

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE
MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE

OPTION : COMMANDE ELECTRIQUE

THEME

**Commande d'une Machine à Induction
Par la Méthode H_{∞}**

Proposé et dirigé par :

M^{lle} BENDERRADJI . H

Présenté par :

CHEBABHI Moqrane

HAFFAF Adil

Année Universitaire : 2006/2007

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE
MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE

OPTION : COMMANDE ELECTRIQUE

THEME

**Commande d'une Machine à Induction
Par la Méthode H_{∞}**

Proposé et dirigé par :

M^{lle} BENDERRADJI . H

Présenté par :

CHEBABHI Moqrane

HAFFAF Adil

Année Universitaire : 2006/2007

Remerciement

En premier lieu nous tenons à remercier le bon Dieu tout-puissant et miséricordieux de la bonne santé; de la volonté et de la patience qu'il nous a accordé tout le long de notre étude.

*Nous tenons à exprimer toute reconnaissance et nos profonds remerciements à notre promotrice Melle : **H. BENDERRADJI** qui nous a aidé et dirigé par ses connaissances et ses conseils.*

Nos remerciements vont aussi à tout les enseignants qui ont participé à notre formation et tous qui nous ont aidé pour la réalisation de ce travail

Notre profonde gratitude à tous les enseignants du département d'électrotechnique qui nous ont assuré une formation aussi meilleure que possible.

Et enfin un remerciement spécial à nos collègues les étudiants d'électrotechnique.

Sommaire

<i>Sommaire</i>	I
<i>Notation</i>	VII
<i>Liste des figures</i>	X
<i>Introduction Générale</i>	01
<i>Chapitre I : Modélisation et Simulation de la Machine Asynchrone</i>	
I.1 INTRODUCTION	03
I.2 Description de la Machine Asynchrone triphasée	03
I.3 Modélisation de la mas triphasée	05
I.3.1 Hypothèses simplificatrices de la Machine Asynchrone	05
I.3.2 Equations générales de la Machine Asynchrone triphasée	06
I.3.2.1 Equations électriques	06
I.3.2.2 Equations magnétiques	07
I.3.2.3 Equations mécaniques	08
I.4 Transformation de Park	08
I.5 Modèle de la Machine Asynchrone dans le système triphasé	11
I.5.1 Equation de la Machine Asynchrone dans le repère uv	11
I.5.1.1 Equations électriques	11
I.5.1.2 Equations magnétiques	11
I.5.1.3 Equation mécanique	11
I.5.2 Choix du repère de référence	12
I.5.3 Equations de la Machine Asynchrone dans le repère (d, q)	13
I.5.3.1 Equations électriques	13
I.5.3.2 Equations magnétiques	13
I.5.4 Equations de la Machine Asynchrone dans le repère (α, β)	13
I.6 Modèle de la Machine Asynchrone sous forme d'état	15
I.7. Simulation de la machine asynchrone	17
I.7.1. Bloc de simulation de la machine asynchrone	17
I.7.2. Résultats de simulation	18
I.8. Modélisation de l'onduleur de tension à MLI	19
I.8.1 Principe de base	21

I.9. Résultat de Simulation de l'association Onduleur Machine	23
I.8. CONCLUSION	24

CHAPITRE II : Commande Vectorielle de la MAS par Orientation du Flux Rotorique

II.1. INTRODUCTION	25
II.2. Principe de la commande vectorielle	25
II.3. Méthodes d'orientation du flux	26
II.4. Commande vectorielle par orientation du flux rotorique (CV_OFR)	26
II.4.1 Commande vectorielle indirecte	26
II.4.2. Commande vectorielle directe	27
II.4.3. Equations de la machine asynchrone en régime dynamique (dq)	27
II.4.4. Principe de la commande vectorielle (CV_OFR)	28
II.4.5. Bloc de défluxage	31
II.4.6. Estimation de flux rotorique	32
II.5. Régulation du système	33
II.5.1 Calcul des Régulateurs	33
II.5.1.1 Régulateurs des Courants	34
II.5.1.2 Régulateur de flux	35
II.5.1.3 Régulateur de vitesse	36
II.6 Simulation de l'ensemble Commande-Machine	38
II.6.1 Essai en charge nominale après un démarrage à vide	39
II.6.1.1 Simulation sans onduleur	39
II.6.1.1 Simulation avec onduleur	40
II.6.2 Tests de performance et de robustesse	41
II.6.2.1 Test avec variation de la charge	41
II.6.2.2 Test avec variation de la vitesse	42
II.6.2.3 Test avec inversion du sens de rotation	43
II.6.2.4 Test avec variation de la résistance rotorique	43
II.7 CONCLUSION	45

CHAPITRE III : Méthodes de Synthèse Fréquentielle H_∞

III.1 INTRODUCTION	46
III.2 Notions mathématiques	46
III.2.1 Décomposition en valeur singulière	46
III.2.2 Norme de Hankel	48
III.2.3 Norme H_∞	48
III.2.3.1 Propriétés de la norme H_∞	49
III.3 Incertitudes dans un système	49
III.3.1 Incertitude non structurée	50
III.3.2 Incertitude structurée	50
III.4 Equation du système contrôlé	50
III.4.1 Stabilité	52
III.4.1.1 Stabilité Classique	52
III.4.1.2 Stabilité interne	53
III.5 Approche H_∞ standard	53
III.5.1 Problème H_∞	54
III.5.1.1 Problème H_∞ optimal	54
III.5.1.2 Problème H_∞ sous optimal	55
III.5.2 Méthodes de résolution	55
III.5.2.1 Méthode de résolution du problème H_∞ fondée sur les LMI	55
III.5.2.2 Résolution du problème H_∞ fondée sur les équations de Riccati	55
III.6 Synthèse h_∞ par facteurs premiers	57
III.6.1 Factorisation première	58
III.6.1.1 Définitions	58
III.6.1.2 Factorisation première à gauche normalisée	59
III.6.2 Stabilisation robuste face a une perturbation sur les facteurs premiers du modèle	60
III.6.3 Modelage de la boucle ouverte (loopshaping)	61
III.6.3.1 Choix des fonctions de pondération	62
III.6.3.2 Conception de loop-shaping	62
III.7 CONCLUSION	63

CHAPITRE IV : Régulation \mathcal{H}_∞ de Courant d'une Commande Vectorielle

IV.1 INTRODUCTION	64
IV.2 Synthèse des correcteurs	64
II.3 Simulation de l'ensemble Commande_Machine	68
IV.3.1 Essai en charge nominale après un démarrage à vide	69
IV.3.1.1 Simulation sans onduleur	69
IV.3.1.2 Simulation avec onduleur	70
IV.3.2 Teste de performance et de robustesse	71
IV.3.2.1 Teste avec variation de la charge	71
IV.3.2.3 Teste avec l'inversion de sens de rotation	71
IV.3.2.2 Teste avec variation de la résistance rotorique	72
IV.4 CONCLUSION	73
<i>Conclusion Générale</i>	74
<i>Annexe</i>	
<i>Bibliographie</i>	

NOTATIONS ET ACRONYMES

NOTATIONS

V_{sa}, V_{sb}, V_{sc}	Tensions d'alimentation des phases statoriques.
V_{ra}, V_{rb}, V_{rc}	Tensions d'alimentation des phases rotoriques.
i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}	Courants statoriques.
i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}	Courants rotoriques.
$\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$	Flux statoriques.
$\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}$	Flux rotoriques.
$[L_s]$	Matrice d'inductances statoriques.
$[L_r]$	Matrice d'inductances rotoriques.
$[M_{sr}]$	Matrice des inductances mutuelles du couplage entre stator-rotor.
R_s, l_s	Résistance et inductance propre d'une phase statorique.
R_r, l_r	Résistance et inductance propre d'une phase rotorique.
M_{sr}	Inductance mutuelle entre une phase de stator et une phase de rotor.
m_s	L'inductance mutuelle entre phases statoriques.
m_r	L'inductance mutuelle entre phases rotoriques.
θ	Angle électrique.
(α, β)	Axes fixés au stator.
(x, y)	Axes fixés au rotor.
(u, v)	Axes fixés par rapport au champ tournant.
θ_s, θ_r	Déphasage de l'axe direct par rapport au stator, rotor.
$[p]$	Matrice de transformation de PARK.
ω_s	Pulsation statorique.
ω_r	Pulsation rotorique.

ω	Pulsation mécanique du rotor.
p	Nombre de paires de pôles.
C_r	Couple résistant.
Ω	Vitesse angulaire de rotation.
f	Coefficient de frottement.
J	Moment d'inertie de la partie tournante de la machine.
C_{em}	Couple électromagnétique.
δ	Coefficient de dispersion.
T_r, T_s	Constantes de temps rotorique et statorique.
V_s	Valeur efficace de tension.
ω_s	Pulsation d'alimentation.
S_{abc}	Grandeurs booléennes de commande des bras de l'onduleur.
s	Opérateur dérivée de LAPLACE $\frac{d}{dt}$.
K_p	Facteur de proportionnalité.
K_i	Facteur intégral.
σ_i^H	Les valeurs singulières de Hankel.
PQ	Correspondent aux solutions définies positives de Lyapunov
M, N	Facteurs premiers.
\tilde{M}, \tilde{N}	Facteurs premiers normalisée.
I	Matrice identité.
A^T	Transposée de la matrice A .
A^*	Transposée conjuguée de la matrice A
$*$	Produit étoile de Redheffer

$\lambda(A)$	Valeur propre de la matrice A
$\overline{\sigma}(A)$	Valeur singulière maximale de la matrice A
$\underline{\sigma}(A)$	Valeur singulière minimale de la matrice A
$\ G(s)\ _{\infty}$	Norme H_{∞} de la fonction de transfert $G(s)$.
$\ \cdot \ _H$	La norme de Hankel d'un système.
ε	Marge de stabilité.
$\rho(A)$	Rayon spectral de A .
\mathcal{RH}_{∞}	Ensemble des matrices de fonctions de transfert rationnelles à coefficients réels strictement propres et stables.
$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$	Matrice système associé à la matrice de transfert $C(sI - A)^{-1}B + D$.

ACRONYMES

PI	Régulateur proportionnel-intégral.
IP	Régulateur intégral-proportionnel.
MAS	Machine Asynchrone
LTI	Linear Time Invariant (système linéaire stationnaire).
LFT	Linear Fractional Transformation (transformation fractionnelle linéaire).
LMI	Linear Matrix Inequality (Inégalités linéaires matricielles).
SISO	Single-Input Single-Output (système à une entrée et une sortie).
MIMO	Multi-Input Multi-Output (système à plusieurs entrées et plusieurs sorties).
SVD	Singular Values Decomposition (Décomposition en valeurs singulières).

Listes des Figures

CHAPITRE I

Fig. (I.1) : Modèle d'une machine asynchrone triphasée	04
Fig. (I.2) : Axes des repères UV	09
Fig. (I.3) : Définition des axes réels du moteur asynchrone triphasé par rapport aux différents référentiels	12
Fig. (I.4) : Schéma de simulation de la MAS	17
Fig. (I.5) : Evolution du modèle en tension de la MAS Avec ($C_r = 25\text{N.m}$ à $t = 1\text{ s}$)	18
Fig. (I.6) Schéma d'un onduleur de tension triphasé	19
Fig. (I.7) : Schéma synoptique	22
Fig. (I.8) : Simulation de l'onduleur de tension à MLI	22
Fig. (I.9) : Résultat de simulation de l'association onduleur machine avec application d'une charge ($C_r = 25\text{N.m}$ à $t = 1\text{ s}$)	23

CHAPITRE II

Fig. (II.1) : Principe du contrôle vectoriel (OFR)	29
Fig. (II.2) : Reconstitution des tension V_{sd} et V_{sq}	31
Fig. (II-3) : Fonctionnement à toutes vitesses	32
Fig. (II.4) : Schéma de l'estimateur de flux en boucle ouverte	32
Fig. (II.5) : Relations de transfert	33
Fig. (II.6) : Régulation du courant	34
Fig. (II.7) : Régulation du flux	35
Fig. (II.8.a) : Régulation du vitesse	36
Fig. (II.8.b) : Régulation du vitesse	37
Fig. (II.9) : Schéma fonctionnel de la commande vectorielle	38
Fig. (II.10) : Essai à vide et en charge (sans onduleur)	39
Fig. (II.11) : Essai à vide et en charge (avec onduleur)	40
Fig. (II.12) : Essai avec variation de la charge	41
Fig. (II.13) : Essai avec variation de la vitesse	42
Fig. (II.14) : Essai avec inversion du sens de rotation	43
Fig. (II.15) : Essai avec variation de la résistance rotorique	44

CHAPITRE III

Fig. (III.1) : Incertitudes non structurée	50
Fig. (III.2) : Système en boucle fermée	51
Fig. (III.3) : Problème sous forme standard	53
Fig. (III.4) : Paramétrisation de la solution du problème sous-optimal	57
Fig. (III.5) : Perturbation sur les facteurs premiers a gauche	60
Fig. (III.6) : Schéma du système augmenté	61

CHAPITRE IV

Fig (IV.1) : Représentation Fréquentiel de $G(s)$	64
Fig. (IV.2) : Représentation Fréquentiel de $G_a(s)$ et $W_1(s)$	65
Fig. (IV.3) : Système augmenté en boucle fermée	66
Fig. (IV.4) : Réponse fréquentielle de $G_a(s)$, et $K_f(s) G(s)$	68
Fig. (IV.5) : Schéma fonctionnel du système de commande	68
Fig. (IV.6) : Essai à vide et en charge (sans onduleur)	69
Fig. (IV.7) : Essai à vide et en charge (avec onduleur)	70
Fig. (IV.8) : Essai avec variation de la charge	71
Fig. (IV.9) : Essai avec inversion du sens de rotation	72
Fig. (IV.10) : Essai avec variation de la résistance rotorique	73

Introduction générale

Le développement des systèmes utilisant les machines asynchrones fonctionnant à fréquence variable a été possible grâce, d'une part, à la facilité d'implantation des algorithmes complexes à temps réel dans les actuels systèmes d'informatique industriels, et d'autre part, aux semi-conducteurs de puissance de hautes performances qui constituent les convertisseurs statiques associés aux systèmes de commande. Le degré d'amélioration atteint pour ces systèmes permet d'augmenter leurs applications jour après jour, en remplaçant divers entraînements à courant continu, dans une grande plage de puissance [1].

Le moteur asynchrone ou moteur à induction est actuellement le moteur électrique dont l'usage est le plus répandu dans l'industrie. Son principal avantage réside dans l'absence de contacts électriques glissants, ce qui conduit à une structure simple et robuste facile à construire. Son domaine de puissance va de quelques watts à plusieurs mégawatts. Relié directement au réseau industriel à tension et fréquence constantes, le moteur asynchrone tourne à vitesse peu différente de la vitesse synchrone, c'est lui qui est utilisé pour la réalisation de la quasi-totalité des entraînements à vitesse constante. Le moteur asynchrone permet aussi la réalisation d'entraînements à vitesse variable et la place qu'il prend dans ce domaine ne cesse de croître [2].

Malgré tous les avantages cités précédemment, la commande des machines asynchrones pose des problèmes du fait que son modèle de base est non linéaire et fortement couplé, qui est à l'opposé de la simplicité de sa structure. Aussi ce qui complique ce modèle, est que les paramètres du moteur asynchrone sont connus approximativement et peuvent varier avec le temps (température), ainsi que la présence des incertitudes de modélisation les bruits de mesures.

Dans les années 70, la commande vectorielle a été réalisée par Blaschke, dite commande vectorielle à flux orienté, Son principe consiste à éliminer le couplage entre l'inducteur et l'induit de la machine asynchrone, donc elle permet d'obtenir un fonctionnement comparable à celui de la machine à courant continu. Cependant, l'expérience a montré les faiblesses de cette méthode face aux incertitudes des paramètres, qu'ils soient mesurés, ou qu'ils varient au cours de fonctionnement, comme les résistances de rotor et du stator [3].

L'objectif de ce travail est de présenter le principe de la méthode de synthèse de correcteurs des systèmes linéaires apparus au cours des années 80. On peut l'appeler de néo classique car contrairement aux méthodes dites modernes, elles étendent de façon importante

les outils classiques de l'Automatique Fréquentielle. Dans une grande mesure, cette méthode de synthèse permet de pallier les limitations des outils classiques [4].

Dans les nouvelles approches de l'Automatique Fréquentielle, le premier point intéressant est qu'elles sont basées sur une traduction assez directe du cahier de charge en un critère mathématique à vérifier (problème de minimisation ou d'optimisation). La formulation mathématique utilise la norme H_∞ , d'où le nom de cette méthode de synthèse. Une fois le critère mathématique est défini, la recherche du correcteur se fait par un algorithme qui résolu le problème d'optimisation.

L'intérêt de cette technique par rapport aux techniques d'Automatique Fréquentielle classique est de permettre la mise au point rapide de correcteurs. De plus, contrairement aux outils fréquentiels classiques, la méthode de synthèse H_∞ permettent de traiter simplement la commande des systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties (systèmes MIMO). En plus des spécifications de performance, elle prend en compte de façon explicite et complète un certain nombre de spécifications de robustesse. La problématique de la robustesse consiste à essayer de prendre le maximum de garanties a priori pour que le correcteur synthétisé sur un modèle fonctionne effectivement sur le système physique en tenant compte explicitement du fait qu'il est impossible de représenter parfaitement un système physique par un modèle mathématique [4].

Ce mémoire est organisé de la façon suivante :

Dans le premier chapitre nous présenterons la modélisation de la machine en utilisant la transformation de PARK avec l'association machine - onduleur de tension à MLI.

Le deuxième chapitre sera consacré à la synthèse de la commande vectorielle de la machine à induction par orientation du flux rotorique et l'implantation des régulateurs classiques pour sa commande.

Dans le troisième chapitre, on présentera tout d'abord la méthodologie théorique de la synthèse H_∞ , et on décrit la méthode utilisée pour la synthèse des correcteurs H_∞ .

Enfin, le quatrième chapitre sera consacré à l'application de la méthode de synthèse H_∞ pour le calcul des correcteurs des courants.

Des commentaires et une conclusion générale seront faits afin de justifier aussi bien la recherche dans le domaine de la commande H_∞ .

Chapitre : I

Modélisation de la machine asynchrone

I.1 Introduction

Un modèle est une représentation mathématique qui permet de décrire et de prédire le comportement d'un procédé réel, lorsque ce dernier est soumis à des influences externes.

L'élaboration d'un modèle (modélisation) consiste à utiliser une loi physique, une règle de calcul empirique ou un système d'équations différentielles afin de construire un modèle relativement satisfaisant compte tenu des objectifs poursuivis et des moyens disponibles. Quelque soit le but de la modélisation, le modèle obtenu est souvent une représentation imparfaite du procédé réel, soit par manque de connaissance de certains phénomènes, soit du fait d'une simplification délibérée répondant à des contraintes pratiques [5].

La modélisation permet de guider les développements par une quantification des phénomènes. En outre, elle est d'un apport précieux en permettant d'une part de restituer une image de ce que l'on peut observer expérimentalement et d'autre part de prévoir des comportements de la machine plus variés que ceux de l'observation expérimentale [6].

La connaissance et l'étude des comportements statiques et dynamiques d'un moteur asynchrone sont basées sur une modélisation mathématique appropriée à son comportement réel. Dans cette modélisation le moteur asynchrone triphasé réel est remplacé par une machine biphasée fictive, mais magnétiquement équivalente. Grâce à la transformation de Park [1].

Ce chapitre comportera deux parties, dans la première on donnera un modèle mathématique de la machine asynchrone dans le plan triphasé puis biphasé selon la transformation de Park. La deuxième partie sera consacrer sur la validation par simulation numérique du modèle de la machine.

I.2 Description de la machine asynchrone triphasée

La machine asynchrone comporte une partie fixe constituée d'une carcasse à l'intérieure de laquelle sont logés le circuit magnétique et le bobinage du stator d'une part, et une partie mobile appelée rotor d'autre part voir figure (I.1). La carcasse nervurée à ailettes longitudinales est un monobloc en fonte ou en acier [7].

