieur à celui auquel la variable (ici R) est calculée.

I.5 La fonction Beta:

La dépendance en Q de la constante de couplage est calculée par la fonction β de QCD qui a l'expansion :

$$\begin{aligned} \frac{\beta(\alpha_s)}{4\pi} &= \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^{n+2} \\ &= \beta_0 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 + \beta_1 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^3 + \beta_2 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^4 + \dots \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

Les calculs à une boucle donnent le résultat que nous avons obtenu :

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \left(\frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f \right) \\ &= -11 + \frac{2}{3} N_f = -7.67 \quad (\text{Pour } N_f = 5) \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

Ou $N_c = 3$, est le nombre de couleurs et N_f le nombre de saveurs "actives" à l'échelle μ . [4]

Le terme suivant peut-être calculé et vaut :

$$\beta_1 = 102 - \frac{38}{3}N_f \quad (\text{I.15})$$

Les coefficients de la fonction β peuvent être extraits à partir des corrections sur le calcul de l'ordre supérieur (boucle). [5]

Chapitre II :
Le processus Drell-Yan et la
QCD

II.1 Introduction modèle de parton:

Les interactions de haute énergie des hadrons au QCD sont décrites par le modèle des partons. L'idée de base de ce modèle est que la diffusion inélastique entre deux hadrons peut être considérée comme l'interaction entre les Partons (quarks et gluons) qui composent les hadrons avec des masses négligées. [5]

Un hadron est constitué d'un certain nombre de quarks de valence (par exemple uud pour le proton) et une mer infinie de gluons et des paires quark-antiquark. Les quarks de valence portent les nombres quantiques et la charge électrique des hadrons. Une fonction de distribution de Parton (PDF) est utilisée pour désigner la distribution de probabilité qu'un quark, antiquark ou gluon porte une fraction du moment total de l'hadron, le modèle de parton a été établi lors d'une étude détaillée de l'expérience de la diffusion profondément inélastique électron proton illustré dans la section suivante.

II.2 La section efficace élastique dans l'interaction e p :

L'étude de la diffusion élastique de l'interaction électron-proton à basse énergie $Q^2 < 1 \text{ GeV}$ donne la section efficace de la forme suivante :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) E'}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right) E} \left[G_M(Q^2) \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{G_E(Q^2) + G_M(Q^2) \frac{Q^2}{4M^2}}{1 + \frac{Q^2}{4M^2}} \right] \quad (\text{II.1})$$

Où E est l'énergie de l'électron incident, θ l'angle de diffusion de l'électron sortant et Ω l'angle solide de l'électron diffusé ($d\Omega = d\cos\theta d\varphi$), où M est la masse du proton,

$$Q^2 = 4EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad E' \text{ l'énergie de l'électron diffusé.}$$

G_M et G_E sont respectivement les facteurs de forme magnétique et électrique du proton, cette relation de la section efficace élastique serait utile ultérieurement dans le calcul de la section efficace inélastique.

II.3 La diffusion profondément inélastique:

La diffusion profondément inélastique (DIS en anglais) correspond à la diffusion d'un électron sur un quark provenant du proton, ce processus peut être décrit au premier ordre dans le cadre du modèle des partons. Il permet de sonder de façon précise la structure du proton. [6]

II.3.1 Définition des variables Cinématique de l'interaction:

On peut décrire l'interaction électron-proton de manière générale par le schéma suivant :

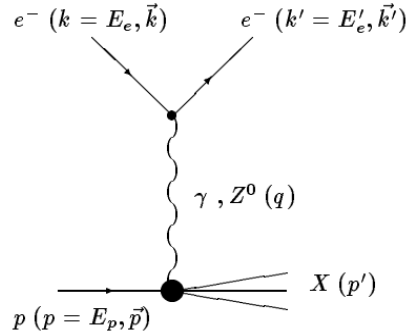


Figure (II.1): Diagramme de l'interaction électron-proton

Soient k , k' , p , p' et q respectivement les quadri-vecteurs énergie -impulsion des électron incident, électron diffusé, proton cible, ensemble hadronique final et photon (ou boson Z^0) virtuel échangé.

On définit les quantités invariantes de Lorentz suivantes pour décrire ce phénomène:

- Carré de l'énergie disponible dans le système du centre de masse:

$$s = (p + k)^2 \quad (\text{II.2})$$

- L'opposé du carré de la masse virtuelle du photon (ou boson Z^0) échangé:

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 \quad (\text{II.3})$$

- la variable x de Bjorken:

$$x = \frac{Q^2}{2pq} = \frac{Q^2}{2Mv} \quad (\text{II.4})$$

- la fraction d'énergie échangée entre électron diffusé et électron incident dans le référentiel

Où le proton est au repos:

$$y = \frac{pq}{pk} = \frac{Q^2}{xs} \quad (\text{II.5})$$

- la masse invariante du système hadronique:

$$W^2 = (p + q)^2 = Q^2 \left(\frac{1}{x} - 1 \right) + M \quad (\text{II.6})$$

- L'énergie transférée par le photon virtuel:

$$v = \frac{pq}{M} \quad (\text{II.7})$$

Où M est la masse du proton. [7, 8, 9]

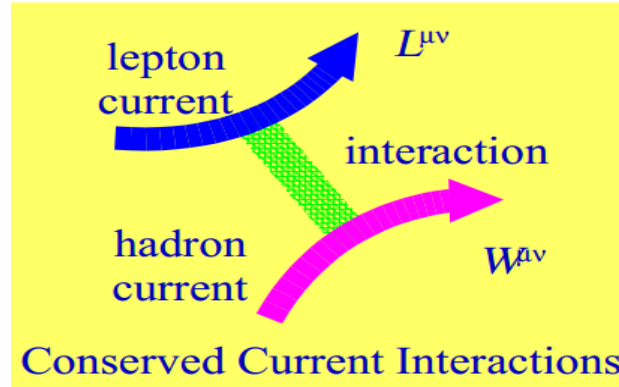
II.3.2 Calcul de la section efficace profondément inélastique:

La section efficace de diffusion profondément inélastique c'est le produit de l'espace de phase et amplitude au carré, elle s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{(2\pi)^4}{4(p \cdot k)} \delta^4(p + k - p' - k') \frac{d^3k'}{2E_e(2\pi)^3} \frac{d^3p'}{2E_X(2\pi)^3} |\mathcal{M}|^2 \\ &= |\mathcal{M}|^2 \frac{E'}{E} dE' d\Omega \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

L'amplitude \mathcal{M} est le produit des courants leptonique et hadronique, du terme du couplage au vertex et du propagateur du photon, son module au carré peut être exprimé comme le produit du propagateur du photon au carré (multiplié par la constante de couplage α au carré) et de la contraction des tenseurs leptonique et hadronique [7], on peut écrire:

