UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Option : Mathématiques Appliquées et discrètes

Spécialité : Mathématiques

Par

MESSAOUDI IMANE

Sujet

Etude mathématique des problèmes mal posés liés aux équations aux dérivées partielles

Soutenu le : 18/ 06/ 2014 **devant le jury compose de .**

President	:	Sengouga Abdelmouhcen	MCA	Univ M'sila
Rapporteur	:	N.Benhamidouche	Prof	Univ M'sila
Examinateur	:	Talab Abdelhamid	MCA	Univ M'sila

Promotion : 2013/2014

Table des matières

Introduction

Les problèmes aux limites des équations aux dérivées partielles ont beaucoup d'applications en physique. mais on rencontre souvent des difficultés majeurs dans leurs traitement, en effet soient ils n'admettent pas de solutions ou bien la solution n'est pas unique ou parfois la stabilté de la solution pose problème. Dans ce cas sont dits "mal posés".

Cette notion de problèmes dits "mal posés" revient au célèbre au mathématicien français Jacques Hadamard (né le 8 décembre 1865 à Versailles, mort le 17 Octobre 1963 à Paris).

Dans les débuts de 1901 qu'il a mentionné les questions mal posées. Donc la notion d'un problème "bien posé" signifie qu'il a trois propriétés: l'existence, l'unicité et la stabilité de la solution.

Aujourd'hui, l'étude de ce genre de problèmes est connu sous le thème de problèmes inverses. C'est à dire de traiter les problèmes de manière rétrograde (revenir en arrière) pour regler la où les choses ne marchent pas .

Plusieurs mathématiciens, A.N.Tikhonov et V.Y.Arsenin, [2]; H.W.Engl, M.Hanke et A.Neubauer, [4]; V.Isakov, [7]; V.Vasin et V.Tanana, [8]; Andreas Kirch, [10]; J. B. Keller, [11]; L. Landweber, [12]; M.M.Lavrent'ev, V.G.Romanov, [14]; P.Pertrov et V.S.Sizikov, [15]; et d'autres ont travaillé pour développer la théorie et les méthodes pour résoude les problèmes mal posé; où plusieurs méthodes on été proposées pour résoudre les problème mal posés.

Dans ce travail nous allons présenter une étude sur cette notion de problèmes mal posés, en donnant exemples bien détaillés pour plusieurs types de problèmes, paraboliques, hyperbolique, et elliptiques.

Dans le premier chapitre on donne quelques définitions de la notion des équations aux dérivées partielles et quelque exemples de problèmes mal posés.

Dans le deuxième chapitre nous présentons des exemples bien détaillés pour les équations aux dérivées partielles dévolution linéaire de type parbolique et hyperbolique, et dans le troisième chapitre nous présentons des exemples de problèmes mal posés pour l'équations aux dérivées partielles elliptique; enfin, dans le quatrième chapitre nous présentons les problèmes mal posés pour les équations intégrales.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce mémoire une synthèse sur les problèmes "mal posé" tel que défini dans le travaux de Hadamard lié à l'existence, l'unicité et la stabilité de la solution à partir des données initiales.

Nous avons ainsi exposé plusieurs types de problème liées aux équations aux dérivées partièlles paraboliques notament liés à l'équation de diffusion et l'anti diffusion, et celle hyperboliques avec l'équation des ondes et elliptiques avec les problèmes de Cauchy pour l'équation de laplace et enfin les problèmes "mal posés" pour les équation intégrale et cela à partire d'une illustration via plusieurs exemples.

Bibliographie

[1] V.Y. ARSENIN and A.N. TIKHONOV, Solution of Ill-Posed Problems, Winston et Sons Washington, DC, (1977).

[2] H.W. ENGL, M. HANKE, and A. NENBANER. Regularization of Inverse problems. Kluwer, Dordrecht, 1996.

[3] V. FRIDMAN. A method of successive approximations for Fredholm integral equations of the first kind. Uspeki Mat. Nauk., 11 : 233-234, 1956. In Russian.

[4] M. HANKE. Conjugate Gradient Type Methods for Ill-Posed Problems, volume 327 of Pitman Research Notes in Mathematics. Longman, Harlow, 1995.

[5] V.ISAKOV. Inverse Problems for Partial Differential Equations. Number 127 in Applied Mathematicl sciences. Springer, New- York, 1998.

[6] V. IVANOV, V. VASIN and V. TANANA, Theory of linear ill-posed problems and application, Nauka, Moscow, 1978.

[7] V. IVANOV, V. VASIN and V. TANANA, Theory of linear ill-posed problems and applications, Nauka, Moscow, 1978.

[8] A. KIRCH. An introduction to the mathematical theory of inverse problems. (Applied Mathematicl sciences 120). Springer, New- York, 1996.

[9] J. B. KELLER. Inverse problems. Amer. Math. Monthly, 83 :107–118, 1976.

[10] L. LANDWEBER. An iteration formula for Fredholm integral equations of the first kind. Amer. J. Math., 73 :615–624, 1951.

[11] M. M. LAVRENTIEV, Some Improperly Posed Problems of Mathematical Physics Springer Tracts in Natural Philosophy, vol. 11, Springer, Berlin, 1967.

[12] M. M. LAVRENT'EV, V. G. ROMANOV, S. P. SHISHATSKY, Ill-posed problems mathematical physics and analysis, Amercian Mathematical Society, Providence, RI 1986.

[13] P.PETROV and V. S. SIZIKOV. Well-Posed, Ill-Posed, and Intermediate Problems With Application. (Inverse and Ill-Posed Problems series, 2005.