Le stator d'une machine asynchrone est constitué de trois enroulements couplés en étoile ou en triangle. L'alimentation de ces enroulements par un système de tensions équilibrées permet la création d'un champ magnétique tournant dans l'entrefer de la machine.

La vitesse de rotation de ce champ par rapport au stator est

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p}$$

$$g = \frac{\omega_r}{\omega_s} = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{\Omega_s - \Omega}{\Omega_s}$$

ω_r : Pulsation rotorique

ω_s : Pulsation statorique

ω : Pulsation mécanique du rotor.

Dans une machine asynchrone, la condition de fréquence, $\omega_s = \omega_r + \omega$ est constamment satisfaite. Quand la pulsation mécanique ω est égale à la pulsation du champ tournant ω_s , le phénomène d'induction électromagnétique disparaît.

I.3 Modélisation de la Machine Asynchrone Triphasée

Le modèle de la machine à induction triphasé est illustré par le schéma de la figure(I.1) avec les armatures statoriques et rotoriques sont munies chacune d'un enroulement triphasé, sont :

S_a, S_b, S_c : trois enroulements du stator.

R_a, R_b, R_c : trois enroulements rotoriques.

θ : l'angle fait par une phase rotorique par rapport à la phase statorique correspondante.

I.3.1 Hypothèse simplificatrices

La modélisation de la machine asynchrone s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, qui sont [8]:

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme.
- L'effet d'encoche est négligeable.
- Distribution spatiale des forces magnétomotrices dans l'entrefer est sinusoïdale.
- Circuit magnétique non saturé et à perméabilité constante.
- Pertes ferromagnétiques négligeables.
- Les résistances des enroulements ne varient pas en fonction de la température de fonctionnement et on néglige également l'effet de peau.

Ainsi, parmi les conséquences importantes de ces hypothèses, on peut citer :

- L'additivité du flux.
- La constance des inductances propres.

- La loi de variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques.

I.3.2 Equations générales de la machine asynchrone triphasée

La structure principale de la machine asynchrone dans le repère (ABC) est présentée par la figure (I.1). Les trois axes statoriques sont décalés entre eux d'un angle $2\pi/3$, ainsi les axes rotoriques. Un angle θ repère le déphasage entre les axes rotoriques par rapport aux axes statoriques.

Dans le cadre des hypothèses simplificatrices et pour une machine équilibrée, les équations de la machine s'écrivent comme suit:

I.3.2.1 Equations électriques

La loi de Faraday permet d'écrire les équations électriques de tension des trois phases statoriques et rotoriques:

$$\left\| \begin{array}{l} V_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d\phi_{sa}}{dt} \\ V_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d\phi_{sb}}{dt} \\ V_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d\phi_{sc}}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{I.1})$$

$$\left\| \begin{array}{l} V_{ra} = R_r i_{ra} + \frac{d\phi_{ra}}{dt} \\ V_{rb} = R_r i_{rb} + \frac{d\phi_{rb}}{dt} \\ V_{rc} = R_r i_{rc} + \frac{d\phi_{rc}}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{I.2})$$

En désignant par :

V_{sa}, V_{sb}, V_{sc} : Les tensions statoriques.

i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} : Les courants statoriques.

$\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$: Les flux totaux à travers ses enroulements.

R_s : Résistance d'une phase statorique.

R_r : Résistance d'une phase rotorique.

Les équations (I.1) et (I.2) se présentent naturellement sous forme matricielle:

Pour le stator :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.3})$$

Où :

$$[V_{s(abc)}] = [R_s] [i_{s(abc)}] + \frac{d}{dt} [\phi_{s(abc)}] \quad (\text{I.4})$$

Pour le rotor :

$$\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.5})$$

Où :

$$[V_{r(abc)}] = [R_r] [i_{r(abc)}] + \frac{d}{dt} [\phi_{r(abc)}] \quad (\text{I.6})$$

I.3.2.2 Equations magnétiques

Les relations entre les flux et les courants du stator et du rotor s'écrivent comme suit :

$$\text{➤ Pour le stator : } [\phi_{s(abc)}] = [L_s] [i_{s(abc)}] + [M_{sr}] [i_{r(abc)}] \quad (\text{I.7})$$

$$\text{➤ Pour le rotor : } [\phi_{r(abc)}] = [L_r] [i_{r(abc)}] + [M_{sr}]^T [i_{s(abc)}] \quad (\text{I.8})$$

Où :

$[L_s]$: Matrice d'inductances statoriques.

$[L_r]$: Matrice d'inductances rotoriques.

$[M_{sr}]$: Matrice des inductances mutuelles du couplage entre stator-rotor.

Avec :

$$[L_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \quad [L_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}] = M_0 \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I.10})$$

Où :

l_s : Inductance propre d'une phase statorique.

l_r : Inductance propre d'une phase rotorique.

M_s : Inductance mutuelle entre phases statoriques.

M_r : Inductance mutuelle entre phases rotoriques.

M_0 : Maximum de l'inductance mutuelle entre phase du stator et la phase correspondante du rotor.

I.3.2.3 Equations mécaniques

L'équation mécanique est donnée par l'expression :

$$C_e - C_r = j \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega \quad (\text{I.11})$$

Avec :

j : Moment d'inertie du rotor et des parties tournantes de la machine.

f : Coefficient du frottement visqueux.

C_e : Couple électromagnétique.

C_r : Couple de charge.

Ω : Vitesse rotorique.

Les équations précédentes permettent la modélisation de la machine dans le plan (ABC). Elles peuvent être implantées dans un ordinateur, par contre, vu la complexité de ces équations non linéaires et multi variables, il est très difficile d'en tirer des stratégies de commande.

I.4 Transformation de Park

La connaissance et l'étude des comportements statiques et dynamiques d'un moteur asynchrone sont basées sur une modélisation mathématique appropriée à son comportement réel. Dans cette modélisation le moteur asynchrone triphasé réel est remplacé par une machine biphasée fictive, mais magnétiquement équivalente, grâce à la transformation de Park.

La transformation de Park est ancienne (1929), si elle redevient à l'ordre du jour, c'est tout simplement parce que les progrès de la technologie des composants permettent maintenant de la réaliser en temps réel [9].

La transformation de Park (figure I.2) permet de faire le passage d'un système triphasé (A, B, C) vers un système (u, v, h) constitué des grandeurs biphasées équivalentes (u, v) et d'une composante homopolaire (h), qui n'est pas prise en compte dans le modèle usuel de la machine.

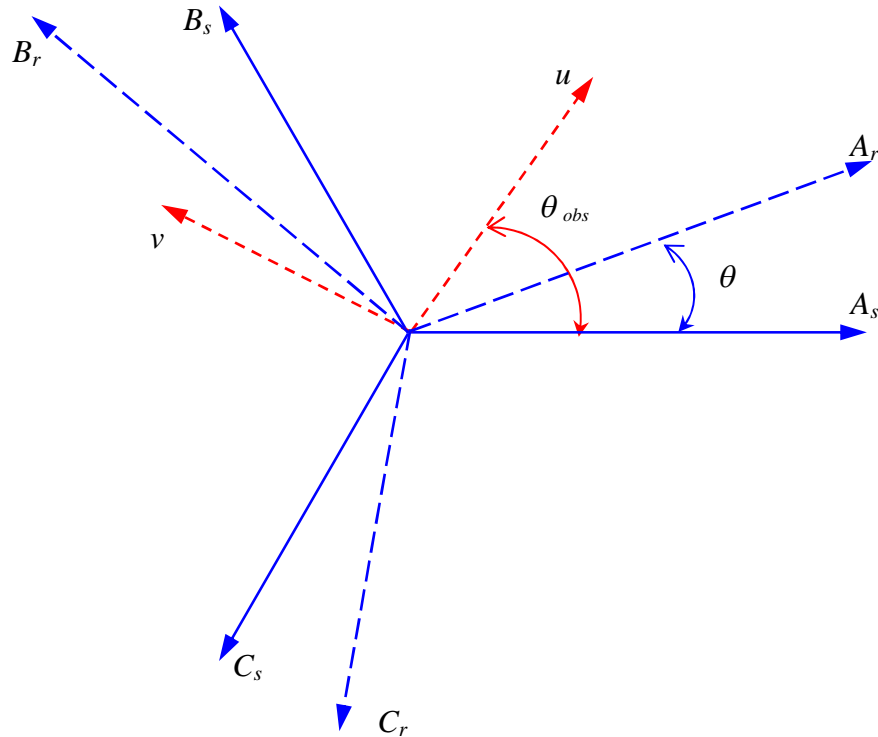


Fig (I.2) : Axes de repères uv

Tel que :

θ_{obs} : Représente l'angle instantané entre la phase de l'axe A_s et l'axe u .

$\omega_{Obs} = \frac{d\theta_{Obs}}{dt}$: Vitesse angulaire de rotation du système d'axes biphasés par

rapport aux systèmes d'axes triphasés.

Selon la figure (I.2), la projection du vecteur (V_{sa}, V_{sb}, V_{sc}) sur l'axe biphasé nous donne

$$\begin{cases} V_{su} = \frac{2}{3} \left[V_{sa} \cos \theta_{Obs} + V_{sb} \cos \left(\theta_{Obs} - \frac{2\pi}{3} \right) + V_{sc} \cos \left(\theta_{Obs} - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \\ V_{sv} = \frac{2}{3} \left[V_{sa} \sin \theta_{Obs} + V_{sb} \sin \left(\theta_{Obs} - \frac{2\pi}{3} \right) + V_{sc} \sin \left(\theta_{Obs} - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \end{cases} \quad (I.12)$$

- V_{su} : est appelée composante directe de PARK.
- V_{sv} : est appelée composante en quadrature (*transversale*).

On ajoute l'expression homopolaire V_{sh} au système (I.12) pour l'équilibrer.

$$V_{sh} = \frac{1}{3}(V_{sa} + V_{sb} + V_{sc}) \quad (\text{I.13})$$

La composante homopolaire V_{sh} est nulle pour les systèmes triphasés équilibrés. D'après les équations (I.12) et (I.13) on trouve :

$$\begin{bmatrix} V_{su} \\ V_{sv} \\ V_{sh} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{obs}) & \cos\left(\theta_{obs} - \frac{2}{3}\pi\right) & \cos\left(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_{obs}) & -\sin\left(\theta_{obs} - \frac{2}{3}\pi\right) & -\sin\left(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

Le passage du système triphasé au système biphasé s'obtient à partir de la matrice $p(\theta_{obs})$.

$$[p(\theta_{obs})] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_{obs}) & \cos\left(\theta_{obs} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_{obs}) & \sin\left(\theta_{obs} - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_{obs} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

- Cette transformation est valable pour les courants, les tensions et les flux.
- Le système (u, v) tourne à la vitesse $(\omega_{obs} - \omega)$ par rapport au rotor.

Lorsque la valeur zéro est attribuée à l'angle θ_{obs} , la transformation de Park est dite transformation de Clark et la matrice de passage s'écrit comme suit :

$$[C] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I.16})$$

Il est facile de remarquer que les trois vecteurs constituant la matrice de Park $p(\theta_{obs})$ ne sont pas normés. En divisant chacun de ces vecteurs par sa norme on obtient la matrice de transformation modifiée au orthonormée permettant l'invariance de la puissance.

I.5 Modèle de la machine asynchrone dans le système biphasé

La transformation de Park consiste à appliquer aux courants, tensions et flux, un changement de variable faisant intervenir l'angle entre l'axe des enroulements et l'axe (u, v) .

L'application de la transformation de Park sur les équations (I.4), (I.6), (I.7), (I.8). Nous donnons le système d'équations suivant :

I.5.1 Equation de la machine asynchrone dans le repère (uv)

I.5.1.1 Equations électriques

$$\begin{bmatrix} V_{su} \\ V_{sv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{su} \\ i_{sv} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{su} \\ \phi_{sv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{obs} \\ \omega_{obs} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{su} \\ \phi_{sv} \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

$$\begin{bmatrix} V_{ru} \\ V_{rv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ru} \\ i_{rv} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ru} \\ \phi_{rv} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_{obs} - \omega) \\ (\omega_{obs} - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{ru} \\ \phi_{rv} \end{bmatrix} \quad (\text{I.18})$$

Avec :

$$\omega = \frac{d}{dt} \theta = p \cdot \Omega \qquad \omega_{obs} = \frac{d}{dt} \theta_{obs}$$

I.5.1.2 Equations magnétiques

$$\begin{cases} \phi_{su} = L_s i_{su} + M i_{ru} \\ \phi_{sv} = L_s i_{sv} + M i_{rv} \\ \phi_{ru} = L_r i_{ru} + M i_{su} \\ \phi_{rv} = L_r i_{rv} + M i_{sv} \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

Avec :

$L_r = l_r - M_r$: Inductance cyclique propre du rotor.

$L_s = l_s - M_s$: Inductance cyclique propre du stator.

$M = \frac{2}{3} M_{sr}$: Inductance cyclique mutuelle entre l'armature du stator et l'armature du rotor.

I.5.1.3 Équations mécaniques :

$$C_e - C_r = j \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega \Rightarrow \dot{\Omega} = \frac{1}{j} (C_e - C_r - f \cdot \Omega) \quad (\text{I.20})$$

I.5.2 Choix du repère de référence

Pour effectuer une étude par simulation du moteur asynchrone, il est recommandé de choisir un système d'axes de référence qui permet d'aboutir au système différentiel le plus simple possible.

A partir du système d'axe (u, v) on peut avoir d'autres d'axes qui sont des cas particuliers, dans la suite, les composantes homopolaires sont supposées nulles.

Le choix du repère de référence dépend de l'objectif de l'application :

- Repère d'axes (α, β) fixe lié au stator $\theta_{obs}=0$. Les grandeurs électriques évoluent en régime permanent électrique à la pulsation statorique ω_s .
- Repère d'axes (x, y) lié au rotor $\theta_{obs}=\theta$. Les grandeurs évoluent en régime permanent électrique à la pulsation des courants rotoriques ω_r . Elles sont de faible fréquence. La position du repère est déterminée généralement par intégration de la vitesse du moteur.
- Repère d'axes (d, q) lié à l'un des flux de la machine. ($\theta_{obs} = \theta_s$) Le modèle est simplifié par l'utilisation des équations plus simples. En régime permanent électrique, les grandeurs du modèle sont continues, puisque la pulsation du champ tournant est égale à la pulsation des tensions statoriques ω_s . Cette méthode est souvent utilisée dans l'étude de la commande [1].

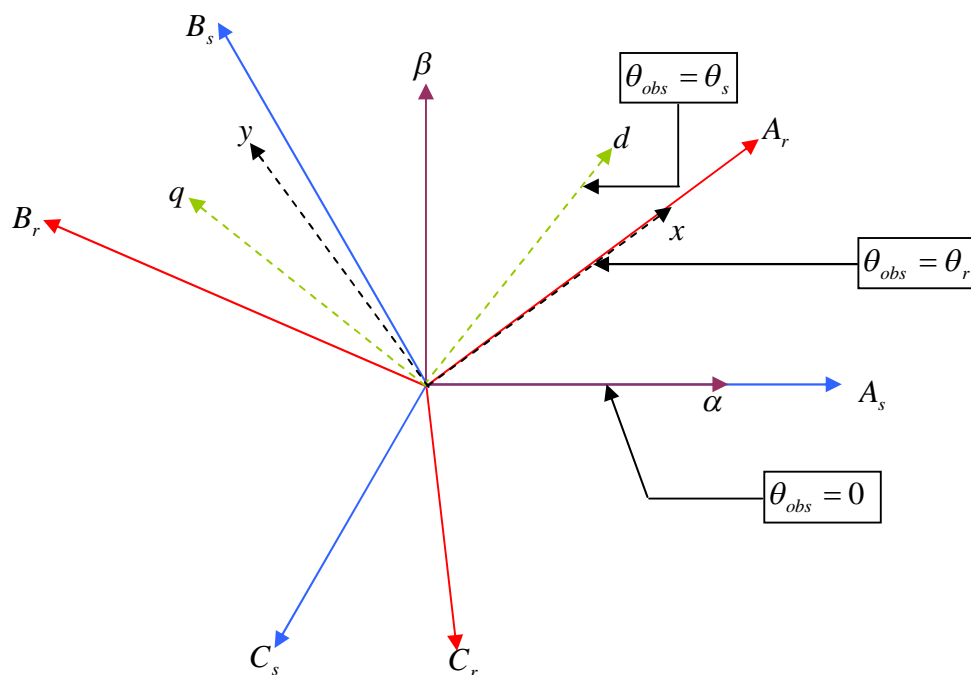


Fig (I.3) : Définition des axes réels du moteur asynchrone triphasé par rapport aux différents référentiels

I.5.3 Equation de la MAS dans le repère (d, q)

Pour un référentiel lié au champ tournant, on a :

$$\omega_{Obs} = \omega_s \Leftrightarrow \begin{pmatrix} u \rightarrow d \\ v \rightarrow q \end{pmatrix}$$

I.5.3.1 Equations électriques

$$\begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{sd} \\ \phi_{sq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.21})$$

$$\begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_s - \omega) \\ (\omega_s - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.22})$$

Cette dernière représentation qui fait correspondre des grandeurs continues aux grandeurs sinusoïdales en régime permanent, la conception du contrôle vectoriel par orientation du flux nécessite ce choix et les modèles d'action dépendent de la position du référentiel par rapport aux divers axes de flux.

En générale, le référentiel lié au champ tournant est utilisé pour réaliser, le contrôle vectoriel [10].

I.5.3.2 Equations magnétiques

$$\left\| \begin{aligned} \phi_{sd} &= L_s i_{sd} + M i_{rd} \\ \phi_{sq} &= L_s i_{sq} + M i_{rq} \\ \phi_{rd} &= L_r i_{rd} + M i_{sd} \\ \phi_{rq} &= L_r i_{rq} + M i_{sq} \end{aligned} \right. \quad (\text{I.23})$$

I.5.4 Equation de la machine asynchrone dans le repère (α, β)

$$\omega_{Obs} = \omega_s \Leftrightarrow \begin{pmatrix} u \rightarrow \alpha \\ v \rightarrow \beta \end{pmatrix}$$

Les équations électriques prennent la forme :

$$\begin{bmatrix} V_{s\alpha} \\ V_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{s\alpha} \\ \phi_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I.24})$$

$$\begin{bmatrix} V_{r\alpha} \\ V_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{r\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{I.25})$$

Ce référentiel sera choisi en vue d'étudier les variations des grandeurs rotoriques.

Les expressions des flux sont données par :

$$\begin{cases} \phi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + M i_{r\alpha} \\ \phi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + M i_{r\beta} \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

$$\begin{cases} \phi_{r\alpha} = L_r i_{r\alpha} + M i_{s\alpha} \\ \phi_{r\beta} = L_r i_{r\beta} + M i_{s\beta} \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

A partir de l'expression (I.27) on déduit les expressions des courants rotorique :

$$\begin{cases} i_{r\alpha} = \frac{1}{L_r} \phi_{r\alpha} - \frac{M}{L_r} i_{s\alpha} \\ i_{r\beta} = \frac{1}{L_r} \phi_{r\beta} - \frac{M}{L_r} i_{s\beta} \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

En introduisant (I.28) dans (I.26) :

$$\begin{cases} \phi_{s\alpha} = L_s i_{s\alpha} + \frac{M}{L_r} \phi_{r\alpha} - \frac{M^2}{L_r} i_{s\alpha} = \sigma L_s i_{s\alpha} + \frac{M}{L_r} \phi_{r\alpha} \\ \phi_{s\beta} = L_s i_{s\beta} + \frac{M}{L_r} \phi_{r\beta} - \frac{M^2}{L_r} i_{s\beta} = \sigma L_s i_{s\beta} + \frac{M}{L_r} \phi_{r\beta} \end{cases} \quad (\text{I.29})$$

Avec : $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_r L_s}$ Coefficient de dispersion.