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{\alpha^2}{Q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu} \quad (\text{II.9})$$



Figure(II.2): Illustration de l'interaction de courant leptonique et le courant hadronique. [10]

$L^{\mu\nu}$ est le tenseur leptonique calculable dans le cadre de l'électrodynamique quantique [7], son expression est :

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{spin} \bar{u}(k') \gamma^\mu u(k) \bar{u}(k) \gamma^\nu u(k') \quad (\text{II.10})$$

$$= 2(k^\mu k'^\nu + k^\nu k'^\mu) - g^{\mu\nu}(k \cdot k') \quad (\text{II.11})$$

Où $g^{\mu\nu}$ est le tenseur métrique où l'on a négligé la masse de l'électron ($Q^2 \gg m_e$). Le tenseur leptonique est symétrique pour la permutation des indices μ et ν , on peut vérifier explicitement que le courant leptonique est conservé

$$q^\mu L_{\mu\nu} = q^\nu L_{\mu\nu} = 0 \quad (\text{II.12})$$

Pour la partie hadronique on ne connaît pas la forme de l'interaction et on est obligé d'écrire le tenseur le plus général

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\mu p^\nu + \frac{W_3}{M^2} q^\mu q^\nu + \frac{W_4}{M^2} (p^\mu q^\nu + q^\mu p^\nu) \quad (\text{II.13})$$

La conservation du courant hadronique $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$ implique des relations entre les W_i :

$$W_3 = \left(\frac{p \cdot q}{q^2}\right)^2 W_2 + \frac{M^2}{q^2} W_1 \quad (\text{II.14})$$

$$W_4 = -\frac{p \cdot q}{q^2} W_2 \quad (\text{II.15})$$

On peut donc écrire :

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left(p^\mu + \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(q^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \quad (\text{II.16})$$

Les fonctions W_1 et W_2 sont invariantes sous les transformations de Lorentz, elles sont appelés fonction de structure du proton.

Le produit des tenseurs leptonique et hadronique donne :

$$L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = 4W_1(\nu, q^2) k \cdot k' + \frac{2W_2(\nu, q^2)}{M^2} [2(p \cdot k)(p \cdot k') - M^2(k \cdot k')] \quad (\text{II.17})$$

Soit, dans le repère du laboratoire (proton initial au repos)

$$L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = \left[\cos^2 \frac{\theta}{2} W_2(\nu, q^2) + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} W_1(\nu, q^2) \right] \quad (\text{II.18})$$

En utilisant l'équation (II.8), la section efficace différentielle de diffusion devient :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) E'}{4E^2 \sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) E} [W_2(\nu, q^2) + 2W_1(\nu, q^2) \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)] \quad (\text{II.19})$$

Il est important de noter que les fonctions W_1 et W_2 sont différentes des fonctions G_M et G_E , en effet les premières ont à voir avec les diffusions inélastiques (variables relativiste) alors que les dernières (variables no relativiste) ont à voir avec les diffusions élastiques.

Si le proton était une particule ponctuelle, la section efficace élastique serait (prendre $G_M = G_E = 1$, dans l'équation (II.8))

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) E'}{4E^2 \sin^4 \left(\frac{\theta}{2} \right) E} \left[1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right] \quad (\text{II.20})$$

Que l'on peut réécrire comme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \left[1 + \frac{Q^2}{2M^2} \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) \quad (\text{II.21})$$

Si on prend en considération la loi d'échelle de Bjorken et l'on compare les équations (II.19) et (II.21), on en déduit:

$$\begin{cases} 2W_1(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2M^2} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) \\ W_2(\nu, Q^2) = \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

On peut écrire ces fonctions en utilisant les propriétés de la distribution de Dirac $\delta(x/a) = a \delta(x)$.

$$\begin{cases} 2MW_1(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2M\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu}\right) \\ \nu W_2(\nu, Q^2) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2M\nu}\right) \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

Une propriété remarquable de cette fonction est qu'elles dépendent seulement du rapport $\frac{Q^2}{2M\nu}$ échelle de Bjorken

On parle dans cette approximation des partons. Avec ω donnée par :

$$\omega = \frac{2M\nu}{Q^2} \quad (\text{II.24})$$

On peut décrire notre équation en fonction de ω

$$\begin{cases} MW_1(\nu, Q^2) \rightarrow F_1(\omega) = \frac{1}{2x\omega} \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right) \\ \nu W_2(\nu, Q^2) \rightarrow F_2(\omega) = x \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right) \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Les fonctions de structure W_1 et W_2 dépendent de x , telle que :

$$MW_1(\nu, Q^2) = F_1(x) \quad (\text{II.26})$$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) = F_2(x) \quad (\text{II.27})$$

Ces fonctions sont différentes de zéro seulement si $x = 1/\omega$ et le modèle à partons prédit la relation

$$2xF_1(x) = F_2(x) \quad (\text{II.28})$$

En termes de la probabilité $f_i(x)$ pour que le parton i ait la fraction x de l'impulsion totale du proton, on peut écrire:

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x) \quad (\text{II.29})$$

Avec i indice de sommation sur tous les constituants chargés du proton (les constituants de charge électrique nulle n'interagissent pas avec le photon)

II.4 Théorème de Factorisation:

Théorèmes de factorisation en QCD perturbative donnent des justifications et une amélioration aux prédictions du modèle des partons. Dans les calculs de précision de la QCD perturbative, la section efficace observée physiquement impliquant les hadrons peut être écrite comme un produit de convolutions des fonctions des distributions partonique et la section efficace du processus dure de la partie partonique calculable analytiquement, c'est la meilleure méthode développée pour prédire des sections efficace de diffusion dans la QCD perturbative.

II.5 Les fonctions de distribution des partons:

Les fonctions de distributions des partons (PDF) décrivent la manière dont est distribuée l'impulsion d'un hadron de haute énergie sur les partons qui le constituent. Bien que les PDF pourraient en principe être établies, certains aspects mal compris sur la force forte empêchent leur calcul. En effet, la formation des hadrons par les partons n'est pas encore claire à cause du confinement de couleur. Cependant pour le processus dur, le problème est simplifié étant donné que les partons peuvent être considérés comme des particules libres à l'intérieur de l'hadron. La distribution de l'impulsion unidimensionnelle des partons en

interaction dans la collision proton-proton est nécessaire. Ces distributions sont précisément les PDF. Ces PDF sont connues et sont obtenues par le biais d'ajustements des données expérimentales, pour plusieurs phénomènes physiques, comme la diffusion profondément inélastique et le processus de Drell-Yan, qui peuvent être calculés à l'aide de la QCD perturbative.

