

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE  
MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

THEME

---

**DIAGNOSTIC DES SYSTEMES NON LINEAIRE  
REPRESENTES PAR MULTI-MODELE**

---

**Proposé et dirigé par :**

- Mr. OUBABAS Hocine

**Présenté par :**

- BOULAREM Adel

Année Universitaire : 2012/2013

N° d'ordre : 067



# ***Remerciements***

*On remercie tout d'abord Allah, le tout puissant qui nous a facilité le chemin pour l'accomplissement de ce  
Mémoire.*

*Nos grands remerciements vont à*

***Mr : OUBABAS Hocine***

*Pour nous avoir et pour leur disponibilité et leurs précieux conseils.*

*A tous nos enseignants et le chef de département de Génie Electrique*

***Mr : B.BEN DJAIMA***

*Qui nous ont aidés de proche ou de loin pour être des masters en électrotechnique option Automatique.*

*En fin*

*Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis(es) et collègues pour le soutien moral et Matériel.*

# *Dédicace*

*Avant tous, je remercie dieu le tout puissant de  
m'avoir*

*Donner le courage et la patience pour réaliser ce  
travail*

*Malgré toutes les difficultés rencontrées.*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chers parents*

*A mes frères et mes sœurs*

*A toute ma famille*

*A tous les amis d'études surtout Ceux  
d'AUTOMATIQUE Promotion 2013.*

*Boularem Adel.*

## Table des matières

Introduction Générale ..... 1

### I. Etat de l'art sur le diagnostic

I.1. Introduction ..... 3

I.2. Intérêt et objectifs du diagnostic ..... 3

I.3. Concepts et définition ..... 4

I.4. Principe de diagnostic des défauts ..... 5

    I.4.1. Redondances d'information ..... 5

    I.4.2. Redondance physique ou matérielle ..... 5

    I.4.3. Redondance analytique ..... 6

    I.4.4. Procédure de détection et d'isolation des défauts ..... 6

I.5. Classification des méthodes de diagnostic ..... 11

    I.5.1. Méthodes qualitatives ..... 12

    I.5.2. Méthodes quantitatives ..... 13

    I.5.3. Détection des défauts par traitement de signal ..... 15

I.6. Critère de performances d'un système de diagnostic ..... 15

I.7. Principe de génération de vecteur résidu pour la détection et la localisation de défauts ... 16

    I.7.1. Génération des résidus ..... 17

    I.7.2. Isolation des défauts ..... 18

    I.7.3. Méthodologie générale de génération du vecteur résidu ..... 18

    I.7.4. Technique d'évaluation de résidus ..... 19

I.8. Reconstruction de défauts ..... 21

I.9. Performance d'une procédure de diagnostic ..... 22

I.10. Les différents types de défauts ..... 22

    I.10.1. Les défauts actionneurs ..... 22

    I.10.2. Les défauts capteurs ..... 23

    I.10.3. Les défauts composants ou systèmes ..... 23

I.11. Conclusion ..... 25

### II. Modélisation du système non linéaire par approche multi-modèle

II.1. Introduction ..... 26

II.2. A propos de l'approche multi-modèle ..... 26

II.3. Obtention d'une structure multi-modèle ..... 27

II.4. Les principaux intérêts de l'approche multi-modèle .....	29
II.5. Différentes structures multi-modèle .....	29
II.5.1 Structure couplée .....	30
II.5.2 Structure découplée.....	31
II.5.3 Structure hiérarchisée .....	32
II.5.4 Recherche des modèles locaux par identification .....	33
II.5.5 Recherche des modèles locaux par linéarisation .....	34
II.6. Stabilité des multi-modèles.....	35
II.6.1 Stabilité quadratique .....	35
II.6.2 Stabilité relaxée.....	36
II.7. Diagnostic de défauts à base de multi-modèles .....	37
II.7.1. Les multi-modèles de défauts .....	37
II.7.2. Les multi-modèles autour de points de fonctionnement.....	39
II.7.3. Représentation multi-modèle en présence de défauts.....	43
II.8. Conclusion .....	45

### *III. synthèse d'observateurs non linéaires*

III.1. Introduction .....	46
III.2. Notion d'observabilité.....	46
III.2.1. Observabilité des systèmes linéaires .....	46
III.2.2. Observabilité des systèmes non linéaires .....	47
III.3. Classification des observateurs.....	47
III.3.1. Observateurs des systèmes linéaires.....	47
III.3.1.1. Observateur de Luenberger .....	48
III.3.1.2. Filtre de Kalman .....	49
III.3.1.3. Observateur à entrer inconnue .....	50
III.3.2. Observateurs des systèmes non linéaires.....	51
III.3.2.1. Généralités sur les observateurs non linéaires.....	51
III.3.2.2. Observateurs basés sur la structure MM .....	52
III.4. Méthodes de diagnostic à base d'observateurs.....	56
III.5. Principe de génération de résidus à base d'observateurs.....	56
III.6. Structuration et évaluation des résidus générés à base d'observateur .....	57
III.6.1. Structure d'observateurs simplifiés .....	58
III.6.2. Structure d'observateurs dédiés (DOS) .....	58
III.6.3. Structure d'observateurs généralisés (GOS).....	59
III.7. Génération de résidus .....	59
III.7.1. Observateur multi-modèle en banc : schéma d'isolation.....	61
III.8. Conclusion .....	63

## *IV. Application sur un système réel « systèmes hydraulique des 3 cuves »*

IV.1. Introduction .....	64
IV.2. Description du procédé.....	64
IV.3. Modèle mathématique du système .....	66
IV.4. Représentation du système non linéaire sous forme multi-modèles .....	67
IV.5. Résultats et commentaires .....	69
III.6. Conclusion .....	84
<b>Conclusion général .....</b>	<b>85</b>
<b>Références bibliographiques.....</b>	<b>86</b>
<b>Annexe .....</b>	<b>.....</b>
<b>Résume .....</b>	<b>.....</b>

## Table des Figures

Figure I.1 Schéma représentant la redondance matérielle .....	6
Figure I.2 Procédure de détection et d'isolation des défauts .....	9
Figure I.3 Les étapes du diagnostic .....	11
Figure I.4 Méthodes de diagnostic des défauts.....	12
Figure I.5 Principe des méthodes de classification.....	13
Figure I.6 Détection des défauts capteurs par un banc d'observateurs .....	17
Figure I.7 Détection des défauts actionneurs par un banc d'observateurs à entrées inconnues . .....	18
Figure I.8 Exemple d'un g générateur de résidu .....	19
Figure I.9 Structure de résidus directionnels .....	20
Figure I.10 Illustration des propriétés d'une table de signatures.....	21
Figure I.11 Différents types de défauts agissants sur système .....	22
Figure I.12 Classification des défauts : additifs et multiplicatifs .....	23
Figure I.13 Evolution temporelle des différents types de défauts.....	25
Figure II.1 Approche multi-modèle.....	27
Figure II.2 Architecture de multi-modèle.....	30
Figure II.3 Architecture d'un multi-modèle à modèles locaux couplés .....	31
Figure II.4 Architecture d'un multi-modèle à modèles locaux découplés .....	32
Figure II.5 Architecture d'un multi-modèle hiérarchique .....	33
Figure II.6 Schéma général associé à l'algorithme MMAE .....	39
Figure II.7 Caractéristique statique : choix du nombre de modèles locaux .....	41
Figure III.1 Schéma structurel de l'observateur de luenberger.....	49
Figure III.2 Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs .....	57
Figure III.3 Structure d'observateur simple .....	58
Figure III.4 Structure d'observateurs dédiés (DOS).....	58
Figure III.5 Structure d'observateurs généralisée (GOS).....	59
Figure III.6 Structure GOS pour la détection et l'isolation de défauts actionneurs .....	60
Figure III.7 Schéma de détection par Observateur .....	61
Figure IV.1 Système hydraulique des 3 cuves .....	64
Figure IV.2 Système hydraulique réel.....	65
Figure IV.3. Evolution des Fonctions de pondération.....	71
Figure IV.4. Evolution des sorties et des entrées du système non linéaire.....	72
Figure IV.5. Evolution des sorties simulées et observées des sous-systèmes linéaires .....	73
Figure IV.6. Evolution des sorties du multi-modèle avec observateur .....	75

## *Tables des figures et des tableaux*

---

Figure IV.7. Evolution des sorties des sous-systèmes linéaires en présence d'un défaut actionneur.....	77
Figure IV.8. Evolution des résidus d'un défaut actionneur .....	79
Figure IV.9. Evolution des sorties des sous-systèmes linéaires en présence d'un défaut capteur .....	80
Figure IV.10. Evolution des Résidus des défauts applique de 1 <sup>er</sup> capteur. ....	82
Figure IV.11. Evolution des Résidus des défauts applique de 2 <sup>ème</sup> capteur. ....	83
Figure IV.12. Evolution des Résidus des défauts applique de 3 <sup>ème</sup> capteur. ....	83

## *Table des tableaux*

Tableau IV.1 Paramètres du système des 3 cuves .....	65
Tableau IV.2 Définition des points de fonctionnement.....	66

## *Abréviations*

FDD	: Fault Detection and Diagnosis.
FDI	: Fault Detection and Isolation.
FD	: Fault Détection.
FI	: Fault Isolation.
STR	: Continuous Stirred Tank Reaction.
LTI	: Linéaire à temps invariant.
MM(s)	: Multi-modèle (s).
MIMO	: Multi-entrée multi-sortie (Multiple Input Multiple Output).
SISO	: Mono-entrée mono-sortie (Single Input Single Output).
STEP	: Station de purification.
T.-S	: Takagi-Sugeno.
LMI(s)	: Inégalité(s) matricielle(s) linéaire(s).
LPV	: Linéaire à paramètres variantes.
FPRG	: Fundamental Problem of Residual Generation
CTN	: Coefficient de Température Négatif.
BMI	: Inégalités Matricielles Bilinéaires.
MMAE	: Multiple Model Adaptive Estimation.
GOS	: Generalized Observer Scheme.
DOS	: Dedicated Observer Scheme.

---

***INTRODUCTION***  
***GENERALE***



## **Introduction générale**

L'étude d'un système réel passe toujours par une phase de modélisation visant à obtenir une représentation mathématique permettant de décrire son fonctionnement. Les modèles linéaires ont été étudiés depuis de très nombreuses années. En effet, l'hypothèse de linéarité des relations entrées-sorties d'un système permet d'élaborer simplement un modèle approximant son comportement. Ce type de modèles a été largement étudié dans différents contextes : l'identification, l'estimation d'état, la commande et le diagnostic. Cependant, de tels modèles ne permettent par la représentation du comportement d'un système qu'autour d'un point de fonctionnement donné, l'hypothèse de linéarité n'étant vérifiée que dans une zone restreinte de l'espace de fonctionnement. Sachant que les systèmes réels sont de nature non linéaire, les systèmes de commande et de diagnostic développés sur la base de modèles linéaires fournissent des performances dégradées dès qu'on s'éloigne du point de fonctionnement.

En effet, les systèmes non linéaires ont des représentations d'état très variées, qui exploitent la structure et les propriétés de la fonction non linéaire qui intervient dans le modèle du système.

Le diagnostic, à l'image du domaine médical, consiste à ausculter le système en comparant ses données courantes aux données provenant d'un fonctionnement normal. Ces indicateurs permettent en général, de déterminer des symptômes amenant alors la détection et l'isolation de la ou des partie(s) défaillante(s) du système. De nombreuses méthodes ont été développées dans le cadre des systèmes linéaires. Néanmoins, la notion de linéarité s'applique uniquement pour des systèmes particuliers ou des systèmes réels représentés autour d'un point d'équilibre particulier avec une plage de fonctionnement réduite. Afin d'effectuer le diagnostic d'un système non linéaire prenant en compte une plus grande plage de fonctionnement, des méthodes basées sur la connaissance d'un modèle analytique du système provenant d'une représentation mathématique du comportement physique du système, ont été développées [4],[8].

Dans la littérature plusieurs méthodes de diagnostic en été proposées (diagnostic par traitement du signal, diagnostic par estimation paramétrique, diagnostic à base d'observateurs ...etc.). Les recherches dans ce domaine s'orientent de plus en plus vers les techniques de reconstruction d'état des systèmes.

Le problème d'estimation d'état des systèmes non linéaires reste sans solution dans un grand nombre de cas et cela, malgré les nombreuses méthodes proposées dans ce sens.

De nombreuses techniques ont été alors dédiées à l'estimation d'état de classes particulières de systèmes non linéaires (filtre de Kalman étendu, observateur à grands gains, observateurs basés sur des transformations sous une forme canonique d'observabilité, ...).

Cependant, ces techniques sont parfois difficiles à appliquer à cause des contraintes imposées. De plus, la richesse des résultats obtenus pour les systèmes linéaires n'est que très peu exploitable dans le contexte des systèmes non linéaires [7].

La stratégie de reconstruction d'état proposée dans ce mémoire en vue du diagnostic d'un système non linéaire, on l'occurrence le système à trois réservoirs en utilise une technique de modélisation visant à obtenir un modèle tenant en compte des non-linéarités du système et offrant une structure simple et facilement exploitable du point de vue mathématique. Cette approche porte le nom général **approche multi-modèle**. Celle-ci s'appuie sur l'utilisation d'un ensemble de sous-modèles de structures simples, chaque sous-modèle décrit le comportement du système dans une "zone de fonctionnement" particulière. Ces sous-modèles servent alors à la description du comportement dynamique global du système en utilisant des fonctions non linéaires (fonctions poids) définissant la contribution de chaque sous-modèle [1].

Ce mémoire comporte quatre chapitres articulés comme suit :

Dans le premier chapitre on aborde quelques concepts généraux sur le diagnostic. Il sera notamment consacré aux concepts fondamentaux du diagnostic des systèmes à bases de modèles et aux différentes structures de génération de résidus. Le deuxième chapitre est consacré à la présentation de la structure d'un multi-modèle ainsi que les différentes méthodes d'obtention de cette structure. Le troisième chapitre présente une synthèse d'observateurs pour le diagnostic des systèmes représentés par des multi-modèles. Dans le dernier chapitre on aborde l'application de la stratégie de diagnostic synthétisée sur un réservoir hydraulique à trois cuves.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale et quelques perspectives.

# ***CHAPITRE I :***

---

## ***Etat de l'art sur le diagnostic***

---



## **I.1 Introduction**

De manière générale, lorsqu'on parle de diagnostic des défauts, on se réfère à la procédure de détection et d'isolation de ces derniers, que l'on retrouve souvent sous le nom : FDI (Fault Detection and Isolation). Cette procédure nous permet d'avoir des informations sur l'apparition d'un défaut et sur sa provenance le plus rapidement possible. Les méthodes de détection et de localisation des défauts ont connu un essor considérable depuis le début des années 70 [8], [9]. En effet, de nombreux chercheurs ont investi dans ce domaine proposant alors diverses approches et techniques répondant à la diversité des applications.

Ce chapitre présente un état de l'art sur le diagnostic des défauts dans les systèmes physiques. Il est question, dans un premier temps, de donner les différents concepts et notions rencontrés dans la littérature concernant le diagnostic des défauts, car un bon diagnostic nécessite une bonne compréhension de ces notions. Le principe de base du diagnostic sera alors présenté ainsi que les différentes méthodes proposées dans ce domaine [2].

D'autre part, nous allons présenter la procédure générale de détection et d'isolation des défauts par les méthodes à base de modèle mathématique. Cette dernière passe par deux étapes essentielles : la génération et l'évaluation du vecteur résidu.

## **I.2 Intérêt et objectifs du diagnostic**

Dans le domaine de l'industrie et de la production industrielle le champ de la compétitivité repose sur plusieurs critères de performance, de robustesse et de qualité. Mais malgré toutes les assiduités pour l'établissement de ces conceptions, les défaillances de celles-ci se font fréquentes et peuvent résulter soit d'une fin de cycle de vie d'un élément et aussi de l'apparition soudaine d'une panne brusque. Alors que ces éléments de production représentent pour la plupart du temps des enjeux majeurs soit à buts lucratifs ou pour assurer un service. Elles peuvent aussi toucher à un élément des plus importants qui représente la sécurité matérielle, environnementale, et même humaine. Pour éviter des conséquences irréversibles, des méthodes de supervision et de surveillance ont été mises en place et qui reposent toutes sur le diagnostic des systèmes [6].

Le diagnostic consiste à détecter, à localiser et éventuellement à identifier les défaillances et/ou les défauts qui affectent un système. Plus généralement, le diagnostic apporte une contribution à la solution de détection et de localisation d'un mauvais fonctionnement.

## I.3 Concepts et définition

**I.3.1 Le diagnostic :** C'est l'identification de la cause probable de la (ou des) défaillances à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur un ensemble d'information provenant d'une inspection, d'un control ou d'un test. Cette définition met en évidence une étape d'observation qui consiste à recueillir les informations provenant du système, suivie d'une étape de détermination de la cause de cette défaillance à partir d'un raisonnement logique fondé sur les informations obtenues [5].

**I.3.2 Une anomalie :** est une particularité non conforme à la loi naturelle ou logique [16].

**I.3.3 Défaillance :** interruption permanente de la capacité du système à accomplir sa mission dans des conditions de fonctionnement opérationnelles spécifiées [5].

**I.3.4 Une Panne :** est l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Une panne résulte toujours d'une défaillance [16].

**I.3.5 Défaut :** déviation non acceptable d'au moins une caractéristique d'un système par rapport à sa valeur nominale. Il est noté :  $f(t) \in R^n f$  [5].

**I.3.6 Une perturbation :** consiste en tout phénomène conçu comme normal influençant un processus, non ou mal représenté par un modèle de référence [26].

**I.3.7 Un résidu :** signal conçu comme indicateur d'anomalie fonctionnelle ou comportementale, sensiblement nul en absence de défauts et non nul en leur présence. Il est noté :  $r(t) \in \mathbb{R}^{n_r}$  [5].

**I.3.8 Un symptôme :** est un caractère distinctif d'un état fonctionnel ou comportemental anormal [5].

**I.3.9 La surveillance :** est une tâche continue, réalisée en temps réel, qui permet de déterminer l'état d'un système physique, elle consiste en l'enregistrement des informations ainsi qu'en la reconnaissance et l'indication des anomalies du comportement [5].

**I.3.10 La sensibilité :** représente la capacité d'un système de diagnostic à générer des résidus sensibles aux défauts à détecter. Ces défauts sont généralement caractérisés par une certaine amplitude.

**I.3.11 La supervision :** est la surveillance d'un système physique et la prise de décisions appropriées en vue de maintenir son fonctionnement lors de l'apparition de défauts [26].

**I.3.12 L'erreur :** Tout écart entre la valeur mesurée ou calculée, et la valeur réelle [23].

## **I.4 Principe de diagnostic des défauts**

### **I.4.1 Redondances d'informations**

Le principe de base du diagnostic des défauts repose sur la notion de redondance, qui fournit au système plusieurs informations différentes sur une même variable. Des tests vont alors permettre de vérifier la cohérence de ces informations. Cependant, il existe deux approches :

➤ La première est dite traditionnelle et consiste à ajouter des capteurs afin d'obtenir des informations supplémentaires sur l'état du système. C'est la redondance matérielle.

L'inconvénient majeur de cette approche est le cout additionnel en équipement.

➤ La deuxième approche est dite redondance analytique. Elle consiste à développer des algorithmes de détection de défauts en utilisant des mesures disponibles sur le système. Une équation de redondance analytique est une équation dont laquelle toutes les variables sont connues. Pour éviter les fausses alarmes ou le manque de détection, ces algorithmes doivent tenir compte des bruits de mesure, des perturbations ainsi que des erreurs de modélisation. Les méthodes basées sur cette approche sont plus simples, plus flexibles, moins couteuses et plus écologiques que l'approche traditionnelle [8].

On résume les deux tâches essentielles en diagnostic [23]:

- Observer les symptômes (indices) de la défaillance.
- Identifier la cause de la défaillance à l'aide d'un raisonnement logique fondé sur ces observations.

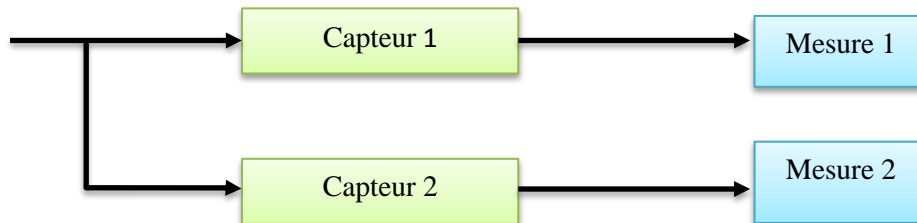
La procédure de diagnostic de défaillances et des dégradations susceptibles d'affecter les différentes entités d'un processus industriel s'articule autour des étapes suivantes [23] :

- ✓ L'extraction des informations à partir de mesures appropriées ou d'observations.
- ✓ La mise en œuvre d'une méthode de diagnostic.
- ✓ La prise de décision.

### **I.4.2 Redondance physique ou matérielle**

La redondance physique consiste à utiliser plusieurs actionneurs, capteurs, processeurs

et logiciels pour mesurer et/ou contrôler une variable particulière. Un principe de vote est appliqué sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non. Cette approche entraîne un coût important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et difficile à implanter. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à hauts risques tels que les centrales nucléaires ou les avions.



**Fig.I.1. Schéma représentant la redondance matérielle.**

Le diagnostic utilisant la redondance physique se limite à la surveillance des éléments redondants (capteur, actionneurs, ...) présents sur une installation. A l'aide de cette unique technique, il ne sera pas possible de détecter des pannes survenant sur des éléments non redondants [16].

### **I.4.3 Redondance analytique**

Un complément à la redondance physique consiste à exploiter les contraintes liant les différentes variables du système. Ces contraintes peuvent souvent s'exprimer sous la forme de relations analytiques liant les variables connues (relations d'entrée / sortie ou de sortie/sortie). Ces relations sont appelées relations de redondances analytiques. Le principe de la surveillance consiste à vérifier la fermeture algébrique de ces relations en utilisant les mesures prélevées en ligne sur le système. Le concept de redondance analytique repose sur l'utilisation d'un modèle mathématique du système à surveiller. Pour cette raison, les méthodes utilisant la redondance analytique pour la surveillance sont appelées méthodes à base de modèle. Le principe de la surveillance utilisant un modèle peut être séparé en deux étapes : la génération de résidus et la prise de décision [16].

### **I.4.4. Procédure de détection et d'isolation des défauts**

Comme elle est représentée par la figure I.2, La procédure de détection et d'isolation des défauts passe par trois étapes essentielles [11]:

#### I.4.4.1 Détections des défauts (Fault Détection - FD)

La procédure de détection a pour objectif de déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence d'un défaut. Cette fonction peut être obtenue en utilisant le résidu  $r(t)$  généré en comparant le comportement du modèle du système à celui du système réel. Idéalement, un résidu est nul lorsque le système est en fonctionnement normal. Dans les méthodes de diagnostic à base d'observateurs, généralement, le résidu  $r(t)$  est formé par la comparaison des sorties estimées et des sorties mesurées :

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (I.1)$$

Le vecteur de résidus  $r(t)$  permet la détection d'un défaut  $f(t)$  si la condition suivante est satisfaite :

$$r(t) = 0, \forall t \text{ Si et seulement si } f(t) = 0, \forall t \quad (I.2)$$

Dans des situations réelles, le résidu  $r(t)$ , en l'absence de défaut, est à moyenne nulle à cause de la présence de bruit, de perturbations et d'incertitudes de modélisation en plus des bruits engendrés par la chaîne de mesure et d'acquisition des données. En présence de défauts, une déviation du résidu  $r(t)$  est observée correspondant à l'apparition d'un défaut. Afin de pouvoir détecter un défaut, le résidu  $r(t)$  est comparé à un seuil  $J_{th}$  défini en fonction des erreurs de modélisation, des perturbations et des bruits de mesure. Dans certaines méthodes utilisant des approches par minimisation du transfert de ces entrées non désirées vers les résidus, le taux d'atténuation peut être utilisé afin de définir le seuil de détection. On choisit d'utiliser la logique de décision suivante :

$$\begin{cases} r(t) < J_{th}, \text{ pas de défaut détecté} \\ r(t) \geq J_{th}, \text{ pas de défaut détecté} \end{cases} \quad (I.3)$$

#### I.4.4.2 Localisation de défaut (Fault Isolation - FI)

Après la détection d'un défaut dans le système, il est important de pouvoir situer exactement le composant affecté. Cette étape s'appelle localisation ou isolation de défaut. Elle s'appuie fréquemment sur la génération de résidus de manière à ce qu'un ensemble de ces résidus soit sensible à certains défauts et insensible aux autres défauts. La génération des résidus sensibles à des combinaisons des défauts et une logique de décision adaptée, permet de localiser les défauts. Deux types de résidus sont obtenus les résidus structurés et les résidus de directions privilégiées [6].

Les résidus structurés sont construits de manière à être sensibles à un sous-ensemble de défauts et insensibles aux autres. Considérons par exemple un vecteur de résidus  $r(t) \in \mathbb{R}^{n_r}$

et un vecteur de défauts  $f(t) \in \mathbb{R}^{n_f}$ . Les  $m$  composantes de  $r(t)$ , qu'on appellera  $r_m(t)$ , ne sont sensibles qu'aux  $l$  composantes des défauts  $f(t)$  qu'on appellera  $fl(t)$  :

$$\begin{cases} r_m(t) \geq J_{th} \Leftrightarrow \text{présence de défauts } fl(t) \\ r_m(t) < J_{th} \Leftrightarrow \text{pas de défauts } fl(t) \text{ détecté} \end{cases}, \forall t \quad (I.4)$$

En suivant cette démarche, un ensemble de résidus est généré de façon à considérer toutes les combinaisons possibles permettant la localisation de chaque défaut. Les sensibilités des résidus (résidus dépassant ou non le seuil de détection) sont répertoriées dans une table binaire appelée table de signatures théoriques. Si un résidu est sensible à un défaut, un **1** est mis dans la case correspondante dans la table, et s'il est insensible, un **0** est mis dans cette case. Dans certaines situations, un phénomène de compensation empêche la prise de décision et il serait dangereux de se prononcer sur certains défauts d'où l'introduction d'un autre état qui est la non-décision représentée dans la table, qui signifie qu'aucune décision n'est possible quant à la présence ou non du défaut. Après l'élaboration de la table de signatures théoriques, les résidus générés sont comparés à chaque instant à cette table afin de déclencher l'alarme correspondant à l'apparition d'un défaut sur l'élément affecté du système.

Les résidus directionnels sont construits de manière à ce que le vecteur des résidus  $r(t)$  s'oriente selon une certaine direction dans l'espace des résidus, en présence de défauts. Par exemple, le vecteur de résidus  $\vec{r}_i(t)$  en réponse à un défaut  $f_i(t)$  s'oriente vers une direction particulière :

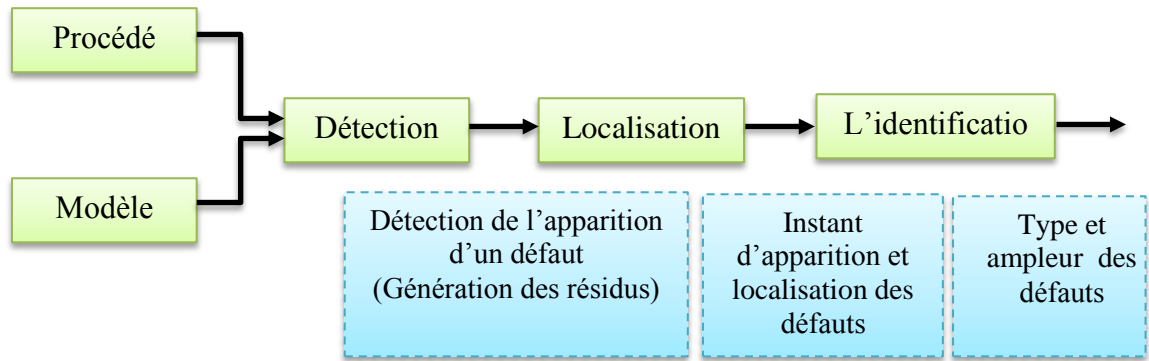
$$\vec{r}_i(t) = \alpha_i(t) \vec{l}_i, i = 1, \dots, n_f \quad (I.5)$$

Où  $\vec{l}_i$ , est un vecteur constant appelé signature directionnelle du défaut  $f_i(t)$  et  $\alpha_i(t)$  est une fonction scalaire qui dépend du défaut  $f_i(t)$ . Dans cette approche, la localisation est réalisée par la comparaison des directions des résidus à des signatures directionnelles théoriques obtenues a priori. L'inconvénient de cette méthode est que la localisation n'est possible que pour de grandes variations des projections car la comparaison consiste à étudier la proximité du vecteur de résidus à chaque instant aux vecteurs représentant les signatures théoriques [5].

#### I.4.4.3 L'identification

L'ampleur et le type des défauts sont estimés dans cette phase.

Ces étapes sont résumées sur la figure suivante [8] :



**Fig.I.2.** Procédure de détection et d'isolation des défauts.

❖ **Estimation de défaut (Fault estimation ou Fault identification)**

L'estimation des défauts consiste à fournir à chaque instant la valeur du défaut :

$$r_i(t) = f_i(t), \forall t, i = 1, \dots, n_r, (n_f = n_r) \tag{I.6}$$

**I.4.4.4 Modélisation des défauts**

On considère le modèle linéaire d'un procédé, sa représentation d'état est comme suit [24]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \tag{I.7}$$

Où  $x(t)$  représente le vecteur d'état,  $u(t)$  le vecteur de commandes et  $y(t)$  le vecteur de sorties avec :  $x \in R^n$ ,  $u \in R^m$ , et  $y \in R^p$ , et les matrices  $A, B$  et  $C$  sont de dimensions respectivement  $n \times n, n \times m$  et  $n \times p$ .

Alors les défauts sont modélisés de la manière suivante :

- ✓ Les défauts actionneurs sont modélisés comme des signaux additifs aux signaux d'entrée.
- ✓ Les défauts système ou composants sont modélisés comme une dynamique additionnelle avec une matrice de distribution.
- ✓ Les défauts capteurs sont modélisés par des signaux additifs aux signaux de sortie.

Le système avec défaut se met sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)) + Hf_p(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) \end{cases} \tag{I.8}$$

Où  $f_a(t), f_p(t)$  et  $f_c(t)$  représentent respectivement les défauts d'actionneurs, les

défauts composants et les défauts des capteurs,  $f_a(t) \in R^{m*1}$ ,  $f_p(t) \in R^{c*1}$  et  $f_c(t) \in R^{p*1}$ . La matrice  $H$  est dite matrice de distribution de  $f_p(t)$ .

#### I.4.4.5 Modélisation en présence des perturbations

Le système est soumis aux défauts, aux incertitudes de modélisation mais aussi aux perturbations et bruits qui sont la plupart du temps des entrées inconnues, donc le système avec défauts et perturbation se met sous la forme suivante [24] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)) + Hf_p(t) + Ed_a(t) \\ y(t) = Cx(t) + f_c(t) + d_c(t) \end{cases} \quad (I.9)$$

Où  $d_a(t) \in R^{d*1}$ , et  $d_c(t) \in R^{p*1}$  représentent respectivement les perturbations et les bruits affectant le système. La matrice  $E$  est dite matrice de distribution de  $d_a(t)$ .