En fin, en remplaçant dans (I.24) et (I.25) les composantes du flux statorique et celle du courant rotorique on obtient le modèle mathématique de la machine asynchrone :

$$\begin{cases} V_{s\alpha} = R_s i_{s\alpha} + \sigma L_s \frac{di_{s\alpha}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt} \\ V_{s\beta} = R_s i_{s\beta} + \sigma L_s \frac{di_{s\beta}}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\phi_{r\beta}}{dt} \end{cases} \quad (\text{I.30})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{r\alpha} = 0 = -\frac{M}{T_r} i_{s\alpha} + \frac{1}{T_r} \phi_{r\alpha} + \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt} + \omega \phi_{r\beta} \\ V_{r\beta} = 0 = -\frac{M}{T_r} i_{s\beta} + \frac{1}{T_r} \phi_{r\beta} + \frac{d\phi_{r\beta}}{dt} - \omega \phi_{r\alpha} \end{array} \right. \quad (\text{I.31})$$

Avec : $T_r = \frac{L_r}{R_r}$ Constante de temps rotorique

A partir d'expression (I.31) on peut tirer les termes $\frac{d\phi_{r\alpha}}{dt}$ et $\frac{d\phi_{r\beta}}{dt}$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt} = \frac{M}{T_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\alpha} - \omega \phi_{r\beta} \\ \frac{d\phi_{r\beta}}{dt} = \frac{M}{T_r} i_{s\beta} - \frac{1}{T_r} \phi_{r\beta} + \omega \phi_{r\alpha} \end{array} \right. \quad (\text{I.32})$$

L'expression (I.32) représente un estimateur de flux rotorique.

I.6 Modèle de la Machine asynchrone sous forme d'état

La présentation du modèle d'état nécessite, dans un premier temps, la définition du vecteur d'état x , du vecteur d'entrée u et du vecteur de sortie y .

Les variables d'état décrivant les modes électriques, choisies parmi les composantes d'axes (α, β) peuvent être des flux et des courants statoriques ou rotoriques.

On cherche à obtenir un système d'équations écrit sous forme d'équation d'état.

Le modèle sera de la forme :

$$\frac{dX}{dt} = A.X + B.U \quad (\text{I.33})$$

Avec :

$$[X] = [i_{s\alpha} \quad i_{s\beta} \quad \phi_{r\alpha} \quad \phi_{r\beta}]^T : \text{Vecteur d'état}$$

$$[U] = [V_{s\alpha} \quad V_{s\beta}] : \text{Vecteur de commande}$$

$$[X] : \text{Matrice d'évolution d'état du système.}$$

$$[B] : \text{Matrice du système de commande.}$$

En remplaçant l'expression (I.32) dans les équations (I.31), et après quelques simplifications on obtient le système suivant :

$$\left\| \begin{aligned} \frac{di_{s\alpha}}{dt} &= -\left(\frac{1}{T_s \cdot \sigma} - \frac{1-\sigma}{T_r \cdot \sigma}\right) i_{s\alpha} + \frac{1-\sigma}{M \cdot T_r \cdot \sigma} \cdot \phi_{r\alpha} + \frac{1-\sigma}{M \cdot \sigma} \cdot \omega \cdot \phi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{s\alpha} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} &= -\left(\frac{1}{T_s \cdot \sigma} - \frac{1-\sigma}{T_r \cdot \sigma}\right) i_{s\beta} - \frac{1-\sigma}{M \cdot \sigma} \cdot \omega \cdot \phi_{r\alpha} + \frac{1-\sigma}{M \cdot T_r \cdot \sigma} \cdot \phi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \cdot V_{s\beta} \\ \frac{d\phi_{r\alpha}}{dt} &= \frac{M}{T_r} \cdot i_{s\alpha} - \frac{1}{T_r} \cdot \phi_{r\alpha} - \omega \cdot \phi_{r\beta} \\ \frac{d\phi_{r\beta}}{dt} &= \frac{M}{T_r} \cdot i_{s\beta} + \omega \cdot \phi_{r\alpha} - \frac{1}{T_r} \cdot \phi_{r\beta} \end{aligned} \right. \quad (I.34)$$

Avec : $T_s = \frac{L_s}{R_s}$ Constante de temps statorique.

$$[A] = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{T_s \cdot \sigma} - \frac{1-\sigma}{T_r \cdot \sigma}\right) & 0 & \frac{1-\sigma}{M \cdot \sigma \cdot T_r} & \frac{1-\sigma}{M \cdot \sigma} \omega \\ 0 & -\left(\frac{1}{T_s \cdot \sigma} - \frac{1-\sigma}{T_r \cdot \sigma}\right) & -\frac{1-\sigma}{M \cdot \sigma} \omega & \frac{1-\sigma}{M \cdot \sigma \cdot T_r} \\ \frac{M}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & -\omega \\ 0 & \frac{M}{T_r} & \omega & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \quad (I.35)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma \cdot L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma \cdot L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le couple électromécanique développé par la machine asynchrone donné par la relation suivante :

$$C_e = \frac{3pM}{2L_r} (\phi_{r\alpha} i_{s\beta} - \phi_{r\beta} i_{s\alpha}) \quad (I.36)$$

Dans notre étude, nous avons choisi le repère lié au stator, c'est le référentiel le mieux adapté pour travailler avec les grandeurs instantanées. Il possède des tensions et des courants réelles et peut être utilisé pour étudier les régimes de démarrage et de freinage des machines à courant alternatif.

I.7 Simulation de la machine à induction

L'objectif de l'étude réalisée dans ce chapitre est d'établir un schéma fonctionnel à partir duquel les tensions simples d'alimentation nous permettent de déterminer les grandeurs électrique, électromagnétique et mécanique en fonction du temps, pour un fonctionnement en moteur.

I.7.1 Bloc de simulation de la machine asynchrone

Pour réaliser cette simulation nous traduisons le modèle représenté par les équations (I.33), (I.34) et (I.35).

La structure en schéma bloc de cette simulation est présentée par la figure (I.4). Le moteur asynchrone présente comme entrées les composantes de Park de la tension d'alimentation $V_{s\alpha}$ $V_{s\beta}$ ainsi que le couple résistant C_r et comme sortie la vitesse Ω , le couple électromagnétique C_e , les courants statorique et les flux rotoriques.

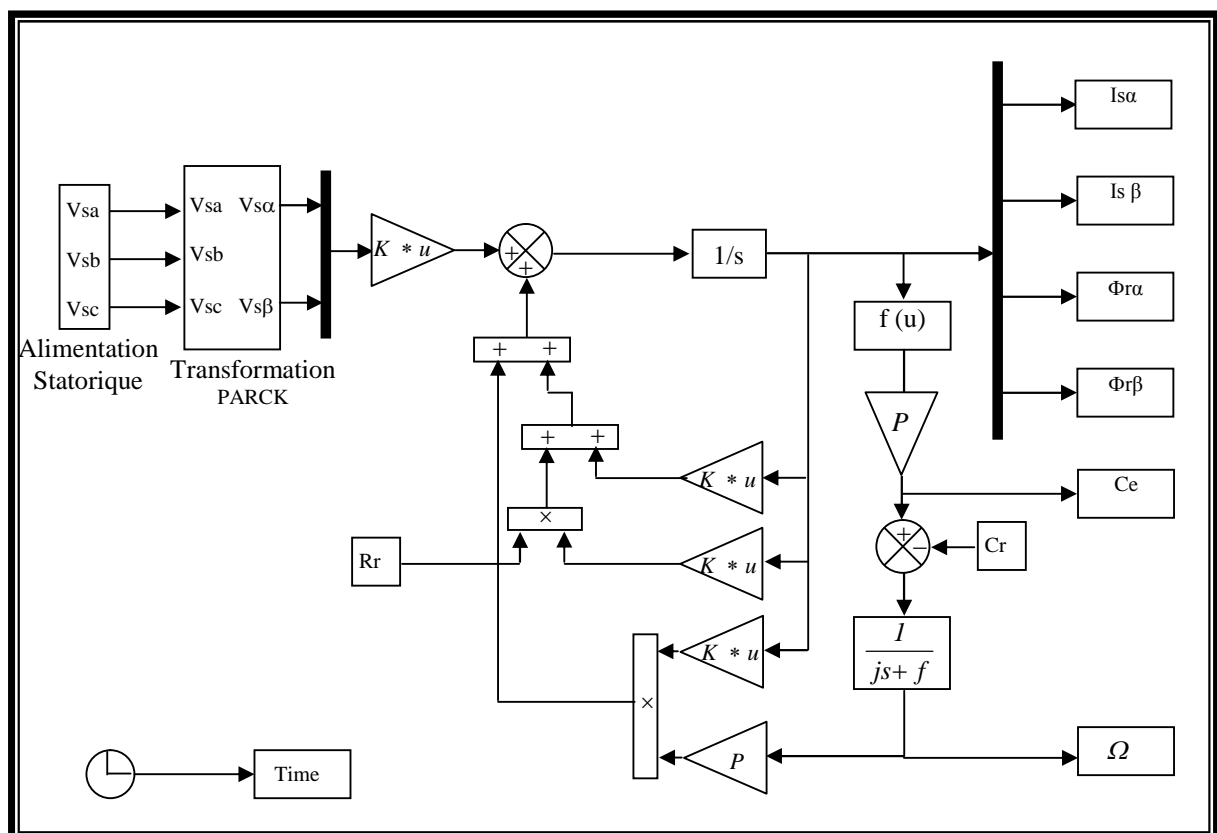


Fig (I.4): Schéma de simulation de la MAS

I.7.2 Résultats de simulation

Le moteur est alimenté par le réseau 220/380 V, 50HZ, à $t = 1s$ nous appliquons une charge ($C_r = 25 \text{ Nm}$). Les résultats de simulation sont représentés par la figure (I.5).

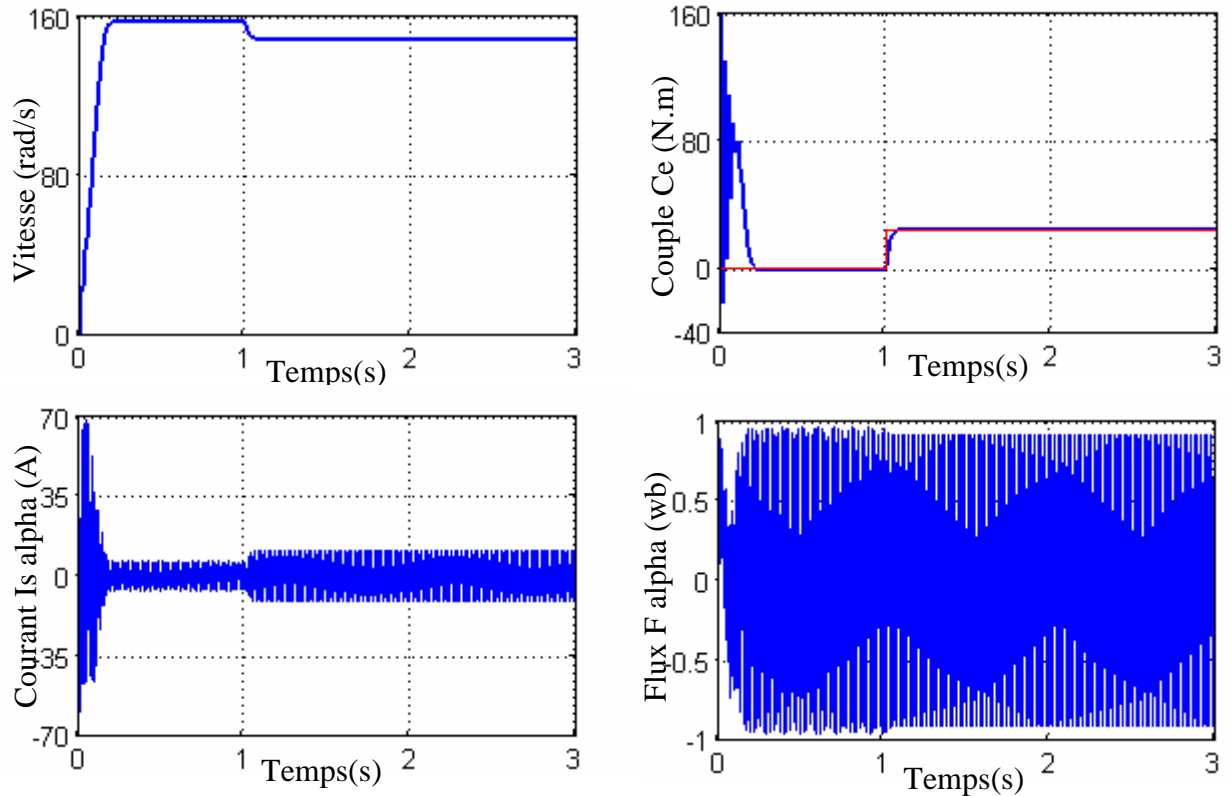


Fig. (I.5) : Evolution du modèle en tension de la MAS Avec ($C_r = 25 \text{ N.m}$ à $t = 1 \text{ s}$)

Le courant statorique présente des oscillations successives autour de zéro avec une amplitude maximale de jusqu'à 0.20s, après ce temps l'amplitude de ces oscillations est diminuée, et il ne reste qu'un courant correspondant au comportement inductif de la machine.

A l'instant $t = 1 \text{ s}$ nous avons appliqué un couple résistant ($C_r = 25 \text{ N.m}$), nous constatons que le courant statorique évolue suivant la charge appliquée à l'arbre du moteur.

Au premier instant le flux rotorique présente des dépassements excessifs de faible d'amplitude mais ils disparaissent au bout de quelques alternances et obtient une forme sinusoïdale d'amplitude constante (1wb).

La courbe du couple électromagnétique présente au premier instant de démarrage une pulsation très importante ; après 0.20s le couple tend vers Zéro.

A l'instant $t = 1 \text{ s}$ le couple électromagnétique rejoint, après un régime transitoire, la valeur qui compense le couple résistant ($C_r = 25 \text{ N.m}$) appliqué.

La courbe de la vitesse présente des oscillations dans le premier instant de démarrage avec un accroissement presque linéaire, après un temps d'environ 0.2s la vitesse rotorique

s'établit à une valeur proche de la vitesse de synchronisme. Suite à l'application d'un couple résistant on constate la diminution de la valeur de la vitesse, chute qui revient au glissement supplémentaire apporté par le Cr.

I.8 Modélisation de l'onduleur à MLI

L'onduleur de tension est un convertisseur qui permet d'obtenir une tension alternative de fréquence et valeur efficace fixe ou réglable à partir d'une source de tension continue et il est constitué de cellule de commutation généralement à transistor ou thyristor pour les grandes puissances. Pour sa commande, on a utilisé la commande par modulation de Largeur d'impulsions (MLI). La structure à trois bras est présentée sur la Figure (I.6)

Pour assurer la continuité des courants alternatifs i_{sa} , i_{sb} , i_{sc} les interrupteurs (T_1 et T_4), (T_2 et T_5) et (T_3 et T_6) doivent être contrôlés de manière complémentaire.

Les tensions de sortie de l'onduleur V_{ao} , V_{bo} et V_{co} sont, par commodité, référencées par rapport à un point milieu d'un pont diviseur fictif d'entrée o. Pour qu'elles soient identiques à 1/3 période près, il faut commander chaque interrupteur d'un demi-pont avec un retard de 1/3 période sur le précédent [9].

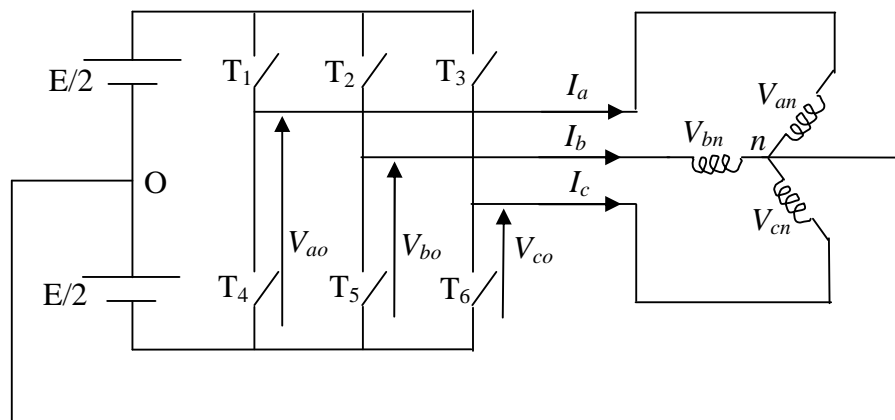


Fig (I.6) : Schéma d'un onduleur de tension triphasé

L'onduleur est alimenté par une source de tension continue constante d'amplitude E, on déduit aisément les expressions des tensions composées.

$$\begin{cases} U_{ab} = V_{ao} - V_{bo} \\ U_{bc} = V_{bo} - V_{co} \\ U_{ca} = V_{co} - V_{ao} \end{cases} \quad (\text{I.37})$$

Les tensions simples des phases de la charge issues des tensions composées ont une somme nulle :

$$\begin{cases} V_{an} = (1/3) \cdot [U_{ab} - U_{ca}] \\ V_{bn} = (1/3) \cdot [U_{bc} - U_{ab}] \\ V_{cn} = (1/3) \cdot [U_{ca} - U_{bc}] \end{cases} \quad (\text{I.38})$$

La matrice de connexion [T] de l'onduleur s'écrit :

$$[T] = \begin{bmatrix} T_1 & T_4 \\ T_2 & T_5 \\ T_3 & T_6 \end{bmatrix}$$

Les tensions imposées de chaque bras de l'onduleur sont définies par

$$\begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 & T_4 \\ T_2 & T_5 \\ T_3 & T_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{E}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.39})$$

On a aussi :

$$\begin{cases} V_{ao} = V_{an} + V_{no} \\ V_{bo} = V_{bn} + V_{no} \\ V_{co} = V_{cn} + V_{no} \end{cases} \quad (\text{I.40})$$

Dont on peut déduire

$$V_{no} = (1/3) \cdot [V_{ao} + V_{bo} + V_{co}] \quad (\text{I.41})$$

Pour un système de tensions triphasées équilibrées on peut déduire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} V_{an} = \frac{2}{3} \cdot V_{ao} - \frac{1}{3} \cdot (V_{bo} + V_{co}) \\ V_{bn} = \frac{2}{3} \cdot V_{bo} - \frac{1}{3} \cdot (V_{ao} + V_{co}) \\ V_{cn} = \frac{2}{3} \cdot V_{co} - \frac{1}{3} \cdot (V_{ao} + V_{bo}) \end{cases} \quad (\text{I.42})$$

Ce système d'équation peut prendre la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}. \quad (\text{I.43})$$

Le schéma synoptique correspondant à la génération des impulsions par MLI est donné par la figure qui consiste à comparer un signal triangulaire (porteuse) avec un signal sinusoïdale (modulatrice).

I.8.1 Principe de base

La modulation de largeur d'impulsion sinus triangle est réalisée par comparaison d'une onde modulante basse fréquence (tension de référence) à une onde porteuse haute fréquence de forme triangulaire. Les instants de commutation sont déterminés par les points d'intersection entre la porteuse et la modulante, la fréquence de commutation des interrupteurs est fixée par la porteuse [7].

En triphasé, trois références sinusoïdale déphasées de $2\pi/3$ à la même fréquence f_s . Comme la sortie de l'onduleur de tension n'est pas purement sinusoïdale, l'intensité de courant ne l'est pas aussi, donc elle comporte des harmoniques, seuls responsables des parasites (pulsation de couple électromagnétique) ce qui engendre des pertes supplémentaires.

Cette -MLI- sert à remédier ces problèmes et elle à comme avantages :

- Variation de la fréquence de la tension de sortie.
- Elle repousse les harmoniques vers des fréquences plus élevées.

Conséquences :

- Minimisation de la distorsion du courant.
- Faible coût du filtre de sortie.