Les PDF sont telles que :

$$\sum_j \int dx x f_j(x) = 1 \quad (\text{II.30})$$

Où j porte sur tous les types des partons (quark up, down, gluon etc.) qui constituent l'hadron. En effet, la somme de la fraction moyenne de l'impulsion emportée par chaque espèce de parton doit être égale à l'unité. [11]

II.6 Processus de Drell-Yan et la production des paires des leptons:

Le processus de Drell-Yan (DY) intervient lors des collision entre deux hadrons. C'est le processus d'annihilation d'un quark provenant d'un hadron avec un anti-quark de l'autre hadron donnant lieu à une paire lepton anti-lepton. L'état intermédiaire est un état virtuel du γ^* ou du Z . Le processus général est le suivant :

$$q\bar{q} \rightarrow Z/\gamma^* \rightarrow l\bar{l}$$

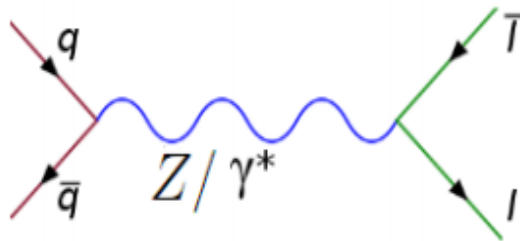
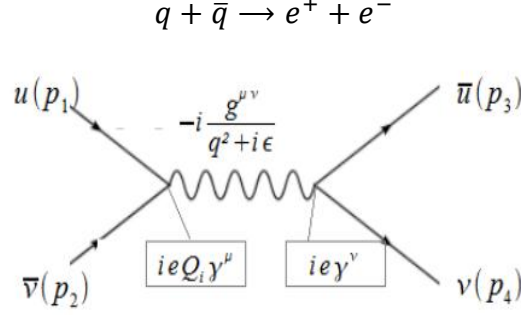


Figure (II.3) : Diagramme de Feynman pour le processus de Drell-Yan.

Où l'anti-quark est donc un anti-quark de la mer du Dirac du hadron et le quark peut être de la valence ou de la mer. [11]

II.6.1 Cinématique de l'interaction Drell-Yan:

On s'intéresse maintenant par le processus dure de la collision Hadron-Hadron qui peut être réduite dans l'interaction quark-antiquark représentée d'une manière générale par le schéma suivant :



Figure(II.4) : Diagramme de l'interaction quark-antiquark.[12]

Soient $p_1, p_2, p_3, p_4, \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2+i\epsilon}, ieQ_i\gamma^\mu, ie\gamma^\nu$ respectivement les quadri-vecteurs énergie-impulsion de quark et anti-quark dans l'état initial et électron positron dans l'état final, propagateur photonique et les vertex des quark-anti-quark et électron positron.

Le quadrivecteur-impulsion du photon virtuel :

$$Q^2 = (p_1 + p_2)^2 = \hat{s} \quad (\text{II.31})$$

Avec la Constante de structure fine :

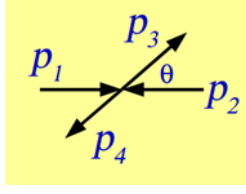
$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \quad (\text{II.32})$$

Quelques résultats sur les traces de matrices γ :

$$\text{Tr}[\gamma^\alpha \gamma^\beta] = 4g^{\alpha\beta} \quad (\text{II.33})$$

$$\text{Tr}[\gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu] = 4(g^{\alpha\beta} g^{\mu\nu} + g^{\alpha\nu} g^{\beta\mu} - g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu}) \quad (\text{II.34})$$

On a besoin d'employer les variables de Mandelstam :



$$p_1 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} (1, 0, 0, +1) \quad (\text{II.35})$$

$$p_2 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} (1, 0, 0, -1) \quad (\text{II.36})$$

$$p_3 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} (1, +\sin(\theta), 0, +\cos(\theta)) \quad (\text{II.37})$$

$$p_4 = \frac{\sqrt{\hat{s}}}{2} (1, -\sin(\theta), 0, -\cos(\theta)) \quad (\text{II.38})$$

Pour ce faire, le premier alignement p_3 et p_4 le long de l'axe z (p_1 et p_2), puis tournent autour de l'axe x par l'angle θ

$$\hat{s} = (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 \quad (\text{II.39})$$

$$\hat{t} = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 \quad (\text{II.40})$$

$$\hat{u} = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 \quad (\text{II.41})$$

II.6.2 Calcul section efficace de Drell-Yan:

L'application des règles de Feynman permet d'écrire l'amplitude M du processus comme :

$$\begin{aligned} M &= \bar{v}(p_2) ieQ_i \gamma^\mu u(p_1) \frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2 + i\xi} \bar{u}(p_3) ie\gamma^\nu v(p_4) \\ &= iQ_i \frac{e^2}{q^2} \{ \bar{v}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) \} \{ \bar{u}(p_3) \gamma^\nu v(p_4) \} \end{aligned} \quad (\text{II.42})$$

$u(p)$, $v(p)$ ce sont spineur de Dirac dont la notation originale est $u(p, s)$, $v(p, s)$

$$(\bar{v}(p_2) \gamma^\mu u(p_1))^+ = u^+(p_1) \gamma^{\mu+} (v^+(p_2) \gamma^0)^+ = \bar{u}(p_1) \gamma^\mu v(p_2) \quad (\text{II.43})$$

$$(\bar{u}(p_3) \gamma^\nu v(p_4))^+ = v^+(p_4) \gamma^{\nu+} (u^+(p_3) \gamma^0)^+ = \bar{v}(p_4) \gamma^\nu u(p_3) \quad (\text{II.44})$$

Complexe conjugué de l'amplitude

$$M^+ = -iQ_i \frac{e^2}{q^2} \bar{u}(p_1) ieQ_i \gamma^\mu v(p_2) \bar{v}(p_4) ie\gamma^\nu u(p_3) \quad (\text{II.45})$$

Prenant le carré de l'amplitude

$$|M|^2 = MM^+ = Q_i^2 \frac{e^4}{q^4} \{ \bar{v}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) \bar{u}(p_1) \gamma^\nu v(p_2) \} \{ \bar{u}(p_3) \gamma_\mu v(p_4) \bar{v}(p_4) \gamma_\nu u(p_3) \} \quad (\text{II.46})$$