Pour des raisons de simplicité, il est préférable de mettre le système précédant sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_d d(t) + E_f f(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_d d(t) + F_f f(t) \end{cases} \quad (I.10)$$

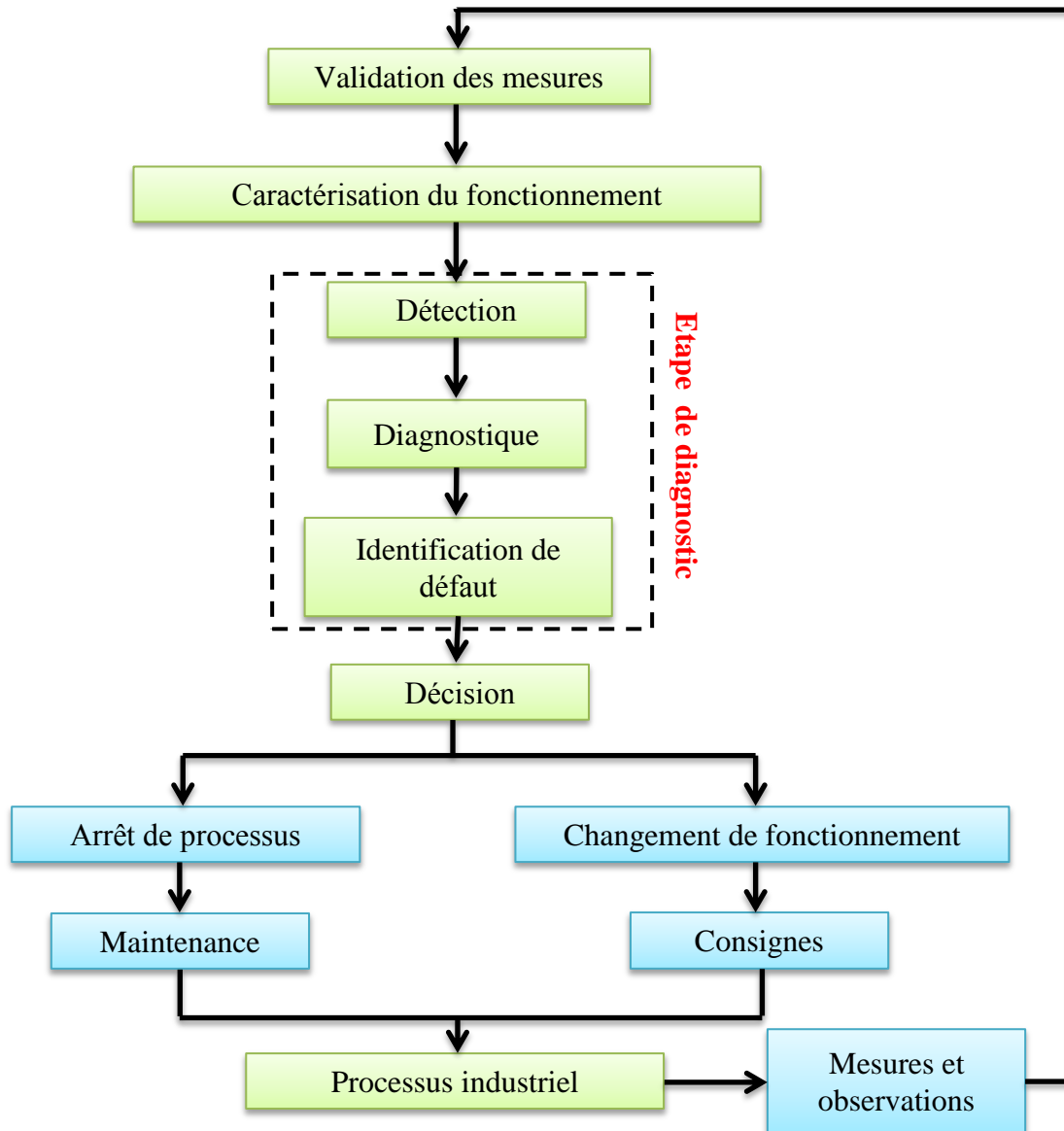
$$\text{Où } E_f = [BH \quad 0_{n*p}]; E_d = [BH \quad 0_{n*p}]; F_f = [0_{p*m} \quad 0_{p*c} \quad I_{p*p}];$$

$$F_d = [0_{p*d} \quad I_{p*p}]; d(t) = [d_a \quad d_c]^T \in R^q \text{ et } f(t) = [f_a \quad f_p]^T \in R^s.$$

Les matrices  $I_{p*p}$  et  $0_{n*p}$  sont respectivement la matrice identité de dimension  $p \times p$  et la matrice nulle de dimension  $n \times p$ .

C'est cette dernière modélisation (I.10), qui est généralement prise en compte, dans les problèmes de détection et de localisation des défauts à base d'observateurs [24].

Ces étapes de diagnostic sont résumées dans le schéma suivant [23] :



**Fig.I.3.** Les étapes du diagnostic de la surveillance.

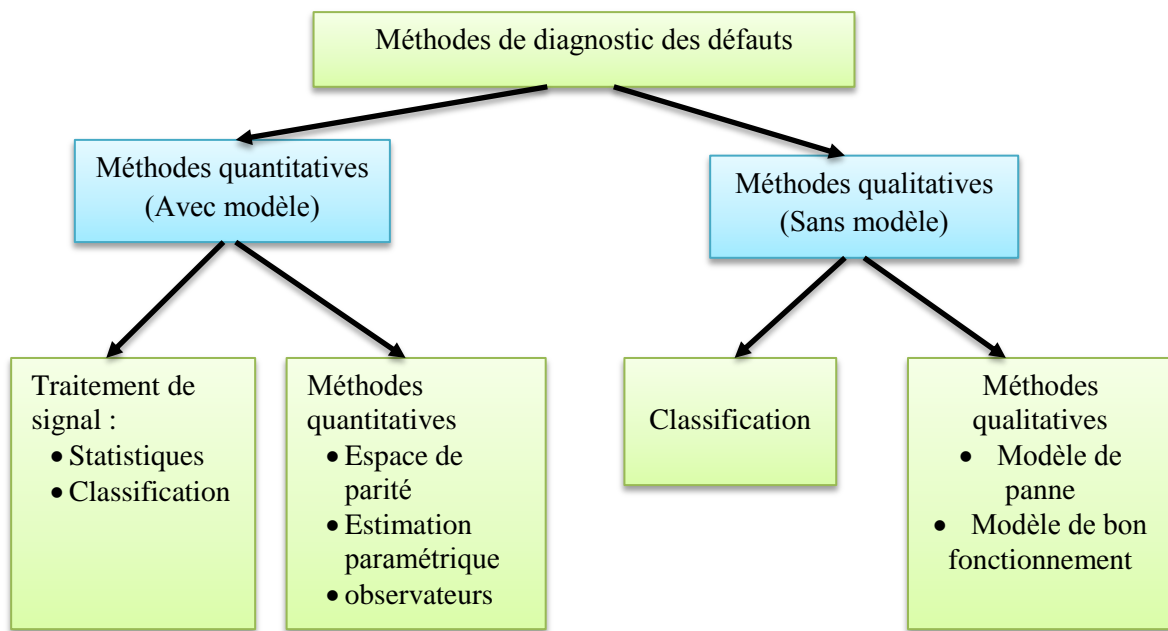
## I.5 Classification des méthodes de diagnostic

Des méthodes modernes de l'automatique et de l'intelligence artificielle sont mises en œuvre grâce au spectaculaire progrès réalisé dans le domaine des calculateurs numériques, ce qui permet d'éliminer la redondance matérielle pour le diagnostic des systèmes industriels [8].

On peut globalement citer deux grandes familles dans les méthodes de diagnostic [8]:

- Les méthodes basées sur l'intelligence artificielle que nous appellerons diagnostic qualitatif (sans modèle) qui ne nécessitent pas de modèle mathématique mais surtout de données de référence.
- Les méthodes basées sur la modélisation des systèmes ou des signaux que nous appellerons diagnostic quantitatif (avec modèle).

Il est possible de classer ces méthodes selon le schéma de la figure (I.4) [8] :



**Fig.I.4.** Classification des méthodes de diagnostic des défauts.

## I.5.1 Méthodes qualitatives

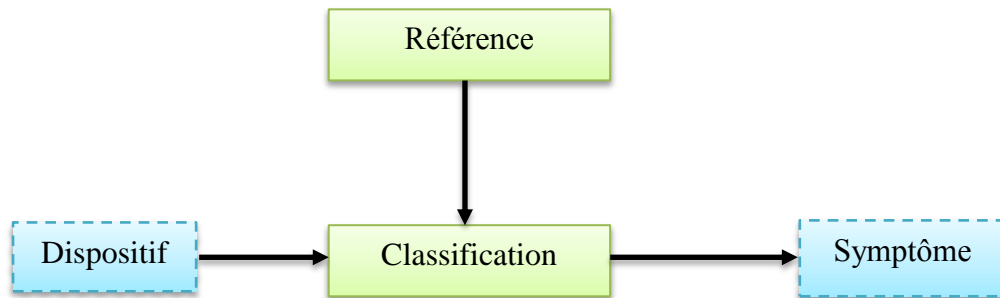
### I.5.1.1 Diagnostic à base de modèle qualitatif

Il est souvent difficile de développer des modèles mathématiques permettant de représenter la dynamique de système de manière exacte. D'une part, il est plus aisé de manipuler des descriptions générales des systèmes. C'est dans ces contextes que des approches de diagnostic des défauts, basées sur des connaissances sur le système réel, ont été développées. Ces méthodes sont dites qualitatives ou encore heuristiques. L'information heuristique peut être exprimée de plusieurs manières, telles que l'utilisation de termes linguistiques (petit, grand, moyen...) ou les observations de l'opérateur humain ou encore l'arbre de défaillance, qui représente les connexions entre les symptômes et les défauts d'autres approches de méthodes qualitatives ont été proposées telles que l'utilisation des systèmes experts et des chaînes de Markov [8].

### I.5.1.2 Méthodes de Classification

Le rôle d'un système de diagnostic est d'identifier le défaut le plus probable qui a engendré l'apparition d'un symptôme. Ce dernier se traduit par la différence entre des dispositifs en fonctionnement et les mêmes dispositifs fonctionnant sans défaillance. La relation entre les dispositifs et les symptômes passe par une procédure d'apprentissage

expérimentale. Elle est sauvegardée de façon à avoir une base de données. Le principe des méthodes de classification est illustré sur la figure (I.5) :



**Fig.I.5. Principe des méthodes de classification.**

Parmi les approches de classification, il est possible de citer : la classification Bayésienne, la classification géométrique, l'approche par logique floue et l'approche à base de réseaux de neurones [8].

### I.5.1.3 Méthodes basées sur l'intelligence artificielle

L'intégration des connaissances symboliques et quantitatives, en utilisant un système neuro-flou, constitue un nouvel axe de recherche dans la domaine de la localisation des défauts. De tels systèmes combinent entre l'habileté des réseaux de neurones et représentation explicite de la logique floue, ce qui constitue un avantage considérable pour la résolution du problème FDI, en particulier, pour les systèmes non linéaires [8].

#### ✓ L'avantage principal des méthodes qualitatives:

Possibilité de n'utiliser que le modèle qualitatif: aucun besoin de grandeurs numériques des paramètres *ni* de connaissances profondes sur la structure du système.

#### ✓ Inconvénients

Il n'est pas aisé de déterminer les valeurs limites inférieures et supérieures des déviations. D'autre part un problème combinatoire peut apparaître lors des procédures d'inférences pour les systèmes complexes.

### I.5.2 Méthodes quantitatives

Les méthodes de diagnostic quantitatives ou à base de modèle mathématique reposent sur la connaissance approfondie du procédé sous la forme d'un modèle numérique représentatif, qui fournit des grandeurs caractéristiques du procédé. Ces dernières sont

constamment comparées aux grandeurs issues de procédé réel. Le problème FDI à base de modèle mathématique a attiré l'attention de nombreux chercheurs, tels que Willskey, Isermann,...etc. Les méthodes proposées, dans ce contexte, peuvent être regroupées en trois catégories :

- Méthodes d'espace de parité.
- Méthodes d'estimation paramétrique.
- Méthodes à base d'observateurs.

Bien que ces approches soient différentes, leur but est le même ; il consiste à générer un vecteur caractéristique : le résidu, qui est sensiblement nul en absence de défauts et non nul en leur présence. Ainsi, le problème de diagnostic des défauts par ces méthodes peut se reformuler sous la forme d'un problème de génération de résidus. Ces derniers devant justifier de certaines propriétés. C'est ce que l'on retrouve dans la littérature sous le nom de Problème Fondamental de Génération de Résidus " FPRG " (Fundamental Problem of Residual Generation) [8].

### **I.5.2.1 Méthodes des équations de parité**

Initialement, les méthodes des équations de parité utilisaient des schémas dits de redondance parallèle. Pour structures, le nombre de mesures est plus grand que le nombre de variables et les résidus sont directement issus de la comparaison de redondantes. Cette approche a été ensuite généralisée pour l'utilisation de la redondance temporelle. Par dualité, cette redondance est également appelée redondance série. Le terme parité a été emprunté au vocabulaire employé par les systèmes logiques ou la génération des bits de parité permet la détection des erreurs.

Dans cette approche, l'ensemble des valeurs que peuvent prendre les résidus compose un espace, dans lequel, le vecteur de parité est défini comme étant la valeur des résidus à un instant donné. Ce vecteur prend alors une direction dans le cas de l'apparition d'un défaut [8].

### **I.5.2.2 Méthodes d'estimation paramétrique**

La détection et la localisation des défauts peuvent être effectuées en utilisant des techniques d'identification, si la structure du modèle est connue. L'idée de base consiste à estimer les paramètres du système en temps réel et de les comparer aux paramètres non affectés par les défauts. On en distingue deux approches [8] :

- Méthodes de l'erreur d'équation.
- Méthodes de l'erreur de sortie.

La procédure de détection de défauts par la méthode d'estimation paramétrique est résumée dans ce qui suit :

- 1- Modélisation mathématique du procédé.
- 2- Description des relations entre les constantes physiques supposées connues et paramètres du modèle.
- 3- Estimation des paramètres du modèle à partir des entrées et sorties du système.
- 4- Estimation des paramètres du système.
- 5- Le vecteur de résidus est obtenu en faisant la différence entre les grandeurs estimées et les valeurs nominales.

Il existe plusieurs méthodes d'estimation de paramètres, dont il est possible de citer : l'estimation par projection orthogonale, l'estimation Bayésienne, l'estimation au sens du maximum de vraisemblance ou encore l'estimation au sens des moindres carrés.

### **I.5.2.3 Méthodes de diagnostic à base d'observateurs**

Les méthodes de diagnostic des défauts à base d'observateurs sont basées sur le principe de génération de résidus en comparant les grandeurs disponibles du système réel aux grandeurs estimées (issues de l'observateur). Cette technique se voit donner une importance grandissante car elle donne lieu à la conception de générateurs de résidus flexibles.

De très nombreux travaux ont été développés concernant la synthèse d'observateurs pour le diagnostic des systèmes physiques. Les travaux de Clark vers la fin des années 70, constituent les premiers pas dans ce domaine [8].

### **I.5.3 Détection des défauts par traitement de signal**

L'analyse d'un signal est une source d'informations. En effet la mesure d'un signal indique des oscillations qui peuvent être harmoniques, de nature stochastique ou les deux simultanément. La variation de ces signaux peut être reliée au défaut. Pour extraire les caractéristiques d'un signal relatif à un défaut, généralement, on extrait l'amplitude ou les densités d'amplitude. Il existe toutefois d'autres possibilités qui consistent à déterminer les fonctions d'autocorrélation, les transformées de Fourier ou la densité spectrale [8].

## **I.6 Critère de performances d'un système de diagnostic**

La conception d'un système de diagnostic nécessite la prise en compte d'un certain nombre de critères, qui permettront d'en évaluer les performances. Les principaux critères à

prendre en considération sont [8] :

**I.6.1 La détectabilité :** se traduit par l'aptitude du système de diagnostic à déceler la présence d'un défaut. Ce critère est fortement lié au résidu qui doit être généré de manière à détecter l'apparition du défaut le plus rapidement possible.

**I.6.2 L'isolabilité :** consiste en l'aptitude du système de diagnostic à pouvoir retrouver quel organe a été affecté par le défaut. Cette notion est liée à la structure du résidu qui doit permettre la discrimination entre les différents défauts afin de retrouver leur origine.

**I.6.3 La sensibilité :** représente la capacité d'un système de diagnostic à générer des résidus sensibles aux défauts à détecter. Ces défauts sont généralement caractérisés par une certaine amplitude.

**I.6.4 La robustesse :** qui s'explique par le fait que le système de diagnostic doit être non seulement sensible aux défauts que l'on désire détecter mais aussi insensible aux entrées inconnues (perturbations) et aux entrées de commande. Ceci se traduit par la génération de résidus dits robustes, c.-à-d. sensibles aux défauts tout en rejetant les perturbations et les signaux de commande.

Il existe cependant, d'autres critères qu'il est nécessaire de prendre en compte en pratique, tels que : la rapidité de détection, le coût, les contraintes ergonomiques et économique.

## **I.7 Principe de génération de vecteur résidu pour la détection et la localisation de défauts**

Le problème de diagnostic, par les méthodes à base de modèle mathématique, revient à un problème de génération et d'évaluation des résidus qui peut s'avérer très délicat car il dépend de la structure des systèmes ainsi que des défauts à détecter.

Le résidu  $r(t)$  doit contenir une information sur l'instant d'apparition du défaut mais aussi sur sa provenance. Le cas idéal, où le résidu est parfaitement nul en absence des défauts  $f(t)$  et non nul en leur présence, existe rarement car les systèmes physiques sont soumis à des entrées inconnues qui engendrent des fausses alarmes. C'est pour cette raison, qu'en général, des seuils de détection sont introduits. Si l'on note  $J(r(t))$  la fonction de décision et  $T(t)$  le seuil de détection alors la détection de l'apparition du défaut s'effectue s'éloigne [8] :

$$\begin{cases} J(r(t)) \leq T(t) & \text{Pour } f(t) = 0 \\ J(r(t)) > T(t) & \text{Pour } f(t) \neq 0 \end{cases} \quad (I.11)$$

Avec  $r(t)$  est résidu,  $f(t)$  est le défaut,  $T(t)$  le seuil de détection et  $J(r(t))$  est la fonction de décision.

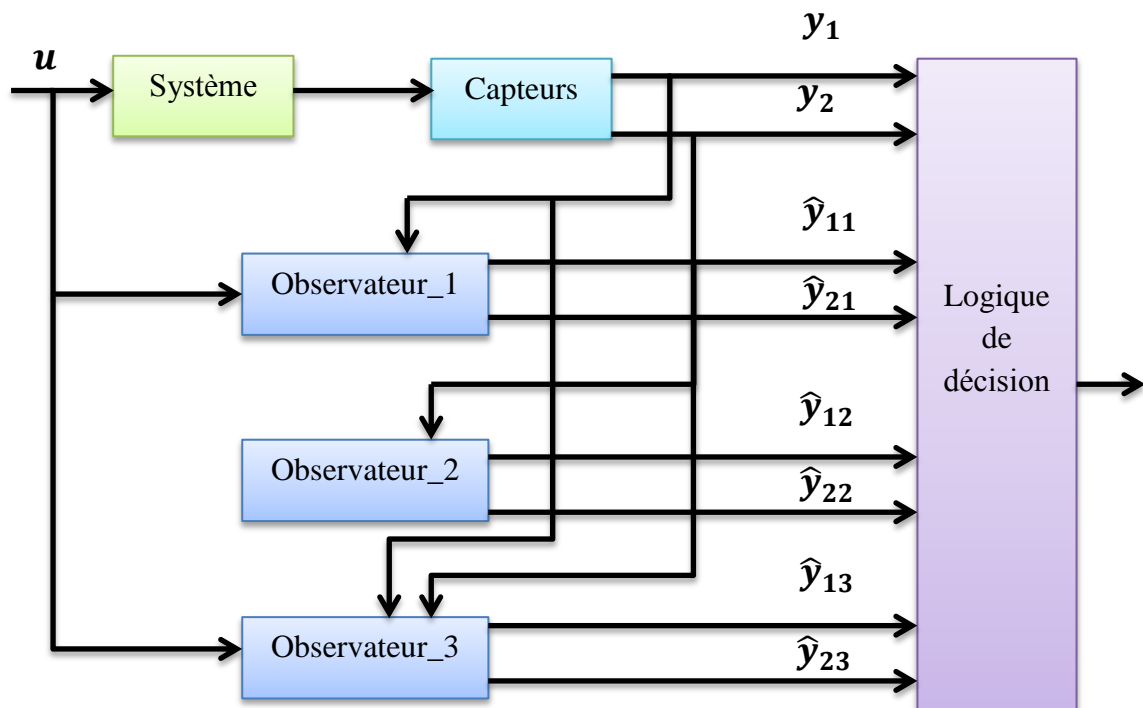
### I.7.1 Génération des résidus

De nombreuses approches ont été utilisées pour apporter une contribution à la solution du problème de génération des résidus. L'idée la plus naturelle, qui est utilisée dans plusieurs domaines industriels et notamment en aéronautique, est d'utiliser la redondance matérielle à base d'actionneurs et de capteurs [6].

#### I.7.1.1 Détection des défauts capteurs

Le nombre d'observateurs utilisés est égal au nombre de combinaisons possibles de mesures ( $n^2 - 1$ ) avec  $n$  est le nombre de sorties du système). Chaque observateur d'état peut être piloté par différentes sorties, ce qui augmente le nombre de degrés de liberté de la détection de défauts.

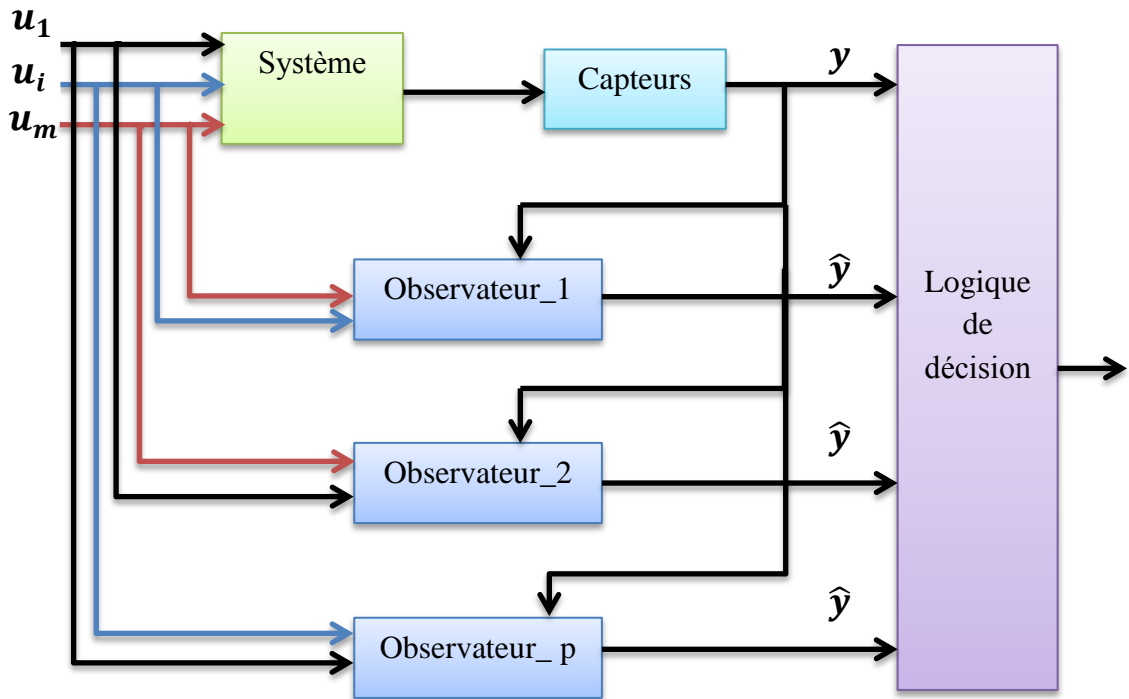
La figure (I.6) illustre l'idée. Pour un but de clarté, nous proposons un exemple simple ayant deux sortie  $y_1$  et  $y_2$ , le nombre de combinaison égal à  $2^2 - 1 = 3$  [11].



**Fig.I.6.** Détection des défauts capteurs par un banc d'observateurs.

### I.7.1.2 Détection des défauts actionneurs

Pour la détection et la localisation des défauts actionneurs, plusieurs travaux récents se sont basés sur les observateurs à entrées inconnues permettant d'estimer à la fois l'état du système et les entrées inconnues. Dans le cas des systèmes linéaires, plusieurs auteurs ont proposé des méthodes de conception d'observateur capable de reconstruire entièrement l'état du système en présence d'entrées inconnues [11].



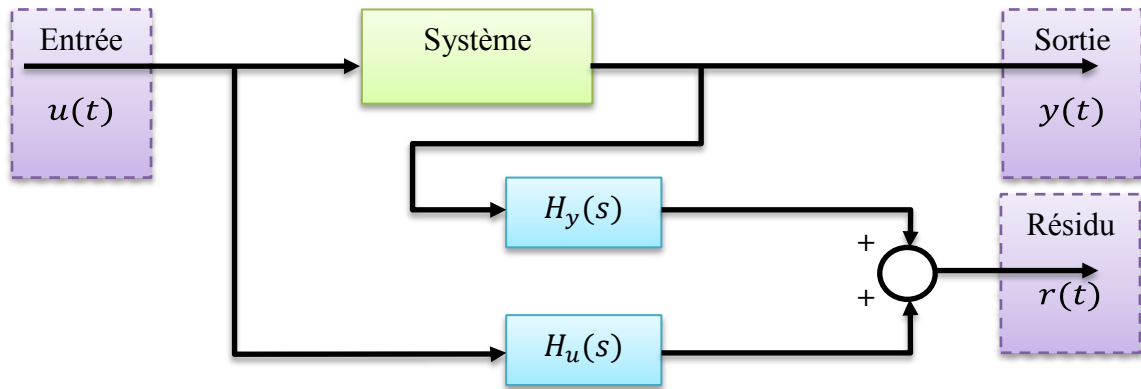
**Fig.I.7.** Détection des défauts actionneurs par un banc d'observateurs.

### I.7.2 Isolation des défauts

La détection de défauts est souvent suivie d'une procédure d'isolation de défauts, qui sert à distinguer (isoler) un défaut particulier. Un seul résidu peut suffire pour détecter les défauts, cependant plusieurs résidus (ou un vecteur de résidus) sont souvent requis pour l'isolation de défauts [11].

### I.7.3 Méthodologie générale de génération du vecteur résidu

Une structure typique d'un générateur de résidu est représentée sur la figure suivante [8] :



**Fig.I.8.** Exemple d'un générateur de résidu.

Où  $u(t)$  est l'entrée du système,  $y(t)$  la sortie,  $r(t)$  le résidu et  $H_y(s)$ ,  $H_u(s)$  sont respectivement les transferts : sortie et commande.

Ainsi, pour un système physique, soumis à une commande  $u(t)$  et à des défauts  $f(t)$ , la sortie peut être écrite en utilisant la transformée de LAPLACE :

$$Y(s) = G_u(s)U(s) + G_f(s)F(s) \tag{I.12}$$

Où  $Y(s)$ ,  $U(s)$  et  $F(s)$  sont respectivement les transformées de LAPLACE de la sortie de la commande et du défaut, ainsi  $G_u(s)$  et  $G_f(s)$  représentent respectivement les transferts sortie/commande et sortie/défaut. Le résidu est défini comme étant égale à :

$$R(s) = H_u(s)U(s) + H_y(s)Y(s) \tag{I.13}$$

D'où :

$$R(s) = [H_u(s) + H_y(s)G_u(s)]U(s) + H_y(s)G_f(s)F(s) \tag{I.14}$$

Comme le résidu doit être nul en absence de défauts, il faut que la condition suivante soit vérifiée :

$$H_u(s) + H_y(s)G_u(s) = 0 \tag{I.15}$$

Par conséquent le problème de génération de résidus revient à la détermination des matrices  $H_u(s)$  et  $H_y(s)$ , telles que la condition (I.15) soit vérifiée.

### I.7.4 Technique d'évaluation de résidus

Une fois le résidu généré, une évaluation de ce dernier est effectuée afin de distinguer un défaut particulier des autres : c'est l'étape de prise de décision. Il en existe deux approches : il s'agit de générer des résidus directionnels ou des résidus structurés [8].

### I.7.4.1 Résidus directionnels

La génération de résidus directionnels consiste à concevoir, pour chaque défaut, des résidus de sorte que leur vecteur reste confiné dans une direction spécifique de l'espace des résidus. En absence de défauts, le module du vecteur résidu est nul. Le problème d'isolation, dans ce cas, consiste à déterminer le défaut dont la direction du vecteur de résidu généré est la plus proche parmi tout les autres défauts. La figure suivante illustre ceci [8] :

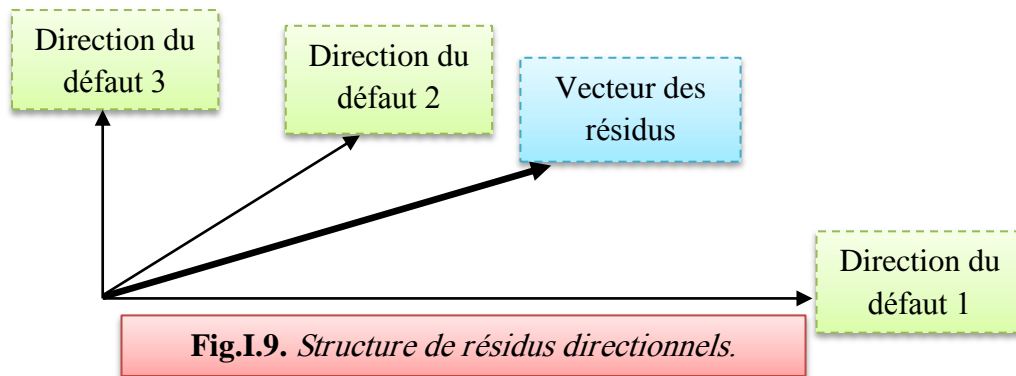


Fig.I.9. Structure de résidus directionnels.

### I.7.4.2 Résidus structurés

Les résidus structurés sont conçus de manière à être sensibles à des sous-ensembles de défauts différents et de façon à ce que pour chaque défaut corresponde un ensemble de résidus particulier. Ces sous-ensembles permettent de structurer une table de signature appelée matrice d'incidence. La localisation des défauts est alors facilitée. En effet, les valeurs des résidus sont à chaque instant comparées à des seuils. Les tests peuvent être réalisés en parallèle et chaque décision issue de ces tests conduit à une variable booléenne : **0** correspond à la valeur du résidu en dessous du seuil ; et **1** celle où le résidu a dépassé le seuil fixé. On distingue trois types de matrices d'incidence [8] :

- **Matrice d'incidence non-localisante** : qui se traduit par le fait qu'une colonne soit nulle ou bien au moins deux colonnes soit identiques.
- **Matrice d'incidence faiblement localisante** : est caractérisée par le fait que les colonnes soient non nulles et distinctes deux à deux.
- **Matrice d'incidence fortement localisante** : est caractérisée par le fait qu'aucune colonne ne puisse être à partir d'une autre en remplaçant 1 par 0 ou vice versa.

	<i>f1</i>	<i>f2</i>	<i>f3</i>
<i>r1</i>	1	1	0
<i>r2</i>	1	1	1
<i>r3</i>	1	1	1

Non-localisante

	<i>f1</i>	<i>f2</i>	<i>f3</i>
<i>r1</i>	1	1	0
<i>r2</i>	1	0	1
<i>r3</i>	1	1	0

Faiblement localisante

	<i>f1</i>	<i>f2</i>	<i>f3</i>
<i>r1</i>	1	1	0
<i>r2</i>	1	0	1
<i>r3</i>	0	1	0

Fortement localisante

**Fig.I.10.** Illustration des propriétés d'une table de signatures.

Le résidu converge vers une valeur proche de ou égale à zéro, dans le cas sans défaut et quitte d'une manière significative cette valeur après l'occurrence d'un défaut. Il est lié à la différence entre les sorties mesurées et leurs estimées par l'équation  $r_i = O(\hat{y}_i - y_i)$ , où  $r_i$  est le résidu correspondant à la  $i^{\text{ème}}$  sortie et  $O$  est un opérateur mathématique (dérivé, norme, moyenne etc.). Selon le nombre de résidus et l'expression de l'opérateur  $O$ , il est possible de détecter et d'isoler les défauts. La plupart des méthodes de diagnostic à base de modèle incorporent deux étapes séquentielles pour résoudre un problème FDI [17] :

- génération du résidu.
- évaluations du résidu.

Un résidu structuré est caractérisé par la propriété suivante : le résidu répond seulement à un sous-ensemble de défauts spécifique, et pour chaque défaut seul un sous-ensemble spécifique de résidus répond [8].

Dans la suite deux méthodes de diagnostic à base de modèles utilisant les bancs d'observateurs sont présentés. La première permet la détection des défauts capteurs et la deuxième est utilisée pour la détection des défauts actionneurs [11].

