

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

ميدان: علوم المادة

فرع: الفيزياء

تخصص: الفيزياء النظرية



كلية: العلوم

قسم: الفيزياء

رقم: TH/PH2023/02/

مذكرة مقدمة ضمن متطلبات نيل شهادة ماستر أكاديمي

من إعداد الطالب

- بوراس محمد

تحت عنوان:

هاملتوني فعال ذو كتلة وكمون خطي متعلق بالموضع في
وصلة غير متجانسة

لجنة المناقشة

الاسم واللقب	الجامعة	الصفة
د. بوشلاغم فوزية	جامعة محمد بوضياف المسيلة	رئيسا
د. بوفراش كريم	جامعة محمد بوضياف المسيلة	مشرفا ومقررا
د. صبري يوسف	جامعة محمد بوضياف المسيلة	مناقشا

السنة الجامعية: 2023-2022

شكر وعرّفان

قال تعالى:

{ رَبِّ أَوْزِعْنِي أَنْ أَشْكُرَ نِعْمَتَكَ الَّتِي أَنْعَمْتَ عَلَيَّ وَعَلَىٰ وَالِدَيَّ وَأَنْ أَعْمَلَ صَالِحًا تَرْضَاهُ
وَأَدْخِلْنِي بِرَحْمَتِكَ فِي عِبَادِكَ الصَّالِحِينَ }19

سورة النمل الآية 19

وقال صلى الله عليه وسلم: [من لم يشكر الناس لم يشكر الله]

نشكر الله عز وجل الذي وفقنا لإتمام هذا العمل
كما أتوجه بالشكر الجزيل إلى كل من ساعدنا في إنجاز هـ
سواء من قريب أو من بعيد، كما يسعدنا أن نتقدم بأسمى
التقدير وجزيل الشكر

إلى الأستاذ المشرف الدكتور د. كريم بوفراش
الذي لم يبخل بنصائحه القيمة التي مهدت الطريق لإتمام
البحث

فهرس المحتويات

شكر وعرهان.....

فهرس المحتويات.....

قائمة الأشكال.....

1..... مقدمة عامة :

الفصل الأول

هاملتوني معمم

4.....1. الهاملتوني الفعال والمعمم:

4.....1.1. مقدمة:

4.....2.1. مراجعة تاريخية :

4.....1.2.1. D.J.Ben Daniel et C.B.Duke (1966) :

5.....2.2.1. Thaddeus Gora et Ferd Williams (1968) :

5.....3.2.1. Von Roos (1983) :

6.....4.2.1. Richard A.Morrow et Kenneth R. Brownstein (1983) :

6.....5.2.1. Jean-Marc Levy-Leblond(1995) :

7.....6.2.1. M. Sassoli de Bianchi and M. Di Ventra (1998) :

7.....7.2.1. Mustafa et Mazharimousavi (2007) :

8.....3.1. حل معادلة شرودينغر للهاملتوني مع كتلة فعالة متعلقة با الموضوع:

الفصل الثاني

الحساب التحليلي للدوال الموجية ومعاملات النفوذ

12.....1.2. مقدمة:

12.....2.2. دراسة نظام حاجز كمون مستطيل و كتلة متغيرة على شكل مستطيل.....

1.2.2. حل معادلة شرودينغر المعممة لحاجز كمون مستطيلة وكتلة متغيرة على شكل مستطيل .	12.....
2.2.2. شروط الاستمرارية:	15.....
3.2. دراسة نظام حاجز كمون مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه منحرف.....	20.....
1.3.2. حل معادلة شرودينغر المعممة لحاجز كمون مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه منحرف.....	20.....
2.3.2. شروط الاستمرارية:	26.....
3.3.2. حساب معامل النفوذ و معامل الانعكاس :	29.....
4.3.2. كتابة Z بدلالة η و x	34.....
4.2. دراسة نظام حاجز كمون شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل مستطيل.....	36.....
1.4.2. حل معادلة شرودينغر المعممة لحاجز كمون شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل مستطيل	36.....
2.4.2. شروط الاستمرارية:	42.....
3.4.2. حساب معامل النفوذ و معامل الانعكاس	44.....

الفصل الثالث

النتائج العددية والمناقشة

1.3. مقدمة :	55.....
2.3. منحني معامل النفوذ لحاجز كموني مستطيل وكتلة متغيرة على شكل مستطيل :	55.....
3.3. منحنيات معاملات النفوذ لحاجز كموني مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه منحرف :	56.....
4.3. منحنيات معاملات النفوذ لحاجز كموني شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل مستطيل :	61.....
خاتمة:	66.....
المراجع:	67.....
ملخص:	69.....

قائمة الأشكال

- الشكل 1: حاجز مستطيل لكل من الكمون والكتلة.....12
- الشكل 2: حاجز كمون مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه منحرف.....20
- الشكل 3: لحاجز كمون شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل مستطيل.....36
- الشكل 4: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....55
- الشكل 5: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....57
- الشكل 6: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....58
- الشكل 7: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....60
- الشكل 8: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....61
- الشكل 9: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....63
- الشكل 10: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.....64

مقدمة عامة :

إن دراسة الأنظمة الكمية ذات الكتلة التي تعتمد على الموضع تشهد نشاط وتطورا كبيرا من خلال الأبحاث العديدة من طرف الباحثين ولهذا النظام تطبيقات عديدة في مختلف المجالات منها فيزياء المادة الكثيفة [1] ، وأشباه الموصلات والفيزياء النووية [2] ، وتم تطبيقها أيضا في الجانب النظري في نظريات الأبار و النقاط الكمومية [3] ولها تطبيقات عديدة أخرى .

من أجل فهم أكثر نتطرق إلى الإلكترونات الموجودة في البلورة (على سبيل المثال في أشباه الموصلات) ليست حرة تماما ولكنها تتفاعل مع كمونات الشبكة البلورية وبالتالي لا يمكن إعتبارها حرة ولهذا يتم نمذجة ديناميكيات الكم لهذه الإلكترونات من خلال إستخدام كتلة (فعالة) تعتمد على الموضع، وفي مرحلة آخر يتم إدراج الكتلة الفعالة التي تعتمد على الموضع في هاملتوني معمم وبالتالي ظهور مصطلح هاملتوني معمم ذو الكتلة المتعلقة بالموضع .

هناك ظواهر فيزيائية معينة يتم تفسيرها عن طريق إيجاد حلول لمعادلة شرودينغر التي تعتمد على هاملتوني معمم ذو كتلة فعالة ، ويجب أخذ إعتبرات معينة تخص الهاملتوني منها خاصية التناظر أو الهرميتية إذ يجب أن يكون الهاملتوني هرميتي حتى يكون طيف الجملة المرفق ذات قيم حقيقية قابلة للقياس ، وهناك إشكالية إختيار الترتيب الصحيح للعوامل الكتلة و الزخم في مشغل الطاقة الحركية للهاملتوني معمم ذو الكتلة الفعالة ، وهذا ما أدى إلى ظهور أشكال مختلفة للهاملتوني في أبحاث عديدة .

تم تقسيم المذكرة إلى ثلاث فصول وفق التنظيم التالي :

في الفصل الأول تطرقنا إلى إسهامات مختلف الباحثين في إختيار هاملتوني حسب التسلسل التاريخي ، بعد ذلك قمنا بحل معادلة شرودينغر المستقلة عن الزمن بإختيار هاملتوني فون روس لحل المعادلة :

$$H_{VR} = \frac{1}{4} \left(m^\alpha(x) p m^\beta(x) p m^\gamma(x) + m^\gamma(x) p m^\beta(x) p m^\alpha(x) \right) + V(x)$$

من أجل $\alpha + \beta + \gamma = -1$ ، بحيث يكون هاملتوني هرميتي .

في الفصل الثاني ، سنقوم بحل معادلة شرودينغر المعممة المستقلة عن الزمن مع تطبيق شروط الإستمرارية وحساب النتائج التحليلية و العددية للدوال الموجية و معاملات النفوذ من أجل حواجز كمونية مختلفة الأشكال مع كتل متغيرة وفق أشكال مختلفة

أما في الفصل الثالث سنقوم بتوضيح ومناقشة النتائج المتحصل عليها في الفصلين السابقين من خلال رسم منحنيات معاملات النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل متغيرة .

ختمنا هذه المذكرة بخلاصة عامة ، حيث استطعنا شرح وذكر أهم النتائج المتحصل

عليها.

الفصل الأول

هاملتوني معمم

1. الهاملتوني الفعال والمعمم:**1.1. مقدمة:**

تتأولة الكثير من الأبحاث موضوع الهاملتوني الفعال والمعمم للأنظمة ذات كتل فعالة تعتمد على الموضوع . هذه الابحاث لها نتائج مباشرة في مختلف المجالات منها فيزياء اشباه الموصلات ، الفيزياء النووية .

نقدم في هذا الفصل مجموعة من ملخصات المقالات ذات الخلفيات التي تتعامل مع الأنظمة الكمية مع الكتل المعتمدة على الموضوع.

يحتوي هذا الفصل على محورين ،الأول مخصص لمراجعة تاريخية ل أهم المساهمات التي أدت الى فهم و تبني فكرة أنظمة ذات كتل فعالة تعتمد على الموضوع، الثاني سنستنتج معادلة شرودنغر ل هاملتوني معمم فعال للكتلة الفعالة.

فيما يتعلق بالجانب المفاهيمي لاعتماد أنظمة ذات كتل فعالة تعتمد على الموضوع وقع اختيارنا على الأعمال الرائدة و الأساسية ل

Ludwig VonRoos[4] و Jean-Marc Levy-Leblond[5] .

2.1. مراجعة تاريخية :**1.2.1 . D.J.Ben Daniel et C.B.Duke (1966) :**

في هذا المقال [6] ، تمت صياغة نموذج الألكترون الواحد بيت-سمورفيلد (Bethe - Sommerfeld) لتفسير التأثير النفقي للألكترون وذلك بوصف النفق عندما يختلف الإنحناء (كتلة الإلكترون) و النقطة الوسطى لأسطح الطاقة الثابتة للإلكترون الواحد عبر التقاطع ، يكتب الشكل الهاملتوني كما يلي :

$$H_{\text{BDD}} = \frac{1}{2} \left[P \frac{1}{m(x)} P \right] \quad (1 - 1)$$

:Thaddeus Gora et Ferd Williams (1968)2.2.1

في هذا المقال [7] ، تم دراسة انصاف النواقل المتدرجة ببطئ بواسطة هاملتوني فعال با كتلة فعالة متعلقة بالموضع ويكون هرميتي من اجل اعطائنا نتائج حقيقية ويكون شكله كما يلي.

$$H_{\text{GW(B)}} = \frac{1}{4} \left[P^2 \frac{1}{m(x)} + \frac{1}{m(x)} P^2 \right] \quad (2 - 1)$$

يمكن إثبات أن أنصاف النواقل التي يتم تصنيفها ببطئ في التركيب تحتوي على فجوات في النطاق متعلقة بالموضع وكتلة فعالة متعلقة بالموضع ، ويمكن أيضا وصفها من حيث هاملتوني فعال في معادلة الكتلة الفعالة . إن الهاملتوني الفعال الذي تم الحصول

عليه في المعادلة اعلاه ،هرميتي.

مشكلة ظواهر النقل لحامل الشحنة الأقلية للأنظمة المتدرجة يحكمها حقل فعال يتضمن الحقل الكهرو ستاتيكي (الكهرباء الساكنة) بالإضافة إلى مصطلح متعلق بتدرج ميل النطاق، ومصطلح آخر متعلق بتدرج الكتلة الفعالة.

: Von Roos (1983) .3.2.1

في هذا المقال [4] ، بين فون روس انه احيانا توصف حركة أحد الحاملات الحرة (الإلكترونات و الثقوب) في أشباه الموصلات ذات التركيب الكيميائي غير المنتظم عن طريق هاملتوني الذي يمتلك كتلة فعالة تعتمد على الموضع.

:Richard A.Morrow et Kenneth R. Brownstein (1983) . 4.2.1

في هذا المقال [8] ، تم إعتبار هاميلتوني هرميتي لكتلة فعالة التي تكون طاقتهم الحركية من الشكل التالي:

$$\frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\gamma P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] \quad (3-1)$$

تم تطبيق الهاملتوني على إرتباط غير متجانس مفاجئ بين بلوريتين ثم بحث عن ظروف الإستمرارية المقابلة من خلال دالة الموجة للكتلة الفعالة Ψ ومشتقها المكاني Ψ' با النسبة إلى $\alpha \neq \gamma$ وجد أن الدالة الموجية يجب أن تختفي عند التقاطع،

مما يعني أن التقاطع يعمل كحاجز لا يمكن إختراقه. وبالتالي فإن الحالات الوحيدة القابلة للتطبيق هي ل $\gamma = \alpha$ حيث يظهر أن $m(x)^\alpha \Psi$ و $m(x)^{\alpha+\beta} \Psi$ يجب ان يكونا مستمرين عبر التقاطع.

: Jean-Marc Levy-Leblond(1995).5.2.1

في هذا المقال [5] ، تم تطبيق مفهوم الثابت الغاليلي اللحضي لإضهار فكرة الكتلة الفعالة المتعلقة بالموضع بالإضافة إلى ذلك،

هذا يؤدي إلى شروط أستمرارية دالة الموجة Ψ و $\Psi \frac{1}{m} \partial x$. هذه النتائج تقترح أيضا في حالة إرتباط غير متجانس مفاجئ في تقريب دالة مغلف .

في مقال آخر [9] تطرق أيضا إلى أبسط المشاكل ، وتحديدًا تلك المتعلقة بالحاجز والشبكة لكل من الكمون والكتلة ، بتطبيق شروط الإستمرارية المعدلة ، وأكد على الخصائص الجديدة لهذه النماذج الكمومية الأولية ذات الكمون الثابت المعتمد على الكتلة الفعالة المتعلقة بالموضع .