En employant des propriétés des spineur de Dirac, pour simplifier

$$\sum u(p) \bar{u}(p) = \not{p} + m \quad (\text{II.47})$$

$$\sum v(p) \bar{v}(p) = \not{p} - m \quad (\text{II.48})$$

$$\sum \bar{v}_a(p_2) \gamma_{ab}^\mu u_b(p_1) \bar{u}_c(p_1) \gamma_{cd}^\nu v_d(p_2) = (\not{p}_2 - m)_{da} \gamma_{ab}^\mu (\not{p}_1 + m)_{cd} \gamma_{cd}^\nu \quad (\text{II.49})$$

$$\sum \bar{u}_e(p_3) \gamma_{\mu ef} v_f(p_4) \bar{v}_g(p_4) \gamma_{vgh} u_h(p_3) = (\not{p}_3 - m)_{he} \gamma_{\mu ef} (\not{p}_4 + m)_{cd} \gamma_{vgh} \quad (\text{II.50})$$

Substituons dans la formule de l'amplitude au carré

$$|M|^2 = Q_i^2 \frac{e^4}{q^4} \{ \bar{v}_a(p_2) \gamma_{ab}^\mu u_b(p_1) \bar{u}_c(p_1) \gamma_{cd}^\nu v_d(p_2) \} \{ \bar{u}_e(p_3) \gamma_{\mu ef} v_f(p_4) \bar{v}_g(p_4) \gamma_{vgh} u_h(p_3) \} \quad (\text{II.51})$$

$$|M|^2 = Q_i^2 \frac{e^4}{q^4} \{ v_d(p_2) \bar{v}_a(p_2) \gamma_{ab}^\mu u_b(p_1) \bar{u}_c(p_1) \gamma_{cd}^\nu \} \{ u_h(p_3) \bar{u}_e(p_3) \gamma_{\mu ef} v_f(p_4) \bar{v}_g(p_4) \gamma_{vgh} \} \quad (\text{II.52})$$

Introduisant la sommation sur les spins et les couleurs

$$\begin{aligned} \sum_{q,s} |M|^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 Q_i^2 \frac{e^4}{q^4} \text{Tr}[(\not{p}_2 - m)_{da} \gamma_{ab}^\mu (\not{p}_1 + m)_{cd} \gamma_{cd}^\nu] \\ &\quad * \text{Tr}[(\not{p}_3 - m)_{he} \gamma_{\mu ef} (\not{p}_4 + m)_{fg} \gamma_{vgh}] \end{aligned} \quad (\text{II.53})$$

On néglige la masse de l'électron m_e et la masse du quark m devant le grand transfert d'énergie

$$|M|^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 Q_i^2 \frac{e^4}{q^4} Tr[\not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu] Tr[\not{p}_3 \gamma_\mu \not{p}_4 \gamma_\nu] \quad (\text{II.54})$$

Manipulons les traces, nous trouvons

$$\begin{aligned} & Tr[\not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu] Tr[\not{p}_3 \gamma_\mu \not{p}_4 \gamma_\nu] \\ &= 4[p_1^\mu p_2^\nu + p_2^\mu p_1^\nu - g^{\mu\nu}(p_1 \cdot p_2)] * 4[p_3^\mu p_4^\nu + p_4^\mu p_3^\nu - g^{\mu\nu}(p_3 \cdot p_4)] \\ &= 2^5[(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3)] \\ &= 2^5[\hat{t}^2 + \hat{u}^2] \end{aligned} \quad (\text{II.55})$$

Où nous avons utilisé

$$p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = p_4^2 = 0 \quad (\text{II.56})$$

Dans la limite de haute énergie les masses étant insignifiantes les variables de Mandelstam (II.39), (II.40), (II.41) deviennent :

$$\hat{s} = 2(p_1 \cdot p_2) = 2(p_3 \cdot p_4) \quad (\text{II.57})$$

$$\hat{t} = 2(p_1 \cdot p_3) = 2(p_2 \cdot p_4) \quad (\text{II.58})$$

$$\hat{u} = 2(p_1 \cdot p_4) = 2(p_2 \cdot p_3) \quad (\text{II.59})$$

Prenant en considération (II.30) et (II.31), on met tous les morceaux ensemble, nous avons :

$$|M|^2 = Q_i^2 \alpha^2 \frac{2^5 \pi^2}{3} \left(\frac{\hat{t}^2 + \hat{u}^2}{\hat{s}^2} \right) \quad (\text{II.60})$$

Le terme du centre de masse Laissez θ est l'angle entre le flux incidents et sortants:

$$\hat{t} = -\frac{\hat{s}}{2}(1 - \cos(\theta)) \quad \text{et} \quad \hat{u} = -\frac{\hat{s}}{2}(1 + \cos(\theta)) \quad (\text{II.61})$$

Après la substitution des \hat{t} , \hat{u} et en simplifiant nous obtenons ce qui suit :

$$|M|^2 = Q_i^2 \alpha^2 \frac{2^5 \pi^2}{3 \hat{s}^2} \left[\frac{\hat{s}^2}{4} (1 - \cos(\theta))^2 + \frac{\hat{s}^2}{4} (1 + \cos(\theta))^2 \right] \quad (\text{II.62})$$

$$|M|^2 = Q_i^2 \alpha^2 \frac{2^5 \pi^2 \hat{s}^2}{3 \hat{s}^2} (1 + \cos^2(\theta)) \quad (\text{II.63})$$

En simplifiant :

$$|M|^2 = Q_i^2 \alpha^2 \frac{2^5 \pi^2}{6} (1 + \cos^2(\theta)) \quad (\text{II.64})$$

La section efficace totale est le produit de l'amplitude résultant et l'espace des phases :

$$d\sigma = \frac{1}{2E_1 2E_2 |v_1 - v_2|} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - \sum_f p_f) \left(\prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f} \right) |M|^2 \quad (\text{II.65})$$

$$d\sigma = \frac{1}{4E_1 E_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} |M|^2 \quad (\text{II.66})$$

$$d\sigma = \frac{1}{4(p_1 \cdot p_2)} |M|^2 d\varphi = \frac{1}{2\hat{s}} |M|^2 d\varphi \quad (\text{II.67})$$

L'espace de phase de deux particules peut être exprimé sous la forme :

$$d\varphi = (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} = \frac{d\cos(\theta)}{16\pi} \quad (\text{II.68})$$

Où $d\varphi$ est un élément infinitésimal de l'espace des phases

$$d\hat{\sigma} = \frac{1}{2\hat{s}} Q_i^2 \alpha^2 \frac{2^5 \pi^2}{6} (1 + \cos^2(\theta)) \frac{d\cos(\theta)}{16\pi} \quad (\text{II.69})$$

$$d\hat{\sigma} = Q_i^2 \alpha^2 \frac{\pi}{6 \hat{s}} (1 + \cos^2(\theta)) d\cos(\theta) \quad (\text{II.70})$$

En intégrant $d\hat{\sigma}$

$$\hat{\sigma} = Q_i^2 \alpha^2 \frac{\pi}{6 \hat{s}} \int_{-1}^1 d\cos(\theta) (1 + \cos^2(\theta)) \quad (\text{II.71})$$

On obtient finalement :

$$\hat{\sigma} = \frac{4\pi}{9\hat{s}} \alpha^2 Q_i^2 \quad (\text{II.72})$$

$\hat{\sigma}$ C'est la section efficace du processus dure de l'interaction quark-antiquark, qui sera utile ultérieurement dans le chapitre suivant pour calculer la section efficace hadronique proton-proton.

