

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



UNIVERSITE DE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT HYDRAUIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLOME MASTER

OPTION : Hydraulique urbaine

THEME

**Etude de la distribution statistique des pluies du bassin
versant k'sob**

Dirigé par :

Dr. BENKADJA R.

Présenté par :

Mr GUERSAS Imad

Année Universitaire : 2015/2016

Remerciement

Je tiens premièrement à remercier Dieu le tout puissant, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste mémoire.

*En second lieu, je tiens à remercier mon encadreur **Dr BENKADJA** pour ses précieux conseils, sa patience, son aide et ses orientations ficelées tout au long de ce travail.*

Mes remerciements les plus distinguées vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma recherche en acceptant d'examiner mon travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Merci à tous et à toutes

Dédicace

** Avant tout je remercie Dieu le tout puissant, qui m'a donné la force et la volonté pour pouvoir accomplir ce travail.*

** Je tiens ici à présenter mes sincères remerciements et sentiments les plus chaleureux à :*

** Ma mère la lumière de mes yeux.*

** Mon père, mon dirigeant.*

** Mes chers frères.*

** Et mes chères sœurs.*

** Mon encadreur Benkadja*

** Mes amis.*

** En dernier, J'offre ce mémoire à toute ma famille : grandet petit.*

** A tous les lecteurs de mon mémoire.*

Guersas Imad

Sommaire

Liste des figures	
Liste des tableaux	
Introduction générale.....	1
Chapitre I : Caractéristiques physiques et morphométriques du bassin	
I.1. Situation géographique du bassin versant K'sob	2
I.2. Caractéristiques morphométriques du bassin versant k'sob.....	3
I.2.1. Paramètres géométriques.....	3
I.2.1.1. Caractéristiques de forme	3
I.2.2. Paramètres de relief.....	5
I.2.3. Paramètres de réseau hydrographique.....	11
I.3. Caractéristiques physiques du bassin versant k'sob.....	18
I.3.1. Géologie	18
I.3.1.1. Structure tectonique.....	20
I.3.2. La lithologie	21
I.3.3. Pédologie	23
I.3.4. Végétation	23
I.3.4.1. Classification de la végétation :.....	23
I.3.4.2. Répartition des types de couverture végétale au K'sob	24
Chapitre II : Précipitations et lois statistiques	
II.1. Précipitations.....	26
II.1.1. Classification des précipitations:	26
II.1.2. Mesure des précipitations	28
II.1.2.1. Pluviomètre	28
II.1.2.2. Pluviographe.....	29
II.1.3. Les erreurs dans les mesures.....	30
II.1.3.1. Les erreurs d'observation	30
II.1.3.2. Les erreurs de transcription et de calcul.....	30
II.1.4. Précipitation et probabilité en fonction de répartition	31
II.2. Les lois statistiques.....	31
II.2.1. Loi normale (ou loi de Gauss)	31
II.2.2. Loi de Galton (ou log-normale ou de Gibrat-Gauss).....	34
II.2.3. Loi de Pearson III ou loi Gamma incomplète.....	36
II.2.4. Loi Gamma (3 paramètres)	38

II.2.5. Loi exponentielle	38
II.2.6. Loi puissance exponentielle	40
II.2.7. Loi uniforme	40
II.2.8. Lois béta.....	41
II.2.9. Loi de weibull	41
II.2.10. Lois tronquées	42
II.2.11. Loi de Gumbel	42
II.2.12. Loi géométrique	45
II.2.13. Loi binomiale	45
II.2.14. Loi de la plus grande valeur extrême	46
II.2.15. Loi logistique généralisée	46
II.2.16. Loi de poisson	46
II.2.17. Loi de Fréchet	47
II.3. Contrôle de l'ajustement.....	48
II.3.1. Qualités d'un test d'ajustement.....	48
II.3.2. Choix d'une loi de Probabilité.....	48
II.3.3. Conclusion sur les tests d'ajustement	52

Chapitre III : Présentation du logiciel Statgraphics

III.1. STATGRAPHICS Centurion.....	52
III.2. Fonctionnalités spécifiques de Statgraphics Centurion.....	53
III.2.1. StatWizard	53
III.2.2. StatAdvisor	54
III.2.3. StatGallery	54
III.2.4. StatReporter.....	54
III.2.5. StatFolio	55
III.2.6. Stat Log	55
III.3. Raisons de choisir Statgraphics Centurion.....	56
III.4. Les utilisations du logiciel Statgraphics	56
III.4.1. Démarrage de Statgraphics	56
III.4.2. Création d'une analyse statistique par Statgraphics	57

Chapitre IV : Ajustement des pluies annuelles par les lois statistiques de Statgraphics

IV.1. Les données des pluies annuelles du BV k'sob.....	62
IV.2. Traitement des données de pluies annuelles par Statgraphics	62
IV.2.1. Loi normale	62

IV.2.2. Loi log normale	65
IV.2.3. Loi uniforme.....	66
IV.2.4. Loi weibull	68
IV.2.5. Loi Gamma.....	70
IV.2.6. Loi racine carrée des pluies annuelles.....	71
IV.2.6.1. Résultats de l'application de la loi racine carrée	71
IV.2.6.2. Calcul de la pluie moyenne annuelle de période de retour 100 ans par les différentes lois.....	74

Chapitre V : Ajustement des pluies maximales journalières par les lois statistiques de Statgraphic

V.1. Les données des pluies maximales journalières du BV k'sob.....	76
V.2. Traitement des données de pluies maximales journalières par Statgraphics.....	76
V.2.1. Loi weibull.....	76
V.2.2. Loi Gamma 3 paramètres.....	78
V.2.3. Loi de la valeur extrême	81
V.2.4. Loi puissance exponentielle.....	83
V.2.5. Loi logistique	85
Conclusion générale	88
Références bibliographiques	

Liste des figures

Chapitre I

Figure I. 1. Situation du sous bassin versant k'sob.	2
Figure I. 2. Rectangle équivalent du bassin versant K'sob.	5
Figure I. 3. La carte hypsométrique du bassin versant K'sob	6
Figure I. 4. Courbe hypsométrique du B .V K'sob.	7
Figure I. 5. Les pentes dans le bassin de l'oued k'sob	9
Figure I. 6. Réseau hydrographique de bassin versant k'sob.	12
Figure I. 7. Profil longitudinal de cours d'eau.	15
Figure I. 8. Carte géologique du bassin de K'sob.	19
Figure I. 9. Stratigraphie du Hodna.	21
Figure I. 10. Lithologie du bassin versant de l'Oued K'sob	23
Figure I. 11. La couverture végétale dans bassin versant.	25

Chapitre II

Figure II. 1. Précipitations de convection.	27
Figure II. 2. Précipitations orographiques.	27
Figure II. 3. Précipitations de front.	28
Figure II. 4. Pluviomètre.	29
Figure II. 5. Le pluviographe à augets basculeurs.	30
Figure II. 6. Représente la courbe de répartition et de densité de la loi normale.	32
Figure II. 7. Représentation de la droite de Henry.	33
Figure II. 8. Représentation de la variation de β_1 et β_2 avec σ	34
Figure II. 9. Représente un exemple d'ajustement graphique à une loi de Galton.	36
Figure II. 10. Exemple de loi de densité de Gamma.	37
Figure II. 11. Représentation de $F_+(x)$ et $F(x)$	39
Figure II. 12. Représentation de la fonction de répartition et de densité.	43
Figure II. 13. Exemple d'ajustement graphique à une loi de Gumbel.	44
Figure II. 14. Représentation graphique de la loi Fréchet.	47

Chapitre III

Figure III. 1. Symbole du logiciel STATGRAPHICS.	53
Figure III. 2. Représentation de la fenêtre StatWizard.	53
Figure III. 3. Représentation de la fenêtre StatAdvisor.	54
Figure III. 4. Représentation de la fenêtre StatGallery.	54
Figure III. 5. Représentation de la fenêtre Stat Reporter.	54
Figure III. 6. Représentation de la fenêtre principale de STATGRAPHICS.	55
Figure III. 7. Représentation de la fenêtre StatLog.	56
Figure III. 8. Représentation principale de menu du logiciel.	57
Figure III. 9. Fenêtre graphique de probabilité.	57
Figure III. 10. Fenêtre des options pour les graphiques de probabilités.	57
Figure III. 11. Fenêtre des tableaux et graphiques.	58
Figure III. 12. Fenêtre de résultats de graphiques de lois de probabilités.	58
Figure III. 13. Fenêtre graphique de probabilité.	58
Figure III. 14. La fenêtre pour les options de lois de probabilités.	59
Figure III. 15. Fenêtre de tableaux et graphiques.	59
Figure III. 16. La fenêtre de résultats d'ajustement de lois (données non censurées).	60
Figure III. 17. La barre d'outils d'analyse.	60

Chapitre IV

Figure IV. 1. Graphique des pluies annuelles de 1973 à 2004.....	62
Figure IV. 2. Graphique de la loi normale.	63
Figure IV. 3. Graphique de la loi log-normale.....	65
Figure IV. 4. Graphique de la loi uniforme.....	66
Figure IV. 5. Graphique de la loi weibull.	68
Figure IV. 6. Graphique de loi racine carrée des pluies annuelles.....	72

Chapitre V

Figure V. 1. Graphique des pluies maximales journalières de 1973 à 2008	76
Figure V. 2. Graphique de la loi weibull.....	77
Figure V. 3. Graphique de la loi à valeurs extrêmes.....	81

Liste des tableaux

Tableau I. 1. Surfaces partielles et cumulées du bassin versant en %.....	6
Tableau I. 2. Deuxième classification d'après l'O.R.S.T.O.M.....	11
Tableau I. 3.valeurs du rapport de confluence.....	13
Tableau I. 4. Valeurs du rapport de longueur.....	13
Tableau I. 5. Evaluation de profil en long.....	14
Tableau I. 6. Récapitulatif des principales caractéristiques morphométriques du B.V du K'sob.	17

ملخص

قمنا في عملنا هذا بدراسة التوزيع الإحصائي لتساقط الأمطار السنوية و اليومية القصوى لحوض القصب مع تطبيق مجموعة من القوانين الإحصائية و التحقق بمجموعة من الاختبارات وكذلك قمنا باقتراح قانون جديد "قانون الجذر التربيعي " باستعمال برنامج إحصائي . و بعد النتائج المتحصل عليها , وجدنا أن معطيات الأمطار السنوية تتبع القوانين التالية: سجل العادي, غاما و قانون الجذر التربيعي . و في المقابل رفض القانون العادي الأكثر استعمالا في مختلف الدراسات . أما بالنسبة لمعطيات الأمطار اليومية القصوى فتتبع القوانين التالية : قانون القوة الأسية, غاما 3 معلمات, لوجيستيك ويبل

Résumé

Nous avons étudié dans ce travail la distribution statistique des pluies annuelles et des pluies maximales journalières du bassin versant k'sob avec l'application d'un ensemble de lois statistiques vérifiées par plusieurs tests. On a proposé aussi une nouvelle loi « la loi racine carrée » à l'aide du logiciel Statgraphics. D'après les résultats obtenus, les données des pluies annuelles s'ajustent le mieux suivant la loi Log Normale, Gamma et aussi la loi racine carrée. Par contre, la loi normale, qui est la plus largement utilisée dans les différentes études, est rejetée.

Les données de pluies maximales journalières s'ajustent le mieux suivant la loi puissance exponentielle, Gamma 3 paramètres, logistique et weibull.

Abstract

In this work, we studied the statistical distribution of annual rainfall and maximum daily rains of k'sob watershed with application of statistical laws set check by several tests. Also, a new law "the square root law" is propose dusing Statgraphics software. According the obtained results, the data of annual rainfall best fit according to the Log Normal law, Gamma and also the square root law. Against, the normal distribution, which is the most widely used in different studies, was rejected.

The maximum daily rainfall data best fit following the exponential power law, Gamma 3 parameters, logistic and Weibull.

Introduction générale

La statistique est un outil qui comprend : la collecte, l'analyse et le traitement des données collectées, ainsi que l'interprétation des résultats et leur présentation afin de rendre les données compréhensibles par tous. Elle est très importante dans le domaine de l'hydrologie spécialement dans les prévisions de précipitations des pluies futures utilisées pour la conception et le dimensionnement des ouvrages hydrauliques. Elle a aussi une grande importance depuis le côté économique (cout de projet...etc.) et jusqu'au côté de sécurité des biens et des humains (les inondations...etc.). La proportion de cette importance, nous avons conduit en la réalisation d'une étude statistique sur la distribution des précipitations du bassin versant du K'sob(sous bassin du grand Hodna)d'une superficie de 1456 km². En se basant sur des études antérieures, nous avons constaté que la plupart de ces études sont utilisées pour les prévisions des précipitations par la loi normale, livré à notre esprit se posant la question, pourquoi toutes les études se sont concentrées sur l'utilisation de la loi normale seulement malgré l'existante d'un grand groupe de lois statistiques.

Dans cette étude, nous allons essayer de trouver et d'identifier d'autres lois statistiques (ou d'autres fonctions de distribution) pouvant être utilisées dans le but de la prévision des précipitations futures, comme nous allons essayer d'élaborer une nouvelle loi de probabilité, Et tout cela sera procédé à une analyse statistique d'un ensemble de lois de probabilité avec l'action d'un ensemble de tests de vérification. Pour faire face aux évolutions mondiales actuelles dans le domaine, on a choisi un logiciel statistique« Statgraphics » très complet et facile pour faire cette étude. Ce logiciel est basé sur les événements des diverses analyses statistiques et graphiques et donne des résultats contrôlés et précis.

Cependant, ce mémoire est composé par les chapitres suivants :

1^{er} chapitre : Les caractéristiques physique et morpho métrique du bassin versant du K'sob.

2^{ème} chapitre : Les précipitations et les lois de probabilité.

3^{ème} chapitre : Présentation du logiciel Statgraphics.

4^{ème} chapitre : Ajustement des pluies annuelles par les lois Statgraphics.

5^{ème} chapitre : Ajustement des pluies maximales journalières par les lois Statgraphics.

CHAPITRE I

CARACTÉRISTIQUES PHYSIQUES ET

MORPHOMÉTRIQUES DU BASSIN

CHAPITRE I

CARACTERISTIQUES PHYSIQUES ET MORPHOMETRIQUES DU BASSIN

I.1. Situation géographique du bassin versant K'sob

Le bassin versant du K'sob est l'un des sous bassins du HODNA (Figure I.1) localisé dans sa partie Nord, il est limité au Nord-Ouest par la chaîne montagneuse des Bibans ; au Sud et au Sud-ouest par les monts du Hodna et à l'Est par les hautes plaines de Sétif.

Il se situe aussi entre les méridiens de longitudes 5°6' et 4°34' Est et les parallèles de latitude 35°33' et 36°18' Nord.

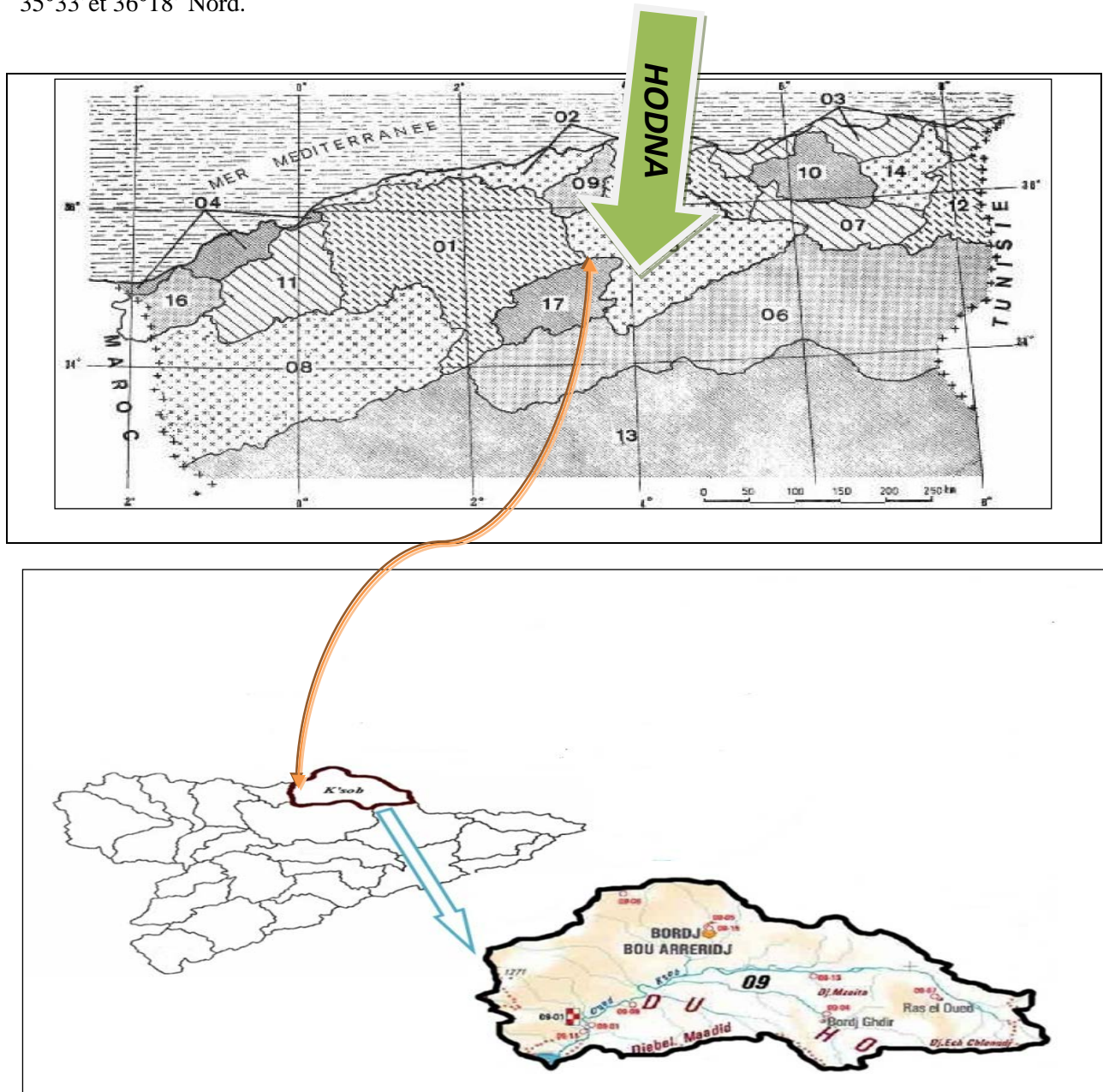


Figure I.1. Situation du sous bassin versant k'sob.

I.2. Caractéristiques morphométriques du bassin versant k'sob

I.2.1. Paramètres géométriques

I.2.1.1. Caractéristiques de forme

a. Superficie du bassin versant

Le bassin versant étant l'aire de réception des précipitations et d'alimentation des cours d'eau, et c'est le paramètre le plus important du bassin parce qu'il permet de contrôler l'intensité de plusieurs phénomènes hydrologiques tels que le débit et le volume de précipitation ou d'infiltration. La surface (S) exprimée en km², est déterminée à l'aide de la technique de digitalisation.

- La surface du bassin versant du K'sob, est de l'ordre de **A=1456 Km²**

b. Périmètre du bassin versant

Il correspond à la longueur de la limite extérieure du bassin mesuré généralement par un curvimètre sur une carte topographique ou automatiquement par des logiciels. L'intérêt essentiel du périmètre est de pouvoir calculer l'indice de compacité et la longueur du rectangle équivalent.

- Le périmètre du B.V du K'sob est de **P=202 Km**

c. Longueur du thalweg principal :

On admet qu'il faut poursuivre le thalweg indiqué sur les cartes topographiques, vers l'amont jusqu'à la limite du bassin. De même, si la partie avale présente des méandres, on curvimètre généralement tous les méandres.

- La longueur du thalweg principal du B.V K'sob est de **L_p= 89,7 Km**

d. Indice de compacité de Gravelius :

L'indice de Gravelius (K_G) est défini comme le rapport du périmètre du B.V au périmètre du cercle ayant même surface. Il représente la forme du bassin versant qui a une grande influence sur l'écoulement global du cours d'eau et surtout sur l'allure de l'hydrogramme d'une pluie donnée à l'exutoire du B.V, Il s'exprime par la formule suivante (Roche, 1963) :

$$k_G = \frac{P}{2 \cdot \sqrt{A \cdot \pi}} \approx 0,28 \frac{P}{\sqrt{A}}$$

Avec :

K_G : Indice de Gravelius.

P : périmètre du bassin versant en Km.

A : Superficie du bassin versant en Km².

$K_G = 1$ \Rightarrow le bassin versant est circulaire.

$K_G = 1,12$ \Rightarrow le bassin versant est carré.

$K_G > 1,12$ \Rightarrow le bassin versant est rectangle.

K_G s'éloigne de 1 \Rightarrow le bassin versant est allongé.

- La valeur du coefficient de Gravelius du K'sob $K_G = 1.49$ traduit la forme allongée du bassin.

e. Rectangle équivalent :

IL est défini comme le rectangle de longueur "L" et largeur "l" qui a la même superficie, le même périmètre, le même temps de concentration et même hypsométrie que le bassin étudié dont les courbes de niveau devenant des droites parallèles aux petits côtés et l'exutoire du bassin étant assimilé à l'un de ces petits cotés où la climatologie, la répartition des sols, la couverture végétale et la densité de drainage restent inchangées entre les courbes de niveau. Ce modèle est mis au point par "M. Roche" pour faciliter la comparaison des bassins versant du point de vue de leurs influences sur l'écoulement.

Les dimensions "L" et "l" du rectangle équivalent sont déterminés en faisant :

$$\begin{cases} L = K_G \cdot \frac{\sqrt{A}}{1.12} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{1.12}{K_G} \right)^2} \right] \\ \ell = K_G \cdot \frac{\sqrt{A}}{1.12} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{1.12}{K_G} \right)^2} \right] \end{cases}$$

Tel que :

L : longueur du rectangle équivalent.

ℓ : Largeur du rectangle équivalent.

A : surface du bassin versant.

K_c : indice de compacité.

- La longueur du rectangle équivalent du B.V du K'sob est de $L = 84,25 \text{ km}$
- Sa largeur est de $\ell = 17,28 \text{ km}$

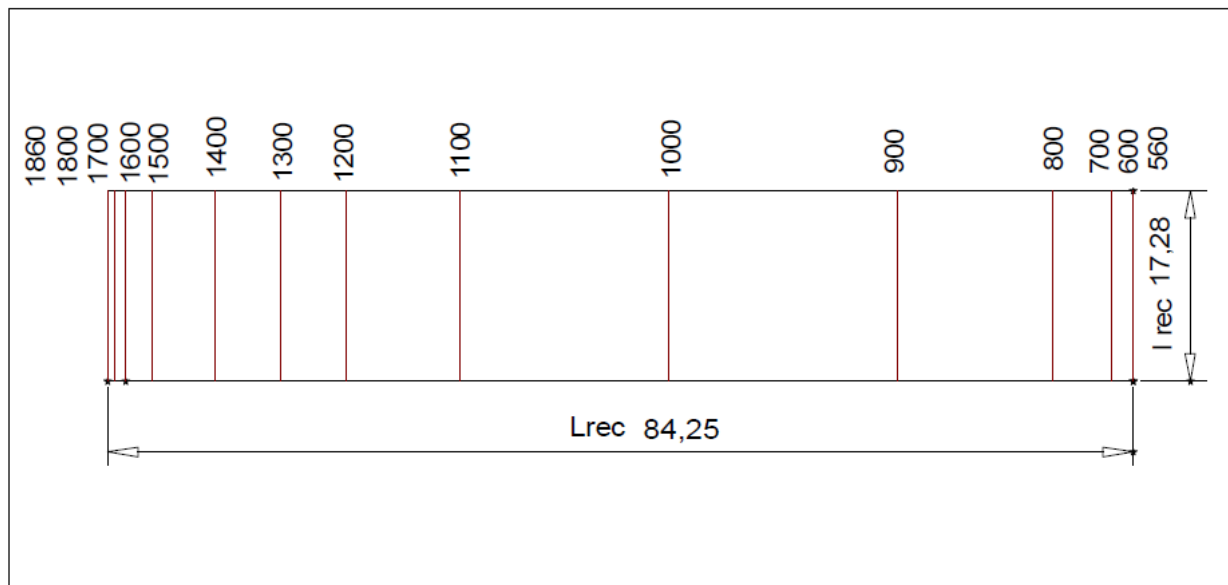


Figure I.2. Rectangle équivalent du bassin versant K'sob.

I.2.2. Paramètres de relief

L'influence du relief sur l'écoulement se conçoit aisément, car de nombreux paramètres hydrométéorologiques varient avec l'altitude (précipitations, températures, etc.) et la morphologie du bassin. En outre, la pente influe sur la vitesse d'écoulement. Le relief est un facteur essentiel, il est caractérisé par :

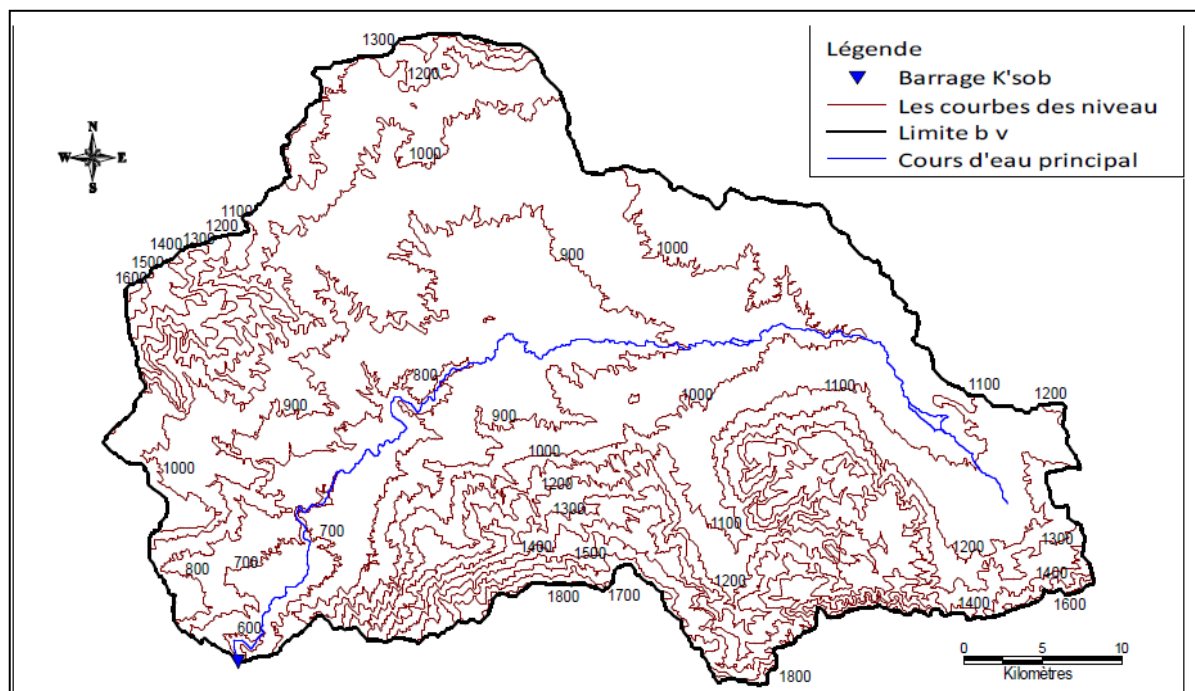
- ✓ La courbe hypsométrique.
- ✓ L'altitude moyenne.
- ✓ L'indice de pente globale I_g .
- ✓ L'indice de pente roche I_p .
- ✓ L'indice de pente moyenne du bassin versant I_m .
- ✓ Densité de drainage D_d .

a. La courbe hypsométrique

Elle donne la répartition des altitudes en fonction de la surface du bassin versant. Elle s'établit en planimétrie les surfaces élémentaires délimitées par les courbes de niveau. Ces surfaces sont ensuite exprimées en % de la surface totale du bassin versant. La distribution de ces surfaces par les altitudes nous donne la courbe hypsométrique. Le tableau (I.1) nous donne la répartition des surfaces en fonction des côtes.

Tableau I.1. Surfaces partielles et cumulées du bassin versant en %.

Altitudes (m)	H_{moy} (m)	S_i (Km^2)	$\sum S_i$ (km^2) cumul	% des surfaces cumulées (S_i %)	$S_i * H_i$ ($Km^2 \cdot Km$)
560-600	580	1.61	1.61	0.11	933,8
600-700	650	7.75	9.36	0.64	6084
700-800	750	16.47	25.83	1.77	19372,5
800-900	850	37.18	63.02	4.33	53567
900-1000	950	88.47	151.48	10.40	143906
1000-1100	1050	93.42	244.90	16.82	257145
1100-1200	1150	93.72	338.62	23.25	389413
1200-1300	1250	161.08	499.70	34.31	624625
1300-1400	1350	297.18	796.88	54.72	1075788
1400-1500	1450	324.68	1121.56	77.02	1626262
1500-1600	1550	219.62	1341.18	92.10	2078829
1600-1700	1650	83.55	1424.73	97.84	2350804,5
1700-1800	1750	29.50	1454.23	99.86	2544902,5
1800-1860	1830	2.00	1456	100.00	2693600

**Figure I.3. La carte hypsométrique du bassin versant K'sob (A.Hattab et H.Delaladja 2007)**

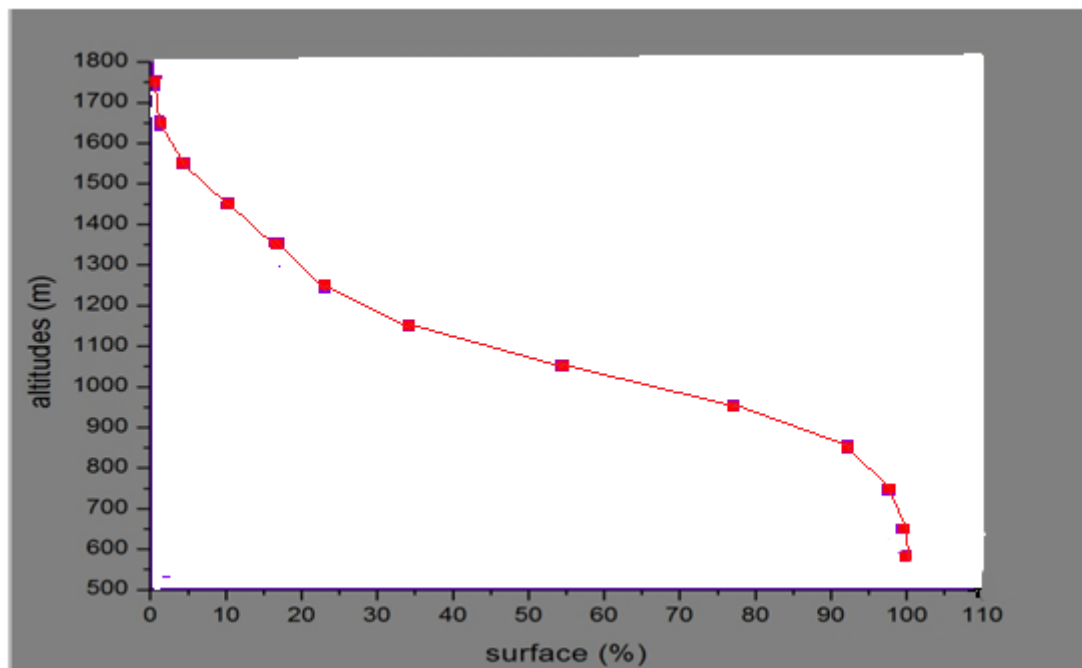


Figure I.4. Courbe hypsométrique du B .V K'sob.