: M. Sassoli de Bianchi and M. Di Ventra (1998).6.2.1

في هذا المقال [10] ، تحت عنوان (ملاحظة على حد الطاقة العالي ومشكلة الانتشار لكتلة فعالة متعلقة بالموضع) هذان الباحثان توصل إلى إستنتاج أن معامل النفوذ لمشكلة الانتشار يمكن تحديده بواسطة معادلة شرودينغر:

$$\left[\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \frac{1}{m(x)} \frac{d}{dx} + E - V(x) \right] \Psi(x) \quad (4 - 1)$$

تميل نحو الوحدة عندما تزداد الطاقة إلى أجل غير مسمى ، بشرط أن تكون الكتلة التي تم إدخالها في معادلة شرودينغر هي دالة مستمرة . بحيث تمثل الحالة الأخيرة الوضع الحالي في تقدم الإنجازات العملية للأجهزة، وتطورات في نمو البنية الغير متجانسة وتقنيات الحزمة الجزئية حاليا بإدراك واجهات مفاجئة في مختلف المواد .

:Mustafa et Mazharimousavi (2007) .7.2.1

إستخدما هذان الباحثان في هذا المقال [11] ، مفهوم مؤثر الشبه - عزم للوصول إلى إستنتاج بأن "الرتبة الجيدة" هو الأختيار

$$\left(\beta = \frac{-1}{2} , \alpha = \frac{-1}{4} \right) .$$

غالبا ما يتم وصف حركة الإلكترونات في أنصاف النواقل بواسطة معادلة شرودينغر المعتمدة على الكتلة المتعلقة بالموضع، هو في الحقيقة حول الكتلة الفعالة للإلكترون التي تتحرك داخل أنصاف النواقل والتي تعتمد القيمة على طبيعة المادة .

بالنسبة لنظام الكتلة المتعلقة بالموضع ، فإن الكتلة و مؤثر الكتلة لم يعد ينتقل وبالتالي ، تنشأ مشكلة إختيار الترتيب الصحيح لهذين المؤثرين من حيث الطاقة الحركية للهاملتوني الفعال هذا السؤال له علاقة مباشرة بشروط الإستمرارية لدالة الموجة من خلال التقاطع المفاجئ . لذلك فون روس أول من إقترح هاملتوني فعال با الشكل التالي :

$$H = \frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\gamma P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] + V(x) \quad (5 - 1)$$

3.1. حل معادلة شرودينغر للهاملتوني مع كتلة فعالة متعلقة بالموضع:

عبارة هاملتوني فون روس:

$$H = \frac{1}{4} (m^\alpha(x) p m^\beta(x) p m^\gamma(x) + m^\gamma(x) p m^\beta(x) p m^\alpha(x)) + V(x) \quad (1 - 2)$$

معادلة شرودينغر

$$H\Psi(x) = E \Psi(x) \quad (2 - 2)$$

مؤثر كمية الحركة

في بعد (x):

$$P = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \quad (3 - 2)$$

بتطبيق المؤثر على الهاملتوني ثم تعويض هذا الاخير في معادلة شرودنغر نجد:

$$-\frac{\hbar^2}{4} m^\alpha(x) \frac{d}{dx} \left[m^\beta(x) \frac{d}{dx} (m^\gamma(x) \Psi(x)) \right] - \frac{\hbar^2}{4} m^\gamma(x) \frac{d}{dx} \left[m^\beta(x) \frac{d}{dx} (m^\alpha(x) \Psi(x)) \right] +$$

$$(V(x) - E) \Psi(x) = 0 \quad (4 - 2)$$

نقوم باشتقاق $\frac{d}{dx} (m^\alpha(x) \Psi(x))$ و $\frac{d}{dx} (m^\gamma(x) \Psi(x))$ في المعادلة السابقة نجد :

$$-\frac{\hbar^2}{4} m^\alpha(x) \frac{d}{dx} \left[m^\beta(x) \left(\gamma m^{\gamma-1}(x) m'(x) \Psi(x) + m^\gamma(x) \frac{d\Psi(x)}{dx} \right) \right]$$

$$-\frac{\hbar^2}{4} m^\gamma(x) \frac{d}{dx} \left[m^\beta(x) \left(\alpha m^{\alpha-1}(x) m'(x) \Psi(x) + m^\alpha(x) \frac{d\Psi(x)}{dx} \right) \right]$$

$$+ (V(x) - E) \Psi(x) = 0 \quad (5 - 2)$$

نقوم بنشر $m^\beta(x)$ نجد :

$$-\frac{\hbar^2}{4} m^\alpha(x) \frac{d}{dx} \left[\left(\gamma m^{\beta+\gamma-1}(x) m'(x) \Psi(x) + m^{\beta+\gamma}(x) \frac{d\Psi(x)}{dx} \right) \right]$$

$$-\frac{\hbar^2}{4} m^\gamma(x) \frac{d}{dx} \left[\left(\alpha m^{\beta+\alpha-1}(x) m'(x) \Psi(x) + m^{\beta+\alpha}(x) \frac{d\Psi(x)}{dx} \right) \right]$$

$$+ (V(x) - E) \Psi(x) = 0 \quad (6 - 2)$$

إتمام عملية الاشتقاق:

$$-\frac{\hbar^2}{4} m^\alpha(x) \left[(\gamma(\beta + \gamma - 1) m^{\beta+\gamma-2}(x) m'^2(x) \Psi(x)) + (\gamma m^{\beta+\gamma-1}(x) m''(x) \Psi(x)) + \right.$$

$$\left. (\gamma m^{\beta+\gamma-1}(x) m'(x) \frac{d\Psi(x)}{dx}) + ((\beta + \gamma) m^{\beta+\gamma-1}(x) m'(x) \frac{d\Psi(x)}{dx}) + (m^{\beta+\gamma}(x) \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}) \right] -$$

$$\frac{\hbar^2}{4} m^\gamma(x) \left[(\alpha(\beta + \alpha - 1) m^{\beta+\alpha-2}(x) m'^2(x) \Psi(x)) + (\alpha m^{\beta+\alpha-1}(x) m''(x) \Psi(x)) + \right.$$

$$\left. (\alpha m^{\beta+\alpha-1}(x) m'(x) \frac{d\Psi(x)}{dx}) + ((\beta + \alpha) m^{\beta+\alpha-1}(x) m'(x) \frac{d\Psi(x)}{dx}) + (m^{\beta+\alpha}(x) \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}) \right] +$$

$$(V(x) - E) \Psi(x) = 0 \quad (7 - 2)$$

مع

$$\alpha + \beta + \gamma = -1$$

تكتب المعادلة (7 - 2) بشكل التالية :

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{4} [\gamma(\beta + \gamma - 1) \frac{m'^2(x)}{m^3(x)} \Psi(x) + \gamma \frac{m''(x)}{m^2(x)} \Psi(x) + \gamma \frac{m'(x)}{m^2(x)} \frac{d\Psi(x)}{dx} + (\beta + \gamma) \frac{m'(x)}{m^2(x)} + \\ & \frac{1}{m(x)} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \alpha(\beta + \alpha - 1) \frac{m'^2(x)}{m^3(x)} \Psi(x) + \alpha \frac{m''(x)}{m^2(x)} \Psi(x) + \alpha \frac{m'(x)}{m^2(x)} \frac{d\Psi(x)}{dx} + \\ & (\beta + \alpha) \frac{m'(x)}{m^2(x)} \frac{d\Psi(x)}{dx} + \frac{1}{m(x)} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2}] + (V(x) - E)\Psi(x) = 0 \end{aligned} \quad (8 - 2)$$

ومنه تكتب معادلة شرودنغر العامة المستقلة عن الزمن بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} & \left[-\frac{1}{2m(x)} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{m'(x)}{2m^2(x)} \frac{d\Psi(x)}{dx} + (V(x) - E)\Psi(x) \right] + \\ & [(1 + \beta)m(x)m''(x) - 2(\beta + 1 + \alpha(\alpha + \beta + 1))m'^2(x)] \frac{\Psi(x)}{4m^3(x)} = 0 \end{aligned} \quad (9 - 2)$$

الفصل الثاني

الحساب التحليلي للدوال الموجية

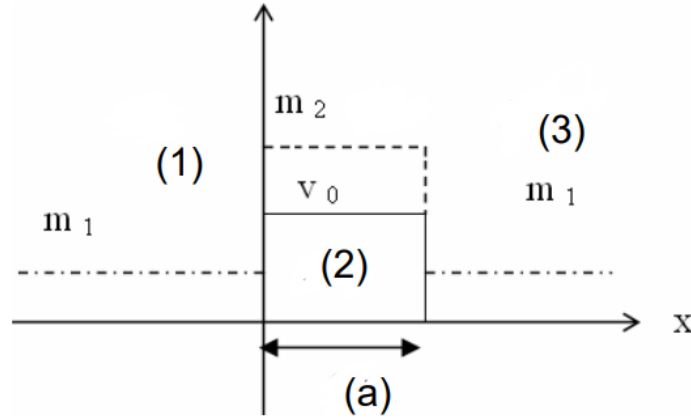
ومعاملات النفوذ

1.2 . مقدمة:

في هذا الفصل سنقوم بحل معادلة شرودينغر المستقلة عن الزمن لحاجز كمون مستطيل وشبه منحرف مع أنماط مختلفة لتغير الكتلة وهي مستطيل و شبه منحرف ، ومنه حساب معامل النفوذ بتطبيق شروط الإستمرارية .

2.2.دراسة نظام حاجز كمون مستطيل و كتلة متغيرة على شكل مستطيل.

1.2.2.حل معادلة شرودينغر المعممة لحاجز كمون مستطيلة وكتلة متغيرة على شكل مستطيل .



الشكل 1:حاجز مستطيل لكل من الكمون والكتلة

نعتبر جسيم في حاجز كموني $V(x)$ وكتلة $m(x)$:

$$V(x)=\begin{cases} 0 ; & x < 0 \\ V_0 ; & 0 < x < a \\ 0 ; & x > a \end{cases}$$

$$m(x)=\begin{cases} m_1 ; & x < 0 \\ m_2 ; & 0 < x < a \\ m_1 ; & x > a \end{cases}$$

لدينا:

$$H\Psi = E\Psi$$

ضع في اعتبارك الهاملتوني المعمم :

$$H = -\frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\gamma P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] + V(x)$$

تتم كتابة معادلة شرودينغري في كل المناطق كما يلي :

$$\left[-\frac{1}{2m(x)} \frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{m'(x)}{2m^2(x)} \frac{d\psi(x)}{dx} + (V(x) - E)\psi(x) \right] +$$

$$[(1 + \beta)m(x)m''(x) - 2(\beta + 1 + \alpha(\alpha + \beta + 1))m'(x)] \frac{\psi(x)}{4m^3(x)} = 0$$

يسمح حل معادلة شرودينغري بحساب وظائف الموجة حسب تنسيق كل منطقة جهد ومن خلالها يتم استنتاج معامل النفوذ و الإنعكاس

اولا يجب حل المعادلة في كل منطقة بشكل منفصل ثم نقوم بتوصيل الحلول باستخدام شروط الاستمرارية .

الحل في المنطقة {1}:

$$V(x)=0 ; m(x)=m_1$$

لدينا:

معادلة شرودينغري في المنطقة {1}:

$$\frac{d^2 \psi(x)}{dx^2} + \frac{2m_1 E}{\hbar^2} \psi(x) = 0$$

نعتبر:

$$k_1^2 = \frac{2m_1 E}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_1 = A_1 e^{ik_1 x} + A'_1 e^{-ik_1 x} \quad (1)$$

الحل في المنطقة {2}:

$$V(x) = V_0 \quad ; \quad m(x) = m_2 \quad \text{لدينا:}$$

معادلة شرودينغر في المنطقة {2}:

$$\frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m_2(E - V_0)}{\hbar^2} \Psi(x) = 0$$

نعتبر:

$$k_2^2 = \frac{2m_2(E - V_0)}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_2 = A_2 e^{ik_2 x} + A'_2 e^{-ik_2 x} \quad (2)$$

الحل في المنطقة {3}:

لدينا

$$V(x)=0 ; \quad m(x)=m_1$$

معادلة شرودينغر في المنطقة {3}:

$$\frac{d^2\Psi(x)_3}{dx^2} + \frac{2m_1E}{\hbar^2} \Psi_3(x)=0$$

نعتبر

$$k_1^2 = \frac{2m_1E}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_3 = A_3 e^{ik_1x} + A'_3 e^{-ik_1x} \quad (3)$$

نقوم بنزع الحد الثاني لأنه لا توجد موجة منعكسة بعد إنتقالها إلى المنطقة {3}

$$\Psi(x)_3 = A_3 e^{ik_1x} \quad (4)$$

2.2.2. شروط الاستمرارية:

لنتأكد من إستمرارية الدالة الموجية (Ψ مستمر و $\frac{\Psi'}{m}$ مستمر ، نختار Levy Leblond) .