Chapitre III :
La section efficace hadronique
de Drell-Yan

III.1 Introduction

En 1970, Sidney Drell et Tung-Mow Yan ont développé un modèle pour la production de paires de leptons (état finale) dans des collisions hadron-hadron [13]. Le processus Drell-Yan correspond à l'annihilation d'un quark et d'un anti-quark produisant un photon γ^* ou Z qui à son tour donne naissance à une ou plusieurs particules. Le plus souvent, c'est la production d'une paire de leptons chargés (e^+e^- ou $\mu^+\mu^-$). Il joua un rôle important dans la découverte des mésons : J/Ψ (AGS-Brookhaven et SPEAR-SLAC en 1974), du Y (1977), du W et du Z ($p\bar{p}$ UA1 et UA2 - CERN en 1983) et constitue un canal privilégié dans la recherche des nouvelles particules au LHC. Par ailleurs les mesures du processus Drell-Yan apportent des contraintes importantes pour la détermination des PDF discuté dans le chapitre précédant. Nous nous intéresserons, ici, aux calculs de la section efficace hadronique du processus Drell-Yan. [14, 15, 16, 17]

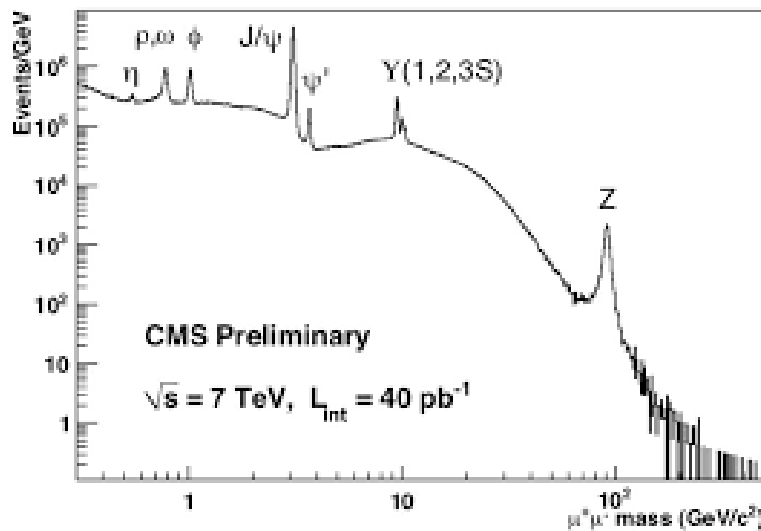


Figure (III.1): Spectre de masse de di-muon à partir des données de CMS. Cet histogramme représente des paires des muons accumulés selon leur masse invariante, ce qui est à peu près la somme de l'énergie cinétique des deux muons dans chaque paire.

Cet histogramme a une forme globale, avec des pics remarquables identifiés par des symboles représentant des particules (ρ , ω , ψ , Z , etc.). Chacun de ces pics notables est dû à un processus physique différent. Chacun de ces processus physiques peut, en principe, produire des paires de muons de nombreuses différentes masses invariantes, sous le pic J/Ψ , par exemple, il y a beaucoup d'événements produits par J/Ψ mais beaucoup d'autres produits

par quarks en décomposition à deux muons. Événements dimuons de toute masse invariante donnée peuvent être produits par un certain nombre de processus physiques, mais à une masse donnée, ils sont plus susceptibles de provenir de certains processus que d'autres Drell-Yan par exemple. [18]

III.2 Généralisation du Model des Partons pour la collision hadron –

hadron:

Lorsque deux hadrons entrent en collision à haute énergie, la plupart des collisions impliquent l'interaction entre des quarks et des gluons constitutifs. Ces interactions ne peuvent pas être traitées en utilisant la QCD perturbative lorsque α_s est grand, parce que dans ce cas le transfert d'impulsion est faible. Dans des collisions à haut énergie cependant, deux quarks ou gluons échangeront un grand transfert d'énergie. Dans ce cas, l'interaction élémentaire se déroule très rapidement par rapport à l'échelle de temps interne des fonctions d'onde des hadrons. [3]

III.3 La Section efficace hadronique de Drell-Yan:

La section efficace totale hadron-hadron peut être calculé en utilisant le théorème de factorisation, c'est l'intégrale de la section efficace du processus d'interaction parton-parton , qui portent des fractions x_1 et x_2 de la quantité de mouvement des protons en collision, et des fonctions qui décrivent la façon dont l'impulsion du protons est distribuée parmi les partons qui le constituent.

Pour le processus de Drell-Yan, la section efficace totale s'écrit :

$$\sigma(pp \rightarrow e^-e^+) = \sum_{q\bar{q}} \int dx_1 dx_2 f_{q/p}(x_1) f_{\bar{q}/p}(x_2) \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow e^-e^+) \quad (\text{III.1})$$

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow e^-e^+) = \sum_{q\bar{q}} \int dx_1 dx_2 f_{q/p}(x_1) f_{\bar{q}/\bar{p}}(x_2) \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow e^-e^+) \quad (\text{III.2})$$

$f_{q/p}(x_1)$, $f_{\bar{q}/p}(x_2)$, $f_{\bar{q}/\bar{p}}(x_2)$ sont les probabilités de trouver un quark (anti-quark) de fraction d'impulsion x_1 (x_2) dans le proton ou antiproton (données par le PDF Probability Distribution Functions).