## I.8 Reconstruction de défauts

Au lieu de générer des résidus pour détecter et isoler le défaut, il est parfois plus intéressant de savoir leurs natures et leurs grandeurs. Le problème de reconstruction et d'estimation de défauts (FRE) est différent de majorité des méthodes FDI décrites précédemment, dont la mesure où le but n'est pas de détecter et d'isoler le défaut mais de l'estimer. Cette approche est très utilisée dans le cas des défauts variantes lentement, qui sont très difficile à détecter. La reconstruction de défauts à bases d'observateur est très répondue dans la littérature et de nombreux travaux ont été faits dans ce sens [16].

## I.9 Performance d'une procédure de diagnostic

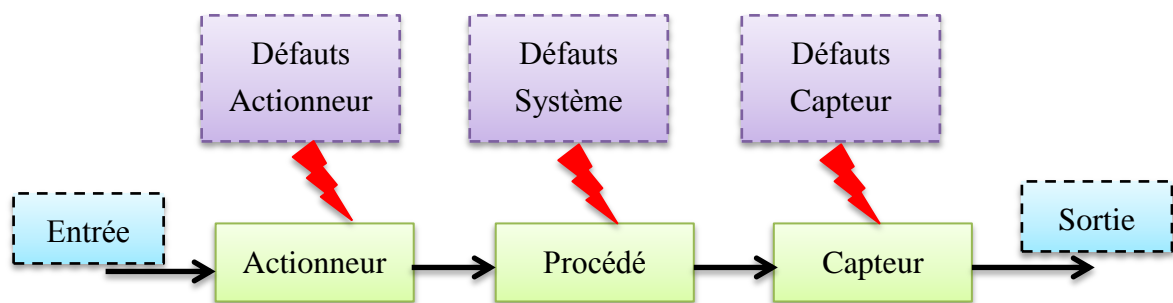
L'étape de détection est très importante dans le processus de diagnostic des systèmes. Si cette étape n'est pas correctement réalisée, des défauts peuvent être mal ou pas détectés et que des fausses alarmes peuvent apparaître. L'efficacité de la détection passe aussi par sa robustesse face aux incertitudes du modèle.

Ainsi les performances attendues d'une procédure de détection et d'isolation de défauts reposent sur la définition de critères qualitatifs de la méthode de diagnostic, se décomposant en critères à minimiser tel que le retard à la détection et le taux de fausse alarme et de mauvaise détection et en critères à maximiser tel que la sensibilité à des défauts de faible amplitude et l'insensibilité aux bruits et aux perturbations mais aussi aux incertitudes sur les paramètres du modèle [16].

## I.10 Les différents types de défauts

Les défauts sont des événements qui apparaissent à différents endroits du système. Dans la littérature, les défauts sont classés en fonction de leur localisation.

Les défauts affectant un système peuvent être de différentes natures et sont généralement classés en défauts actionneurs, défauts capteurs et défauts système. [18].



**Fig.I.11.** Différents types de défauts agissant sur système.

### I.10.1 Les défauts actionneurs

Les défauts actionneurs agissent au niveau de la partie opérative et détériorent le signal d'entrée du système. Ils représentent une perte totale (défaillance) ou partielle d'un actionneur agissant sur le système. Un exemple de perte totale d'un actionneur est un actionneur qui est resté "collé" sur une position entraînant une incapacité à commander le système par le biais de cet actionneur. Les défauts actionneurs partiels sont des actionneurs réagissant de manière similaire au régime nominal mais en partie seulement, c'est-à-dire avec une certaine

dégradation dans leur action sur le système. (Perte de puissance d'un moteur, fuite dans un vérin,...) [18].

### I.10.2 Les défauts capteurs

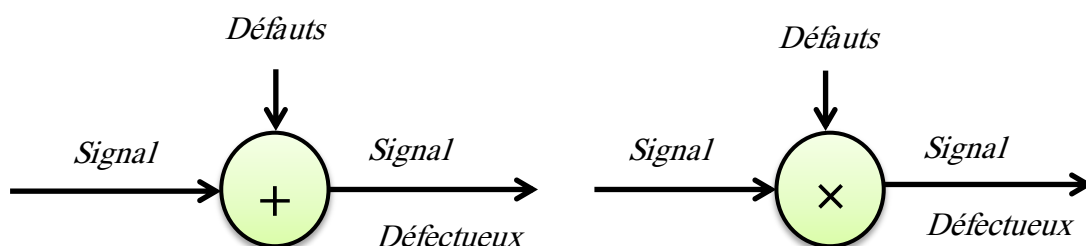
Ce type de défaut est la cause d'une mauvaise image de l'état physique du système. Un défaut capteur partiel produit un signal avec plus ou moins d'adéquation avec la valeur vraie de la variable à mesurer. Ceci peut se traduire par une réduction de la valeur affichée par rapport à la valeur vraie, ou de la présence d'un biais ou de bruit accru empêchant une bonne lecture. Un défaut capteur totale produit une valeur qui n'est pas en rapport avec la grandeur à mesurer [18].

### I.10.3 Les défauts composants ou systèmes

Ce type de défaut provient du système lui-même ; bien souvent les défauts n'appartenant pas à un défaut capteur ou actionneur sont classés de manière arbitraire dans cette catégorie. Néanmoins, un défaut composant résulte de la casse ou de l'altération d'un composant du système réduisant les capacités de celui-ci à effectuer une tâche. En pratique, ceci revient à considérer une modification des caractéristiques du système proprement dit (la CTN: résistance à Coefficient de Température Négatif, d'une chaufferie est cassée, un roulement est altéré,...).

Comme aussi, les défauts peuvent être classés relativement à leurs effets sur les performances du système, dont deux classes de défauts peuvent être distingués [24] :

- **Des défauts additifs** : Ils correspondent à des entrées inconnues agissant sur le système, et les sorties de ce système varie indépendamment des entrées connues.
- **Des défauts multiplicatifs** : Ils correspondent à des modifications des paramètres du modèle représentant le système, ils engendrent des variations des sorties du système dont l'amplitude dépend de la valeur des entrées connues.



**Fig.I.12.** Classification des défauts : additifs et multiplicatifs.

Les défauts sont aussi classés en **défauts additifs** et **défauts multiplicatifs**. Souvent, les défauts multiplicatifs sont transformés en défauts additifs. Soit, par exemple, une défaillance dans un actionneur donné, la modélisation d'un défaut multiplicatif la plus utilisée dans la littérature, est donnée par l'équation suivante [5]:

$$u_f(t) = u(t) + (I - \Sigma)(\bar{u}(t) - u(t)) \quad (I.16)$$

Où  $u_f(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  représente le signal de commande après apparition d'un défaut,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  le signal de commande sans défaut,  $\bar{u}(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  un signal inconnu et :

$$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n_u}), \quad \sigma_i \in [0 \ 1], i = 1, \dots, n_u \quad (I.17)$$

Si  $\sigma_i = 0$  on a un défaut total sur l'actionneur  $i$  et si  $\sigma_i = 1$ , l'actionneur  $i$  est en fonctionnement normal. Enfin,  $\sigma_i \in ]0 \ 1[$  correspond à un défaut partiel. Considérons maintenant l'équation d'état d'un système linéaire donné sous la forme suivante [5] :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (I.18)$$

En présence d'un défaut on a :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_f(t) \quad (I.19)$$

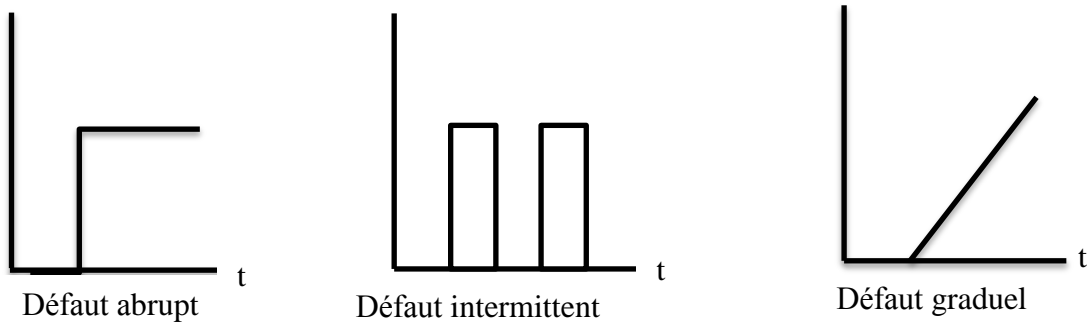
$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B(I - \Sigma)(\bar{u}(t) - u(t))$$

Afin :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ff(t) \quad (I.20)$$

Les défauts peuvent être différenciés selon leur forme et leur comportement dans le temps. En générale on distingue trois types [16] :

- **Défaut abrupt** : il est caractérisé par une discontinuité de l'évolution temporelle de la variable, il correspond à une panne brutale.
- **Défaut intermittent** : Ce défaut est un cas particulier de défaut abrupt avec la propriété particulière que le signal revient de façon aléatoire à sa valeur normale. Ce type de défauts caractérise les faux contacts.
- **Défaut graduel** : Ce défaut a un comportement temporel lent ce qui le rend difficile à détecter, il caractérise un encrassement ou une usure d'une pièce.



**Fig.I.13.** Evolution temporelle des différents types de défauts.

## I.11 Conclusion

Ce chapitre a eu pour objectif de présenter une revue de littérature sur le diagnostic des défauts et les différentes méthodes proposées dans ce domaine. Bien qu'il existe dans la littérature plusieurs classifications, nous avons distingué, essentiellement, entre les méthodes analytiques ou quantitatives (estimation d'état, estimation paramétrique, équation de parité) qui sont basées sur l'existence de modèles mathématiques et les méthodes symboliques ou qualitatives (intelligence artificielle, logique floue, réseaux de neurones,...etc.) qui sont utilisées dans le cas où la modélisation mathématique du système serait complexe ou inexistante. Notre intérêt a porté sur l'étude des méthodes à base de modèle mathématique. Nous avons présenté la procédure de détection et l'isolation de défauts par celles-ci. Cette dernière passe par deux étapes essentielles : la génération et l'évaluation du vecteur des résidus.

A l'issue de ce chapitre on peut conclure que le problème du diagnostic à base de modèle analytique consiste à :

- ❖ Générer des résidus nuls en fonctionnement normal, et sensibles à tout défaut affectant le système à surveiller.
- ❖ Analyser ces résidus pour détecter la présence d'un défaut et localiser l'élément défaillant.
- ❖ Reconstruire le défaut survenu.

Dans le chapitre suivant, nous allons parler de l'approche multi-modèle.

## ***CHAPITRE II :***

---

# ***Modélisation du système non linéaire par approche Multi-modèle***



## II.1. Introduction

L'idée de l'approche multi-modèle est d'appréhender le comportement non linéaire d'un système par un ensemble de modèles locaux (linéaires ou affines) caractérisant le fonctionnement du système dans différentes zones de fonctionnement.

La motivation de cette approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir un modèle qui tient compte de toute la complexité du système étudié. Au départ, certains auteurs ont essayé de représenter des systèmes non linéaires avec des modèles linéaires par morceaux construits à partir d'un arbre de décision. Il en résulte une approximation discontinue du système due aux commutations entre les différents modèles linéaires. Malheureusement ces discontinuités peuvent être indésirables dans la majorité des applications industrielles.

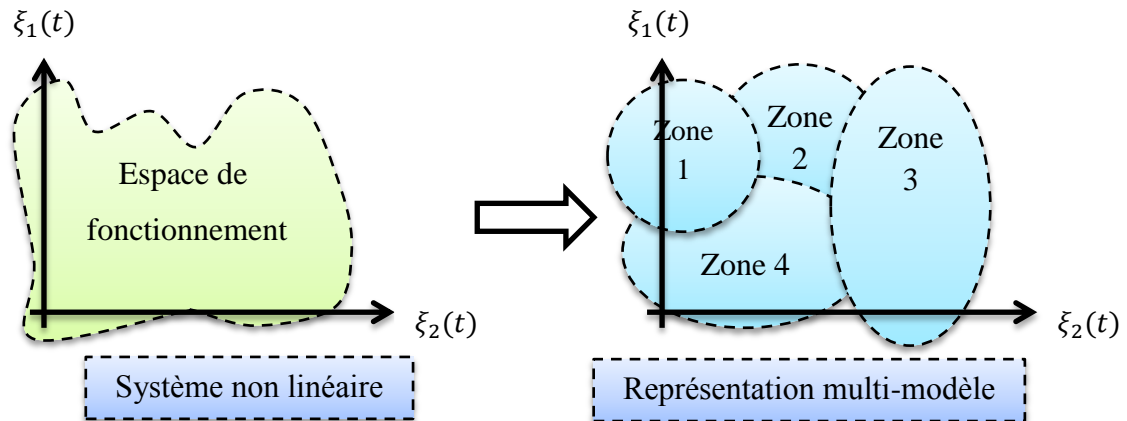
En 1985, *Takagi et Sugeno* ont proposé un modèle flou d'un système constitué d'un ensemble de règles "si prémisses alors conséquence", telle que la conséquence d'une règle est un modèle affine. Le modèle global s'obtient par l'agrégation des modèles locaux. Quelques années après, [5]. Ont présenté l'approche multi-experte qui est la combinaison de différents experts par l'entremise de fonctions d'activation, tel qu'un expert est un modèle décrivant le comportement local d'un système. L'ensemble de toutes ces techniques conduit à un modèle global d'un système qui est une combinaison de modèles localement valables.

L'identification d'une structure multi-modèle concerne la recherche d'une structure optimale et l'estimation des paramètres. Dans ce chapitre, on s'intéressera au choix de la structure du multi-modèle et à l'optimisation paramétrique qui consiste à estimer les paramètres des fonctions d'activation et ceux des modèles locaux. Les raisons qui nous ont conduits à choisir comme méthode de modélisation l'approche multi-modèle sont multiples ; la structure multi-modèle permet de simplifier et d'étudier aisément :

- La stabilité d'un système non linéaire, grâce à l'outil numérique LMI qui permet de trouver des solutions aux équations de *Lyapunov*.
- La synthèse des correcteurs (constitué par exemple d'un retour d'état pour chaque modèle local) et la synthèse des multi-observateurs.

## II.2. A propos de l'approche multi-modèle

Le principe de l'approche multi-modèle repose sur la réduction de la complexité du système par le fractionnement de son espace de fonctionnement en un nombre fini de zones de fonctionnement (voir figure II.1).



**Fig.II.1.** Approche multi-modèle.

Un sous-modèle de structure simple et souvent linéaire, peut alors servir à la description du comportement dynamique du système dans chaque zone. Le comportement global du système est ensuite représenté en considérant judicieusement la contribution relative de chaque sous-modèle au moyen d'une fonction de pondération associée à chaque zone de fonctionnement. Un multi-modèle peut être alors considéré comme un ensemble de sous-modèles agrégés au moyen d'un mécanisme d'interpolation [14].

### II.3. Obtention d'une structure multi-modèle

De façon générale, il existe deux façons d'aborder la modélisation des systèmes non linéaires en utilisant l'approche MM :

1. Construire directement un MM qui représente le comportement d'un système réel.
2. Transformer un modèle non linéaire déjà existant sous une forme MM.

Différentes techniques proposées dans la littérature pour obtenir un MM correspondent à ces façons de traiter le problème de la modélisation. Ainsi, une première catégorie de méthodes d'obtention d'un MM est relative aux méthodes d'identification et d'estimation des paramètres à partir des données expérimentales [14]. Dans ce cas, la qualité du MM (c'est-à-dire son pouvoir de représentation) dépend fortement de la qualité des données disponibles. Quelques facteurs conditionnent la capacité du MM à représenter de façon générale le comportement du processus : le niveau du bruit affectant les mesures, le nombre de mesures disponibles et le taux de variations des données dans l'espace entrée/sortie. L'obtention de la forme MM consiste en trois étapes. La première est l'identification de la structure (déterminer le nombre de modèles locaux, choisir les variables de prémisses et réaliser le partitionnement de l'espace de fonctionnement). La seconde consiste dans le calcul des paramètres inconnus

du système. La troisième concerne la *validation*, sur un autre ensemble de données, du MM obtenu [10].

Les multi-modèles représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement. Selon l'information dont on dispose, trois méthodes distinctes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multi-modèle. Si l'on ne dispose que des mesures des entrées et sorties du système, on procède par identification en cherchant ou en imposant la structure du multi-modèle. Si, en revanche, on dispose d'un modèle non linéaire explicite que l'on souhaite "simplifier" ou rendre plus manipulable on pourra procéder par la linéarisation autour de différents points de fonctionnement (dans ce cas, il s'agit de modèles locaux affines dû à la présence de la constante provenant de la linéarisation) ou par transformation polyptique convexe [10].

Illustrons la seconde approche en considérant un système statique non linéaire (II.1), pour lequel nous cherchons à déterminer une représentation multi-modèle permettant de décrire le comportement de ce système [1].

$$y(t) = F(x(t)) \quad (II.1)$$

Supposons qu'on dispose d'un ensemble de  $M$  modèles locaux  $f_i(x(t))$  descriptifs du comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Ces modèles peuvent être construits par exemple à partir de connaissances physiques sur le fonctionnement du système dans ces zones. La validité locale de chaque modèle  $f_i$  est indiquée par une fonction de validité  $w_i(x(t))$  pour  $i \in \{1, \dots, M\}$ . Le modèle global s'obtient de la manière suivante [1] :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{i=1}^M w_i(x(t)) f_i(x(t))}{\sum_{j=1}^M w_j(x(t))} \quad (II.2)$$

Posons :

$$\mu_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{j=1}^M w_j(x(t))} \quad (II.3)$$

En combinant les équations (II.2) et (II.3), on obtient l'expression générale d'une structure multi-modèle :

$$y_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(x(t)) f_i(x(t)) \quad (II.4)$$

La fonction d'activation  $\mu_i(x(t))$  détermine le degré d'activation du  $i^{\text{ème}}$  associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global (multi-modèle). Elle assure

un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions sont généralement de forme triangulaire, sigmoïdale ou Gaussienne, et doivent satisfaire les propriétés suivantes (convexité) [1]:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^M u_i(x(t)) = 1 \\ 0 \leq u_i(x(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (II.5)$$

## II.4. Les principaux intérêts de l'approche multi-modèle

Les principaux intérêts de l'approche multi-modèle sont les suivant [13] :

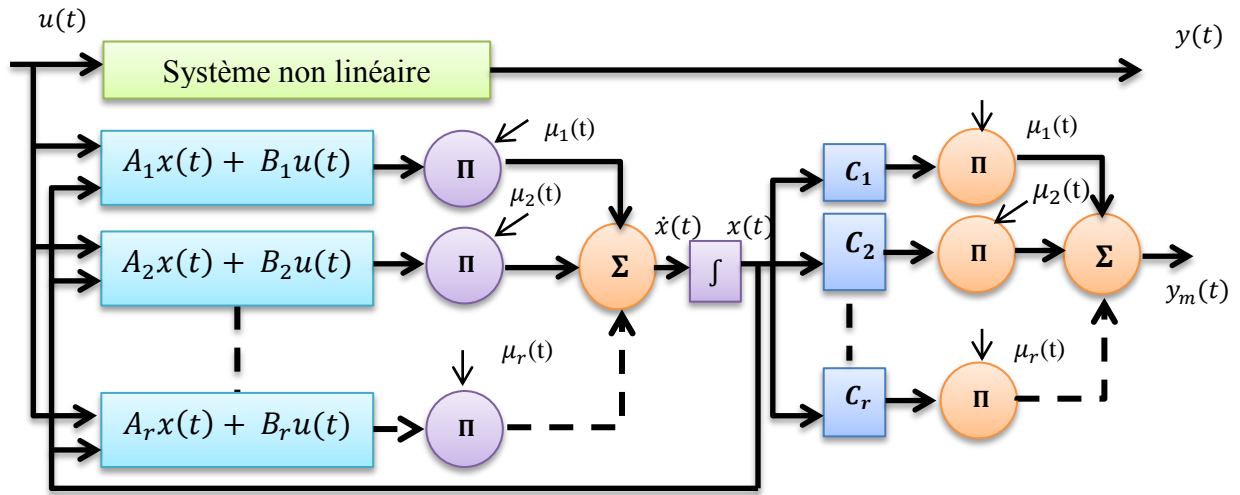
✓ Ils constituent des approximateurs universels, n'importe quel système non linéaire pouvant être approximé avec une précision imposée en augmentant le nombre de sous-modèles. En pratique cependant, un nombre relativement réduit de sous-modèles suffit à l'obtention d'une approximation satisfaisante.

✓ Les outils d'analyse des systèmes linéaires peuvent être utilisés, au moins partiellement, sur les multi-modèles si les sous-modèles sont de type linéaire.

✓ Il est possible de relier le multi-modèle à la physique du système non linéaire afin de donner un sens au multi-modèle et plus précisément d'associer à un sous-modèle un comportement particulier du système non linéaire.

## II.5. Différentes structures multi-modèle

La représentation *MM* d'un système non linéaire peut être obtenue à partir de différentes structures. En général, la représentation d'état est utilisée car elle permet de mettre facilement en évidence les sous-modèles. Cette représentation est simple et plus générale que la présentation sous forme d'une équation de régression entrée/sortie. De plus, la description sous forme d'état se relève une forme bien adaptée pour la construction d'observateurs ou de lois de commande [10].



**Fig.II.2. Architecture de multi-modèle.**

La représentation d'état du MM est donnée par (voir Figure II.2) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \mu_i(z(t))C_i x(t) \end{cases} \quad (II.7)$$

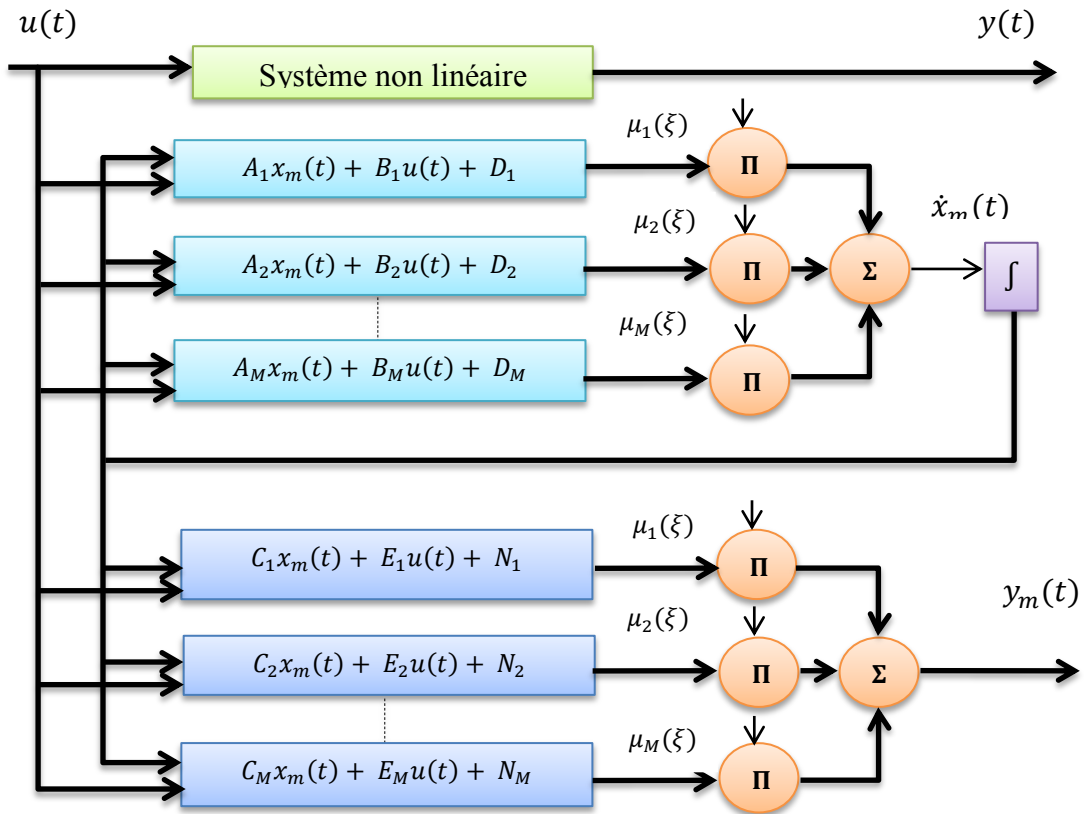
On peut énumérer les différentes formes de multi-modèles selon que l'on fait la segmentation sur l'entrée ou sur la sortie (i. e. sur les variables d'état mesurables) et aussi selon la nature du couplage entre les modèles locaux associés aux zones de fonctionnement. Cependant, on peut noter les structures de multi-modèles [1]:

### II.5.1. Structure couplée

La représentation multi-modèle est obtenue par interpolation de M modèles locaux linéaires :

$$\begin{cases} \dot{X}_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (II.8)$$

Où  $\mu_i(\xi(t)), i \in \{1, \dots, M\}$  sont les fonctions d'activation et  $\xi(t)$  est le vecteur des variables de décision dépendant des variables d'état mesurables et éventuellement de la commande  $u(t)$ . Cette structure est la plus utilisée en analyse bien qu'en synthèse des multi-modèles [1].



**Fig.II.3.** Architecture d'un multi-modèle à modèles locaux couplés.

Le multi-modèle à états couplés se caractérise par [13] :

- Un état global  $X$  qui couple tous les états  $x_i$  des sous-modèles,
- Un même ordre de sous-modèles,
- Un mélange des paramètres des sous-modèles.

Ici **le rôle** des fonctions de pondération  $\mu_i$  est d'effectuer *un mélange des paramètres des sous-modèles* en fonction de la zone de fonctionnement du système non linéaire [13].

### II.5.2. Structure découplée

Une autre forme de multi-modèle, résulte de l'agrégation de modèles locaux décrits d'une façon découplée. La différence entre cette structure et celle présentée au paragraphe précédent réside dans le fait que chaque modèle local est indépendant de tous les autres (II.9) [1]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) + D_i \\ \dot{y}_i(t) = C_i x_i(t) + E_i u(t) + N_i \end{cases} \quad (II.9)$$

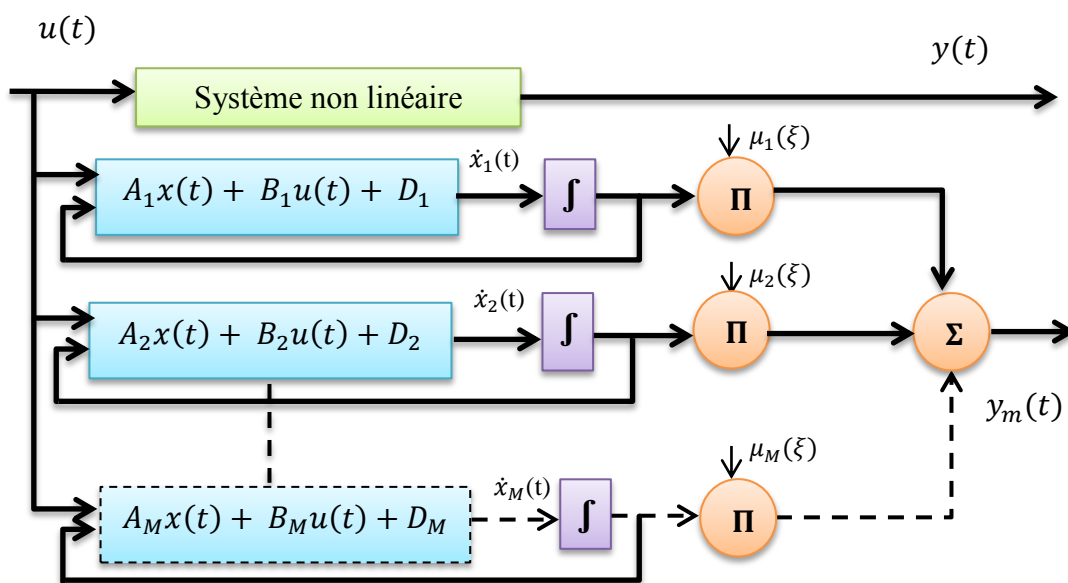
Dans cette structure, la notion d'état local, correspondant à un domaine de fonctionnement, apparaît beaucoup clairement. Le multi-modèle (modèle global) est ainsi

donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u(t) + D_i & i \in \{1, \dots, M\} \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) (C_i x_i(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (II.10)$$

Rappelons que les variables locales  $x_i(t)$  n'ont pas forcément un sens physique. Les matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et  $D_i$  ainsi que les fonctions d'activation  $\mu_i(\xi(t))$  sont calculées de la même façon que précédemment (structure couplée). Cette structure peut être vue comme la connexion parallèle de  $M$  modèles affines pondérés par leurs poids respectifs [1].

**Le rôle** des fonctions  $\mu_i$  est ici de pondérer la sortie de chaque sous-modèle sans mélanger les paramètres des sous- modèles  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $D_i$  et  $C_i$  [13].



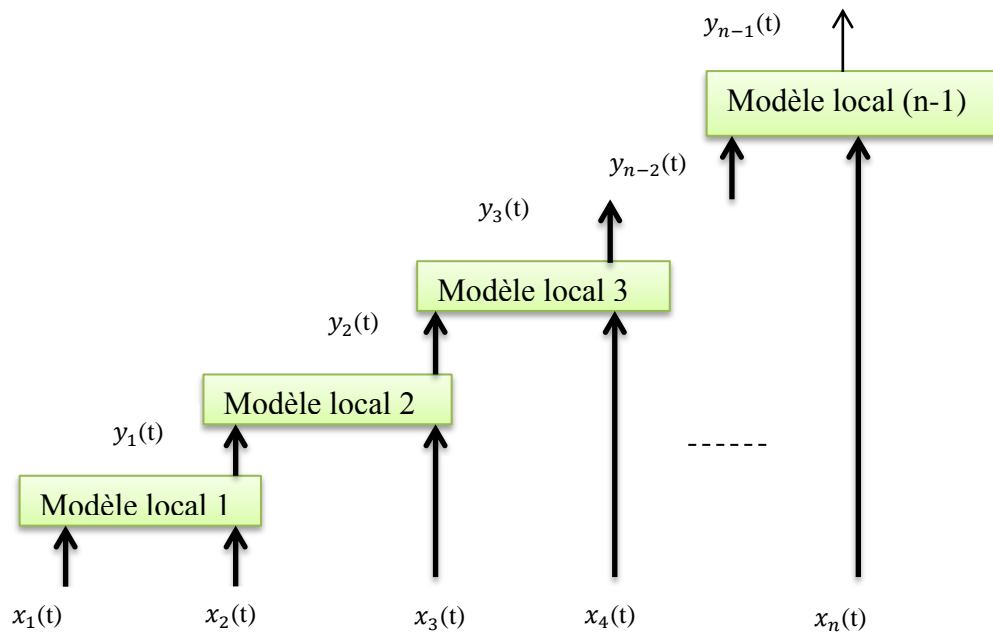
**Fig.II.4.** Architecture d'un multi-modèle à modèles locaux découplés.

### II.5.3. Structure hiérarchisée

Bien que l'approche multi-modèle ait connu un grand succès dans beaucoup de domaines (commande, diagnostic, ...), son application est limitée aux systèmes ayant peu de variables (dimension réduite). Le nombre de modèles locaux augmente d'une façon exponentielle avec l'augmentation du nombre de variables. Par exemple, un multi-modèle à sortie unique avec  $n$  variables et  $m$  fonctions d'activation définies pour chaque variable est composé de  $(m \cdot n)$  modèles locaux. Les chercheurs ont étudié ce problème en utilisant différentes approches.

Pour surmonter ce problème, on a proposé un multi-modèle à structure hiérarchique afin de réduire le nombre de modèles locaux. La Figure II.5 montre un exemple typique d'un multi-modèle hiérarchique qui comporte  $n$  entrées et  $(n-1)$  sorties ; dans cette structure, les

modèles locaux ont deux entrées chacun, le modèle global est alors composé de  $n$  modèles locaux ; pour plus de détails [1].



**Fig.II.5.** Architecture d'un multi-modèle hiérarchique.

#### II.5.4. Recherche des modèles locaux par identification

L'identification d'un système, en temps réel ou non, est une étape essentielle de n'importe quelle conception de système de commande ou de diagnostic. L'identification des systèmes linéaires a été étudiée depuis de très nombreuses années et beaucoup de méthodes permettent de conduire cette étude.