تطبيق شروط الاستمرارية عند المنطقتين {1} و {2} :

إستمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = 0$

$$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$$

$$A_1 + A'_1 = A_2 + A'_2$$

إستمرارية مشتق الدالة على الكتلة :

$$\frac{\Psi'_1(0)}{m_1} = \frac{\Psi'_2(0)}{m_2}$$

$$\frac{K_1}{m_1}(A_1 - A'_1) = \frac{K_2}{m_2}(A_1 - A'_1)$$

نضع:

$$v_i = \frac{K_i}{m_i}$$

تؤدي شروط الإستمرارية إلى النظام التالي :

$$\begin{cases} A_1 + A'_1 = A_2 + A'_2 & (6) \\ (A_1 - A'_1) = \frac{v_2}{v_1}(A_1 - A'_1) & (7) \end{cases}$$

تطبيق شروط الستمارية عند المنطقتين {2} و {3} :

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x=a$

$$\Psi_2(a) = \Psi_3(a)$$

$$A_2 e^{ik_2 a} + A'_2 e^{-ik_2 a} = A_3 e^{ik_1 a}$$

إستمرارية مشتق الدالة على الكتلة :

$$\frac{\Psi'_2(a)}{m_2} = \frac{\Psi'_3(a)}{m_1}$$

$$(A_2 e^{ik_2 a} - A'_2 e^{-ik_2 a}) = \frac{v_1}{v_2} A_3 e^{ik_1 a}$$

تؤدي شروط الإستمرارية إلى النظام التالي :

$$\begin{cases} A_2 e^{ik_2 a} + A'_2 e^{-ik_2 a} = A_3 e^{ik_1 a} & (8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (A_2 e^{ik_2 a} - A'_2 e^{-ik_2 a}) = \frac{v_1}{v_2} A_3 e^{ik_1 a} & (9) \end{cases}$$

3.2.2 حساب معامل النفوذ و معامل الإنعكاس :

بجمع (6) و (7) نجد (10) و بطرح (6) من (7) نجد (11) :

$$\begin{cases} A_1 = \left(\frac{v_1 + v_2}{2v_1}\right)A_2 + \left(\frac{v_1 - v_2}{2v_1}\right)A'_2 & (10) \\ A'_1 = \left(\frac{v_1 - v_2}{2v_1}\right)A_2 + \left(\frac{v_1 + v_2}{2v_1}\right)A'_2 & (11) \end{cases}$$

بجمع (8) و (9) نجد (12) و بطرح (8) من (9) نجد (13) :

$$\begin{cases} A_2 = \left(\frac{v_2 + v_1}{2v_2}\right)e^{i(k_1 - k_2)a}A_3 & (12) \\ A'_2 = \left(\frac{v_2 - v_1}{2v_2}\right)e^{i(k_1 + k_2)a}A_3 & (13) \end{cases}$$

نعوض العلاقة (12) و (13) في العلاقة (10) :

$$A_1 = \left(\frac{v_1 + v_2}{2v_1}\right)\left(\frac{v_2 + v_1}{2v_2}\right)e^{i(k_1 - k_2)a}A_3 + \left(\frac{v_1 - v_2}{2v_1}\right)\left(\frac{v_2 - v_1}{2v_2}\right)e^{i(k_1 + k_2)a}A_3$$

ومنه نجد النتيجة التالية :

$$A_3 = \frac{4v_1v_2e^{-ik_1a}}{(v_1 + v_2)^2e^{-ik_2a} - (v_1 - v_2)^2e^{ik_2a}}A_1 \quad (14)$$

حساب معامل النفوذ:

لدينا

$$T = \left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2$$

من العلاقة (14) نجد :

$$T = \left|\frac{A_3}{A_1}\right|^2 = \left|\frac{4v_1v_2e^{-ik_1a}}{(v_1 + v_2)^2e^{-ik_2a} - (v_1 - v_2)^2e^{ik_2a}}\right|^2$$

إذا كان $V_0 > E$

لدينا: $k_2 = i\tilde{k}_2$

ومنه

$$T = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \left| \frac{4v_1 v_2 e^{-ik_1 a}}{(v_1 + v_2)^2 e^{\tilde{k}_2 a} - (v_1 - v_2)^2 e^{-\tilde{k}_2 a}} \right|^2$$

إذا كان $V_0 < E$

$$T = \frac{(4v_1 v_2)^2}{((v_1 + v_2)^2 e^{-ik_2 a} - (v_1 - v_2)^2 e^{ik_2 a})((v_1 + v_2)^2 e^{ik_2 a} - (v_1 - v_2)^2 e^{-ik_2 a})}$$

بعد التبسيط نحصل على المعامل التالي:

$$T = \frac{(4v_1 v_2)^2}{(v_1 + v_2)^4 + (v_1 - v_2)^4 - 2(v_1 + v_2)^2 + (v_1 - v_2)^2 \cos(2k_2 a)}$$

والذي يمكن كتابته بالشكل التالي:

$$T = \frac{(4v_1 v_2)^2}{4(v_1 + v_2)^2 + (v_1^2 - v_2^2)^2 \sin^2(k_2 a)}$$

نسط :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{(v_1^2 - v_2^2)^2}{(4v_1 v_2)^2} \sin^2(k_2 a)}$$

نضع:

$$\frac{(v_1^2 - v_2^2)^2}{(4v_1v_2)^2} = \frac{[(m_1 - m_2)E - m_1V_0]^2}{16m_1m_2E(E - V_0)}$$

حساب معامل الإنعكاس :

$$R = \left| \frac{A'_1}{A_1} \right|^2 = \left| \frac{(v_1 + v_2)(v_1 - v_2)(e^{ik_2a} - e^{-ik_2a})}{((v_2^2 + v_1^2 + 2v_1v_2)e^{-ik_2a} - (v_2^2 + v_1^2 - (v_2^2 + v_1^2 + 2v_1v_2)e^{ik_2a}))} \right|^2$$

بالتبسيط نجد أن :

$$R = \left| \frac{A'_1}{A_1} \right|^2 = \left| \frac{(v_1 + v_2)(v_1 - v_2)\sin(k_2a)}{((v_2^2 + v_1^2)\sin(k_2a) + 2iv_1v_2\cos(k_2a))} \right|^2$$

في الأخير نجد :

$$R = \frac{(v_1^2 - v_2^2)^2 \sin^2(k_2a)}{(v_1^2 + v_2^2)^2 \sin^2(k_2a) + 4(v_1v_2)^2}$$

إذا كان $E < V_0$ نعوض قيمة v_1 و v_2 نجد أن:

$$T = \frac{1}{1 + \frac{\left(\left(1 - \frac{m_2}{m_1} \right) \frac{E}{V_0} - 1 \right)^2}{4 \frac{m_2}{m_1} \frac{E}{V_0} \left(\frac{E}{V_0} - 1 \right)}} \sin^2 \left(\pi \sqrt{2 \left(\frac{E}{V_0} - 1 \right)} \right)$$

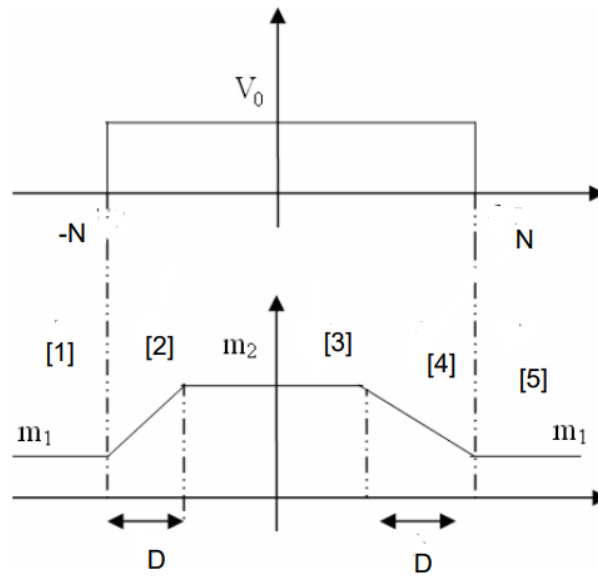
نضع $\frac{E}{V_0} = x$ نجد :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{\left(\left(1 - \frac{m_2}{m_1} \right) x - 1 \right)^2}{4 \frac{m_2}{m_1} x (x - 1)}} \sin^2 \left(\pi \sqrt{2(x - 1)} \right)$$

3.2. دراسة نظام حاجز كمون مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه منحرف

1.3.2. حل معادلة شرودينغر المعممة لحاجز كمون مستطيل وكتلة متغيرة على شكل

شبه منحرف



الشكل 2: حاجز كمون مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه منحرف

نعتبر جسيم في حاجز كموني $V(x)$ وكتلة $m(x)$:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < -N \\ V_0 & ; \quad -N < x < N \\ 0 & ; \quad x > N \end{cases}$$

$$m(x) = \begin{cases} m_1 & ; \quad x < -N \\ \left(\frac{m_2 - m_1}{D}\right)(x + N) + m_1 & ; \quad -N < x < -N + D \\ m_2 & ; \quad -N + D < x < N - D \\ \left(\frac{m_2 - m_1}{D}\right)(-x + N) + m_1 & ; \quad N - D < x < N \\ m_1 & ; \quad x > N \end{cases}$$

ضع في اعتبارك الهاملتوني المعمم :

$$H = -\frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\delta P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] + V(x)$$

تتم كتابة معادلة شرودينغري في كل المناطق كما يلي :

$$\left[-\frac{1}{2m(x)} \frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + \frac{m'(x)}{2m^2(x)} \frac{d\Psi(x)}{dx} + (V(x) - E)\Psi(x) \right] +$$

$$\left[(1 + \beta)m(x)m''(x) - 2(\beta + 1 + \alpha(\alpha + \beta + 1))m'^2(x) \right] \frac{\Psi(x)}{4m^3(x)} = 0$$

يسمح حل معادلة شرودينغر بحساب وظائف الموجة حسب تنسيق كل منطقة جهد ومن خلالها يتم استنتاج معامل النفوذ و الانعكاس أولاً يجب حل المعادلة في كل منطقة بشكل منفصل ثم نقوم بتوصيل الحلول باستخدام شروط الاستمرارية.

الحل في المنطقة {1}:

$$V(x)=0 \quad ; \quad m(x)=m_1 \quad \text{لدينا}$$

معادلة شرودينغر في المنطقة {1}

$$\frac{d^2 \Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m_1 E}{\hbar^2} \Psi(x) = 0$$

نعتبر:

$$k_1^2 = \frac{2m_1E}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_1 = C_1 e^{ik_1x} + C'_1 e^{-ik_1x}$$

الحل في المنطقة {2}:

$$V(x) = V_0 \quad ; \quad m(x) = \left(\frac{m_2 - m_1}{D}\right)(x + N) + m_1 \quad \text{لدينا :}$$

نكتب :

$$m(x) = A(x + L)$$

بحيث:

$$A = \frac{m_2 - m_1}{D} \quad ; \quad L = N + \frac{Dm_1}{m_2 - m_1}$$

نعوض في معادلة شرودينغر نجد:

$$\frac{d^2\Psi_2(x)}{dx^2} - \frac{1}{x+L} \frac{d\Psi_2(x)}{dx} - 2A(x+L)(V(x) - E)\Psi_2(x) + (\beta+1+\alpha(\alpha+\beta+1))\frac{\Psi_2(x)}{(x+L)^2} = 0$$

نضع

$$t = x + L \quad ; \quad f = 2A(V(x) - E) \quad ; \quad b = \beta + 1 + \alpha(\alpha + \beta + 1)$$

ومنه يصبح شكل المعادلة كما يلي:

$$\frac{d^2\Psi_2(t)}{dt^2} - \frac{1}{t} \frac{d\Psi_2(t)}{dt} + \left(ft + \frac{b}{t^2} \right) \Psi_2(t) = 0$$

حل المعادلة:

(المعادلة التفاضلية حسب دالة بيسل)

$$U'' + \frac{1 - 2\alpha}{z} U' + \left(\beta\gamma z^{\gamma-1} + \frac{\alpha^2 - v^2\gamma^2}{z^2} \right) U = 0$$

تسمى المعادلة معادلة لوميل يؤدي إلى حل من النوع التالي:

$$U = z^\alpha Z_\nu(\beta z^\gamma)$$

Z_ν هي دالة بيسل (J, Y, H) مما يوحي :

$$\begin{cases} 1 - 2\alpha = -1 & \alpha = 1 \\ 2(\gamma - 1) = 1 & \gamma = \frac{2}{3} \\ (\beta\gamma)^2 = f & \beta = \pm \frac{2}{3} f^{1/2} \\ \alpha^2 - v^2\gamma^2 = b & v = \pm \frac{2}{3} (1 - b)^{1/2} \end{cases}$$

ويظهر الحل على شكل تراكم لحلين:

$$\Psi_2(t) = t \left(C_2 J_\nu \left(\frac{2}{3} f^{1/2} t^{3/2} \right) + C_2' Y_\nu \left(\frac{2}{3} f^{1/2} t^{3/2} \right) \right)$$

الحل في المنطقة {3}:

$$V(x)=V_0 \quad ; \quad m(x)=m_2$$

لدينا:

معادلة شرودينغر في المنطقة {3}

$$\frac{d^2\Psi_3(x)}{dx^2} + \frac{2m_2(E-V_0)}{\hbar^2} \Psi_3(x)=0$$

نعتبر:

$$k_2^2 = \frac{2m_2(E-V_0)}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_3 = C_3 e^{ik_2 x} + C'_3 e^{-ik_2 x}$$

الحل في المنطقة {4}:

$$V(x)=V_0 \quad ; \quad m(x) = \left(\frac{m_2-m_1}{D}\right)(-x + N) + m_1$$

لدينا:

نكتب:

$$m(x) = A(-x + L)$$

بحيث:

$$A = \frac{m_2 - m_1}{D} \quad ; \quad L = N + \frac{Dm_1}{m_2 - m_1}$$

نعوض في معادلة شرودينغر نجد:

$$\frac{d^2\Psi_4(x)}{dx^2} - \frac{1}{(-x+L)} \frac{d\Psi_4(x)}{dx} - 2A(-x+L)(V(x) - E)\Psi_4(x) + (\beta+1+\alpha(\alpha+\beta+1))\frac{\Psi_4(x)}{(-x+L)^2} = 0$$

نضع:

$$\hat{t} = (-x + L) ; f = 2A(V(x) - E) ; b = \beta + 1 + \alpha(\alpha + \beta + 1)$$

ومنه يصبح شكل المعادلة كما يلي:

$$\frac{d^2\Psi_4(\hat{t})}{d\hat{t}^2} - \frac{1}{\hat{t}} \frac{d\Psi_4(\hat{t})}{d\hat{t}} + \left(f\hat{t} + \frac{b}{\hat{t}^2} \right) \Psi_4(\hat{t}) = 0$$

حل المعادلة:

$$\Psi_4(\hat{t}) = \hat{t} \left(C_4 J_v \left(\frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}^{3/2} \right) + C'_4 Y_v \left(\frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}^{3/2} \right) \right)$$

الحل في المنطقة {5}:

$$V(x)=0 ; m(x)=m_1 \quad \text{لدينا:}$$

معادلة شرودينغر في المنطقة {5}

$$\frac{d^2\Psi_5(x)}{dx^2} + \frac{2m_1 E}{\hbar^2} \Psi_5(x) = 0$$

نعتبر:

$$k_1^2 = \frac{2m_1E}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_5 = C_5 e^{ik_1x}$$

يرجع إختفاء الحد الثاني في الحل لعدم وجود موجة منعكسة.