Le principe de cette stratégie peut être résumé par l'algorithme suivant :

$$U_r \leq U_p \Leftrightarrow S(t) = 1 \text{ sinon } S(t) = -1$$

Avec :

U_r : la tension référence.

U_p : la tension porteuse.

$S(t)$: le signal MLI résultant.

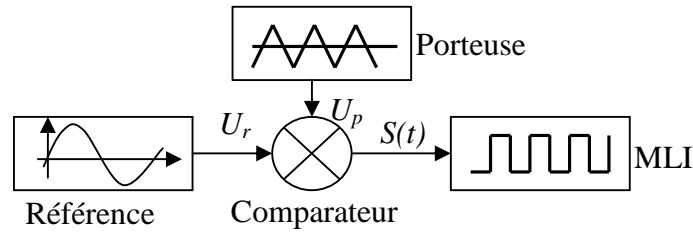


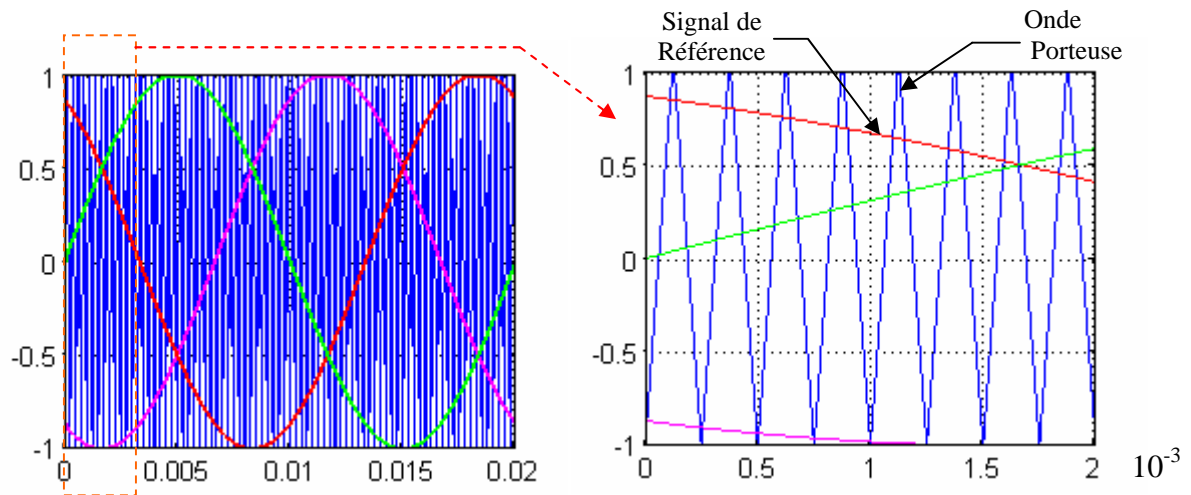
Fig (I.7) : Schéma synoptique

- L'indice de modulation 'm' qui est l'image du rapport de fréquences de la porteuse \$f_p\$ sur la

référence \$f_{ref}\$:
$$m = \frac{f_p}{f_{ref}} = \frac{T_{ref}}{T_p} \geq 20.$$

- Le taux de la modulation (le coefficient de réglage en tension) « r » qui est l'image du

rapport des amplitudes de tension de la référence \$V_{m\ ref}\$ sur la porteuse :
$$r = \frac{V_{m\ ref}}{V_{mp}} \leq 1.$$



Tension de sortie de onduleur

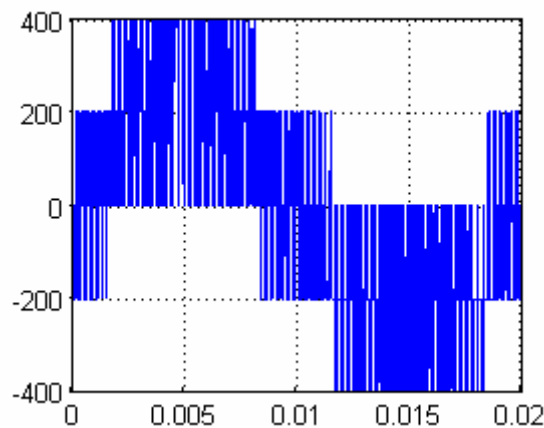


Fig. (I.8) : Simulation de l'onduleur de tension à MLI

I.9 Résultat de Simulation de l'association Onduleur-Machine

Le Résultat de simulation de l'association onduleur machine sont représentés par la figure (I.9)

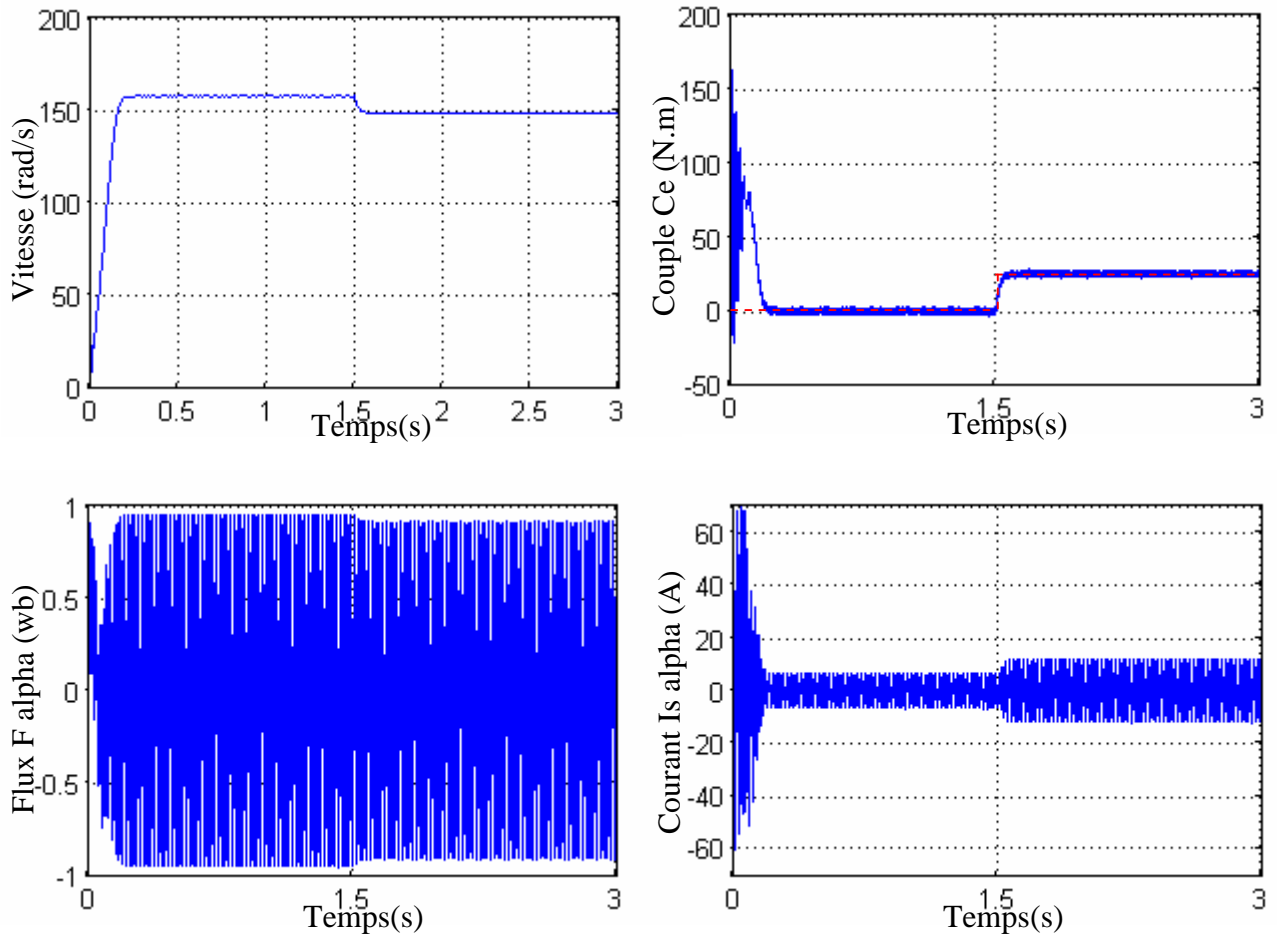


Fig. (I.9) Résultat de simulation de l'association onduleur machine
Avec application d'une charge ($C_r = 25 \text{ N.m}$ à $t = 1.5 \text{ s}$)

La figure présente le démarrage de la machine asynchrone alimentée par onduleur de tension lorsque le démarrage permanent est atteint, on applique une perturbation de charge ($C_r = 25 \text{ Nm}$).

La comparaison des ces résultats avec ceux obtenus dans le cas d'une alimentation directe sous pleine tension, montre que l'alimentation par onduleur, le couple électromagnétique est plus amorti lors du régime transitoire .mais présente des ondulations liées aux harmoniques de courant injectées par l'onduleur.

I.8. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté la modélisation du moteur asynchrone triphasé alimenté par un onduleur de tension à MLI naturelle et établi sous des hypothèses simplificatrices. Nous avons utilisé la transformation de Park pour éviter la complexité des équations différentielles, cette transformation permet le changement du système triphasé réel au système biphasé linéaire équivalent de cette machine ce qui signifie une facilité de résolution et de simulation.

Afin d'avoir de hautes performances dans le régime dynamique, une technique de commande est introduite dont le nom est la commande vectorielle, un exposé sur la théorie de cette méthode avec une simulation sous Matlab sera l'objet du deuxième chapitre.

Chapitre : II

Commande vectorielle par orientation de flux rotorique

II.1 Introduction

La commande de moteur asynchrone reste la partie la plus délicate, étant donné que ses principales grandeurs, le flux rotorique et le couple électromagnétique sont naturellement couplés. Or ses grandeurs n'étant pas mesurables, l'estimation de l'état électromagnétique de la machine s'impose. Les grandeurs mesurables indispensables dans le système sont les tensions et les courants de ligne [1].

De nombreuses applications industrielles nécessitent un contrôle de vitesse ou de position. La relation fondamentale de la dynamique (I.11) montre que le contrôle de celle-ci passe par le contrôle du couple.

La machine à courant continu à excitation séparée est bien adaptée à un contrôle du couple car il suffit de contrôler son courant induit. Le but est de faire la même chose avec la machine asynchrone. C'est justement en cela que réside la commande vectorielle.

La commande vectorielle est apparue avec les travaux de Blashke, Elle n'a cependant pas en tout de suite eu un grand essor car la régulation, à l'époque reposait sur des composants analogiques, l'implantation de la commande était alors difficile. Avec l'avènement des micro-contrôleurs et des dispositifs permettant le traitement du signal, il est devenu possible de réaliser une telle commande à un coût raisonnable cela conduit à une explosion des recherches à la commande vectorielle [10].

Dans ce chapitre, on va étudier la commande vectorielle par orientation du flux rotorique d'une machine asynchrone alimentée en tension et de présenter les résultats de simulation de cette commande avec des régulateurs classiques.

II.2 Principe de la commande vectorielle

Le principe du contrôle du couple électromagnétique par la méthode du flux orienté est basé sur la connaissance du modèle dynamique (modèle de Park) de la machine.

Le contrôle vectoriel de flux permet d'imposer à la machine asynchrone un mode de fonctionnement analogue à une machine à courant continu pour laquelle le couple électromagnétique est proportionnel à deux grandeurs indépendantes (le flux inducteur et le courant d'induit).

II.3 Méthodes d'orientation du flux

Le choix des axes d'orientation peut être fait selon l'une des directions des flux de la machine, à savoir le flux rotorique, le flux statorique ou le flux magnétisant. Le degré de découplage est déterminé selon ce choix.

Les deux méthodes d'orientation de flux, les plus générales, sont l'orientation du flux rotorique et l'orientation du flux statorique [11].

Nous allons parler principalement de l'orientation du flux rotorique.

II.4 Commande vectorielle par orientation du flux rotorique (CV_OFR)

La commande vectorielle à orientation du flux rotorique est la plus utilisée car elle élimine l'influence des réactance de fuite rotorique et statorique et donnent de meilleur résultat que les méthodes basées sur l'orientation du flux statorique ou d'entrefer [10].

La connaissance de la position du flux ou de la position du rotor est importante pour réaliser une commande vectorielle afin de contrôler le couple et la vitesse d'une machine asynchrone. Alors, deux méthodes sont envisageables.

II.4.1 Commande vectorielle indirecte

Cette méthode n'utilise pas l'amplitude du flux de rotor mais seulement sa position. Elle n'exige pas l'utilisation d'un capteur de flux rotorique mais nécessite l'utilisation d'un capteur ou un estimateur de position (vitesse) du rotor. Cette dernière peut être développée par deux groupes principaux :

- Le vecteur du flux rotorique est obtenu indirectement à partir des courants et des tensions statoriques mesurées.
- Dans le deuxième groupe, le vecteur de flux rotorique est estimé à partir de la mesure des courants statoriques et de la vitesse du rotor, en se basant sur les équations du circuit rotorique du moteur asynchrone dans un système de référence (d, q) .

L'inconvénient majeur de cette méthode est la sensibilité de l'estimation envers la variation des paramètres de la machine due à la saturation magnétique et la variation de température, surtout la constante de temps rotorique T_r . En plus, c'est qu'elle utilise un circuit de commande considérablement compliqué [12].

II.4.2 Commande vectorielle directe

Cette méthode nécessite une bonne connaissance du module du flux et de sa position et celui-ci, doit être vérifiée quelque soit le régime transitoire effectué .Il faut donc procéder à une série de mesure aux bornes du système. La mesure directe permet de connaître exactement la position du flux .Ce mode de contrôle garantit un découplage correct entre le flux et le couple, quelque soit le point de fonctionnement .Toute fois il nécessite l'utilisation d'un capteur de flux, ce qui augmente considérablement le coût de sa fabrication et rend plus fragile son utilisation [12].

Dans ce qui suit, on va employer la méthode directe de l'orientation du flux rotorique associé au modèle de la machine asynchrone alimentée en tension (sans convertisseur).

II.4.3 Equations de la machine asynchrone en régime dynamique (d, q)

En utilisant la notation complexe :

➤ Equations des tensions :

$$\bar{V}_s = R_s \bar{i}_s + \frac{d\bar{\phi}_s}{dt} + j\omega_s \bar{\phi}_s \quad (\text{II.1.a})$$

$$0 = R_r \bar{i}_r + \frac{d\bar{\phi}_r}{dt} + j(\omega_s - \omega) \bar{\phi}_r \quad (\text{II.1.b})$$

➤ Equations des flux :

$$\bar{\phi}_s = L_s \bar{i}_s + M \bar{i}_r \quad (\text{II.2.a})$$

$$\bar{\phi}_r = L_r \bar{i}_r + M \bar{i}_s \quad (\text{II.2.b})$$

L'expression (II.2.b) permet d'identifier \bar{i}_r :

$$\bar{i}_r = \frac{1}{L_r} \bar{\phi}_r - \frac{M}{L_r} \bar{i}_s \quad (\text{II.3})$$

En reportant \bar{i}_r dans l'expression de (II.2.a).

$$\bar{\phi}_s = \sigma L_s \bar{i}_s + \frac{M}{L_r} \bar{\phi}_r \quad (\text{II.4})$$

En reportant (II.4) dans (II.1.a). Et (II.3) dans (II.1.b) On obtient donc :

$$\bar{V}_s = R_s \bar{i}_s + \sigma L_s \frac{d\bar{i}_s}{dt} + \frac{M}{L_r} \frac{d\bar{\phi}_r}{dt} + j\omega_s \sigma L_s \bar{i}_s + j\omega_s \frac{M}{L_r} \bar{\phi}_r \quad (\text{II.5.a})$$

$$0 = \frac{1}{T_r} \bar{\phi}_r - \frac{M}{T_r} \bar{i}_s + \frac{d\bar{\phi}_r}{dt} + j\omega_r \bar{\phi}_r \quad (\text{II.5.b})$$

Le terme $\frac{d\bar{\phi}_r}{dt}$ peut être identifié à partir de l'expression (II.5.b) :

$$\frac{d\bar{\phi}_r}{dt} = -\frac{1}{T_r} \bar{\phi}_r + \frac{M}{T_r} \bar{i}_s - j\omega_r \bar{\phi}_r \quad (\text{II.6})$$

En reportant (II.6) dans (II.5.a) :

$$\bar{V}_s = R_{st} \bar{i}_s + \sigma L_s \frac{d\bar{i}_s}{dt} - \frac{M}{L_r T_r} \bar{\phi}_r + j\omega_s \sigma L_s \bar{i}_s + j \frac{M}{L_r} \omega \bar{\phi}_r \quad (\text{II.7})$$

Avec :

$$R_{st} = R_s + \frac{M^2}{L_r T_r}$$

On écrira alors :

$$V_{sd} = R_{st} i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{M}{L_r T_r} \phi_{rd} - \omega_s \sigma L_s i_{sq} - \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rq} \quad (\text{II.8.a})$$

$$V_{sq} = R_{st} i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} - \frac{M}{L_r T_r} \phi_{rq} + \omega_s \sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd} \quad (\text{II.8.b})$$

$$0 = \frac{1}{T_r} \phi_{rd} - \frac{M}{T_r} i_{sd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - \omega_r \phi_{rq} \quad (\text{II.8.c})$$

$$0 = \frac{1}{T_r} \phi_{rq} - \frac{M}{T_r} i_{sq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} + \omega_r \phi_{rd} \quad (\text{II.8.d})$$

II.4.4 Principe de la commande vectorielle (CV_OFR)

L'expression du couple de la machine asynchrone, est donnée par :

$$Ce = \frac{PM}{L_r} (\phi_{rd} i_{sq} + \phi_{rq} i_{sd}) \quad (\text{II.9})$$

On constate que le couple électromagnétique résulte de l'interaction d'un terme de flux et d'un terme de courant.

L'objectif d'orienter le flux signifie qu'on souhaite qu'il n'ait qu'une composante sur l'axe d . On aura donc $\Phi_{rq}=0$, et $\Phi_{rd}=\Phi_r$

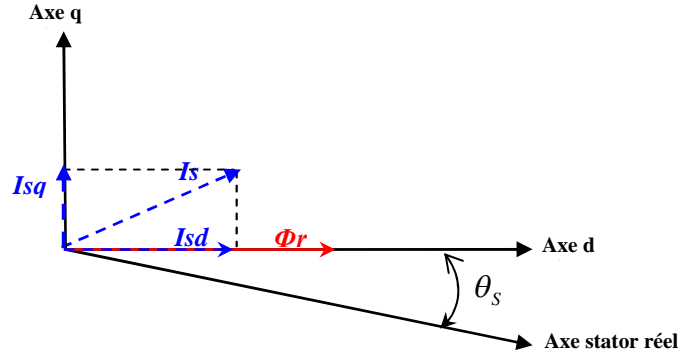


Fig. (II.1): Principe du contrôle vectoriel (OFR)

Le couple se réduira alors à :

$$C_e = \frac{PM}{L_r} \phi_{rd} i_{sq} \quad (\text{II.10})$$

La stratégie consistera à contrôler de façon indépendante le terme de flux et le terme de courant pour imposer un couple.

Pour une MAS alimentée en tension, V_{sd} et V_{sq} représentent les variables de commande.

L'orientation du flux rotorique appliquée au système (II.8) permet d'écrire:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{sd} = R_{st} i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt} - \frac{M}{L_r T_r} \phi_{rd} - \omega_s \sigma L_s i_{sq} \\ V_{sq} = R_{st} i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_s \sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd} \\ 0 = \frac{1}{T_r} \phi_{rd} - \frac{M}{T_r} i_{sd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} \\ 0 = -\frac{M}{T_r} i_{sq} + \omega_r \phi_{rd} \end{array} \right. \quad (\text{II.11})$$

Ce modèle est ensuite complété par l'expression du couple électromagnétique (II.10) et par l'équation décrivant le mode mécanique.

$$C_e - C_r = (jS + f) \Omega \quad (\text{II.12})$$

Les expressions données en (II.11) sont non linéaires puisqu'elles dépendent de la vitesse du repère et de la vitesse électrique et elles sont aussi couplées, car elles comportent des termes croisés. Les termes qui ne dépendent pas du courant i_{sd} dans la première équation et du courant i_{sq} dans la deuxième expression sont appelés les "termes de couplage".