La majorité de la surface du bassin est située entre l'altitude 900 et 1200 m, ce qui explique que le bassin versant du K'sob est situé sur la zone des Hauts Plateaux. Au-dessous de 900 m, Le pourcentage des surfaces du B.V est très faible. Il est de l'ordre de 10.4 % Les altitudes au-dessus de 1500 m occupent une surface de l'ordre de 23 %. D'après la courbe hypsométrique, on peut déduire que la pente est relativement forte, par conséquent, une partie des écoulements sauront tendance à s'effectuer avec une vitesse importante résultant une érosion pouvant être très accentuée dans cette partie de la surface du bassin versant.

b. Les altitudes caractéristiques :

b .1.Les altitudes maximale et minimale :

Elles sont obtenues directement à partir de cartes topographiques. L'altitude maximale représente le point le plus élevé du bassin tandis que l'altitude minimale considère le point le plus bas, généralement à l'exutoire.

Ces deux données deviennent surtout importantes lors du développement de certaines relations faisant intervenir des variables climatologiques telles que la température, la précipitation et le couvert neigeux. Elles déterminent l'amplitude altimétrique du bassin versant et interviennent aussi dans le calcul de la pente, donc d'après la carte topographique, on a :

$$H_{max} = 1860 \text{ m} \quad H_{min} = 560 \text{ m}$$

b.2. Altitude moyenne du bassin versant :

L'altitude moyenne se déduit directement de la courbe hypsométrique ou de la lecture d'une carte topographique. On peut la définir comme suit :

$$H_{moy} = \frac{\sum H_i \cdot S_i}{A}$$

Avec :

H_{moy} : altitude moyenne du bassin [m]

S_i : aire comprise entre deux courbes de niveau [km²]

H_i : altitude moyenne entre deux courbes de niveau [m]

A : superficie totale du bassin versant [km²] A=1460 Km².

AN : **Hmoy=1063m**

b.3. L'altitude médiane :

L'altitude médiane correspond à l'altitude lue au point d'abscisse 50% de la surface totale du bassin, sur la courbe hypsométrique. Cette grandeur se rapproche de l'altitude moyenne dans le cas où la courbe hypsométrique du bassin concerné présente une pente régulière, d'après la courbe hypsométrique (Figure. I.4) on a :

- Altitude à 95% de la surface, **$H_{95\%} = 865 m$**
- Altitude à 5% de la surface, **$H_{5\%} = 1585 m$**
- Altitude médiane, **$H_{50\%} = 1120 m$**

c. La pente moyenne du bassin versant :

c.1. Les indices de pentes :

Le but de ces indices est de caractériser les pentes d'un bassin versant et de comparer les bassins versant entre eux. La carte des pentes est l'instrument qui permet de visualiser les nuances topographiques à l'intérieur de l'espace étudié ; elle peut être établie des cartes topographiques d'échelle > 1/100,000.

Pour notre bassin la carte topographique d'échelle > 1/50,000 ont été utilisées. La classification a été faite à partir de différents calculs effectués sur la carte topographique et grâce à notre enquête sur le terrain.

Dans le bassin du K'sob, on distingue les pentes seuils suivantes :

- > 17%: versants érodés, absence de sol.
- 8 - 17% : bas de versant, quelques dépôts de sols minces cultivés.
- < 8% : plaines et terrasses alluviales, dépôts alluviaux et colluviaux.

La carte de la pente (**Figure I.5**) montre une forte proportion de terrains dont la pente 5 - 20%, ce qui témoigne du caractère peu montagneux de ce bassin.

Mr J. Tricart (1962), a divisé l'écoulement suivant la pente en trois catégories :

- ✓ Écoulement faible : pente <3 %.
- ✓ Écoulement fort : pente à limite de 10 %.
- ✓ Écoulement très fort : pente > 10 %.

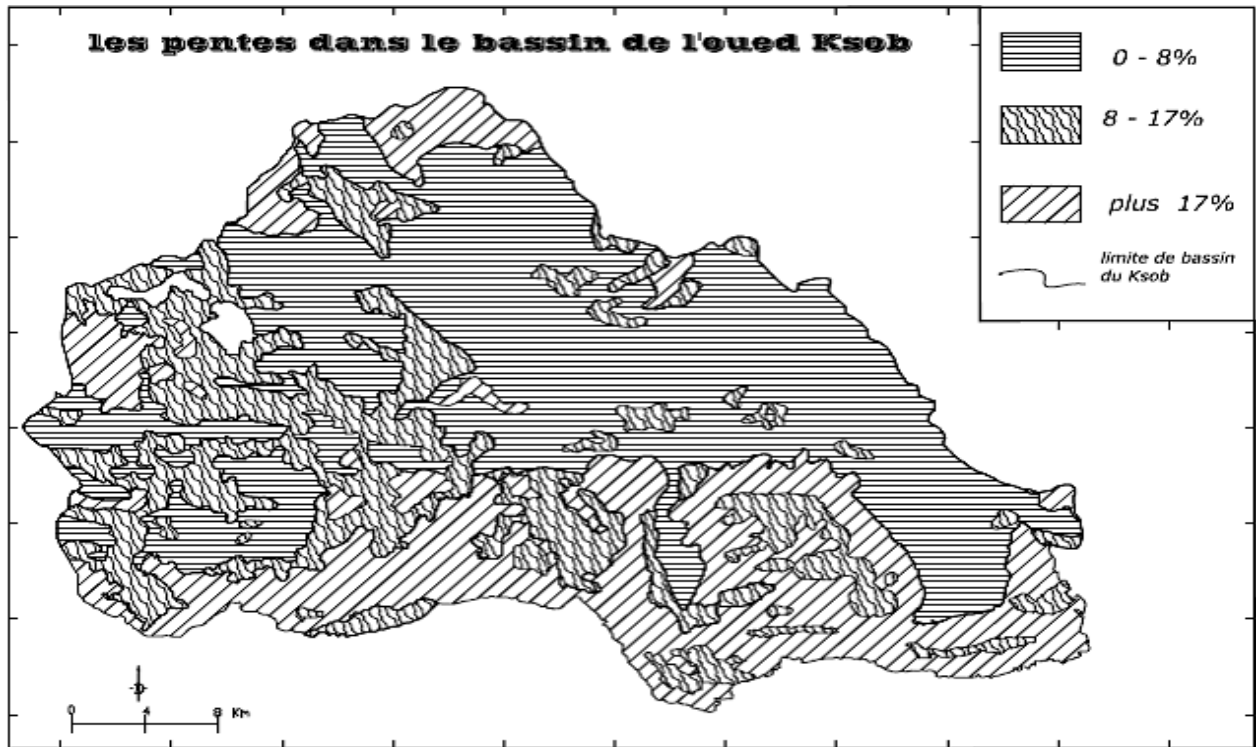


Figure I.5. Les pentes dans le bassin de l'oued k'sob (A. Hattab et H. Delaladja 2007)

c.2 . Pente moyenne

La pente moyenne est une caractéristique importante qui renseigne sur la topographie du bassin. Elle donne une bonne indication sur le temps de parcours du ruissellement direct, donc sur le temps de concentration t_c et influence directement le débit de pointe lors d'une averse.

Plusieurs méthodes ont été développées pour estimer la pente moyenne d'un bassin. La méthode proposée par Carlier et Leclerc (1964) consiste à calculer la moyenne pondérée des pentes de toutes les surfaces élémentaires comprises entre deux altitudes données. Une valeur approchée de la pente moyenne est alors donnée par la relation suivante :

$$i_m = \frac{D \cdot L}{A}$$

Avec :

I m: Pente moyenne du bassin versant en [m /Km] ;

L: longueur totale des courbes de niveau en [km] ;

D: équidistance entre deux courbes consécutives en [m] ;

A: Surface élémentaire en [km²] ;

- La pente moyenne du bassin versant du K'sob est de l'ordre de ***Im=141.25 m/Km***

c. 3. Indice de pente de Roche

Le relief joue un rôle important, car il commande en grande partie l'aptitude au ruissellement des terrains. Son appréhension peut être faite à l'aide de l'indice de pente global I_g donné par la relation :

$$I_g = \frac{D}{L} = \frac{H_{5\%} - H_{95\%}}{L}$$

Où

I_g : indice globale de Roche.

D: dénivelée (m). **$I_g = 8.54 \%$**

L'indice de pente I_p également défini par Roche à partir du rectangle équivalent est égal ;

$$I_p = \frac{1}{\sqrt{L_{rec}}} \sum_{i=1}^n (X_i \sqrt{\frac{d}{x_i}})$$

I_p : Indice de pente [%]

L : Longueur de rectangle équivalent [m]

Xi : distance qui sépare deux courbes sur le rectangle (facteur de pondération), en [m]

d : distance entre deux courbes de niveau successives (peut être variable) en [m]

d/Xi : pente moyenne d'un élément [%]

- Pour le B.V du K'sob : **$I_p = 31.68 \%$**

c. 4. Dénivelée spécifique

L'indice I_g décroît pour un même bassin lorsque la surface augmente, il était donc difficile de comparer des bassins de tailles différentes. La dénivelée spécifique **DS** ne présente pas cet inconvénient :

$$Ds = I_g \sqrt{A} = \frac{D}{L} \sqrt{L \cdot I} = D \sqrt{\frac{I}{L}}$$

La dénivelée spécifique ne dépend donc que de l'hypsométrie ($D = Z5\% - Z95\%$) et de la forme du bassin (l/L).

Elle donne lieu à une deuxième classification de l'O.R.S.T.O.M, indépendante des surfaces des bassins, La dénivelée spécifique apparaît donc comme une correction de la dénivelée simple par application d'un coefficient qui dépend de la forme du bassin, ce qui donne la possibilité de comparaison entre ses valeurs pour différents bassins.

Tableau I.2. Deuxième classification d'après l'O.R.S.T.O.M.

$D_s < 10$ m	Relief très faible
$10 \text{ m} < D_s < 25$ m	Relief faible
$25 \text{ m} < D_s < 50$ m	Relief assez faible
$50 \text{ m} < D_s < 100$ m	Relief modéré
$100 \text{ m} < D_s < 250$ m	Relief assez fort
$250 \text{ m} < D_s < 500$ m	Relief fort
$D_s > 500$ m	Relief très fort

- Pour le B.V de K'sob on trouve $DS = 326,17\text{m}$. D'après la classification de l'O.R.S.T.M, notre bassin versant présente un relief fort, car : $250 \text{ m} < DS < 500 \text{ m}$.

I.2.3. Paramètres de réseau hydrographique

Le réseau hydrographique est l'ensemble des cours d'eau, affluents et sous affluents permanents ou temporaires, par lesquels s'écoulent toutes les eaux de ruissellement et convergent vers un seul point de vidange du bassin versant (exutoire).

Le réseau du bassin de K'sob est formé de deux affluents qui prennent leur source sur le versant nord des monts du Hodna :

- Oued Bieta dont les sources se situent entre 1200m et 1400m sur le flanc septentrional de l'anticlinal des oueds Tebben.
- Oued El Amriqui se forme à l'altitude de 1700m sur le versant nord du Djebel Sidi Sahab.

Ces deux affluents collectent toutes les eaux qui ruissellent sur la partie orientale du bassin. Après la confluence, L'oued K'sob coule dans la direction sud-ouest et contourne le djebel Maadid. Il reçoit plusieurs affluents dont oued Lechbour, issu des monts de Medjana, et oued Ziatine qui descend des contreforts du djebel Mansourah au sud-ouest du bassin.

Le réseau hydrographique peut se caractériser par trois éléments : sa hiérarchisation, son développement (nombres et longueurs des cours d'eau) et son profil en long.

a. Hiérarchisation du réseau :

Pour chiffrer la ramification du réseau, chaque cours d'eau reçoit un numéro fonction de son importance, Cette numérotation appelée ordre du cours d'eau, diffère selon les auteurs. Parmi toutes ces classifications, nous adopterons celle de Strahler :

- Tout cours d'eau n'ayant pas d'affluent est dit d'ordre 1,
- Au confluent de deux cours d'eau de même ordre n , le cours d'eau résultant est d'ordre $n+1$,
- Un cours d'eau recevant un affluent d'ordre inférieur garde son ordre, ce qui se résume par: $n + n = n + 1$ et $n + m = \max (n,m)$.
- Le bassin versant du K'sob est d'ordre 7.

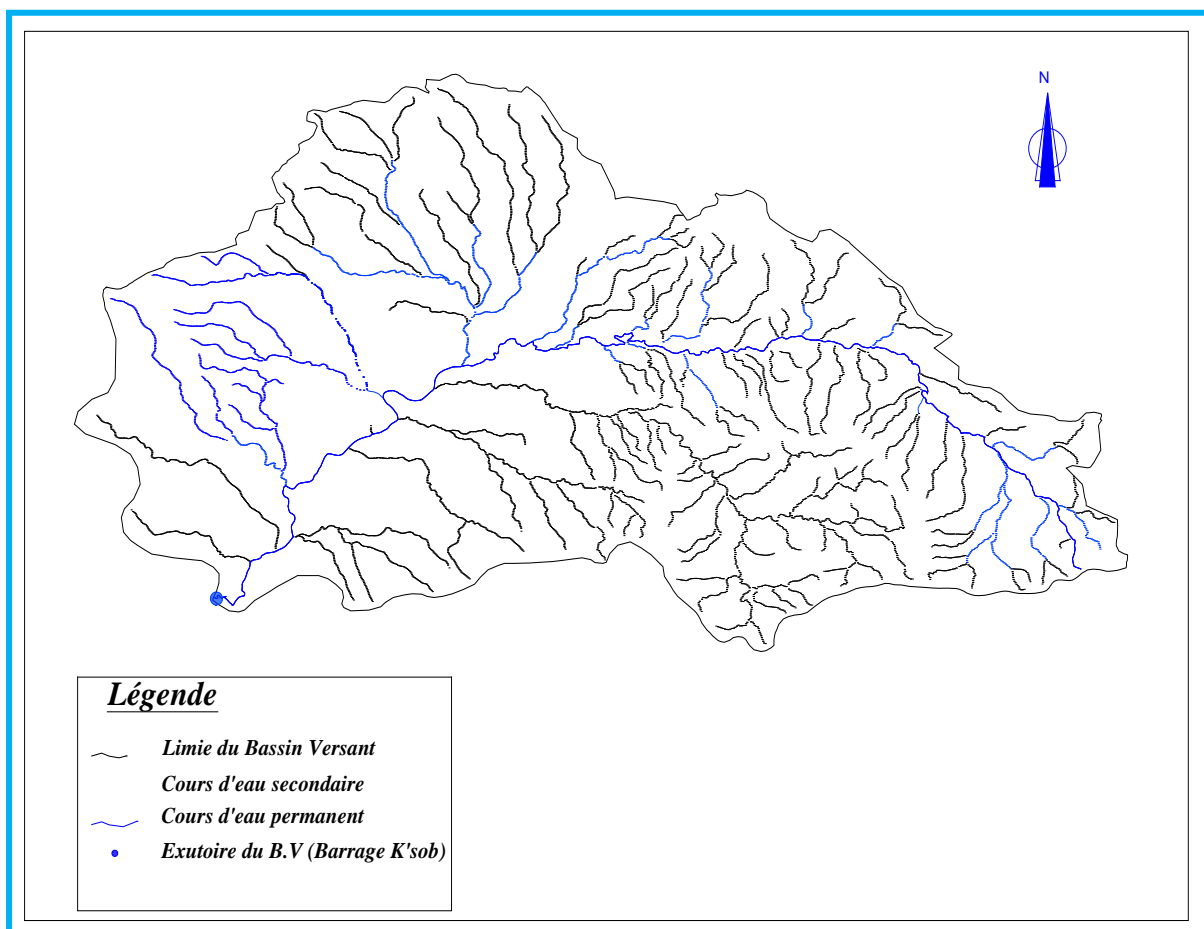


Figure I.6. Réseau hydrographique de bassin versant k'sob

b. Les rapports de confluence et de longueur :

Sur la base de la classification des cours d'eau, Horton(1932) et Schumm (1956) ont établi différentes lois. Ces lois empiriques relient le nombre, la longueur, la moyenne et l'ordre des cours d'eau :

✓ Loi des nombres : $R_c = \frac{N_i}{N_{i+1}}$

Avec :

R_C : rapport de confluence des cours d'eau

R_L : rapport des longueurs des cours d'eau

i : ordre d'un cours d'eau « i » varie entre 1 et n ; (n est l'ordre du cours d'eau principal, classification selon Strahler)

N_i : nombre du cours d'eau d'ordre i

N_{i+1} : nombre du cours d'eau suivant.

✓ Loi des longueurs : $R_L = \frac{L_i}{L_{i+1}}$

Avec :

L_i : longueur moyenne des cours d'eau d'ordre i .

L_{i+1} : longueur moyenne des cours d'eau suivant.

Le rapport de confluence est un nombre sans dimension exprimant le développement du réseau de drainage. Il varie suivant l'ordre considéré, c'est un élément important à considérer pour établir des corrélations d'une région à une autre.

Selon Strahler (1964), le R_C varie de 3 à 5 pour une région où la géologie n'a aucune influence. Pour un bassin homogène, R_C et R_L sont sensiblement constants. [1]

Tableau I.3. Valeurs du rapport de confluence

Ordre	Nombre N_i	Rapport de confluence	
		R_{ci}	R_C
1	9061		4,80
		4.12	
2	2200		
		4.40	
3	500		
		4.35	
4	115		
		4.60	
5	25		
		8.33	
6	3		
		3.00	
7	1		

Tableau I.4. Valeurs du rapport de longueur

Ordre	Longueur L_i en (Km)	Rapport des longueurs	
		R_{Li}	R_L
1	2541.54		2,09
		2.16	
2	1177.85		
		1.63	
3	722.36		
		1.85	
4	390.48		
		1.75	
5	223.61		
		2.93	
6	76.26		
		2.24	
7	34.07		

c. Profil longitudinal d'un cours d'eau principale

On a l'habitude de représenter graphiquement la variation altimétrique du fond du cours d'eau en fonction de la distance à l'émissaire. Cette représentation devient intéressante lorsque l'on reporte les cours d'eau secondaires d'un bassin versant qu'il est alors facile de comparer entre eux et au cours d'eau principal. Notons qu'il est d'usage d'utiliser un graphisme différent lorsque les affluents sont en rive gauche ou droite de la rivière dont ils sont tributaires. Le profil en long d'un cours d'eau permet de définir sa pente moyenne.

On calcul généralement la pente moyenne I d'un cours d'eau par la formule suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{I}} = \frac{1}{L_{cp}} \sum_{j=1}^n \frac{L_j}{\sqrt{I_j}}$$

- ✓ I : pente moyenne du cours d'eau principal ;
- ✓ L_{cp} : longueur totale du cours d'eau principal ; $L_{cp}=87.68 \text{ Km}$
- ✓ L_j : longueur d'un tronçon j du cours d'eau principal ;
- ✓ I_j : différence d'altitude du tronçon j ;

Tableau I.5. Evaluation de profil en long

N	Courbes de niveau	Dénivelée (ΔH)	Distances partielles	Pentes I_j	Distance cumulées	$\frac{L_i}{\sqrt{I_j}}$
	(m)	(m)	(km)	(m/km)	(km)	
1	600-700	100	14,75	6,78	14,75	5,67
2	700-800	100	14,58	6,86	29,33	5,59
3	800-900	100	21,26	4,70	50,59	9,84
4	900-1000	100	14,07	7,11	64,66	5,29
5	1000-1100	100	13,40	7,46	78,06	4,91
6	1100-1200	100	5,61	17,83	83,67	1,33
7	1200-1300	100	2,01	49,75	85,68	0,29
8	1300-1400	100	1,07	93,46	86,75	0,11
9	1400-1500	100	0,71	140,85	87,46	0,06
10	1500-1600	100	0,22	454,55	87,68	0,01

Donc : $\frac{1}{\sqrt{I}} = \frac{1}{87.68} (33.1) = 0.3775$

➤ La pente moyenne du cours d'eau principal est : $I = 0.7 \%$

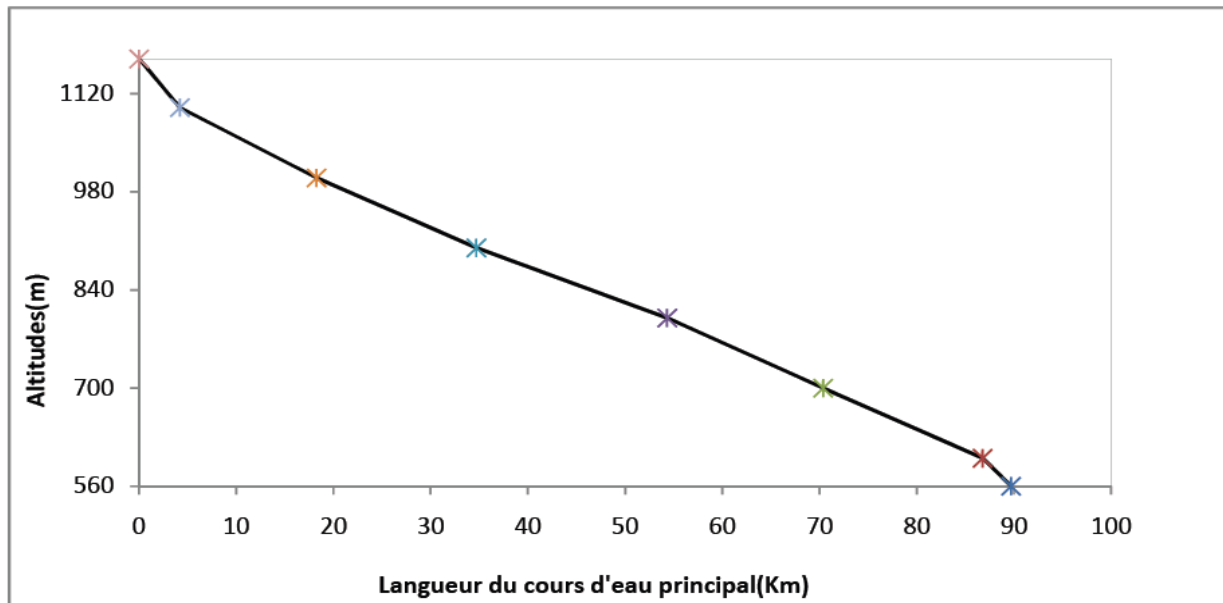


Figure I.7. Profil longitudinal de cours d'eau.

d. Densité de drainage :

La densité de drainage est la longueur totale du réseau hydrographique par unité de surface du bassin versant. Elle correspond pour un bassin versant donné, de superficie A, comme étant le rapport de la longueur totale des cours d'eau d'ordre quelconque sur la superficie totale A du bassin versant. La densité de drainage est exprimée en km/km^2 ou en km^{-1} . Elle est donc :

Avec :

$$D_d = \frac{\sum L_i}{A}$$

Li: Longueur totale des cours d'eau en km ;

A: Superficie du bassin versant en km^2 ;

La longueur totale des cours d'eau du B.V du K'sob est de : $\sum L_i = 5165,76$

Et leur surface $A = 1456 \text{ km}^2$

Donc : $Dd = 3.55 \text{ km}^{-1}$

La densité de drainage dépend de la géologie (structure et lithologie), des caractéristiques topographiques du bassin versant dans une certaine mesure et des conditions climatologiques et atmosphériques. En effet, les secteurs situés en zones de roches perméables ont en général des densités de drainage faibles, alors que les secteurs de roches imperméables ont des densités plus élevées.

Selon Schumm, la valeur inverse de la densité de drainage, $C = 1/Dd$ s'appelle « constante de stabilité du cours d'eau ». Physiquement, elle représente la surface du bassin nécessaire pour maintenir des conditions hydrologiques stables dans un vecteur hydrographique unitaire section du réseau).

Ce paramètre est reflet de la dynamique du (B. V), de la stabilité du réseau hydrographique et du type de ruissellement de surface. Pour notre cas est : $C = 0.28 \text{ Km}$

e. La densité hydrographique :

La densité hydrographique représente le nombre de thalwegs d'écoulement par unité de surface.

$$F = \frac{\sum Ni}{A}$$

Où :

F : densité hydrographique [Km^{-2}]

Ni : nombre de cours d'eau

A : superficie du bassin [Km^2]

La fréquence des thalwegs d'ordre 1 : F_1 , est le rapport du nombre total de thalwegs d'ordre 1 à la Surface du bassin versant.

f. Le coefficient d'élanement :

$$F_1 = \frac{N_1}{A}$$

$$C_E = \frac{2\sqrt{A/\pi}}{L_{\max}}$$

Où :

L_{max} : longueur maximale du bassin versant. Elle s'obtient en prolongeant le cours d'eau principal au point le plus éloigné possible du bassin versant et on mesure la longueur de l'exutoire jusqu'à ce point, $L_{\max} = 98,06 \text{ Km}$

A : surface du bassin versant ;

Le coefficient varie de 1 pour un bassin versant plat à 0.6 pour un bassin versant à relief accentué. $C_E = 0.44$

- Pour le bassin versant du K'sob : $\Rightarrow \text{B V a un relief accentué.}$

j. Coefficient de torrentialité :

Le coefficient de torrentialité « C_t » est calculé à l'aide de l'équation :

$$C_t = Fi * D_d$$

- Pour notre bassin, $C_t = 8.75 \times 3.55 \Rightarrow C_t = 31.06 \text{ Km}^{-1}$

Ce qui explique un écoulement moyen par apport à la surface du bassin.

Tableau I .6. Récapitulatif des principales caractéristiques morphométriques du B.V du K'sob.

Caractéristiques morpho métriques et hydrographiques		symboles	Résultats	Unité	Observation
surface		A	1456	Km ²	-----
périmètre		P	202	Km	-----
Longueur du talweg principal		L _{CP}	89.7	Km	-----
Longueur maximale		L _{max}	98.06	Km	-----
Indice de compacité de Gravelius		K _G	1.49	m	forme allongée
L'altitude	L'altitude maximale	H _{max}	1860	m	-----
	L'altitude minimale	H _{min}	560	m	-----
	Altitude à 95%	H _{95%}	865	m	-----
	Altitude à 50%	H _{50%}	1120	m	-----
	Altitude à 5%	H _{5%}	1585	m	-----
	L'altitude moyenne	H _{moy}	1063	Km	-----
La dénivelée simple		D	72	Km	-----
Longueur du rectangle équivalent		L	84.25	Km	-----
Largeur du rectangle équivalent		ℓ	17.28	Km	-----
Pente moyenne		I _m	141.25	m/Km	-----
Indice de pente de Roche		I _g	8.54	%	-----
Dénivelée spécifique		D _s	326.17	-----	Relief fort
Pente moyenne d'un cours d'eau principal		I	0.7017	%	-----
Densité de drainage		D _d	3.55	Km ⁻¹	Moins dense
La densité hydrographique		F	8.75	Km ⁻²	-----
Rapport de confluence des cours d'eau		R _C	4.8	-----	-----
Rapport des longueurs des cours d'eau		R _L	2.09	-----	-----
Le coefficient d'élancement		C _E	0.44	-----	Relief accentuée
Coefficient de torrentialité		C _t	31.06	Km ⁻¹	-----

I.3. Caractéristiques physiques du bassin versant k'sob

I.3.1. Géologie

La géologie des terrains influe non seulement sur l'écoulement de l'eau souterraine, mais également sur le ruissellement des surfaces. Dans ce dernier cas, l'étude géologique d'un bassin versant dans le cadre d'un projet hydrologique a surtout pour objet de déterminer la perméabilité des formations lithologiques. Celle-ci intervient sur la vitesse de montée des crues, sur leur volume. Les caractères géologiques principaux à considérer sont la lithologie et la structure tectonique.

Généralement, le Djebel Maadid peut être considéré comme un large anticlinal à cœur aptien et dont les flancs sont formés par des enchainements de plus en plus récentes du crétacé moyen et supérieur. Une sédimentation recouvre tous les étages du crétacé représentés au Maadid est continue ; la première discordance apparaît après le Sénonien dont les couches terminales ont été érodées par un Éocène transgressif la formation de poudingues dès Lutétien précède l'émersion généralisée du massif du Maadid ou le nummulitique supérieur est entièrement continental. La mer ne reviendra qu'au Burdigalien, qui est transgressif et légèrement discordant sur les terrains éocènes.

Les auréoles externes du massif se constituent par des couches géologiques proprement dit se superposent du Sud au Nord en de puissantes assises dont les plus anciennes arrivent aux arêtes culminantes.

Ces assises, coupés de vive force par la vallée de l'Oued K'sob, donnent une succession de seuils rocheux, séparant des terrains plus tendres, argiles ou marnes.