2.3.2. شروط الاستمرارية:

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {4} و {5}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = N$

$$\Psi_4(N) = \Psi_5(N)$$

$$C_5 e^{ik_1N} = \hat{t}_1 \left(C_4 J_v \left(\frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_1^{3/2} \right) + C_4' Y_v \left(\frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_1^{3/2} \right) \right)$$

في هذه الحالة نجد

$$\hat{t}_1 = -x + L = \frac{m_1 D}{(m_2 - m_1)} ; \quad z_1 = \frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_1^{3/2} ; \quad \hat{t}_1 = \left(\frac{3}{2 f^{1/2}} \right)^{2/3} z_1^{2/3}$$

حساب المشتقة :

$$\Psi'_4(N) = \Psi'_5(N)$$

$$ik_1 C_5 e^{ik_1 N} = C_4 \left(-J_V(z_1) - \frac{3}{2} z_1 J'_V(z_1) \right) + C'_4 \left(-Y_V(z_1) - \frac{3}{2} z_1 Y'_V(z_1) \right)$$

اذن نتحصل على جملة معاد لتين :

$$C_5 e^{ik_1 N} = t'_1 (C_4 J_V(z_1) + C'_4 Y_V(z_1))$$

$$ik_1 C_5 e^{ik_1 N} = -C_4 \left(J_V(z_1) + \frac{3}{2} z_1 J'_V(z_1) \right) - C'_4 \left(Y_V(z_1) + \frac{3}{2} z_1 Y'_V(z_1) \right)$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {3} و {4}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = N - D$

$$\Psi_3(N - D) = \Psi_4(N - D)$$

$$C_3 e^{ik_2(N-D)} + C'_3 e^{-ik_2(N-D)} = \hat{t}_2 \left(C_4 J_V \left(\frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_2^{3/2} \right) + C'_4 Y_V \left(\frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_2^{3/2} \right) \right)$$

في هذه الحالة نجد

$$\hat{t}_2 = -x + L = \frac{m_1 D}{(m_2 - m_1)} + D ; \quad z_2 = \frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_2^{3/2} ; \quad \hat{t}_2 = \left(\frac{3}{2 f^{1/2}} \right)^{2/3} z_2^{2/3}$$

حساب المشتقة:

$$\Psi'_3(N - D) = \Psi'_4(N - D)$$

$$ik_2 (C_3 e^{ik_2(N-D)} - C'_3 e^{-ik_2(N-D)}) = -C_4 \left(-J_V(z_2) - \frac{3}{2} z_2 J'_V(z_2) \right) - C'_4 \left(-Y_V(z_2) - \frac{3}{2} z_2 Y'_V(z_2) \right)$$

اذن نتحصل على جملة معاد لتين

$$C_3 e^{ik_2(N-D)} + C'_3 e^{-ik_2(N-D)} = t'_2 (C_4 J_V(z_2) + C'_4 Y_V(z_2))$$

$$ik_2 (C_3 e^{ik_2(N-D)} - C'_3 e^{-ik_2(N-D)}) = -C_4 \left(J_V(z_2) + \frac{3}{2} z_2 J'_V(z_2) \right) - C'_4 \left(Y_V(z_2) + \frac{3}{2} z_2 Y'_V(z_2) \right)$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {2} و {3}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = -N + D$

$$\Psi_2(-N + D) = \Psi_3(-N + D)$$

$$t_1 \left(C_2 J_V \left(\frac{2}{3} f^{1/2} t_1^{3/2} \right) + C_2' Y_V \left(\frac{2}{3} f^{1/2} t_1^{3/2} \right) \right) = C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C_3' e^{-ik_2(-N+D)}$$

في هذه الحالة نجد

$$t_1 = x + L = \frac{m_1 D}{(m_2 - m_1)} + D = \hat{t}_2 \quad ; \quad z_3 = z_2 = \frac{2}{3} f^{1/2} t_1^{3/2}$$

حساب المشتقة:

$$\Psi_2'(-N + D) = \Psi_3'(-N + D)$$

$$C_2 \left(J_V(z_3) + \frac{3}{2} z_3 J_V'(z_3) \right) + C_2' \left(Y_V(z_3) + \frac{3}{2} z_3 Y_V'(z_3) \right) = ik_2 (C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C_3' e^{-ik_2(-N+D)})$$

اذن نتحصل على جملة معاد لتين

$$t_1 (C_2 J_V(z_3) + C_2' Y_V(z_3)) = C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C_3' e^{-ik_2(-N+D)}$$

$$C_2 \left(J_V(z_3) + \frac{3}{2} z_3 J_V'(z_3) \right) + C_2' \left(Y_V(z_3) + \frac{3}{2} z_3 Y_V'(z_3) \right) = ik_2 (C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C_3' e^{-ik_2(-N+D)})$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {1} و {2}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = -N$

في هذه الحالة نجد

$$t_2 = x + L = \frac{m_1 D}{(m_2 - m_1)} = \hat{t}_1 \quad ; \quad z_4 = z_1 = \frac{2}{3} f^{1/2} t_2^{3/2}$$

بتطبيق نفس الشروط كما في المراحل السابقة نجد جملة معاد لتين

$$C_1 e^{ik_1(-N)} + C_1' e^{-ik_1(-N)} = t_2 (C_2 J_V(z_4) + C_2' Y_V(z_4))$$

$$ik_1(C_1 e^{ik_1(-N)} - C'_1 e^{-ik_1(-N)}) = C_2 \left(J_v(z_4) + \frac{3}{2} z_4 J'_v(z_4) \right) + C'_2 \left(Y_v(z_4) + \frac{3}{2} z_4 Y'_v(z_4) \right)$$

من اجل التبسيط نضع :

$$p(z) = J_v(z) + \frac{3}{2} z J'_v(z) ; \quad Q(z) = Y_v(z) + \frac{3}{2} z Y'_v(z)$$

نضع

$$\begin{aligned} J_v(z) Q(z) - p(z) Y_v(z) &= \frac{3}{2} z (J_v(z) Y'_v(z) - Y_v(z) J'_v(z)) \\ &= \frac{3}{2} z W(J_v(z), Y_v(z)) \end{aligned}$$

3.3.2. حساب معامل النفوذ و معامل الانعكاس :

شروط الاتصال تؤدي الى النظام التالي :

$$C_1 e^{-ik_1 N} + C'_1 e^{ik_1 N} = t_2 (C_2 J_v(z_1) + C'_2 Y_v(z_1)) \quad (1)$$

$$C_1 e^{-ik_1 N} - C'_1 e^{ik_1 N} = \frac{C_2}{ik_1} p(z_1) + \frac{C'_2}{ik_1} Q(z_1) \quad (2)$$

$$C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C'_3 e^{-ik_2(-N+D)} = t_1 (C_2 J_v(z_2) + C'_2 Y_v(z_2)) \quad (3)$$

$$C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C'_3 e^{-ik_2(-N+D)} = \frac{C_2}{ik_2} p(z_2) + \frac{C'_2}{ik_2} Q(z_2) \quad (4)$$

$$C_3 e^{-ik_2(-N+D)} + C'_3 e^{ik_2(-N+D)} = t_1 (C_4 J_v(z_2) + C'_4 Y_v(z_2)) \quad (5)$$

$$C_3 e^{-ik_2(-N+D)} - C'_3 e^{ik_2(-N+D)} = -\frac{C_4}{ik_2} p(z_2) - \frac{C'_4}{ik_2} Q(z_2) \quad (6)$$

$$C_5 e^{ik_1(N)} = t_2 (C_4 J_V(z_1) + C'_4 Y_V(z_1)) \quad (7)$$

$$C_5 e^{ik_1(N)} = -\frac{C_4}{ik_1} p(z_1) - \frac{C'_4}{ik_1} Q(z_1) \quad (8)$$

لدينا في هذا النظام ثماني معادلات و تسعة معاملات والهدف هنا هو كتابة قيمة C_1 بدلالة C_5

من اجل ايجاد معامل النفوذ وقيمة C'_1 بدلالة C_1 من اجل ايجاد معامل الانعكاس

بوضع (8)=(7) نجد :

$$C_4 \left(t_2 J_V(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) = -C'_4 \left(t_2 Y_V(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \quad (9)$$

من اجل التبسيط نضع :

$$B_1 = \frac{t_2 J_V(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1)}{t_2 Y_V(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1)} \quad ; \quad C'_4 = \frac{1}{B_1} C_4$$

بدمج (7) و(9) نجد :

$$C_4 = \frac{B_1}{t_2 (B_1 J_V(z_1) + Y_V(z_1))} C_5 e^{ik_1(N)} = B_2 C_5 e^{ik_1(N)} \quad (10)$$

ومنه

$$C'_4 = \frac{1}{B_1} C_4 \quad ; \quad C'_4 = \frac{B_2}{B_1} C_5 e^{ik_1(N)} \quad (11)$$

بجمع (6) مع (5) نجد :

$$C_3 = \frac{C_4}{2} e^{ik_2(-N+D)} \left(t_1 J_v(z_2) - \frac{1}{ik_2} p(z_2) \right) + \frac{C'_4}{2} e^{ik_2(-N+D)} \left(t_1 Y_v(z_2) - \frac{1}{ik_2} Q(z_2) \right)$$

بطرح(6) من(5) نجد :

$$C'_3 = \frac{C_4}{2} e^{-ik_2(-N+D)} \left(t_1 J_v(z_2) + \frac{1}{ik_2} p(z_2) \right) + \frac{C'_4}{2} e^{-ik_2(-N+D)} \left(t_1 Y_v(z_2) + \frac{1}{ik_2} Q(z_2) \right)$$

نعوض ب (11)و(10) في المعادلتين السابقتين نجد :

$$C_3 = \frac{B_2 h_1}{2} C_5 e^{i(k_2(-N+D)+k_1 N)} \quad (12)$$

$$C'_3 = \frac{B_2 h_2}{2} C_5 e^{i(-k_2(-N+D)+k_1 N)} \quad (13)$$

بجمع (3) مع (4) نجد :

$$2C_3 e^{ik_2(-N+D)} = C_2 \left(t_1 J_v(z_2) + \frac{1}{ik_2} p(z_2) \right) + C'_2 \left(t_1 Y_v(z_2) + \frac{1}{ik_2} Q(z_2) \right) \quad (14)$$

بطرح(3) من(4) نجد :

$$2C'_3 e^{-ik_2(-N+D)} = C_2 \left(t_1 J_v(z_2) - \frac{1}{ik_2} p(z_2) \right) + C'_2 \left(t_1 Y_v(z_2) - \frac{1}{ik_2} Q(z_2) \right) \quad (15)$$

نعوض ب(12)و(13) في (14) و (15) نجد :

$$B_2 C_5 e^{ik_1(N)} = \frac{e^{-2ik_2(-N+D)}}{h_1} \left(C_2 \left(t_1 J_v(z_2) + \frac{1}{ik_2} p(z_2) \right) + C'_2 \left(t_1 Y_v(z_2) + \frac{1}{ik_2} Q(z_2) \right) \right) \quad (14)'$$

$$B_2 C_5 e^{ik_1(N)} = \frac{e^{2ik_2(-N+D)}}{h_2} \left(C_2 \left(t_1 J_v(z_2) - \frac{1}{ik_2} p(z_2) \right) + C'_2 \left(t_1 Y_v(z_2) - \frac{1}{ik_2} Q(z_2) \right) \right) \quad (15)'$$

تعودنا المساواة بين (14)' و(15)' الى مايلي :

$$C_2 = \theta C'_2 \quad (16)$$

نعوض ب(16) في (14)' نجد :

$$C'_2 = \omega e^{i(2k_2(-N+D)+k_1(N))} C_5 \quad (17)$$

$$C_2 = \theta C'_2 = \theta \omega e^{i(2k_2(-N+D)+k_1(N))} C_5 \quad (18)$$

بجمع (1) مع (2) نجد :

$$C_1 = \left(C_2 \left(t_2 J_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + C'_2 \left(t_2 Y_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) \frac{e^{ik_1(N)}}{2}$$

بطرح (1) من (2) نجد :

$$C'_1 = \left(C_2 \left(t_2 J_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + C'_2 \left(t_2 Y_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) \frac{e^{-ik_1(N)}}{2}$$

نعوض ب(16) في العلاقتين السابقتين نجد :

$$C_1 = \left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) C'_2 \frac{e^{ik_1(N)}}{2} \quad (19)$$

$$C'_1 = \left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) C'_2 \frac{e^{-ik_1(N)}}{2} \quad (20)$$

نعوض ب(17) في (19) و (20) نجد :

$$C_1 = \left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) \frac{\omega e^{i(2k_2(-N+D)+2k_1(N))}}{2} C_5$$

$$C'_1 = \left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) \frac{\omega e^{i2k_2(-N+D)}}{2} C_5$$

حساب معامل النفوذ :

$$T = \left| \frac{C_5}{C_1} \right|^2$$

$$T = \left| \frac{1}{\left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) \frac{\omega e^{i(2k_2(-N+D)+2k_1(N))}}{2}} \right|^2$$