Cependant, dans beaucoup de situations pratiques, l'hypothèse de linéarité ne peut pas être vérifiée et s'avère inappropriée en raison de l'existence d'éléments non linéaires et/ou variantes dans le temps. Dans ce cas, il est difficile d'appliquer les méthodes conventionnelles d'identification. Ces dernières années, le développement de nouvelles méthodologies de commande dans le domaine de l'intelligence artificielle comme les réseaux de neurones et la théorie de la logique floue, ont fourni des outils alternatifs pour aborder le problème de l'identification des systèmes non linéaires. En particulier, depuis l'introduction de la notion de la logique floue par , beaucoup de chercheurs ont montré l'intérêt de cette théorie pour l'identification des systèmes représentés par des multi-modèles.

En représentant un système non linéaire sous forme multi-modèle, le problème de l'identification de systèmes non linéaires est réduit à l'identification des sous-systèmes définis par des modèles locaux linéaires. Les méthodes d'estimation basées sur les moindres carrés

sont alors utilisées pour identifier les paramètres du multi-modèle (modèles locaux) et ceux des fonctions d'activation. Cependant, cette méthode exige la connaissance des données entrées-sorties du système non linéaire autour de différents points de fonctionnement afin de pouvoir caractériser les modèles locaux [1].

### II.5.5. Recherche des modèles locaux par linéarisation

Dans ce cas, on dispose de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement choisis. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (II.11)$$

Où  $(F, G) \in \mathbb{R}^{2n}$  sont des fonctions non linéaires continues,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée. Par la suite, nous représenterons le système non linéaire par un multi-modèle, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines, tel que chaque modèle local est obtenu en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire  $(x_i, u_i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ .

Dans ce cas, on considère le choix suggéré par, c'est-à-dire qu'on définit les modèles locaux comme le premier terme du développement en série de Taylor du système.

D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approcher une fonction non linéaire par son plan tangent au point  $(x_i, u_i)$ . On suppose que les différents modèles locaux sont issus d'une linéarisation autour de  $M$  points de fonctionnement  $(x_i, u_i), i \in \{1, \dots, M\}$ . La formulation multi-modèle est la suivante [1]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i (\xi(t)) (A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m = \sum_{i=1}^M \mu_i (\xi(t)) (C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (II.12)$$

Avec :

$$A_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}} \quad B_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}} \quad D_i = F(x_i, u_i) - A_i x_i - B_i u_i$$

$$C_i = \left. \frac{\partial G(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}} \quad E_i = \left. \frac{\partial G(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}} \quad N_i = G(x_i, u_i) - C_i x_i - E_i u_i$$

Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux ( $M$ ) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation.

## II.6. Stabilité des multi-modèles

La stabilité des multi-modèles a été beaucoup étudiée, ont présenté des conditions suffisantes de la stabilité en utilisant une fonction quadratique de Lyapunov. La stabilité dépend de l'existence d'une matrice commune, symétrique et définie positive, qui garantit la stabilité de tous les modèles locaux. Ces conditions de stabilité peuvent être exprimées en utilisant des inégalités linéaires matricielles (LMI). Dans cette section, nous présentons quelques conditions suffisantes de stabilité des multi-modèles. L'approche proposée tout au long de ce mémoire repose sur les fonctions de Lyapunov quadratiques. Il s'agit de chercher une matrice symétrique et définie positive et sa fonction de Lyapunov associée telles que certaines conditions simples garantissent les propriétés de stabilité [3].

### II.6.1. Stabilité quadratique

Considérons un système non linéaire en boucle ouverte et représenté sous forme multi-modèle par l'équation d'état suivante [1]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) A_i x(t) \\ \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t)) = 1 \text{ et } \mu_i(\xi(t)) \geq 0 \end{cases} \quad (II.13)$$

Selon, la stabilité d'un système représenté par l'équation (II.13) peut être vérifiée en utilisant le théorème suivant :

**Théorème II.1 :** Le multi-modèle (II.13) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice  $P$  symétrique et définie positive telle que les LMI suivantes sont vérifiées :

$$A_i^T P + P A_i < 0, \forall i \in \{1, \dots, M\} \quad (II.14)$$

Ce théorème offre une condition suffisante pour assurer la stabilité asymptotique du multi-modèle (II.13). L'inégalité matricielle (II.14) peut être résolue en utilisant des outils numériques LMI. Ce résultat est obtenu en dérivant, le long de la trajectoire du multi-modèle (II.13), la fonction de Lyapunov  $V(x(t)) = x^T(t) P x(t)$ . L'existence de la matrice de Lyapunov  $P$  dépend de deux conditions :

- la première est liée à la stabilité de tous les modèles locaux. Il est nécessaire que chaque matrice  $A_i$  pour  $i \in \{1, \dots, M\}$  ait des valeurs propres dans le demi-plan gauche du plan complexe.
- la deuxième condition est relative à l'existence d'une fonction de Lyapunov commune aux  $M$  modèles locaux.

## II.6.2. Stabilité relaxée

Dans le paragraphe précédent, l'existence d'une matrice, symétrique et définie positive  $P$ , commune pour toutes les inégalités (II.13) est indispensable pour assurer la stabilité asymptotique du multi-modèle (II.13). Cependant, si le nombre de modèles locaux est grand, il peut être difficile de trouver une matrice commune qui garantisse la stabilité simultanée de tous les modèles locaux. De plus, ces contraintes sont souvent très conservatrices et il est bien connu que, dans beaucoup de cas, une matrice symétrique et définie positive commune n'existe pas, alors que le système (II.13) est stable.

Pour surmonter ce problème, de nombreux travaux ont été développés afin d'établir des conditions de stabilité relaxant certaines des contraintes précédentes. Par exemple, considèrent une fonction de Lyapunov quadratique par morceaux. Ont proposé des conditions de stabilité asymptotique dépendantes de la nature de l'entrée et de la dynamique de la sortie. Utilise une fonction de Lyapunov non quadratique.

En utilisant la technique de Lyapunov et la formulation LMI, ont également établi des conditions suffisantes de stabilité asymptotique d'un multi-modèle (II.13).

Afin de réduire le conservatisme de l'approche quadratique (fonction de Lyapunov quadratique), ont présenté d'autres conditions de stabilité en utilisant des fonctions de Lyapunov non quadratiques de la forme :

$$\begin{cases} V_i(x(t)) = x^T(t)P_i x(t), & i \in \{1, \dots, M\} \\ V(x(t)) = \max(V_1(x(t)), \dots, V_i(x(t)), \dots, V_M(x(t))) \end{cases} \quad (II.15)$$

Où  $P_i$  sont des matrices symétriques et définies positives.

**Théorème II.2 :** supposons qu'il existe des matrices symétriques et définies positives  $P_i$  pour  $i \in \{1, \dots, M\}$  et des scalaires positifs  $\tau_{ijk}$ , vérifiant les inégalités suivantes :

$$A_i^T P_j + P_j A_i + \sum_{k=1}^M \tau_{ijk} (P_j - P_k) < 0 \quad \forall i, j \in \{1, \dots, M\} \quad (II.16)$$

Alors le multi-modèle (II.13) est globalement asymptotiquement stable.

Ce résultat annoncé n'exige pas l'existence d'une fonction de Lyapunov quadratique commune aux différents modèles locaux et ne s'appuie que sur les fonctions locales de Lyapunov pour assurer la stabilité asymptotique globale du multi-modèle (II.13) [1] [3].

## II.7 Diagnostic de défauts à base de multi-modèles

Le développement du diagnostic de défauts en Automatique a principalement été réalisé par l'étude des systèmes linéaires. Afin de résoudre le problème du diagnostic de défauts à base de modèles sur des systèmes réels, le diagnostic dédié aux systèmes non linéaires a fait l'objet d'une attention particulière. Des articles de référence illustrent l'attractivité et la vitalité du domaine non linéaire en diagnostic pour les méthodes géométriques, pour les méthodes analytiques. Toutefois, ces méthodes s'utilisent principalement lorsqu'il existe un modèle mathématique représentant le système sur toute la plage de fonctionnement alors que bien souvent la modélisation ne représente le système que pour une plage de fonctionnement réduite. Aussi, si les représentations non linéaires peuvent être difficiles à obtenir, une stratégie consiste à représenter le système non linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement où les modèles sont connus. Cette représentation se regroupe sous la dénomination des multi-modèles où la dynamique du système est représentée par une pondération de modèles locaux qui ne sont pas forcément linéaires.

Dans le cadre de la représentation multi-modèle, deux tendances émergent toutefois : les multi-modèles où chaque modèle représente un défaut et les multi-modèles où chaque modèle représente le système autour d'un point de fonctionnement [12].

### II.7.1 Les multi-modèles de défauts

Un algorithme d'estimation d'état à base de multi-modèles (Multiple Model Adaptive Estimation) couplé avec un algorithme de commande a été proposé pour résoudre le problème du contrôle des systèmes dynamiques linéaires stochastiques en présence de défauts (ou incertitudes paramétriques). Cet algorithme a notamment été utilisé dans le domaine de l'aéronautique. Ont développé un banc de filtres de Kalman synthétisés pour des défauts actionneurs et capteurs spécifiques, permettant d'une part la détection et l'isolation du défaut, ainsi qu'une estimation de l'état en ligne, est basé sur le principe que le système en défaut peut être modélisé par un modèle particulier en fonction du type de défaut rencontré. La modélisation repose sur des modèles stochastiques de la forme :

$$m_j \begin{cases} x_{k+1} = A_j x_k + B_j u_k + w_k^j \\ y_k = C_j x_k + D_j u_k + v_k^j \end{cases} \quad (II.25)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de commande,  $y \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur de sortie,  $w_k^j$  et  $v_k^j$  sont deux bruits blancs gaussiens, de covariance  $Q_j$  et  $R_j$  respectivement. Les matrices  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $C_j$ ,  $D_j$  sont des matrices d'état connues et de

dimensions appropriées. Afin de réaliser simultanément l'estimation d'état et l'identification du défaut, l'algorithme suppose qu'une seule hypothèse  $m_j$  peut être vérifiée à la fois parmi les  $N$  valeurs possibles. De ce fait, à chacune des hypothèses  $m_j$  correspond un système linéaire stochastique à temps discret décrivant un mode de fonctionnement identifié et déterminé. Les hypothèses considèrent que le résidu résultant de la différence entre le système et chaque filtre, suit une loi de distribution normale centrée permettant de calculer une densité de probabilité. A partir du Théorème de Bayes, le calcul de la probabilité de chaque modèle  $p_k^j$  est réalisé de la manière suivante :

$$p_k^j = Pr[m = m_j | y_k = y_j] \quad (II.26)$$

Cette probabilité  $p_k^j$  est la probabilité que le système peut être représenté par le  $m_j$  mode connaissant le vecteur des mesures de la sortie  $y$  à l'instant  $k$  et peut se calculer comme suit :

$$P_{k+1}^j = \frac{\varphi_k^j p_k^j}{\sum_{l=1}^N \varphi_k^l p_k^l} \quad (II.27)$$

Cette dernière utilise une fonction de densité normale centrée, avec le résidu  $\gamma_k^j$  exprimant la différence entre la sortie du système et la sortie du  $j^{\text{ème}}$  filtre :

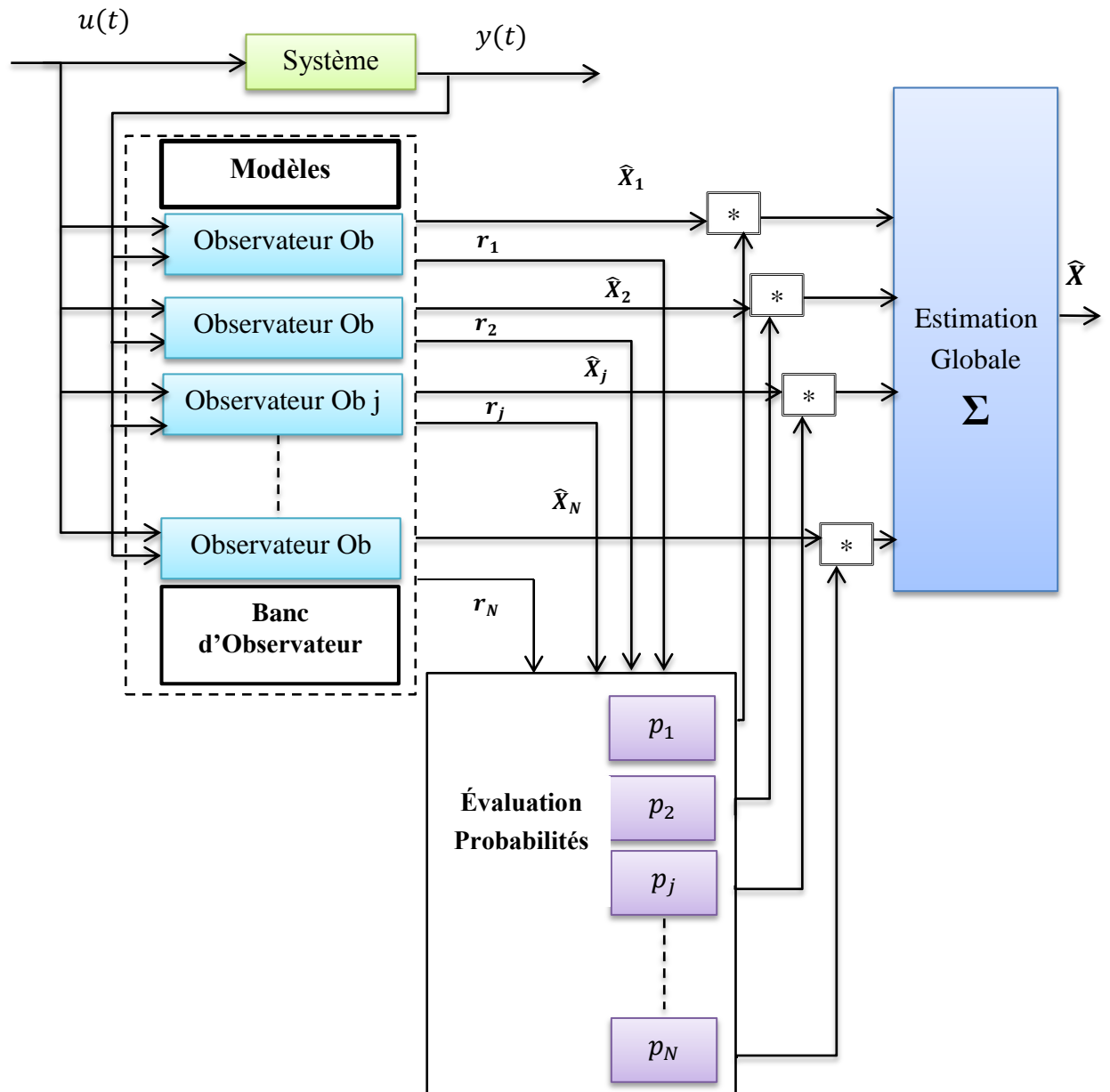
$$\varphi_k^j = \frac{\exp\{-0.5(\gamma_k^j)^T (\Theta_k^{j-1})^{-1} \gamma_k^j\}}{(2\pi)^{\psi/2} |\Theta_k^j|^{1/2}} \quad (II.28)$$

Où la matrice  $\Theta_k^j$  représente la matrice de variance du résidu  $\psi$  et la dimension du vecteur des résidus. Cette technique permet la reconstruction globale de l'état du système à partir des estimations d'état des modèles pondérés par les probabilités. L'état global se représente alors de la manière suivante :

$$\hat{x}_{k+1} = \sum_{j=1}^N \hat{x}_k^j p_k^j \quad (II.29)$$

Sur la figure (1.6) un banc d'Observateur basés sur l'entrée et la sortie du système génère des résidus utilisés pour définir les probabilités de chaque modèle. Ces probabilités pondèrent les estimations de chaque Observateur pour obtenir une estimation globale de l'état du système.

D'autre part, les probabilités déterminent à chaque instant quel modèle ou combinaison de modèles, représente ou approxime, le comportement dynamique du système [12].



**Fig.II.6. Schéma général associé à l'algorithme MMAE.**

### II.7.2 Les multi-modèles autour de points de fonctionnement

La modélisation représente une étape indispensable pour la conduite de processus industriels. Cette étape est tout aussi nécessaire pour l'élaboration d'une loi de commande ou d'un schéma de diagnostic. La modélisation d'un processus vise donc à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce dernier entre elles et à représenter d'une manière rigoureuse son comportement dans un domaine de fonctionnement donné.

L'approche multi-modèle a connu un intérêt certain depuis de nombreuses années. Les travaux définissent l'idée de l'approche multi-modèle comme l'appréhension d'un

comportement non linéaire d'un système par un ensemble de modèles locaux (linéaires ou non linéaires) caractérisant le fonctionnement du système dans différentes zones de fonctionnement. La motivation d'une telle approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir ou d'identifier un modèle tenant compte de toute la complexité du système étudié.

La modélisation de systèmes non linéaires par les multi-modèles a été d'un intérêt croissant comme il est possible de l'appréhender dans de nombreux de rechercher de travaux.

Dans le cadre de l'approche multi-modèle, les systèmes étudiés se représentent sous forme d'une interpolation entre les modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique *LTI* valide autour d'un point de fonctionnement. Selon l'information disponible, plusieurs méthodes distinctes peuvent être utilisées pour l'obtention d'un multi-modèle. Deux méthodes sont principalement utilisées pour obtenir les modèles locaux d'une représentation multi-modèles d'un système non linéaire :

- ✓ Identification de type boîte noire lorsque le système non linéaire n'a pas de forme analytique,
- ✓ Linéarisation du système autour de plusieurs points de fonctionnement.

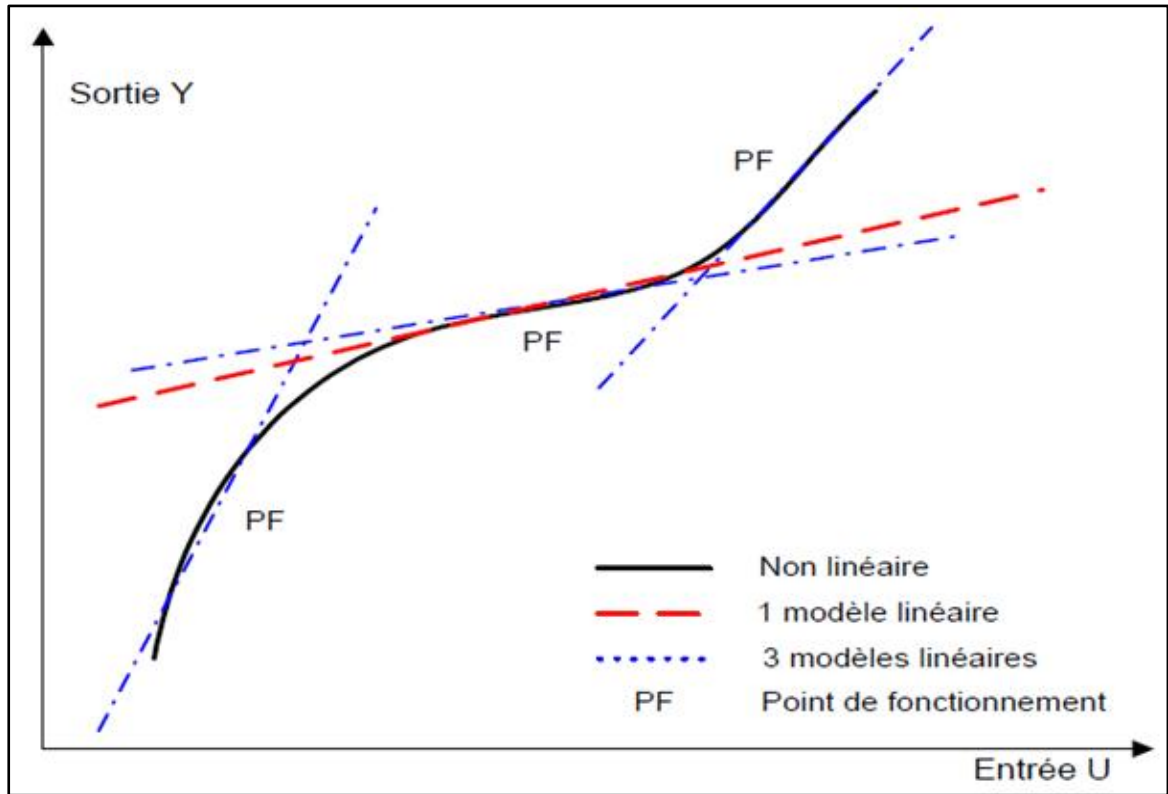
Il est parfois possible en connaissant les équations qui régissent l'ensemble d'un système de définir un modèle unique non linéaire. Toutefois, il est bien souvent préférable de linéariser ce modèle pour pouvoir utiliser des techniques de commande ou de diagnostic faites pour les cas linéaires.

Un des points fondamentaux de la décomposition en MM reste le choix du nombre ainsi que l'emplacement des points de fonctionnement afin de refléter au mieux l'évolution intrinsèque du système. Il est important de définir des critères pour une meilleure sélection des régimes linéaires :

- ✓ Stabilité des régimes de fonctionnement,
- ✓ Bonnes performances des régimes,
- ✓ Bonnes commutations entre les modèles.

De manière à illustrer ces propos, considérons un système non linéaire pour lequel nous cherchons à obtenir une représentation multi-modèle permettant de décrire le comportement de ce système. Ainsi sur la figure (I.7), la représentation statique révèle l'importance du choix du nombre optimal de modèles locaux à utiliser. On peut aisément comprendre sur cet exemple, l'utilité de la décomposition en plusieurs modèles car il apparaît alors évident qu'un seul modèle ne peut simuler le fonctionnement du système sur toute la plage de fonctionnement. En revanche, le choix d'une décomposition en trois modèles linéaires paraît

plus judicieux pour réaliser un compromis entre la représentation du système non-linéaire et la charge de calcul [12].



**Fig.II.7.** Caractéristique statique : choix du nombre de modèles locaux.

Supposons qu'un ensemble de  $N$  modèles locaux  $f_j(x(t), u(t))$  décrivant le comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Ces modèles peuvent être construits par exemple à partir de connaissances physiques sur le fonctionnement des systèmes dans ces zones.

La validité locale de chaque modèle  $f_j$  est indiquée par une fonction de validité  $\beta_j(x(t), u(t))$  pour  $j \in [1, \dots, N]$ . Le modèle global s'obtient de la manière suivante [12] :

$$y_m(t) = \frac{\sum_{j=1}^N \beta_j(x(t), u(t)) f_j(x(t), u(t))}{\sum_{j=1}^N \beta_j(x(t), u(t))} \quad (II.30)$$

Et posons :

$$\gamma_j(x(t), u(t)) = \frac{\beta_j(x(t), u(t))}{\sum_{j=1}^N \beta_j(x(t), u(t))} \quad (II.31)$$

En combinant alors les équations, on obtient l'expression générale d'une structure multi-modèle :

$$y_m(t) = \sum_{j=1}^N \gamma_j(x(t)) f_j(x(t), u(t)) \quad (II.32)$$

La fonction d'activation  $\gamma_j(x(t), u(t))$  est normalisée et détermine le degré d'activation du  $j^{\text{ème}}$  modèle local associé. Selon la zone où évolue le système, cette fonction indique la contribution plus ou moins importante du modèle local correspondant dans le modèle global (multi-modèle). Elle assure un passage progressif de ce modèle aux modèles locaux voisins. Ces fonctions sont généralement de forme triangulaire, sigmoïdale ou gaussienne et satisfont aux propriétés suivantes [12]:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \gamma_j(x(t), u(t)) = 1 \\ 0 \leq \gamma_j(x(t), u(t)) \leq 1 \end{cases} \quad (II.33)$$

Soient  $f$  et  $g$  les fonctions non linéaires continues telles que le système non linéaire étudié ait une représentation d'état de la forme :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, u_k) \\ y_k = g(x_k, u_k) \end{cases} \quad (II.34)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et  $u \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur d'entrée. Nous supposons dans la suite que le comportement dynamique du système non linéaire (II.34) se caractérise par une représentation multi-modèle, composée de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines, tel que chaque modèle local est obtenu en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement défini  $(x_j, u_j) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ . Le choix suggéré nous a incités à considérer un développement au premier ordre de la série de Taylor. D'un point de vue mathématique, ceci correspond à approximer une fonction non linéaire par son plan tangent au point  $(x_j, u_j)$ . On suppose que les différents modèles locaux sont issus d'une linéarisation autour de  $N$  points de fonctionnement  $(x_j, u_j) \in [1, \dots, N]$ . La notation multi-modèle se représente alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \sum_{j=1}^N \gamma_j(x_k, u_k) (A_j x_k + B_j u_k + \Delta X_j) \\ y_k = \sum_{j=1}^N \gamma_j(x_k, u_k) (C_j x_k + D_j u_k + \Delta Y_j) \end{cases} \quad (II.35)$$

Avec :

$$A_j = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_j \\ u=u_j}}, B_j = \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_j \\ u=u_j}}, C_j = \left. \frac{\partial g(x, u)}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_j \\ u=u_j}}, D_j = \left. \frac{\partial g(x, u)}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_j \\ u=u_j}}$$

$$\Delta X_j = f(x_j, u_j) - A_j x_j - B_j u_k, \quad \Delta Y_j = g(x_j, u_j) - C_j x_j - D_j u_k$$

La précision de la modélisation souhaitée dépend directement du nombre de modèles locaux  $N$ , de la complexité du système non linéaire ainsi que du choix des fonctions d'activation devant satisfaire les relations (II.32) et (II.33). En présence d'un système parfaitement linéaire, l'équation (II.35) reste tout à fait valable avec :  $\Delta X_j = \Delta Y_j = 0$ .

Dans le cas où le point de fonctionnement appartient à l'ensemble des points d'équilibre défini par  $f(x_j, u_j) = g(x_j, u_j) = 0$ , les expressions de  $\Delta X_j$  et  $\Delta Y_j$  se simplifient de la sorte :

$$\begin{cases} \Delta X_j = -A_j x_j - B_j u_j \\ \Delta Y_j = -C_j x_j - D_j u_j \end{cases} \quad (II.36)$$

La représentation mathématique des multi-modèles s'apparente aussi à des formes de modélisation de systèmes de type Linéaires à Paramètres Variants dans le temps ou *LPV*, dont les paramètres varient dans le temps. Certains systèmes LPV sont intéressants à étudier notamment les systèmes *LPV* affines de la forme  $A_0 + \sum_{j=1}^N \Phi_k^j A_j$  [12].

### II.7.3 Représentation multi-modèle en présence de défauts

Afin d'avoir un modèle qui représente à la fois le système autour des différents points de fonctionnement considérés tout en tenant compte des défauts actionneurs et capteurs, nous redéfinissons la représentation d'état. En reprenant l'équation non linéaire (II.34), considérons la représentation locale comme à l'équation (II.25).

La dynamique du système (II.34) autour de différents points de fonctionnement est supposée approximée par un ensemble de  $N$  modèles linéaires. Soit la représentation d'état suivante d'un système non linéaire autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement,  $j \in [1, \dots, N]$ , en présence de défauts [12]:

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_j x_k + B_j u_k + F_{xj} d_k + \Delta X_j \\ y_k = C_j x_k + D_j u_k + F_{yj} h_k + \Delta Y_j \end{cases} \quad (II.37)$$

Où les matrices  $(A_j, B_j, C_j, D_j)$  sont des matrices invariantes définies autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement  $(PF_j)$ . La matrice de distribution des défauts actionneurs et capteurs sont représentées respectivement par  $F_{xj} \in \mathbb{R}^{n \times p}$  et  $F_{yj} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ .  $d_k \in \mathbb{R}^p$  représente le vecteur des défauts actionneur et  $h_k \in \mathbb{R}^p$  le vecteur des défauts capteur  $\Delta X_j$  et  $\Delta Y_j$  représentent les vecteurs constants dépendants du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement définis précédemment. Ainsi, de manière similaire au formalisme en l'absence de défauts, le système

linéaire (II.37), résultant de la modélisation d'un processus non linéaire autour du  $j^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, peut être spécifié par un ensemble de matrices :

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & F_{xj} & \Delta_{X_j} \\ C_j & D_j & F_{yj} & \Delta_{Y_j} \end{bmatrix}, \forall j = [1, \dots, N] \quad (II.38)$$

Afin de pouvoir représenter le système non linéaire (II.34), l'ensemble de modèles linéaires (II.38) est utilisé à chaque instant par  $S_k$  une séquence de matrices variant dans un ensemble convexe, définie par :

$$S_k := \left\{ \sum_{j=1}^N \rho_k^j S_j : \rho_k^j \geq 0, \sum_{j=1}^N \rho_k^j = 1 \right\} \quad (II.39)$$

Cette séquence  $S_k$  caractérise à chaque instant le système non linéaire et par conséquent, la dynamique du système non linéaire peut être représentée par un ensemble convexe de multiples modèles linéaires invariants. Comme considéré, un modèle apte à représenter toute la plage de fonctionnement du système est constitué de  $N$  modèles locaux pondérés par des fonctions de pondération  $\rho_k^j$ . Ces fonctions de pondération ou d'activation  $\rho_k^j \forall j \in [1, \dots, N]$  évoluent dans un ensemble convexe  $\Omega$  tel que :

$$\Omega := \left\{ \rho_k^j : \rho_k^j \geq 0, \sum_{j=1}^N \rho_k^j = 1 \right\} \quad (II.40)$$

Ces fonctions de pondération  $\rho_k^j$  dépendent du vecteur d'état  $x_k$  du système ainsi que de l'entrée  $u_k$  du système tel que celles-ci s'écrivent sous la forme  $\rho^j(x_k, u_k) = \rho_k^j$ .

D'après [12] et sans nuire à la généralité de la méthode présentée, les défauts capteurs considérés comme des incertitudes structurées, peuvent être interprétés mathématiquement comme des défauts actionneurs par une augmentation d'état en supposant une dynamique lente du défaut est alors possible de redéfinir la représentation (II.38) avec une matrice de distribution des défauts  $F_j \in \mathbb{R}^{n+m}$  de rang  $q$  et un vecteur unique de défauts  $d_k$  de dimensions appropriées, de la manière suivante :

$$S_j = \begin{bmatrix} A_j & B_j & F_j & \Delta_{X_j} \\ C_j & D_j & \Delta_{Y_j} & \end{bmatrix}, \forall j = [1, \dots, N] \quad (II.41)$$

Cette dernière représentation du système non linéaire va nous permettre dans les chapitres suivants, de pouvoir avoir une représentation à la fois du système autour de différents points de fonctionnement tout en pouvant effectuer un travail de diagnostic de défauts [12].

## **II.9 Conclusion**

Ce chapitre a fait l'objet d'une étude détaillée sur l'approche multi-modèle, qu'est une méthode de représentation de systèmes non linéaires par des sous-modèles linéaires. Cette approche s'avère très importante vu sa stabilité et sa simplicité.

Le MM est une structure particulièrement bien adaptée à la modélisation des systèmes non linéaires sur une large plage de fonctionnement. Il permet d'obtenir un modèle doté d'une structure mathématiquement attractive et capable d'appréhender avec précision donnée la complexité d'un système. Le MM vient répondre aux difficultés dues à la complexité des modèles non linéaires, par des techniques proches de celles développées dans le cadre linéaire.

Ainsi, la forme MM permet de décrire un système non linéaire sur une large plage de fonctionnement, contrairement aux modèles linéaires qui ont généralement un caractère local et qui sont valides autour de points de fonctionnement particuliers.

Ce chapitre a permis la présentation de plusieurs structures MMs qui ont été développées ces dernières années. De plus, les différentes techniques existantes d'obtention des MMs ont été présentées.

## ***CHAPITRE III :***

---

# ***Synthèse d'observateurs non linéaires***



### III.1 Introduction

La disponibilité des toutes les variables d'états pour la mesure directe est rarement vérifiée dans la pratique. Il existe dans la plupart des cas un vrai besoin d'une estimation fiable des variables non mesurées, particulièrement quand elles sont employées pour la synthèse de lois de commande ou pour la surveillance des processus. En effet, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne peut pas toujours mesurer directement ; l'élaboration d'une loi de commande ou la détermination d'une défaillance d'un composant d'un système passent souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs de ses états. Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur, qui se charge de reconstruire les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées [15].