Afin d'éviter ce problème on utilise une loi de commande de découplage par termes de compensation.

En utilisant la notation de Laplace ($S=d/dt$). Le système d'équations (II.11) peut être réécrit de la façon suivante :

$$\left\| \begin{aligned} V_{sd} &= (R_{st} + \sigma L_s S) i_{sd} + \left(-\frac{M}{L_r T_r} \phi_{rd} - \omega_s \sigma L_s i_{sq} \right) \end{aligned} \right. \quad (\text{II.13.a})$$

$$\left\| \begin{aligned} V_{sq} &= (R_{st} + \sigma L_s S) i_{sq} + \left(\omega_s \sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r} \omega \phi_{rd} \right) \end{aligned} \right. \quad (\text{II.13.b})$$

$$\left\| \begin{aligned} M i_{sd} &= (1 + T_r S) \phi_{rd} \end{aligned} \right. \quad (\text{II.13.c})$$

$$\left\| \begin{aligned} \omega_r &= \frac{M}{T_r} \frac{i_{sq}}{\phi_{rd}} \end{aligned} \right. \quad (\text{II.13.d})$$

En introduisons de nouvelles variables de commande U_{sd} et U_{sq} Avec E_d et E_q pour définir les termes de couplage qui sont considérés comme des perturbations.

$$\left\| \begin{aligned} U_{sd} &= (R_{st} + \sigma L_s S) i_{sd} \\ U_{sq} &= (R_{st} + \sigma L_s S) i_{sq} \end{aligned} \right. \quad (\text{II.14})$$

$$\left\| \begin{aligned} E_d &= -\frac{M}{L_r T_r} \phi_{rd} - \omega_s \sigma L_s i_{sq} \\ E_q &= \omega_s \sigma L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r} (\omega_s - \omega_r) \phi_{rd} = \omega_s \left(\sigma L_s i_{sd} + \frac{M \phi_{rd}}{L_r} \right) - \frac{M}{T_r} i_{sq} \end{aligned} \right. \quad (\text{II.15})$$

Avec :

$$\begin{cases} U_{sd} = V_{sd} + E_d \\ U_{sq} = V_{sq} + E_q \end{cases}$$

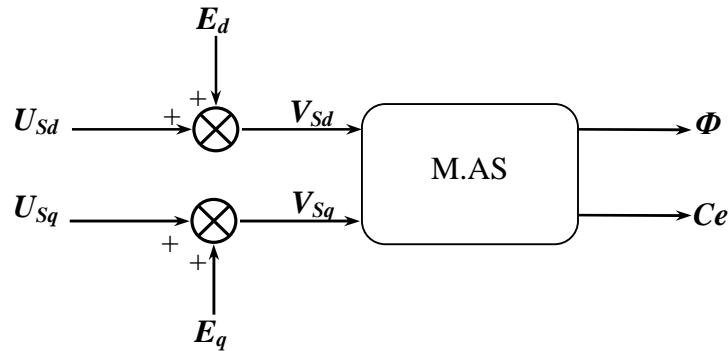


Fig. (II.2) : Reconstitution des tension V_{sd} et V_{sq} .

II.4.5 Bloc de défluxage

Le régime de défluxage permet de dépasser la vitesse nominale de la machine. On appelle aussi régime de survitesse [10].

Le bloc de défluxage permet l'exploitation optimale des capacités magnétiques de la machine, permet un fonctionnement à couple constant si la vitesse est inférieure à la vitesse nominale. Ce bloc permet, d'affaiblir le flux inversement proportionnel à la vitesse, pour le fonctionnement à puissance constante lorsque la vitesse excède la vitesse nominale. Il est défini par la fonction non linéaire suivante

- sous vitesse :

$$\phi_r = \phi_{rnom} \quad \text{Pour : } |\Omega| \leq \Omega_{nom}$$

- sur vitesse :

$$\phi_r = \frac{\Omega_{nom}}{|\Omega|} * \phi_{rnom} \quad \text{Pour : } |\Omega| \geq \Omega_{nom}$$

Avec :

Ω_{nom} : Vitesse de rotation nominale.

Φ_{rnom} : Flux rotorique nominale.

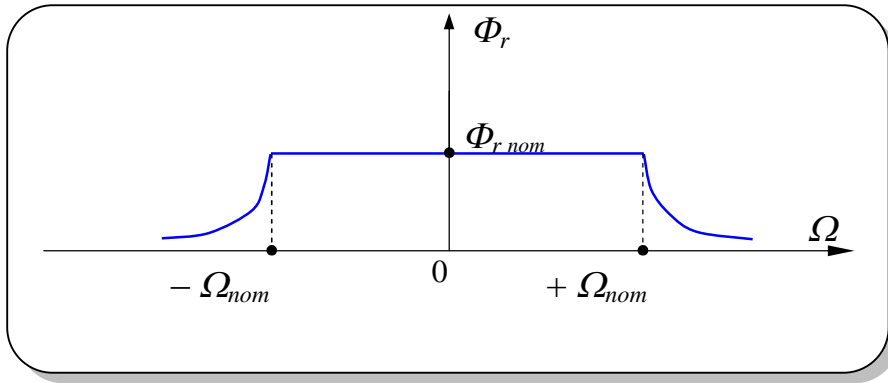


Fig. (II-3) : fonctionnement à toutes vitesses.

II.4.6 Estimation de flux rotorique

Seules les grandeurs statoriques sont accessibles, les grandeurs rotoriques, elles, ne le sont pas, il faut donc pouvoir les estimer à partir des grandeurs statoriques.

De façon générale, les estimateurs du flux rotorique se présentent sous quatre formes : estimateur basé sur un modèle en courant, estimateur basé sur une méthode d'élimination, estimateur basé sur un modèle en tension et estimateur d'ordre complet. Tous ces estimateurs sont issus des équations modélisant la machine asynchrone [11].

Du système d'équations (I.32), nous déduisons que les flux rotoriques $\phi_{r\alpha}, \phi_{r\beta}$, peut être estimé à partir des courants statoriques et de la vitesse du rotor. Cet estimateur en boucle ouverte, qui est présenté sur la figure (II-4), est basé sur un modèle dit en courant.

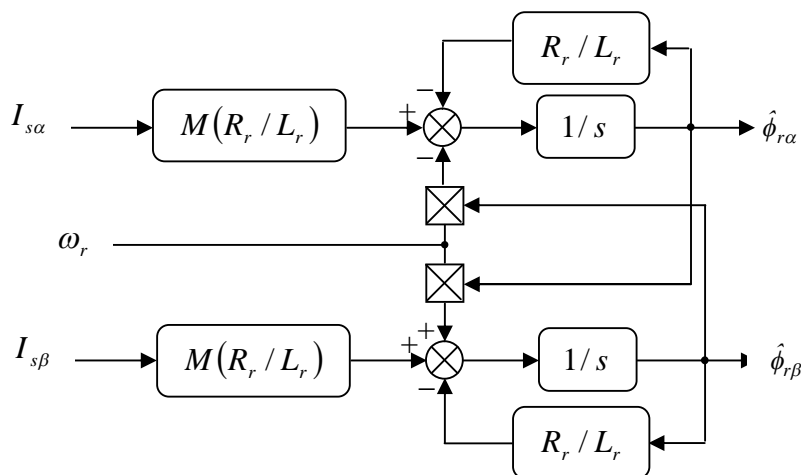


Fig. (II.4) : Schéma de l'estimateur de flux en boucle ouverte

Le module du flux est donné par : $\sqrt{\phi_{r\alpha}^2 + \phi_{r\beta}^2}$ et $\theta_s = \arctg \frac{\phi_{r\beta}}{\phi_{r\alpha}}$

II.5 Régulation du système

Dans le contrôle vectoriel l'idée sur la régulation consiste à contrôler les deux grandeurs importantes de la machine asynchrone (le flux et le couple).

En utilisant les expressions (II.10), (II.11), (II.12) et (II.14), on peut établir les fonctions de transfert de la machine asynchrone. Elles sont nécessaires pour la synthèse des correcteurs. La figure (II.3) montre ces fonctions de transfert.

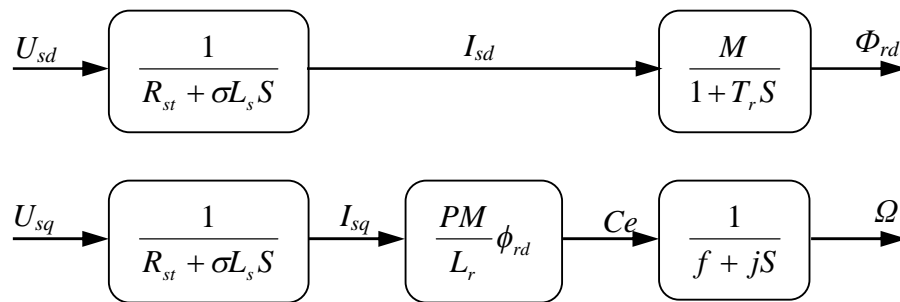


Fig. (II.5) : Relations de transfert

La conception du réglage en cascade du flux et du courant permet de créer une grandeur intermédiaire I_{sd} qui est accessible à la commande. Ce type de régulation est tout à fait valable, puisque dans le cas d'une machine asynchrone, il existe une différence temporelle entre les deux constantes de temps des fonctions de transfert du flux rotorique ($\tau_{\phi_BO} = T_r$) est du courant ($\tau_{i_BO} = \sigma L_s / R_s$). De manière générale, il existe un rapport de l'ordre de 10 ou 20 entre les deux constantes de temps [1].

La dynamique de réglage des courants doit être très rapide par rapport au réglage du flux.

Pour le cas des machines de grande puissance les modes mécaniques sont beaucoup plus lents que les modes électriques. [1].

II.5.1 Calcul des Régulateurs

On choisit d'utiliser des régulateurs de type proportionnel-intégral (PI), étant donné qu'ils sont simples à mettre en oeuvre. Ce type de régulateur assure une erreur statique nulle grâce à l'action d'intégration, tandis que la rapidité de réponse est établie par l'action proportionnelle.

En appliquant dans la synthèse des régulateurs la technique de compensation du pôle de la fonction de transfert associée en boucle ouverte (BO), les relations résultantes du système en boucle fermée (BF), sont du premier ordre.

II.5.1.1 Régulateurs des Courants

L'expression associée aux régulateurs est :

$$Ri(S) = Kii \left(\frac{1 + \left(\frac{Kpi}{Kii} \right) S}{S} \right) \quad (\text{II.16})$$

$$Gi(S) = \frac{1/R_{st}}{1 + \left(\frac{\sigma L_s}{R_{st}} \right) S}$$

Le schéma fonctionnel du contrôle de courant est donné par la figure. (II.4).

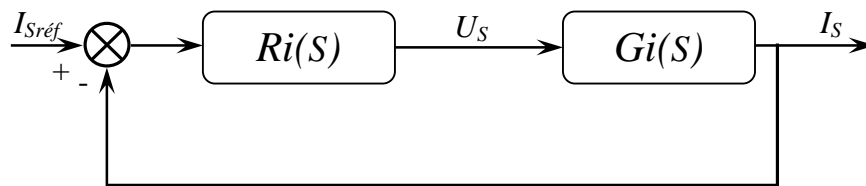


Fig. (II.6) : Régulation du courant

La fonction de transfert en boucle ouverte s'écrit:

$$Fi(S)_{BO} = Ri(S) * Gi(S) = \left(\frac{Kii/R_{st}}{S} \right) * \left(\frac{1 + \left(\frac{Kpi}{Kii} \right) S}{1 + \left(\frac{\sigma L_s}{R_{st}} \right) S} \right) \quad (\text{II.17})$$

$$\tau_{i_BO} = \frac{\sigma L_s}{R_{st}} \text{ Constante de temps des courants en boucle ouverte.}$$

Par compensation du pôle on aura:

$$Fi(S)_{BO} = \frac{Kii/R_{st}}{S}$$

Avec :

$$\tau_{i_BO} = \frac{K_{pi}}{K_{ii}} = \frac{\sigma L_s}{R_{St}} \quad (\text{II.18})$$

La fonction de transfert du système en boucle fermée est donnée par :

$$F_i(S)_{BF} = \frac{1}{1 + \left(\frac{R_{St}}{K_{ii}} \right) S} \quad (\text{II.19})$$

Avec :

$$\tau_{i_BF} = \frac{R_{St}}{K_{ii}} : \text{Constante de temps des courants en boucle fermée.}$$

Pour un temps de réponse (t_i) imposé, nous obtenons la condition suivante:

$$t_i = 3\tau_{i_BF}$$

II.5.1.2 Régulateur de flux

Le schéma fonctionnel du contrôle de flux est donné par la figure. (II.5).

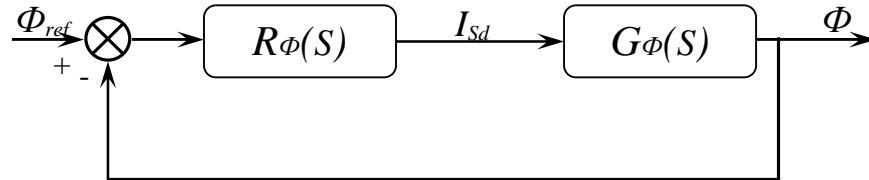


Fig. (II.7) : Régulation du flux

$$R_\phi(S) = K_{i\phi} \left(\frac{1 + \left(\frac{K_{P\phi}}{K_{i\phi}} \right) S}{S} \right) \quad G_\phi(S) = \frac{M}{1 + T_r S} \quad (\text{II.20})$$

La fonction de transfert en boucle ouverte avec compensation du pôle est:

$$F_\phi(S)_{BO} = \frac{K_{i\phi} M}{S} \quad \tau_{\phi_BO} = \frac{K_{P\phi}}{K_{i\phi}} = T_r \quad (\text{II.21})$$

La fonction de transfert du système en boucle fermée est :

$$F_{\phi}(S)_{BF} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{K_{i\phi}M} \right) S} \quad \tau_{\phi-BF} = \frac{1}{K_{i\phi}M} \quad (\text{II.22})$$

Pour un temps de réponse (t_{ϕ}), nous obtenons la condition suivante:

$$t_{\phi} = 3\tau_{\phi-BF}$$

II.5.1.3 Régulateur de vitesse

Nous avons pris une structure IP du régulateur.

Le schéma de cette boucle de régulation est illustré sur la figure suivant.

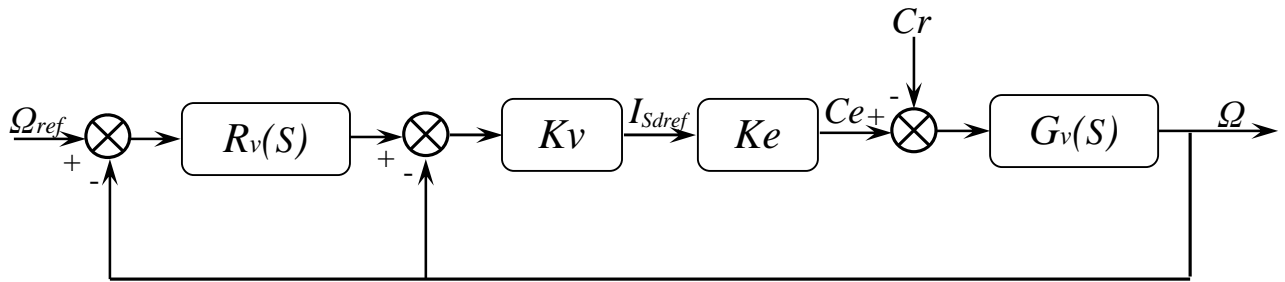


Fig. (II.8.a) : Régulation du vitesse

Le schéma de régulation en cascade retenu nécessite pour un bon fonctionnement, que la boucle interne soit plus rapide que la boucle externe.

Il est clair que le réglage de couple se fera par action sur le courant isq plutôt qu'une action sur le flux. Par conséquent, la sortie du régulateur de la boucle externe (vitesse) constitue la référence (l'entrée) de la boucle interne (courant isq).

$$Rv(S) = Kiv \left(\frac{1 + \left(\frac{Kpv}{Kiv} \right) S}{S} \right) \quad Gv(S) = \frac{1}{JS} \quad (\text{II.23})$$

$$Ke = \left(\frac{3}{2} \frac{PM}{L_r} \right) \Phi_{rd} : \text{Constante de couple électromagnétique.}$$

Les fonctions de transfert ($FTBO$ et $FTBF$) de la boucle interne avec ($Cr=0$) sont :

$$F_{IV}(S)_{BO} = \frac{KvKe}{JS} \quad (\text{II.24})$$

$$F_{IV}(S)_{BF} = \frac{1}{1 + \left(\frac{J}{KvKe} \right) S}$$

$\tau_{IV_BF} = J/KvKe$: Constante de temps en boucle fermée de la boucle interne.

En impose (t_{IV}) avec la condition $t_{IV} = 3\tau_{IV_BF}$

Les fonctions de transfert (FTBO et FTBF) de la boucle externe :

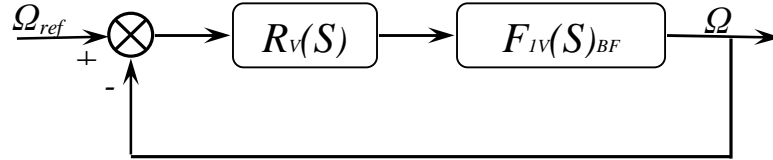


Fig. (II.8.b) : Régulation du vitesse

$$F_{2V}(S)_{BO} = \frac{Kiv}{S} \left(\frac{1 + \left(\frac{Kpv}{Kiv} \right) S}{1 + \left(\frac{J}{KvKe} \right) S} \right) \quad (II.25)$$

Par compensation des pôles la fonction devient :

$$F_{2V}(S)_{BO} = \frac{Kiv}{S}$$

Avec :

$$\frac{Kpv}{Kiv} = \frac{J}{KvKe} \quad (II.26)$$

La fonction de transfert en boucle fermé :

$$F_{2V}(S)_{BF} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{Kiv} \right) S} \quad (II.27)$$

$\tau_{2V_BF} = 1/Kiv$: Constante de temps en boucle fermée de la boucle externe.

Pour un temps de réponse (t_{2V})

$$t_{2V} = 3\tau_{2V_BF}$$

Le régulateur de vitesse permet de déterminer le couple de référence, afin de maintenir la vitesse correspondante. La dynamique de la vitesse est donnée par l'équation mécanique.

Les expressions des différents gains s'écrivent :

➤ Régulateurs des courants :

$$t_i = impose \Rightarrow K_{ii} = \frac{3R_{st}}{t_i} \quad K_{pi} = K_{ii} \frac{\sigma L_s}{R_{st}} \quad (II.28)$$

➤ Régulateur de flux :

$$t_\phi = N_1 * t_i \Rightarrow K_{i\phi} = \frac{3}{Mt_\phi} \quad K_{p\phi} = K_{i\phi} T_r \quad (II.29)$$

➤ Régulateur de la vitesse :

$$t_{1v} = N_2 * t_i \Rightarrow K_v = \frac{3}{t_{1v} K_e}$$

$$t_{2v} = N_3 * t_i \Rightarrow K_{iv} = \frac{3}{t_{2v}} \quad K_{pv} = \frac{K_{iv} J}{K_v K_e} \quad (II.30)$$

Avec :

$N_{1,2,3}$: Nombres réelle.

II.6 Simulation de l'ensemble Commande_Machine

Les résultats de simulation de l'ensemble Commande_Machine sont définis par l'imposition des variables de référence suivantes : $\Phi_{ref} = 1Wb, \Omega_{ref} = 157(rad/s)$.