معامل الانعكاس :

$$R = \left| \frac{C'_1}{C_1} \right|^2$$

$$R = \left| \frac{\left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) - \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right) e^{-i2k_1(N)}}{\left(\theta \left(t_2 J_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} p(z_1) \right) + \left(t_2 Y_v(z_1) + \frac{1}{ik_1} Q(z_1) \right) \right)} \right|^2$$

4.3.2 . كتابة Z بدلالة η و x

$$\text{بحيث : } \eta = \frac{m_2}{m_1}, \quad x = \frac{E}{V_0}$$

لدينا

$$A = \frac{m_2 - m_1}{D} ; \quad L = N + \frac{Dm_1}{m_2 - m_1} ; \quad D = \frac{\pi \hbar}{\sqrt{m_2 V_0}} ; \quad f = 2A(V(x) - E)$$

كتابة Z_1 بدلالة x و η :

$$t_2 = -x + L = \frac{m_1 D}{(m_2 - m_1)} ; \quad z_1 = \frac{2}{3} f^{1/2} t_2^{3/2} ; \quad t_2 = \left(\frac{3}{2 f^{1/2}} \right)^{2/3} z_1^{2/3}$$

ومنه نجد :

$$z_1 = \frac{2\pi \sqrt{\frac{2x}{\eta\rho}}}{3(\eta - 1)} \quad (1)$$

كتابة Z_2 بدلالة x و η :

$$\hat{t}_2 = -x + L = \frac{m_1 D}{(m_2 - m_1)} + D ; \quad z_2 = \frac{2}{3} f^{1/2} \hat{t}_2^{3/2} ; \quad \hat{t}_2 = \left(\frac{3}{2 f^{1/2}} \right)^{2/3} z_2^{2/3}$$

ومنه نجد :

$$z_2 = \frac{2(\pi\eta) \sqrt{\frac{2(x-1)}{\rho}}}{3(\eta - 1)} \quad (2)$$

لدينا

$$p(z) = J_\nu(z) + \frac{3}{2} z J'_\nu(z) ; \quad Q(z) = Y_\nu(z) + \frac{3}{2} z Y'_\nu(z)$$

كتابة $p(z)$ و $Q(z)$ بدلالة z_1 و z_2

$$p_1(z_1) = J_\nu(z_1) + \frac{3}{2} z_1 J'_\nu(z_1) \quad (3)$$

$$p_2(z_2) = J_v(z_2) + \frac{3}{2} z J'_v(z_2) \quad (4)$$

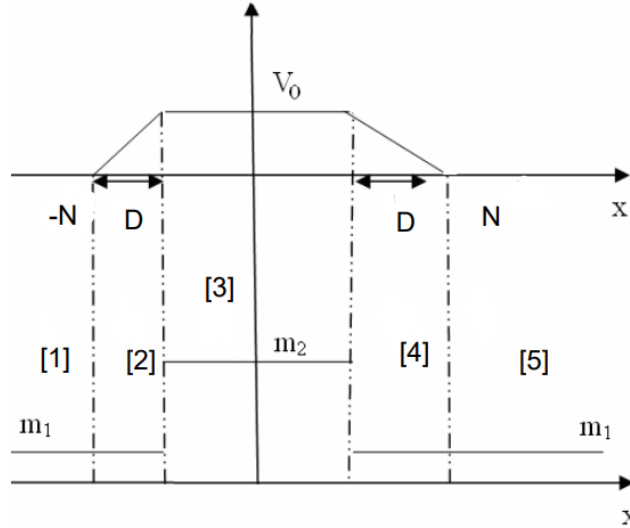
$$Q_1(z_1) = Y_v(z_1) + \frac{3}{2} z Y'_v(z_1) \quad (5)$$

$$Q_2(z_2) = Y_v(z_2) + \frac{3}{2} z Y'_v(z_2) \quad (6)$$

4.2. دراسة نظام حاجز كمون شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل مستطيل

1.4.2. حل معادلة شرودينغر المعممة لحاجز كمون شبه منحرف وكتلة متغيرة على

شكل مستطيل



الشكل 3: لحاجز كمون شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل مستطيل

نعتبر جسيم في حاجز كموني $V(x)$ وكتلة $m(x)$:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & ; x < -N \\ \frac{V_0}{D}(x + N) & ; -N < x < -N + D \\ V_0 & ; -N + D < x < N - D \\ \frac{V_0}{D}(-x + N) & ; N - D < x < N \\ 0 & ; x > N \end{cases}$$

$$m(x) = \begin{cases} m_1 ; & x < -N \\ m_1 ; & -N < x < -N + D \\ m_2 ; & -N + D < x < N - D \\ m_1 ; & N - D < x < N \\ m_1 ; & x > N \end{cases}$$

تتم كتابة معادلة شرودينغري في كل المناطق كما يلي :

$$\left[-\frac{1}{2m(x)} \frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{m'(x)}{2m^2(x)} \frac{d\Psi(x)}{dx} + (V(x) - E)\Psi(x) \right] +$$

$$\left[(1 + \beta)m(x)m''(x) - 2(\beta + 1 + \alpha(\alpha + \beta + 1))m'^2(x) \right] \frac{\Psi(x)}{4m^3(x)} = 0$$

في حالة الكتلة ثابتة تكتب

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m(x)}{\hbar^2} (E - V(x))\Psi(x) = 0$$

حل في المنطقة {1}:

لدينا

$$V(x)=0 \quad ; \quad m(x)=m_1$$

معادلة شرودينغري في المنطقة {1}

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m_1E}{\hbar^2}\Psi(x)=0$$

نعتبر

$$k_1^2 = \frac{2m_1E}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_1 = C_1 e^{ik_1x} + C_1' e^{-ik_1x}$$

الحل في المنطقة {2}:

$$V(x) = \frac{V_0}{D}(x + N); \quad m(x) = m_1$$

لدينا

معادلة شرودينغر :

$$\frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + \frac{2m_1}{\hbar^2}(E - V(x))\Psi_2 = 0$$

نعوض دالة الكمون في المعادلة نجد :

$$\frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + \frac{2m_1}{\hbar^2}\left(E - \frac{V_0}{D}(x + N)\right)\Psi_2 = 0$$

نضع

$$X = x + N$$

ومنه يصبح شكل المعادلة :

$$\frac{d^2\Psi_2}{dX^2} + \frac{2m_1}{\hbar^2} \left(E - \frac{V_0}{D} X \right) \Psi_2 = 0$$

من أجل التبسيط نكتب :

$$\frac{d^2\Psi_2}{dX^2} + \frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \left(\frac{ED}{V_0} - X \right) \Psi_2 = 0$$

حل المعادلة يكتب على الشكل التالي:

$$\Psi_2(X) = C_2 \text{Ai} \left[\left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right) \right] + C'_2 \text{Bi} \left[\left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right) \right]$$

نضع:

$$g(x) = \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right)$$

ومنه يصبح حل المعادلة من الشكل

$$\Psi_2(X) = C_2 \text{Ai}[g] + C'_2 \text{Bi} [g]$$

الحل في المنطقة {3}:

لدينا

$$V(x)=V_0 \quad ; \quad m(x)=m_2$$

معادلة شرودينغر :

$$\frac{d\Psi_3(x)^2}{dx^2} + \frac{2m_2(E - V_0)}{\hbar^2} \Psi_3(x) = 0$$

نعتبر

$$k_2^2 = \frac{2m_2(E - V_0)}{\hbar^2}$$

حل المعادلة

$$\Psi(x)_3 = C_3 e^{ik_2 x} + C'_3 e^{-ik_2 x}$$

حل في المنطقة {4}:

لدينا

$$V(x) = \frac{V_0}{D} (-x + N); \quad m(x) = m_1$$

معادلة شرودينغر :

$$\frac{d^2\Psi_4}{dx^2} + \frac{2m_1}{\hbar^2} (E - V(x)) \Psi_4 = 0$$

نعوض دالة الكمون في المعادلة نجد :

$$\frac{d^2\Psi_4}{dx^2} + \frac{2m_1}{\hbar^2} \left(E - \frac{V_0}{D} (-x + N) \right) \Psi_4 = 0$$

نضع:

$$X = -x + N$$

ومنه يصبح شكل المعادلة:

$$\frac{d^2\Psi_4}{dX^2} + \frac{2m_1 V_0}{\hbar^2} \left(\frac{ED}{V_0} - X \right) \Psi_4 = 0$$

حل المعادلة:

$$\Psi_4(x) = C_4 \text{Ai} \left[\left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2} \frac{V_0}{D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right) \right] + C'_4 \text{Bi} \left[\left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2} \frac{V_0}{D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right) \right]$$

نضع:

$$g(X) = \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2} \frac{V_0}{D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right)$$

شكل الحل

$$\Psi_4(X) = C_4 \text{Ai}[g] + C'_4 \text{Bi} [g]$$

الحل في المنطقة {5}:

لدينا

$$V(x)=0 ; \quad m(x)=m_1$$

معادلة شرودينغر في المنطقة {5}

$$\frac{d^2\Psi(x)}{dx^2} + \frac{2m_1 E}{\hbar^2} \Psi_5(x) = 0$$

نعتبر

$$k_3^2 = \frac{2m_1E}{\hbar^2}$$

ومنه حل المعادلة يكون على الشكل الموالي:

$$\Psi(x)_5 = C_5 e^{ik_1x} + C'_5 e^{-ik_1x}$$

نقوم بنزع الحد الثاني الا انه لا توجد موجة منعكسة

$$\Psi(x)_5 = C_5 e^{ik_1x}$$

2.4.2. شروط الاستمرارية:

با لنسبة الى بنية غير متجانسة يتم اخذ شروط الاستمرارية التالية

$$m^\alpha \Psi = \text{continue} \quad ; \quad m^\beta \frac{d}{dx} m^\alpha \Psi = \text{continue}$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {4} و {5}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = N$ اذن $X = 0$

$$\Psi_4(N) = \Psi_5(N)$$

$$C_5 e^{ik_1N} = C_4 \text{Ai}[g_0] + C'_4 \text{Bi}[g_0] \quad (1)$$

في هذه الحالة نجد

حساب المشتقة :

$$\Psi'_4(N) = \Psi'_5(N)$$

$$ik_1 C_5 e^{ik_1 N} = - \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} (C_4 A' i [g(X)] + C_4' B' i [g(X)]) \quad (2)$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {3} و {4}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $X = D$ اذن $x = N - D$

$$m_2^\alpha \Psi_3(N - D) = m_1^\alpha \Psi_4(N - D)$$

$$m_2^\alpha (C_3 e^{ik_2(N-D)} + C_3' e^{-ik_2(N-D)}) = m_1^\alpha (C_4 Ai[g(D)] + C_4' Bi [g(D)]) \quad (3)$$

حساب المشتقة:

$$m_2^{\alpha+\beta} \Psi_3'(N - D) = m_1^{\alpha+\beta} \Psi_4'(N - D)$$

$$\left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\alpha+\beta} (C_3 e^{ik_2(N-D)} - C_3' e^{-ik_2(N-D)}) = - \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_4 A' i [g(D)] + C_4' B' i [g(D)])}{ik_2} \quad (4)$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {2} و {3}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $X = D$ اذن $x = -N + D$

$$m_1^\alpha \Psi_2(-N + D) = m_2^\alpha \Psi_3(-N + D)$$

$$m_1^\alpha (C_2 Ai[g(D)] + C_2' Bi [g(D)]) = m_2^\alpha (C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C_3' e^{-ik_2(-N+D)}) \quad (5)$$

حساب المشتقة:

$$m_1^{\alpha+\beta} \Psi_2'(-N + D) = m_2^{\alpha+\beta} \Psi_3'(-N + D)$$

$$- \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_2 A' i [g(D)] + C_2' B' i [g(D)])}{ik_2} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\alpha+\beta} (C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C_3' e^{-ik_2(-N+D)}) \quad (6)$$

تطبيق شروط الإستمرارية عند المنطقتين {1} و {2}:

استمرارية دالة الموجة عند النقطة $x = -N$

بتطبيق نفس الشروط كما في المراحل السابقة نجد

$$C_1 e^{ik_1(-N)} + C'_1 e^{-ik_1(-N)} = (C_2 Ai[g(0)] + C'_2 Bi [g(0)]) \quad (7)$$

$$C_1 e^{ik_1(-N)} - C'_1 e^{-ik_1(-N)} = \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_2 A'i[g(0)] + C'_2 B'i [g(0)])}{ik_1} \quad (8)$$

3.4.2. حساب معامل النفوذ و معامل الانعكاس

شروط الاتصال تؤدي الى النظام التالي :

$$C_5 e^{ik_1 N} = C_4 Ai[g_0] + C'_4 Bi [g_0] \quad (1)$$

$$C_5 e^{ik_1 N} = - \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_4 A'i[g(0)] + C'_4 B'i [g(0)])}{ik_1} \quad (2)$$

$$\frac{m_2^\alpha}{m_1^\alpha} (C_3 e^{ik_2(N-D)} + C'_3 e^{-ik_2(N-D)}) = (C_4 Ai[g(D)] + C'_4 Bi [g(D)]) \quad (3)$$

$$\left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\alpha+\beta} (C_3 e^{ik_2(N-D)} - C'_3 e^{-ik_2(N-D)}) = - \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_4 A'i[g(D)] + C'_4 B'i [g(D)])}{ik_2} \quad (4)$$

$$(C_2 Ai[g(D)] + C'_2 Bi [g(D)]) = \frac{m_2^\alpha}{m_1^\alpha} (C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C'_3 e^{-ik_2(-N+D)}) \quad (5)$$

$$- \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_2 A'i[g(D)] + C'_2 B'i [g(D)])}{ik_2} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^{\alpha+\beta} (C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C'_3 e^{-ik_2(-N+D)}) \quad (6)$$

$$C_1 e^{-ik_1(N)} + C'_1 e^{ik_1(N)} = (C_2 Ai[g(0)] + C'_2 Bi [g(0)]) \quad (7)$$

$$C_1 e^{-ik_1(N)} - C'_1 e^{ik_1(N)} = \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(C_2 A' i [g(0)] + C'_2 B' i [g(0)])}{ik_1} \quad (8)$$