III.3.1 Cinématique et section efficace pour la collision proton-proton :

Dans la collision proton-proton la section efficace expérimentale par l'intermédiaire du sous-processus $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+e^-$. Est exprimée comme suit:

$$\sigma(pp \rightarrow e^-e^+) = \int f_{q/p}(x_1)dx_1 f_{\bar{q}/p}(x_2) dx_2 \hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+e^-) \quad (\text{III.3})$$

Où

$f_{q/p}(x_1) dx_1$ est la probabilité de trouver un quark à l'intérieur du proton P_1 avec impulsion

$$p_q = x_1 P_1 \quad (\text{III.4})$$

$f_{\bar{q}/p}(x_2) dx_2$ est la probabilité de trouver un anti-quark à l'intérieur du proton P_2 avec impulsion

$$p_{\bar{q}} = x_2 P_2 \quad (\text{III.5})$$

P_1 et P_2 sont les quadrivecteur- impulsions des deux premiers protons comme le montre la figure (III.2) sont donnés par

$$P_1 = \left(\frac{E_{cm}}{2}, p_{x1}, p_{y1}, p_{z1} \right) = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, (0,0,1)) \quad (\text{III.6})$$

$$P_2 = \left(\frac{E_{cm}}{2}, p_{x2}, p_{y2}, p_{z3} \right) = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, (0,0,-1)) \quad (\text{III.7})$$

Il est plus pratique de définir les variables cinématiques adimensionnelles suivantes

$$\tau = \frac{Q^2}{s} \quad (\text{III.8})$$

Et

$$\hat{\tau} = \frac{Q^2}{\hat{s}} \quad (\text{III.9})$$

Où Q^2 est la masse du photon virtuel et τ l'énergie fractionnelle entre le système partonique et hadronique, s c'est le carré de l'énergie de centre de masse proton-proton (réf. de lab.).

$$s = (P_1 + P_2)^2 = 2P_{cm}^2 \quad (\text{III.10})$$

$$P_{cm} = \frac{\sqrt{s}}{2} \quad (\text{III.11})$$

Introduisons la quantité \hat{s} le carré de l'énergie de centre de masse parton-parton, en utilise (III.4) et (III.5)

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_q + p_{\bar{q}})^2 \\ &= (x_1 P_1 + x_2 P_2)^2 \\ &= x_1 x_2 (P_1 + P_2)^2 \\ &= x_1 x_2 s \end{aligned}$$

En effet, dans le référentiel du centre de masse de la collision $q\bar{q}$, l'impulsion totale est nulle et les électrons sont émis dos-à-dos par conservation de la quantité de mouvement.

Cependant, si l'on change de référentiel pour se placer dans le référentiel du laboratoire

$$\hat{s} = x_1 x_2 s \quad (\text{III.12})$$

Ou

$$\hat{\tau} = x_1 x_2 \tau \quad (\text{III.13})$$

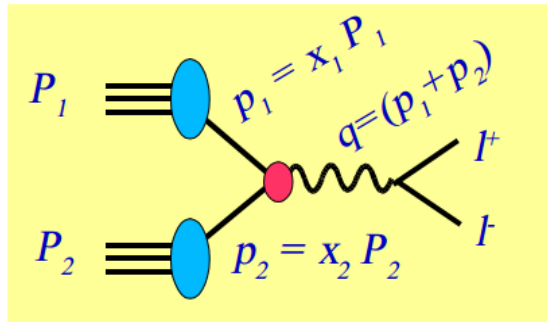


Figure (III.2) : La production d'un photon virtuel en collision proton-proton, est décrite en termes d'un processus des sous-partons, dans lequel un parton entrant à l'impulsion $x_1 P_1$ et l'autre à l'impulsion $x_2 P_2$. [10]

On peut définir l'impulsion en fonction du moment longitudinal de la paire des électrons

$$P_L = p_q - p_{\bar{q}} \quad (\text{III.14})$$

Où l'impulsion longitudinale P_L (la composante parallèle au faisceau) dans le centre de masse est exprimée en termes des variables x_1 et x_2

$$P_L = \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 - x_2) \quad (\text{III.15})$$

Si nous supposons que les partons entrants sont parallèles aux protons incidents alors l'énergie est

$$E^2 = P_L^2 + Q^2 \quad (\text{III.16})$$

$$E = \frac{\sqrt{s}}{2}(x_1 + x_2) \quad (\text{III.17})$$

Etant donné que dans ce cas, la paire des électrons dans la figure (III.2) n'ont aucune valeur du moment transversal (III.14) ça implique définition de la variable x_L

$$x_L = x_1 - x_2 \quad (\text{III.18})$$

Avec

$$x_L \equiv 2P_L/\sqrt{s} \quad (\text{III.19})$$

L'équation (III.16) donne

$$x_E^2 = x_L^2 + 4\tau^2 \quad (\text{III.20})$$

Et

$$x_E \equiv 2E/\sqrt{s} \quad (\text{III.21})$$

La section efficace d'annihilation pour un quark et un anti-quark en une paire d'électron-positron calculée dans le chapitre II:

$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow e^+e^-) = \sigma_0 = \frac{4\pi}{9Q^2} \alpha^2 Q_i^2 \quad (\text{III.22})$$

On fait le changement

$$\hat{s} = Q^2 \quad (\text{III.23})$$

A partir des équations (III.13), nous voyons que x_1 et x_2 sont donnés en termes de τ selon la relation suivante :

$$x_1 x_2 = \tau \quad (\text{III.24})$$

L'équation (III.1) donne

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dx_L} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \frac{1}{(x_1+x_2)} P_{q\bar{q}}(x_1, x_2) \quad (\text{III.25})$$

Avec la fonction de probabilité combinée pour que le quark provenant du proton 1 et l'antiquark provenant du proton 2 ou l'inverse est donnée par

$$P_{q\bar{q}}(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2 \{f_{p/q_i}(x_1)f_{p/\bar{q}_i}(x_2) + f_{p/\bar{q}_i}(x_1)f_{p/q_i}(x_2)\} \quad (\text{III.26})$$

On inclut n_f saveurs de quarks

On peut réécrire les fractions des moments, les équations (III.24) et (III.18) implique

$$x_1 = \frac{1}{2}(x_E + x_L) = \sqrt{\tau}e^y \quad (\text{III.27})$$

$$x_2 = \frac{1}{2}(x_E - x_L) = \sqrt{\tau}e^{-y} \quad (\text{III.28})$$

Où x_E est donnée dans (III.20) et y est la rapidité (En relativité restreinte, la rapidité (y) est une alternative au paramètre de vitesse, pour quantifier le décalage que subit le centre de

masse d'un système par rapport à un référentiel) [19], de la paire d'électron-positron défini par :

$$y \equiv \frac{1}{2} \log\left(\frac{E-P_L}{E+P_L}\right) \quad (\text{III.29})$$

Dans ce cas

$$y = \frac{1}{2} \log\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad (\text{III.30})$$

On réécrit les quadrivecteurs en fonction des la fraction du moment

$$p_q = x_1 P_1 = \frac{\sqrt{s}}{2} (x_1, 0, 0, x_1) \quad (\text{III.31})$$

$$p_{\bar{q}} = x_2 P_2 = \frac{\sqrt{s}}{2} (x_2, 0, 0, -x_2) \quad (\text{III.32})$$