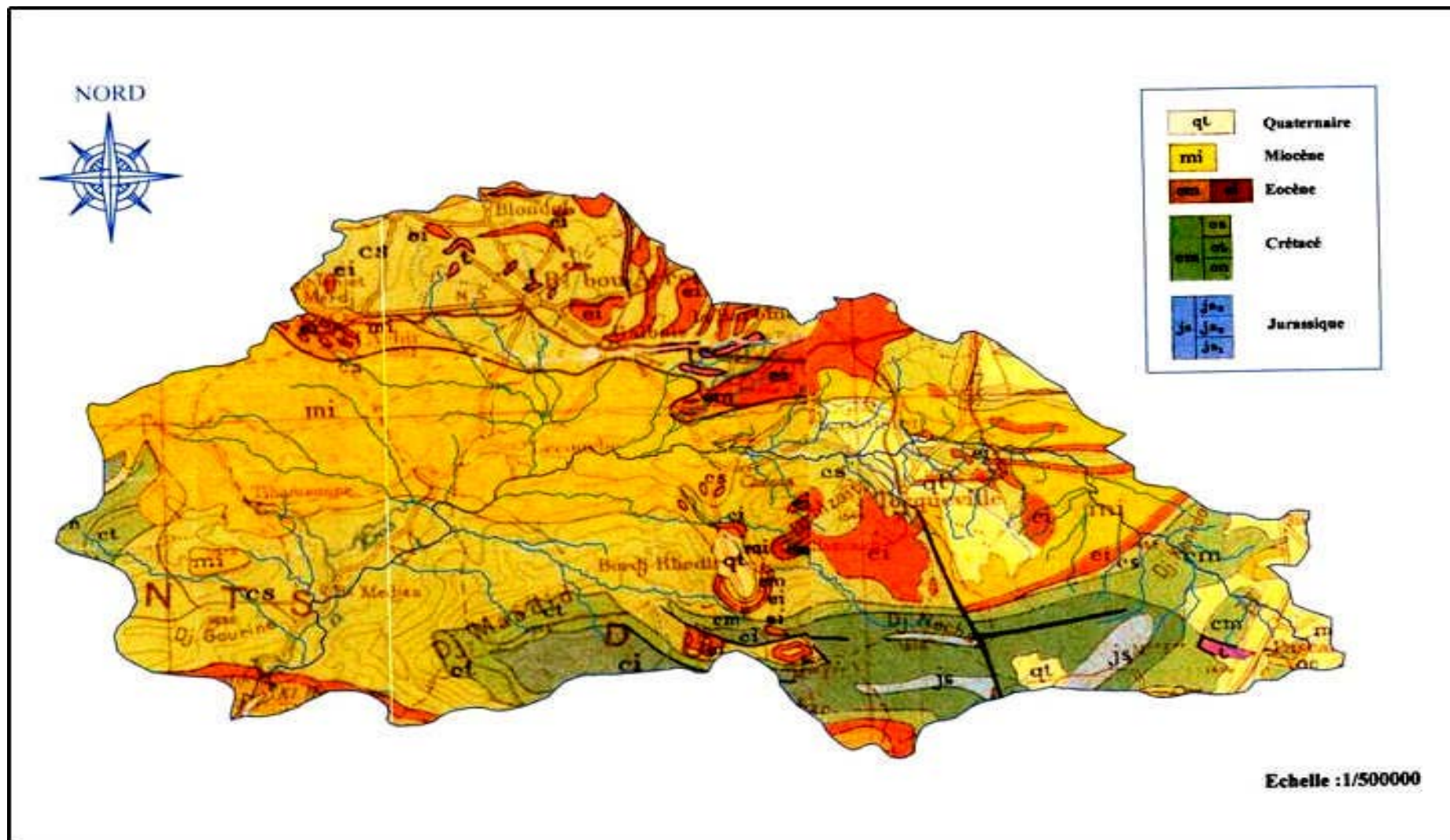


Figure I.8. Carte géologique du bassin de K'sob (A. Hattab et H. Delaladja ,2007).

I.3.1.1. Structure tectonique

a. Les failles

En Particulier, les failles sont orientées en Nord-Ouest et Sud-Est et les grands accidents Tectoniques sont orientées Est-Ouest.

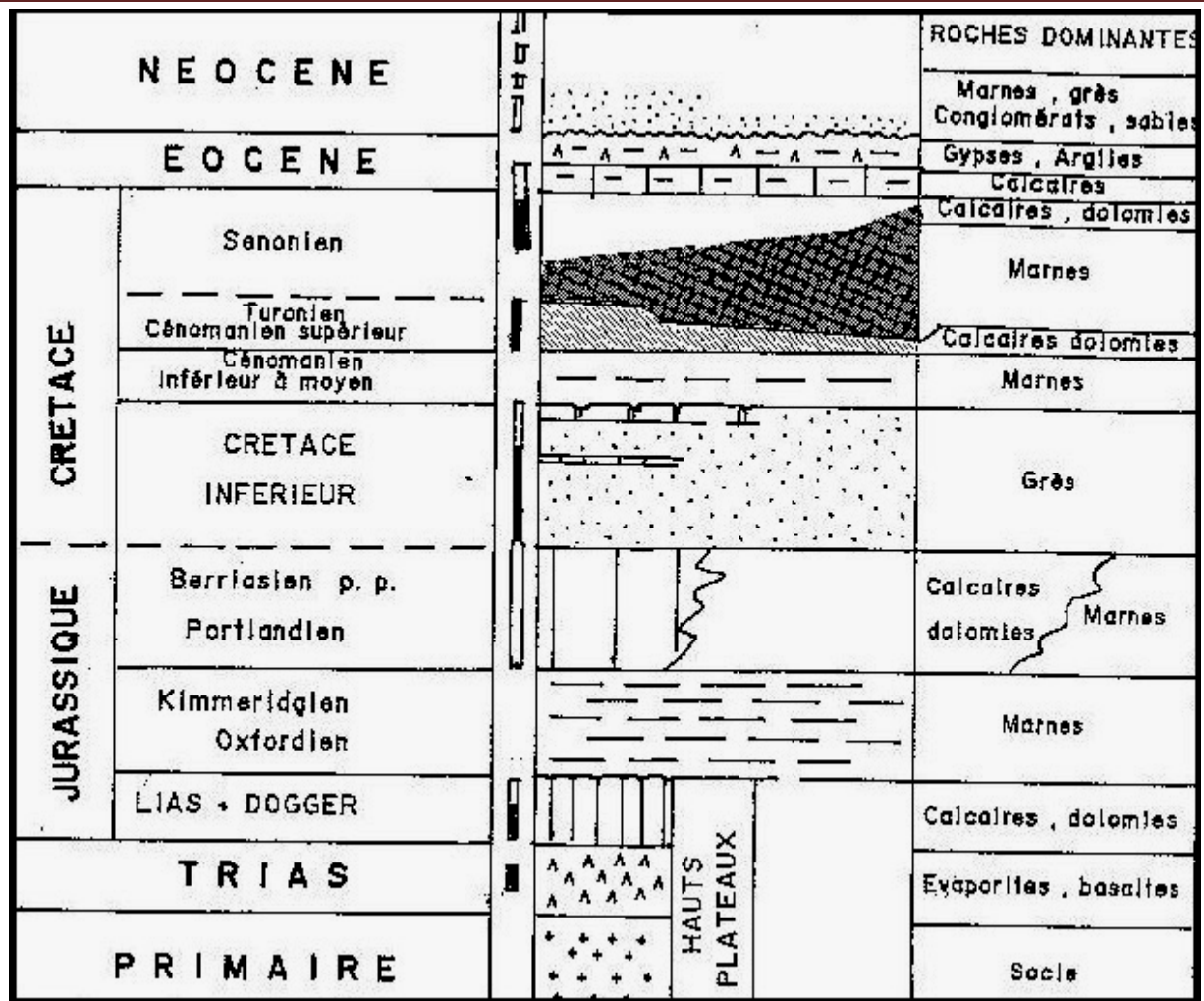
Les terrains crétacés surtout sont découpés par de nombreuses failles ayant toutes le caractère de faille normale, ces failles peuvent être formées en deux phases consécutives :

- ✓ La première qui est pré Miocène, appartiennent les failles Ouest-Est observées dans les monts De Maadid. Les nombreuses failles de direction Nord-Ouest, Sud-Est, datent d'un stade antérieur.
- ✓ A un certain point (environ de Medjez), ces dernières failles, curieusement très rapprochées, sont accompagnées par d'autres de direction plutôt Est-Ouest.

b. Les plis

Généralement, il existe deux types des unités structurales importants :

- ✓ La première comprend les anticlinaux du Maadid et de Medjez-Dréât. Elle fait partie de la rangée d'anticlinaux du Nord du Chott El Honda.
- ✓ La deuxième est formée dans le Nord, principalement le Nord-Ouest, des plateaux Miocènes, qui forment une faible courbure au-dessus de l'anticlinal de Dréât. Dans le Sud du Dj. Maadid les couches crétaciques et paléogènes se montrent dans un anticlinal dissymétrique large. Les pendages sur le flanc Sud varient de la verticalité au léger déversement tandis qu'ils sont plus faibles sur le Revers Nord. Cet anticlinal se termine à l'Est de l'Oued K'sob. Vers l'Ouest il est relayé par l'anticlinal de Dréât, plus faiblement bombé, commençant dans les environs de Medjez. Les couches les plus inférieures appartiennent au Cénomaniens, visible sous le Kef el Assel, dans le Nord-Ouest. À l'Ouest de Medjez seul le flanc Sud de cet anticlinal se montre au-dessous du Burdigalien transgressif,



Source : R. Guiraud, (1973)

Figure I.9. Stratigraphie du Hodna

I.3.2. La lithologie

Le bassin versant d'Oued K'sob et ses affluents, comprend la grande dépression de la Medjana au Nord de Bordj Bou Arreridj et la bordure Nord du massif du Maàdid (cuvettes de Bordj Ghdid et de Rass el Oued). Il est constitué par les formations géologiques suivantes :

a- Quaternaire (qt) : il est représenté, en général, par des alluvions plus anciennes. On le trouve surtout dans le bassin de Rass el Oued et de bordj Ghdid.

b- Miocène inférieur (mi) : il occupe une grande surface dans le bassin versant du K'sob ; de large bandes dans le Nord et quelques points isolés, près du Gourine. Dans le Nord, cet étage est nettement transgressif sur le crétacé (du Mæstrichtien au Cénomaniens).

La base du miocène (Burdigalien) est représentée dans la majorité du B.V par des microbrèches et des conglomérats calcaires. Son épaisseur est de 200 m environ et occupe le Sud (M' Krazen par exemple).

c- Eocène moyen et inférieur (em, ei) : C'est une série puissante d'environ 200 m. il se compose de calcaires gris et dolomitiques et des dolomies ; et de marnes grises, verdâtre ou brunâtres, parfois légèrement gypsifères.

d- Crétacé supérieur, moyen et inférieur (Cm, Ci, Cs) : formant plusieurs escarpement sur le bassin versant et le flanc occidental du Maadid, ils affleurent en quelques points isolés à l'exutoire (gorge du K'sob) et le Sud-Ouest (Kef El Assal, BirMizane).ils sont représentés par des calcaires gris, sublithographiques ou un peu spathiques et des dolomies cristallines, claires, en bancs bien réglés (épaisseur de 50 cm jusqu'à 2 m)

e- Jurassique supérieur (Js) : puissante série homogène d'épaisseur totale : 400 à 500 m comprenant des calcaire compacts, à grains très fins, en bancs peu épais, bien stratifiés, de couleur beige ou gris claire à gris foncé, avec de minces intercalations marneuses.

Les formations lithologiques, sont aussi très variées mais avec une prédominance des formations calcaires. Les séries exclusivement calcaires de l'Aptien inférieur constituent un ensemble homogène qui s'étend au Sud sur les monts du Honda et le Djebel Mzaita ; cependant quelques affleurements notés au Nord et au Nord- Est.les formations à alternance de calcaire et de marne apparaissent en plusieurs unités de taille variable, cependant elles trouvent leur plus grande extension au Nord, sur le plateau de Mzaita et les monts de Maadid. Le calcaire marneux affleure largement au Sud du bassin notamment sur le Djebel Maadid, sur le plateau de Lestah à l'Ouest et Mzaita à l'Est.

Les formations gréseuses occupent 1/3 du bassin versant, la série exclusivement gréseuse occupe une surface très réduite se limitant à un affleurement au sud du djebel Morissane. Les séries à alternance de grès et d'argile, de grès et de marne s'étendent sur des surfaces relativement importantes, la première occupe le Nord-est du bassin en un ensemble continu elle présente à sa base une assise argileuse surmontée de grès grossier alternant avec des argiles noires. La seconde affleure en plusieurs endroits discontinus notamment au Sud-ouest.

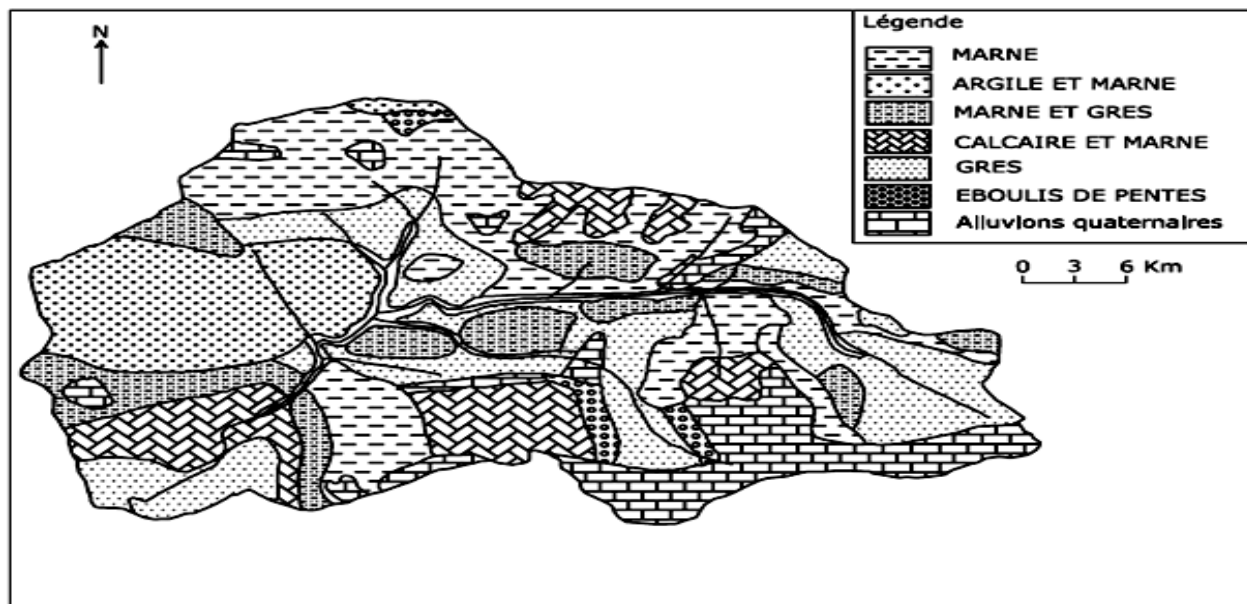


Figure I.10. Lithologie du bassin versant de l'Oued K'sob

I.3.3. Pédologie

Les différentes classes des sols Suivant la texture, la morphologie, le mode d'évolution pédo-génétique et le niveau de la salinisation la classification distinguent principaux types de sol : Sols peu évolués, vertisols, sols calcimagnésiques et les sols halomorphes.

I.3.4. Végétation

L'activité végétative et le type de sol sont intimement liés et leurs actions combinées influencent singulièrement l'écoulement en surface. Le couvert végétal retient, selon sa densité, sa nature et l'importance de la précipitation, une proportion variable de l'eau atmosphérique. Cette eau d'interception est en partie soustraite à l'écoulement. La forêt, par exemple, intercepte une partie de l'averse par sa frondaison. Elle exerce une action limitatrice importante sur le ruissellement superficiel. La forêt régularise le débit des cours d'eau et amortit les crues de faibles et moyennes amplitudes. Par contre, son action sur les débits extrêmes causés par des crues catastrophiques est réduite.

A l'inverse, le sol nu, de faible capacité de rétention favorise un ruissellement très rapide. L'érosion de la terre va généralement de pair avec l'absence de couverture végétale.

I.3.4.1. Classification de la végétation

Plusieurs classifications plus ou moins complexes ont été proposées, mais la classification des types de couverture par ordre de densité de J, Tricart est plus adaptée à montrer l'impact du couvert végétal sur les conditions d'écoulement à notre contexte. Nous reprendrons les grandes catégories de type de couverture végétale distinguées:

a- Les surfaces bien protégées

Ce sont les surfaces qui bénéficient de couverture végétale plus ou moins dense, permanente et plus spécialement les forêts, ces dernières protègent contre l'érosion et la concentration rapide des eaux.

b- Les surfaces incomplètement protégées

Ce sont les surfaces partiellement nues en permanence et les surfaces saisonnièrement protégées, dont les averses peuvent engendrer un ruissellement important qui peut déclencher des actions érosives et des crues provoquant des inondations.

Il s'agit généralement des terres de culture destinées soit pour la céréaliculture, qui occupe densément le sol pendant une période de l'année et de l'arboriculture qui laisse le sol nu en permanence entre les arbres. Ainsi la pratique de la jachère nue est dommageable puisque les terres sont laissées au repos une année sur deux sans aucune protection.

c- Les surfaces mal protégées ou nues

Elles englobent les terrains dénudés, les terrains de parcours taillis et broussailles à faible densité de recouvrement, où le ruissellement et l'érosion hydrique sont largement favorisées, surtout dans les terrains dénudés imperméables et sur les terrains de parcours fortement pâturés.

d- Les terrains de parcours bien traités

Sur les terrains de parcours bien traités, l'humus et la végétation protègent la surface du sol contre l'énergie des gouttes de pluie et facilitent l'infiltration. Mais si la steppe est fortement pâturée (surcharge pastorale) il en résulte une dégradation de la couverture herbacée, un tassement du sol, un faible taux d'infiltration et un accroissement du ruissellement superficiel qui engendrent par conséquent une érosion hydrique intense et un régime d'écoulement très irrégulier.

I.3.4.2. Répartition des types de couverture végétale au K'sob

La répartition du couvert végétal et la part de chaque type de couvert dans le bassin versant dépend des caractéristiques climatiques qui en découlent. Le bassin versant d'oued Ksob importante : respectivement 25% de la surface totale de bassin. Cette prédominance s'explique par la présence de reliefs montagneux importants (Djebel Maadid), qui s'accaparent une proportion importante de la surface de bassin versant, et par la réalisation de plusieurs programmes de reboisement sur ces reliefs qui entrent le cadre, soit de la défense et de la restauration des sols, soit de la protection du périmètre du barrage du K'sob.

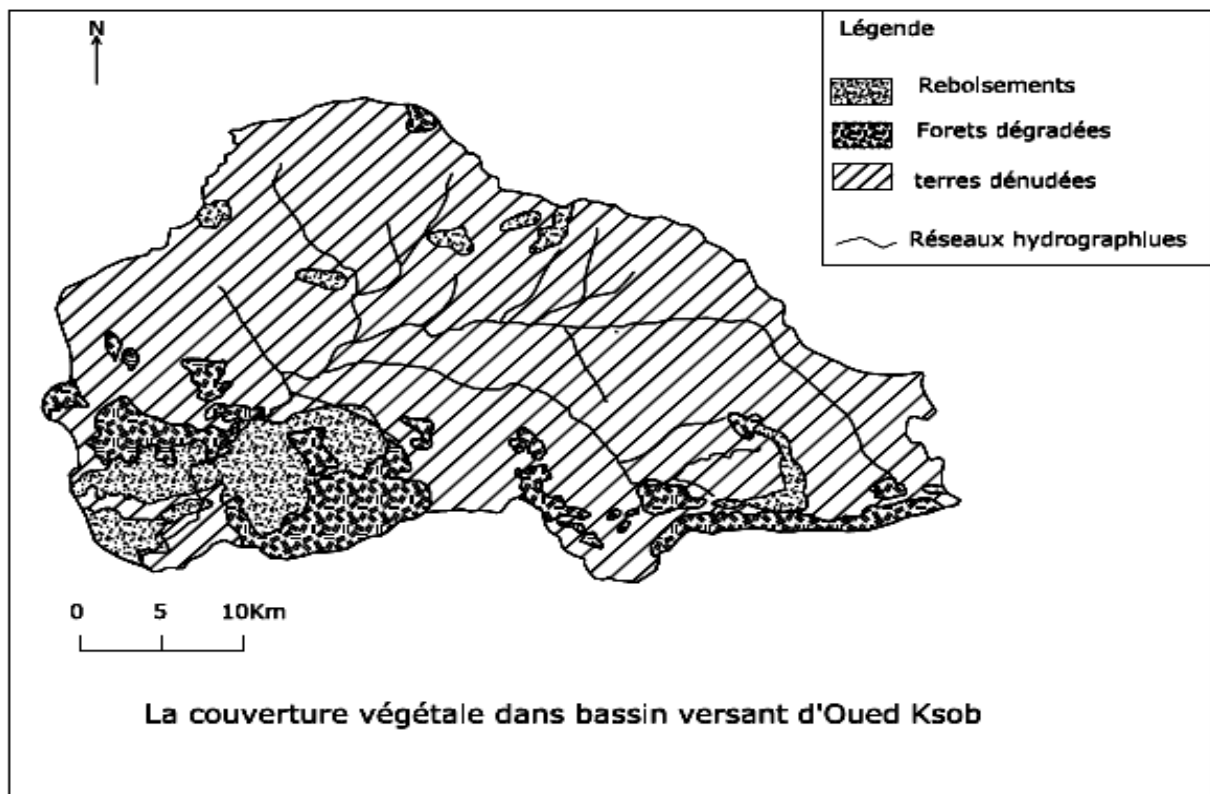


Figure I.11. La couverture végétale dans bassin versant (A. Hattab et H. Delaladja ,2007).

Les terres de culture représentent respectivement 55%, et s'étendent essentiellement sur les plaines de Rass el Oued, Bordj Ghdir, Bordj Bouarerdj, s'adonnant à la céréaliculture avec jachère. Les surfaces mal protégées ou nues ne représentent limités et les conditions pédoclimatiques (pente et épaisseur des sols, précipitations et températures) sont encore favorables aux pratiques de la céréaliculture traditionnelle.

Tableau I.7. Répartition des types de couverture végétale

Bassin versant Oued K'sob	Surfaces bien protégées		Surface incomplètement protégées		Surfaces mal protégées ou nues	
	Surface (km ²)	%	Surface (km ²)	%	Surface (km ²)	%
	Forêts, maquis		arboriculture, Alfa Céréaliculture		arboriculture, Alfa Céréaliculture	
	364.23	20	291	55	801	25

CHAPITRE II
PRÉCIPITATIONS ET LOIS
STATISTIQUES

CHAPITRE II

PRECIPITATIONS ET LOIS STATISTIQUES

II.1. Précipitations

Les précipitations constituent la principale « entrée » des principaux systèmes hydrologiques continentaux. Ce sont l'ensemble des eaux météoriques qui tombent sur la surface de la terre, tant sous forme liquide (Pluie, averse) que sous forme solide (neige, grésil, grêle) et les précipitations déposées ou occultes (rosée, gelée blanche, givre). Elles sont provoquées par un changement de température ou de pression.

La hauteur de précipitation est la hauteur de la lame d'eau précipitée qui s'accumulerait sur une surface horizontale si toutes les précipitations y étaient immobilisées sous forme liquide. Son unité de mesure est le (mm). Sur une surface de 1 ha. 1mm de pluie représente 10 m³ d'eau.

II.1.1. Classification des précipitations:

Les précipitations peuvent être classées en trois principaux types :

- Précipitations de convection ;
- Précipitations orographiques ;
- Précipitations cycloniques ou defront ;

Elles correspondent à différents mécanismes d'ascendance (formation des nuages) et présentent des caractéristiques d'intensité et de durée diverses.[1]

a) Précipitations de convection

Par temps chaud, les masses d'air situées au voisinage du sol, chauffées par l'action du soleil s'élèvent. Il se forme alors des cellules de convection dans lesquelles les masses d'air atteignent le niveau de condensation, il y a formation du nuage. La condensation en libérant des calories permet la poursuite de l'ascension. Les nuages atteignent une altitude où la température sera suffisamment basse et l'air suffisamment turbulent pour que les pluies se déclenchent. Ces pluies se produisent surtout dans les zones où l'air se chauffe durant la matinée et les pluies éclatent dans l'après-midi.[2]

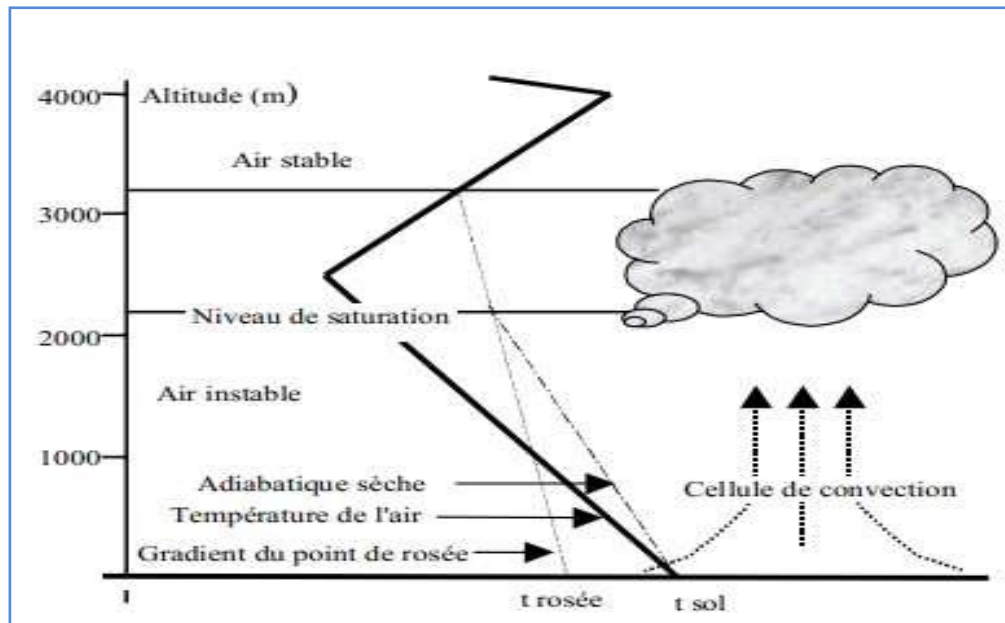


Figure II.12. Précipitations de convection [2]

b) Précipitations orographiques

Si une masse d'air se déplaçant horizontalement rencontre un obstacle topographique (chaîne de montagnes par exemple), il s'ensuit une élévation des masses d'air et par conséquent leur refroidissement. Comme précédemment, on obtient des précipitations sous forme de pluie mais aussi, si l'altitude est suffisante, de la neige. Après le passage de la chaîne, l'air va redescendre, se comprimer et se réchauffer. On a alors des vents chauds et secs (effet de Foehn). [2]

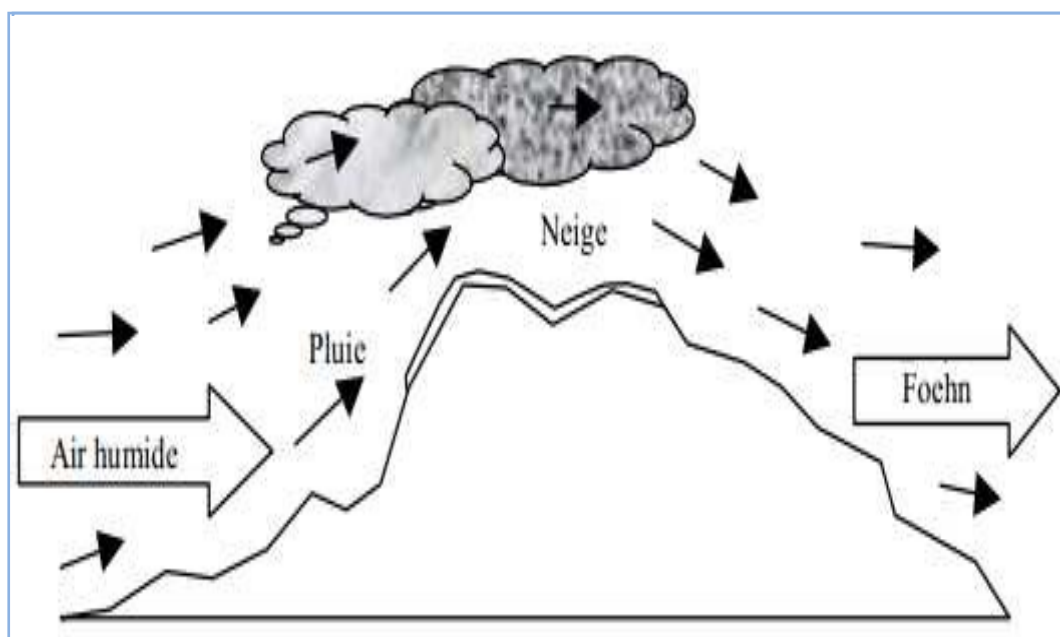


Figure II.2. Précipitations orographiques[2]

c) Précipitations de front

Lorsque plusieurs masses d'air de propriétés différentes se rencontrent, les plus chaudes et les plus humides sont poussés vers les hautes altitudes où elles se refroidissent et se condensent.

Ce sont ces précipitations qui sont les plus importantes, les plus longues et les plus fréquentes sous nos climats tempérés.

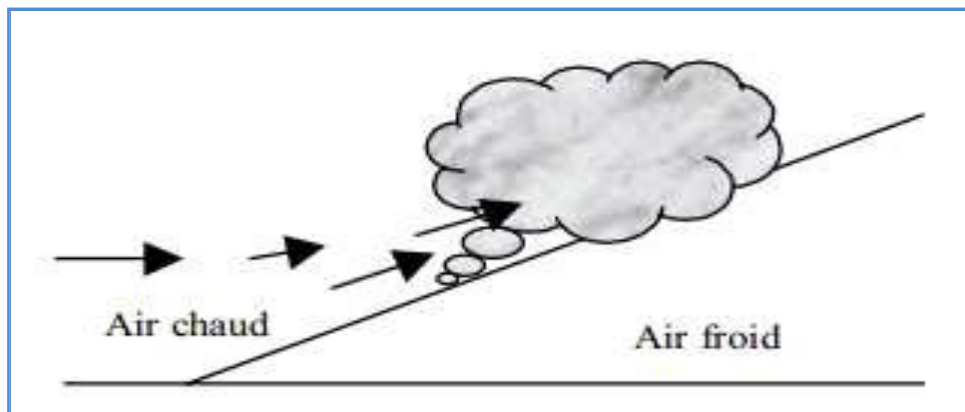


Figure II.3. Précipitations de front [2]

II.1.2. Mesure des précipitations

Quelle que soit la forme de la précipitation, liquide ou solide, on mesure la quantité d'eau tombée durant un certain laps de temps. On l'exprime généralement en hauteur d'eau tombée horizontale (mm) ou en intensité (mm/h ou mm/mn). Les principaux instruments de mesures des précipitations sont le pluviomètre, le pluviographe et Nivomètre.