Contrairement au problème de synthèse d'observateurs d'état des systèmes linéaires qui a été entièrement résolu. Le cas des systèmes non linéaires est plus difficile et beaucoup moins systématique. C'est la raison pour laquelle, de nombreux travaux ont abordé ce problème, dans la littérature, en se basant sur des classes spécifiques de systèmes non linéaires.

Dans cette section nous allons présenter quelques méthodes de synthèse d'observateurs de systèmes linéaires et non linéaires. Mais auparavant, nous allons parler d'un concept important dans le domaine de la reconstruction d'état, qui est celui de l'observabilité [16].

### III.2 Notion d'observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important dans le domaine d'estimation de l'état. En effet, pour reconstruire les états inaccessibles d'un système, il faut savoir, a priori, si les variables d'état sont observables ou non. L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrées et de sorties. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées et aux conditions initiales. Les résultats classiques que l'on peut trouver dans la littérature sont rappelés dans cette partie [16], [21].

#### III.2.1 Observabilité des systèmes linéaires

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (III.1)$$

Où les vecteurs  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$  et  $y(t) \in R^p$  représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des matrices constantes de dimensions appropriées. L'observabilité du système linéaire (III.1) est garantie si et seulement si :

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (\text{III.2})$$

Par conséquent le système linéaire (III.1) est observable, si le rang de la matrice d'observabilité  $O$  est égal à la dimension  $n$  de ce système. Dans le cas où le rang de la matrice  $O$  est inférieur à  $n$  on parle alors, d'observabilité partielle [16].

### III.2.2 Observabilité des systèmes non linéaires

Pour les systèmes non linéaires, étant donné l'espace de l'état  $X \subseteq R^n$  et l'ensemble  $U$  des entrées, la notion d'observabilité est basée sur la possibilité de différencier deux conditions initiales distinctes. On parlera ainsi de la distinguabilité d'un couple de conditions initiales. On considère le système non linéaire donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Où les vecteurs  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$  sont respectivement le vecteur d'état et de commande [16].

### III.3 Classification des observateurs

Il existe de nombreuses techniques d'observation. Elles diffèrent en fonction de la nature du système considéré linéaire ou non linéaire.

#### III.3.1 Observateurs des systèmes linéaires

Une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans le cadre déterministe, et par Kalman dans le cadre stochastique. Dans les deux cas, on considère le modèle dynamique du système linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Lw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Où  $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$ ,  $y(t) \in R^p$ ,  $w(t) \in R^r$  et  $v(t) \in R^p$  sont deux bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives  $Q$  et  $R$ . Ces bruits sont supposés non corrélés. Les matrices du système sont de dimensions appropriées, et les conditions initiales sont définies par  $x(0) = x_0$  [16], [1].

### III.3.1.1 Observateur de Luenberger

L'observateur déterministe de Luenberger permet de reconstituer l'état d'un système observable à partir de la mesure des entrées et des sorties. Il est utilisé dans les commandes par retour d'état lorsque tout ou une partie du vecteur d'état ne peut être mesurée.

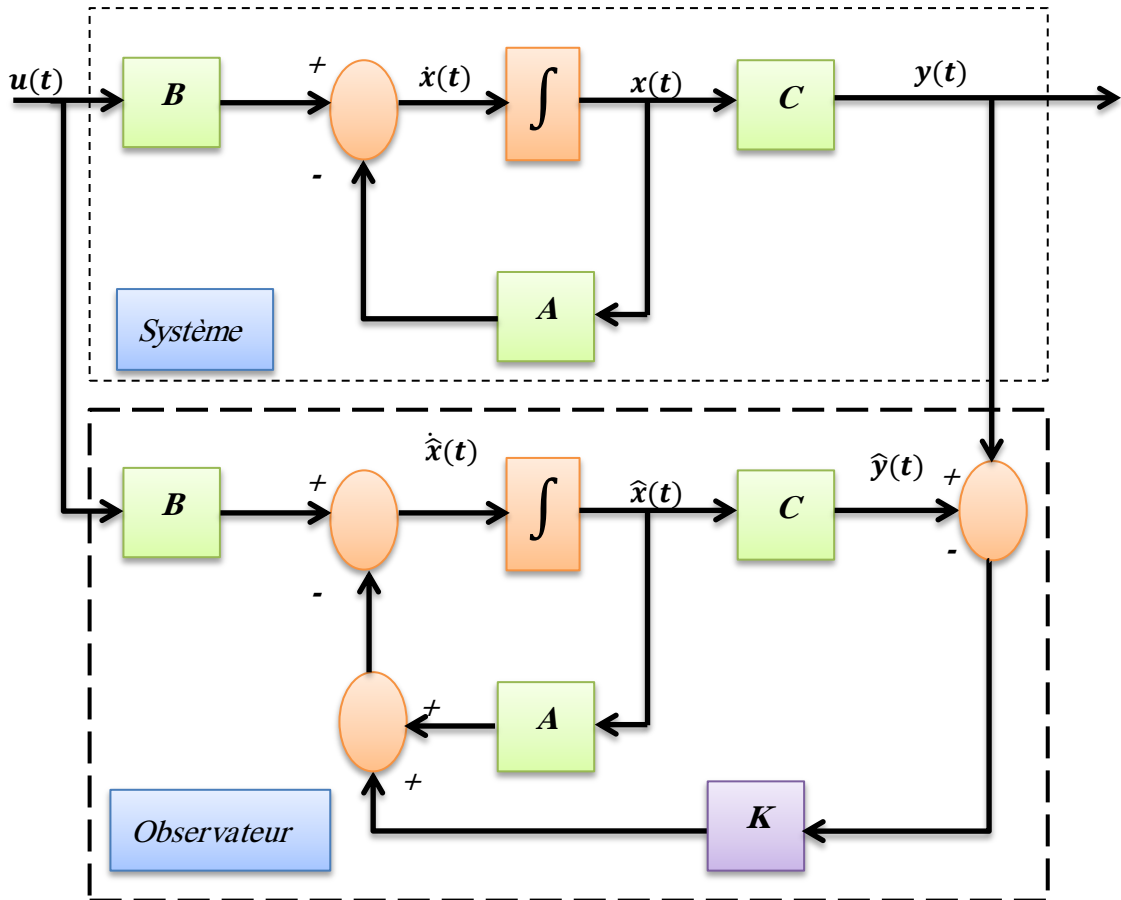
La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, ou les bruits  $w$  et  $v$  sont nuls, Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (III.4) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (III.5)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - KC) e(t) \quad (III.6)$$

En utilisant une technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain  $K$  de l'observateur de telle sorte que les valeurs propres de la matrice  $(A - KC)$  soit dans le demi-plan complexe gauche. Pour ce type d'observateur, une grande liberté est laissée au choix des valeurs propres, mais en pratique on choisit une dynamique d'erreur plus rapide que celle du processus. Cependant on ne peut les prendre infiniment grandes pour deux raisons essentielles : on ne peut utiliser que des gains réalisables et l'augmentation de la bande passante du reconstruteur ne permet plus de négliger les bruits qui deviennent prépondérants en hautes fréquences [1].



**Fig. III. 1. Schéma structurel de l'observateur de Luenberger.**

Il faut noter qu'en présence de bruits  $w, v$ , la dynamique de l'erreur est régie par l'équation :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + w(t) - Kv(t) \tag{III.7}$$

Cette erreur est donc sensible aux bruits par l'intermédiaire des deux fonctions de transfert  $(sI - A + KC)^{-1}L$  et  $(sI - A + KC)^{-1}K$ . L'étude du gain fréquentiel permet de quantifier l'influence des bruits sur l'erreur d'observation [10].

### III.3.1.2 Filtre de Kalman

La théorie de l'observation de Kalman nécessite, quant à elle, la résolution d'une équation de Riccati. Kalman utilise les propriétés statistiques des bruits  $w$  et  $v$  et propose la structure d'observateur suivante :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \tag{III.8}$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation  $P = E[e(t)e(t)^T]$ , on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$K = PC^T R^{-1} \quad (III.9)$$

Où  $P$  est solution de l'équation de Riccati :

$$AP + PA - PC^T R^{-1} CP + LQL^T = 0 \quad (III.10)$$

Sous certaines conditions, on peut montrer que la matrice  $P$  tend vers une limite et que le filtre est stable, ce qui permet éventuellement de conserver pour  $K$  sa valeur en régime permanent [15].

### III.3.1.3 Observateur à entrée inconnue

La théorie d'observateur à entrée inconnue est applicable à la classe des systèmes linéaires(III. 1). Seulement cette fois, les entrées inconnues interviennent dans le modèle du système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (III.11)$$

Où  $d(t) \in R^q$  est une entrée inconnue et  $E$  est une matrice de rang plein de dimension appropriée.

Pour le système (III. 11) on dit qu'un observateur est à entrée inconnue si l'erreur d'estimation tend vers zéro en présence d'entrées inconnues. Sa structure est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x} = z(t) + Hy(t) \end{cases} \quad (III.12)$$

Où  $z(t) \in R^n$  est le vecteur d'état de l'observateur et  $\hat{x}(t) \in R^n$  est le vecteur d'état estimé du système, les matrices  $F$ ,  $T$ ,  $K$  et  $H$  qui seront déterminées pour stabiliser l'observateur et découpler les entrées inconnues. En posant  $K = K_1 + K_2$ , la dérivée de l'erreur d'estimation par rapport au temps sera donnée par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t)$$

$$\dot{e}(t) = (A - HCA - K_1 C)e - [F - (A - HCA - K_1 C)]z(t) - [T - (I - HC)] Bu(t) - (I - HC)Ed(t) - [K_2 - (A - HCA - K_1 C)H]y(t) \quad (III.13)$$

Ainsi les conditions permettant le découplage de l'entrée inconnue sont :

$$(HC - I)E = 0$$

$$T = I - HC$$

$$F = A - HCA - K_1C$$

$$K_2 = FH$$

$$K = K_1 + K_2$$

Si ces conditions sont satisfaites alors l'erreur dynamique sera :

$$\dot{e}(t) = Fe(t)$$

Afin que l'erreur d'estimation tende asymptotiquement vers zéro, les valeurs propres de  $F$  doivent être à partie réelle négative. Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'un tel observateur pour un système décrit par l'équation (III. 11) sont [15]:

- ✓  $Rang(CE) = Rang(E)$
- ✓  $(C, A_l)$  est stable,  $A_l = A - E[(CE)^T CE]^{-1} (CE)^T CA$ .

La première condition signifie que le nombre de lignes linéairement indépendantes de la matrice  $C$  ne doit pas être inférieur au nombre de colonnes linéairement indépendantes de la matrice, c'est-à-dire, le nombre de mesures indépendantes doit être supérieur ou égal au nombre d'entrées inconnues à découpler [22].

### III.3.2 Observateurs des systèmes non linéaires

#### III.3.2.1 Généralités sur les observateurs non linéaires

La nécessité d'obtenir un modèle précis du comportement d'un processus réel exige souvent l'utilisation du formalisme non linéaire. Les modèles non linéaires obtenus permettent une description exhaustive sur un large espace de fonctionnement, contrairement aux modèles linéaires qui ont un caractère local [15].

Dans la pratique, l'étude des systèmes réels suppose l'accès aux variables décrivant l'état du système pour la surveillance ou le contrôle des systèmes. Malheureusement, on dispose rarement de mesures directes de ces variables d'état pour des raisons techniques, financières ou autres. C'est la raison pour laquelle une estimation fiable des variables non mesurées est nécessaire, particulièrement quand ces variables sont utilisées pour la surveillance du processus réel, pour une synthèse des lois de commande ou pour un diagnostic de fautes.

Pour réaliser la tâche de reconstruction des variables non disponibles, des solutions théoriques performantes ont été développées, généralement basées sur un modèle mathématique représentant le comportement du système réel en fonctionnement sain. Ainsi, la construction d'un " capteur logiciel " souvent appelé observateur est réalisée afin de

reconstruire les variables qui ne sont pas accessibles à la mesure [16].

D'une façon générale, les systèmes non linéaires dynamiques considérés peuvent être décrits par une représentation d'état de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Où  $x$  représente le vecteur d'état,  $u$  le vecteur d'entrée et  $y$  représente le vecteur de sortie du système. Les fonctions  $f$  et  $g$  sont généralement non linéaires.

Conformément aux descriptions précédentes, un observateur ou un reconstituteur d'état est un système dynamique qui permet d'obtenir une estimation de la valeur courante de l'état non mesuré du système (III.14) à partir des informations disponibles : sorties  $y$  et entrées  $u$  du système :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \varphi(z(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \gamma(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{y}(t) = g(\hat{x}(t), u(t)) \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

L'observateur (III.15) est un observateur global si l'erreur d'estimation d'état  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  tend asymptotiquement vers zéro :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \| x(t) - \hat{x}(t) \| = 0$$

Quelles que soient les conditions initiales  $x(0)$  du système non linéaire et de l'observateur  $z(0)$ .

L'objectif dans la conception d'un observateur est de déterminer les fonctions  $(z, u, y)$  et  $(z, u, y)$  qui assurent la convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro [10].

### III.3.2.2 Observateurs basés sur la structure MM

#### III.3.2.2.1 Etude des multi-observateurs

Un observateur est destiné à reconstruire entièrement ou partiellement le vecteur d'état d'un système à partir des entrées connues, des sorties et du modèle dynamique de celui-ci. Dans le cas des systèmes représentés par des multi-modèles, la conception d'un multi-observateur suppose que les modèles locaux sont localement observables, c'est-à-dire que toutes les paires  $(A_i, C_i)$  sont observables. Diverses approches ont été développées pour la synthèse de multi-observateurs pour des multi-modèles avec et sans incertitudes. La synthèse de multi-observateurs à multi-modèle a également été abordée par de nombreux travaux. Des multi-observateurs robustes pour une classe de systèmes représentés par des multi-modèles

incertain ont été développés et appliqués pour le diagnostic des défauts.

Par la suite, nous proposons deux types de multi-observateur. Le premier est classique et obtenu par interpolation de plusieurs observateurs locaux de type Luenberger, le deuxième est un multi-observateur à mode glissant où des incertitudes paramétriques du modèle sont considérés [11].

### III.3.2.2 Structure de l'observateur basé sur la forme multi-modèle

La structure d'observateur - basée sur la structure multi-modèle - la plus utilisée dans la littérature est une extension de celle de l'observateur de Luenberger proposée pour les systèmes linéaires. Ce choix un système dynamique non linéaire représenté par la structure multi-modèle, composé de  $M$  modèles linéaires locaux, décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(z(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (III.16)$$

Où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrées et  $y(t) \in \mathbb{R}^p$  représentée vecteur de sorties. Les matrices  $A_i, B_i$  et  $C_i$  sont de dimensions appropriées.  $\mu_i(z(t))$  sont les fonctions d'activation des modèles locaux et  $z(t)$  représente le vecteur de variables de décision dépendant de variables mesurables.

On considère ici que la sortie est une fonction linéaire de l'état, mais cela ne constitue pas une réduction majeure.

L'observateur proposé est inspiré de celui construit pour le cas linéaire, pour déterminer les gains  $L_i$  de l'observateur (III.17), une étude de stabilité du système générant l'erreur d'estimation d'état doit être réalisée, cette erreur étant définie par la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) + D u(t) \end{cases} \quad (III.17)$$

Où  $\hat{x}(t)$  représente le vecteur d'état estimé par le multi-observateur,  $\hat{y}(t)$  est le vecteur de sortie estimé et  $L_i \mathbb{R}^{n \times p}$  sont les gains de l'observateur à calculer.

Pour déterminer les gains  $L_i$  de l'observateur (III.17), une étude de stabilité du système générant l'erreur d'estimation d'état  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  doit être réalisée. La dynamique de l'erreur d'estimation d'état est gouvernée par une équation différentielle qui dépend des variables de prémisse  $z(t)$  via les fonctions de pondération  $\mu_i(z(t))$  [10].

L'erreur d'estimation d'état est définie par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (III.18)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'explique :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \mu_i(z(t)) \mu_j(z(t)) (A_i - G_i C_j) e(t) \quad (III.19)$$

Si l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro, l'estimation des vecteurs d'état converge asymptotiquement vers les vecteurs d'état du multi-modèles.

**Théorème III.1:** Le multi-observateur est asymptotiquement convergent, s'il existe une matrice symétrique  $P > 0$  et des matrices  $Q_{ij}, G_i$  avec  $Q_{ij}$  sont symétriques et  $Q_{ij} = Q_{ij}^T$  pour  $i = j$ , vérifiant les inégalités suivantes :

$$(A_i - G_i C)^t P + P^t (A_i - G_i C_i) + Q_{ii} < 0; i = 1, \dots, M \quad (III.20)$$

$$\left( \frac{A_i - G_i C_i + A_j - G_j C_j}{2} \right)^t P + P^t \left( \frac{A_i - G_i C_j + A_j - G_j C_i}{2} \right) + Q_{ij} + Q_{ij}^T \leq 0; i < j \quad (III.21)$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} & \dots & Q_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{M1} & \dots & Q_{MM} \end{pmatrix} > 0 \quad (III.22)$$

La linéarisation de ces inégalités matricielles est obtenue facilement avec le changement de variables  $Y_i = P G_i$ . Dans le cas où la sortie  $y(t)$  est linéaire, c'est-à-dire ( $C_1 = C_2 = \dots = C_r = C$ ), les conditions de stabilité (III.20, III.21 et III.22) du multi-observateur se simplifient comme suit [11]:

$$(A_i - G_i C)^t P + P^t (A_i - G_i C) < 0 \quad i = 1, \dots, M \quad (III.23)$$

### III.3.2.2.3 Stabilité de l'erreur d'estimation d'état

Tenant compte de la définition de l'erreur d'estimation et des dynamiques de l'état et de son estimé, ce système s'explique :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) - \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{z}(t)) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i C e(t)) \quad (III.24)$$

La dynamique de l'erreur dépend de la connaissance des variables de prémisses :

$$z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_p(t)]$$

Intervenant dans les fonctions de pondération  $\mu_i$ . Il existe deux possibilités selon que

$z(t)$  est mesurable ou non.

La plupart des travaux concernant la conception de multi-observateurs d'état suppose que les variables de prémisses sont connues ( $\hat{z}(t) = z(t)$ ). Dans ce cas, le multi-observateur utilise les mêmes variables de prémisses que le modèle. Ainsi, une factorisation par les fonctions de pondération est possible dans l'évaluation de la dynamique de l'erreur et le système devient :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(z(t))(A_i - L_i C)e(t) \quad (III.25)$$

En utilisant la méthode de Lyapunov et une fonction quadratique  $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$  avec  $P = P^T > 0$ , [10] propose l'analyse de stabilité suivante :

**Théorème III.2 :** *L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro s'il existe une matrice  $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$  et des matrices  $K_i \in \mathbb{R}^{n \times \ell}$  telles que les conditions suivantes soient satisfaites :*

$$PA_i + A_i^T P - K_i C - C^T K_i^T < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (III.26)$$

*Les gains de l'observateur sont obtenus à partir de l'équation :*

$$L_i = P^{-1}K_i \quad (III.27)$$

Cependant, pour un nombre élevé de sous-modèles  $r$ , ces conditions (III.26) peuvent être conservatrices dans le sens où il est difficile de trouver une matrice  $P$  unique respectant l'ensemble des conditions (III.26). Dans le cadre de l'analyse de stabilité, d'autres techniques ont été proposées ensuite afin de réduire le conservatisme de ce résultat et consistent à utiliser d'autres fonctions de Lyapunov, poly-quadratiques ou non quadratiques. Ce dernier type de fonction fournit des conditions de stabilité exprimées en termes d'inégalités matricielles bilinéaires (BMI) qui sont en général plus difficiles à résoudre que les LMI [10].

Dans la suite, les travaux présentés dans ce mémoire se placent principalement dans le cadre plus général et plus complexe des variables de décision non mesurables, cette situation se retrouvant souvent dans les processus réels.

En analysant l'équation dynamique de l'erreur d'estimation d'état on remarque que les résultats obtenus pour les variables de prémisses mesurables ne sont plus applicables du fait que la forme de ce système est légèrement différente et contient les estimés des variables de prémisses. Les résultats proposent des conditions de convergence d'estimation d'état vers zéro

en se basant sur l'observateur de Luenberger [10].

**Théorème III.3:** *L'erreur d'estimation d'état entre le modèle Takagi-Sugeno et l'observateur converge asymptotiquement vers zéro, s'il existe des matrices  $P, Q \in R^{n \times n} > 0$ , des matrices  $K_i \in R^{n \times l}$  et un scalaire positif  $\gamma > 0$  tels que :*

$$PA_i + A_i^T P - K_i C - C^T K_i^T < Q, i = 1, \dots, r \quad (III.28)$$

$$\begin{bmatrix} -Q + \gamma^2 I & P \\ P & -1 \end{bmatrix} < 0 \quad (III.29)$$

### III.4 Méthodes de diagnostic à base d'observateurs

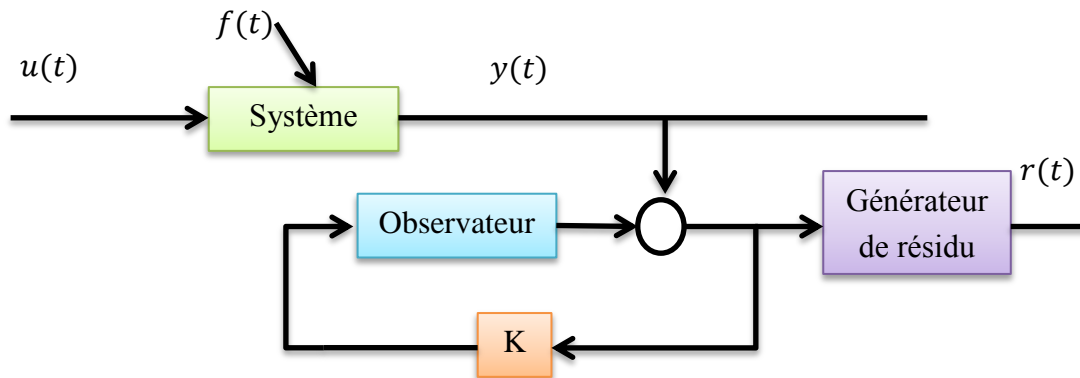
Cette approche s'appuie sur une bonne connaissance du modèle et de ses paramètres, et nécessite l'intégration des diverses relations qui, contrairement aux relations de parité, sont différentielles. Le diagnostic de défaut à base d'observateurs est basé sur le principe de génération de résidus en comparant les grandeurs disponibles du système réel aux grandeurs estimées (issues de l'observateur). L'état du système est reconstruit en se recalant à l'aide de certaines mesures, le gain de l'estimateur dépendant des objectifs et des performances désirées. Dans le cas des systèmes linéaires, la structure de base des reconstitueurs est toujours la même, un modèle parallèle corrigé à l'aide de l'erreur d'estimation multipliée par un gain adéquat, mais dans le cas non linéaires le problème s'avère difficile.

En diagnostic, la construction d'observateur, est beaucoup plus complexe que ce qu'il en est dans le cas de commande dans la mesure où les paramètres d'observateurs jouent un rôle aussi sur la manière dont les défauts vont affecter les résidus. En plus d'assurer la stabilité, ces paramètres doivent permettre de structurer les résidus afin de localiser les défauts. Cependant, pour ce type de stratégie, si une anomalie apparaît, elle affecte en général toutes les composantes des vecteurs résidus ; de ce fait, le problème de localisation est plus complexe que ce qu'il en est dans le cadre de l'espace de parité. Pour résoudre ce problème, une solution consiste à construire des bancs d'observateurs où chacun d'entre eux surveille un défaut [19].

### III.5 Principe de génération de résidus à base d'observateurs

Le principe de génération de résidu à base d'observateur consiste à estimer une partie ou l'ensemble des grandeurs mesurables du système à surveiller. Le résidu est calculé alors en faisant la différence, éventuellement filtrée, entre les sorties réelles et celles estimées. L'observateur revient alors à un modèle parallèle au système avec une contre réaction qui

pondère l'écart de sortie. Ce principe est illustré sur la figure (III.2). Cette approche offre des propriétés très intéressantes car elle donne lieu à des résidus très flexibles et la souplesse, dans le choix des paramètres, permet de s'affranchir de certaines entrées inconnues, améliorant ainsi les caractéristiques des résidus telles que leur robustesse vis à vis des perturbations et leur sensibilité aux défauts [16].



**Fig.III.2.** Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs.

### III.6 Structuration et évaluation des résidus générés à base d'observateur

Il est important d'obtenir une structure du résidu permettant son évaluation. Les résidus doivent être produits, de manière que pour chaque défaut un ou un ensemble de résidus soient affectés.

Cependant, même si l'apparition de défauts multiples est peu probable, les résidus doivent être capables de situer chacun des défauts arrivant simultanément, en occurrence, il devrait être garanti que le recouvrement des effets résultants de la combinaison des défauts ne mène pas à une décision fautive, par exemple détection manquée d'un défaut ou mauvaise isolation du défaut. Il existe plusieurs manières de définir les résidus structurés afin de parvenir à une évaluation correcte du résidu. Les résidus structurés sont conçus de manière à être chacun affecté par un sous ensemble de défaut et robuste (non affecté) par rapport aux défauts restantes. Ainsi, lorsqu'une défaillance apparaît, seul un sous ensemble de résidus réagit. Le résidu est dit structuré par rapport à un vecteur de défaillances  $f_1$  s'il n'est affecté que par les défaillances  $f_1$  et s'il est robuste aux autres. Dans la littérature, on distingue trois structures de génération de résidus à base d'observateur ou chacune est définie par un schéma particulier [20].

### III.6.1 Structure d'observateurs simplifiés

Dans cette structure le banc est constitué d'un seul observateur. Il est synthétisé de façon à n'être sensible qu'à un groupe de défauts. Dans le cas où un des défauts auquel il est sensible apparaît alors les estimations seront faussées. Dans le cas contraire, elles seront exactes [16].

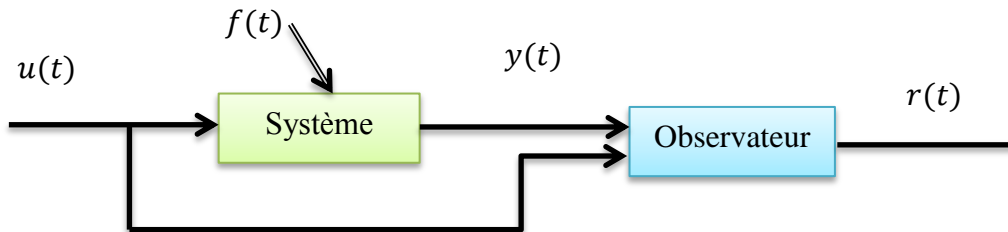


Fig.III.3. Structure d'observateur simple.

### III.6.2 Structure d'observateurs dédiés (DOS)

Dans ce type de structure, il est question de construire autant d'observateur que de défaut à détecter, chacun d'entre eux génère un résidu insensible à tous les défauts sauf un. Ainsi, l'observateur recevant une mesure défaillante fournit une mauvaise estimation des variables estimées, tandis que les estimations des autres observateurs convergent vers les mesures des sorties correspondantes sauf sur la sortie erronée. Ce schéma reste valable même dans le cas de plusieurs défauts simultanés [16].

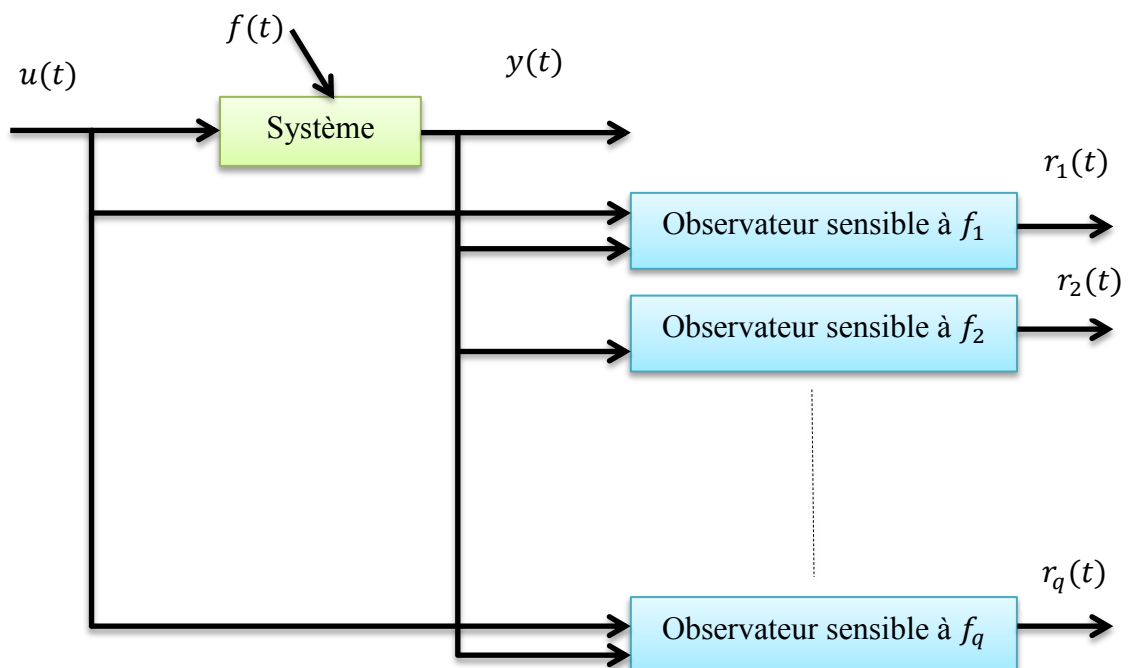
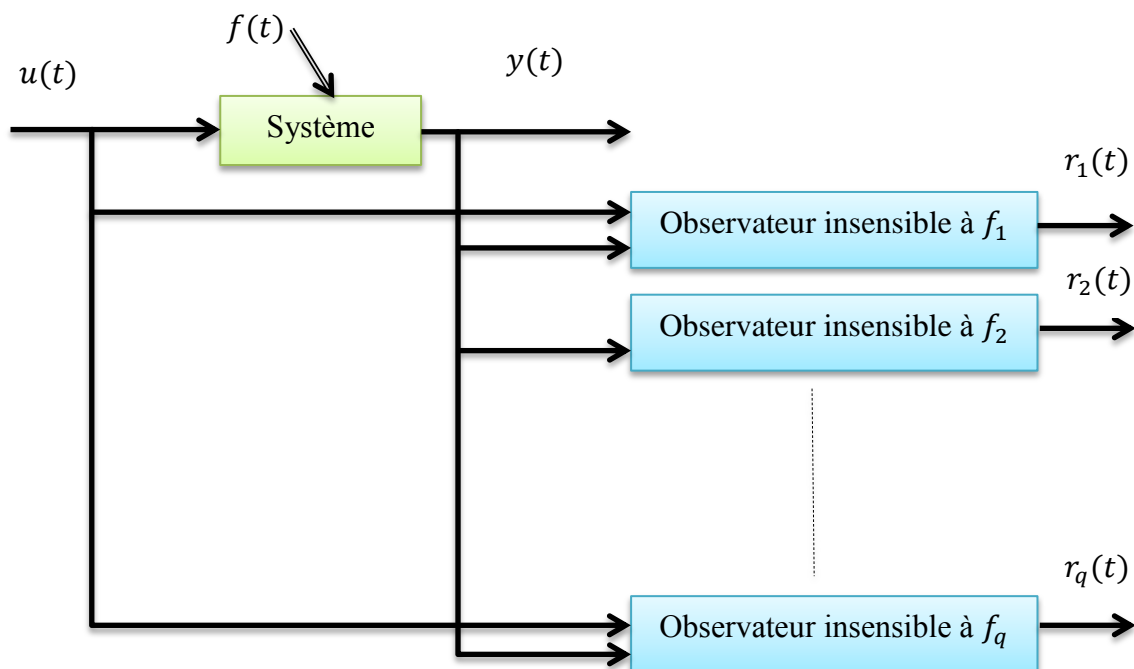


Fig.III.4. Structure d'observateurs dédiés (DOS).

Mais, si cette structure donne parfois des bons résultats sa conception reste très limitée car elle ne permet pas de s'affranchir des entrées inconnues et des bruits.