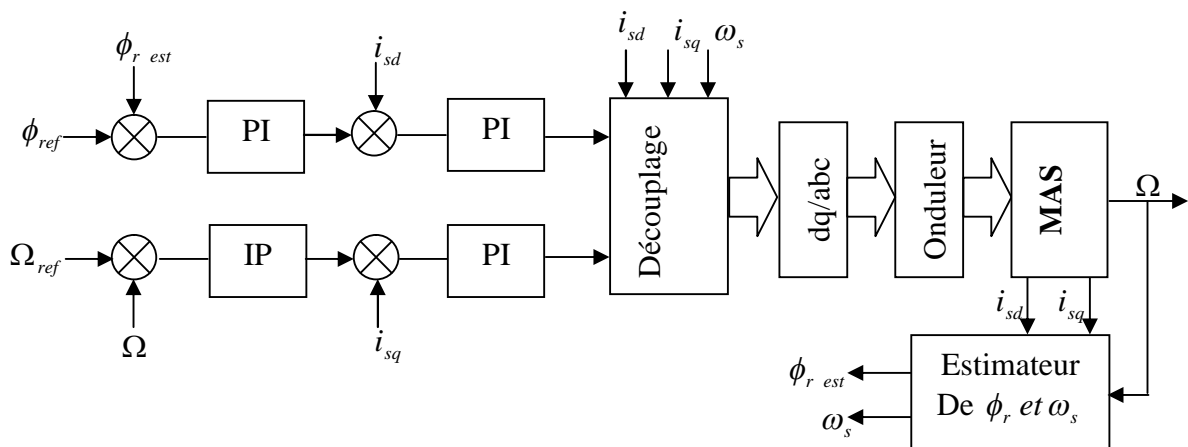


Fig. (II.9) : Schéma fonctionnel de la commande vectorielle.

II.6.1 Essai en charge nominale après un démarrage à vide

La figure (II.10) montre l'évolution de la vitesse de rotation Ω (rad/s), du couple électromagnétique C_e , des flux Φ_{rd} Φ_{rq} , et de courants i_{sa} . Lors d'un fonctionnement à vide de la machine, suivi d'une perturbation de charge à $t = 1s$.

II.6.1.1 Simulation sans onduleur

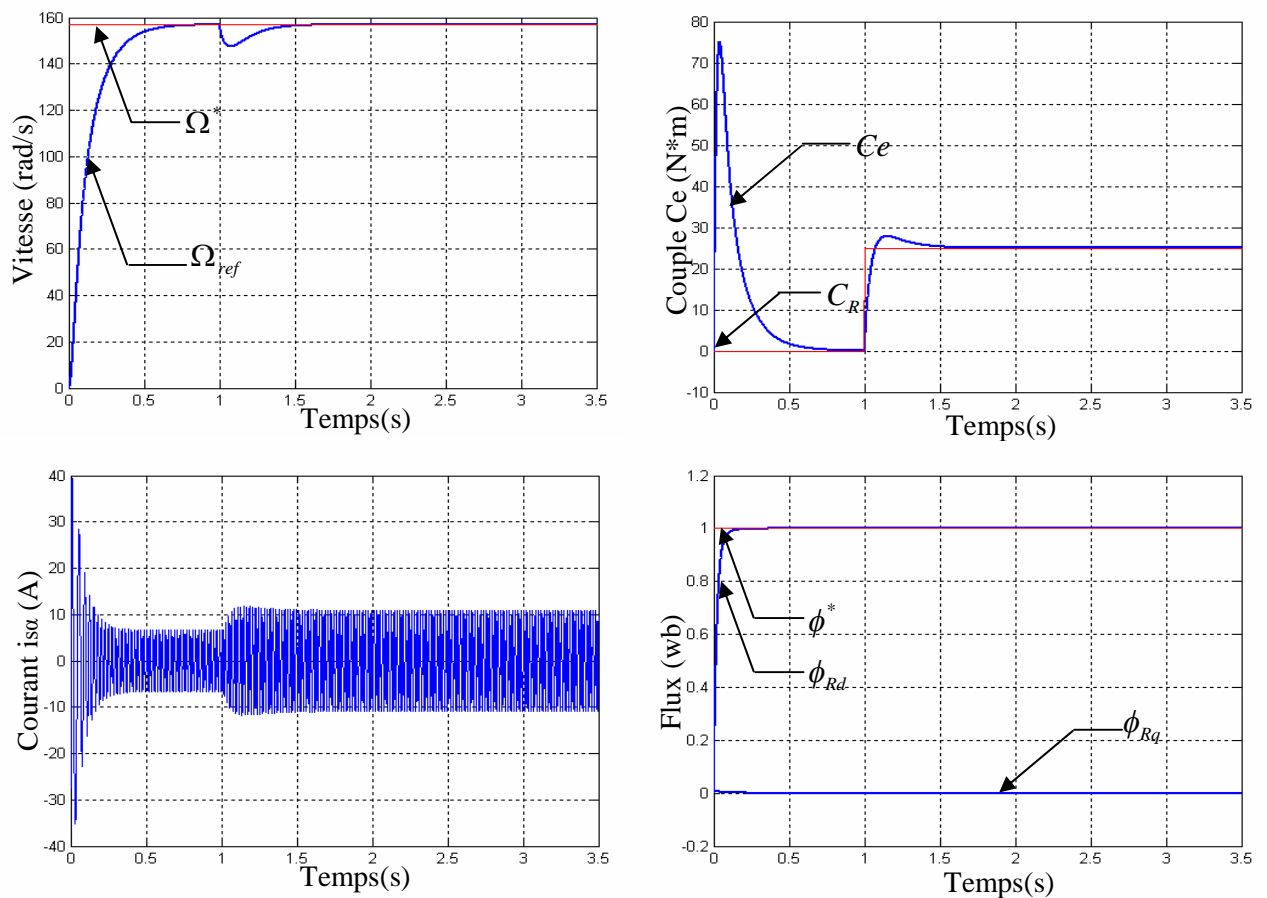


Fig. (II.10) : Essai à vide et en charge (sans onduleur).

On remarque que le courant i_{sa} présente des dépassements en régime transitoire qui disparaissent rapidement en régime permanent pour donner lieu à une forme sinusoïdale d'amplitude constante. Les flux rotoriques Φ_r suivent sa référence. Le couple électromagnétique subit un pic au premier moment de démarrage, puis converge vers zéro.

Après l'application de la charge à $t = 1s$ on remarque :

- L'allure de la vitesse présente une chute rejetée rapidement puis se stabilise à sa valeur de référence.

- Le transitoire du courant est maîtrisé, avec une forme sinusoïdale en régime permanent.
- le découplage entre le couple et le flux est maintenu ce qui nous permet de contrôler indépendamment l'un de l'autre.
- Le couple électromagnétique rejoint, après un régime transitoire, la valeur qui compense le couple résistant appliqué (25 N.m).

II.6.1.2 Simulation avec onduleur

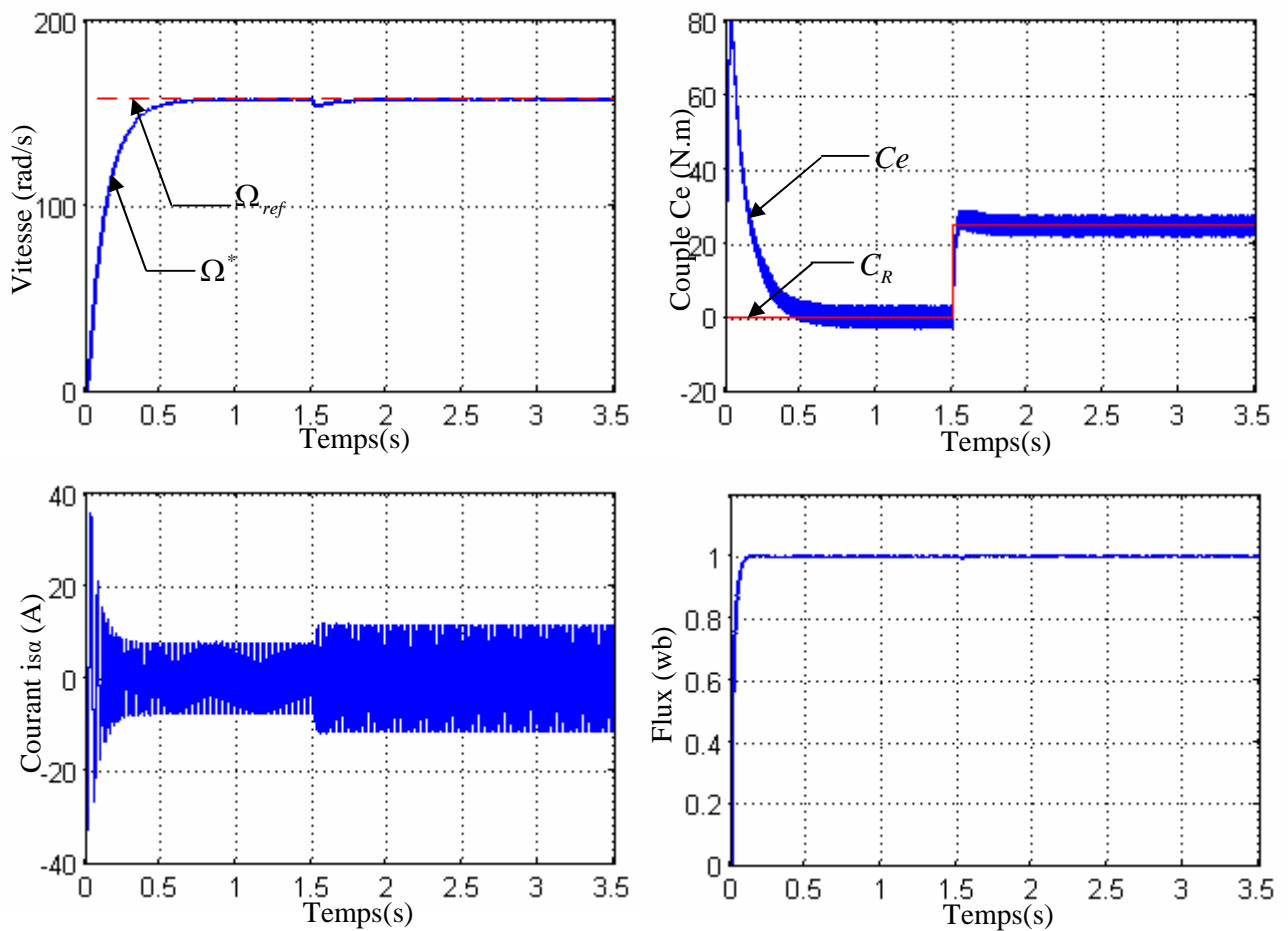


Fig. (II.11) : Essai à vide et en charge (avec onduleur).

On remarque la présence des ondulations sur la réponse du couple électromagnétique ; elles sont liées aux harmoniques de courant.

II.6.2 Tests de performance et de robustesse

Les tests de robustesse de la commande sont également effectués en charge.

II.6.2.1 Test avec variation de la charge

On présente les résultats de simulation de l'influence de la variation de la charge. En faisant une diminution du couple résistant de 10 N.m à $t = 1.5\text{ s}$ puis une augmentation de même valeur à $t = 2.5\text{ s}$

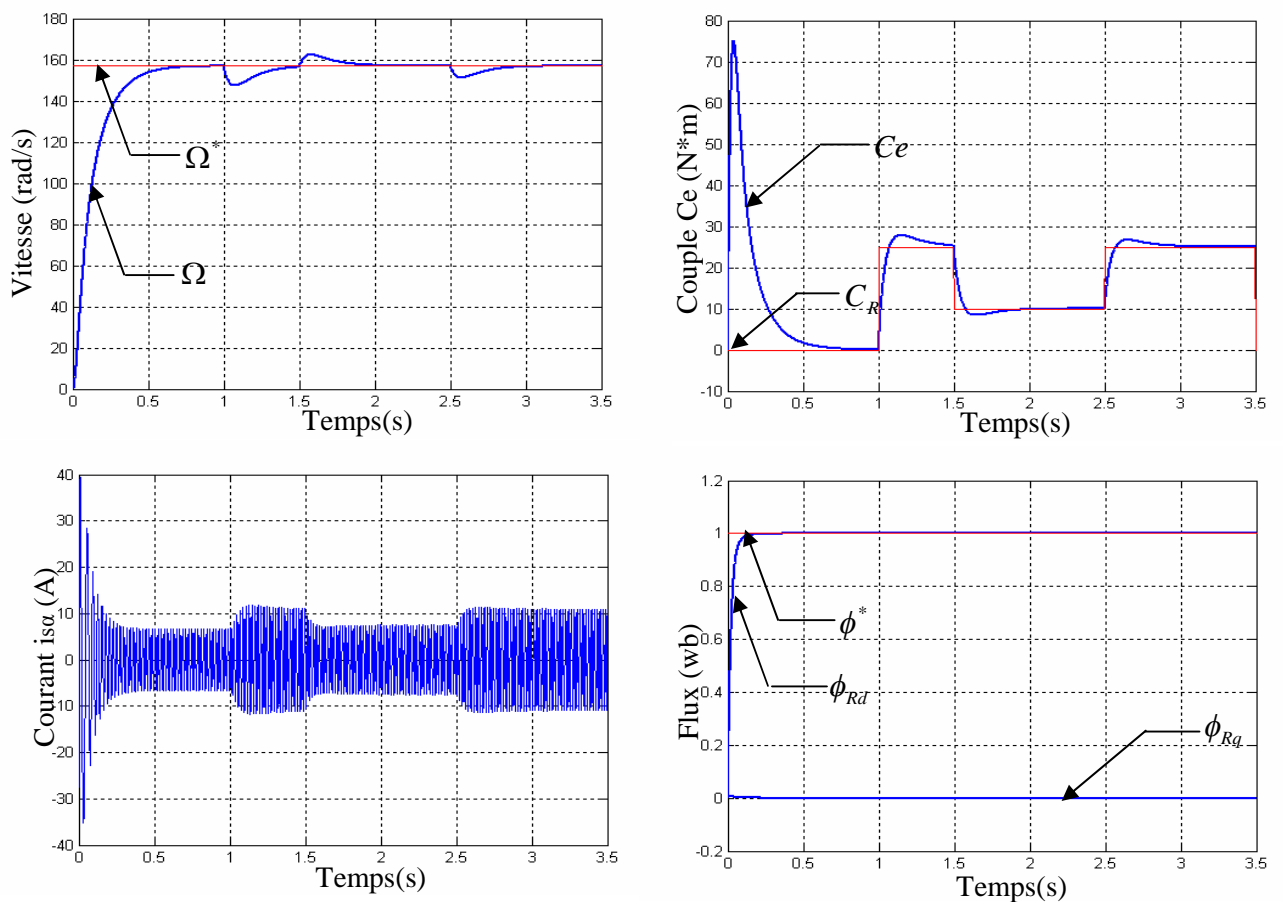


Fig. (II.12): Essai avec variation de la charge

Les résultats de simulation obtenus pour la variation de la charge de figure (II-12) montrent que les grandeurs telles que la vitesse, le couple, et les courants sont influés légèrement puis suivent leurs références.

On remarque la convergence du Φ_{rd} vers le flux de référence ainsi que Φ_{rq} vers zéro ce que montre le découplage entre le couple et le flux.

II.6.2.2 Test avec variation de la vitesse

En faisant une diminution de la vitesse de 36% à un instant choisi de $t = 1.5 \text{ s}$, puis une augmentation par rapport à cette dernière de même pourcentage à un instant choisi de $t = 2.5 \text{ s}$. La figure qui suit montre les résultats de cet essai.

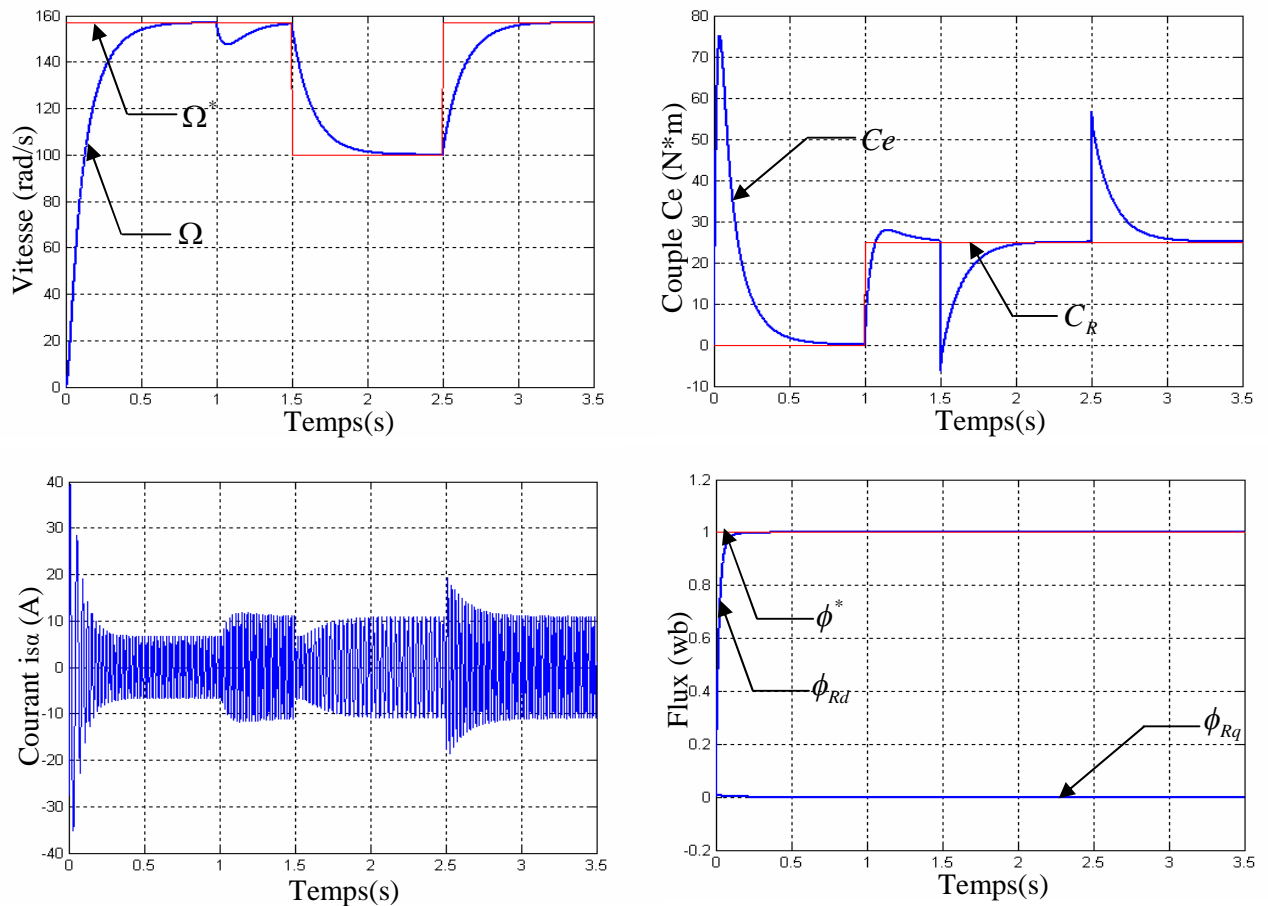


Fig. (II.13): Essai avec variation de la vitesse

La figure (II.13) montre que cette variation entraîne une variation de la fréquence statorique ce qui influe sur les courants.

On remarque que le système répond positivement à ce test. La vitesse suit sa nouvelle référence, ce qu'indique que la régulation est robuste, Le couple électromagnétique subit un pic puis suit la consigne sans erreur statique.