- Le pluviomètre non enregistreur (le pluviomètre), qui donne la pluie globale à une station pendant un temps plus ou moins long ;
- Le pluviomètre enregistreur (le pluviographe), qui permet d'analyser de plus près la répartition de la pluie dans le temps. [3]

II.1.2.1. Pluviomètre

N'importe quel récipient ouvert pourrait servir de pluviomètre, mais pour que les observations soient fiables et précises et surtout comparables, il est indispensable d'utiliser des pluviomètres normalisés ayant des caractéristiques propres:

- L'ouverture du pluviomètre doit être horizontale;
- L'erreur doit être inférieure à 1% pour chaque degré d'inclinaison;
- A une même station, pour une même hauteur de précipitation, la quantité d'eau recueillie est variable suivant la hauteur de la surface réceptrice du pluviomètre par

rapport au sol. Généralement, les pluviomètres sont installés de telle sorte que l'arête de la bague soit à 1 m au-dessus de la surface du sol.

- Les pluviomètres doivent être éloignés de chaque obstacle d'une distance au moins égale à 4 fois la hauteur de l'obstacle.

Le pluviomètre est un appareil simple ayant une surface réceptrice limitée par une bague. L'eau qui traverse cette surface est dirigée par un entonnoir vers un seau récepteur. Si, durant un certain intervalle de temps Δt , on a récupéré un volume V à travers la surface réceptrice S , la hauteur de pluie H_v tombée est : $H_v = \frac{V}{S}$

Dans la pratique, on adjoint à chaque pluviomètre une éprouvette graduée (fonction de la surface réceptrice S) qui permet la lecture directe de H_v en $1/10^{\text{ème}}$ mm. [3]



Figure II.4. Pluviomètre.

II.1.2.2. Pluviographe

Dans les études hydrologiques, il est important de connaître non seulement la lame d'eau précipitée totale pour une période donnée, mais aussi sa variation dans le temps, c.à.d son intensité en mm/h ou en mm/mn, surtout lors d'une averse.

Ces appareils sont destinés à l'enregistrement de la hauteur de pluie cumulée en fonction du temps. Plusieurs types de pluviographe existant : les pluviographes à augets basculeurs, les pluviographes à balance et les pluviographes à siphon. L'appareil le plus utilisé actuellement est le pluviographe à augets basculeurs. [3]



Figure II. 5. Le pluviographe à augets basculeurs

II.1.3. Les erreurs dans les mesures

II.1.3.1. Les erreurs d'observation

- Erreurs fortuites de lecture de l'éprouvette;
- Erreurs dues à l'évaporation;
- Débordement du pluviomètre quand la pluie est très intense;
- Pluviomètre percé;
- Pertes d'eau pendant le transvasement de l'éprouvette dans le sceau;
- Pluviomètre sous un arbre, etc... [4]

II.1.3.2. Les erreurs de transcription et de calcul

Les erreurs systématiques

Parmi les erreurs systématiques, on peut citer :

- La graduation de l'éprouvette ne correspondant pas à l'ouverture du pluviomètre;
- Un changement dans l'exploitation du pluviomètre dû à:
 - ✓ Un déplacement du pluviomètre;
 - ✓ Une modification de l'environnement du pluviomètre;
 - ✓ Un changement d'observateur;
- Une éprouvette cassée remplacée par une autre qui ne convient pas.

Les erreurs dans les séries de mesures pluviométriques modifient le caractère aléatoire des phénomènes et les conditions de leur avènement. Si ces conditions changent cela veut dire que les données mesurées ne proviennent pas de la même population et que la série de mesures n'est pas homogène. Avant de pouvoir étudier statistiquement ces séries, il y a lieu donc, au préalable, de les rendre homogènes, ce qui est une condition sine qua non.[4]

II.1.4. Précipitation et probabilité en fonction de répartition

Rappelons qu'on peut considérer qu'une analyse statistique a pour but de :

- Contrôler à posteriori l'information,
- Résumer l'information sans trop de pertes,
- Formaliser.

On peut formaliser l'information pluviométrique en cherchant s'il est possible d'ajuster une fonction de répartition aux données ; l'expérience montre qu'il nous suffit de connaître quelques lois de probabilité et de vérifier leur ajustement en étant bien conscient que celui-ci n'est valable en général que dans certain domaine. [5]

II.2. Les lois statistiques

II.2.1. Loi normale (ou loi de Gauss)

C'est la distribution la plus connue et la plus étudiée des lois de probabilités usuelles. Elle a un rôle très important en statistique car c'est la limite d'un certain nombre d'autres distributions (Student, Khi-deux, etc...). Elle est représentée graphiquement par la fameuse « courbe en cloche ».

On démontre que c'est la distribution que suit un phénomène aléatoire résultant de la somme d'un grand nombre de facteurs (aléatoires ...) indépendants et de même importance et ceci quel que soit la distribution statistique en chacun de ces facteurs.[6]

En hydrologie fréquentielle des valeurs extrêmes, les distributions ne sont cependant pas symétriques, ce qui constitue un obstacle à son utilisation. Cette loi s'applique toutefois généralement bien à l'étude des modules annuels des variables hydrométéorologiques en climat tempéré par exemple la distribution des pluies annuelles.[7]

Fonction de répartition

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-u^2/2} du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x}$$

u est appelée variable réduite de Gauss. L'intervalle de définition est donc : $x \in]-\infty, +\infty [$

Cette loi est symétrique ($\beta_1 = 0$) et présente, par définition, l'aplatissement moyen ($\beta_2 = 0$).

Le paramètre de tendance centrale \bar{x} est à la fois la moyenne, le mode et la médiane. Le paramètre de dispersion σ_x est l'écart-type (racine carrée de la variance).

La densité de probabilité a pour expression :

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

La dérivée première s'annule pour $u = 0$ (valeur modale) et la dérivée seconde pour $u \pm 1$.

La fonction de densité est représentée par la courbe "en cloche" symétrique par rapport au mode $u = 0$ et avec des points d'inflexion pour $u \pm 1$. [8]

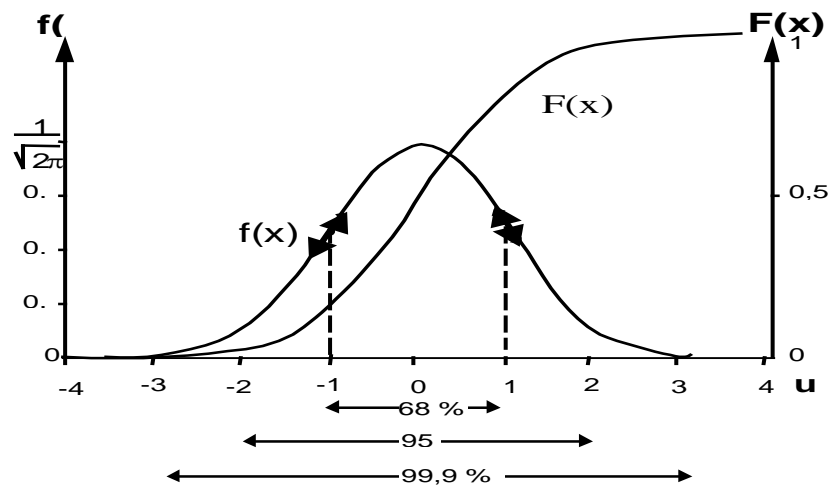


Figure II.6. Représente la courbe de répartition et de densité de la loi normale.

- Donc toutes les lois de Gauss peuvent se ramener à la même loi normale centrée réduite $N(0,1)$ dite *loi standard*.

Ajustement graphique :

A chaque élément de l'échantillon, après un rangement par ordre décroissant, on associe une fréquence expérimentale au non-dépassement :

$$F(x_i) = \frac{i - 0,5}{n}$$

A chaque valeur de $F(x_i)$ correspond une valeur de u . Pour chaque élément de l'échantillon, on peut porter dans un graphique gradué en abscisse selon les valeurs de u et en ordonnée selon la variable x , un point de coordonnées $(\frac{i-0,5}{n}, x_i)$.

Si les valeurs de x_i sont distribuées normalement, les points s'alignent sur une droite d'équation : $x_i = \bar{x} + u_i \sigma_x$, appelée droite de Henry.

D'après cette droite, on détermine la moyenne \bar{x} puisque pour $u = 0$, on a $x = \bar{x}$, et l'écart-type en faisant par exemple $u = 2$, donc $x = \bar{x} + 2\sigma_x$.

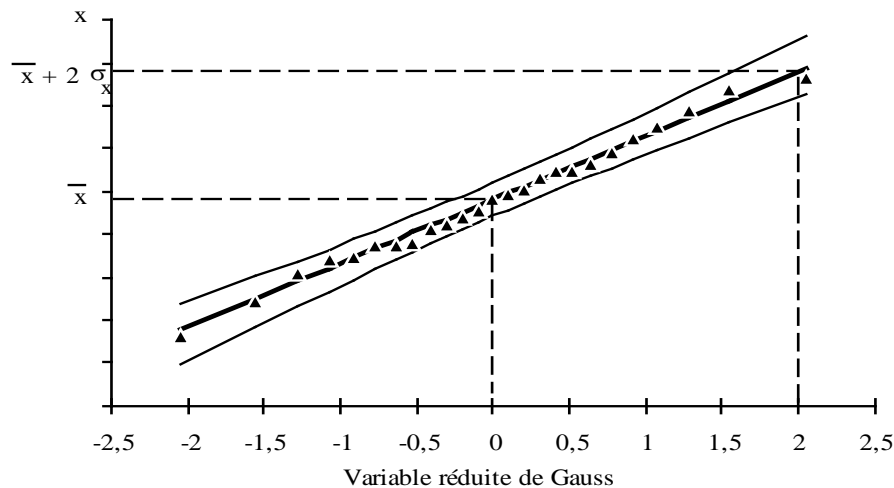


Figure II.7. Représentation de la droite de Henry

Caractéristiques essentielles de cette loi :

- ✓ Elle est entièrement définie par 2 paramètres : la moyenne et l'écart-type.
- ✓ Symétrique (d'où Moyenne α , Médiane), et la moyenne correspond aussi à la probabilité de 50% au non dépassement).
- ✓ Unimodale (la fonction densité n'a qu'un maximum : Mode = Moyenne).
- ✓ Non bornée à droite comme à gauche. [9]

Intérêt de cette loi :

On démontre que, sous certaines restrictions :

- ✓ Si X est la somme de k variables aléatoires indépendantes, tirées dans des lois quelconques.
- ✓ Mais d'ordres de grandeur voisins en moyenne et écart-type,
- ✓ Alors, si le nombre k tend vers l'infini, X suit une loi de Gauss.
- ✓ (En fait il suffit que k dépasse une dizaine pour que cela constitue déjà une bonne approximation). [9]

Extension de loi normale :

Un exemple d'extension de la loi normale que nous nous contenterons d'évoquer est celui où la *Racine Carrée* de X suit une loi normale.

Cet exemple est intéressant car la contrainte $X > 0$ entraîne aussi $Y > 0$ et donc on ne doit considérer que la partie de la loi où les valeurs de Y sont > 0 .

Il s'agit alors d'une loi normale tronquée, comme on en verra une plus loin pour la loi exponentielle. Cette loi est parfois préconisée pour les valeurs de pluies mensuelles non nulles. On en trouvera les propriétés dans Lubès et al. (1994).[9]

II.2.2. Loi de Galton (ou log-normale ou de Gibrat-Gauss)

On peut généraliser la loi de Gauss et la rendre dissymétrique, par des changements de variable appropriés. Le plus connu de ces changements de variable consiste à prendre comme variable gaussienne le logarithme ou une fonction linéaire du logarithme de la variable étudiée, on obtient ainsi la loi de Galton, dite aussi loi de Gibrat-Gauss. [6]

Fonction de répartition

Parmi les nombreuses formulations possibles, nous retiendrons la suivante, qui fait le mieux le parallèle avec la loi de Gauss :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

$$u = a \log(x - x_0) + b$$

Intervalle de définition : $x \in] x_0, + \infty[$

On remarque que l'on passe de la loi de Gauss à la loi de Galton en faisant le changement de variable de x en $\log(x - x_0)$. Cette loi fait intervenir trois paramètres dont x_0 est le paramètre de position.

Une autre formulation qui fait mieux ressentir le rôle des paramètres est:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} \int_0^u \frac{1}{u} e^{-\frac{\text{Ln}^2(u)}{2\sigma^2}} du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - x_0}{s}$$

x_0 : paramètre de position (identique au précédent).

S : paramètre d'échelle positif différent de zéro.

σ : paramètre de forme positif différent de zéro.

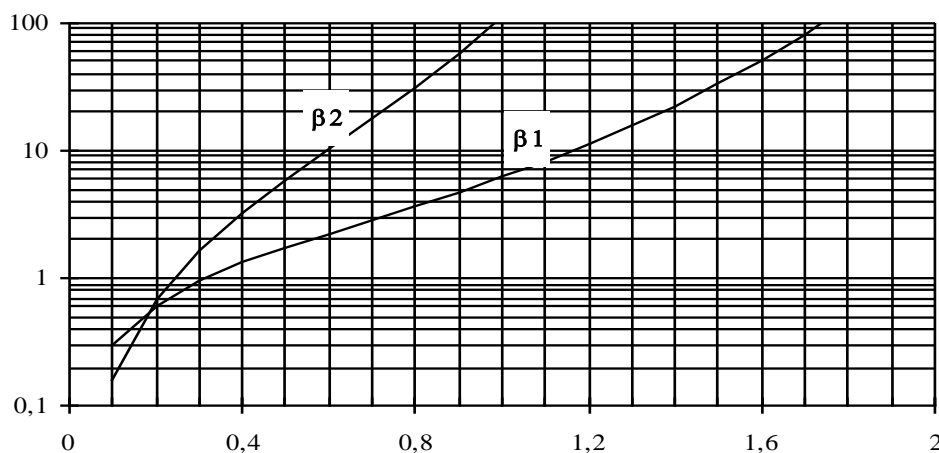


Figure II.8. Représentation de la variation de β_1 et β_2 avec σ

Le coefficient d'aplatissement β_2 est toujours positif ; la loi de Galton est plus "pointue" que la loi de Gauss.

Le coefficient d'asymétrie β_1 est toujours positif ; la loi de Galton est dissymétrique, étendue vers la droite.

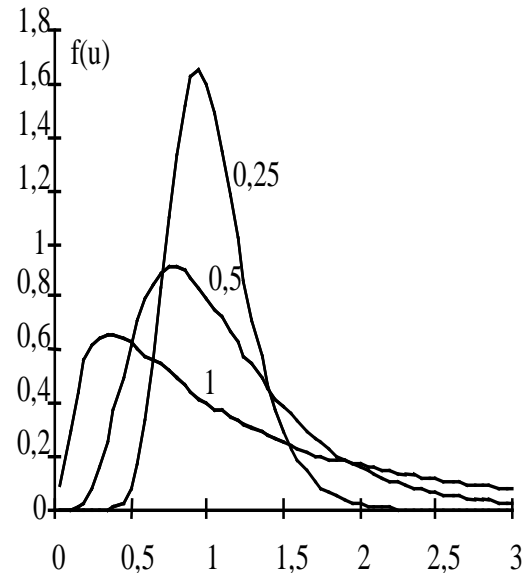
Ces deux coefficients ne dépendent que de σ comme le montre la figure ci-contre.

La fonction de densité est alors :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \frac{1}{u} \exp\left(-\frac{(\ln u)^2}{2s^2}\right)$$

Elle s'annule pour : $u = \frac{x-x_0}{s} e^{-\sigma^2}$, ce qui correspond au mode. Par ailleurs, la fonction de densité a deux points d'inflexion pour :

$$u = e^{-\frac{\sigma^2}{2}(3 \pm \sqrt{1 + \frac{4}{\sigma^2}})}$$



L'inversion de la loi de Galton se fait suivant la même démarche que l'inversion de transformation de la variable logarithmique. La loi normale, avec la normale en variable Gausso-Logarithmique. [8]

Remarque : les données des pluies qui s'ajustent le mieux selon la loi log normale peuvent être les pluies journalières ou annuelles. [6]

Ajustement graphique

On passe de la loi de Gauss à la loi de Galton par le changement de variable x en $\log(x - x_0)$. Par conséquent, si on connaît x_0 , on pourra tracer l'équivalent de la droite de Henry en portant $\log(x_i - x_0)$ en fonction de $F = \frac{i - 0,5}{n}$ sur un papier à probabilité graduée suivant les valeurs de la variable réduite de Gauss. Pour déterminer x_0 , on procédera par tâtonnements en se fixant différentes valeurs de x_0 jusqu'à obtenir l'alignement des points expérimentaux comme le montre la figure ci-dessous. [3]

Pour déterminer a et b , on prendra deux points, par exemple :

$$u = 0 \Rightarrow a \log(x - x_0) + b = 0$$

$$u = -2 \Rightarrow a \log(x - x_0) + b = -2$$

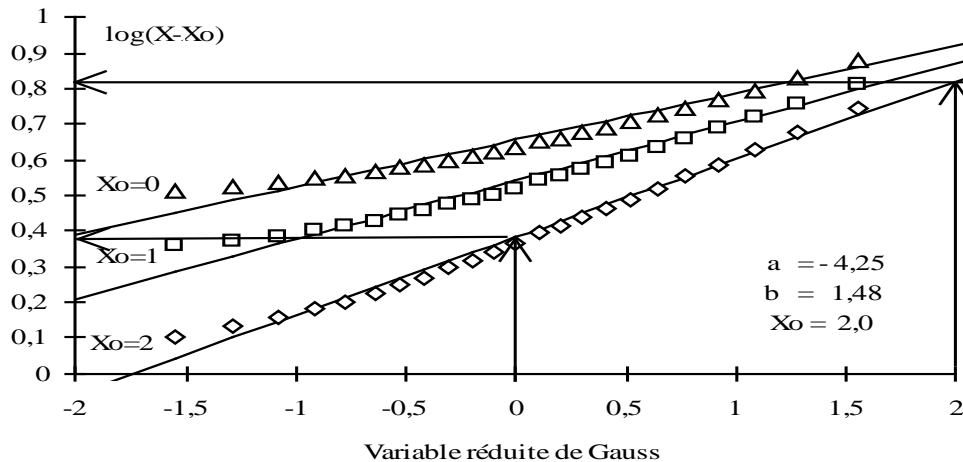


Figure II.9. Représente un exemple d'ajustement graphique à une loi de Galton

Intérêt de cette loi :

Comme pour la loi de Gauss, on démontre que, sous certaines restrictions :

Si le phénomène X est le **produit** de k variables aléatoires **indépendantes**, alors, si k tend vers l'infini, X suit une loi Log normale.

Dans la nature, on peut citer le cas:

De la granulométrie des sédiments, qui résultent de chocs indépendants qui enlèvent chacun un pourcentage (multiplicatif) aléatoire du grain,

De certains débits (par exemple mensuels) qui sont en première approche le produit de la pluie par des coefficients d'écoulement aléatoires..., etc... [9]

II.2.3. Loi de Pearson III ou loi Gamma incomplète

Parmi les différentes lois de Pearson, la loi de type III est la plus utilisée en hydrologie.

Fonction de répartition

Sous sa forme générale, elle s'écrit :

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_0^u u^{\gamma-1} e^{-u} du \quad \text{avec } u = \frac{x - x_0}{s}$$

$\Gamma(\gamma)$: fonction gamma complète :

$$\Gamma(\gamma) = \int_0^{\infty} u^{\gamma-1} e^{-u} du$$

L'intervalle de variation de x est $[x_0, \infty[$ et les trois paramètres d'ajustement sont :

x_0 : paramètre de position (borne inférieure n'est pas nulle) ;

s : paramètre d'échelle (de même dimension que x) ;

γ : paramètre de forme (positif différent de zéro) ;

Le coefficient d'asymétrie est toujours positif et il diminue lorsque γ augmente. Il est égal à :

$$\beta_1 = \frac{2}{\sqrt{g}}$$

Le coefficient d'aplatissement est positif et égal à $\beta_2 = \frac{6}{\sqrt{g}}$

Si γ croît indéfiniment, la loi gamma incomplète tend vers une loi de Gauss ($\beta_1 \rightarrow 0$, $\beta_2 \rightarrow 0$).

La densité de probabilité a pour expression :

$$f(u) = \frac{1}{G(g)} u^{\gamma-1} e^{-u}$$

Selon les valeurs de γ , les formes de distribution changent d'allure ; on peut distinguer différents cas :

- $0 < \gamma < 1$ La densité de probabilité décroît continuellement lorsque u augmente ; loi dite en J. Cette loi n'a pas de mode réel.
- $\gamma = 1$ Loi exponentielle sans mode réel.
- $1 < \gamma < 2$ Loi modale à $u = \gamma - 1$, densité nulle à $u = 0$ avec tangente verticale.
- $\gamma = 2$ Idem mais : tangente égale à 1 en $u = 0$.
- $\gamma > 2$ Courbe en cloche (2 points d'inflexion à $u = \gamma - 1 \pm \sqrt{\gamma - 1}$), mode à $u = \gamma - 1$ et densité de probabilité nulle à $u = 0$ avec tangente horizontale. [2]

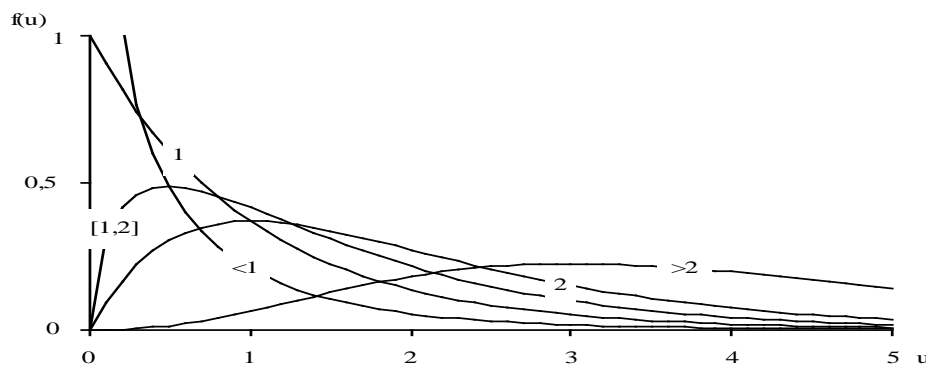


Figure II.10. Exemple de loi de densité de Gamma

La moyenne et l'écart-type s'expriment simplement à partir de x_0 , γ et S :

$$\bar{x} = x_0 + \gamma s \quad \text{et} \quad \sigma = s \sqrt{\gamma}$$

Le seuil de troncature peut être déterminé par la sensibilité de l'appareil de mesure, ou ses conditions d'emploi. Prenons par exemple un échantillon de hauteurs pluviométriques journalières : on peut choisir le seuil de troncature à 0,1 mm puisque les quantités inférieures à cette hauteur ne sont pas mesurées ; mais il vaut mieux choisir un seuil plus élevé (5 ou 10 mm) car l'évaporation dans le pluviomètre n'est pas négligeable pendant les journées à faibles

hauteurs pluviométriques qui seront connues par défaut quels que soient la conscience et le soin de l'observateur.[10]

Remarque : les données des pluies d'occasion généralement dans une loi Gamma est les données de distribution des pluies journalière ou annuel.

La fonction de répartition gamma incomplète appliquée au logarithme de la variable, est recommandée aux Etats-Unis pour représenter la distribution des valeurs extrêmes de débits de crue.

En fait cela revient à un moyen terme entre centre la fonction de Gumbel et les fonctions de Fréchet et log normal. Ce genre de compromis ne repose sur aucune justification. [11]

II.2.4. Loi Gamma (3 paramètres)

Plage des X : $X \geq \Theta$

Usage courant : modèle pour des données ayant une asymétrie positive avec une borne inférieure fixe.

$$\text{Densité : } f(x) = \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda(x-\Theta)}}{\Gamma(x)}$$

Paramètres : forme $\alpha > 0$, échelle $\lambda > 0$, borne Θ

$$\text{Moyenne : } \Theta + \frac{\alpha}{\lambda}$$

$$\text{Variance : } \frac{\alpha}{\lambda^2} \quad [12]$$

II.2.5. Loi exponentielle

On a vu que cette loi fait partie de la famille des lois Gamma. C'est le cas particulier où $\lambda = 1$.

On comprend donc que la forme est fixée (c'est une exponentielle), et qu'elle a un seul Paramètre d'échelle ρ .

Elle s'écrit, respectivement en fonction de répartition ou en densité de probabilité:

$$F(x, \rho) = 1 - e^{-\frac{x}{\rho}} \quad f(x) = \frac{1}{\rho} \cdot e^{-\frac{x}{\rho}}$$

Mais on la trouve aussi écrite avec $\alpha = \frac{1}{\rho}$, soit alors: $F(x, \alpha) = 1 - e^{-\alpha x}$ $f(x, \alpha) = \alpha \cdot e^{-\alpha x}$

Propriété de la loi

- La moyenne est égale au paramètre d'échelle ρ : $\mu = \rho$
- L'écart-type d'une loi exponentielle σ est aussi égal à la moyenne et au paramètre d'échelle ρ .
- La **médiane** de la distribution d'une loi exponentielle est : $X_{med} = \rho \cdot \text{Log}2$ et donc $X_{med} < \mu = \rho$. [9]

Remarque : les données des pluies à utiliser dans une loi exponentielle sont les données de pluies journalières.

Extension de la loi exponentielle (somme d'exponentielles)

a) Cas d'une discontinuité à l'origine:

La loi exponentielle est très utilisée pour la distribution des pluies à courts pas de temps (ex. : l'épisode, la journée ou quelques heures). Dans ce cas, une fraction importante des valeurs est *nulle* :

$$\Pr (X = 0) = F(0) = 30 \text{ à } 70 \%$$

(Selon la région et le pas de temps considéré)

Dans un premier temps donc, on doit le faire apparaître dans l'expression de la fonction de répartition :

- ✓ Si l'on appelle $F_+(x)$ la distribution des valeurs positives non nulles de x .
- ✓ et $F(0)$ la proportion de valeurs strictement nulles.

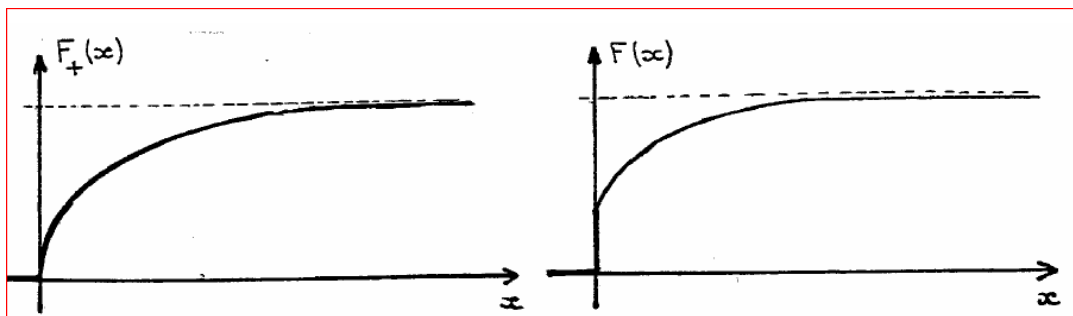


Figure II.11. Représentation de $F_+(x)$ et $F(x)$

Alors on montre que la distribution de toutes les valeurs ≥ 0 devient:

$$F_+(x) = \frac{F(x)-F(0)}{F(\infty)-F(0)} \quad \text{Ou encore} \quad F(x) = F(0) + [1 - F(0)].F_+(x)$$

On va donc introduire un **nouveau paramètre** θ = fréquence des valeurs strictement nulles, et proposer comme distribution de toutes les valeurs :

$$F(x) = \theta + [1 - \theta] \left[1 - e^{-\frac{x}{\beta}} \right] = 1 - (1 - \theta). e^{-\frac{x}{\beta}}$$

b) Somme de deux exponentielles :

Sur papier log-arithmétique, il est fréquent que les séries de pluies s'ajustent non pas à une droite mais à deux ou plusieurs tronçons de droite

exponentielles qui se superposent, et que la fonction de répartition s'écrit plutôt:

$$F(x) = 1 - A. e^{-\frac{x}{\beta}} - B. e^{-\frac{x}{\beta}}$$

Cette fonction se révèle meilleure que la fonction Gamma en particulier au voisinage de 0 et dans les valeurs extrêmes (-où l'exponentielle la moins décroissante devient dominante et où la distribution se ramène à cette seule distribution exponentielle-). [9]

II.2.6. Loi puissance exponentielle

Plage des X : tout X réel

Usage courant : loi symétrique avec un paramètre pour contrôler l'aplatissement. Des cas particuliers sont les lois normales et de Laplace.

$$\text{Densité : } f(x) = \frac{1}{\Gamma(1+\frac{1+\beta}{2})2^{1+(1+\beta)/2}\phi} \exp\left(-\frac{1}{2}\left|\frac{x-\mu}{\phi}\right|^{2(1+\beta)}\right)$$

Paramètres : moyenne μ , forme $\beta \geq -1$, échelle $\phi > 0$

Moyenne : μ

$$\text{Variance : } 2^{(1+\beta)} \frac{\Gamma[\frac{3}{2}+\beta]}{\Gamma[\frac{1}{2}+\beta]} \phi^2 \quad [12]$$

II.2.7. Loi uniforme

La fonction de répartition uniforme est :

$$f(x) = 0 \quad \text{Pour } x < b \text{ et } x > a.$$

$$f(x) = \frac{1}{a-b} \quad \text{pour } b \leq x \leq a.$$

La fonction de densité correspondante se calcule par intégration de fonction de répartition dans le domaine de la variable.

$$F(x) = p(X \leq x) = \int_b^x \frac{1}{(a-b)} dt = \frac{x-b}{a-b}$$

Avec :

$$\text{La moyenne : } \mu = \frac{a-b}{2}$$

$$\text{La variance : } \sigma^2 = \frac{(a-b)^2}{12}$$

Remarque

L'une des applications les plus importantes de la distribution uniforme en hydrologie est pour la génération statistique des données appartenant à n'importe quel type de distribution.

II.2.8. Lois Béta

Cette famille de lois est reliée à celle des lois Gamma d'abord par les ingrédients analytiques qu'elle utilise. Elle s'exprime par :

a) Cas de deux paramètres: la loi **B1**:

Cette loi B1 a pour expression, pour $x \in [0,1]$:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha+1, \beta+1)} x^\alpha (1-x)^\beta \quad \text{Avec} \quad B(\alpha+1, \beta+1) = \frac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+2)}$$

Qui varie entre les bornes 0 et 1.

(C'est par exemple le cas de la durée d'insolation, qui varie entre 0 et 100% du potentiel astronomique).