Les quadrivecteurs de la paire d'électron-positron on réf. de proton

$$p_{e^-} = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, \sin(\theta) \cos(\varphi), \sin(\theta) \sin(\varphi), \cos(\theta)) \quad (\text{III.33})$$

$$p_{e^+} = \frac{\sqrt{s}}{2} (1, -\sin(\theta) \cos(\varphi), -\sin(\theta) \sin(\varphi), -\cos(\theta)) \quad (\text{III.34})$$

On peut vérifier que

$$\frac{d\sigma}{dy} = x_E \frac{d\sigma}{dx_E} = (x_1 + x_2) \frac{d\sigma}{dx_L} \quad (\text{III.35})$$

Alors, à partir des équations (III.21), la section efficace différentielle est

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} P_{q\bar{q}}(x_1, x_2) \quad (\text{III.36})$$

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \sum_{i=1}^{n_f} Q_i^2 \{f_{p/q_i}(x_1) f_{p/\bar{q}_i}(x_2) + f_{p/\bar{q}_i}(x_1) f_{p/q_i}(x_2)\} \quad (\text{III.37})$$

Où

$$d\tau dy = dx_1 dx_2 \quad (\text{III.38})$$

Intégrant (III.36) sur y données

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} P_{q\bar{q}}(x_1, \tau/x_1) \quad (\text{III.39})$$

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \sum_{i=1}^{n_f} Q_i^2 \{f_{p/q_i}(x_1)f_{p/\bar{q}_i}(\tau/x_1) + f_{p/\bar{q}_i}(x_1)f_{p/q_i}(\tau/x_1)\} \quad (\text{III.40})$$

Où $P_{q\bar{q}}(x_1, \tau/x_1)$ est donnée en (III.26). $d\sigma_{DY}/d\tau$ c'est une fonction de s et Q^2 .

$$Q^2 \frac{d\sigma_{DY}}{d\tau}(s, Q^2) = F(\tau) \quad (\text{III.41})$$

Où $F(\tau)$ c'est une fonction de la variable $\tau = \frac{Q^2}{s}$ adimensionnelle

III.3.2 La section efficace pour la collision proton -antiproton :

On effectue le même calcul pour la collision proton-proton la différence est l'emploi des PDF (probability distribution functions) de l'antiproton dans l'état initial de la collision

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} P_{q\bar{q}}(x_1, x_2) \quad (\text{III.42})$$

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \sum_{i=1}^{n_f} Q_i^2 \{f_{p/q_i}(x_1)f_{p/\bar{q}_i}(x_2) + f_{p/\bar{q}_i}(x_1)f_{p/q_i}(x_2)\} \quad (\text{III.43})$$

Où

$$d\tau dy = dx_1 dx_2 \quad (\text{III.44})$$

Intégrant (III.36) sur y données

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} P_{q\bar{q}}(x_1, \tau/x_1) \quad (\text{III.45})$$

$$\frac{d\sigma_{DY}}{d\tau} = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^2} \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \sum_{i=1}^{n_f} Q_i^2 \{f_{p/q_i}(x_1)f_{p/\bar{q}_i}(\tau/x_1) + f_{p/\bar{q}_i}(x_1)f_{p/q_i}(\tau/x_1)\} \quad (\text{III.46})$$

Comme dans le cas de l'interaction proton-proton $P_{q\bar{q}}(x_1, \tau/x_1)$ est donné par l'équation (III.26). $d\sigma_{DY}/d\tau$ est une fonction de s et Q^2 , on peut écrire

$$Q^2 \frac{d\sigma_{DY}}{d\tau}(s, Q^2) = k(\tau) \quad (\text{III.47})$$

Où $k(\tau)$ c'est une fonction de la variable $\tau = \frac{Q^2}{s}$ adimensionnelle.

Il est tout à fait claire que les sections efficace des deux interactions hadronique proton-proton et proton-anti proton se diffèrent au niveau des PDF pour l'anti-quark. Quark de valence pour antiproton Différent de quark de mer de Dirac pour proton.

Conclusion

Conclusion :

Dans ce travail, on a effectué une étude sur la Chromodynamique quantique perturbative, la théorie qui décrit les interactions fortes et la symétrie de couleur, et quelques-unes de ses implications phénoménologiques en physique des hautes énergies, précisément lors du grand transfert d'énergie-impulsion. La Chromodynamique quantique QCD est une théorie quantique des champs, on a mis en évidence le formalisme lagrangien de la théorie en basant sur la théorie des groupes et les théories de Jauge, on a construit la densité Lagrangienne de la QCD de laquelle on a déduit les règles de Feynman utiles lors d'un développement perturbatif, on a aussi discuté l'équation du groupe de renormalisation pour éliminer les divergences qui apparaît à l'ordre supérieur de α_s , Ces divergences ont lieu lors du grand transfert d'énergie.

On a exposé le modèle des partons pour la diffusion inélastique en expliquant la loi d'échelle de Bjorken, on a décrit la structure des hadrons et les fonctions de distribution partonique PDF, on a projeté notre étude du modèle des partons sur l'interaction proton-proton, dans le but de calculer la section efficace partonique du processus dur (hard processus) de Drell-Yan.

Le processus Drell-Yan est très important dans la QCD et dans la physique des particule élémentaire en général, à travers ce processus on a découvert plusieurs particules clé dans la structure fondamentale de la matière et leurs interaction : W, Z, J/w ... l'importance de ce processus advient théoriquement et expérimentalement dans l'état finale de l'interaction, dont on a pas besoin des fonctions de distribution partonique, les particules résultante sont des leptons ce qui simplifie le calcul et la détection, le processus Drell-Yan est le même dans le cas de la collision proton-proton et proton-antiproton la différence se manifeste dans le calcul de la section efficace hadronique à cause du théorème de factorisation et les fonctions de distribution partonique dans l'état initial de l'interaction.

Notre étude nous a montré que le calcul de la section efficace à l'ordre supérieur de α_s demande des détails de calcul de renormalisation et de paramétrisation de Feynman pour éliminer les divergences Ultraviolet et Infrarouge à cause des émissions partoniques, ce qui est pratiquement impossible pour ce mémoire due au temps limité consacré à ce travail, on espère avoir la chance de calculer la section efficace à l'ordre supérieur de α_s dans un futur travail.

Annexe

Annexe

A.1 Fonction delta de Dirac:

La distribution de Dirac, aussi appelée fonction δ de Dirac, introduite par Paul Dirac, peut être considérée comme une fonction δ qui prend une valeur infinie en 0, et la valeur zéro partout ailleurs, et dont l'intégrale sur \mathbb{R} est égale à 1.[20]

La représentation graphique de la fonction δ peut être assimilée à l'axe des abscisses en entier et le demi-axe des ordonnées positives. D'autre part, δ correspond à la dérivée de la fonction de Heaviside (au sens des distributions).