### III.6.3 Structure d'observateurs généralisés (GOS)

Dans ce genre de structure, il s'agit de synthétiser un certain nombre d'observateurs où chacun d'entre eux étant insensible à un seul défaut. Si un défaut apparaît alors, toutes les estimations d'états seront erronées sauf celles issues de l'observateur insensible à ce seul défaut. Ce schéma offre plus de degrés de liberté pour la conception de l'observateur et permet d'augmenter la robustesse. Cependant, en plus de ne pas être généralement pas capables de résoudre les problèmes de localisation des défauts, La problématique de cette approche reste dans les interactions entre les sous-systèmes. En effet, si ces interactions sont faibles (voire nulle), un défaut n'affectera que l'estimation de l'observateur local correspondant. Il est alors possible de localiser le composant défaillant. En revanche, si les interactions sont grandes, un défaut d'un des composants se propagera aux observateurs des autres composants [16].



**Fig.III.5.** Structure d'observateurs généralisée (GOS).

### III.7 Génération de résidus

Pour détecter et isoler les défauts provenant des actionneurs nous allons utiliser la structure GOS. On conçoit donc  $m$  observateurs. Chaque observateur va permettre de générer un résidu qui soit insensible à un seul défaut et sensible à tous les autres défauts (Figure III.6).

Les résidus sont liés par un opérateur mathématique aux différences entre les grandeurs mesurées et leurs estimées c'est-à-dire :

$$r_i(t) = O(\hat{x}(t) - x(t)) \tag{III.30}$$

On recommande d'utiliser la norme de la différence entre la sortie estimée et la sortie mesurée. Ce choix permet de faire une bonne isolation et détection de défauts. Dans notre cas les états sont tous mesurables. Les résidus peuvent alors être définis en fonction des états par :

$$r_i(t) = \|\hat{x}^{(i)} - x(t)\|^2, \quad 1 \leq i \leq m \tag{III.31}$$

Lorsqu'un défaut survient, le résidu correspondant à l'actionneur en défaut reste à une valeur nulle ou très faible, alors que les autres résidus prennent des valeurs plus grandes.

Ainsi si le  $l^{\text{ème}}$  actionneur est en défaut alors :

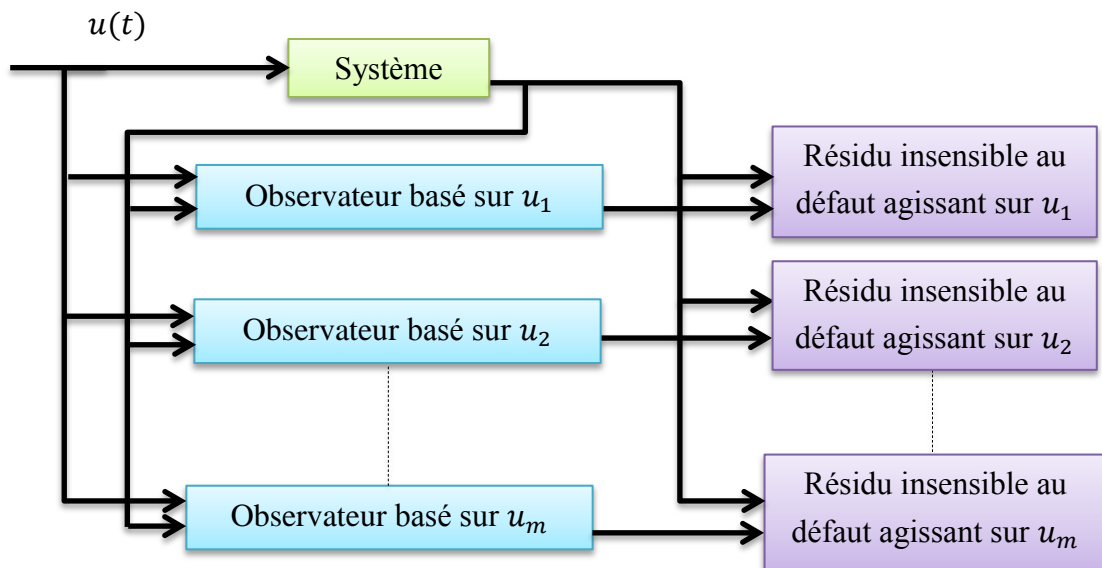
Pour  $i = l$  :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_l(t) = 0 \tag{III.32}$$

Et pour  $i \neq l$  :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r_i(t) \neq 0 \tag{III.33}$$

Il est important de signaler que le défaut ne peut être détecté et isolé que lorsque on atteint le régime permanent, car si le résidu est différent de zéro pendant le régime transitoire cela peut correspondre simplement au fait que, les valeurs estimées n'ont pas encore convergé vers leurs valeur réelles correspondantes [4].



**Fig.III.6.** Structure GOS pour la détection et l'isolation de défauts actionneurs.

### III.7.1 Observateur multi-modèle en banc : schéma d'isolation

La localisation d'un défaut s'opère à partir de l'évaluation de résidus issus d'un banc d'observateurs insensibles à l'une des composantes des perturbations (défauts) et sensibles aux autres. Ont été parmi les premiers à proposer des structures de bancs d'observateurs de Luenberger généralisés (GOS : Generalized Observer Scheme) ou dédiés (Dedicated Observer Scheme). Dans le schéma généralisé, chacun des observateurs est insensible à un seul défaut par contre dans le cas dédié, chacun des observateurs génère un résidu insensible à tous les défauts sauf à un. La structure DOS définit une matrice d'incidence équivalente à une matrice d'identité permettant l'isolation de multiples défauts simultanés, chaque observateur étant insensible à  $(p + m - 1)$  défauts. La structure GOS définit une matrice unitaire avec des termes diagonaux nuls conduisant à l'isolation d'un unique défaut, une condition nécessaire selon laquelle le nombre de sorties est supérieur au nombre d'entrées, doit être respectée.

Un banc de d'observateurs reconstruit le vecteur de sortie et le vecteur d'état par autant d'observateurs qu'il y a d'entrées  $p$ . Le  $i^{\text{ème}}$  observateur est piloté par toutes les sorties et toutes les entrées exceptée la  $i^{\text{ème}}$  ( $u_i$ ). La détection et la localisation de défaut du  $i^{\text{ème}}$  actionneur est effectuée en considérant l'entrée  $u_i$  comme étant une entrée au système, voir figure (III.7).

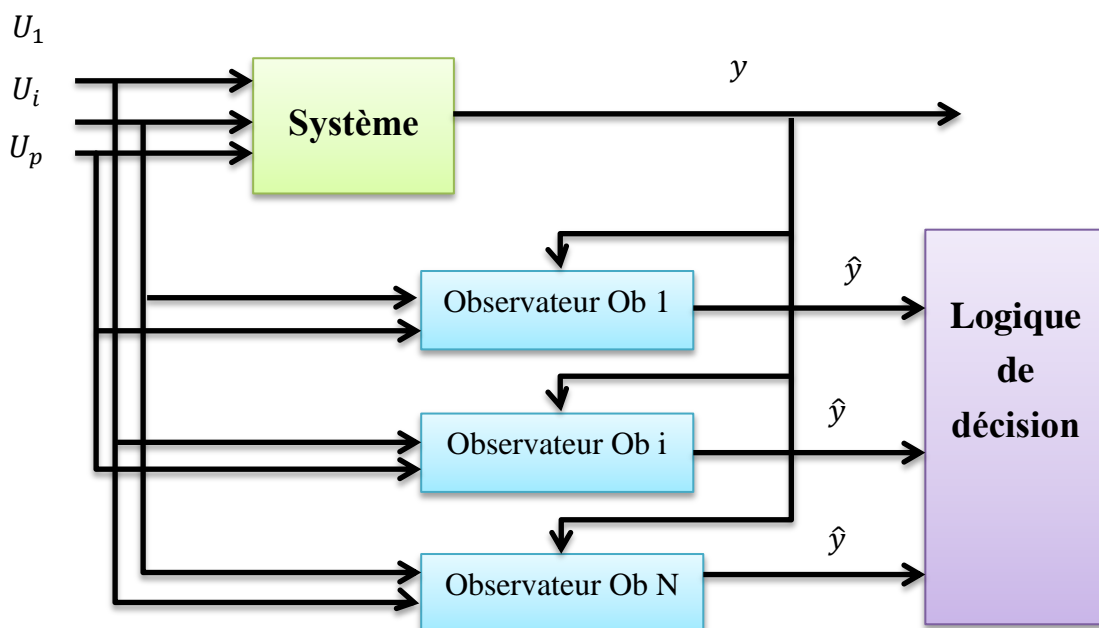


Fig.III.7. Schéma de détection par Observateur.

Dans le cas de défaut actionneur, la matrice de défaut  $F_i$  est représentée par la matrice  $B_i$ . Supposons que celle-ci soit fixe quel que soit le point de fonctionnement considéré, nous allons montrer comment l'observateur développé peut être utilisé en banc pour effectuer une procédure de diagnostic. Soit le système suivant :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{j=1}^N \rho_j \left( \gamma_k + B u_k + [E^* F_d] \begin{bmatrix} d_k \\ f_k^d \end{bmatrix} + F_x^* f_k^* + \Delta x_j \right) \\ y_k &= C x_k \end{aligned} \quad (III.34)$$

Avec :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \rho_i(\gamma_k) = 1 \\ 0 \leq \rho_i(\gamma_k) \leq 1, \quad \forall i \in [1, \dots, N] \end{cases}$$

En dissociant la matrice de distribution des défauts actionneurs sous la forme :  $F_i = [F_d \ F_x^*]$  avec la matrice  $F_d$  égale à  $B^i$  qui représente la  $i^{\text{ème}}$  colonne de  $B$ , et la matrice  $F_x^*$  égale à  $\bar{B}^i$  qui est la matrice  $B$  sans la  $i^{\text{ème}}$  colonne. La matrice  $[E^* F_d]$  fait office de nouvelle matrice de distribution des perturbations à découpler et la matrice  $F_x^*$  Représente les défauts à détecter.

La restriction pour pouvoir estimer ces défauts actionneurs sera d'imposer que le système puisse être représenté avec une unique matrice de commande  $B$  quels que soient les points de fonctionnement concernés.

L'observateur se présente de manière similaire à l'observateur de la seconde partie :

$$\begin{cases} z_{k+1} = \sum_{i=1}^N \rho_k^i [S_i z_k + T B u_k + K_i y_k + \Delta z_i] \\ \hat{x}_{k+1} = z_{k+1} + H^* y_{k+1} \end{cases} \quad (III.35)$$

Ou  $\hat{x}$  est l'estimation de l'état et  $z$  l'état de l'observateur. Les conditions d'existence sont celles évoquées dans la seconde partie. L'estimation de l'amplitude du défaut est extraite directement du  $l^{\text{ème}}$  observateur ( $l \in [1, \dots, p]$ ) qui est synthétisé de manière à être insensible au  $l^{\text{ème}}$  défaut ( $f_k^* = 0$ ). L'erreur d'estimation  $e_k$  et le résidu  $r_k$  sont décrits par :

$$\begin{cases} e_{k+1} = S(\rho) e_k + T F_x^* f_k^* \\ r_k = C e_k \end{cases} \quad (III.36)$$

Les conditions de détection des défauts sont les mêmes que celles évoquées lors de la première partie. Un observateur produit une estimation du vecteur d'état, pour générer un vecteur de résidus  $r_k^l = y_k - C \hat{x}_k$  ( $l \in [1, \dots, p]$ ) indépendant de  $f_k^d$ . Ceci signifie que  $r_k = 0$  si  $f_k^* = 0$  et  $r_k \neq 0$  si  $f_k^* \neq 0$  quel que soit  $u_k$  et  $f_k^d$ .

L'isolation de défauts est réalisée par un banc de  $p$  d'observateurs. Chaque vecteur

des résidus  $r_k^1 = y_k - C\hat{x}_k$ , produit par le  $l^{\text{ème}}$  observateur, permet de détecter un défaut. Une proposition d'isolation et d'estimation de défauts, en considérant uniquement des défauts actionneurs (pas de perturbation) sur un système. Cette estimation d'amplitude de défaut actionneur a été réalisée afin de permettre une accommodation en ligne de la loi de commande. Nous verrons dans le prochain chapitre, comment l'incorporation des défauts au sein de la loi de commande peut pallier les défaillances du système [17].

### **III.8 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté un état d'art sur les observateurs linéaires et non linéaires en précisant la méthodologie de synthèse de quelques un d'entre eux. Tout d'abord nous avons commencé par rappeler quelques définitions relatives à l'observabilité des systèmes dynamiques, cette dernière s'avère difficile à vérifier lorsqu'il s'agit des systèmes non linéaires et plus souvent on se contente de vérifier l'observabilité locale. Puis nous avons présenté quelques observateurs linéaires et non linéaires. Chacun de ces observateurs est, la plupart du temps, spécifique à un modèle mathématique particulier et répond à des conditions propres à lui.

Non avons aussi vu la méthode de diagnostic par observateur ainsi que la génération des résidus par observateur.

***CHAPITRE IV :***

---

***APPLICATION SUR UN  
SYSTEME  
HYDRAULIQUE A  
3 CUVES***



## IV.1 Introduction

L'application qui suit est un exemple pratique mettant en avant un aspect plus industriel avec une régulation de niveau autour de points de fonctionnement connus. Dans cet application, le vecteur de sortie représente exactement le vecteur d'état. Nous allons appliquer la méthode étudiée dans le chapitre précédent sur un procédé réel qui est un système hydraulique en l'occurrence, les 3 cuves.

## IV.2 Description du procédé

La méthode présentée dans le chapitre précédent est appliquée au système à 3 cuves. Le système utilisé afin d'illustrer les performances de cette méthode est un benchmark fréquemment utilisé dans le domaine de diagnostic, il est composé de trois cuves en série de section identiques  $S$ . Ces cuves sont connectées entre elles par des tuyaux de section  $S_n$  avec un coefficient d'écoulement  $\mu_{13} = \mu_{32}$ . Deux pompes alimentent les cuves 1 et 2, ces pompes sont commandées par des moteurs à courant continu. Les débits  $q_1$  et  $q_2$  avec ces pompes sont définis par le calcul du flux par rotation et le vecteur d'entrée est  $u = [q_1 \ q_2]^T$ . La sortie d'évacuation est localisée sur la cuve 2, de même une section  $S_n$  et un coefficient d'écoulement de sortie  $\mu_{20}$ . Les trois cuves sont équipées de capteurs de type capacitif pour mesurer les niveaux des liquides ( $l_1, l_2, l_3$ ) et le vecteur de sortie  $y = [l_1 \ l_2 \ l_3]$ . Ces capteurs délivrent un signal de tension entre -10 et 10 V. La plus grande hauteur possible est notée  $l_{max}$  (voir tab IV.1) et le plus grand débit délivré par les deux pompes est noté  $q_{max}$  (voir tab IV.1).

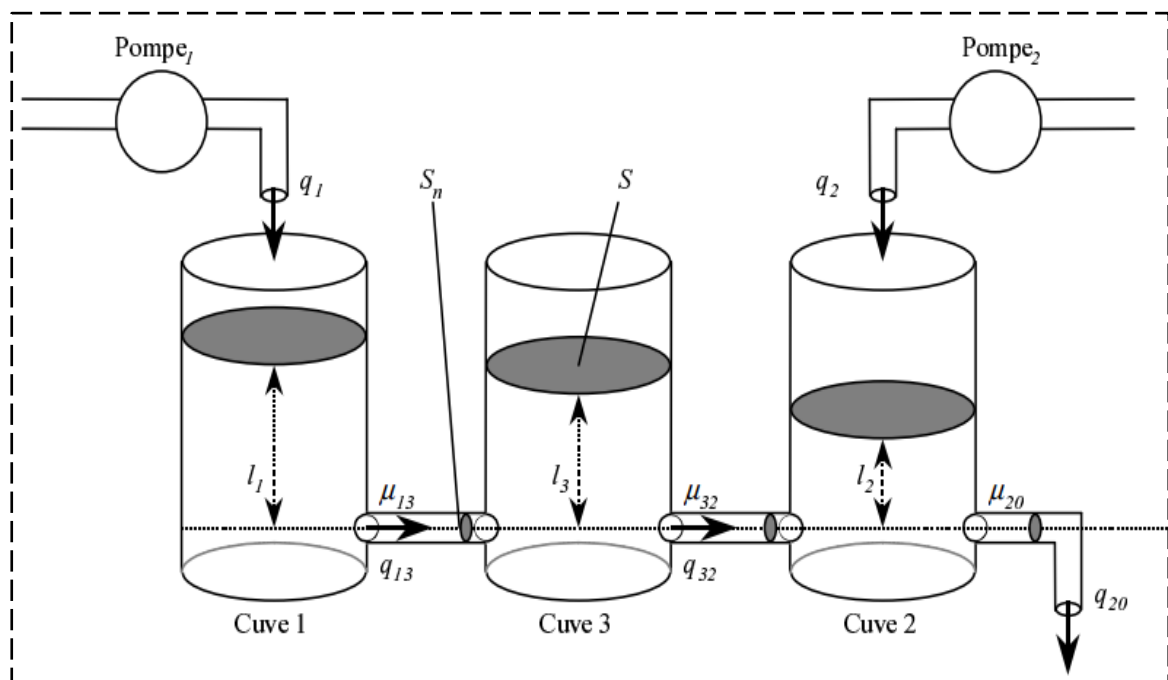


Fig.IV.1. Système hydraulique des 3 cuves [16].



**Fig.IV.2.** *Système hydraulique réel.* [16]

Le système expérimental est équipé de capteurs et d'actionneurs qui communiquent via une carte d'acquisition (DAC 6214) et un ordinateur. Deux convertisseurs D/A avec une gamme de tensions comprises entre -10 et 10V sont utilisés pour commander les deux pompes. Les données d'acquisition ont été acquises chaque seconde. Le but est de commander le système autour de trois points de fonctionnement parfaitement connus. Aussi sous l'hypothèse qu'en absence et en présence de défauts la condition :  $(l_1 > l_2 > l_3)$  soit vraie. Trois points de fonctionnement ont été identifiés et les conditions opératoires sont répertoriées dans le tableau (IV.2) [12].

Variable	Symbole	Valeur
Section de la cuve	S	$0.0154 \text{ m}^2$
Section inter-cuve	$S_n$	$5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
Coefficient d'écoulement	$\mu_{13} = \mu_{32}$	0.5
Coefficient de sortie	$\mu_{20}$	0.6
Débit maximum	$q_{\max}$	$2 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ S}^{-1}$
Niveau maximum	$l_{\max}$	0.62 m

**Tab.IV.1.** *Paramètres du système des 3 cuves.* [12]

Point de fonctionnement	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
$y_i (m)$	0.20	0.50	0.50
	0.15	0.15	0.405
	0.175	0.325	0.45
$u_i (m^3 \times s^{-1}) \times 10^{-5}$	1.7509	4.6324	2.4761
	4.0390	1.1574	6.9787

**Tab.IV.2.** Définition des points de fonctionnement.[12]

### IV.3 Modèle mathématique du système

En utilisant les propriétés de conservation de la matière le système peut être représenté avec les équations dynamiques de conservation de volume de liquide suivantes :

$$\begin{cases} S \frac{dl_1(t)}{dt} = q_1(t) - q_{13}(t) \\ S \frac{dl_2(t)}{dt} = (q_2(t) + q_{32}(t)) - q_{20}(t) \\ S \frac{dl_3(t)}{dt} = q_{13}(t) - q_{32}(t) \end{cases} \quad (IV.1)$$

Où  $q_{ij} (\forall i \neq j, i, j = 1, 2, 3)$  représente le débit du liquide de la cuve  $i^{ème}$  vers la cuve  $j^{ème}$  qu'on peut exprimer en utilisant la loi de Torricelli par :

$$q_{ij}(t) = \mu_{ij} \cdot S_n \cdot \text{sign}(l_i(t) - l_j(t)) \times \sqrt{2g|l_i(t) - l_j(t)|} \quad (IV.2)$$

Et  $q_{20}(t)$  représente le débit de sortie donnée par :

$$q_{20}(t) = \mu_{20} \cdot S_n \cdot \sqrt{2gl_2(t)} \quad (IV.3)$$

En utilisant l'expression (IV.2) et en tenant compte de la condition ( $l_1 > l_2 > l_3$ ) l'équations (IV.4) peuvent être réécrites comme suit :

$$\begin{cases} \frac{dl_1}{dt} = \frac{1}{s} \times (-\mu_{13} \times S_n \times \sqrt{2g(l_1 - l_3)} + q_1) \\ \frac{dl_2}{dt} = \frac{1}{s} \times (\mu_{32} \times S_n \times \sqrt{2g(l_3 - l_2)} - \mu_{20} \times S_n \times \sqrt{2gl_2} + q_2) \\ \frac{dl_3}{dt} = \frac{1}{s} \times (\mu_{13} \times S_n \times \sqrt{2g(l_1 - l_3)} - \mu_{32} \times S_n \times \sqrt{2g(l_3 - l_2)}) \end{cases} \quad (IV.4)$$

En posant  $x(t) = [l_1(t) \quad l_2(t) \quad l_3(t)]^T$  et  $u(t) = [q_1(t) \quad q_2(t)]^T$  le système peut être représenté sous la forme non linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (IV.5)$$

Avec  $F$  est une fonction non linéaire exprimée de la façon suivante :

$$F = \begin{cases} f_1(x(t), u(t)) \\ f_2(x(t), u(t)) \\ f_3(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (IV.6)$$

On suppose, et cela sans restreindre notre étude, que les niveaux des trois cuves vérifient les inégalités suivantes :  $l_1(t) > l_3(t) > l_2(t)$ . En d'autres termes on donne un sens particulier au débit inter cuves  $q_{ij}(t)$ . Avec cette supposition on peut définir un modèle non linéaire affine en la commande qui décrit parfaitement le système comme suite :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + \frac{u_1(t)}{S} \\ \dot{x}_2(t) = 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + \frac{u_2(t)}{S} \\ \dot{x}_3(t) = 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_1(t)} \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \\ y_3(t) = x_3(t) \end{cases} \quad (IV.7)$$

Avec  $x_i(t)$  est le niveau du liquide de la cuve "i" et  $C_i = (1/2) \cdot (1/S) \mu_i \cdot S_n \cdot \sqrt{2g}$ . Les deux signaux de commande  $u_1(t), u_2(t)$  sont respectivement les deux débits d'entrée  $q_1(t), q_2(t)$ .

Ainsi on peut définir le modèle en défaut comportant tous les défauts actionneurs  $f_{ai}$  additifs abrupts par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} + \frac{u_1(t) + f_{a1}}{S} \\ \dot{x}_2(t) = 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_2(t)} - 2C_2\sqrt{x_2(t)} + \frac{u_2(t) + f_{a2}}{S} \\ \dot{x}_3(t) = 2C_1\sqrt{x_1(t) - x_3(t)} - 2C_3\sqrt{x_3(t) - x_1(t)} \\ y_1(t) = x_1(t) \\ y_2(t) = x_2(t) \\ y_3(t) = x_3(t) \end{cases} \quad (IV.8)$$

#### IV.4 Représentation du système non linéaire sous forme multi-modèles

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, un système non linéaire peut être représenté sous forme multi-modèles. Cette représentation peut être obtenue soit par identification, linéarisation autour de plusieurs points de fonctionnement ou par transformation d'un système non linéaire affine en la commande. Ici dans notre exemple nous allons opter à la linéarisation du système, par développement en série de Taylor à l'ordre 1, autour des 3 points de fonctionnement déjà identifiés précédemment (voir tableau IV.2) en les considérant comme des points d'équilibre afin d'avoir une linéarisation exacte du système non linéaire.

- **Linéarisation par développement de Taylor à l'ordre\_1**

Considérons la représentation d'état (IV.5) qui reflète le comportement dynamique de notre système non linéaire. Cette équation peut être linéarisée autour du  $i^{\text{ème}}$  point de fonctionnement par développement de Taylor à L'ordre 1, en supposant les ordres supérieurs négligeables :

$$A_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}}, \quad B_i = \left. \frac{\partial F(x,u)}{\partial u} \right|_{\substack{x = x_i \\ u = u_i}} \quad (IV.9)$$

Ou  $i \in [1,2,3,]$ . Chaque point de fonctionnement est défini par la paire de signaux d'entrée et de l'état  $(x_i, u_i)$ . Autour du  $i^{\text{ème}}$  point de fonctionnement, le système est décrit selon la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (IV.10)$$

D'où la représentation multi-modèle du système non linéaire est :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^3 \alpha_i(\gamma(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (IV.11)$$

- **Pour le point de fonctionnement\_1 :**

$$l_1 = 0.20m, l_2 = 0.15m, l_3 = 0.175m,$$

$$q_1 = 1.7509 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}, q_2 = 4.0390 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$$

$$A_1 = \begin{pmatrix} -0.0227 & 0 & 0.0227 \\ 0 & -0.0339 & 0.0227 \\ 0.0227 & 0.0227 & -0.0455 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 64.9351 & 0 \\ 0 & 64.9351 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- **Pour le point de fonctionnement\_2 :**

$$l_1 = 0.50m, l_2 = 0.15m, l_3 = 0.325m,$$

$$q_1 = 4.6324 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}, q_2 = 1.1574 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -0.0086 & 0 & 0.0086 \\ 0 & -0.0197 & 0.0086 \\ 0.0086 & 0.0086 & -0.0172 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 64.9351 & 0 \\ 0 & 64.9351 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- **Pour le point de fonctionnement\_3 :**

$$l_1 = 0.50m, l_2 = 0.405m, l_3 = 0.45m,$$

$$q_1 = 2.4761 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}, q_2 = 6.9787 \cdot 10^{-5} m^3 s^{-1}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} -0.0161 & 0 & 0.0161 \\ 0 & -0.0237 & 0.0161 \\ 0.0161 & 0.0161 & -0.0330 \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 64.9351 & 0 \\ 0 & 64.9351 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On remarque que  $B_1 = B_2 = B_3 = B$  (du système lui-même).

Donc le multi-modèle est exprimé par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \alpha_1(A_1x(t) + Bu(t)) + \alpha_2(A_2x(t) + Bu(t)) + \alpha_3(A_3x(t) + Bu(t)) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (IV.12)$$

## IV.5 Résultats et commentaires

Les simulations ont été réalisées avec les 3 modes opératoires décrits dans le tableau (IV.2). Le but est de réguler le système autour de 3 points de fonctionnement. Aussi, 3 modèles linéaires ont été déterminés autour de chacun de ces points de fonctionnement. Chaque modèle linéaire est décrit par une représentation d'état discrète avec une période d'échantillonnage  $T_s = 1s$  : les modèles numériques sont donnés par :

- **Point de fonctionnement\_1 :**

$$A_{d1} = \begin{pmatrix} 0.9778 & 0.00024 & 0.0219 \\ 0.00024 & 0.9669 & 0.0218 \\ 0.0219 & 0.0218 & 0.9560 \end{pmatrix}, \quad B_{d1} = \begin{pmatrix} 64.2090 & 0.0054 \\ 0.0054 & 63.8522 \\ 0.7205 & 0.7178 \end{pmatrix}$$

- **Point de fonctionnement\_2 :**

$$A_{d2} = \begin{pmatrix} 0.9914 & 0.00003 & 0.0084 \\ 0.00003 & 0.9805 & 0.00844 \\ 0.0084 & 0.00844 & 0.9830 \end{pmatrix}, \quad B_{d2} = \begin{pmatrix} 64.6574 & 0.0007 \\ 0.0007 & 64.3004 \\ 0.2768 & 0.2785 \end{pmatrix}$$

- **Point de fonctionnement\_3 :**

$$A_{d3} = \begin{pmatrix} 0.9841 & 0.00012 & 0.0157 \\ 0.00012 & 0.9767 & 0.0156 \\ 0.0157 & 0.0156 & 0.9677 \end{pmatrix}, \quad B_{d3} = \begin{pmatrix} 64.4179 & 0.0027 \\ 0.0027 & 64.1744 \\ 0.5142 & 0.5129 \end{pmatrix}$$

Pour chaque point de fonctionnement, chaque paire de matrices  $(A_{di}^i, B_{di}^j)$  avec  $i = 1 \dots 3$ , et  $j = 1 \dots 2$  est commandable sous l'hypothèse que malgré l'occurrence d'un défaut, la propriété  $(l_1 > l_2 > l_3)$  est conservée. Dans le cadre de notre étude, le vecteur d'état est directement mesurable à partir des sorties. Les régulateurs nominaux ont été synthétisés d'après la stratégie proposée dans le chapitre(III), amenant les matrices de retour d'état  $K_1$ ,  $K_2$ , (dû au fait qu'il y a 2 actionneurs) pour les 3 points de fonctionnement dans le but de satisfaire aux performances (commandabilité, stabilité) du système. Les fonctions de pondération pour chaque modèle local sont représentées dans la figure (IV.3).