لدينا في هذا النظام ثماني معادلات و تسعة معاملات والهدف هنا هو كتابة قيمة C_1 بدلالة C_5

من اجل ايجاد معامل النفوذ وقيمة C'_1 بدلالة C_1 من اجل ايجاد معامل الانعكاس

$$\text{نضع : } \eta = \frac{m_2}{m_1}$$

بوضع (1)=(2) نجد

$$-\frac{\left(\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} A' i [g(0)] + A i [g_0] \right)}{\left(\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} B' i [g(0)] + B i [g_0] \right)} C_4 = C'_4$$

ومنه

$$A C_4 = C'_4 \quad (9)$$

نعوض ب (9) في (1) نجد :

$$\frac{C_5 e^{ik_1 N}}{A i [g_0] + A B i [g_0]} = C_4$$

نعوض عبارة A في المعادلة السابقة نجد :

$$\frac{\left(\text{Bi}[g_0] + \frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \text{B}'i[g(0)] \right) e^{ik_1 N}}{-\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} (\text{A}'i[g(0)] \text{Bi}[g_0] - \text{Ai}[g_0] \text{B}'i[g(0)])} C_5 = C_4$$

لدينا $W=(\text{Ai}(z), \text{Bi}(z))$ نعوضها في المعادلة السابقة نجد:

$$\frac{\left(\text{Bi}[g_0] + \frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \text{B}'i[g(0)] \right) e^{ik_1 N}}{-\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} W(0)} C_5 = C_4$$

$$W(0) = \frac{1}{\pi} \text{ مع العلم انا}$$

$$B e^{ik_1 N} C_5 = C_4 \quad (10)$$

$$A B e^{ik_1 N} C_5 = C'_4 \quad (11)$$

بجمع (3) مع (4) ونعوضب (9) نجد:

$$C_3 = \left((\text{Ai}[g(D)] + \text{ABi}[g(D)]) - \left(\frac{1}{\eta^\beta ik_2} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} (\text{A}'i[g(D)] + \text{AB}'i[g(D)]) \right) \right) \frac{C_4}{2\eta^\alpha} e^{-ik_2(N-D)} \quad (12)$$

ب طرح (3) من (4) نجد:

$$C'_3 = \left((\text{Ai}[g(D)] + \text{ABi}[g(D)]) + \left(\frac{1}{\eta^\beta ik_2} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} (\text{A}'i[g(D)] + \text{AB}'i[g(D)]) \right) \right) \frac{C_4}{2\eta^\alpha} e^{-ik_2(N-D)} \quad (13)$$

نعوض (10) في (12) و (13) نجد:

$$C_3 = R_1 \frac{B}{2(\eta)^\alpha} C_5 e^{ik_1 N - ik_2(N-D)}$$

$$C'_3 = R_2 \frac{B}{2(\eta)^\alpha} C_5 e^{ik_1 N + ik_2(N-D)}$$

نضرب (5) في $A'i[g(D)]$ و (6) في $Ai[g(D)]$ ثم نطرحهما ونجد C'_2 بدلالة C_3 و C'_3

$$(C_2 A'i[g(D)]Ai[g(D)] + C'_2 A'i[g(D)]Bi[g(D)]) = \eta^\alpha (C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C'_3 e^{-ik_2(-N+D)}) A'i[g(D)]$$

$$\begin{aligned} & (C_2 A'i[g(D)]Ai[g(D)] + C'_2 Ai[g(D)]B'i[g(D)]) \\ &= \eta^{\alpha+\beta} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} (C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C'_3 e^{-ik_2(-N+D)}) Ai[g(D)] \end{aligned}$$

نطرحهما نجد:

$$\begin{aligned} C'_2 (A'i[g(D)]Bi[g(D)] - Ai[g(D)]B'i[g(D)]) &= \eta^\alpha (C_3 e^{ik_2(-N+D)} + C'_3 e^{-ik_2(-N+D)}) A'i[g(D)] \\ &- \eta^{\alpha+\beta} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} (C_3 e^{ik_2(-N+D)} - C'_3 e^{-ik_2(-N+D)}) Ai[g(D)] \end{aligned}$$

ومنه

$$\begin{aligned} C'_2 (A'i[g(D)]Bi[g(D)] - Ai[g(D)]B'i[g(D)]) &= \\ C_3 e^{ik_2(-N+D)} \left(\eta^\alpha A'i[g(D)] - \eta^{\alpha+\beta} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right) &+ \\ C'_3 e^{-ik_2(-N+D)} \left(\eta^\alpha A'i[g(D)] + \eta^{\alpha+\beta} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right) & \end{aligned}$$

نعوض عبارة C_3 و C'_3 بدلالة C_5 نجد :

$$C'_2 = \frac{B}{2} C_5 \frac{R_1 e^{ik_1 N + 2ik_2(N-D)} \left(A'i[g(D)] - \frac{\eta^{\alpha+\beta}}{\eta^\alpha} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right) + R_2 e^{ik_1 N - 2ik_2(N-D)} \left(A'i[g(D)] + \frac{\eta^{\alpha+\beta}}{\eta^\alpha} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right)}{(A'i[g(D)]Bi[g(D)] - Ai[g(D)]B'i[g(D)])}$$

$$F_1 = \frac{R_1 e^{ik_1 N + 2ik_2(N-D)} \left(A'i[g(D)] - \frac{\eta^{\alpha+\beta}}{\eta^\alpha} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right) + R_2 e^{ik_1 N - 2ik_2(N-D)} \left(A'i[g(D)] + \frac{\eta^{\alpha+\beta}}{\eta^\alpha} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right)}{(A'i[g(D)]Bi[g(D)] - Ai[g(D)]B'i[g(D)])}$$

$$C'_2 = F_1 \frac{B}{2} C_5$$

بنفس الطريقة نجد قيمة C_2

$$C_2 = F_2 \frac{B}{2} C_5$$

بحيث

$$F_2 = \frac{R_1 e^{ik_1 N + 2ik_2(N-D)} \left(B'i[g(D)] - \frac{\eta^{\alpha+\beta}}{\eta^\alpha} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Bi[g(D)] \right) + R_2 e^{ik_1 N - 2ik_2(N-D)} \left(B'i[g(D)] + \frac{\eta^{\alpha+\beta}}{\eta^\alpha} ik_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Bi[g(D)] \right)}{(Ai[g(D)]B'i[g(D)] - (A'i[g(D)]Bi[g(D)])}$$

بجمع (7) مع (8) نجد :

$$C_1 = \left((F_2 Ai[g(0)] + F_1 Bi[g(0)]) + \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(F_2 A'i[g(0)] + F_1 B'i[g(0)])}{ik_1} \right) \frac{B}{4} C_5 e^{ik_1 N}$$

ب طرح (7) من (8) نجد :

$$C'_1 = \left((F_2 Ai[g(0)] + F_1 Bi[g(0)]) - \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(F_2 A'i[g(0)] + F_1 B'i[g(0)])}{ik_1} \right) \frac{B}{4} C_5 e^{-ik_1 N}$$

معامل النفوذ :

$$T = \left| \frac{C_5}{C_1} \right|^2$$

$$T = \left| \frac{1}{\left((F_2 A i [g(0)] + F_1 B i [g(0)]) + \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(F_2 A' i [g(0)] + F_1 B' i [g(0)])}{ik_1} \right) \frac{B}{4} e^{ik_1 N} \right|^2$$

معامل الانعكاس:

$$R = \left| \frac{C'_1}{C_1} \right|^2$$

$$R = \left| \frac{\left((F_2 A i [g(0)] + F_1 B i [g(0)]) - \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(F_2 A' i [g(0)] + F_1 B' i [g(0)])}{ik_1} \right) e^{-2ik_1 N}}{\left((F_2 A i [g(0)] + F_1 B i [g(0)]) + \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \frac{(F_2 A' i [g(0)] + F_1 B' i [g(0)])}{ik_1} \right)} \right|^2$$

كتابة معامل النفوذ بدلالة x و η :

$$\text{بحيث : } \eta = \frac{m_2}{m_1}, x = \frac{E}{V_0}$$

لدينا

$$g(X) = \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} \left(X - \frac{ED}{V_0} \right), D = \frac{\pi \hbar}{\sqrt{m_2 V_0}}$$

في الحالة الأولى $X = 0$

نعوض نجد:

$$g(0) = \left(-2\pi^2 \frac{m_1 E^3}{m_2 V_0^3} \right)^{1/3} = (-\pi x) \left(\frac{2}{\pi \eta} \right)^{1/3} \quad (1)$$

في الحالة الثانية $X = D$

نعوض نجد :

$$g(D) = \left(2\pi^2 \frac{m_1}{m_2} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{E}{V_0} \right) = \pi(1-x) \left(\frac{2}{\pi \eta} \right)^{1/3} \quad (2)$$

لدينا العبارة التالية :

$$\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3}$$

نكتبها بدلالة x و η :

لدينا:

$$k_1^2 = \frac{2m_1 E}{\hbar^2} \quad , \quad k_2^2 = \frac{2m_1 (E - V_0)}{\hbar^2}$$

نعوض ونبسط نجد :

$$\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} = -i \left(\frac{m_2 V_0^3}{2m_1 E^3 \pi^2} \right)^{1/6} = -i \left(\frac{2}{\pi \eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2x}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{ik_2} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} = -i \left(\frac{2}{\pi \eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2(x-1)}} \quad (4)$$

لدينا:

$$A = \left(- \frac{\left(\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} A'i[g(0)] + Ai[g_0] \right)}{\left(\frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} B'i [g(0)] + Bi [g_0] \right)} \right) \quad (5)$$

نعوض (3) في (4) نجد:

$$A = \left(- \frac{\left(-i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2x}} A'i[g(0)] + Ai[g_0] \right)}{\left(-i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2x}} B'i [g(0)] + Bi [g_0] \right)} \right) \quad (6)$$

لدينا:

$$B = \frac{\left(Bi [g_0] + \frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} B'i [g(0)] \right)}{- \frac{1}{ik_1} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} W\{0\}} \quad (7)$$

نعوض (3) في (6) نجد:

$$B = \frac{\pi \left(Bi [g_0] - i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2x}} B'i [g(0)] \right)}{i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2x}}} \quad (8)$$

لدينا :

$$R_1 = \left((Ai[g(D)] + ABi[g(D)]) - \left(\frac{1}{\eta^\beta ik_2} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} (A'i[g(D)] + AB'i[g(0)]) \right) \right) \quad (9)$$

نعوض (3) في (8) نجد:

$$R_1 = \left((Ai[g(D)] + ABi[g(D)]) + \left(\frac{i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2(x-1)}} (A'i[g(D)] + AB'i[g(0)])}{\eta^\beta} \right) \right) \quad (10)$$

$$R_2 = \left((Ai[g(D)] + ABi[g(D)]) + \left(\frac{1}{\eta^\beta ik_2} \left(\frac{2m_1 V_0}{\hbar^2 D} \right)^{1/3} (A'i[g(D)] + AB'i[g(0)]) \right) \right) \quad (11)$$

نعوض (3) في (8) نجد:

$$R_2 = \left((Ai[g(D)] + ABi[g(D)]) - \left(\frac{i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2(x-1)}} (A'i[g(D)] + AB'i[g(0)])}{\eta^\beta} \right) \right) \quad (12)$$

لدينا:

$$F_1 = \frac{R_1 \left(A'i[g(D)] - \eta^\beta i k_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right) + R_2 \left(A'i[g(D)] + \eta^\beta i k_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Ai[g(D)] \right)}{(Ai [g(D)]B'i[g(D)] - (A'i[g(D)]Bi [g(D)]))} \quad (13)$$

نعوض (4) في (13) نجد:

$$F_1 = \frac{R_1 \left(A'i[g(D)] - \eta^\beta i \left(\frac{\pi\eta}{2} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{2(x-1)}{\eta}} Ai[g(D)] \right) + R_2 \left(A'i[g(D)] + \eta^\beta i \left(\frac{\pi\eta}{2} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{2(x-1)}{\eta}} Ai[g(D)] \right)}{(Ai [g(D)]B'i[g(D)] - (A'i[g(D)]Bi [g(D)]))} \quad (14)$$

$$F_2 = \frac{R_1 \left(B'i[g(D)] - \eta^\beta i k_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Bi [g(D)] \right) + R_2 \left(B'i[g(D)] + \eta^\beta i k_2 \left(\frac{\hbar^2 D}{2m_1 V_0} \right)^{1/3} Bi [g(D)] \right)}{(Ai [g(D)]B'i[g(D)] - (A'i[g(D)]Bi [g(D)]))} \quad (15)$$

نعوض (4) في (15) نجد:

$$F_2 = \frac{R_1 \left(B'i[g(D)] - \eta^\beta i \left(\frac{\pi\eta}{2} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{2(x-1)}{\eta}} Bi [g(D)] \right) + R_2 \left(B'i[g(D)] + \eta^\beta i \left(\frac{\pi\eta}{2} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{2(x-1)}{\eta}} Bi [g(D)] \right)}{(Ai [g(D)]B'i[g(D)] - (A'i[g(D)]Bi [g(D)]))} \quad (16)$$

ومنه معامل النفوذ يكتب بالشكل التالي:

$$T = \left| \frac{1}{\left((F_2 Ai[g(0)] + F_1 Bi [g(0)]) - i \left(\frac{2}{\pi\eta} \right)^{1/3} \sqrt{\frac{\eta}{2x}} (F_2 A'i[g(0)] + F_1 B'i [g(0)]) \right) \frac{B}{4}} \right|^2$$