Par définition la fonction delta de Dirac $\delta(x)$, est infiniment élevée, une pic infinitésimale étroite à l'origine (Area 1) Fig.A.1.

Plus précisément

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x \neq 0 \\ \infty & \text{pour } x = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (\text{A.1})$$

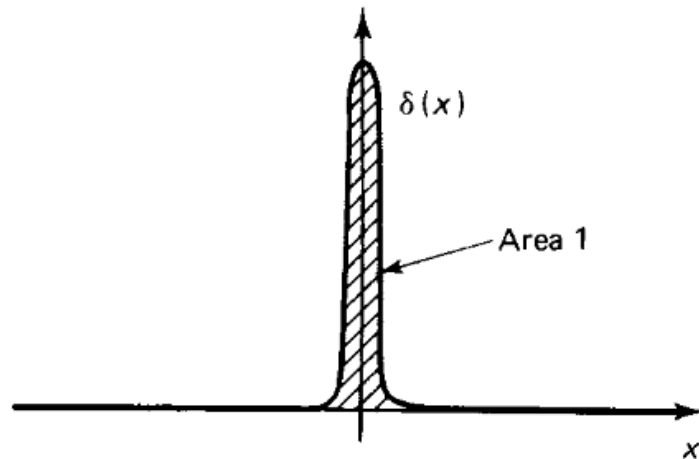


Figure (A.1): la fonction delta de Dirac. [20]

La fonction delta à la propriété fondamentale que :

$$\delta(-x) = \delta(x) \quad (\text{A.2})$$

$$x\delta(x) = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x) \quad (\text{A.4})$$

$$\delta(x^2 - a^2) = \frac{1}{2|a|} \{ \delta(x - a) + \delta(x + a) \} \quad (\text{A.5})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - a) dx = f(a) \quad (\text{A.6})$$

Bibliographie

Bibliographie

- [1] Bertrand Ducloué, Tests phénoménologiques de la chromodynamique quantique perturbative à haute énergie au LHC, Thèse de Doctorat, Université Paris-sud (2014).
- [2] Aldo Deandrea, Introduction à l'interaction forte (Chromodynamique Quantique), cours Université Claude Bernard Lyon 1, France, (2007).
- [3] Nele Boelaert, Dijet Angular Distributions in Proton–Proton Collisions: At $\sqrt{s} = 7$ TeV and $\sqrt{s} = 14$ TeV, Thèse de Doctorat, Lund University Sweden, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012.
- [4] Page web: homepages.ulb.ac.be/~lfavart/phys-f-477/PHYS-F-477.Chap2.pdf.
- [5] R. k.Ellis, W. J. Stirling and B. R. Webber, QCD and Collider Physics, Cambridge University Press (December 4, 2003).
- [6] Matti Peez, Recherche de déviations au Modèle Standard dans les processus de grande énergie transverse sur le collisionneur électron-proton HERA, Thèse de Doctorat, Université de Claude Bernard-Lyon1, France, (2003).
- [7] Laurent Favart, Mesure de la fonction de structure F2 du proton à HERA, utilisant les interactions profondément inélastiques radiatives (ordre α^3), Thèse de Doctorat, Université Libre de Bruxelles, (1995).
- [8] François Charles, première mesure de la fonction de structure F2 du proton dans l'expérience H1 sur le collisionneur HERA, Thèse de Doctorat, Université de Paris VI, (1993).
- [9] Eric Pilon, Quelques éléments de la chromodynamique, cours Université Paris XI.
- [10] Fred Olness, Drell-Yan Process, CTEQ Handbook. CTEQ pedagogical homepage.
- [11] Alaluf David, Contribution à l'analyse des premières données de l'expérience CMS au LHC, Université Libre de Bruxelles, (2009).
- [12] Frédéric Bauer, Etude des distributions des partons: Ajustements en espace de Mellin, Rapport de stage Master 1, Université Joseph Fourier, (2008).

- [13] R. D. Field, Application of perturbative QCD, University of Florida, Addison-Wesley Publishing Company.
- [14] Page web: homepages.ulb.ac.be/~lfavart/phys-f-477/PHYS-F-477.Chap5.pdf.
- [15] Drell, S.D.; Yan, T.-M. (1970). Massive Lepton-Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High Energies. *Physical Review Letters***25** (5): 316–320.
- [16] G. Arnison et al., Volume 122B, number 1, *Physics Letters*, 24 February 1983.
- [17] Ting et al., *Phys. Rev. Lett.* 33, 1404 (1974).
- [18] Page web: <https://www.i2u2.org/elab/cms/library/ref-combined-events-stats.html>.
- [19] Alice Florent, Contraindre les distributions de partons dans les noyaux grâce au boson W produit dans les collisions p Pb à 5,02 TeV avec CMS, Thèse de doctorat, Université Paris-sud, (2014).
- [20] David Griffiths, *Introduction to elementary particles*, John Wiley & Sons, 1987.

ملخص

في هذا العمل قمنا بدراسة الكروموديناميك الكمومي الاضطرابي كنظرية الحقول الكمية، كما قمنا بدراسة ظواهر نموذج البارتون، البنية الداخلية للبروتون و دالة احتمال توزيع البارتونات وسلم بجوركن، قمنا بإسقاط النتائج التي حصلنا عليها من نموذج البارتون لدراسة تفاعل كوارك ضد كوارك المعروف بعملية درال يان في تصادم بروتون-بروتون، حسينا المقطع الفعال في حالة التفاعل البارتوني ثم الهادروني في التصادم بروتون-بروتون والبروتون البروتون المضاد.

الكلمات المفتاحية : الكروموديناميك الكمومي الاضطرابي، نموذج البارتون، عملية درال-يان، المقطع الفعال.

Résumé

Dans ce travail on a étudié la QCD perturbative étant une théorie des champs quantique, on a également exposé le modèle des parton avec une petite discussion phénoménologique sur la structure du proton, les fonctions de distribution des partons et l'échelle de Bjorken, on a projeté notre étude du modèle de parton sur le sous processus Drell-Yan dans la collision proton-proton, on a calculé la section efficace partonique et puis hadronique de la collision proton-proton et proton-antiproton.

Mots clés: QCD perturbative, modèle de parton, processus Drell-Yan, section efficace.

Abstract

In this work we studied the perturbative QCD as a quantum field theory, we have exposed the parton model with a phenomenological discussion, we studied the structure of the proton, the distribution functions of partons and Bjorken scaling, we projected our study of parton model on Drell-Yan hard process in the proton-proton collision, then we calculated the partonic and hadronic cross section in the collision proton-proton and proton-antiproton.

Key words: Perturbative QCD, patron model, Drell-Yan process, cross section.