C'est une des utilisations les plus originales, car les autres lois vues précédemment ne sont en général bornées que d'un côté. On en donne une illustration ci-contre.

b) Cas de deux paramètres: la loi **B2**:

L'expression de la loi B2 est, pour $x > 0$:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha+1, \beta+1)} x^\alpha (1+x)^\beta \quad \text{Qui varie entre 0 et } l^\infty.$$

On en donne quelques illustrations (page ci-contre et page suivante) qui montre qu'elle peut ressembler à la loi Gamma, mais qu'elle permet aussi de représenter des dissymétries inversées. [9]

II.2.9. Loi de Weibull

La distribution de Weibull est une autre fonction très utilisée en hydrologie en raison de sa flexibilité et la simplicité analytique de sa fonction de distribution. Elle est bornée, comme celle de Goodrich, uniquement par sa valeur inférieure.

La fonction de répartition est :

$$f(x) = \frac{m}{n-b} \left(\frac{x-b}{n-b} \right)^{m-1} \exp \left[- \left(\frac{x-b}{n-b} \right)^m \right] \quad b \leq x \leq \infty$$

Ou m et n sont des paramètres et b est la limite inférieure.

La fonction de densité est :

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x-b}{n-b} \right)^m \right]$$

Les deux premiers paramètres statistiques sont :

- la moyenne: $\mu = (n-b) \Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right)$
- la variance: $\sigma^2 = (n-b) \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) - \Gamma^2 \left(1 + \frac{2}{m} \right) \right]$

Distribution asymptotique de Weibull :

Cette distribution est utilisée uniquement pour représenter la fréquence des valeurs minimales (sècheresses, étiage, etc.) et elle est un cas particulier de la distribution Weibull.

La fonction de répartition est :

$$f(x) = n(x - b)^{n-1}(m - b)^{-n} \exp \{ -[(x - b)/(m - b)]^n \} ; b \leq x \leq \infty$$

La fonction de densité est : $1 - \exp\{ -[(x - b)/(m - b)]^n \}$; $b \leq x \leq \infty$

Où m et n sont des paramètres et b est la limite inférieure de la variable.

Les premières statistiques de la distribution sont :

- la moyenne : $\mu = n + (m - b)\Gamma(1 + \frac{1}{n})$
- la variance : $\sigma^2 = (m - b)^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{n}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{n}\right) \right]$
- le coefficient d'asymétrie : $C_s = \frac{\Gamma(1 + \frac{3}{n}) - 3\Gamma(1 + \frac{2}{n})\Gamma(1 + \frac{1}{n}) + 2\Gamma^3(1 + \frac{1}{n})}{\left[\Gamma(1 + \frac{2}{n}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{n}) \right]^{2/3}}$

II.2.10. Lois tronquées

Supposons qu'une variable aléatoire prenne avec une probabilité $F(a)$ la valeur constante a et que le reste du temps elle obéisse à une loi de distribution $\langle I \rangle(x)$. On peut supposer également que l'on ne s'intéresse pas aux valeurs inférieures à a . $\langle I \rangle(x)$ est la fonction de répartition d'une loi tronquée et l'on a : $\phi(x) = \frac{F(x) - F(a)}{1 - F(a)}$

$F(x)$ est la fonction de répartition pour toutes les valeurs possibles de la variable. On a :

$$F(x) = F(a) + [1 - F(a)]\phi(x) [13]$$

II.2.11. Loi de Gumbel

C'est une distribution souvent utilisée pour représenter des valeurs extrêmes c'est pourquoi on l'appelle parfois « loi des valeurs extrêmes ». Ce n'est cependant absolument pas un postulat et les valeurs extrêmes ne suivent pas forcément une distribution de Gumbel, et notamment l'ingrédient essentiel, en hydrologie opérationnelle, de la *méthode du Gradex* pour le calcul des crues de projet. [9]

Aussi, est la forme limite de la distribution de la valeur maximale d'un échantillon de n valeurs. Le maximum annuel d'une variable étant considéré comme le maximum de 365 valeurs journalières, cette loi doit ainsi être capable de décrire les séries de maxima annuels.[6]

Fonction de répartition

Sous sa forme simple et généralement utilisée on a :

$$F(x) = e^{-e^{-u}} \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - x_0}{s}$$

Le terme u est la variable réduite de Gumbel.

L'intervalle de variation de x est donc : $x \in] - \infty , + \infty [$

- x_0 est le paramètre de position (mode)
- s est le paramètre d'échelle différent de zéro et positif.

Le coefficient d'asymétrie β_1 est constant et égal à 1,139 ; ce qui correspond à une dissymétrie étendue vers la droite.

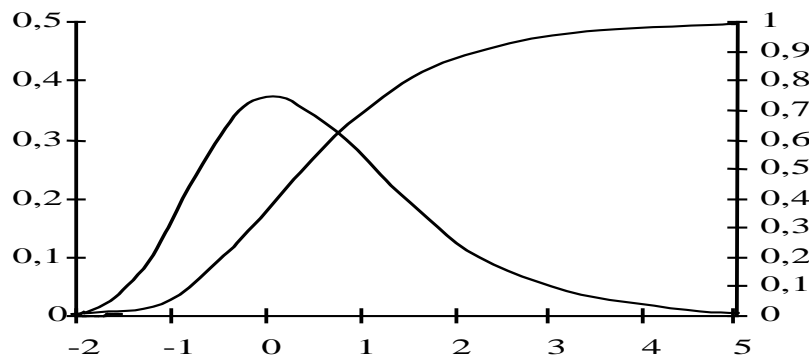


Figure II.12. Représentation de la fonction de répartition et de densité.

Le coefficient d'aplatissement β_2 est constant et égal à 2,4 ; la loi de Gumbel est donc plus pointue que la loi de Gauss.

La densité de probabilité a pour expression :

$$f(u) = e^{-u} e^{-e^{-u}}$$

Elle a un maximum pour $u = 0$ et deux points d'inflexion pour $u = \text{Ln} \left[\frac{1}{2} (3 \pm \sqrt{5}) \right]$. [3]

Caractéristiques de la loi

L'expression de fréquence cumulée F est : $F = \text{EXP} \left(-\text{EXP} \left(-\frac{x-x_f}{g} \right) \right)$ avec x_f étant la valeur

$$\text{modale} \begin{cases} \sigma_x = 1.28 g \\ m_x = x_f + 0.577 g = x_f + 0.45 \sigma_x \end{cases}$$

La quantité g (qui est égale à $0.78 \sigma_x$) est appelée GRADEX C'est-à-dire GRADIENT des valeurs extrêmes.

Si F proche 100% on peut écrire : $\text{Ln } T = (x-x_f)/g$

Méthode graphique

Cette loi à deux paramètres se prête très facilement à des ajustements graphiques.

La variable réduite de Gumbel $u = \frac{x-x_0}{s}$ s'exprime très facilement en fonction de la fréquence puisque l'on a

$$F(x) = e^{-e^{-u}} \quad \text{d'où} \quad u = -\text{Ln} \left[\text{Ln} \frac{1}{F} \right]$$

Ainsi, en portant arithmétiquement les valeurs de x en fonction de leur fréquence expérimentale au non-dépassement selon un axe gradué arithmétiquement en u , on doit obtenir une droite passant par exemple :

$$\text{Par } u = 0 \text{ pour } x = x_0$$

$$\text{et } u = \pm 1 \text{ pour } x = x_0 \pm s$$

...d'où la détermination immédiate de x_0 et s .

s représente la pente de cette droite ; aussi appelle-t-on souvent s le "gradex" (gradient exponentiel).

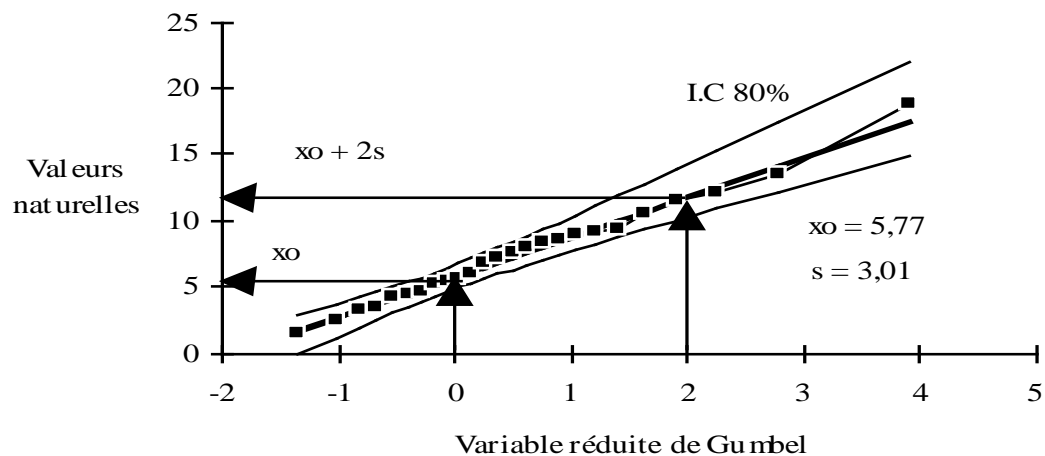


Figure II.13. Exemple d'ajustement graphique à une loi de Gumbel

Intérêt de cette loi

Elle est souvent utilisée pour l'étude des valeurs extrêmes (crues, pluies extrêmes, hauteur de vagues), car elle repose sur une théorie qui se résume ainsi :

- ✓ pour une variable respectant certaines conditions.
- ✓ si on prend k échantillons de taille N .
- ✓ et si sur chaque échantillon de N individus on sélectionne le max, ou le min, alors
- ✓ Les k maxima ou minima observés suivent une loi de Gumbel. [5]

Extension de la loi de Gumbel

On peut être tenté d'enrichir la boîte à outils en se demandant si ce n'est pas une transformée de la variable X qui suit une loi de Gumbel. Par exemple, si $Y = \text{Log}(x - x_0)$ suit une loi de Gumbel, alors X suit une **loi de Fréchet**.

C'est la raison pour laquelle le papier de Gumbel est souvent proposé avec un axe supplémentaire à échelle logarithmique. [9]

II.2.12. Loi géométrique

En supposant que l'indépendance est entre les différentes réalisations de la variable, alors la distribution géométrique à trait aux intervalles compris entre ces réalisations, l'expression analytique de cette distribution est : $f(X, p) = (1 - p)^{X-1}$ $x = 1, 2, \dots$,

Où p est la fréquence de la première réalisation de la variable discontinue x .

Caractéristiques de la loi

- La moyenne $\bar{X} = 1/p$.
- La variance $\sigma^2 = (1 - p)/p^2$.

Remarque : La loi géométrique est peu utilisée en hydrologie. Elle permet cependant avec la loi binomiale, de préciser les risques liés à un temps de retour donné et pour une durée de vie donnée d'un ouvrage. [7]

II.2.13. Loi binomiale

C'est une distribution s'appliquant à des nombre entiers (distribution « discrète »). 0, 1, ... n

Soit p la probabilité pour qu'un événement se produise lors d'une expérience et q la probabilité pour qu'il ne se produise pas ; on a bien évidemment : $p + q = 1$

Supposons maintenant que l'on effectue N expériences ; on cherche alors quelle est la probabilité $P(x)$ pour que l'événement se produise x fois dans les n expériences.

On a alors :

$$P(x) = C_n^x p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x! (n-x)!} p^x q^{n-x}$$

(Par définition, $m! = m * (m - 1) * (m - 2) * \dots * 2 * 1$ et $0! = 1$).

Caractéristiques de la loi

Parmi les différentes caractéristiques de cette distribution, on retiendra les résultats suivants :

- ✓ moyenne : $\mu = n p$
- ✓ Variance : $\sigma^2 = n p q$

Dans la mesure où p et q ne sont pas proches de 0, la loi binomiale tend, lorsque n augmente, vers une loi de Gauss de moyenne $n p$ et d'écart-type $\sqrt{n p q}$ (si $n p$ et $n q > 5$). Si la probabilité p est faible la loi de Bernoulli tend vers une loi de Poisson. [8]

Remarque : la variable hydrologie possible traitait en loi binomiale le nombre de jours de pluie. [6]

II.2.14. Loi de la plus grande valeur extrême

Plage des X : tout X réel

Usage courant : loi de la plus grande valeur dans un échantillon provenant de multiples lois de probabilités. Egalement utilisée pour des données de mesures ayant une asymétrie positive.

$$\text{Densité : } f(x) = \frac{1}{\beta} \exp\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)$$

Paramètre :

$$\text{Moyenne : } \alpha + \beta \Gamma^{-1}$$

$$\text{Variance : } \frac{\beta^2 \pi^2}{6} \quad [12]$$

II.2.15. Loi logistique généralisée

Plage des X : tout X réel

Usage courant : utilisée pour l'analyse des valeurs extrêmes. Elle peut être soit négativement asymétrique, soit positivement asymétrique, en fonction du paramètre de forme.

Densité :

$$f(x) = \frac{\gamma}{k} \frac{\exp\left(-\frac{(x-\mu)}{k}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{(x-\mu)}{k}\right)^{\Gamma+\gamma}}$$

Paramètres : position μ , échelle $k > 0$, forme $\gamma > 0$

Moyenne : $\mu + 0.5226 + \Psi(\gamma)k$ ou $\Psi(z)$ est la fonction digamma

$$\text{Variance : } \left[\frac{\pi^2}{6} + \Psi'(\gamma)\right] k^2 \quad [12]$$

II.2.16. Loi de poisson

C'est la limite de la distribution binomiale quand n grand et F proche de 100%

Cette loi de probabilité discrète appelée aussi loi des événements rares, a pour expression :

$$\text{Prob}(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

C'est une variable entière (égale par exemple, au nombre de jours de pluie, de gel, *etc.*) et λ le seul paramètre d'ajustement :

- La moyenne : $\mu = \lambda$
- L'écart-type: $\sigma = \sqrt{\lambda}$

De même que la loi binomiale, la loi de Poisson tend vers une loi de Gauss de moyenne λ et d'écart-type $\sqrt{\lambda}$ lorsque λ croît indéfiniment. [3]

Remarque : la variable hydrologie possible traitait en loi de poisson est le nombre de jours de pluie par mois, par an. [7]

II.2.17. Loi de Fréchet

Parmi les distributions exponentielles généralisées, nous ne citerons que la loi de Fréchet qui est la plus fréquemment utilisée.

Fonction de répartition

Sous sa forme simplifiée, la fonction de distribution s'écrit :

$$F(x) = e^{-e^{-u}} \text{ avec } u = \left(\frac{\log(X-X_0)-s}{\delta} \right) \text{ et } X \in]X_0, +\infty[$$

Elle dérive donc directement de la loi de Gumbel par le changement de variable de x en $\log(x - x_0)$. La fonction de distribution est alors à dissymétrie positive.

Dans la formulation citée plus haut, nous avons trois paramètres x_0 , s et δ à déterminer. Ce travail est particulièrement délicat tant par la méthode des moments que par la méthode du maximum de vraisemblance. Nous ne donnons pas ici les algorithmes de calcul que l'on trouvera dans l'article de BRUNET-MORET cité en référence. [2]

Méthode graphique

La loi de Fréchet est à la loi de Gumbel ce que la loi de Galton est à la loi de Gauss. On procédera par tâtonnements sur x_0 jusqu'à obtenir un graphique linéaire dans un système gradué en ordonnées $\log(x - x_0)$ et en abscisses en variable réduite de Gumbel.

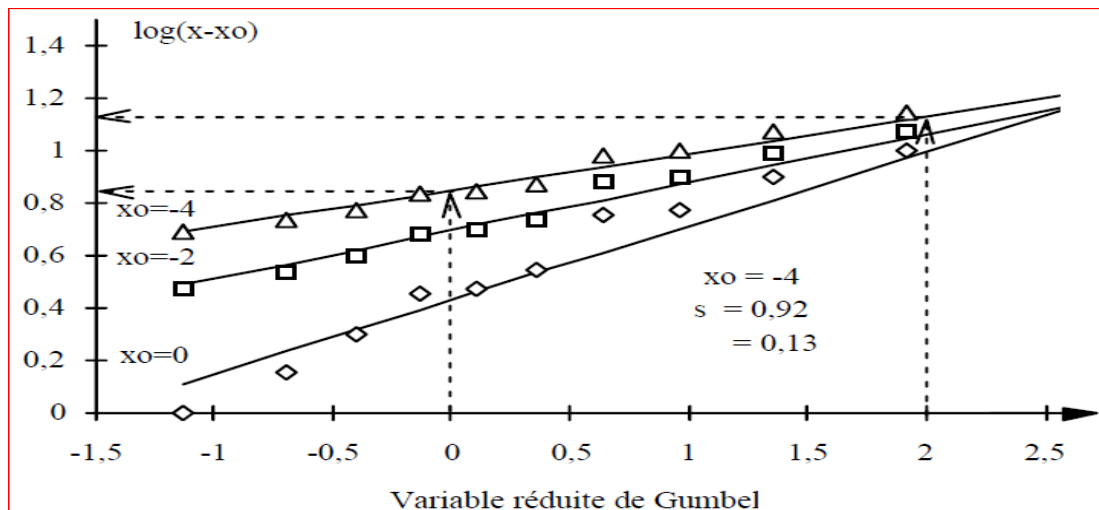


Figure II.14. Représentation graphique de la loi Fréchet

➤ Cas particulier où x_0 est fixé à l'avance :

Dans ce cas, on est directement ramené à la loi de Gumbel par la transformation x en $\log(x - x_0)$ et par conséquent, on estimera s et δ par : [2]

$$\delta = 0.78 \sigma \log(X - X_0) \quad \text{et} \quad S = \overline{\log(X - X_0)} - 0.577 \delta$$

II.3. Contrôle de l'ajustement

Il existe toujours des écarts entre les fréquences expérimentales des valeurs observées et les fréquences des mêmes valeurs calculées à partir d'une fonction de répartition quelconque. L'ajustement graphique est la première étape mais reste insuffisante pour le choix définitif de la loi théorique. Le test statistique d'adéquation consiste à comparer l'adéquation de plusieurs lois afin d'adopter le moins mauvais ajustement. Les tests les plus utilisés sont le test χ^2 et le texte de Kolmogorov Smirnov.

En testant cette hypothèse, on court deux risques :

- un risque de première espèce qui consiste à rejeter à tort l'hypothèse alors qu'elle est vraie. La probabilité de ce risque est appelée niveau de signification à α %. Elle est définie par la valeur numérique du test, α étant toujours exprimé en probabilité au dépassement de cette valeur numérique ;
- un risque de deuxième espèce qui est d'accepter à tort l'hypothèse alors qu'elle est fautive. La probabilité de ce risque étant β , on appelle puissance du test la valeur $(1 - \beta)$.

II.3.1. Qualités d'un test d'ajustement

Les principales qualités que nous lui demandons sont :

- Utiliser au mieux, avec la plus grande puissance possible du test, toutes les valeurs de l'échantillon dont on dispose, et avec le même poids pour chaque élément de l'échantillon ;
- Tenir compte du fait que l'hydrologue non seulement choisit a priori la forme mathématique de la loi de répartition, mais encore calcule les valeurs des paramètres de cette loi d'après l'échantillon dont il dispose ; [10]

II.3.2. Choix d'une loi de Probabilité

Nous avons vu qu'il existait plusieurs méthodes pour déterminer les paramètres d'une loi en fonction de l'échantillon disponible. Mais comment choisir le type de loi de distribution ?

a) *Connaissance a priori*

Certains phénomènes dans des régions données ont été étudiés de longue date. L'étude bibliographique peut montrer que généralement les valeurs qui mesurent l'intensité d'un phénomène s'ajustent à un type de loi de distribution. Dans ces cas, on pourra se contenter de vérifier la bonne adéquation de la loi retenue. [8]

Utilisation des paramètres de forme

On peut théoriquement étudier les relations entre paramètre de forme β_1 et β_2 de Pearson. Les valeurs de β_1 et β_2 pour chaque type de loi permettent d'établir des graphiques tels que ceux proposés par M. BRUNET-MORET(*) .

Pour choisir la loi la plus adéquate, on calculera β_1 et β_2 d'après l'échantillon disponible puis on portera ce point dans le graphique, là où les courbes les plus proches permettront de choisir la loi. Il faut cependant noter l'imprécision de cette méthode due à l'absence d'intervalle de confiance sur les courbes $f(\beta_1, \beta_2) = 0$.

Par ailleurs, la longueur du calcul des β_1 et β_2 est suffisante pour que cette méthode soit peu utilisée tout du moins à la main. [2]

Choix graphique

Une méthode graphique assez rapide permet de choisir une loi plutôt qu'une autre. Elle consiste à porter dans un graphique les valeurs de l'échantillon en fonction de leur fréquence expérimentale puis d'y superposer les lois théoriques envisagées. Il faut néanmoins se méfier du caractère subjectif de ce choix qui peut, par ailleurs, être influencé par les échelles choisies.[3]

Utilisation de tests

Test du χ^2 de Pearson

Parmi tous les tests existants, le test du χ^2 de K. PEARSON est le plus pratique et le plus utilisé bien qu'il ne soit pas très puissant.

Pour mettre en œuvre ce test, on procède de la façon suivante :

- on découpe l'échantillon de n éléments, en K classes ($K > 4$) de façon à ce que chaque classe contienne théoriquement plus de 5 éléments ;

- soit n_i le nombre d'éléments contenus dans la $i^{\text{ème}}$ classe et n'_i (> 5) le nombre théorique qui devrait s'y trouver ; on forme le terme suivant :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$$

Cette variable χ^2 suit une loi de probabilité dite loi du χ^2 , à v degrés de liberté. Avec :

$$v = K - p - 1$$

K = nombre de classes ;

p = nombre de paramètres estimés d'après l'échantillon.

Les tables données en annexes permettent de connaître la valeur numérique du χ^2 qui a $\alpha\%$ de chance d'être dépassé par le seul fait du hasard, en fonction des valeurs de v .

Si par exemple on ajuste à une loi de Gauss (1 paramètre de tendance centrale, un paramètre de dispersion) un échantillon découpé en 5 classes et que le χ_c^2 calculé est égal à 3,7, est-ce que cette loi peut caractériser la population totale ?

Nous avons : $v = 5 - 2 - 1 = 2$.

Si nous nous fixons un seuil α de 5 %, nous trouvons dans les tables qu'il y a moins de 5 % de chance d'obtenir par hasard un χ^2 supérieur à 5,99. C'est-à-dire que même si la concordance était parfaite, il y aurait 5 % de chance que le χ^2 dépasse 5,99. Il n'y a donc pas lieu de remettre en cause cet ajustement.[8]

Remarque :

- Le teste du χ^2 est souvent peu sensible quand on ne dispose pas de grands échantillons.
- Le test du χ^2 est seulement un test asymptotique et il faut que n soit assez grand. Disons seulement qu'il vaut mieux éviter d'utiliser le test du χ^2 si la taille de l'échantillon est inférieure à 50.[11]

Test W_n^2 d'Anderson

Ce test, un peu plus fastidieux à mettre en œuvre (tout au moins manuellement), est plus efficace que le test du χ^2 . Analogue dans son esprit, il favorise les valeurs extrêmes et considère individuellement chaque élément de l'échantillon.

Soit un échantillon de taille n où x_j est la $i^{\text{ème}}$ valeur dans l'échantillon classé par ordre croissant ; on peut estimer pour chaque x_j , sa fréquence théorique au non-dépassement $F(x_j)$ à partir de l'ajustement que l'on désire tester. On construit alors ainsi W_n^2 :

$$W_n^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n ((2i-1)\text{Ln}[F(x_i)] + (2n-2i+1)\text{Ln}[F(x_i)])$$

La variable u définie comme suit à partir de W_n^2 permet de caractériser la qualité de l'ajustement : $u = \frac{\text{Ln}[W_n^2 - 0,18/n^{1/4}] + 0,8 + 1/\sqrt{n}}{0,65}$ ($n \geq 10$)

L'ajustement est d'autant satisfaisant que u est faible et on pourra utiliser les seuils de rejets suivants :[3]

Seuil	20 %	10 %	5 %	1 %
u_{seuil}	0,84	1,28	1,64	2,32

Le test de Kolmogorov Smirnov

Le principe général est le même mais la distance entre la distribution de l'échantillon et la distribution $F(x)$ est définie comme le plus grand écart (en valeur absolue) entre $F(x)$ et $F_n(x)$. Ce test se base sur la fonction de répartition empirique $F_n(x)$ définie par :

$$F_n(x) = \frac{\text{nombre d'observation} \leq x}{n}$$

La fonction théorique $F(x)$ est comparée à l'échantillon selon le principe suivant :

On calcule la quantité D_n telle que :

$$D_n = \max_{i=1}^n |F(x_i) - F_n(x_i)|$$

Pour chaque événement x_i observé, on calcule sa fréquence théorique $F(x_i)$ et $F_n(x_i)$.

D_n est la valeur maximale de toutes les quantités calculées $|F(x_i) - F_n(x_i)|$. Le test repose sur la valeur de D_n . Si celle-ci est assez grande, la loi sera rejetée. [9]

Le test consiste à calculer la quantité $D_{n,\alpha}$, fonction de la taille de l'échantillon n , et d'un seuil de risque imposé α sur des tables appropriées au test de Kolmogorov-Smirnov.

Si $D_n > D_{n,\alpha}$ alors l'hypothèse de validité est rejetée. [2]

Test de Cramér-von Mises

Il existe d'autres tests permettant de comparer des distributions. Par exemple, le test de Cramér-von Mises repose sur la somme des carrés des écarts en valeurs absolue entre les deux fonctions de répartition. En notant, S_d^2 cette somme, la statistique de test est :

$$T = \frac{nmS_d^2}{n+m}$$

Avec m et n les nombres d'observation des deux groupes.

Pour un test bilatéral, on rejette H_0 au niveau de signification 5% (resp. 1%) si T est supérieur à 0.461 (resp. 0.743).

Le test de Cramér-von Mises est souvent plus puissant que le test de Kolmogorov-Smirnov et il est plus facile à utiliser grâce à la bonne approximation qui évite le recours à des tables. [14]

II.3.3. Conclusion sur les tests d'ajustement

Nous n'avons présenté quelque tests... or il en existe d'autres. Il faut donc retenir qu'ils ne sont qu'une aide, parmi d'autres, au choix des lois, mais qu'ils ne sont pas une arme absolue.

Au cours des séances de travaux dirigés, on pourra s'en rendre compte en travaillant sur des échantillons dont l'origine est garantie (parce qu'on les a fabriqués, par génération stochastique). Il arrivera sur ces exemples que l'on soit tenté de rejeter l'hypothèse alors qu'elle est vraie et inversement, ou que l'on hésite entre plusieurs lois.

Dans la pratique, l'expérience de l'analyste (compter 1 à 15 ans) tranchera parfois le débat !

Le problème le plus délicat restera l'ajustement des valeurs extrêmes : selon la loi choisie, les résultats peuvent différer énormément (- dès que l'on travaille dans des probabilités faibles au non dépassement -), or cela pourra avoir une incidence économique considérable... [9]

CHAPITRE III
PRÉSENTATION DU LOGICIEL
STATGRAPHICS

Chapitre III

PRESENTATION DU LOGICIEL STATGRAPHICS

III.1. STATGRAPHICS Centurion

Est destiné à toute personne désirant mettre en œuvre des analyses statistiques et graphiques sans devoir investir les longues semaines nécessaires à l'apprentissage d'un logiciel d'analyse statistique. Il inclut plus de 230 procédures, allant des statistiques descriptives jusqu'aux plans d'expériences. Il n'est pas nécessaire d'être un statisticien pour utiliser le logiciel. Toutes les procédures sont pilotées par des menus et les outils StatWizard et StatAdvisor aident à utiliser le logiciel de façon efficace.

STATGRAPHICS Centurion XVII est la 17^{ème} version de STATGRAPHICS pour micro-ordinateur. La première version est apparue en 1982. Les plus grandes entreprises dans le Monde sont utilisatrices de ce logiciel.

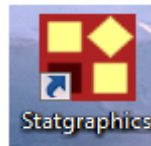



Figure III.1. Symbole du logiciel STATGRAPHICS

III.2. Fonctionnalités spécifiques de STATGRAPHICS Centurion

Quelques-unes des fonctionnalités qui font de STATGRAPHICS Centurion un produit exceptionnel :

III.2.1. StatWizard  : Il aide à sélectionner les bonnes analyses pour les données. on peut y rechercher les statistiques désirées ou le laisser choisir les analyses en fonction des types des données.

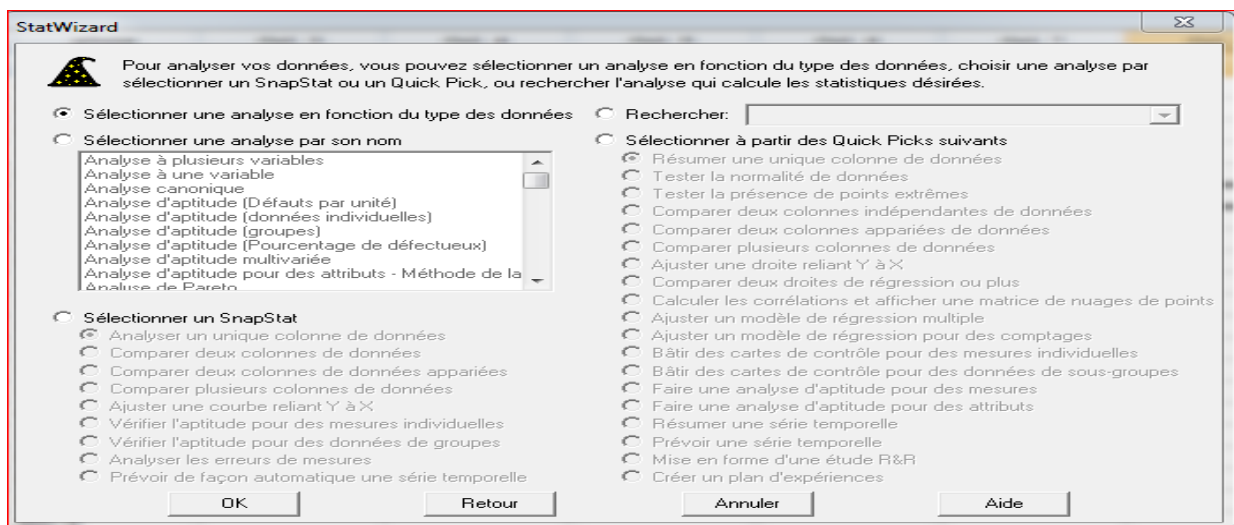


Figure III.2. Représentation de la fenêtre StatWizard

III.2.2. StatAdvisor : Il explique la signification des résultats statistiques en un ou deux paragraphes en langage clair, en prenant en compte les résultats des analyses et en indiquant si les tests statistiques sont statistiquement significatifs ou non et donne aussi une rapide interprétation des résultats.