- a) **En l'absence de défaut:**

Las simulations ont été réalisées en l'absence de défaut en atteignant les 3 conditions opératoires mentionnées dans la Table.

$$u_k = \sum_{i=1}^3 \varrho_k^i * u_e^i \quad (IV.15)$$

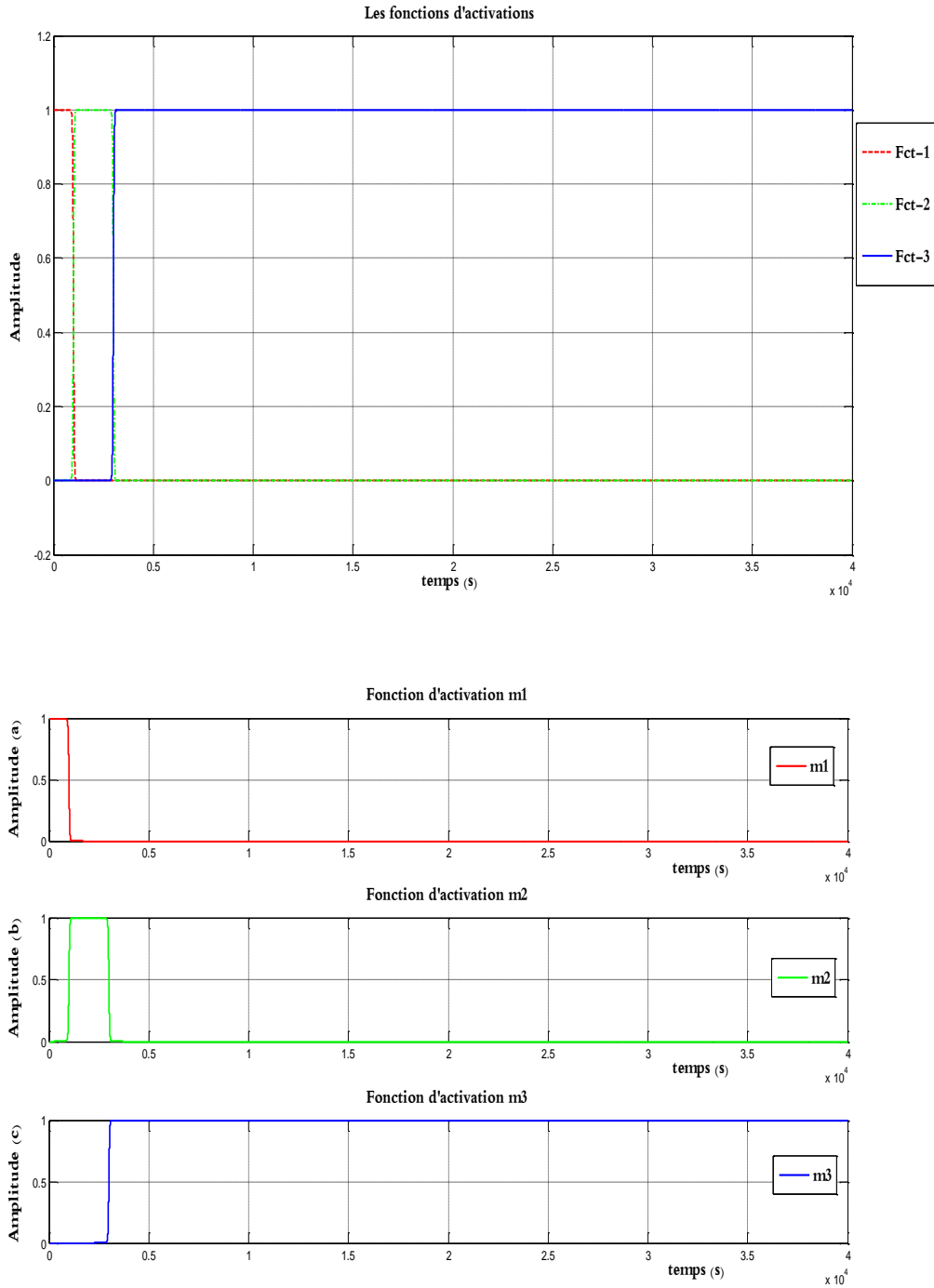
Ou  $\varrho_k^i$  est une variable de séquençement associée à chaque mode opératoire générée dans le cadre de cette étude en BO, telle que pour  $k = 1$  à 4000 :

$$\varrho_k^1 = \frac{1}{(1 + \exp(0.05 * (k - 510)))} \quad (IV.16)$$

$$\varrho_k^2 = \frac{1}{(1 + \exp(-0.05 * (k - 510)))} + \exp(0.05 * (k - 250)) \quad (IV.17)$$

$$\varrho_k^3 = 1 - \varrho_k^1 - \varrho_k^2 \quad (IV.18)$$

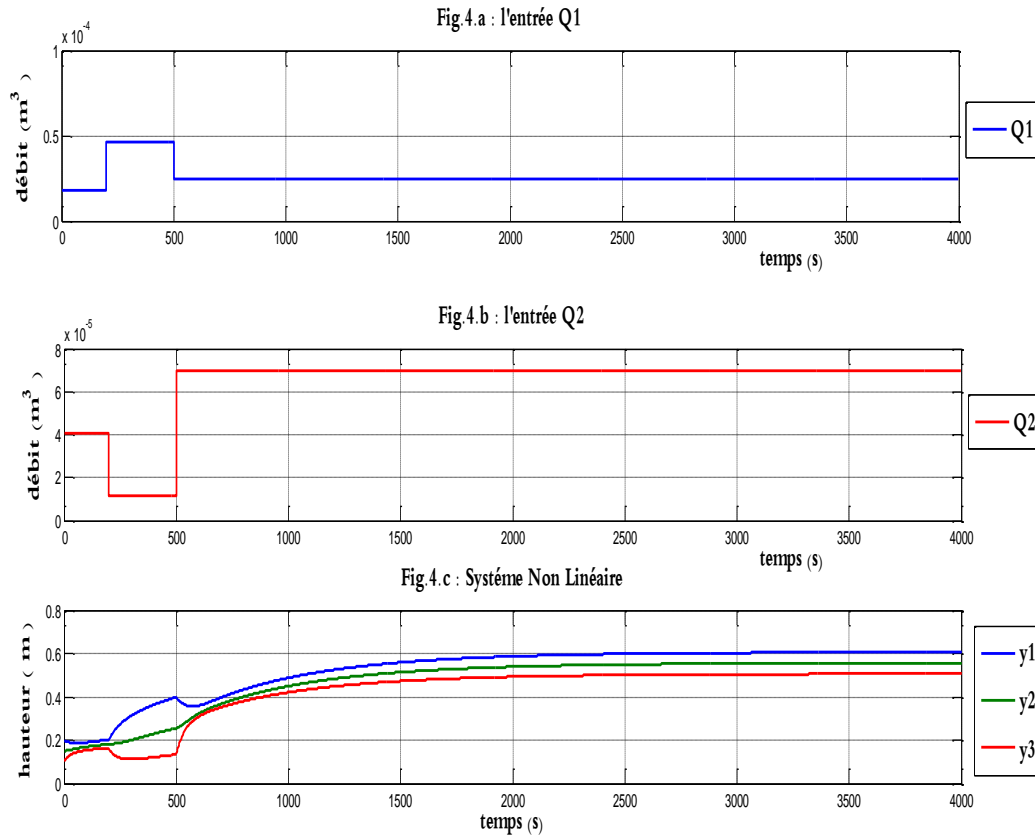
La figure suivante représente l'évolution des fonctions de pondération



**Fig.IV.3. Evolution des Fonctions de pondération.**

Sont des fonctions probabilistiques qui valident le fonctionnement de chaque sous modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement.

La figure suivante représente l'évolution des sorties et des entrées du système non linéaire.



**Fig.IV.4.** Evolution des sorties et des entrées du système non linéaire.

**La figure 4.a :** Représente l'évolution de la 1<sup>er</sup> composante de l'entrée (Q1).

pour  $t \in ] 0 , 200 [$  :  $u_1 = 1.7509 * 10^{-5}$

pour  $t \in ] 200 , 500 [$  :  $u_1 = 4.6324 * 10^{-5}$

pour  $t \geq 500$  :  $u_1 = 2.4761 * 10^{-5}$

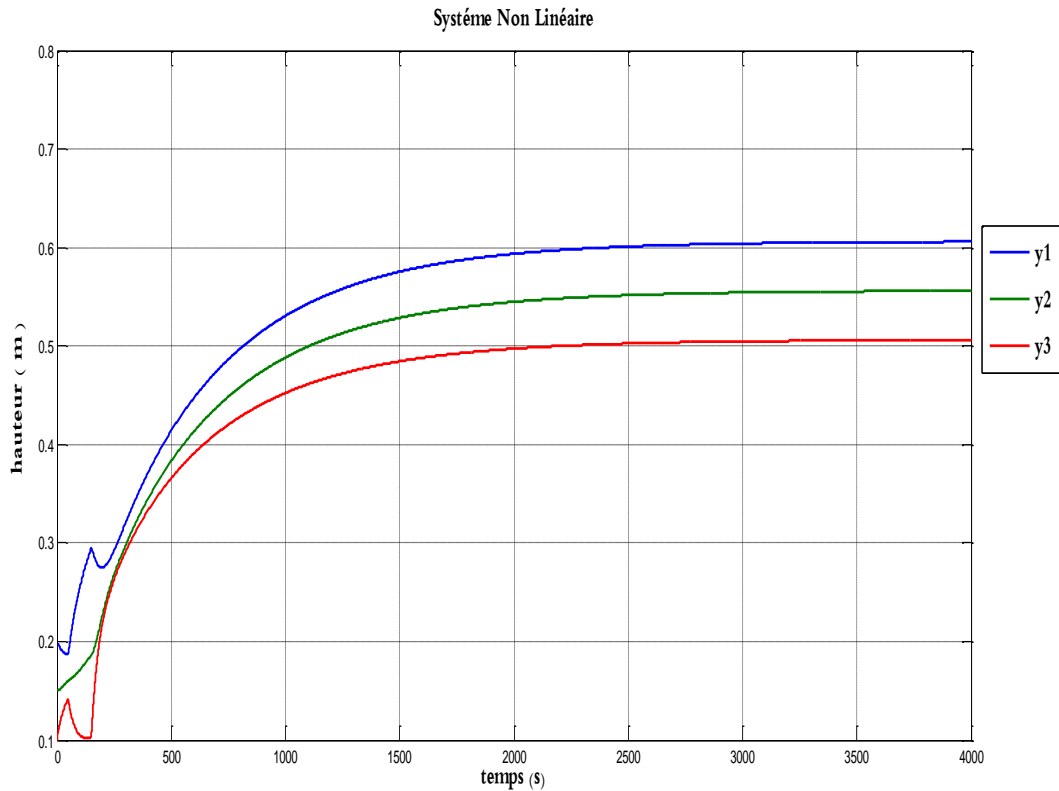
**La figure 4.b :** Représente l'évolution de la 2<sup>ème</sup> composante de l'entrée (Q2).

pour  $t \in ] 0 , 200 [$  :  $u_2 = 4.0390 * 10^{-5}$

pour  $t \in ] 200 , 500 [$  :  $u_2 = 1.1574 * 10^{-5}$

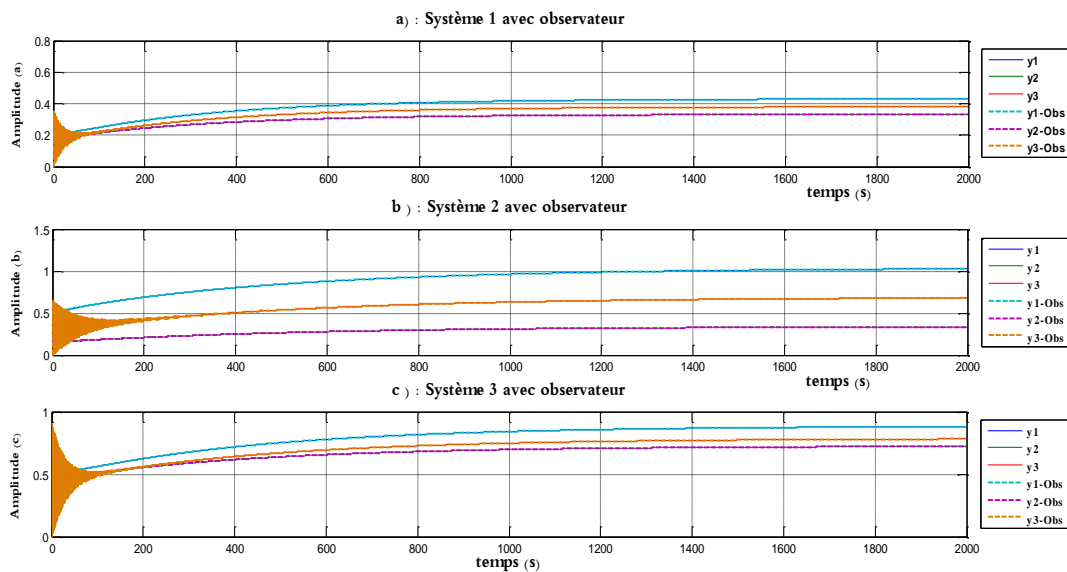
pour  $t \geq 500$  :  $u_2 = 6.9787 * 10^{-5}$

**La figure 4.c :** représente l'évolution des sorties et des états du système. On remarque que le système évolue d'une manière non linéaire car à chaque fois qu'on change l'entrée de commande, il y a une variation immédiate de la sortie.



**Fig.IV.4.c. Evolution des sorties du système non linéaire.**

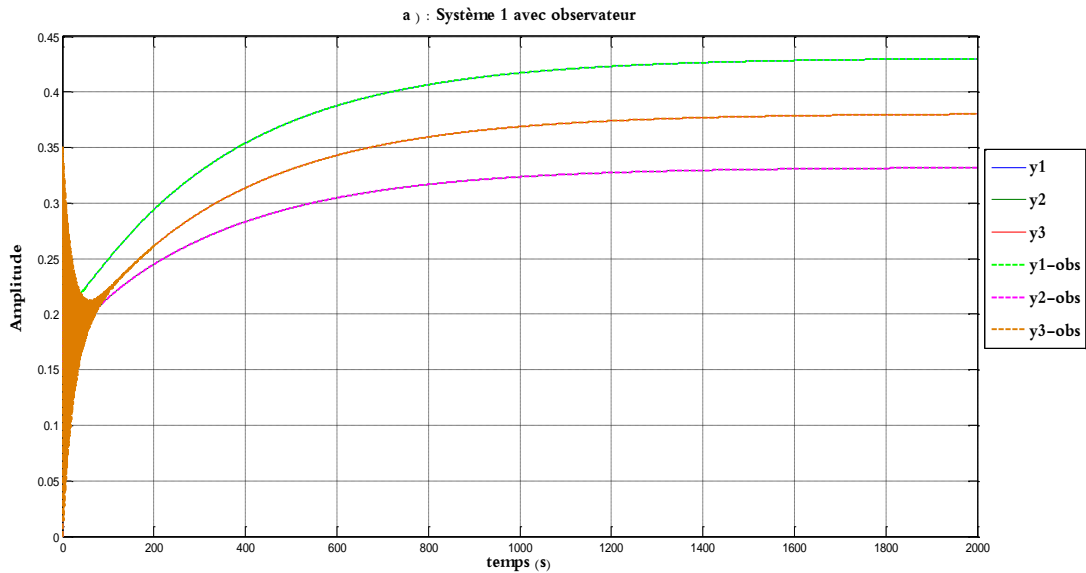
Cette figure suivante représente l'évolution des sorties simulées et observées des sous-systèmes linéaires.



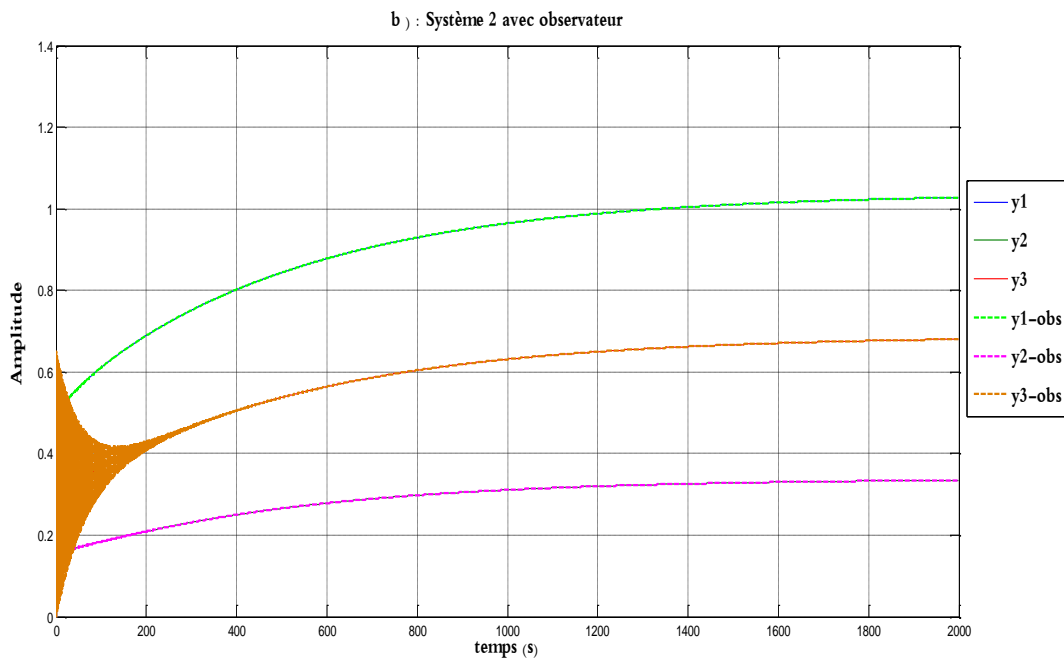
**Fig.IV.5. Evolution des sorties simulées et observées des sous-systèmes linéaires.**

Les figures (5.a), (5.b) et (5.c): représente l'évolution des sortie des sous-systèmes linéaires avec les observateurs des systèmes non linéaire obtenus par linéarisation du système non linéaire autour des trois (03) points de fonctionnement distincts.

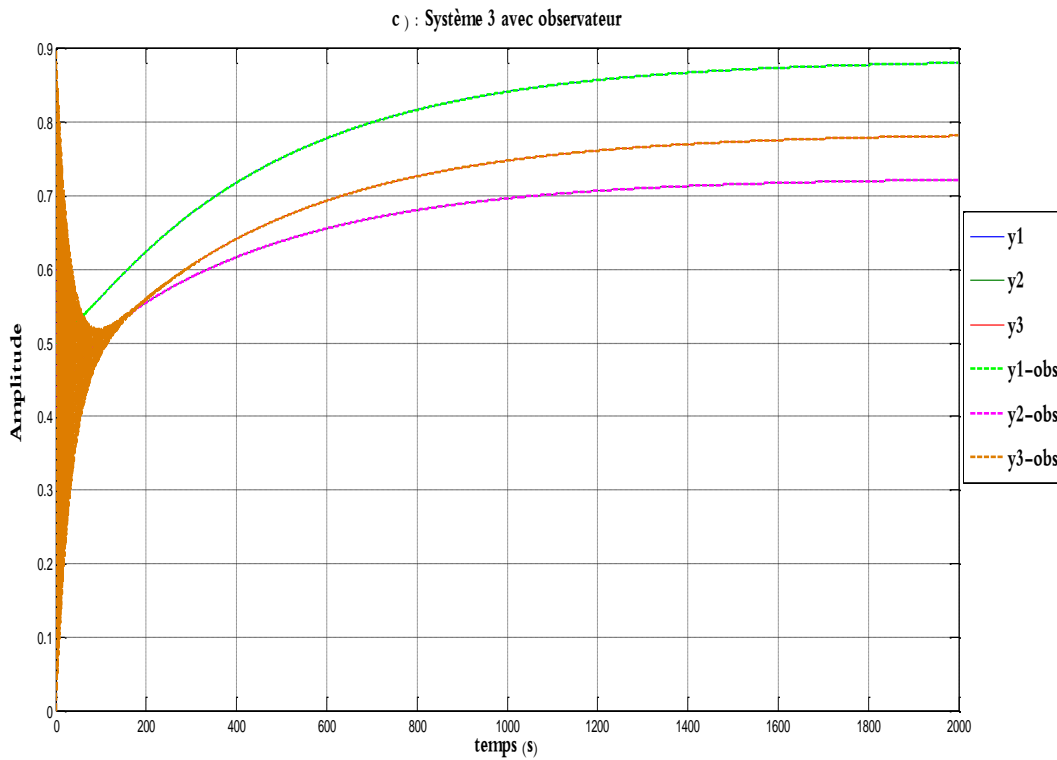
On remarque que l'observateur calculé converge pour chaque sous-système.



**Fig.IV.5.a.** Evolution des sorties du sous-système\_1 et observée.

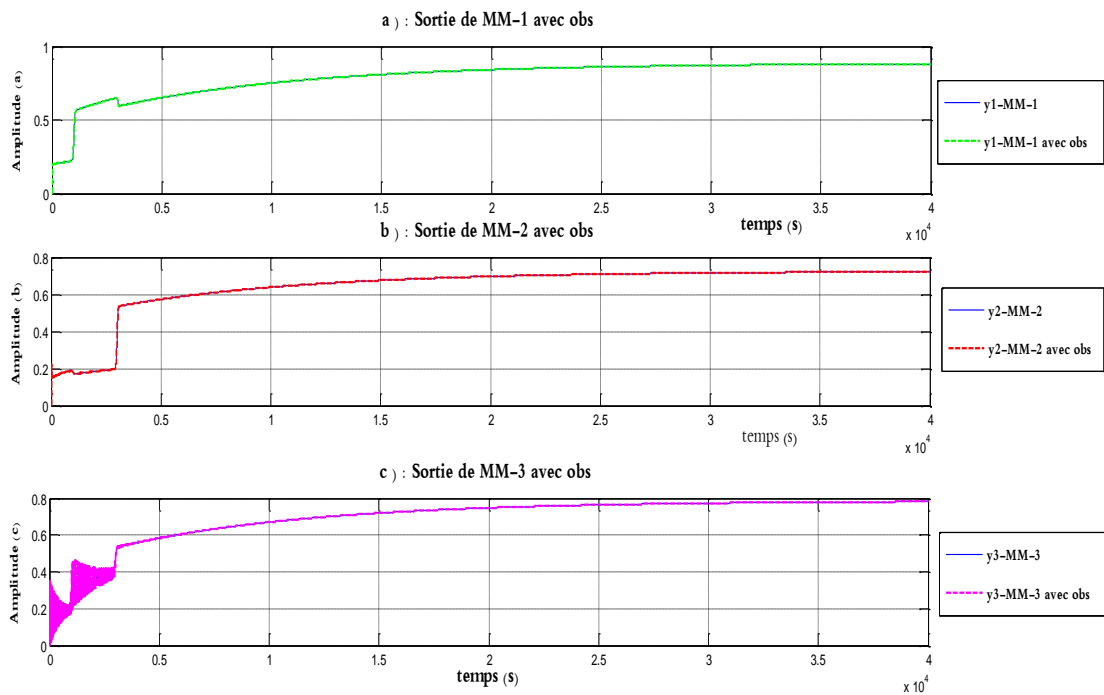


**Fig.IV.5.b.** Evolution des sorties du sous-système\_2 et observée.



**Fig.IV.5.c.** Evolution des sorties du sous-système\_3 et observée.

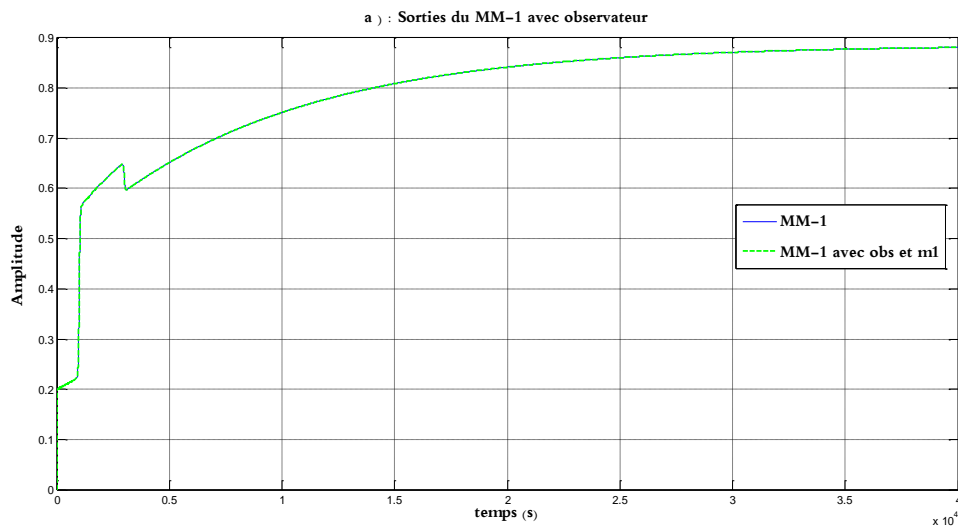
La figure suivante représente l'évolution des sorties du multi-modèle avec observateur.



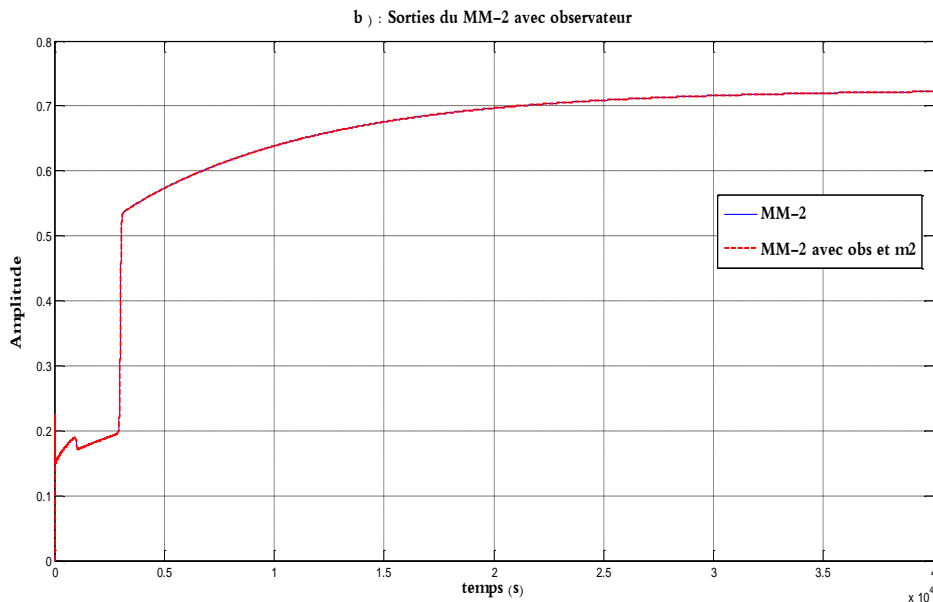
**Fig.IV.6.** Evolution des sorties du multi-modèle avec observateur.

Les figures (6.a), (6.b) et (6.c): représentent respectivement l'évolution des sorties du multi-modèle avec son observateur associé. On remarque une légère différence des sorties du multi-modèle avec celles du système non linéaire au régime transitoire.

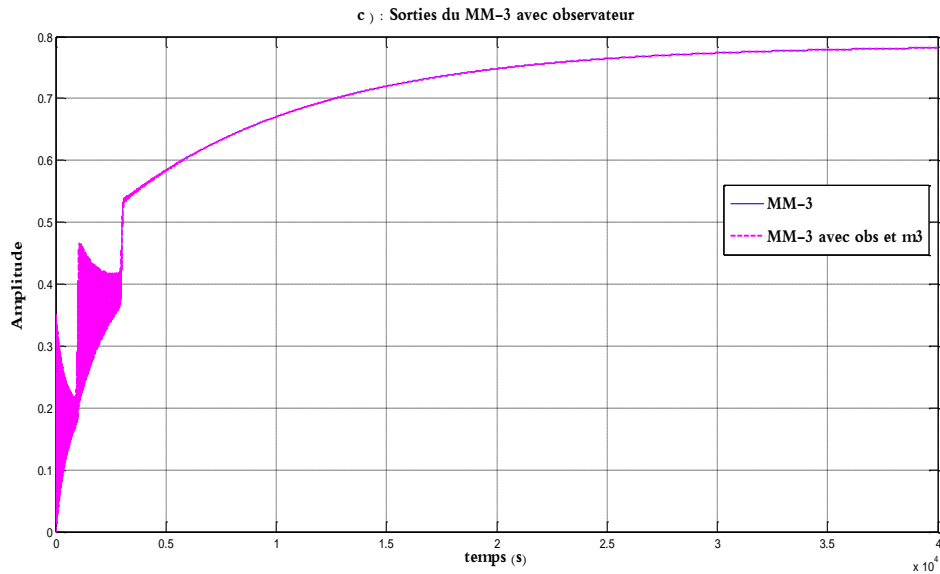
On remarque aussi, que ses sorties convergent les unes vers les autres avant d'atteindre le régime permanent, et ceci revient au choix du nombre de points de fonctionnements.



**Fig.IV.6.a.** Evolution des sorties du multi-modèle 1 avec observateur.



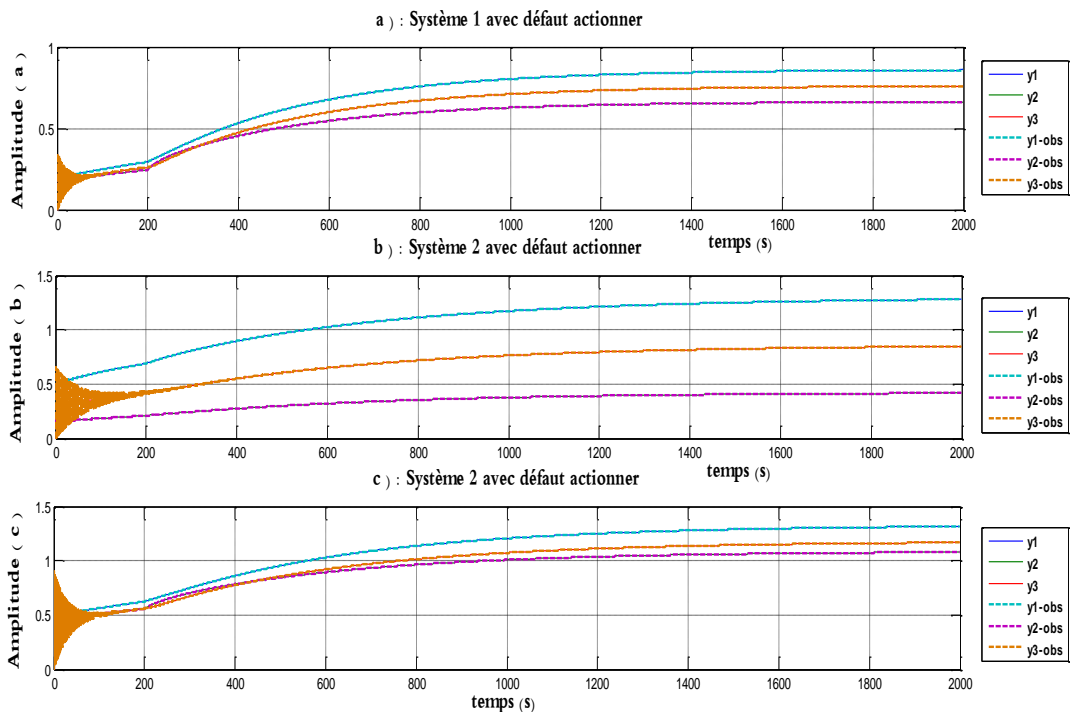
**Fig.IV.6.b.** Evolution des sorties du multi-modèle\_2 avec observateur.



**Fig.IV.6.c.** Evolution des sorties du multi-modèle\_3 avec observateur.

**b) En présence d'un défaut actionneur :**

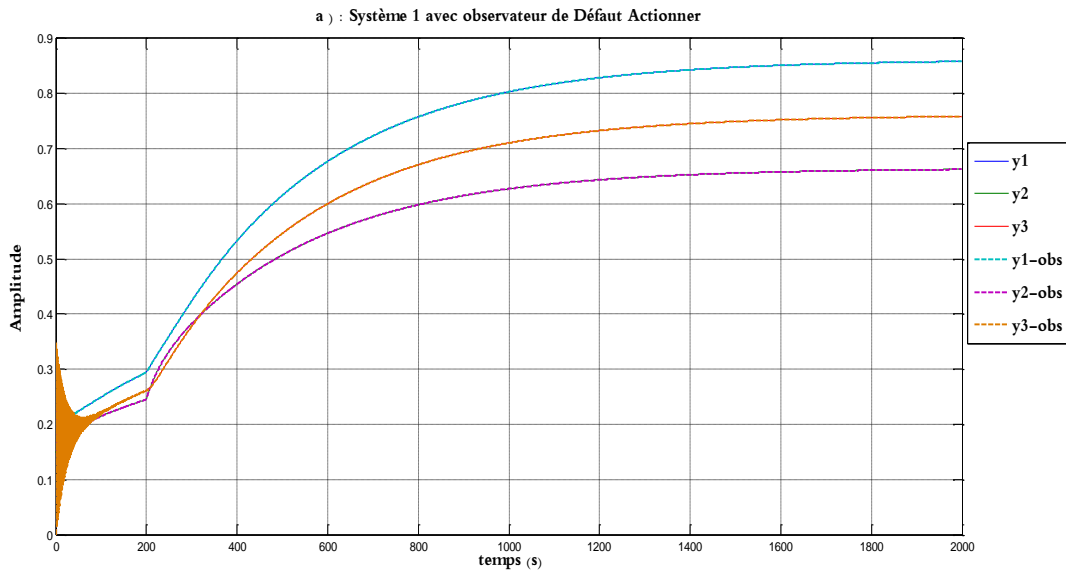
Cette figure suivante représente l'évolution des sous-systèmes linéaires en présence d'un défaut actionneur.



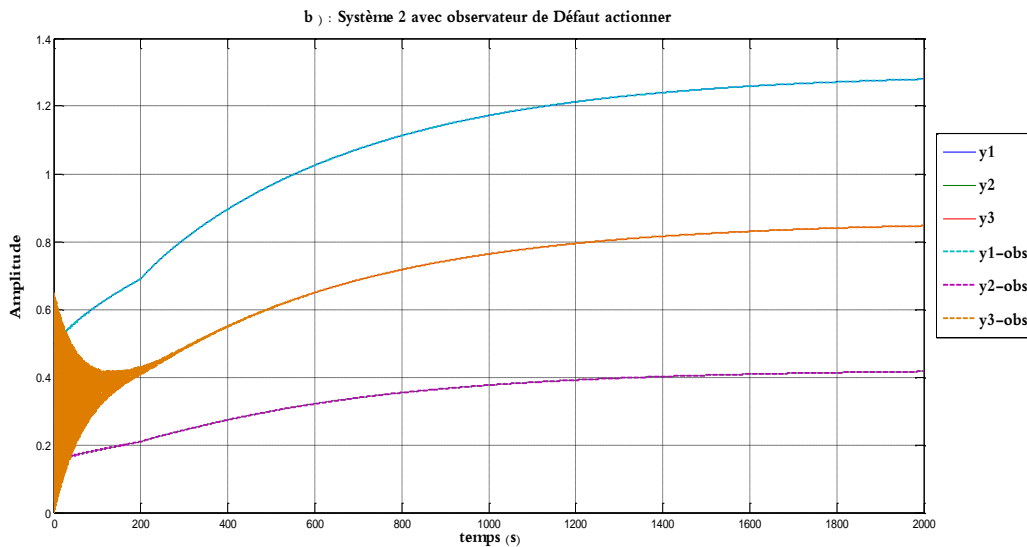
**Fig.IV.7.** Evolution des sorties des sous-systèmes linéaires en présence d'un défaut actionneur.