الفصل الثالث

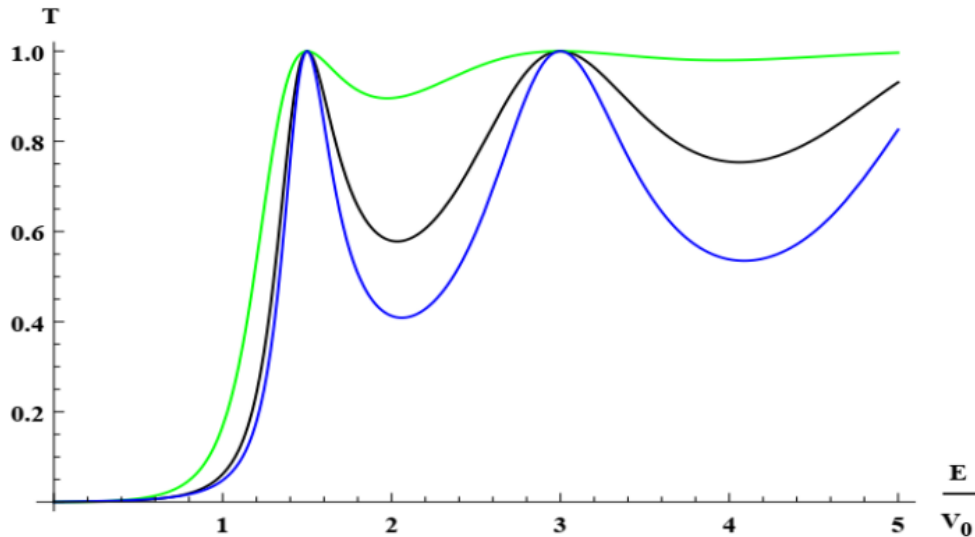
النتائج العددية والمناقشة

1.3. مقدمة :

معامل النفوذ هو وصف لسلوك الموجة الساقطة على الحاجز ويمثل معامل النفوذ التدفق الاحتمالي للموجة النافذة بالنسبة للموجة الساقطة، كما تعتبر دراسة معامل النفوذ ذات أهمية كبيرة بالنسبة لمعرفة الخصائص الكهربائية (الناقلية ، التيار) في أشباه الموصلات ، كما أنه من المعروف أن يميل نحو الوحدة عند تزايد الطاقة إلى أجل غير مسمى ، يمكننا القول أنه عند هذا الحد نجد نتيجة الميكانيك الكلاسيكي الذي يوفر نقلا كاملا في حالة وجود طاقة الجسيم الساقط أكبر من إرتفاع الحاجز الكموني .

من خلال تعريف معامل النفوذ وأهمية دراسته سنقوم في هذا الفصل بتحليل ومناقشة منحنيات معاملات النفوذ بدلالة الطاقة وتغير الكتلة عند قيم مختلفة .

2.3. منحنى معامل النفوذ لحاجز كموني مستطيل وكتلة متغيرة على شكل مستطيل :



الشكل 4: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة

الحالة 1 $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة الأولية ثم تنزل قيمة معامل النفوذ إلى حد أدنى وبعد ذلك تصعد إلى قيمة الوحدة وتثبت عندها مع الزيادة في قيمة الطاقة.

الحالة $\frac{1}{4} = \frac{m_2}{m_1}$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).

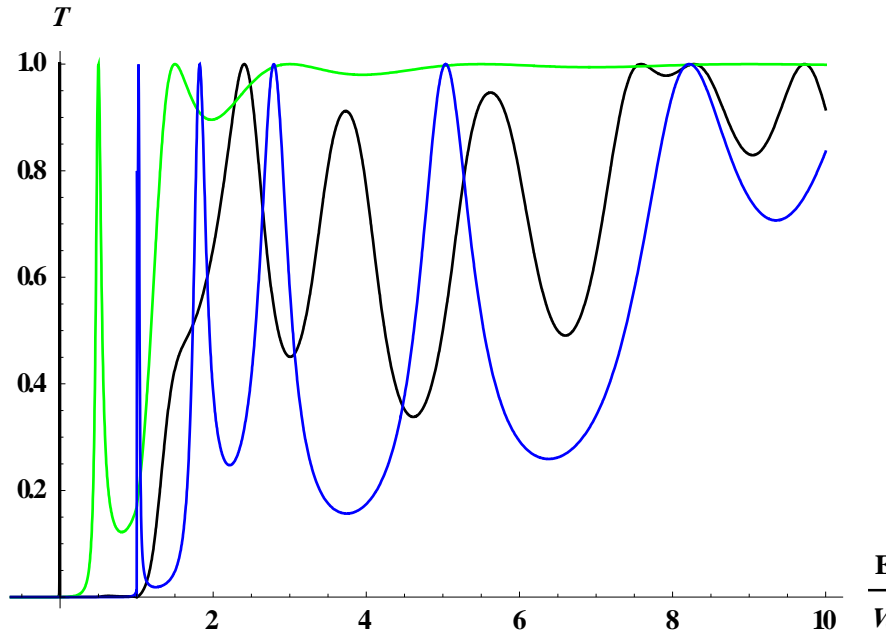
نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة بعد ذلك تكون حركة اهتزازية بين حد أدنى قيمته 0.55 وحد أقصى قيمته 1 في المرحلة الثانية ثم نلاحظ أن الحد الأدنى إزدادة قيمته إلى 0.75 مع التخامد في الإهتزاز والإتجاه نحوى الثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة كمرحلة أخيرة .

الحالة 4 $\frac{m_2}{m_1} = 4$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية بعد ذلك تكون حركة إهتزازية بين حد أدنى قيمته 0.4 وحد أقصى قيمته 1 في المرحلة الثانية ثم نلاحظ أن قيمة الحد الأدنى إزدادة إلى 0.5 مع وجود تخامد في الأهتزاز والإتجاه نحوى الثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة كمرحلة أخيرة .

3.3. منحنيات معاملات النفوذ لحاجز كموني مستطيل وكتلة متغيرة على شكل شبه

منحرف :



الشكل 5: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة الأولية ثم تنزل قيمة معامل النفوذ إلى حد أدنى وبعد ذلك تصعد إلى قيمة الوحدة وتثبت عندها مع الزيادة في قيمة الطاقة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{6}$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية غير منتظمة بين حد أدنى قيمته 0.4 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية وفي المرحلة الأخيرة نلاحظ تخامد في الإهتزاز مع زيادة

قيمة الحد الأدنى إلى 0.8 وبقاء قيمة الحد الأقصى ثابتة وهذا يدل على

التوجه نحوى ثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.

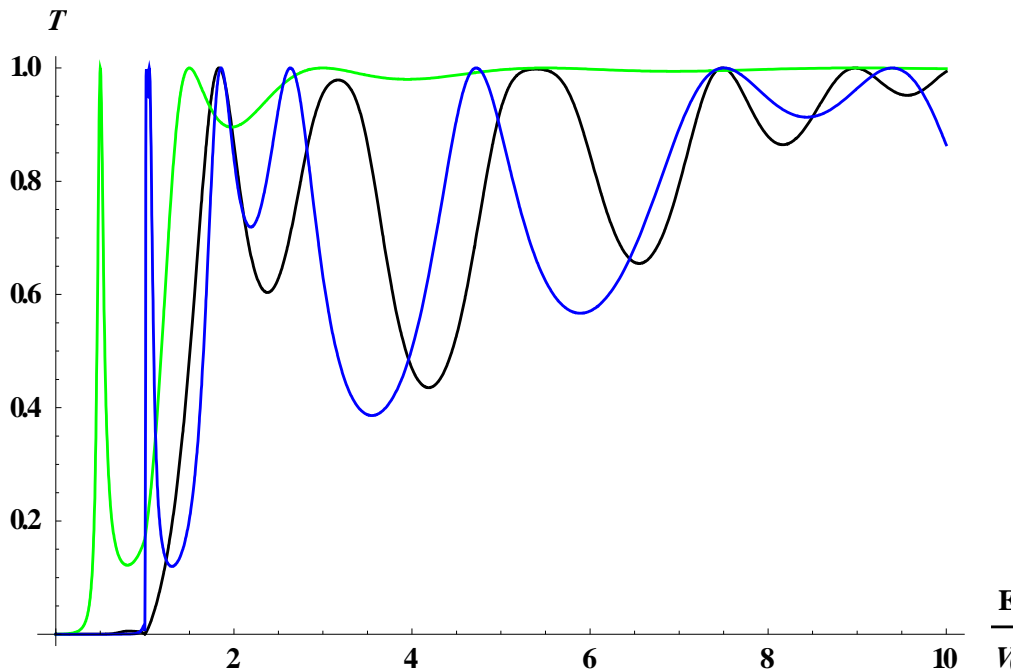
الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 6$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية غير منتظمة بين حد أدنى قيمته 0.2 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية بعد ذلك نلاحظ زيادة قيمة الحد الأدنى إلى 0.7 وبقاء قيمة الحد

ثابتة وهذا يدل على التوجه نحوى ثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.



الشكل 6: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة

الأولية ثم تنزل قيمة معامل النفوذ إلى حد أدنى وبعد ذلك تصعد إلى قيمة الوحدة وتثبت عندها مع الزيادة في قيمة الطاقة.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4} \text{ الحالة } 1 \text{ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).}$$

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية غير منتظمة بين حد أدنى قيمته 0.5 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية وفي المرحلة الأخيرة نلاحظ تخامد في الإهتزاز مع زيادة

قيمة الحد الأدنى إلى 0.9 وبقاء قيمة الحد الأقصى ثابتة وهذا يدل على

التوجه نحوى ثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.

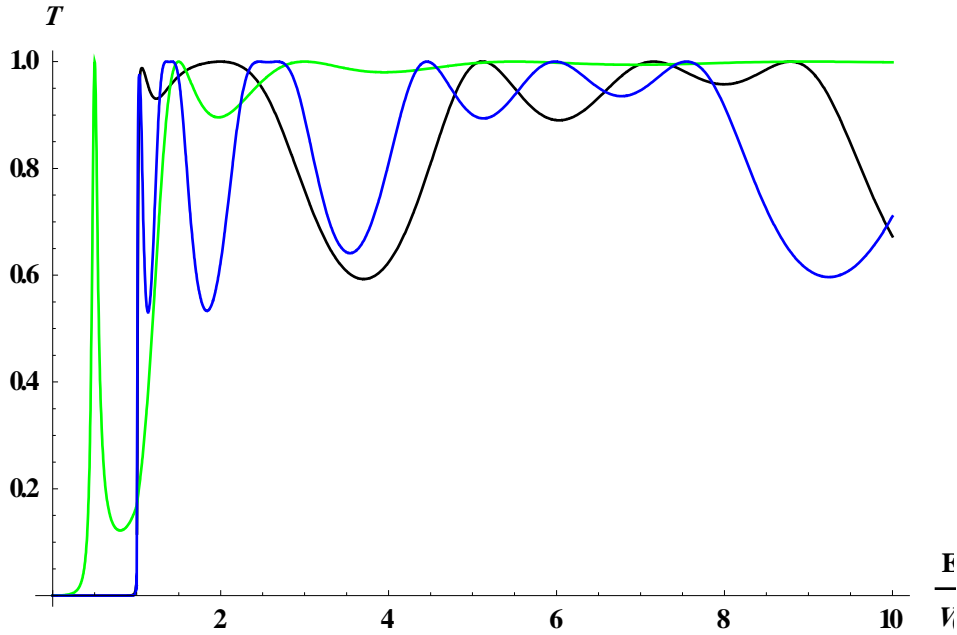
$$\frac{m_2}{m_1} = 4 \text{ الحالة } 4 \text{ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).}$$

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية غير منتظمة بين حد أدنى قيمته 0.4 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية بعد ذلك نلاحظ زيادة قيمة الحد الأدنى إلى 0.95 وبقاء قيمة الحد

ثابتة وهذا يدل على التوجه نحوى ثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.



الشكل 7: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة الأولية ثم تنزل قيمة معامل النفوذ إلى حد أدنى وبعد ذلك تصعد إلى قيمة الوحدة وتثبت عندها مع الزيادة في قيمة الطاقة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك تكون حركة إهتزازية غير منتظمة بين حد أدنى قيمته 0.6 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية وفي المرحلة الأخيرة نلاحظ تخامد في الإهتزاز مع زيادة

قيمة الحد الأدنى إلى 0.9 وبقاء قيمة الحد الأقصى .

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = \frac{3}{2}$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

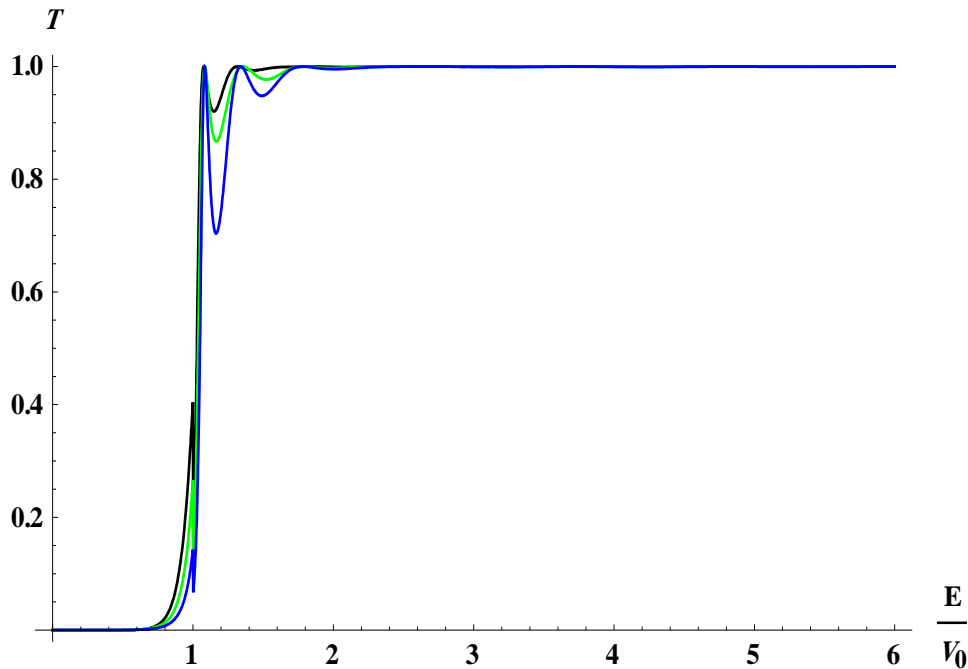
تكون حركة إهتزازية غير منتظمة بين حد أدنى قيمته 0.55 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية بعد ذلك نلاحظ زيادة قيمة الحد الأدنى إلى 0.92 وبقاء قيمة الحد

ثابتة وهذا يدل على التوجه نحوى ثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.