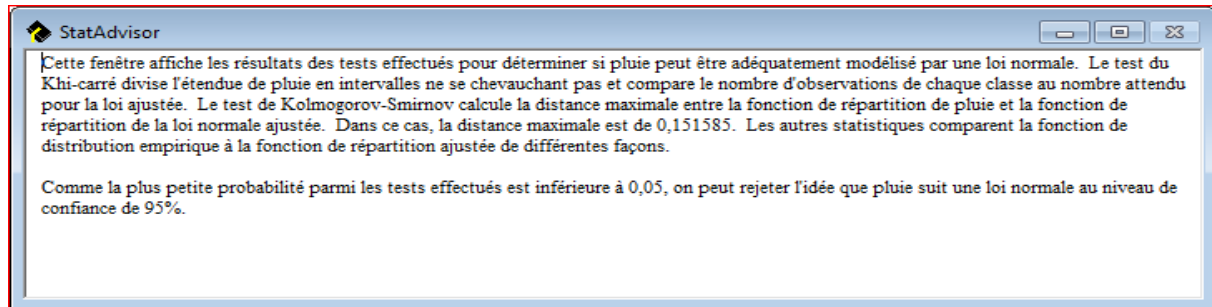


Figure III.3. Représentation de la fenêtre StatAdvisor

III.2.3. StatGallery : Elle juxtapose et superpose des graphiques pour permettre de comparer aisément différents ensembles de données. Elle permet de créer des rapports personnalisés que le logiciel ne propose pas par défaut.

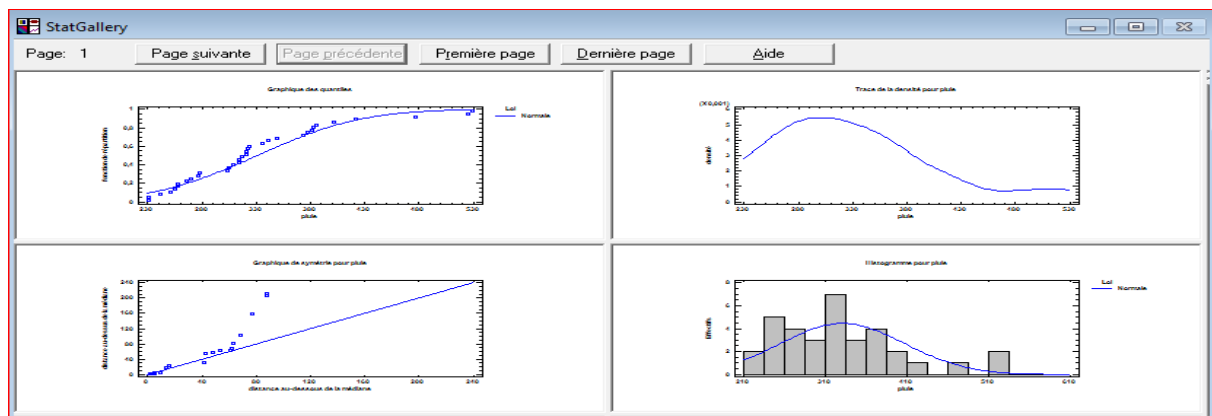


Figure III.4. Représentation de la fenêtre StatGallery.

III.2.4. StatReporter : Il organise les résultats pour une publication aisée. On peut y copier tous vos résultats et les enregistrer au format RTF pour les importer, par exemple, dans Microsoft Word.

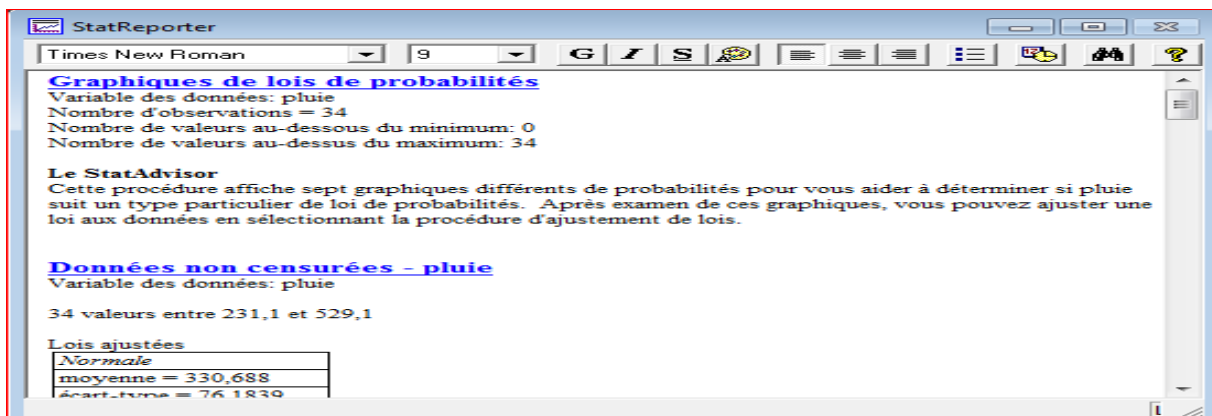


Figure III.5. Représentation de la fenêtre Stat Reporter

III.2.5. StatFolio : Il enregistre toutes les analyses dans un fichier pour permettre de les exécuter à nouveau lorsque cela est nécessaire. Si les données ont été modifiées, les résultats le seront automatiquement.

La fenêtre principale de STATGRAPHICS Centurion XVI sera alors créée :

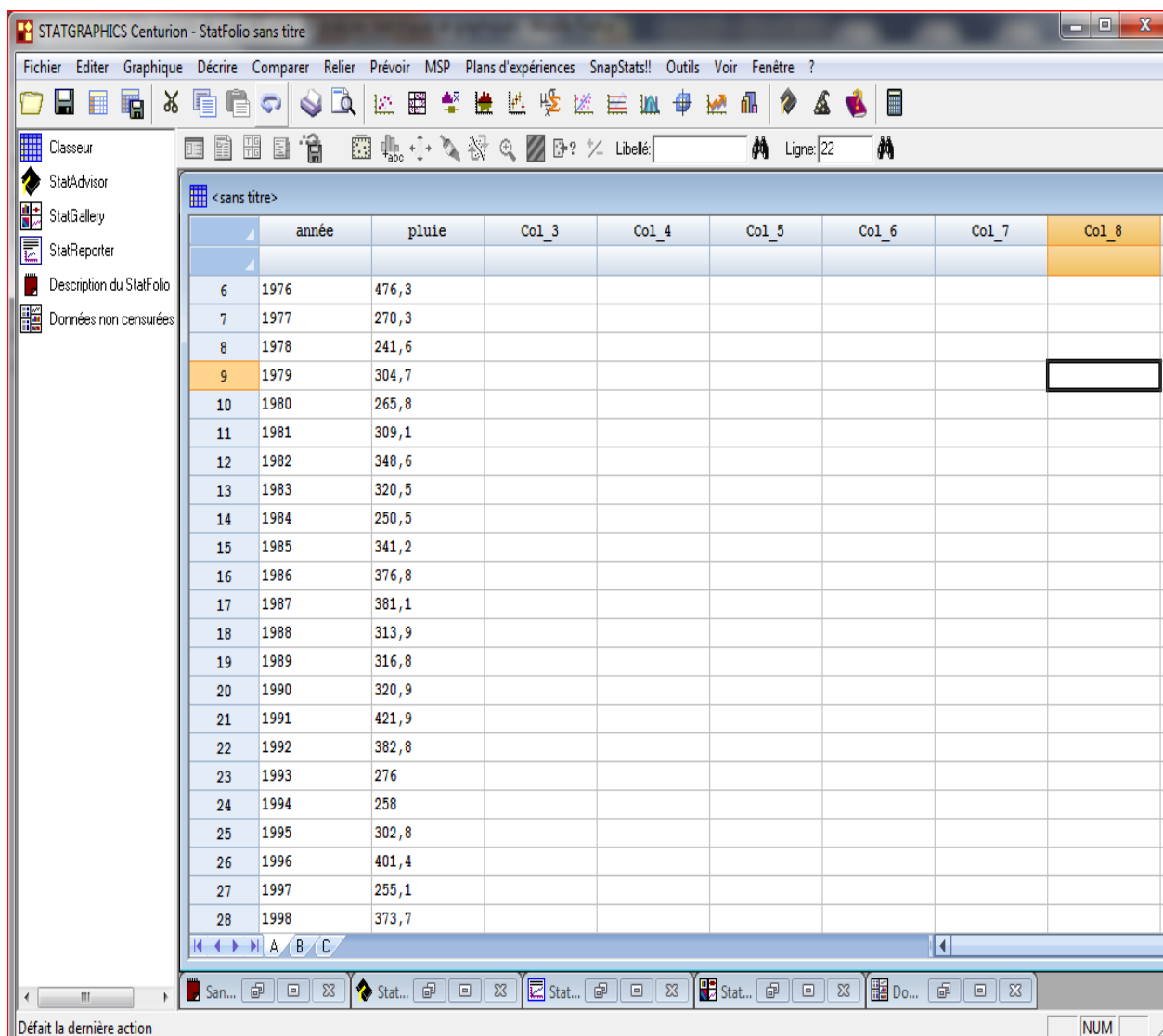


Figure III.6. Représentation de la fenêtre principale de STATGRAPHICS.

III.2.6. Stat Log :

Une nouvelle fenêtre appelée StatLog s'affiche par défaut lorsque Statgraphics est chargé. Le StatLog enregistre des informations concernant la session courante. Certaines informations y sont automatiquement insérées, comme l'ouverture et la fermeture de fichiers et la création des fenêtres des analyses. D'autres informations, comme les contenus des tableaux et graphiques statistiques, n'y sont insérées que si cela est précisé dans la boîte de dialogue des *Préférences*.

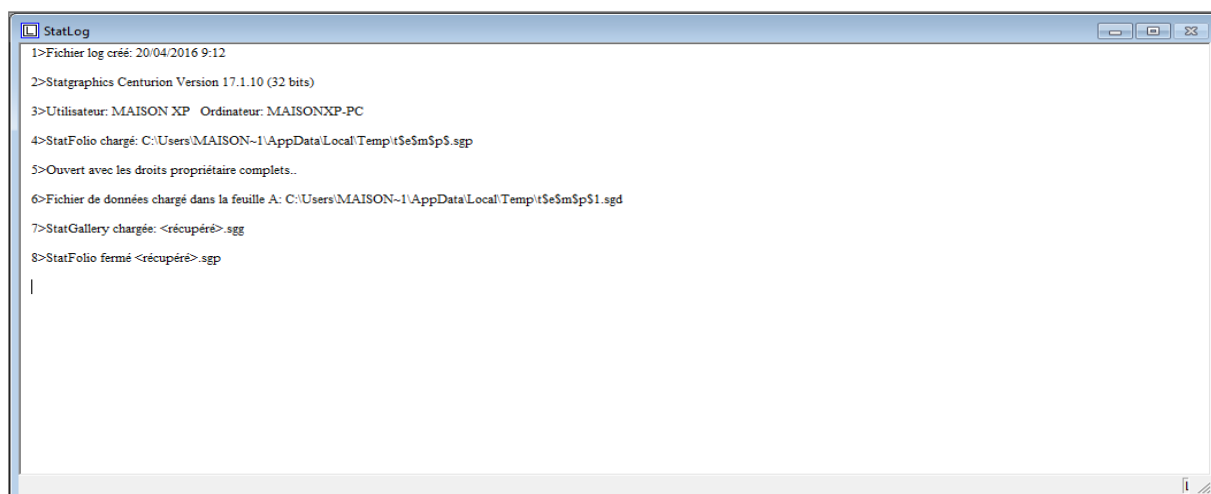


Figure III.7. Représentation de la fenêtre StatLog

III.3. Raisons de choisir STATGRAPHICS Centurion

- Le temps, est principalement de l'argent. Avec son interface intuitive et sa gestion dynamique des données, STATGRAPHICS réduit le temps de mise en œuvre des analyses de façon importante.
- Les graphiques ne doivent pas être une option en supplément. Dans STATGRAPHICS les graphiques font partie intégrante des analyses et sont utilisés pour aider à la compréhension des tableaux également fournis.
- La connaissance, c'est le pouvoir, mais uniquement lorsqu'elle est partagée. Le StatReporter rend aisé le transfert des résultats dans d'autres applications ou la dissémination de ceux-ci dans les formats RTF et HTML.

III.4. Les utilisations du logiciel STATGRAPHICS

Avec ce logiciel, on peut programmer beaucoup de choses, par exemple, la comparaison statistique entre deux échantillons et d'en tirer un large éventail de graphiques, ainsi que l'analyse statistique d'une variable ou multiple de variables et utiliser un large éventail de 46 lois probabilistes. Dans notre travail, on se limite aux travaux d'études statistiques des pluies en utilisant un certain nombre de lois de probabilité avec Statgraphics.

Ce travail passe par plusieurs étapes mentionnées comme suit :

III.4.1. Démarrage de Statgraphics

On clique sur le raccourci qui a été ajouté sur le bureau ou on appuie sur le bouton *Démarrer* de Windows en bas à gauche de l'écran et on clique sur l'icône *Statgraphics*. On peut également sélectionner *Programs Files – Statgraphics - STATGRAPHICS Centurion XVI* en utilisant l'explorateur Windows et cliquer sur l'icône de l'application *sgwin* pour utiliser le logiciel.

III.4.2. Création d'une analyse statistique par Statagraphics

Après le démarrage du programme, dans la fenêtre principale, on choisit *Décrire*

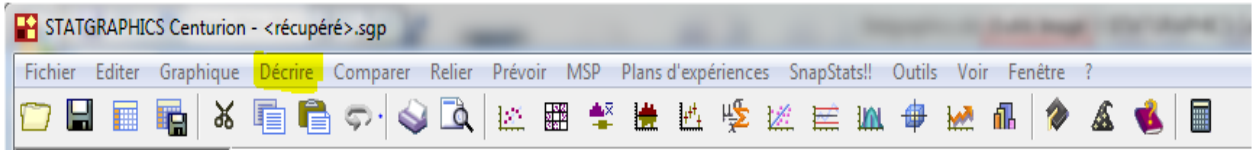


Figure III.8 . Représentation principale de menu du logiciel

Puis dans d'autres menus, choisir la *loi* d'un autre menu secondaire qui apparaît et qui comporte les choix suivant :

- Lois de probabilité...
- Graphiques de lois de probabilité...
- Ajustement de lois (données non censurées)
- Ajustement de lois (données censurées)

a) Graphique de lois de probabilité

- ✓ Si vous voulez montrer les données graphiques de lois de probabilité nous avons choisi dans le menu *graphique de lois de probabilité*, après la sélection afficher la fenêtre suivant :

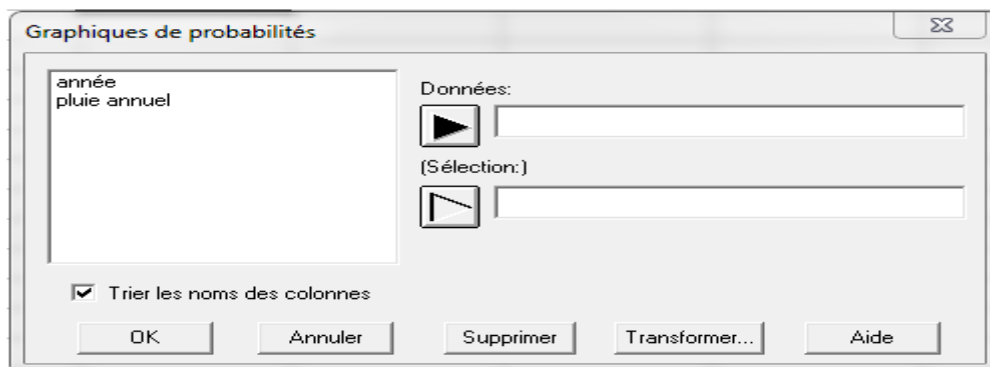


Figure III.9. Fenêtre graphique de probabilité

On peut à travers cette fenêtre, sélectionner la variable utilisée dans l'analyse statistique. Après avoir choisie la variable sélectionnée « ok », la fenêtre des options pour les graphiques de probabilité s'affiche comme suit :

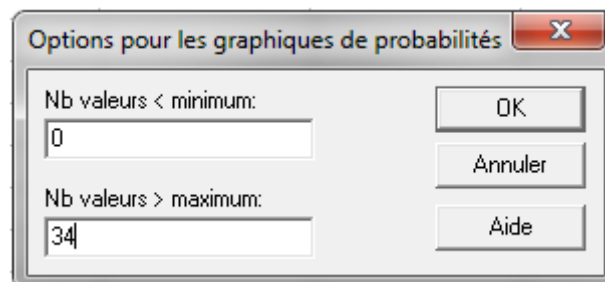


Figure III.10. Fenêtre des options pour les graphiques de probabilités

Dans cette fenêtre, on fait entrer le nombre de valeurs < minimum et > maximum, puis on presse sur *ok*, la fenêtre suivante s'affiche :

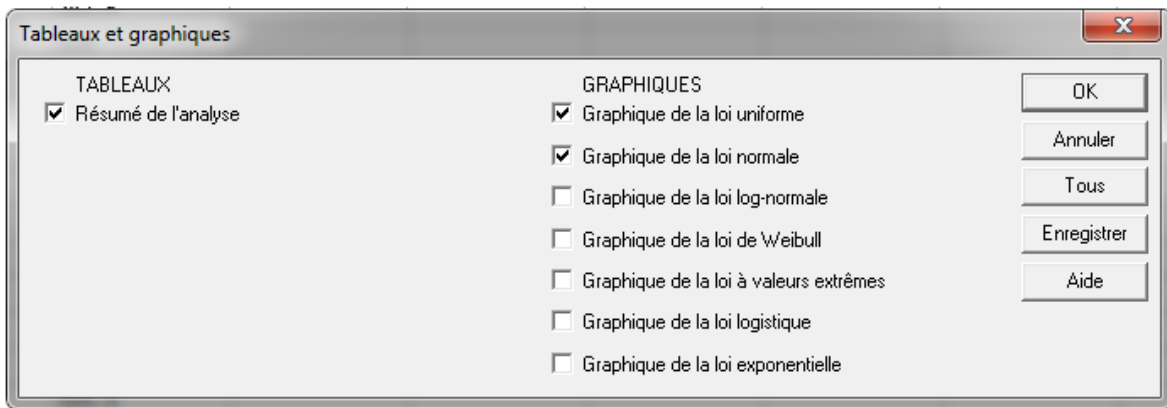


Figure III.11. Fenêtre des tableaux et graphiques

La fenêtre précédente comporte plusieurs choix de graphique de lois et on peut changer le choix de graphiques et de tableaux et puis presse *ok* pour afficher les résultats comme suivant :

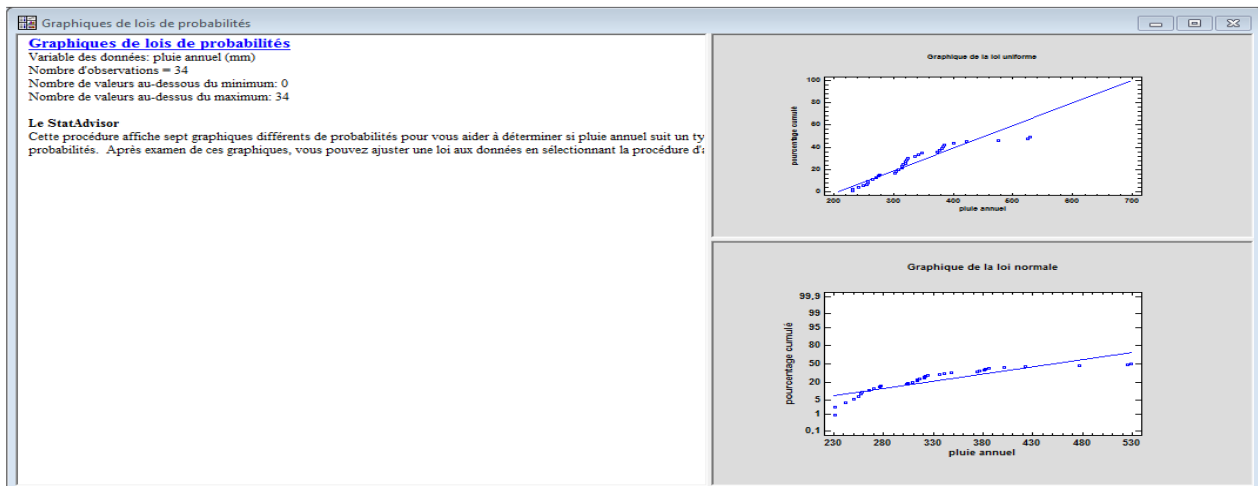


Figure III.12. Fenêtre de résultats de graphiques de lois de probabilités

b) Ajustement des lois (données non censurées)

- Pour montrer les données graphiques de lois de probabilité, on choisit dans le menu *ajustement des lois (données non censurées)*, après la sélection des lois, la fenêtre suivante s'affiche:

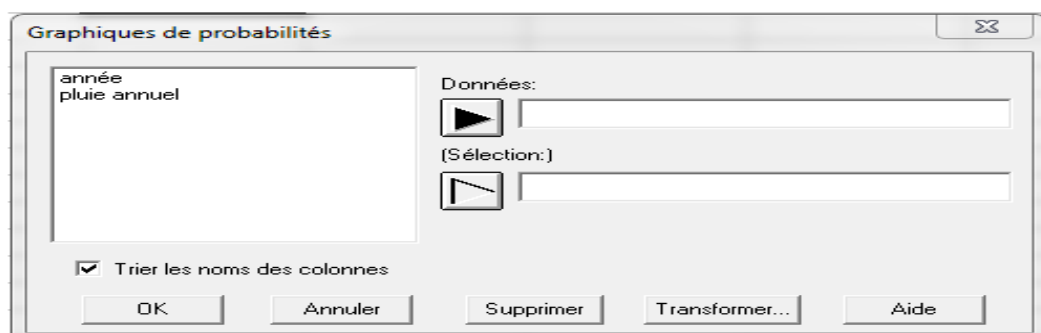


Figure III.13. Fenêtre graphique de probabilité

À partir de cette fenêtre, il est possible de choisir les données analysées statistiquement, après le choix de données presse *ok*, puis le logiciel affiche la fenêtre suivante :

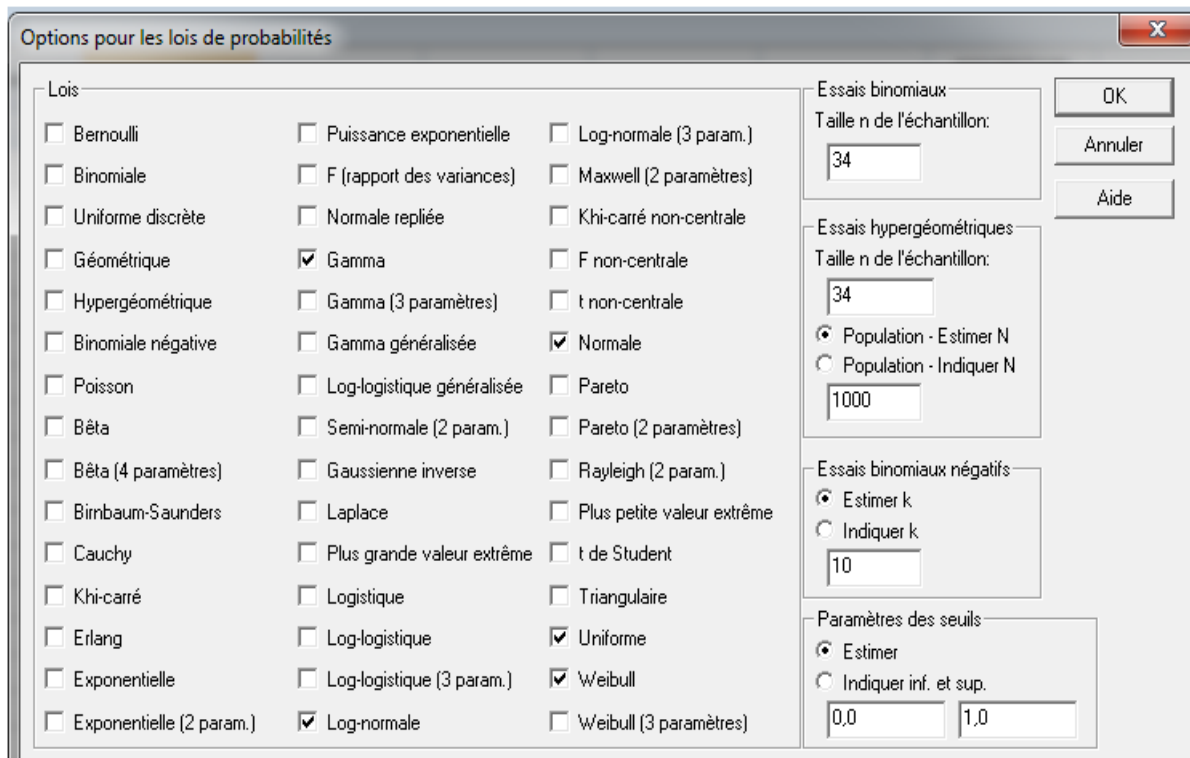


Figure III.14. La fenêtre pour les options de lois de probabilités

On peut à travers cette fenêtre, sélectionner une loi ou un ensemble de lois en même temps (5 lois) et tout cela avec l'introduction du nombre d'échantillons.

Après sélection des lois dans la fenêtre, on tape sur *ok*.

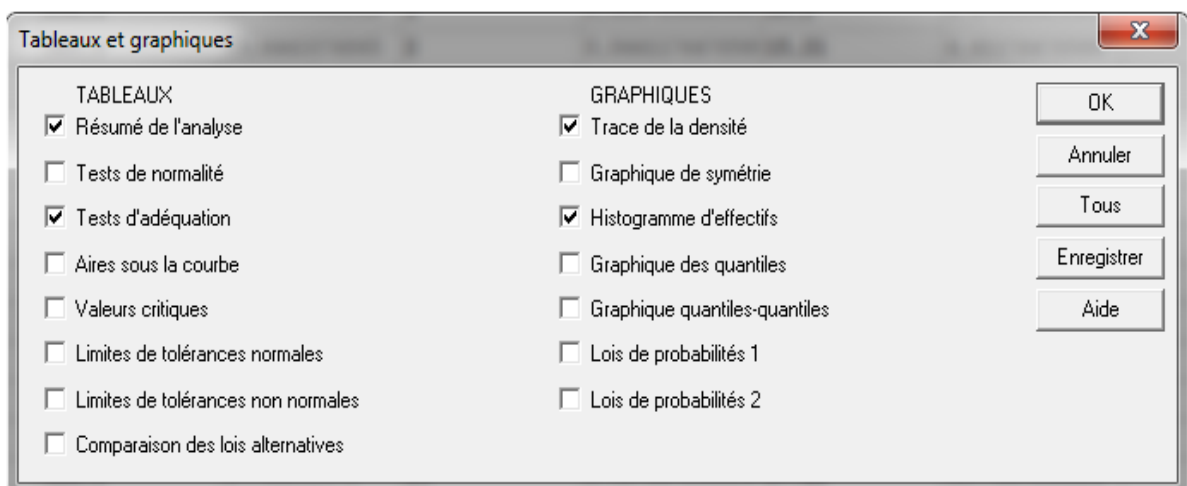


Figure III.15. Fenêtre de tableaux et graphiques

Après la sélection de la liste des graphiques et des tableaux par ok pour afficher les résultats d'ajustement des lois (données non censurées) représentés dans la fenêtre suivante :

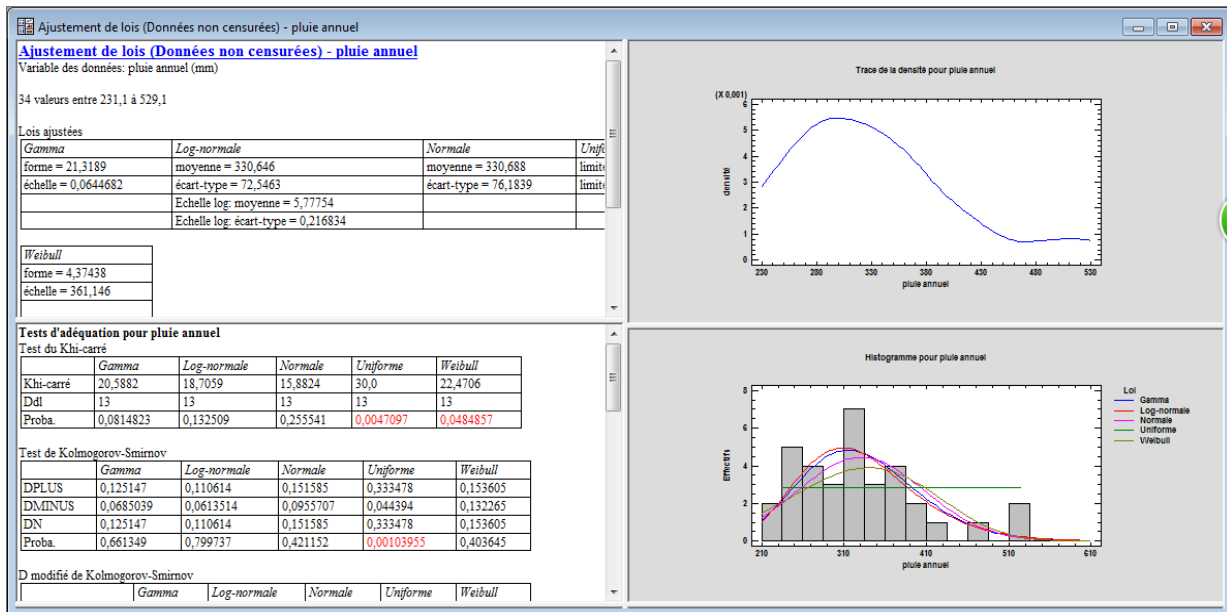


Figure III.16. La fenêtre de résultats d'ajustement de lois (données non censurées)

En même temps que l'achèvement de l'analyse statistique peut être à partir des boutons de la barre d'analyse les changements d'affichage. Les choix des tableaux et graphiques et aussi l'enregistrement des résultats représentés dans la fenêtre suivante :



Figure III.17. La barre d'outils d'analyse

Les boutons de la barre d'outils d'analyse sont très importants. Les actions de ses sept premiers boutons sont décrites ci-après.