Les figures (7.a), (7.b) et (7.c): représente respectivement l'évolution des sorties du sous-système linéaire et de leur observateur en présence d'un défaut actionneur généré à l'instant  $t= 200$  .

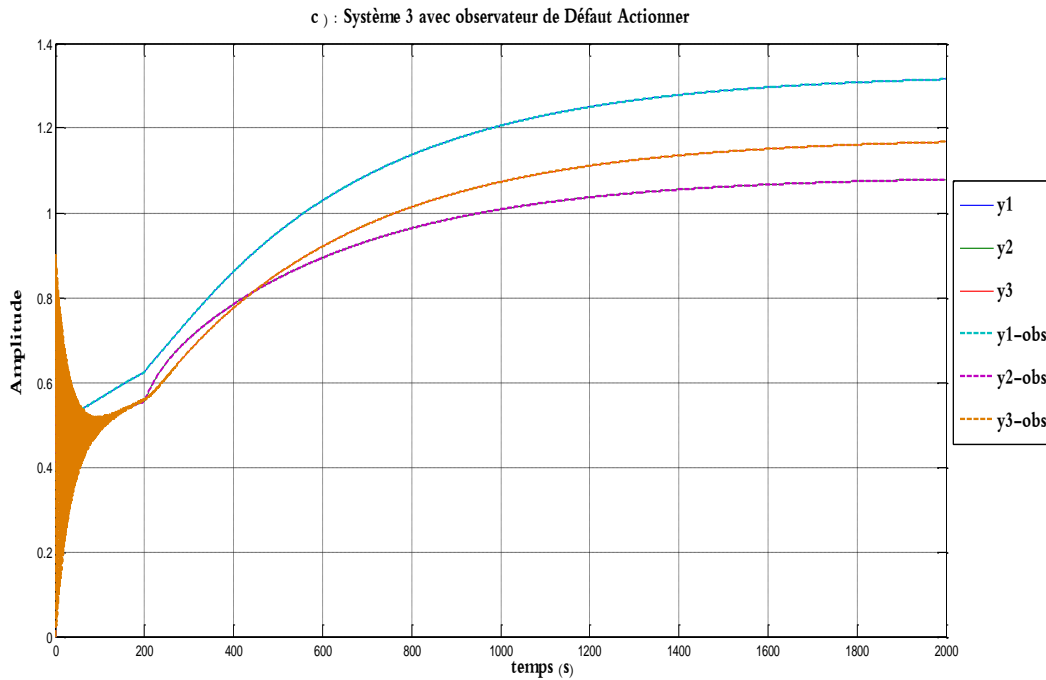
En remarquant une variation brusque des sorties à l'instant de l'apparition du défaut, ceci signifie que les sorties du système sont sensibles au défaut actionneur.



**Fig.IV.7.a.** Evolution des sorties de sous-système linéaires \_1\_ en présence d'un défaut actionneur.

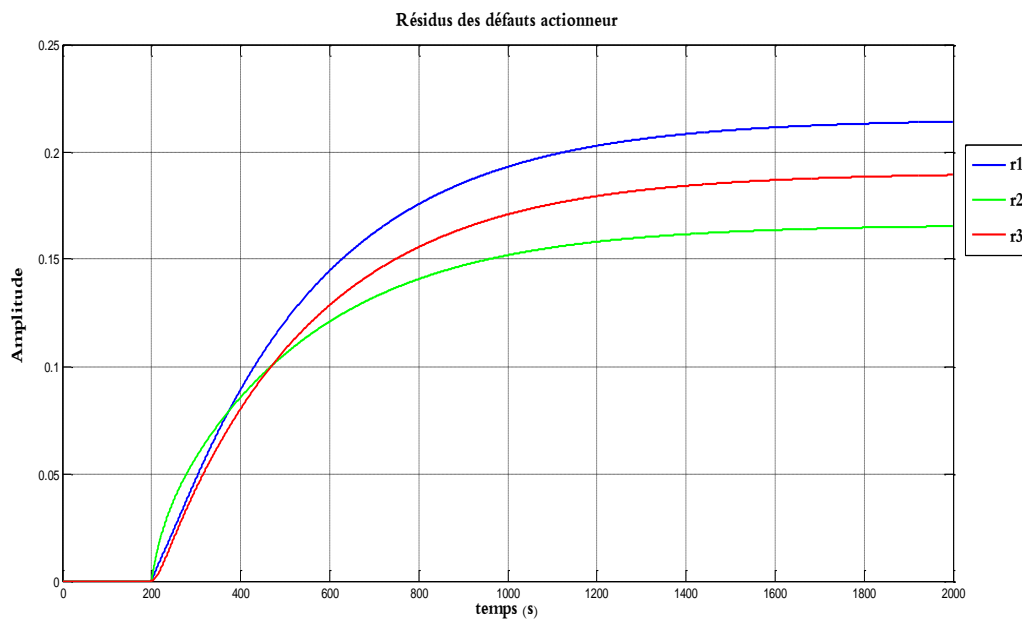


**Fig.IV.7.b.** Evolution des sorties de sous-système linéaires \_2\_ en présence d'un défaut actionneur.



**Fig.IV.7.c.** Evolution des sorties de sous-système linéaires \_3\_ en présence d'un défaut actionneur.

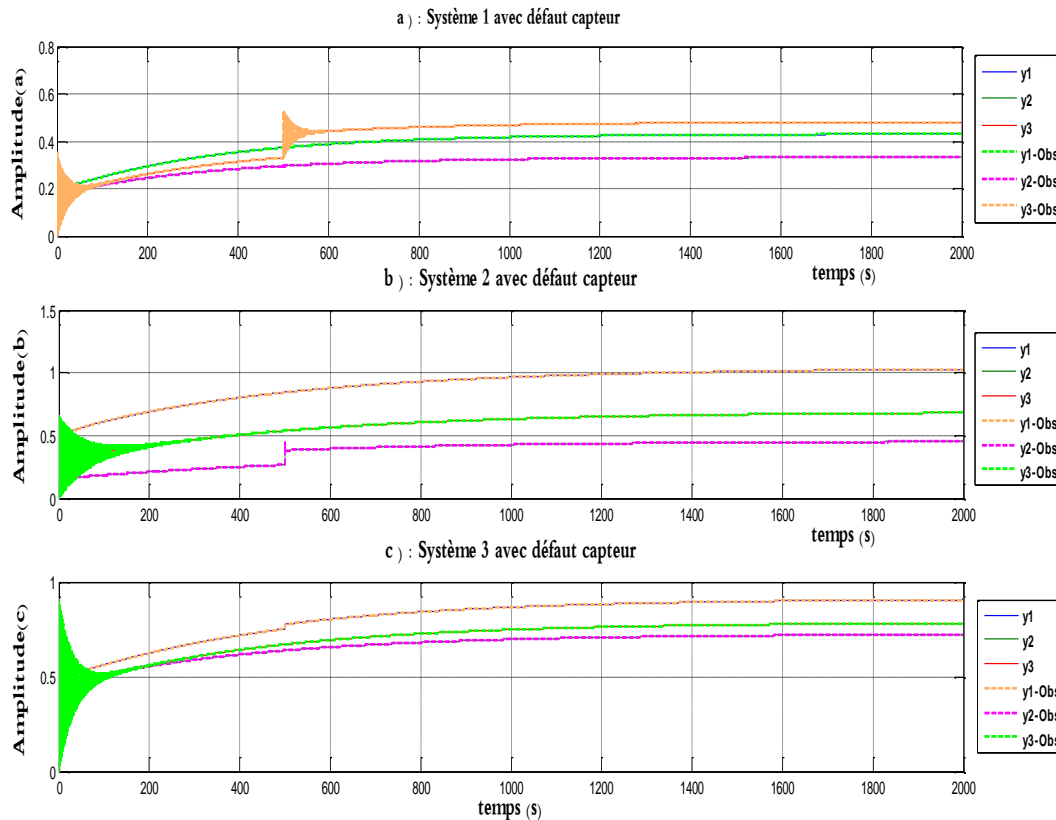
✓ Simulation et Evolution des résidus d'un défaut actionneur :



**Fig.IV.8** Evolution des résidus d'un défaut actionneur.

## c) En présence d'un défaut capteur :

La figure suivante représente l'évolution des sous-systèmes linéaires en présence d'un défaut capteur.



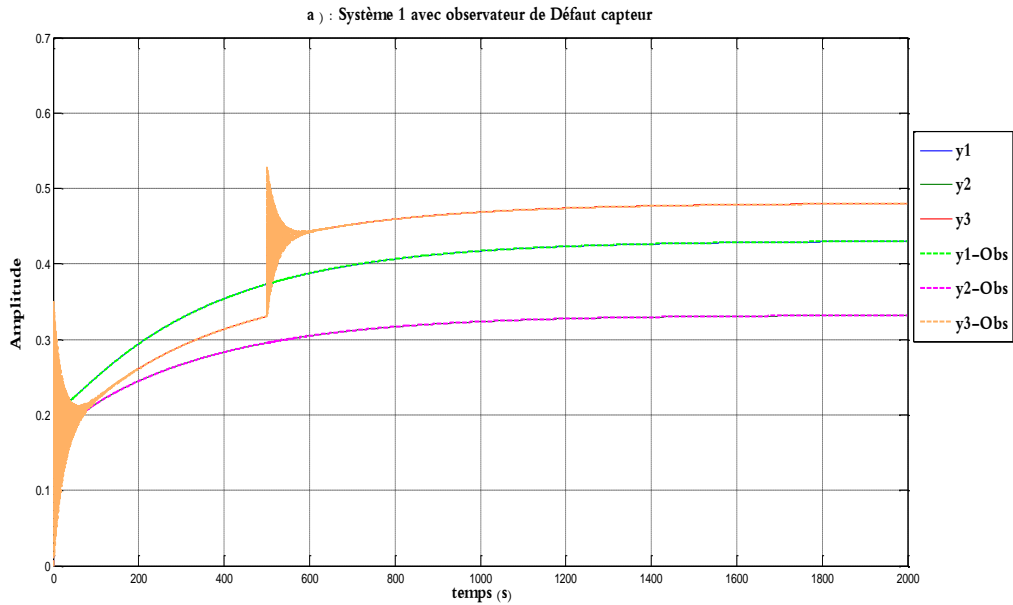
**Fig.IV.9.** Evolution des sorties des sous-systèmes linéaires en présence d'un défaut capteur.

Les figures (9.a), (9.b) et (9.c): représente respectivement l'évolution des sorties des sous-systèmes linéaire de leurs observateurs en présence d'un défaut capteur généré à l'instant  $t=500$ . Les défauts capteurs ne sont pas appliquées simultanément.

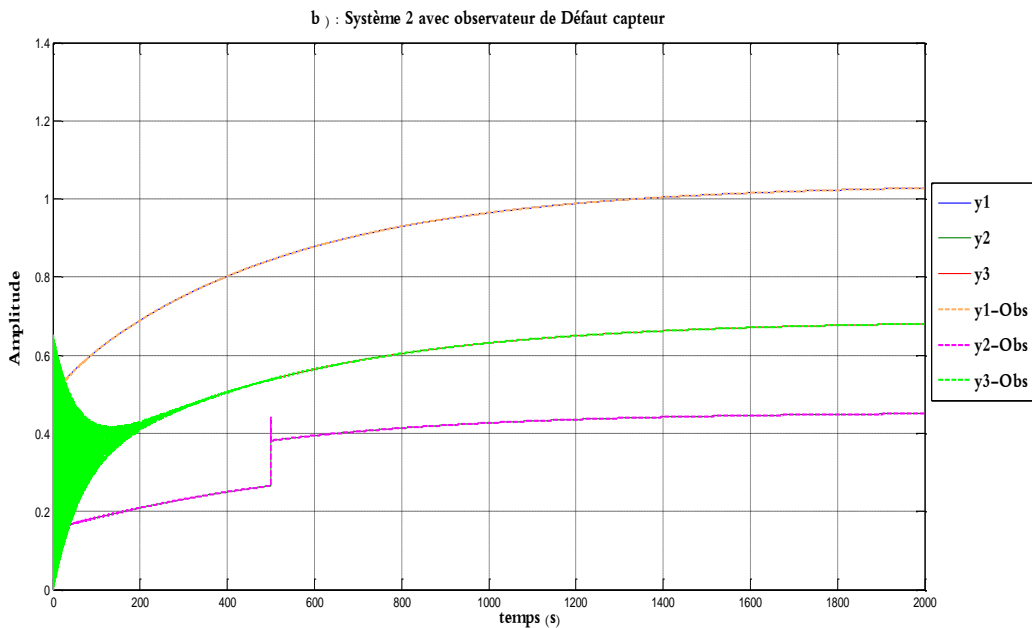
Qu'on applique un défaut sur le capteur-1 on remarque uniquement une variation brusque de la première sortie, ceci signifié que le défaut appliqué sur le capteur-1, affecte uniquement la première sortie.

Qu'on applique un défaut sur le capteur-2 on remarque uniquement une variation brusque de la deuxième sortie, ceci signifié que le défaut appliqué sur le capteur-2, affecte uniquement la deuxième sortie. En remarque une variation brusque des sorties à l'instant de l'apparition du défaut, ceci signifie que les sorties du système sont sensibles au défaut capteur.

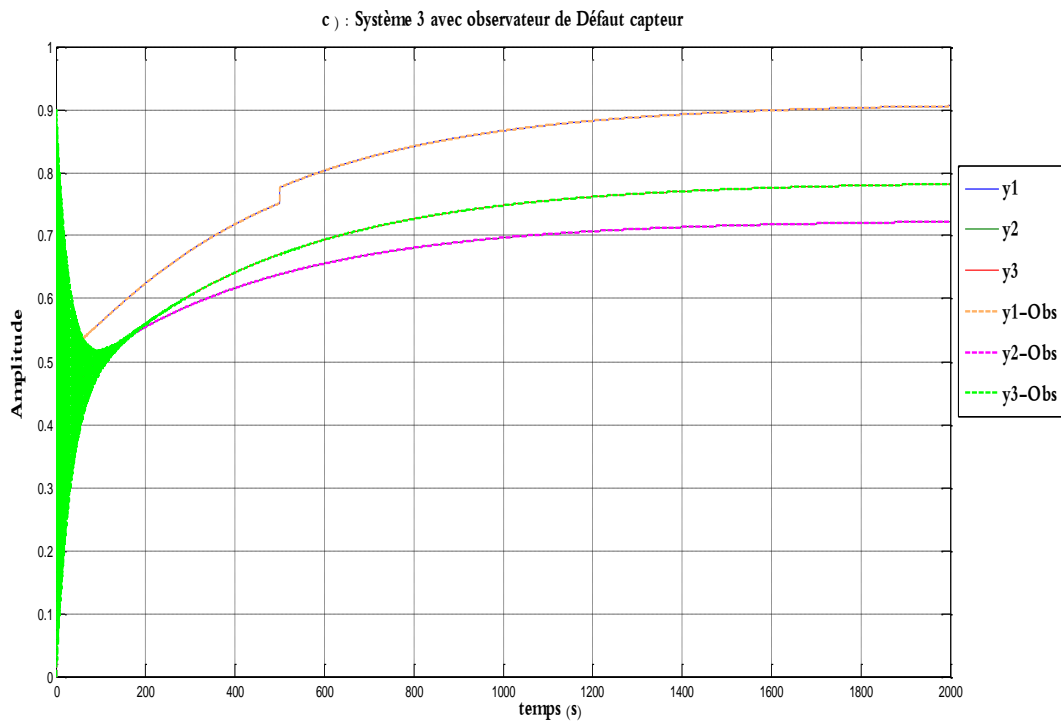
Qu'on applique un défaut sur le capteur-3 on remarque uniquement une variation brusque de la troisième sortie, ceci signifié que le défaut appliqué sur le capteur-3, affecte uniquement la troisième sortie. En remarque une variation brusque des sorties à l'instant de l'apparition du défaut, ceci signifie que les sorties du système sont sensibles au défaut capteur.



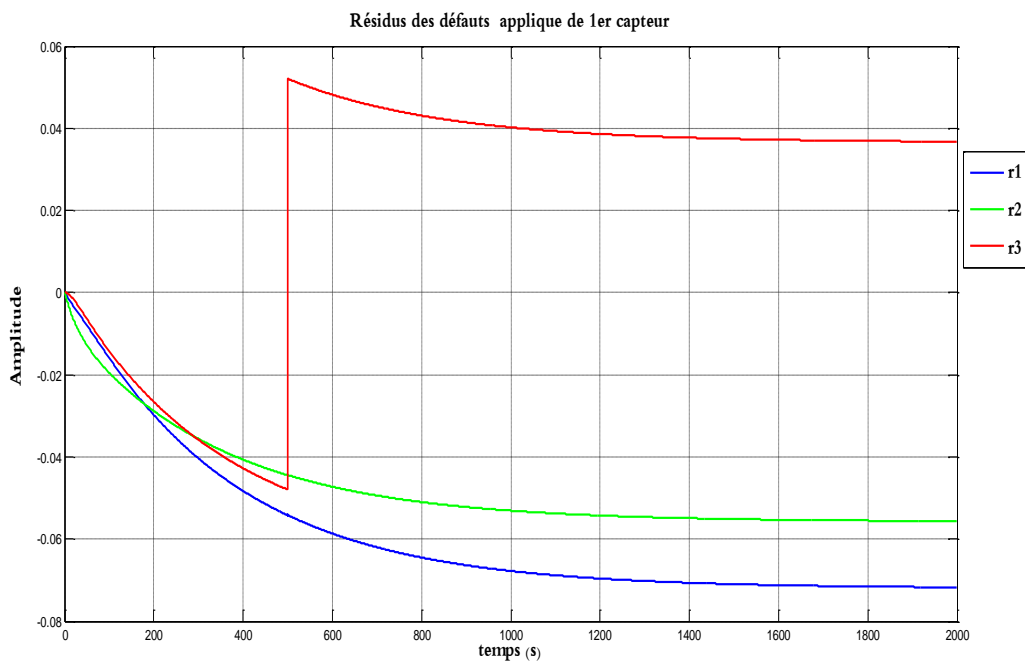
**Fig.IV.9.a.** Evolution des sorties de sous-système linéaires \_1\_ en présence d'un défaut capteur.



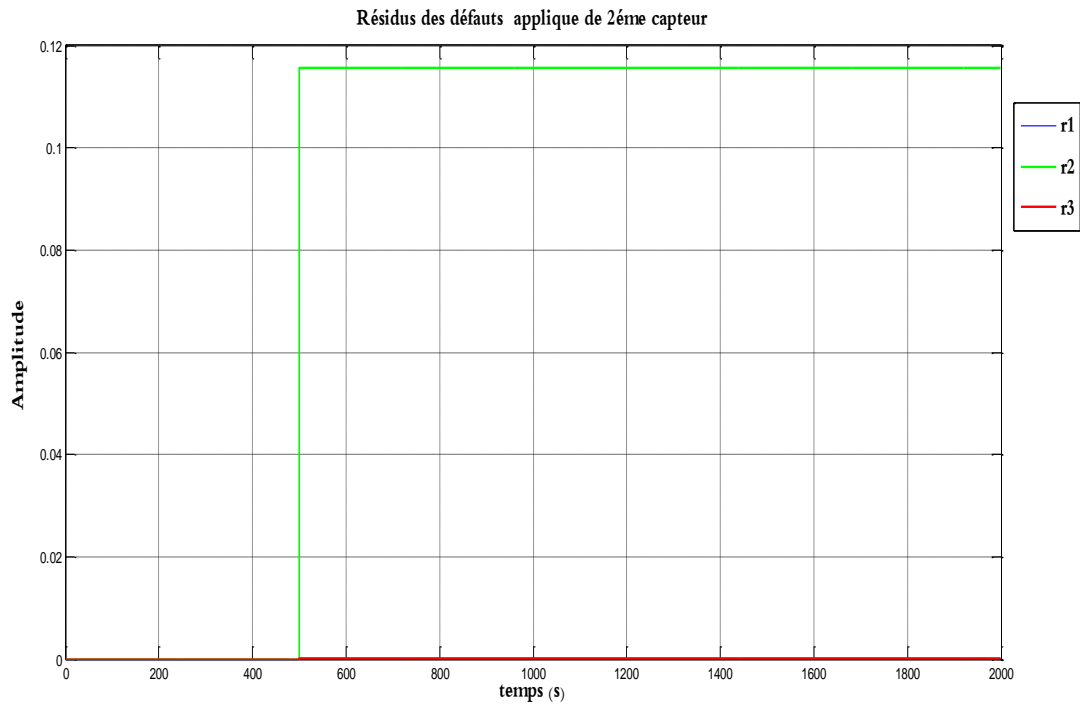
**Fig.IV.9.b.** Evolution des sorties de sous-système linéaires \_2\_ en présence d'un défaut capteur.



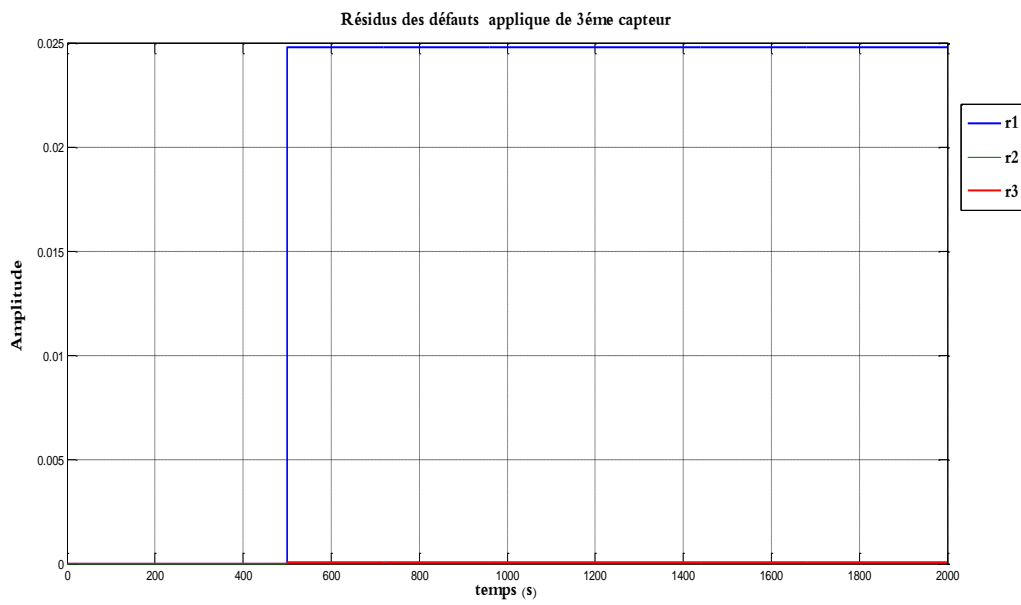
**Fig.IV.9.c.** Evolution des sorties de sous-système linéaires \_3\_ en présence d'un défaut capteur.



**Fig.IV.10.** Evolution des Résidus des défauts applique sur 1<sup>er</sup> capteur.



**Fig.IV.11.** Evolution des Résidus des défauts applique au 2<sup>ème</sup> capteur.



**Fig.IV.12.** Evolution des Résidus des défauts applique au 3<sup>ème</sup> capteur.

## **IV.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons appliqué l'approche multi-modèle à base d'observateur pour la reconstruction des défauts actionneurs et capteur du système à trois réservoirs. Ceci est illustré par des simulations. Nous avons effectué un diagnostic sans et avec défauts (actionneurs et capteurs) basée sur une approche multi-modèles en l'appliquant sur un système non linéaire réel qui est le procédé hydraulique des 3 cuves. L'efficacité et les performances du diagnostic ont été illustrées, ainsi les résultats obtenus illustrent la stratégie de défauts appliquée aux systèmes non linéaires représentés par des multi-modèles.

---

***CONCLUSION***  
***GENERALE***



## **Conclusion générale**

Dans notre travail nous avons abordé le problème de diagnostic des systèmes non linéaire représentés par approche multi-modèle.

L'approché multi-modèle a été choisie pour les nombreux avantages qu'elle apporté au niveau de l'analyse de stabilité et de la synthèse de contrôleurs/observateurs. Cette structure a fait l'objet de nombreuses études dans différents domaines comme l'identification, la commande ou l'estimation d'état.

L'essentiel de notre travail a été l'application d'un observateur multi-modèle pour le diagnostic d'un système non linéaire, en l'occurrence un système à trois cuves

Non avons illustré cette stratégie par des simulations des méthodes proposée dans le cas sans défaut, et dans le cas avec présence de défauts (actionneur et capteur).

Les résultats obtenus s'avèrent satisfaisants vu la stabilité du système en présence des défauts.

L'observateur calculée converge parfaitement vers les sorties du système en présence et sans présence de défauts.

Comme perspectives en propose de synthétiser d'autres observateurs de type multi-modèle à entrée inconnue et multi-modèle à filtre de kalman pour la génération de résidus en vue d'une étude comparative de ces approches.



## Références bibliographiques

- [1] : AKHENAK. Abdelkader. « *Conception d'observateurs non linéaires par approche multi-modèle : application au diagnostic* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, **2004**.
- [2] : A.N. Venkat, P. Vijaysai, et R.D. Gudi. « *Identification of complex nonlinear processes based on fuzzy decomposition of the steady state space* ». Journal of Process Control, 13(6) :473–488, **2003**.
- [3] : CHADLI. Mohammed. « *Stabilité et Commande de Systèmes décrits par des Multimodèles* ». Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, **2002**.
- [4] : Dalil Ichalal1, Benoît Marx1, José Ragot1, Didier Maquin1. « *Diagnostic des systèmes non linéaires par approche multi-modèle* ». Manuscrit auteur, publié dans "Workshop Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes, 3SGS'08, Troyes : France (**2008**)".
- [5] : ICHALAL. Dalil . « *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires d'écrits par un modèle de Takagi -Sugeno* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, **2009**.
- [6] : JOIN. Cédric. « *Diagnostic des systèmes non linéaires Contribution aux méthodes de découplage* ». Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, **2002**.
- [7] : K. Gasso. « *Identification des systèmes dynamiques non-linéaires : approche multi-modèle* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, **2000**.
- [8] : LAMINE.M, GOUDJIL.B. « *Diagnostic et reconfiguration d'une loi de commande par approche multi-modèles : application sur un procédé réel* ». Thèse d'ingénieur, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, **2007**.
- [9] : MEDINA. Manuel Adam. « *Diagnostic de défauts des systèmes à représentation multi-modèle linéaire invariant dans le temps* ». Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, **2004**.
- [10] : NAGY KISS. Anca Maria. « *Analyse et systèmes de multi-modèles pour le diagnostic. Application à une station d'épuration* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, **2010**.
- [11] : OUDGHIRI. Mohammed. « *Commande multi-modelés tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile* ». Thèse de Doctorat, Université De Picardie Jules Verne, **2008**.
- [12] : RODRIGUES. Mickaël. « *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires* ». Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, **2005**.

- [13] : Rodolfo ORJUELA, Didier MAQUIN et José RAGOT. « *Identification des systèmes non linéaires par une approche multi-modèle à états découplés* ». Journées Identification et Modélisation Expérimentale JIME'2006 – 16 et 17 novembre – Poitiers.
- [14] : Rodolfo Orjuela, Benoît Marx, José Ragot et Didier Maquin. « *Une approche multi-modèle pour le diagnostic des systèmes non linéaires* ». Publié dans " 2ème Workshop Surveillance, Sûreté et Sécurité des Grands Systèmes, 3SGS'09, Nancy : France (2009) ".
- [15] : Rodolfo Orjuela, Benoît Marx, José Ragot et Didier Maquin. « *Conception d'observateurs robustes pour des systèmes non linéaires incertains : une stratégie multi-modèle* ». Thèse de Doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2005.
- [16] : NAIT SLIMANI Boukhalifa. « *Synthèse d'observateurs non linéaires : Application au diagnostic de défauts* ». Thèse de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Alger, 2007.
- [17] : ORJUELA Rodolfo. « *Contribution à l'estimation d'état et au diagnostic des systèmes représentés par des multimodèles* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2008.
- [18] : IKNI Samir. « *Diagnostic de pannes et commande tolérante aux fautes d'un robot manipulateur télé-opéré* ». Thèse de Magistère, Université de Batna, Alger, 2010.
- [19] : T. F. LOOTSMA. « *Observer-based Fault Detection and Isolation for Nonlinear systems* ». Thèse de Doctorat, Department of Control Engineering, Université Aalborg, Denmark, 2001.
- [20] : O. ADROT. « *Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornant* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2004.
- [21] : A. ZEMOUCHE. « *Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires* ». Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur Strasbourg I, 2007.
- [22] : E. CHERRIER. « *Estimation de l'état et des entrées inconnues pour une classe de systèmes non linéaires* ». Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2006.
- [23] : R.Isermann. « *process fault Detection Based on Modeling and Estimation Methods* ». Automatic, volume 20, p 387-404, année 1984.
- [24] T.M. Laleg . « *Contribution aux Méthodes de Diagnostic à Base d'Observateurs et à la Commande Tolérante aux Défauts : Application à la machine Asynchrone et au Robot SCARA* ». Thèse d'Ingénieur, ENP d'Alger, 2004.
- [25] : K. Tanaka, T. Ikeda et Y. Y. He. « *Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based design* ». IEEE Trans. Fuzzy Systems, Vol. 6 (1), pp. 250-256, 1998.
- [26] : L. ZETAO. « *Contributions à l'élaboration d'algorithmes d'isolation et d'identification de défaut dans un système non linéaires* ». Thèse de Doctorat, Institut national des sciences appliquées de Toulouse, 2006.

## Annexe

Définissons quelques notions utiles dans la description d'un MM [10]:

- **Un espace de fonctionnement** : est un espace vectoriel à l'intérieur duquel les variables d'un système évoluent (tenant éventuellement compte des bornes sur les variables).

- **Une zone de fonctionnement** : est un domaine issu du partitionnement de l'espace de fonctionnement du système.

- **Un sous-modèle (ou sous-système)** : est un modèle généralement simple de structure quel- conque, mais souvent linéaire et/ou affine, qui représente le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement spécifique.

- Une autre notion liée à ces fonctions est la notion de *variable de prémisse* (ou *décision*). Ce nom est attribué à la variable  $z(t)$  intervenant dans les fonctions de pondération  $\mu_i(z(t))$ . Cette variable peut englober une ou plusieurs variables internes ou externes du système. Ces variables peuvent être soit accessibles à la mesure en temps réel (des signaux d'entrée du système ou même des variables d'état mesurables), soit inaccessibles à la mesure (des variables d'état non mesurables). Retenons que la variable de prémisse

$z$  : est une variable vectorielle :  $z \in \mathbb{R}^p$ .

- **Une fonction de pondération** : est une fonction, notée en général  $\mu_i(z(t)) : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ , qui dépend des variables internes et/ou externes du système non-linéaire (variables de prémisse). Ces fonctions sont choisies en général de façon à vérifier la propriété de somme convexe :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(z(t)) = 1, \quad 0 \leq \mu_i(z(t)) \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, r$$

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME  
DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE**

**SPECIALITE : AUTOMATIQUE**

**Proposé et dirigé par : - Mr. OUBABAS Hocine**

**Présenté par : - BOULAREM Adel**

**Thème :**

**DIAGNOSTIC DES SYSTEMES NON LINEAIRE  
REPRESENTES PAR MULTI-MODELE**

**Résumé :**

Les sciences de l'ingénieur font largement appel aux modèles non linéaires pour décrire les comportements dynamiques des systèmes physiques réels. Ces modèles peuvent cependant s'avérer difficiles à obtenir et/ou à manipuler dans un objectif d'identification, de commande ou de diagnostic.

Les multi-modèles offrent une alternative intéressante pour contourner ces difficultés car ils permettent de prendre en compte la présence de plusieurs modes de fonctionnement. Notre travail consiste en la synthèse d'une stratégie de diagnostic à base d'observateurs pour des systèmes non linéaires représenté par multi-modèle. Cette stratégie de diagnostic sera illustrée en considérant le modèle du système hydraulique à 3 réservoirs couplés, un procédé de nature non linéaire largement répondu dans le domaine du génie-électrique.

**Mots clés :**

Diagnostic, multi-modèle, systèmes non linéaires, observateur, estimation d'état, détection et localisation des défauts.

**N° d'ordre : 067**