II.6.2.3 Test avec inversion du sens de rotation

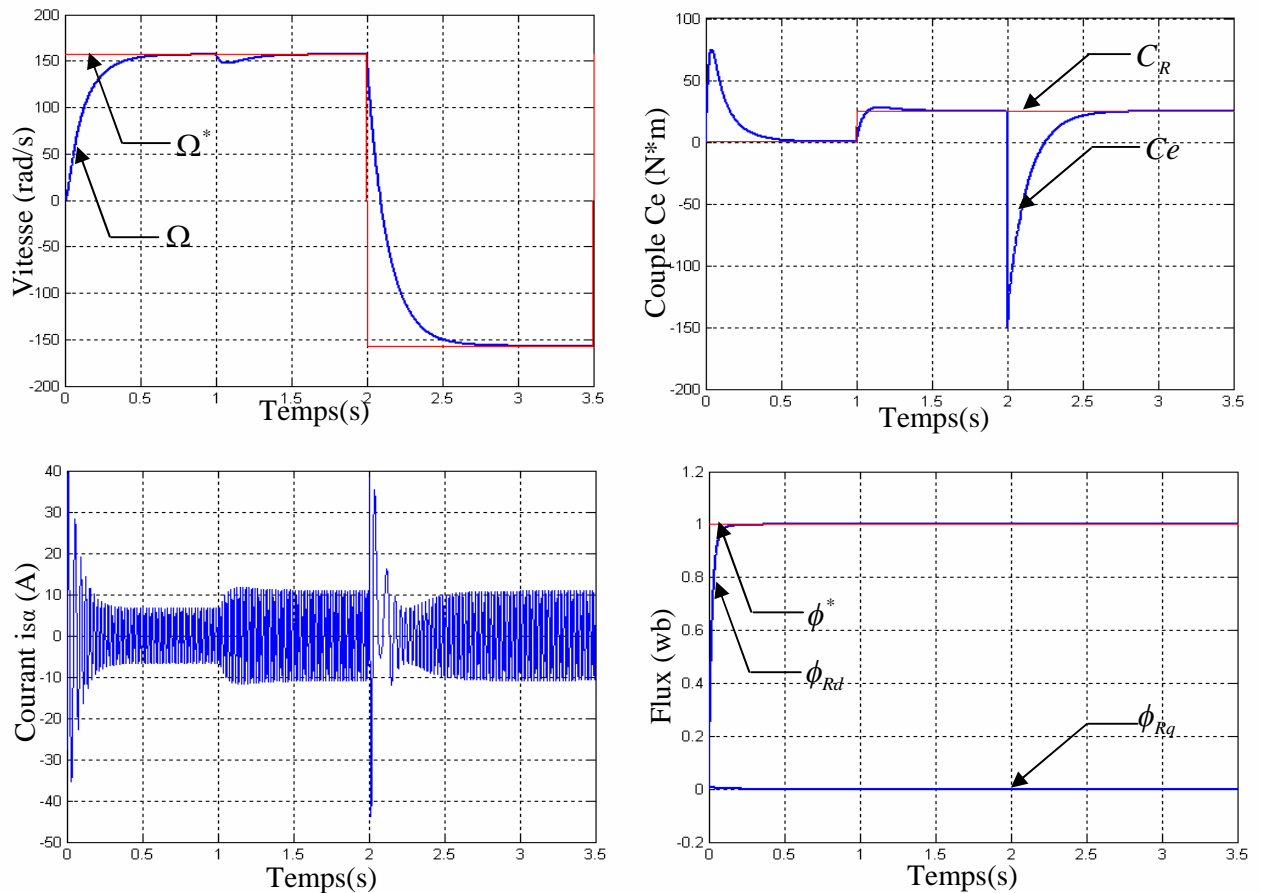


Fig. (II.14): Essai avec inversion du sens de rotation

La figure montre que le transitoire lors de ce test est relativement important en particulier au niveau du courant. Le couple subit un pic de transiction lors du passage d'un mode à l'autre, puis tient sa valeur sans erreur. Le découplage existe toujours, donc la régulation est robuste du point de vue contrôle de vitesse.

II.6.2.4 Test avec variation de la résistance rotorique

Une mauvaise identification des paramètres, ainsi que l'effet dû à l'échauffement pendant le fonctionnement d'une machine produisent des perturbations électriques internes.

La variation de la résistance rotorique est vraiment gênante puisque la valeur de la résistance intervient directement dans les algorithmes du contrôle. Comme R_r du moteur devient plus grande, la résistance résultante R_{sr} devient plus importante, alors que la constante de temps T_r diminue.

En simulation, une approche de ces perturbations a été introduite de la façon suivante : la valeur nominale de la résistance rotorique du moteur est appliquée pendant une durée de $1.5s$. Ensuite, elle est augmentée de 50% par rapport à sa valeur nominale pendant $1s$. Puis, cette résistance est augmentée dans le même rapport et pendant la même durée de temps.

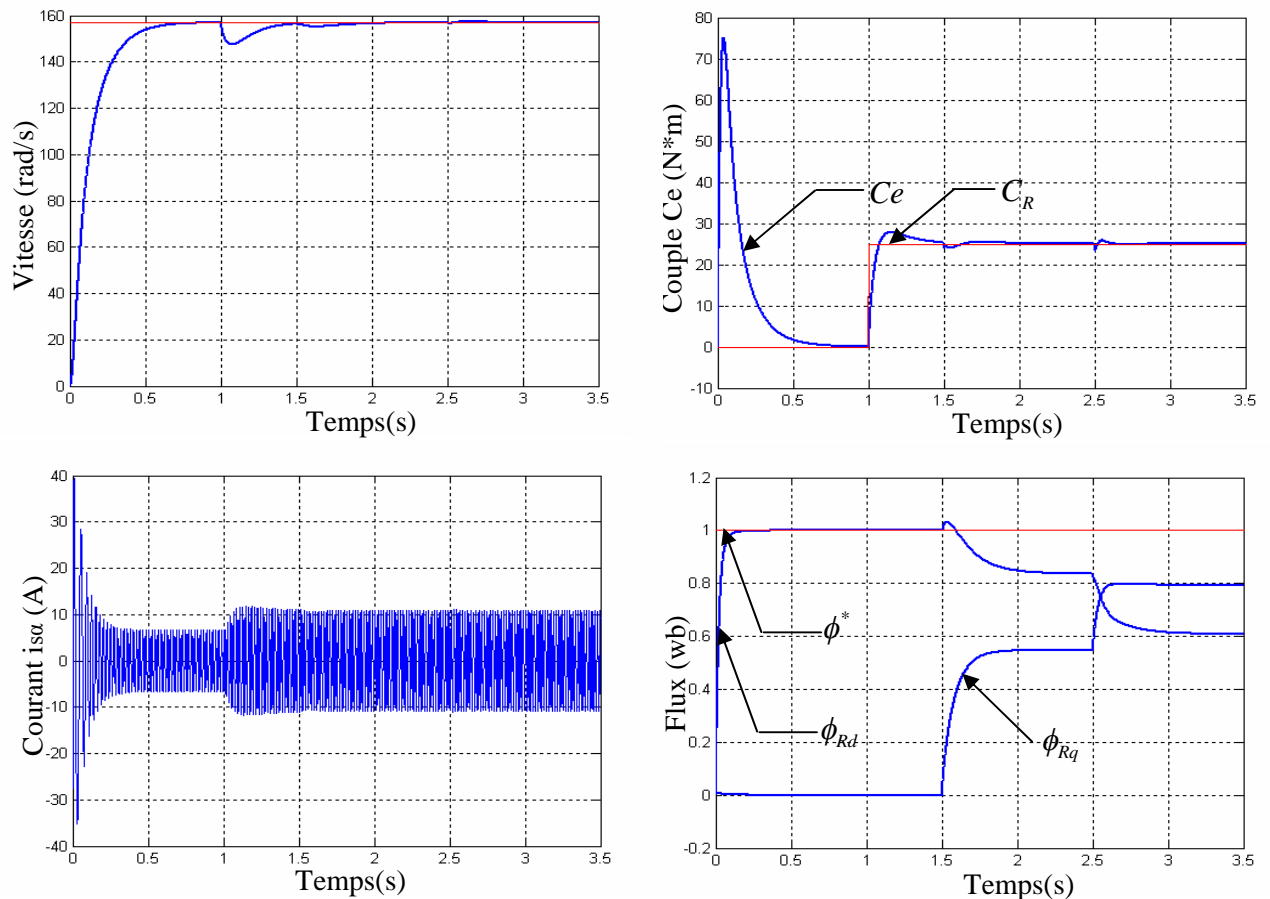


Fig. (II.15): Essai avec variation de la résistance rotorique.

Les résultats montrent qu'avant l'instant ($t = 1.5s$) c'est-à-dire à l'instant de variation de résistance rotorique ($R_r = 1.8 \Omega$) aucunes variation sur les courbes de vitesse, de couple, de courants et de flux.

A $t = 1.5s$, la résistance devient $1.5R_r$.

On constate d'après ce test que la variation de la résistance rotorique influe sur le découplage ($\Phi_{rq} \neq 0$) et ceci due aux régulateurs classiques qui sont dimensionnés avec la résistance initiale ($R_r = 1.8 \Omega$)

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la modélisation et la simulation d'une commande vectorielle de la machine (moteur) asynchrone sont présentées. Les résultats obtenus par la commande proposée montrent sa robustesse vis-à-vis des variations de la vitesse et de la charge.

Cette technique de commande possède un inconvénient majeur, car le comportement de la machine et de sa commande vectorielle est fortement dégradé par la variation des paramètres liés à la température (résistance rotorique). Ceci du aux régulateurs classiques qui sont dimensionné par les paramètres initiaux de la machine.

Dans le chapitre suivant, on va voir une nouvelle technique de commande, c'est la méthode de synthèse des correcteurs H_∞ pour commander la machine asynchrone.

Chapitre : III

Méthodes de synthèse fréquentielle H_{∞}

III.1 INTRODUCTION

Vers le début des années 1980, une nouvelle approche de la commande a vu le jour. Cette approche d'abord orientée vers le rejet de perturbation, consiste à poser le problème de la commande comme un problème de minimisation de la norme d'une matrice de transfert. La norme utilisée est la norme H_∞ qui a pour avantage de généraliser la notion de gain aux systèmes multivariables.

L'approche de synthèse H_∞ , consiste à spécifier certains objectifs sur les fonctions de transfert en boucle fermée. Ces objectifs sont spécifiés à travers un certain nombre de fonctions de transfert introduites pour pondérer les différents signaux du système ainsi que les incertitudes de modélisation. Le problème optimal consiste alors à trouver le correcteur qui minimise la norme de la matrice de transfert du modèle augmenté. Dans le cas d'un problème de robustesse en stabilité, cette norme correspond à l'inverse de la norme maximale de l'incertitude de modèle [13].

En 1989, Doyle a proposé un algorithme de résolution du problème H_∞ sous optimal. Cet algorithme nécessite la résolution de deux équations de Riccati et conduit à un correcteur d'ordre égal à celui du procédé augmenté par les fonctions de pondération.

Une autre approche de synthèse H_∞ est basée sur une représentation des incertitudes sous forme de perturbations additives sur les facteurs premiers de la matrice de transfert du système. Cette représentation conduit à un problème H_∞ particulier. Un des avantages de cette solution par rapport à celle du problème H_∞ standard est qu'elle permet de connaître a priori la valeur maximale de la perturbation de modèle pour laquelle la boucle fermée demeure stable et ceci pour le correcteur optimal [13].

III.2 Notions mathématiques

III.2.1 Décomposition en valeur singulière

La décomposition en valeur singulière (SVD) est l'un des outils les plus importants dans l'algèbre numérique linéaire moderne et l'analyse numérique. En raison de la nature algébrique linéaire de beaucoup de problèmes de commande et l'importance de la stabilité robuste, la décomposition en valeur singulière a réussi à pénétrer dans la théorie de la commande des systèmes.

Toute, matrice complexe A de dimensions $(l \times m)$ peut être factorisée en décomposition en valeurs singulières (SVD). Elle est définie par trois matrices dont le produit est [14] :

$$A = U \Sigma V^* \quad (\text{III.1})$$

Où les matrices U et V de dimensions respectives $(l \times l)$ et $(m \times m)$ sont unitaires ($UU^T = I$ et $VV^T = I$), et la matrice Σ de dimension $(l \times m)$, contient une matrice diagonale Σ_1 dont les éléments réels, et non négatifs sont les valeurs singulières σ_i , classées dans un ordre décroissant. Ce ne sont rien d'autre que les racines carrées des valeurs propres λ_i de la matrice $A^* A$:

$$\sigma_i(A(j\omega)) = \sqrt{A(j\omega) \cdot A(-j\omega)^T} \quad (\text{III.2})$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad l \geq m$$

Où :

$$\Sigma = [\Sigma_1 \quad 0]; \quad l \leq m$$

Avec :

$$\Sigma_1 = \text{diag} \{ \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k \}; \quad k = \min\{l, m\}$$

Et

$$\bar{\sigma} \equiv \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_k \equiv \underline{\sigma} \geq 0$$

La plus grande valeur singulière σ_1 définit une norme H_∞ sur la matrice A . Le nombre de valeurs singulières de A non nulles indique le rang de la matrice A .

Notons $\bar{\sigma}(A)$ et $\underline{\sigma}(A)$ la plus grande et la plus petite valeur singulière d'une matrice A .

Propriétés :

➤ si $\lambda(A)$ est une valeur propre de A , alors :

$$\underline{\sigma}(A) \leq |\lambda(A)| \leq \bar{\sigma}(A)$$

➤ si A^{-1} existe, alors :

$$\underline{\sigma}(A) = \frac{1}{\bar{\sigma}(A^{-1})}$$

➤ pour tout réel α :

$$\overline{\sigma}(\alpha A) = |\alpha| \overline{\sigma}(A), \quad \underline{\sigma}(\alpha A) = |\alpha| \underline{\sigma}(A)$$

La décomposition en valeurs singulières est très utilisée car numériquement elle est robuste.

III.2.2 Norme de Hankel

Un système peut être décrit par la matrice de transfert entrée/sortie $G(s)$ dans le domaine de Laplace par :

$$G(s) = D + C(sI - A)^{-1}B \quad (\text{III.3})$$

Sous l'hypothèse d'une matrice de transfert $G(s)$ stable. On définit la norme de Hankel comme suit [15] :

$$\|G\|_H = \max(\sigma_i^H(G)) = \sqrt{\lambda(PQ)} \quad (\text{III.4})$$

$$\sigma_i^H(G) = [\lambda_i(PQ)]^{1/2}$$

σ_i^H : Les valeurs singulières de Hankel.

PQ : Correspondent aux solutions définies positives de Lyapunov [15]

$$AP + PA^T + BB^T = 0$$

$$A^T Q + QA + C^T C = 0$$

III.2.3 Norme H_∞

La norme H_∞ d'une fonction de transfert $G(s)$ est définie par :

$$\|G\|_\infty = \max_{\omega \in R} |G(j\omega)| \quad (\text{III.5})$$

Dans le cas d'un système multivariables, la norme H_∞ est définie d'une manière analogue.

Pour une matrice de transfert $G(s)$ on définit :

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega \in R} \|G(j\omega)\| \quad (\text{III.6})$$

La norme matricielle $\|G(s)\|$ est égale à la valeur singulière maximale $\overline{\sigma}(G(s))$ de la matrice $G(s)$. D'où :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{w \in R} \overline{\sigma}(G(jw)) \quad (\text{III.7})$$

La norme H_∞ représente la valeur maximale du rapport entre l'énergie du signal de sortie et l'énergie du signal d'entrée. La minimisation de cette norme est nécessaire pour optimiser le rejet de perturbations et le suivi de consignes [15].

III.2.3.1 Propriétés de la norme H_∞

Considérons le cas d'un système :

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

Où U , Y sont respectivement l'entrée et la sortie du système et $G(s)$ est sa matrice de transfert.

La norme H_∞ possède deux propriétés :

- La norme H_∞ de la mise en série de deux systèmes, représentés respectivement par les matrices de transfert $G(s)$ et $H(s)$, c'est-à-dire la norme H_∞ du produit des deux matrices de transfert, est inférieure ou égale au produit de leurs deux normes H_∞

$$\|G(s)H(s)\|_\infty \leq \|G(s)\|_\infty \|H(s)\|_\infty \quad (\text{III.8})$$

- La norme H_∞ de la matrice de transfert de la mise en parallèle de deux systèmes $G(s)$ et $H(s)$ avec soit une entrée commune, soit une sortie commune, est supérieure ou égale à la plus grande des normes H_∞ de ces deux systèmes :

$$\left\| \begin{pmatrix} G(s) \\ H(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|G(s)\|_\infty, \|H(s)\|_\infty) \quad (\text{III.9})$$

$$\|(G(s) \ H(s))\|_\infty \geq \sup(\|G(s)\|_\infty, \|H(s)\|_\infty) \quad (\text{III.10})$$

$$\|G(s)H(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow |G(jw)| < \frac{\gamma}{|H(jw)|}; \forall w \in \mathfrak{R} \quad (\text{III.11})$$

La propriété (III.11) est fondamentale dans le cadre de la synthèse H_∞ car elle permet d'imposer un gabarit fréquentiel au système en boucle fermée [16].

III.3 Incertitudes dans un système

Soit $G_{réel}(s)$ la fonction de transfert décrivant exactement le système et $G(s)$ son modèle, qui sera forcément entaché d'incertitudes. Une façon d'évaluer la différence entre le système réel et son modèle est d'introduire un transfert stable $\Delta_G(s)$.

La quantité d'incertitude peut être évaluée par un paramètre réel $\varepsilon > 0$ tel que pour toute pulsation w , $|\Delta_G(jw)| \leq \varepsilon$. Cette dernière condition peut se réécrire $\|\Delta_G\|_\infty \leq \varepsilon$.

Deux types d'incertitudes sont définis dans la commande robuste sont les incertitudes structurées et non structurées [17].

III.3.1 Incertitude non structurée [15]

Représente habituellement les éléments liés à la fréquence comme des modes structuraux non modélisés dans la haute gamme de fréquence, ou perturbations de modèle dans la gamme de basse fréquence. Leurs relations au modèle nominal peuvent être l'un ou l'autre

Additif :

$$G_{réel}(s) = G(s) + \Delta_G(s) \quad (\text{III.12})$$

Ou multiplicatif :

$$G_{réel}(s) = (I + \Delta_G)G(s) \quad (\text{III.13})$$

La figure (III.1), montre L'incertitude non structurée additive et multiplicative.

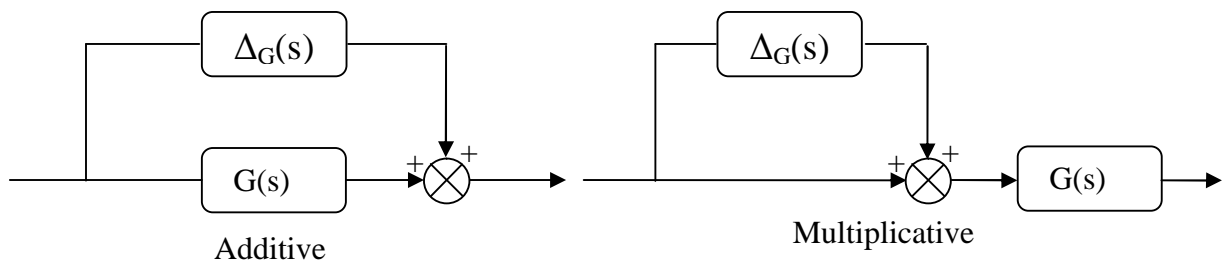


Fig. (III.1): Incertitudes non structurée.

III.3.2 Incertitude structurée

Représente des variations paramétriques de modèle dynamique, comme

- incertitude dans certaines entrées des matrices de l'espace l'état (A, B, C, D).
- incertitudes dans les pôles et/ou les zéros de la fonction de transfert.
- incertitudes dans les gains/phases de boucle.