	Nom	Fonction
	Définition de l'analyse	Affiche la boîte de dialogue d'entrée des données et permet de changer les colonnes de données à analyser.
	Options d'analyse	Permet de sélectionner les options qui s'appliquent à tous les tableaux et graphiques de l'analyse en cours.
	Tableaux et graphiques	Affiche la liste des tableaux et des graphiques qui peuvent être créés.
	Options pour la fenêtre	Sélectionne les options qui s'appliquent uniquement au tableau ou au graphique maximisé.
	Enregistrer des résultats	Permet d'enregistrer des statistiques calculées dans des colonnes du tableur.
	Options graphiques	Permet de modifier les titres, échelles et autres caractéristiques du graphique maximisé.

NOTE:

Les opérations de nombreux boutons de la barre d'outils d'analyse peuvent également être effectuées en cliquant sur le bouton droit de la souris dans la sous-fenêtre contenant le tableau ou le graphique. Une menue poupe s'affiche alors listant les opérations disponibles.

Conclusion

A travers l'explication du logiciel Statgraphics et la méthode de réalisation d'une analyse statistique par l'utilisation d'un ensemble des lois, on peut conclure que l'utilisation de ce logiciel est très facile et peut accomplir une analyse statistique complète avec l'utilisation d'un ensemble de lois et de tests. L'utilisation de ce logiciel ne nécessite pas un spécialiste en statistiques.

CHAPITRE IV
AJUSTEMENT DES PLUIES
ANNUELLES PAR LES LOIS
STATISTIQUES DE STATGRAPHICS

CHAPITRE IV

AJUSTEMENT DES PLUIES ANNUELLES PAR LES LOIS STATISTIQUES DE STATGRAPHICS

IV.1. Les données des pluies annuelles du BV k'sob

Les données de pluies annuelles recueillies auprès de l'ANRH d'Alger depuis 1971 à 2004 de station pluviométrique BBA situé au milieu de sous BV k'sob, sont représentées dans le graphe suivant :

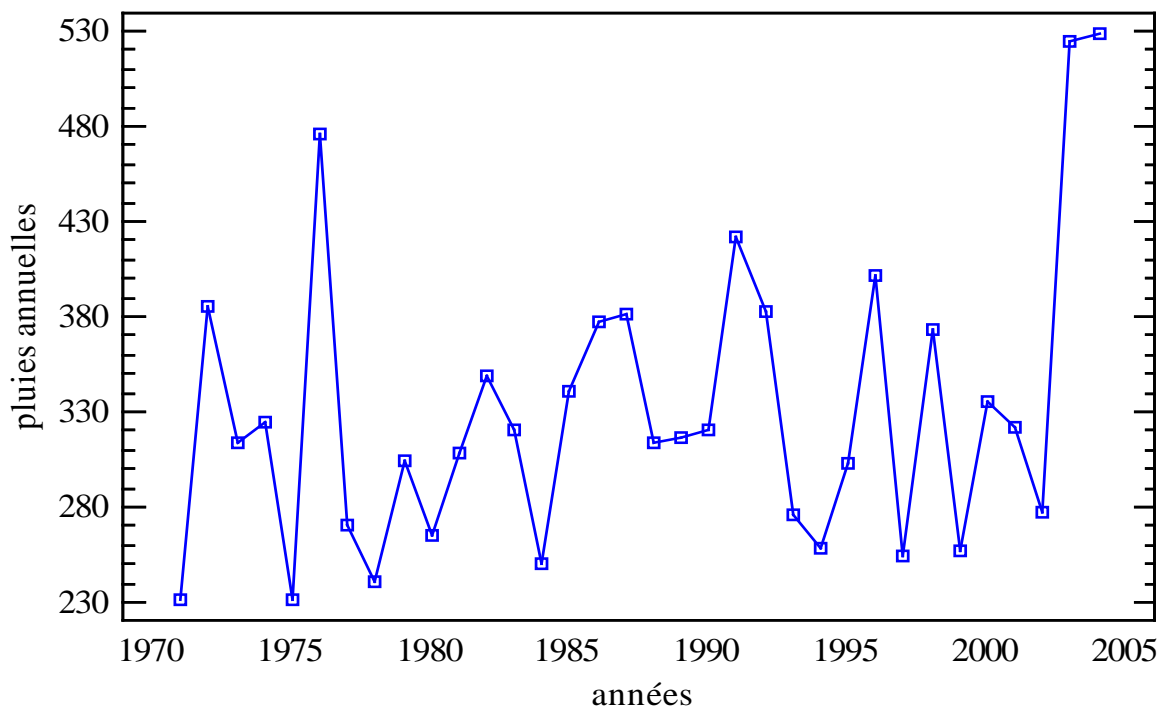


Figure IV.1. Graphique des pluies annuelles de 1973 à 2004.

Ces 34 valeurs varient entre 231,1 et 529,1mm. La moyenne = 330,688 mm et l'écart-type = 76,1839 mm

IV.2. Traitement des données de pluies annuelles par Statgraphics

IV.2.1. Loi normale

Le StatAdvisor

Cette procédure affiche sept graphiques différents de probabilités pour nous aider à déterminer si les pluies annuelles suivent un type particulier de loi de probabilités. Après examen de ces graphiques, on a ajusté la loi Normale de Gauss aux données en sélectionnant la procédure d'ajustement des lois.

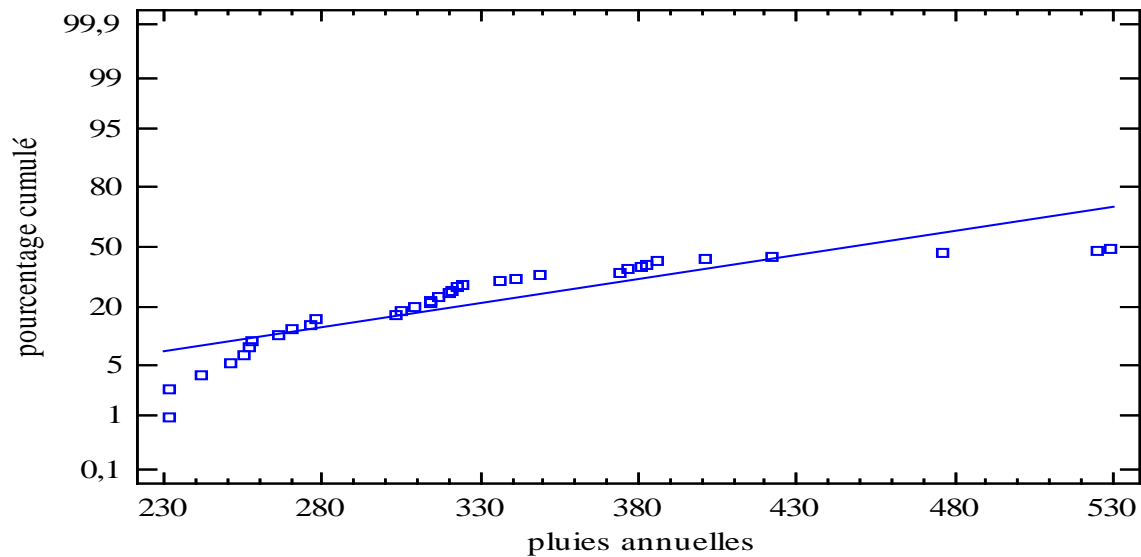


Figure IV.2. Graphique de la loi normale

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi normale aux données de pluies annuelles. On peut tester si la loi normale s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. On peut également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement par la loi normale en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi.

Tests d'adéquation pour les pluies annuelles

Test du Khi-carré

	<i>Limite inférieure</i>	<i>Limite supérieure</i>	<i>Effectifs observés</i>	<i>Effectifs attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		213,813	0	2,13	2,13
	213,813	243,05	3	2,13	0,36
	243,05	263,102	4	2,13	1,65
	263,102	279,303	4	2,13	1,65
	279,303	293,451	0	2,13	2,13
	293,451	306,413	2	2,13	0,01
	306,413	318,704	4	2,13	1,65
	318,704	330,688	4	2,13	1,65
	330,688	342,673	2	2,13	0,01
	342,673	354,964	1	2,13	0,60
	354,964	367,925	0	2,13	2,13
	367,925	382,074	3	2,13	0,36
	382,074	398,275	2	2,13	0,01
	398,275	418,327	1	2,13	0,60
	418,327	447,564	1	2,13	0,60
> à	447,564		3	2,13	0,36

Khi-carré = 15,8824 avec 13 ddl Proba = 0,255541

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Normale</i>
DPLUS	0,151585
DMINUS	0,0955707
DN	0,151585
Proba.	0,421152

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Normale</i>
W ²	0,124758
Forme modifiée	0,126593
Proba.	0,0488912*

A² d'Anderson-Darling

	<i>Normale</i>
A ²	0,866362
Forme modifiée	0,887159
Proba.	0,0233665*

*Indique que la probabilité a été comparée aux tables des valeurs critiques spécialement construites pour ajuster la loi sélectionnée. Les autres valeurs des probabilités sont basées sur des tables générales et peuvent être très sévères (à l'exception du test du Khi-carré).

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies annuelles peuvent être adéquatement modélisées par une loi normale. Le test du Khi-carré divise l'étendue des pluies en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition de pluie et la fonction de répartition de la loi normale ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,151585. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est inférieure à 0,05, on peut rejeter l'idée que les pluies annuelles suivent une loi normale au niveau de confiance de 95%.

IV.2.2.Loi log normale

Le StatAdvisor

On a ajusté la loi log normale aux données en sélectionnant la procédure d'ajustement de lois.

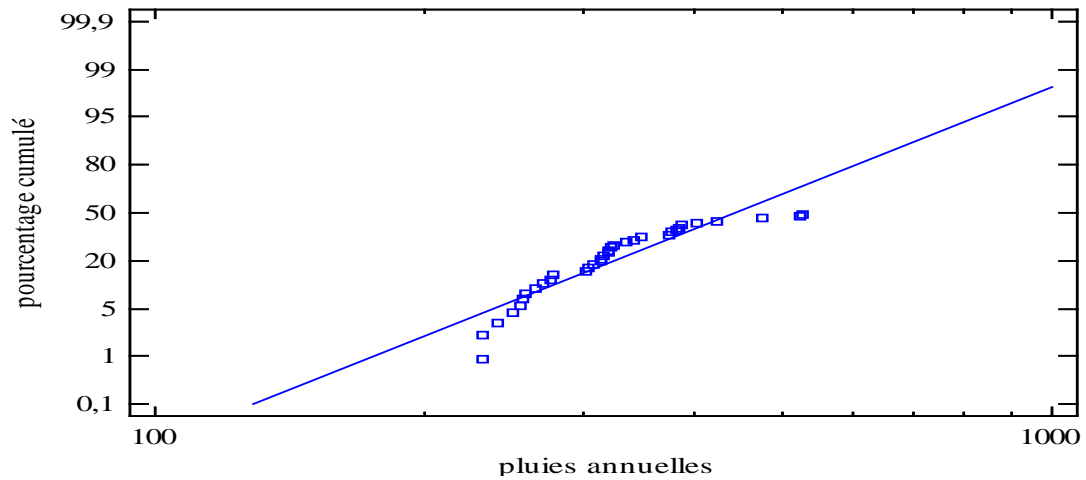


Figure IV.3.Graphique de la loi log-normale

Tests d'adéquation pour les pluies annuelles

Test du Khi-carré

	<i>Limite inférieure</i>	<i>Limite supérieure</i>	<i>Effectifs observés</i>	<i>Effectifs attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		231,572	2	2,13	0,01
	231,572	251,666	2	2,13	0,01
	251,666	266,447	4	2,13	1,65
	266,447	279,021	3	2,13	0,36
	279,021	290,486	0	2,13	2,13
	290,486	301,403	0	2,13	2,13
	301,403	312,133	3	2,13	0,36
	312,133	322,964	6	2,13	7,07
	322,964	334,17	1	2,13	0,60
	334,17	346,067	2	2,13	0,01
	346,067	359,072	1	2,13	0,60
	359,072	373,827	1	2,13	0,60
	373,827	391,468	4	2,13	1,65
	391,468	414,459	1	2,13	0,60
	414,459	450,424	1	2,13	0,60
> à	450,424		3	2,13	0,36

Khi-carré = 18,7059 avec 13 ddl Proba = 0,132509

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Log-normale</i>
DPLUS	0,110614
DMINUS	0,0613514
DN	0,110614
Proba.	0,799737

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Log-normale</i>
W ²	0,0572637
Forme modifiée	0,0473715
Proba.	≥ 0.10

A² d'Anderson-Darling

	<i>Log-normale</i>
A ²	0,407175
Forme modifiée	0,407175
Proba.	≥ 0.10

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies annuelles peuvent être adéquatement modélisées par une loi log-normale. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition de pluies et la fonction de répartition de la loi log-normale ajustée. Elle est de 0,110614.

D'après les résultats obtenus des tests effectués, la plus petite probabilité est supérieure ou égale à 0,05, alors on ne peut pas rejeter l'idée que les pluies annuelles suivent une loi log-normale au niveau de confiance de 95%.

IV.2.3. Loi uniforme

Le StatAdvisor

L'ajustement des pluies annuelles suivant la loi uniforme a été réalisé ainsi que les différents tests de vérification dont les résultats sont :

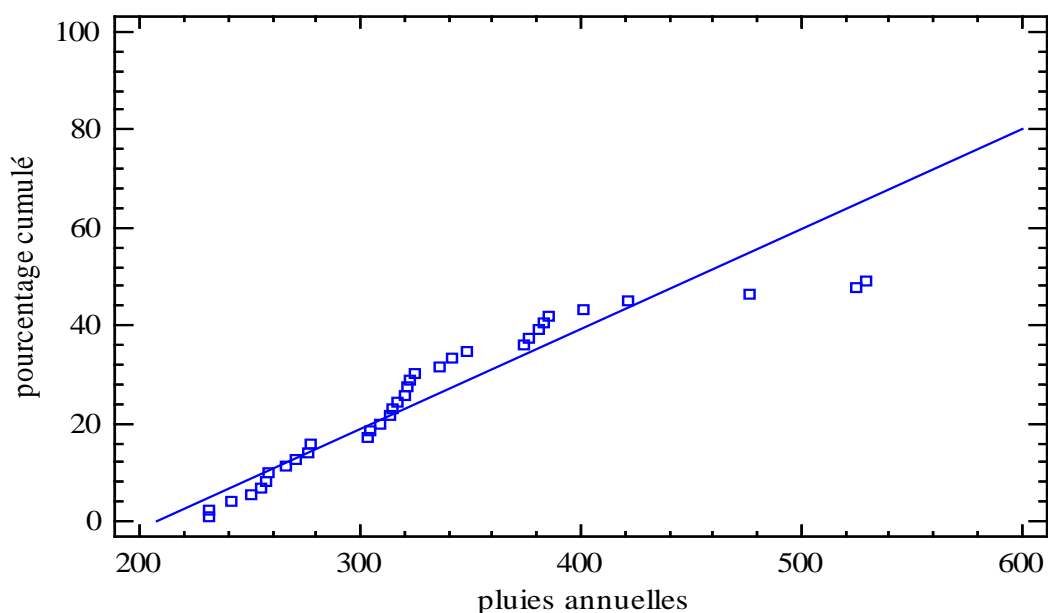


Figure IV.4. Graphique de la loi uniforme

Tests d'adéquation pour les pluies annuelles

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		249,725	3	2,13	0,36
	249,725	268,35	5	2,13	3,89
	268,35	286,975	3	2,13	0,36
	286,975	305,6	2	2,13	0,01
	305,6	324,225	8	2,13	16,24
	324,225	342,85	2	2,13	0,01
	342,85	361,475	1	2,13	0,60
	361,475	380,1	2	2,13	0,01
	380,1	398,725	3	2,13	0,36
	398,725	417,35	1	2,13	0,60
	417,35	435,975	1	2,13	0,60
	435,975	454,6	0	2,13	2,13
	454,6	473,225	0	2,13	2,13
	473,225	491,85	1	2,13	0,60
	491,85	510,475	0	2,13	2,13
> à	510,475		2	2,13	0,01

Khi-carré = 30,0 avec 13 ddl Proba = 0,0047097

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Uniforme</i>
DPLUS	0,333478
DMINUS	0,044394
DN	0,333478
Proba.	0,00103955

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Uniforme</i>
W ²	0,00266724
Forme modifiée	-0,00883074
Proba.	>=0.10

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies peuvent être adéquatement modélisées par une loi uniforme. La distance maximale, entre la fonction de répartition des pluies et la fonction de répartition de la loi uniforme ajustée, calculée par le test de Kolmogorov-Smirnov est de 0,333478. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est inférieure à 0,05, on peut rejeter l'idée que les pluies annuelles suivent une loi uniforme au niveau de confiance de 95%.

IV.2.4. Loi Weibull

Le StatAdvisor

L'ajustement des pluies annuelles suivant la loi weibull a été réalisé ainsi que les différents tests de vérification dont les résultats sont :

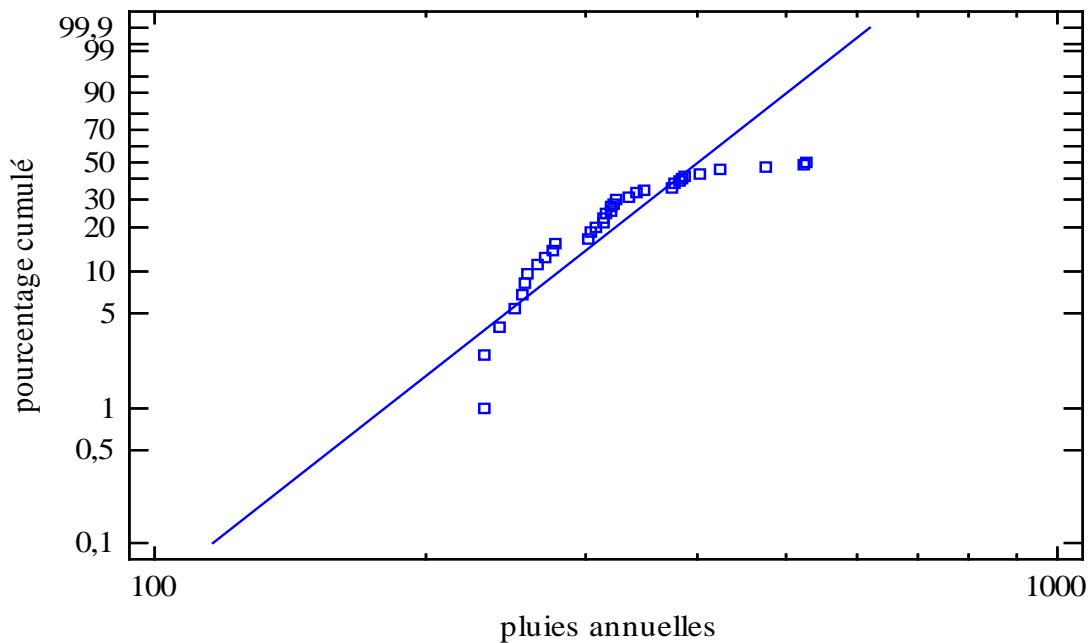


Figure IV.5. Graphique de la loi Weibull.

Données non censurées – pluies annuelles

<i>Weibull</i>
forme = 4,37438
échelle = 361,146

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi de Weibull aux données des pluies. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. On a testé si la loi de Weibull s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. On a également vérifié visuellement la qualité de l'ajustement par la loi de Weibull en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques.

Tests d'adéquation pour les pluies annuelles

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		193,02	0	2,13	2,13
	193,02	227,922	0	2,13	2,13
	227,922	252,125	4	2,13	1,65
	252,125	271,636	5	2,13	3,89
	271,636	288,551	2	2,13	0,01
	288,551	303,895	1	2,13	0,60
	303,895	318,276	5	2,13	3,89
	318,276	332,12	4	2,13	1,65
	332,12	345,768	2	2,13	0,01
	345,768	359,551	1	2,13	0,60
	359,551	373,841	1	2,13	0,60
	373,841	389,145	4	2,13	1,65
	389,145	406,286	1	2,13	0,60
	406,286	426,939	1	2,13	0,60
	426,939	455,961	0	2,13	2,13
> à	455,961		3	2,13	0,36

Khi-carré = 22,4706 avec 13 ddl Proba = 0,0484857

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Weibull</i>
DPLUS	0,153605
DMINUS	0,132265
DN	0,153605
Proba.	0,403645

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Weibull</i>
W ²	0,172717
Forme modifiée	0,178642
Proba.	<0.01*

A² d'Anderson-Darling

	<i>Weibull</i>
A ²	1,17607
Forme modifiée	1,21641
Proba.	<0.01*

Les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies annuelles peuvent être adéquatement modélisées par une loi de Weibull sont représentés dans les tableaux ci-dessus.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est inférieure à 0,05, on peut rejeter l'idée que les pluies annuelles suivent une loi de Weibull au niveau de confiance de 95%.

IV.2.5. Loi Gamma

Données non censurées – pluies annuelles

Lois ajustées

<i>Gamma</i>
forme = 21,3189
échelle = 0,0644682

Tests d'adéquation pour les pluies annuelles

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		228,46	0	2,13	2,13
	228,46	250,582	4	2,13	1,65
	250,582	266,572	4	2,13	1,65
	266,572	279,987	3	2,13	0,36
	279,987	292,069	0	2,13	2,13
	292,069	303,441	1	2,13	0,60
	303,441	314,496	4	2,13	1,65
	314,496	325,532	5	2,13	3,89
	325,532	336,824	1	2,13	0,60
	336,824	348,672	2	2,13	0,01
	348,672	361,463	0	2,13	2,13
	361,463	375,776	1	2,13	0,60
	375,776	392,618	4	2,13	1,65
	392,618	414,14	1	2,13	0,60
	414,14	446,882	1	2,13	0,60
> à	446,882		3	2,13	0,36

Khi-carré = 20,5882 avec 13 ddl Proba = 0,0814823

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Gamma</i>
DPLUS	0,125147
DMINUS	0,0685039
DN	0,125147
Proba.	0,661349

En conclusion, comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est supérieure ou égale à 0,05, on ne peut pas rejeter l'idée que les pluies annuelles suivent la loi Gamma au niveau de confiance de 95%.

IV.2.6. Loi racine carrée normale des pluies annuelles

D'après les résultats obtenus, on remarque que les données de pluies annuelles s'ajustent le mieux suivant la loi log normale et la loi Gamma. Par contre, la loi normale qui est toujours prise par habitude, la loi la plus utilisée, les données de notre région ne s'ajustent pas suivant cette loi. On propose une nouvelle loi statistique qui porte sur la racine carrée des données de pluies annuelles en les ajustant sur le papier normal de Gauss et voir si l'alignement des points et le test de cette loi racine carrée est acceptable selon les tests (χ^2 , Kolmogorov-Smirnov, W^2 de Cramer-Von Mises, A^2 d'Anderson-Darling).

L'ajustement des pluies annuelles suivant la loi racine carrée se fait de la manière suivante :

- 1) On calcule les racines carrées de chaque valeur des pluies annuelles pour la série de n valeurs ;
- 2) On range les données par ordre décroissant ;
- 3) On attribue à la première valeur le rang $i=1$ et la dernière le rang $i=n$;
- 4) On calcule la fréquence expérimentale $F(x) = \frac{i-0.5}{n}$;
- 5) On trace le graphe sur papier normale de Gauss où on met en abscisses $F(x)$ et en ordonnées les racines carrées des pluies annuelles ;
- 6) On compare l'alignement des points par rapport à celui tracé par la loi normale de Gauss ;
- 7) On vérifie la loi proposée par les différents tests ;

$$\text{La fonction de distribution est: } F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-\infty}^u e^{-u^2/2} du \quad \text{avec } u = \frac{\sqrt{p}-\sqrt{p}}{\delta\sqrt{p}}$$

IV.2.6.1. Résultats de l'application de la loi racine carrée normale

Graphiques de lois de probabilités

Variable des données: racine carrée des pluies

Nombre d'observations = 34

Nombre de valeurs au-dessous du minimum: 0

Nombre de valeurs au-dessus du maximum: 34

Le StatAdvisor

Cette procédure affiche sept graphiques différents de probabilités pour vous aider à déterminer si racine carrée des pluies suit un type particulier de loi de probabilités. Après examen de ces graphiques, vous pouvez ajuster une loi aux données en sélectionnant la procédure d'ajustement de lois.

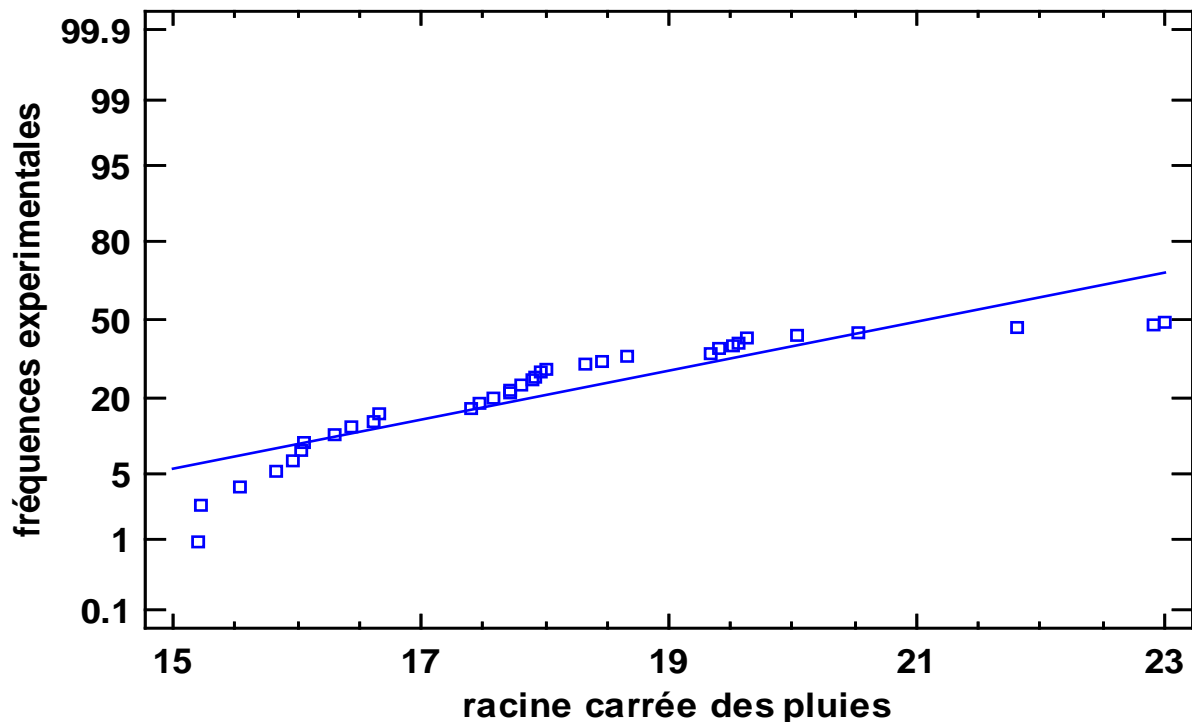


Figure IV.6. Graphique de loi racine carrée normale des pluies annuelles

Ajustement de lois (Données non censurées) - racine carrée des pluies

Variable des données: racine carrée des pluies

34 valeurs entre 15,2 à 23,0

Lois ajustées

<i>Normale</i>
moyenne = 18,0753
écart-type = 2,01725

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi normale aux données de racine carrée des pluies. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. Vous pouvez tester si la loi normale s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. Vous pouvez également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement par la loi normale en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure vous permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi. Pour sélectionner une loi différente, cliquer sur le bouton droit de la souris et sélectionner les options d'analyse.

Tests d'adéquation pour racine carrée des pluies

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		14,9806	0	2,13	2,13
	14,9806	15,7547	3	2,13	0,36
	15,7547	16,2857	4	2,13	1,65
	16,2857	16,7147	4	2,13	1,65
	16,7147	17,0893	0	2,13	2,13
	17,0893	17,4325	1	2,13	0,60
	17,4325	17,758	4	2,13	1,65
	17,758	18,0753	5	2,13	3,89
	18,0753	18,3926	1	2,13	0,60
	18,3926	18,7181	2	2,13	0,01
	18,7181	19,0613	0	2,13	2,13
	19,0613	19,4359	2	2,13	0,01
	19,4359	19,8649	3	2,13	0,36
	19,8649	20,3958	1	2,13	0,60
	20,3958	21,17	1	2,13	0,60
> à	21,17		3	2,13	0,36

Khi-carré = 18,7059 avec 13 ddl Proba = 0,132509

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Normale</i>
DPLUS	0,130561
DMINUS	0,0770278
DN	0,130561
Proba.	0,608193

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Normale</i>
W ²	0,0832979
Forme modifiée	0,0741714
Proba.	>=0.10

A² d'Anderson-Darling

	<i>Normale</i>
A ²	0,593425
Forme modifiée	0,593425
Proba.	>=0.10

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si racine carrée des pluies peut être adéquatement modélisé par une loi normale. Le test du Khi-carré divise l'étendue de racine carrée des pluies en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition de racine carrée des pluies et la fonction de répartition de la loi normale ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,130561. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est supérieure ou égale à 0,05, on ne peut pas rejeter l'idée que racine carrée des pluies suit une loi normale au niveau de confiance de 95%.