4.3. منحنيات معاملات النفوذ لحاجز كموني شبه منحرف وكتلة متغيرة على شكل

مستطيل :



الشكل 8: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

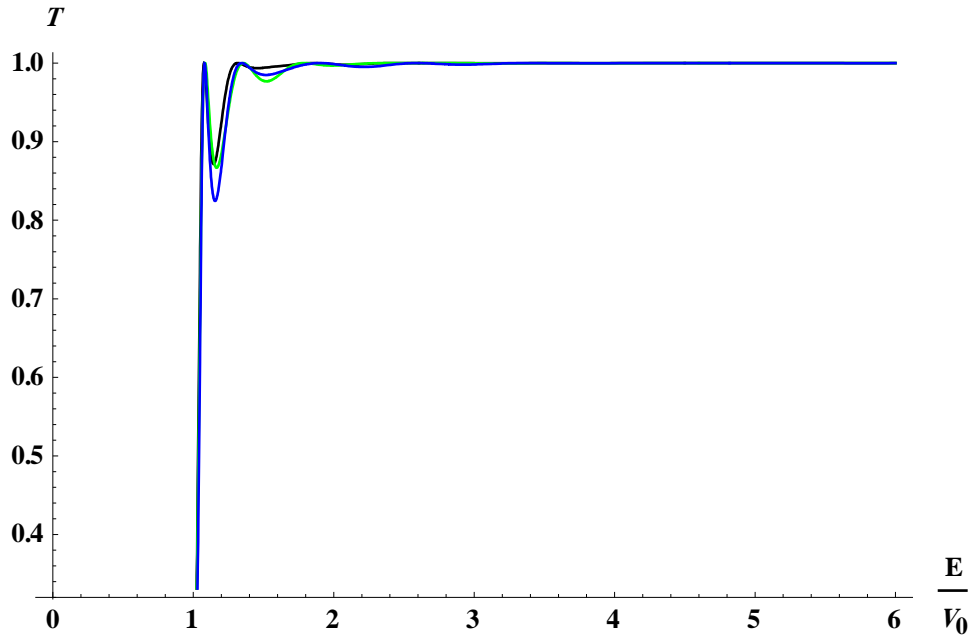
نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة الأولية ثم تكون حركة إهتزازية متخامدة بشكل سريع بحيث تكون قيمة الحد الأدنى في البداية 0.9 وتزيد إلى 0.98 وفي الأخير الثبوت عند قيمة الوحدة .

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{4} \text{ الحالة الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).}$$

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك تكون حركة إهتزازية متخامدة بين حد أدنى قيمته 0.95 وحد أقصى قيمته 1 وفي المرحلة الأخيرة الثبوت عند قيمة الوحدة.

$$\frac{m_2}{m_1} = 4 \text{ الحالة الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).}$$

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك تكون حركة إهتزازية متخامدة بين حد أدنى قيمته 0.7 وحد أقصى قيمته 1 في المرحلة الثانية الثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة .



الشكل 9: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة الأولية ثم تكون حركة إهتزازية متخامدة بشكل سريع بحيث تكون قيمة الحد الأدنى في البداية 0.89 وتزيد إلى 0.95 وفي الأخير الثبوت عند قيمة الوحدة .

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{2}$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).

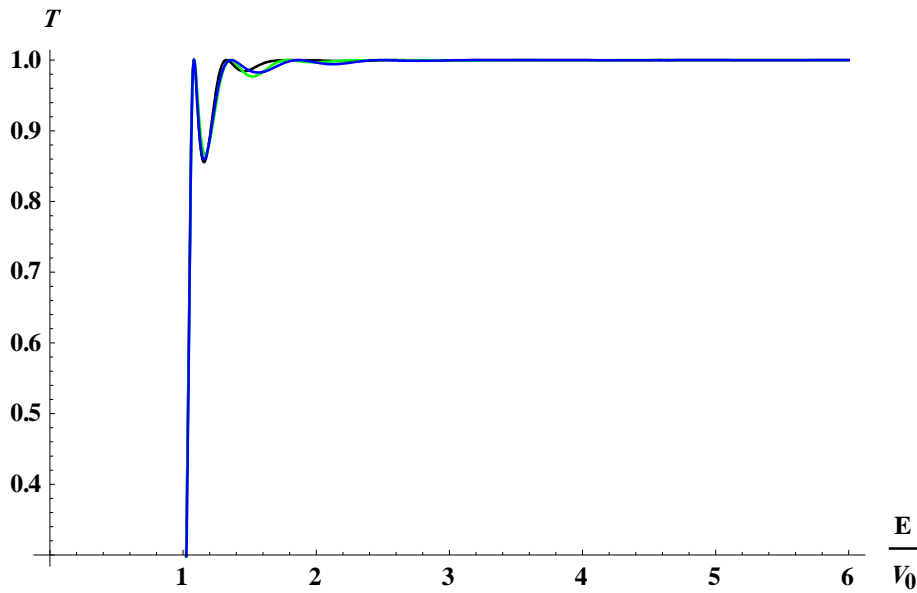
نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك تكون حركة إهتزازية متخامدة بين حد أدنى قيمته 0.88 وحد أقصى قيمته 1 وفي المرحلة الأخيرة الثبوت عند قيمة الوحدة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 2$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية متخامدة بين حد أدنى قيمته 0.8 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية الثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.



الشكل 10: تغير معامل النفوذ بدلالة الطاقة عند كتل مختلفة.

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = 1$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأخضر).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد بشكل سريع من القيمة 0 إلى القيمة 1 في المرحلة

الأولية ثم تكون حركة إهتزازية متخامدة بشكل سريع بحيث تكون قيمة الحد الأدنى

في البداية 0.88 وتزيد إلى 0.98 وفي الأخير الثبوت عند قيمة الوحدة .

الحالة $\frac{m_2}{m_1} = \frac{2}{3}$ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأسود).

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية متخامدة بين حد أدنى قيمته 0.85 وحد أقصى قيمته 1

وفي المرحلة الأخيرة الثبوت عند قيمة الوحدة.

$$\text{الحالة } \frac{3}{2} = \frac{m_2}{m_1} \text{ الموضحة با الرسم البياني ذوالون (الأزرق).}$$

نلاحظ أن معامل النفوذ يزداد مع الزيادة في قيمة الطاقة في المرحلة الأولية وبعد ذلك

تكون حركة إهتزازية متخامدة بين حد أدنى قيمته 0.85 وحد أقصى قيمته 1

في المرحلة الثانية الثبوت عند قيمة الوحدة مع الزيادة في قيمة الطاقة.

خاتمة:

في هذه المذكرة ، تعملنا مع نموذج كتلة فعالة متعلقة بالموضع والذي يستعمل في دراسة الأنظمة الكمية ، ومن بين إستعمالات هذا النموذج هو دراسة الخصائص الإلكترونية الأنصاف النواقل و المادة المكثفة و الفيزياء النووية .

في الفصل الأول قمنا بسرد تاريخي لأهم الأعمال و الإنجازات التي حققها الباحثون في هذا المجال ، وكذلك بينا القيم المقترحة لمعاملات الغموض ، وإستنتاج معادلة شرودنغر المعمم للهاملتوني مع كتلة فعالة متعلقة با الموضع .

في الفصل الثاني تم حل معادلة شرودنغر المعممة تحليليا لحالات مختلفة من الحواجز الكمونية مع تغيرات مختلفة للكتلة ومن ثم تطبيق شروط الإستمرارية على الحل من أجل إيجاد معامل النفوذ و معامل الإنعكاس .

في الفصل الثالث تم رسم منحنيات معامل النفوذ بدلالة الطاقة مع تغير في النسبة بين الكتل .

- [1] R. Petersen, "Theoretical Investigation of the Resonant Tunneling Phenomena and its Applications in Resonant Tunneling Diodes", Mini-project, 6th Semestre NanoPhysics Student, Aalborg University (2007).
- [2] J. Smoliner , D. Rakoczy, M. Kast, "Hot electron spectroscopy and microscopy", Phys, Vol 67, Issue 10, 1863, (2004).
- [3] O. Pinaud," Transient simulations of a resonant tunneling diode", Journal of Applied Physics, vol. 92, Issue 4, 1987, (2002).
- [4] O.VonRoos, "Position-dependent effective masses in semiconductor theory", Phys. Rev. B 27, 7547, (1983).
- [5] J.M. Lévy-Leblond, "Position-dependent effective mass and Galilean invariance", Phys. Rev. A52, 1845, (1995).
- [6] D.J. Ben Danial, C.B. Duke, Space-Charge Effects on Electron Tunneling, Phys. Rev.152, 683–692 (1966).
- [7] T. Gora, F. Williams, Theory of Electronic States and Transport in Graded Mixed Semiconductors, Phys. Rev. 177, 1179–1182 (1969).
- [8] O. Von Roos and H. Mavromatis , Phys. Rev. B 31, 2294 (1985).
- [9] D. de Souza, J. Phys. A : Maht. Theor. 39, 203 (2006).
- [10] Q. G. Zhu and H. Kroemer , Phys, Rev, B 27, 3519 (1983).
- [14] O. Mustafa, S. Habib Mazharimousavi, "Ordering ambiguity revisited via position dependent mass pseudo-momentum operators", Int. J.Theory.Phys. 46, 1786, (2007).
- [15] J.-M. Lévy-Leblond, "Elementary quantum models with position-dependent mass,"Eur. J. Phys.13, 215-218 (1992).
- [16] K. Bouferrache, " Calcul des Coefficients de Transmission pour une Barrière Trapézoïdale en Potentiel et en Masse pour L'hamiltonien Généralisé à des Masses Dépendant de la position", Mémoire de Magister, Université de Médéa, (2011).

[23] Ahlem. Zaoui, «La barrière rectangulaire de potentiel » mémoire master, université de m'sila,(2013)

ملخص:

بيننا في هذا العمل دور الكتلة الفعالة المتعلقة بالموضع في دراسة الأنظمة الكمية ، ومن مساهمات الدراسة إعطاء أداة تحليل لظاهرة النقل في أنصاف النواقل ذات البنيات المختلفة. وهذا أصبح ضروري من أجل دراسة هذه المواد الجديدة ، في هذه المواد تكون الكتلة الفعالية لحوامل الشحنة متعلقة بالموضع . وهنا يأتي أول تحدي في هذه الدراسة وهو إختيار الهاملتونيا التي تكون فيه الكتلة متعلقة بالموضع . دراستنا تعتمد على نظام ذات بعد واحد مع حاجز كمون وكتلة متغيرة ولذلك نختار هاملتونيا فون روس :

$$H = \frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\gamma P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] + V(x)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -1 \quad \text{من أجل}$$

بعد إختيار الهاملتونيا قمنا بحساب الدوال الموجية الناتجة عن معادلة شرودنغر المعممة من أجل أشكال مختلفة للكمونات و الكتل التي تكون متعلقة بالموضع و التي منها نستخلص معاملات النفوذ و الأنعكاس . وفي النهاية ندرس معاملات النفوذ بدلالة الطاقة .

الكلمات المفتاحية : الكتلة الفعالة ، هاملتون ، معادلة شرودنغر المعممة ، معامل النفوذ

Resume :

Ce travail est une contribution à l'étude du système avec masse efficace dépendent de la position (PDM). Et donner un outil d'analyse de phénomène de transport dans les hétérostructures semiconductrices. Cela est devenu indispensable pour la prédiction des performances de ces nouveaux matériaux. Dans ces matériaux, la masse effective des porteurs de charges dépend de la position. Se pose alors le problème du choix de l'hamiltonien généralisé à des masses dépendant de la position. Nous y étudions un système unidimensionnel avec une barrière en potentiel et en masse pour cerner l'hamiltonien proposé par Von Roos:

$$H = \frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\gamma P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] + V(x)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -1$$

Nous avons calculé les fonctions d'ondes résultant de l'équation de Schrödinger généralisée pour différentes formes de potentiels et de masses dépendant de la position, et l'on a déduit les coefficients de transmission et de réflexion. Nous avons aussi étudié les coefficients de transmission en fonction de l'énergie.

Mots clés : l'équation de Schrödinger généralisée, la masse effective, l'hamiltonien, coefficient de transmission

Abstract:

This Work is a contribution for study of system with effective mass depend on the position (PDM). And to give a tool for analysis of transport phenomenon in semiconductor heterostructures. That became essential for the prediction of the performances of these new materials. In these materials, the effective mass of the charge carriers depends on the position. Then the problem of the choice of the generalized hamiltonian with position dependent mass is posed. We study a one-dimensional system with potential and mass barriers to surround the hamiltonian suggested by Von Roos:

$$H = \frac{1}{4} [m(x)^\alpha P m(x)^\beta P m(x)^\gamma + m(x)^\gamma P m(x)^\beta P m(x)^\alpha] + V(x)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -1$$

We have calculated the wave's functions resulting from the generalized Schrödinger equation for various shapes of position dependent potentials and masses. We have deducted the transmission and reflection coefficients. And afterwards, we study the transmission coefficients according to energy.