IV.2.6.2. Calcul de la pluie moyenne annuelle de période de retour 100 ans par les différentes lois

a. La loi racine carrée normale

Afin d'obtenir les résultats de pluie de période de retour 100 ans, on doit passer une série d'étapes mentionnées comme suit :

- On calcule la fréquence $F(x)$ de période de retour 100 ans ;

$$T = \frac{1}{1-F(x)} \rightarrow F(x) = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{100} = 0.99$$

- A partir de table de Gauss, on détermine la valeur de la variable réduite u de Gauss :

$$u = 2.33$$

- Par l'utilisation de la formule u , on détermine la valeur de la pluie centennale :

$$u = \frac{\sqrt{p} - \overline{\sqrt{p}}}{\delta_{\sqrt{p}}} \rightarrow \sqrt{p} = u \cdot \delta_{\sqrt{p}} + \overline{\sqrt{p}} \text{ Avec } \overline{\sqrt{p}} = 18.0753 \text{ et } \delta_{\sqrt{p}} = 2.01725$$

$$\sqrt{p} = 22.76 \rightarrow p = (22.76)^2 = 519mm$$

b. La loi Log Normale

Afin d'obtenir les résultats de pluie centennale, on procède comme suit :

- On calcule la fréquence $F(x)$ de période de retour 100 ans ;

$$T = \frac{1}{1-F(x)} \rightarrow F(x) = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{100} = 0.99$$

- A partir de table de Gauss, on tire la valeur de Z correspondantes à $f(x)=0,99$, soit:

$$Z = 2.33$$

- Par l'utilisation de la formule Z, on détermine la valeur de pluie :

$$Z = a \text{Log}(x - x_0) + b \quad \text{Avec} \quad x_0 = 0, a = 0.086, b = 2.097$$

a et b sont des paramètres de la loi Log Normale déterminés par le courbe d'ajustement

A partir de la formule de $Z \rightarrow x = p = 10^{\frac{Z-b}{a}}$ on trouve : **$p = 512 \text{ mm}$**

Conclusion

Dans ce chapitre, on a étudié la distribution statistique des pluies annuelles du bassin versant du K'sob par l'utilisation du logiciel Statgraphics en les ajustant à de nombreuses lois statistiques (loi normale, loi log normale, loi gamma, loi weibull et loi uniforme) et vérifiées par différents tests (Test du Khi-carré, Test de Kolmogorov-Smirnov, W^2 de Cramer-Von Mises, A^2 d'Anderson-Darling). D'après les résultats obtenus, on peut conclure que ces données de pluies annuelles s'ajustent le mieux suivant la fonction de distribution Gamma et la fonction de distribution Log Normale. Ce qui veut dire, toutes les études réalisées dans le passé en considérant que les données de pluies annuelles suivent la loi normale de Gauss s'avèrent incorrectes.

En ajustant les données racines carrées des pluies annuelles, on remarque que la loi proposée racine carrée est acceptée par les 4 tests sans exception. Donc, les prévisions pour le calcul des pluies annuelles de période de retour donnée, seront plus significatives et plus raisonnables en utilisant la loi racine carrée normale. Le calcul de la pluie pour une période de retour de 100 ans par les deux lois d'ajustement (Log normale et racine carrée normale) donne des valeurs très proches (512 mm et 519 mm). On peut conclure que la loi racine carrée des pluies annuelles pourrait être utilisée sans risque dans les prévisions pour différentes périodes de retour et donne de bons résultats.

Il semble que le calcul des apports des bassins versants et par conséquent, le calcul des ouvrages hydrauliques doit être revu en utilisant la loi proposée (racine carrée normale ou log normale ou Gamma). Pour justifier, on a calculé la pluie centenaire par les deux lois, on remarque qu'elles sont proches et cela confirme la validité de la loi racine carrée normale.

CHAPITRE V

AJUSTEMENT DES PLUIES
MAXIMALES JOURNALIÈRES PAR
LES LOIS STATISTIQUES DE
STATGRAPHICS

CHAPITRE V

AJUSTEMENT DES PLUIES MAXIMALES JOURNALIERES PAR LES LOIS STATISTIQUES DE STATGRAPHICS

V.1. Les données des pluies maximales journalières du BV k'sob

Les données de pluies maximales journalières recueillies auprès de l'ANRH d'Alger de station pluviométrique BBA situé au milieu sous bassin versant k'sob de depuis 1973 à 2008 sont représentées dans le graphe suivant :

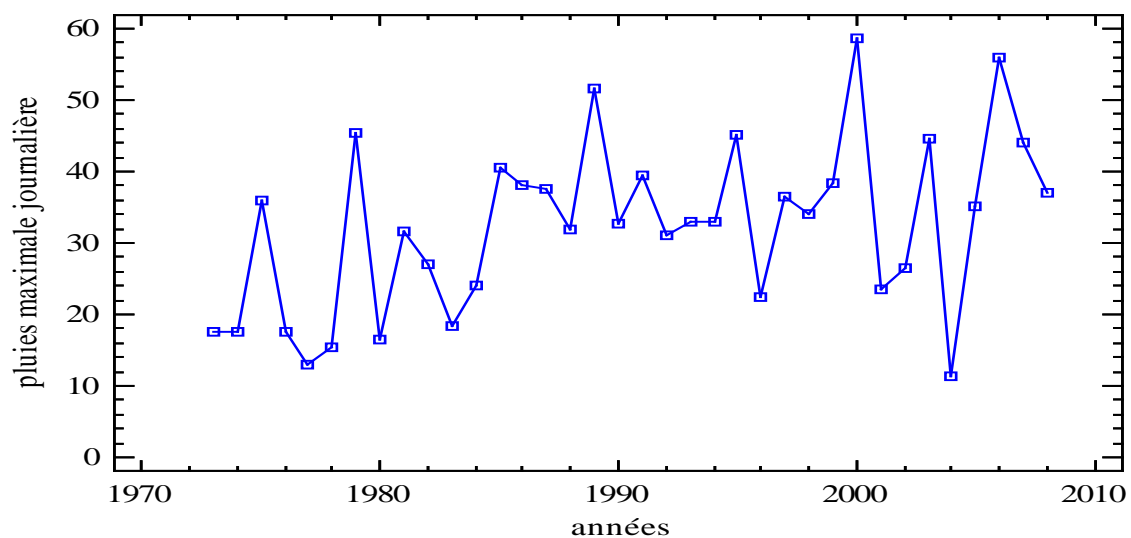


Figure V.1. Graphique des pluies maximales journalières de 1973 à 2008

V.2. Traitement des données de pluies maximales journalières par Statgraphics

V.2.1. Loi weibull

Graphiques de lois de probabilités

Variable des données: pluie maximale journalière (mm)

Nombre d'observations = 36

Nombre de valeurs au-dessous du minimum: 0

Nombre de valeurs au-dessus du maximum: 36

Le StatAdvisor

Cette procédure affiche sept graphiques différents de probabilités pour aider à déterminer si les pluies maximales journalières suivent un type particulier de loi de probabilités. Après examen de ces graphiques, on peut ajuster une loi aux données en sélectionnant la procédure d'ajustement de lois.

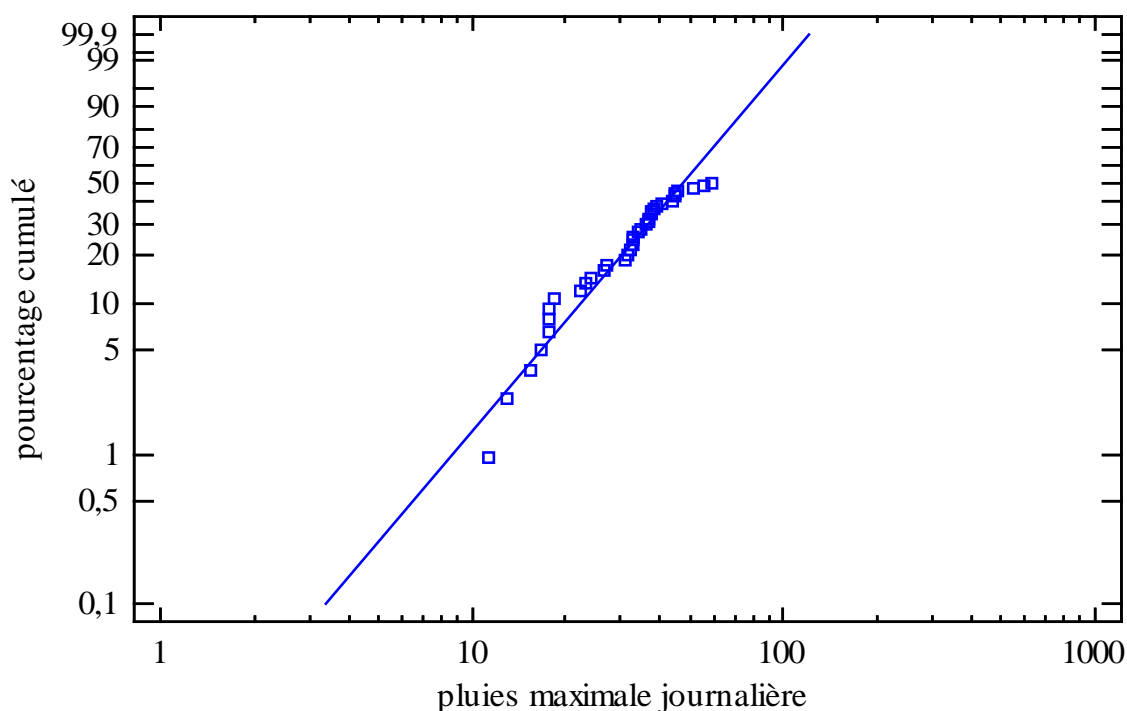


Figure V.2. Graphique de la loi weibull.

Ajustement de lois (Données non censurées) - pluies maximales journalières

Variable des données: pluies maximales journalières (mm)

36 valeurs entre 11,3 à 58,5

Lois ajustées

<i>Weibull</i>
forme = 3,01125
échelle = 36,1913

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi de Weibull aux données de pluies maximales journalières. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. On peut tester si la loi de Weibull s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. On peut également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement par la loi de Weibull en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi. Pour sélectionner une loi différente, on clique sur le bouton droit de la souris et on sélectionne les options d'analyse.

Tests d'adéquation pour les pluies maximales journalières

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i> <i>inférieure</i>	<i>Limite</i> <i>supérieure</i>	<i>Effectifs</i> <i>observés</i>	<i>Effectifs</i> <i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		14,5666	2	2,25	0,03
	14,5666	18,5447	6	2,25	6,25
	18,5447	21,4729	0	2,25	2,25
	21,4729	23,9285	2	2,25	0,03
	23,9285	26,1232	1	2,25	0,69
	26,1232	28,1652	2	2,25	0,03
	28,1652	30,122	0	2,25	2,25
	30,122	32,0438	3	2,25	0,25
	32,0438	33,9744	3	2,25	0,25
	33,9744	35,9594	2	2,25	0,03
	35,9594	38,054	5	2,25	3,36
	38,054	40,3378	2	2,25	0,03
	40,3378	42,9446	1	2,25	0,69
	42,9446	46,152	4	2,25	1,36
	46,152	50,7786	0	2,25	2,25
> à	50,7786		3	2,25	0,25

Khi-carré = 20,0 avec 13 ddl Proba. = 0,0952103

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Weibull</i>
DPLUS	0,0980691
DMINUS	0,104889
DN	0,104889
Proba.	0,823223

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Weibull</i>
W ²	0,0564215
Forme modifiée	0,0583022
Proba.	>=0.10*

A² d'Anderson-Darling

	<i>Weibull</i>
A ²	0,356508
Forme modifiée	0,368392
Proba.	>=0.10*

*Indique que la probabilité a été comparée aux tables des valeurs critiques spécialement construites pour ajuster la loi sélectionnée. Les autres valeurs des probabilités sont basées sur des tables générales et peuvent être très sévères (à l'exception du test du Khi-carré).

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies maximales journalières peuvent être adéquatement modélisées par une loi de Weibull. Le test du Khi-carré divise l'étendue des pluies maximales journalières en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition de pluies maximales journalières et la fonction de répartition de la loi de Weibull ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,104889. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est supérieure ou égale à 0,05, on ne peut pas rejeter l'idée que les pluies maximales journalières suivent une loi de Weibull au niveau de confiance de 95%.

V.2.2. Loi Gamma 3 paramètres

Ajustement de lois (Données non censurées) - pluies maximales journalières

Variable des données: pluie maximale journalière (mm)

36 valeurs entre 11,3 à 58,5

Lois ajustées

<i>Gamma (3 paramètres)</i>
forme = 37,9313
échelle = 0,518347
seuil inférieur = -40,9447

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi gamma à 3 paramètres aux données de pluies maximales journalières. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. On peut tester si la loi gamma à 3 paramètres s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. On peut également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement par la loi gamma à 3 paramètres en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi. Pour sélectionner une loi différente, on clique sur le bouton droit de la souris et on sélectionne les options d'analyse.

Tests d'adéquation pour pluies maximales journalières

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		14,9361	2	2,25	0,03
	14,9361	18,8295	6	2,25	6,25
	18,8295	21,6035	0	2,25	2,25
	21,6035	23,9074	2	2,25	0,03
	23,9074	25,9655	1	2,25	0,69
	25,9655	27,8891	2	2,25	0,03
	27,8891	29,747	0	2,25	2,25
	29,747	31,5907	2	2,25	0,03
	31,5907	33,4661	4	2,25	1,36
	33,4661	35,4227	2	2,25	0,03
	35,4227	37,5229	4	2,25	1,36
	37,5229	39,8586	3	2,25	0,25
	39,8586	42,5891	1	2,25	0,69
	42,5891	46,052	4	2,25	1,36
	46,052	51,2681	0	2,25	2,25
> à	51,2681		3	2,25	0,25

Khi-carré = 19,1111 avec 12 ddl Proba. = 0,0858821

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Gamma (3 paramètres)</i>
DPLUS	0,10365
DMINUS	0,118908
DN	0,118908
Proba.	0,688747

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies maximales journalières peuvent être adéquatement modélisées par une loi gamma à 3 paramètres. Le test du Khi-carré divise l'étendue des pluies maximales journalières en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition des pluies maximales journalières et la fonction de répartition de la loi gamma à 3 paramètres ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,118908. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est supérieure ou égale à 0,05, on ne peut pas rejeter l'idée que les pluies maximales journalières suivent une loi gamma à 3 paramètres au niveau de confiance de 95%.

V.2.3. Loi de la valeur extrême

Graphiques de lois de probabilités

Variable des données: pluies maximales journalières (mm)

Nombre d'observations = 36

Nombre de valeurs au-dessous du minimum: 0

Nombre de valeurs au-dessus du maximum: 36

Le StatAdvisor

Cette procédure affiche sept graphiques différents de probabilités pour aider à déterminer si les pluies maximales journalières suivent un type particulier de loi de probabilités. Après examen de ces graphiques, on peut ajuster une loi aux données en sélectionnant la procédure d'ajustement de lois.

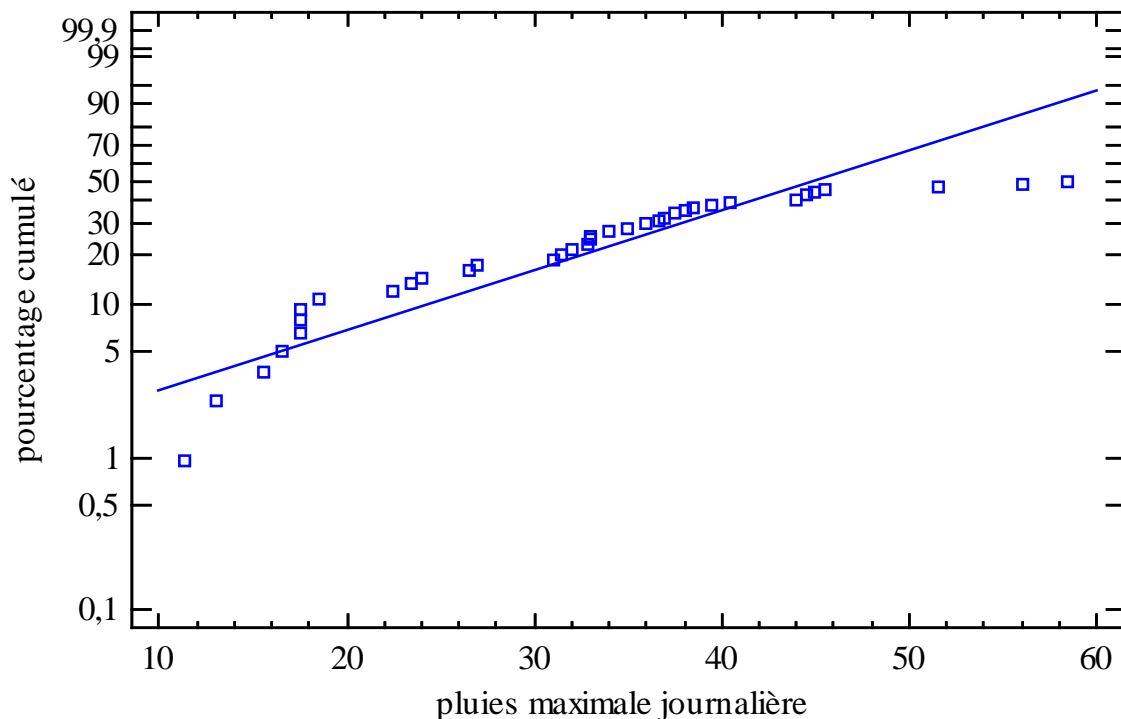


Figure V.3. Graphique de la loi à valeurs extrêmes.

Ajustement de lois (Données non censurées) - pluies maximales journalières

Variable des données: pluies maximales journalières (mm)

36 valeurs entre 11,3 à 58,5

Lois ajustées

<i>Plus grande valeur extrême</i>
mode = 26,4367
échelle = 10,7349

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi de la plus grande valeur extrême aux données de pluies maximales journalières. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. On peut tester si la loi de la plus grande valeur extrême s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. On peut également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement par la loi de la plus grande valeur extrême en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi. Pour sélectionner une loi différente, on clique sur le bouton droit de la souris et on sélectionne les options d'analyse.

Tests d'adéquation pour pluie maximale journalière

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		15,4895	2	2,25	0,03
	15,4895	18,5777	6	2,25	6,25
	18,5777	20,9061	0	2,25	2,25
	20,9061	22,9304	1	2,25	0,69
	22,9304	24,8144	2	2,25	0,03
	24,8144	26,6445	1	2,25	0,69
	26,6445	28,48	1	2,25	0,69
	28,48	30,3712	0	2,25	2,25
	30,3712	32,3705	3	2,25	0,25
	32,3705	34,5418	4	2,25	1,36
	34,5418	36,9746	3	2,25	0,25
	36,9746	39,8114	5	2,25	3,36
	39,8114	43,3115	1	2,25	0,69
	43,3115	48,0506	4	2,25	1,36
	48,0506	55,8557	1	2,25	0,69
> à	55,8557		2	2,25	0,03

Khi-carré = 20,8889 avec 13 ddl Proba. = 0,0751555

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Plus grande valeur extrême</i>
DPLUS	0,0990971
DMINUS	0,158999
DN	0,158999
Proba.	0,324669

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Plus grande valeur extrême</i>
W ²	0,131484
Forme modifiée	0,135867
Proba.	<0.05*

A² d'Anderson-Darling

	<i>Plus grande valeur extrême</i>
A ²	0,708212
Forme modifiée	0,731819
Proba.	<0.10*

*Indique que la probabilité a été comparée aux tables des valeurs critiques spécialement construites pour ajuster la loi sélectionnée. Les autres valeurs des probabilités sont basées sur des tables générales et peuvent être très sévères (à l'exception du test du Khi-carré).

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies maximales journalières peuvent être adéquatement modélisées par une loi de la plus grande valeur extrême. Le test du Khi-carré divise l'étendue des pluies maximales journalières en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition des pluies maximales journalières et la fonction de répartition de la loi de la plus grande valeur extrême ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,158999. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est inférieure à 0,05, on peut rejeter l'idée que les pluies maximales journalières suivent une loi de la plus grande valeur extrême au niveau de confiance de 95%.

V.2.4. Loi puissance exponentielle**Ajustement de lois (Données non censurées) - pluies maximales journalières**

Variable des données: pluies maximales journalières (mm)

36 valeurs entre 11,3 à 58,5

Lois ajustées

<i>Puissance exponentielle</i>
moyenne = 32,3462
échelle = 15,4872
forme = -0,340446

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi à puissance exponentielle aux données de pluies maximales journalières. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. On peut tester si la loi à puissance exponentielle s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux. On peut également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement par la loi à puissance exponentielle en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi. Pour sélectionner une loi différente, on clique sur le bouton droit de la souris et on sélectionne les options d'analyse.

Tests d'adéquation pour pluie maximale journalière

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		14,1886	2	2,25	0,03
	14,1886	18,0582	5	2,25	3,36
	18,0582	20,9501	1	2,25	0,69
	20,9501	23,4514	2	2,25	0,03
	23,4514	25,7647	1	2,25	0,69
	25,7647	27,9872	2	2,25	0,03
	27,9872	30,1717	0	2,25	2,25
	30,1717	32,3462	3	2,25	0,25
	32,3462	34,5206	4	2,25	1,36
	34,5206	36,7051	3	2,25	0,25
	36,7051	38,9276	4	2,25	1,36
	38,9276	41,2409	2	2,25	0,03
	41,2409	43,7422	0	2,25	2,25
	43,7422	46,6341	4	2,25	1,36
	46,6341	50,5037	0	2,25	2,25
> à	50,5037		3	2,25	0,25

Khi-carré = 16,4444 avec 12 ddl Proba. = 0,171717

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Puissance exponentielle</i>
DPLUS	0,0884797
DMINUS	0,100186
DN	0,100186
Proba.	0,862801

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Puissance exponentielle</i>
W ²	0,0559872
Forme modifiée	0,0465985
Proba.	>=0.10

A² d'Anderson-Darling

	<i>Puissance exponentielle</i>
A ²	0,374694
Forme modifiée	0,374694
Proba.	≥ 0.10

*Indique que la probabilité a été comparée aux tables des valeurs critiques spécialement construites pour ajuster la loi sélectionnée. Les autres valeurs des probabilités sont basées sur des tables générales et peuvent être très sévères (à l'exception du test du Khi-carré).

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies maximales journalières peuvent être adéquatement modélisées par une loi à puissance exponentielle. Le test du Khi-carré divise l'étendue de pluie maximale journalière en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition des pluies maximales journalières et la fonction de répartition de la loi à puissance exponentielle ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,100186. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est supérieure ou égale à 0,05, on ne peut pas rejeter l'idée que les pluies maximales journalières suivent une loi à puissance exponentielle au niveau de confiance de 95%.

V.2.5. Loi logistique

Ajustement de lois (Données non censurées) - pluies maximales journalières

Variable des données: pluies maximales journalières

36 valeurs entre 11,3 à 58,5

Lois ajustées

<i>Logistique</i>
moyenne = 32,2637
écart-type = 12,4959

Le StatAdvisor

Cette analyse montre les résultats de l'ajustement d'une loi logistique aux données de pluies maximale journalière. Les paramètres estimés de la loi ajustée sont donnés ci-dessus. On teste si la loi logistique s'ajuste adéquatement aux données en sélectionnant 'Tests d'adéquation' dans la liste des options pour les tableaux et également vérifier visuellement la qualité de l'ajustement

par la loi logistique en sélectionnant 'Histogramme d'effectifs' dans la liste des options pour les graphiques. Les autres options de cette procédure permettent de calculer et d'afficher des aires sous la courbe et des valeurs critiques pour la loi. Pour sélectionner une loi différente, on clique sur le bouton droit de la souris et on sélectionne les options d'analyse.

Tests d'adéquation pour pluies maximales journalières

Test du Khi-carré

	<i>Limite</i>	<i>Limite</i>	<i>Effectifs</i>	<i>Effectifs</i>	
	<i>inférieure</i>	<i>supérieure</i>	<i>observés</i>	<i>attendus</i>	<i>Khi-carré</i>
jusqu'à		13,6069	2	2,25	0,03
	13,6069	18,8576	6	2,25	6,25
	18,8576	22,1616	0	2,25	2,25
	22,1616	24,6949	3	2,25	0,25
	24,6949	26,8317	1	2,25	0,69
	26,8317	28,7444	1	2,25	0,69
	28,7444	30,5323	0	2,25	2,25
	30,5323	32,2637	3	2,25	0,25
	32,2637	33,9951	3	2,25	0,25
	33,9951	35,783	2	2,25	0,03
	35,783	37,6957	4	2,25	1,36
	37,6957	39,8324	3	2,25	0,25
	39,8324	42,3658	1	2,25	0,69
	42,3658	45,6698	4	2,25	1,36
	45,6698	50,9205	0	2,25	2,25
> à	50,9205		3	2,25	0,25

Khi-carré = 19,1111 avec 13 ddl Proba. = 0,119699

Test de Kolmogorov-Smirnov

	<i>Logistique</i>
DPLUS	0,10279
DMINUS	0,0931604
DN	0,10279
Proba.	0,841374

W² de Cramer-Von Mises

	<i>Logistique</i>
W ²	0,0563267
Forme modifiée	0,0556504
Proba.	>=0.10*

A² d'Anderson-Darling

	<i>Logistique</i>
A ²	0,384146
Forme modifiée	0,386813
Proba.	>=0.10*

*Indique que la probabilité a été comparée aux tables des valeurs critiques spécialement construites pour ajuster la loi sélectionnée. Les autres valeurs des probabilités sont basées sur des tables générales et peuvent être très sévères (à l'exception du test du Khi-carré).

Le StatAdvisor

Cette fenêtre affiche les résultats des tests effectués pour déterminer si les pluies maximales journalières peuvent être adéquatement modélisées par une loi logistique. Le test du Khi-carré divise l'étendue de pluies maximales journalières en intervalles ne se chevauchant pas et compare le nombre d'observations de chaque classe au nombre attendu pour la loi ajustée. Le test de Kolmogorov-Smirnov calcule la distance maximale entre la fonction de répartition des pluies maximales journalières et la fonction de répartition de la loi logistique ajustée. Dans ce cas, la distance maximale est de 0,10279. Les autres statistiques comparent la fonction de distribution empirique à la fonction de répartition ajustée de différentes façons.

Comme la plus petite probabilité parmi les tests effectués est supérieure ou égale à 0,05, on ne peut pas rejeter l'idée que pluies maximales journalières suivent une loi logistique au niveau de confiance de 95%.

Conclusion

La distribution statistique des pluies maximales journalières du bassin versant du K'sob, a été étudiée par le logiciel Statgraphics en appliquant un ensemble de lois (loi Weibull, loi de la valeur extrême, loi gamma 3 paramètres, loi puissance exponentielle, loi logistique). Ces lois ont été testées par les tests du Khi-carré, Kolmogorov-Smirnov, W^2 de Cramer-Von Mises, A^2 d'Anderson-Darling. D'après les résultats obtenus, on peut conclure que ces données des pluies maximales journalières s'ajustent le mieux suivant les fonctions de distribution suivantes : Gamma 3 paramètres, la fonction de distribution Weibull, la fonction puissance exponentielle et la fonction de distribution logistique.

Conclusion générale

Dans ce travail, on a étudié la distribution statistique des pluies annuelles et des pluies maximales journalières du bassin versant k'sob par l'utilisation des enregistrements de la station pluviométrique de BBA situé au centre du bassin k'sob. On a appliqué un ensemble de lois de probabilités et aussi un ensemble de tests de vérification et d'adéquation tels que : test de Khi-carré, de Kolmogorov-Smirnov, de W^2 de Cramer-Von Mises et de A^2 d'Anderson-Darling. L'outil informatique utilisé est le logiciel Statgraphics.

D'après les résultats obtenus, on peut conclure que les données des pluies annuelles s'ajustent le mieux suivant la fonction de distribution Gamma et la fonction de distribution Log Normale avec le rejet de la loi Normale au niveau de confiance de 95%. Tous les tests d'adéquation utilisés confirment ce rejet. Ces résultats nous ramènent à constater que toutes les études réalisées dans le passé en considérant que les données de pluies annuelles suivent la loi normale de Gauss s'avèrent douteuses.

On a proposé dans ce mémoire l'ajustement des données de pluies par l'application d'une nouvelle loi « la loi racine carrée normale » sur les données des pluies annuelles et on note que les résultats obtenus confirment que cette loi est acceptée par les quatre tests d'adéquation et donnent des résultats similaires à ceux de la loi log Normale.

Pour les données des pluies maximales journalières, elles s'ajustent mieux avec les fonctions de distribution suivantes : Gamma 3 paramètres, la fonction de distribution Weibull, la fonction puissance exponentielle et la fonction de distribution logistique avec un niveau de confiance de 95%.

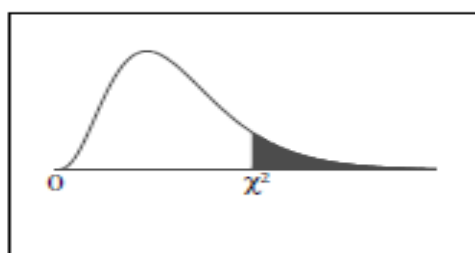
Enfin, pour les études statistiques futures des pluies, on propose d'utiliser des lois qui s'ajustent le mieux aux données de pluies (pas toujours la loi normale) telle que la loi racine carrée normale ou log-normale ou Gamma, etc... afin de faire des prévisions donnant des résultats plus justes et acceptables.

Références bibliographiques

- [1] Touaïbia, B. *Manuel Pratique d'Hydrologie*, Blida, Algérie, Edition Madani, 2004.
- [2] LABORDE, J.P. *Eléments d'hydrologie de surface*, 2000, 204P.
- [3] LABORDE, J.P. *Éléments d'hydrologie de surface*, polytechNice-chophia, 2009, 192P.
- [4] SARI, Ahmed. *Initiation à l'hydrologie de surface*, 2002.
Tome 1 Cours ; Tome 2 exercices
- [5] P.H, BOIS. *Hydrologie générale*, 2000, 175P.
- [6] D, theyry. *Eléments d'analyse statistique*, Application à hydrologie ,Deuxième édition BRGM, 1989.
- [7] Paul, Meylan et André, Musy. *Hydrologie fréquentielle*, Bucarest, édition H G A, 1999.
- [8] LABORDE, J.P. *Éléments d'hydrologie de surface*, POLYTECHNICE-CHOPHIA, 2007, 203P.
- [9] Ph, Bois, Ch. Obledet I. Zin. *Introduction au traitement de données en hydrologie*, 7ème édition revue et complétée, L'Édition du Millénaire, Grenoble, 2007.
- [10] Y.BRUNET-MORET. *Etude de quelques Lois statistiques*, Cah. O.R.S.T.O.M. série Hydrologie, 1969.
- [11] D. DUBAND. *Hydrologie statistique approfondie*, France, Ecole nationale supérieure d'hydraulique de Grenoble, 1982.
- [12] Entreprise Statpoint (16/04/2016 10:59), Statgraphics, (Version 17.1.10), [Logiciel], documentations des procédures, 2015.
- [13] M. Roche. *Hydrologie de surface*, Paris, édition de l'ORSTOM, 1963.
- [14] V, Monbet. *Teste statistique*, Note de cours, 2009, 31p.

ANNEXES

Chi-Square Distribution Table



The shaded area is equal to α for $\chi^2 = \chi^2_{\alpha}$.

<i>df</i>	$\chi^2_{.995}$	$\chi^2_{.990}$	$\chi^2_{.975}$	$\chi^2_{.950}$	$\chi^2_{.900}$	$\chi^2_{.100}$	$\chi^2_{.050}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.010}$	$\chi^2_{.005}$
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
60	35.534	37.485	40.482	43.188	46.459	74.397	79.082	83.298	88.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169