III.4 Equation du système contrôlé

Les spécifications du cahier des charges se formalisent naturellement par des contraintes portant sur les modules des fonctions de transfert du système en boucle fermée. Comme ces fonctions dépendent non linéairement du correcteur $K(s)$, alors la recherche de $K(s)$, de façon à satisfaire ces contraintes peut être très complexe, même dans le cas d'une structure simple pour le correcteur $K(s)$. L'idée fondamentale des méthodes de synthèse de lois de commande en automatique fréquentielle classique consiste à transformer ces contraintes portant sur des fonctions de transfert du système en boucle fermée en contraintes portant sur la fonction de

transfert du système en boucle ouverte $L(s) = G(s)K(s)$. L'intérêt est que $L(s)$ est une fonction linéaire de $K(s)$.

La synthèse H_∞ est née de la recherche d'un outil qui, à partir des contraintes sur les modules des fonctions de transfert en boucle fermée, recherche directement s'il existe un correcteur $K(s)$ tel que les fonctions de transfert en boucle fermée satisfassent les contraintes sur leur module et, si oui, fournit un tel correcteur [18].

On considère le schéma classique d'un système $G(s)$ bouclé par un correcteur $K(s)$ Figure (III.2).

Les signaux d'entrée sont :

- La consigne $r(t)$.
- La perturbation en entrée du système $b(t)$.
- Le bruit de mesure $w(t)$.

Ainsi que les signaux de sortie :

- L'erreur de suivi de référence $e(t)$.
- La commande $u(t)$ délivrée par le correcteur $K(s)$.
- La sortie de système $y(t)$

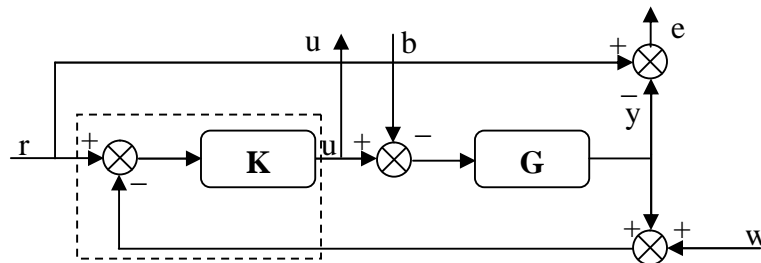


Fig. (III.2) : Système en boucle fermée

Les objectifs de performance traduisent par le fait que pour des signaux d'entrée $r(t)$, $b(t)$ et $w(t)$ appartenant à des ensembles bien définis, un correcteur est recherché tel que les signaux de sortie $y(t)$ et $u(t)$ appartiennent à des ensembles correspondant aux spécifications du cahier des charges.

Le cahier des charges peut contenir quatre classes de spécifications :

- Suivi de trajectoires de référence : il s'agit d'étudier l'influence du signal de référence sur le signal d'erreur.

- Rejet/atténuation du perturbation : il s'agit d'étudier l'influence du signal de perturbation sur le signal d'erreur.
- Atténuation des bruits de mesure : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de bruit sur le signal de commande et sur le signal de sortie.
- Commande modérée : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de référence et du signal de perturbation sur le signal de commande.

En notant $T_{x \rightarrow y}$ la fonction de transfert du signal d'entrée x vers le signal de sortie y , on a les relations suivantes entre les sorties et les entrées du système :

$$e(s) = T_{r \rightarrow e}(s)r(s) + T_{b \rightarrow e}(s)b(s) + T_{w \rightarrow e}(s)w(s) \quad (\text{III.14})$$

$$U(s) = T_{r \rightarrow u}(s)r(s) + T_{b \rightarrow u}(s)b(s) + T_{w \rightarrow u}(s)w(s)$$

Ou :

- $T_{r \rightarrow e}(s) = S(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)}$: Appelée fonction de sensibilité
- $T_{r \rightarrow y}(s) = T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)}$: Appelée fonction de transmission. Elle est

aussi nommée fonction de sensibilité complémentaire car on a la relation

$$S(s) + T(s) = 1$$

- $T_{b \rightarrow e}(s) = G(s)S(s)$.
- $T_{r \rightarrow u}(s) = K(s)S(s)$.
- $T_{w \rightarrow u}(s) = -K(s)S(s)$.
- $T_{w \rightarrow e}(s) = T(s)$

III.4.1 Stabilité

La stabilité est la propriété qui permet à un système perturbé le retour à son état d'équilibre en temps fini lorsque l'effet de la perturbation a cessé. Cette propriété est essentielle pour garantir le fonctionnement d'un système [19].

III.4.1.1 Stabilité Classique

Dans le cas des systèmes linéaires invariants. La propriété de stabilité peut être testée en vérifiant la localisation des pôles de la matrice de transfert $G(s)$ ou de façon équivalente, des

valeurs propres de la matrice A dans une certaine région du plan complexe. Pour les systèmes continus cette région est le demi-plan complexe gauche ouvert [18].

III.4.1.2 Stabilité interne

Une notion très importante est celle de stabilité interne. Une boucle fermée est dite stable de façon interne si toutes les fonctions de transfert du système en boucle fermée produisent des sorties bornées ($e(t)$ et $u(t)$) à partir d'entrées des amplitudes bornées ($r(t), b(t)$ et $w(t)$). Ainsi, pour qu'il y ait stabilité interne, il faut que les fonctions de transfert $S(s), T(s), G(s)S(s)$ et $K(s)S(s)$ soient simultanément stables.

Il est d'autre part possible de démontrer qu'il y a stabilité interne si et seulement si la fonction de transfert $S(s)$ est stable et s'il n'y a pas de compensations pôles-zéros instables entre le système $G(s)$ et le correcteur $K(s)$ [4].

III.5 Approche H_∞ standard

Afin d'apporter une facilité méthodologique à la résolution des problèmes de type H_∞ , une représentation connue sous la dénomination « forme standard » a été introduite, qui apporte une certaine clarté de formulation puisqu'elle contient à la fois le système à commander et le correcteur associé. La représentation est donnée à la Figure (III.3).

Où :

- le vecteur des sorties commandées $z(t)$.
- le vecteur des entrées de critère $w(t)$.
- le vecteur des sorties mesurées $y(t)$.
- le vecteur des entrées de commande $u(t)$.

Le système P admet pour équations d'état :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

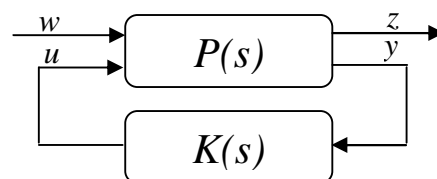


Fig. (III.3) : Problème sous forme standard

Dans cette figure, $P(s)$ représente le « modèle augmenté », et $K(s)$ le correcteur. Le système. $P(s)$ est formé des quatre transferts multivariables existant entre les entrées u (commande du système) et w (consignes, perturbations, ...) et les sorties y (mesures) et z (sorties régulées) :

Dans le domaine de Laplace, les équations du système se réécrivent :

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{23}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

$$\begin{bmatrix} z(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad \text{Et} \quad u(s) = K(s)y(s)$$

Soit :

$$z(s) = \underbrace{(P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s))}_{F_l(P,K)=P^*K} w(s) \quad (\text{III.17})$$

$F_l(P, K)$: est appelée Transformation Fractionnaire Linéaire inférieure (LFT).

La représentation d'état du système augmenté Figure (III.3) est donnée classiquement sous la forme suivante [14].

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

III.5.1 Problème H_∞

De manière générale, le calcul d'un correcteur H_∞ de la forme standard Figure (III.3) peut se ramener d'une part à un problème de stabilisation du système bouclé et de rejet de perturbations, d'autre part à un problème de minimisation.

III.5.1.1 Problème H_∞ optimal

Minimiser la norme $\|F_l(P, K)\|_\infty$ entre les entrées et les sorties régulées sur l'ensemble des correcteurs $K(s)$ qui stabilisent le système de manière interne. Le minimum est noté γ_{opt} est appelé gain « H_∞ -optimal» [16].

III.5.1.2 Problème H_∞ sous optimal

Consiste, pour un réel positif γ donné, trouver un correcteur $K(s)$ telle que :

- Le système bouclé $F_l(P, K)$ soit stable (tous les pôles du système en boucle fermée sont à partie réelle négative).
- $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$.

Ce problème peut être résolu par deux méthodes possibles. Elles sont en général mise en oeuvre numériquement sur un ordinateur [16].

III.5.2 Méthodes de résolution

Deux méthodes de résolution sont plus particulièrement utilisées. Toutes les deux utilisent une représentation d'état de la matrice $P(s)$. La première est basée sur la résolution de deux équations de Riccati. La seconde conduit à un problème de faisabilité sous des contraintes exprimées par des Inégalités Matricielles Linéaires (LMI).

Ces deux méthodes conduisent à des correcteurs d'ordre égal à celui de la matrice $P(s)$, qui comprend le modèle du système à réguler augmenté soit par les filtres exprimant les objectifs de synthèse (l'approche standard) soit par les réseaux correcteurs effectuant le modelage de la boucle ouverte (l'approche par loop-shaping) [14].

III.5.2.1 Méthode de résolution du problème H_∞ fondée sur les LMI

Cette méthode fondée sur un outil d'analyse plus que sur un outil de synthèse, le lemme borné réel. La résolution effectuées en deux étapes. En premier lieu, la faisabilité du correcteur H_∞ est testée par le BRL. En deuxième lieu, le correcteur est calculé.

Cette méthode de calcul du correcteur offre plus de flexibilité, mais demande un temps de calcul considérable, spécialement pour les systèmes de grandes dimensions. Dans ce cas, des méthodes algébriques dérivées seraient plus appropriées.

III.5.2.2 Résolution du problème H_∞ fondée sur les équations de Riccati

Par cette approche, le problème admet une solution si les quatre hypothèses suivantes sont vérifiées [14].

- (A, B_1) et (A, B_2) sont stabilisables.
- (C_1, A) et (C_2, A) sont détectables.
- $D_{12}^T [C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad I]$.

$$\triangleright \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}.$$

$$\triangleright D_{11} = D_{22} = 0$$

Sous les hypothèses précédemment énoncées. Il existe un correcteur $K(s)$ solution du problème H_∞ standard si et seulement si : [4]

1. La matrice hamiltonienne $\begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix}$ n'a pas de valeurs propres

sur l'axe imaginaire et il existe une matrice symétrique $X \geq 0$ telle que :

$$XA + A^T X + X(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T)X + C_1^T C_1$$

2. La matrice hamiltonienne $\begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix}$ n'a pas de valeurs propres

sur l'axe imaginaire et il existe une matrice symétrique $Y \geq 0$ telle que :

$$YA^T + AY + Y(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)Y + B_1 B_1^T = 0$$

3. $\rho(XY) < \gamma^2$ ou $\rho(\cdot)$: correspond au module de la plus grande valeur propre (rayon spectral).

La recherche du γ optimal est effectuée par dichotomie en testant, à chaque itération, l'existence d'une solution $K(s)$ pour le γ défini. Les algorithmes couramment implantés fournissent une solution appelée « correcteur central ». Cependant, il existe une infinité de solutions au problème sous optimal [4].

La valeur γ_{opt} peut être approchée on suit le processus suivant :

- a. Choix d'un niveau de tolérance e sur le calcul de la valeur γ_{opt} et de deux valeurs γ_{inf} et γ_{sup} telles que, pour $\gamma = \gamma_{sup}$, le problème H_∞ standard admette une solution et que, pour $\gamma = \gamma_{inf}$, le problème H_∞ standard n'admette pas de solution.
- b. On teste si pour $\gamma = (\gamma_{sup} + \gamma_{inf})/2$, le problème H_∞ standard admet une solution. Si oui alors $\gamma_{sup} = \gamma$ sinon $\gamma_{inf} = \gamma$.
- c. Si $(\gamma_{sup} - \gamma_{inf}) > e$ alors retourner en (b) sinon continuer.
- d. Calcul de la représentation d'état du correcteur permettant d'obtenir une norme H_∞ proche de γ_{opt} .

Un correcteur $K_\infty(s)$ solution du problème H_∞ sous-optimal en γ , est donné par :

$$K(s) = F_1(K_a(s), \Phi(s)) \tag{III.19}$$

Ou $K_a(s)$ est déterminé par :

$$K_a(s) = \left[\begin{array}{c|cc} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B}_2 \\ \hline \hat{C}_1 & 0 & \hat{D}_{12} \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_{21} & 0 \end{array} \right] \tag{III.20}$$

Et :

$$\begin{aligned} \hat{A} &= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X + B_2 F + Z L C_2 \\ \hat{B} &= -Z L, \hat{B}_2 = Z B_2 \\ \hat{C}_1 &= F, \hat{C}_2 = -C_2 \\ \hat{D}_{12} &= I, \hat{D}_{21} = I \\ F &= -B_2^T X, L = -Y C_2^T, Z = (I - \gamma^{-2} Y X) \end{aligned} \tag{III.21}$$

$\Phi(s)$ Désigne un paramètre libre satisfaisant $\Phi(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ et $\|\Phi\|_\infty < \gamma$.

Dans le cas où $\Phi(s) = 0$, $K(s)$ est appelé correcteur central.

Le schéma de principe du problème sous-optimal est donné à la Figure (III.4).

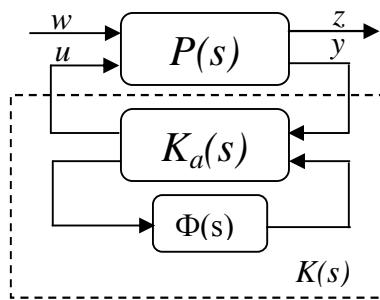


Fig (III.4) : Paramétrisation de la solution du problème sous-optimal

III.6 Synthèse H_∞ par « facteurs premiers »

La factorisation première est largement réponde dans la théorie de la commande H_∞ . Toute fonction de transfert $G(s)$ réelle rationnelle et propre peut être représentée comme division de deux facteurs stables [20].

$$G(s) = \frac{N(s)}{M(s)}$$

Le but de la commande \mathcal{H}_∞ par facteurs premiers est de maximiser la robustesse face à des dynamiques négligés intervenant sur les facteurs premiers du système en boucle ouverte. ce problème peut se ramener à un problème \mathcal{H}_∞ standard.

A noter cependant que dans le cas de la commande \mathcal{H}_∞ standard la minimisation de la norme \mathcal{H}_∞ se fait par dichotomie (itérations), et que la résolution est assez complexe. Alors que cette résolution est beaucoup plus simple dans le cas de la commande \mathcal{H}_∞ par facteurs premiers. Il existe une solution analytique au problème d'optimisation, ce qui nous permet en particulier de calculer directement la valeur minimale atteignable de la norme \mathcal{H}_∞ , sans dichotomie.

III.6.1 Factorisation première

Tout d'abord, définissons les notions de factorisation première à droite, à gauche et double pour des fonctions de transfert matricielles. On note \mathcal{RH}_∞ l'ensemble des fonctions de transfert matricielles stable, autrement dit, de norme \mathcal{H}_∞ finie [21].

III.6.1.1 Définitions

- Deux fonctions de transfert matricielles $M(s)$ et $N(s)$ de \mathcal{RH}_∞ sont dites facteurs premières à droite sur \mathcal{RH}_∞ , si elles ont le même nombre de colonnes et s'il existe deux fonctions de transfert matricielles $X_r(s)$ et $Y_r(s)$ telles que :

$$\begin{bmatrix} X_r(s) & Y_r(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(s) \\ N(s) \end{bmatrix} = I \quad (\text{III.22})$$

- Deux fonctions de transfert matricielles $\tilde{M}(s)$ et $\tilde{N}(s)$ de \mathcal{RH}_∞ sont dites facteurs premières à gauche sur \mathcal{RH}_∞ , si elles ont le même nombre de lignes et s'il existe deux fonctions de transfert matricielles $X_l(s)$ et $Y_l(s)$ telles que :

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}(s) & \tilde{N}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_l(s) \\ Y_l(s) \end{bmatrix} = I \quad (\text{III.23})$$

Soit $G(s)$ une fonction de transfert matricielle, une factorisation première à droite de $G(s)$ est donnée par la factorisation :

$$G(s) = N(s) M^{-1}(s) \quad (\text{III.24})$$

Où $M(s)$ et $N(s)$ sont les facteurs premiers à droite sur \mathcal{RH}_∞ . De même, une factorisation première à gauche de $G(s)$ est donnée par :

$$G(s) = \tilde{M}^{-1}(s) \tilde{N}(s) \quad (\text{III.25})$$

Où $\tilde{M}(s)$ et $\tilde{N}(s)$ sont les facteurs premiers à gauche sur \mathcal{RH}_∞ [21].

Une fonction de transfert matricielle $G(s)$ de \mathcal{RH}_∞ admet une double factorisation première s'il existe une factorisation première à droite $G(s) = N(s) M^{-1}(s)$, et une factorisation première à gauche : $G(s) = \tilde{M}^{-1}(s) \tilde{N}(s)$ et $X_r(s) Y_r(s), X_l(s) Y_l(s)$ de \mathcal{RH}_∞ telles que :

$$\begin{bmatrix} X_r(s) & Y_r(s) \\ -\tilde{N}(s) & \tilde{M}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M(s) & -Y_l(s) \\ N(s) & X_l(s) \end{bmatrix} = I \quad (\text{III.26})$$

III.6.1.2 Factorisation première à gauche normalisée

Si $M(s)$ de \mathcal{RH}_∞ est une matrice carrée avec $\det(M(s)) \neq 0$, et $(N(s), M(s))$ facteurs premières à gauche sur \mathcal{RH}_∞ . Une factorisation première à gauche particulière, appelée factorisation première gauche normalisée, dans laquelle :

$$\tilde{N}(s)\tilde{N}^*(s) + \tilde{M}(s)\tilde{M}^*(s) = I \quad (\text{III.27})$$

Avec :

$$\tilde{N}^*(s) = \tilde{N}^T(-s) \text{ Et } \tilde{M}^*(s) = \tilde{M}^T(-s)$$

Des représentations d'état de $\begin{pmatrix} N(s) \\ M(s) \end{pmatrix}$ et $(\tilde{N}(s) \quad \tilde{M}(s))$ s'obtiennent par la résolution de

deux équations de Riccati :

$$\begin{aligned} A^T X + XA - XBB^T X + C^T C &= 0 \\ AY + YA^T - YC^T CY + BB^T &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Une représentation d'état pour \tilde{N} , \tilde{M} est :

$$\tilde{N} = \begin{bmatrix} A - BB^T X & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad \tilde{M} = \begin{bmatrix} A - YC^T C & -YC^T \\ C & I \end{bmatrix}$$

III.6.2 Stabilisation robuste face a une perturbation sur les facteurs premiers du modèle

Pour une factorisation première à gauche normalisée donnée, nous définissons l'ensemble de modèle.

$$G_\varepsilon = \left\{ \begin{array}{l} G_\Delta(s) = (\tilde{M}(s) + \Delta_{\tilde{M}}(s))^{-1} (\tilde{N}(s) + \Delta_{\tilde{N}}(s)) \\ (\Delta_{\tilde{M}}(s), \Delta_{\tilde{N}}(s)) \in \mathfrak{RH}_\infty \text{ et } \left\| \begin{bmatrix} \Delta_{\tilde{N}}(s) & \Delta_{\tilde{M}}(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty < \varepsilon \end{array} \right\} \quad (\text{III.29})$$

Où

ε : est une borne d'incertitude, appelée marge de stabilité.

$\tilde{M}(s)$ et $\tilde{N}(s)$: représentent les facteurs premières à gauche normalisé de $G(s)$.

Les erreurs de modélisation peuvent être alors représentées sous forme de perturbation additive sur les facteurs premiers

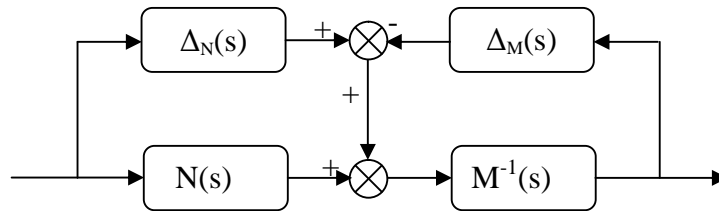


Fig. (III.5) : Perturbation sur les facteurs premiers a gauche

On cherche le correcteur stabilisant $K(s)$ qui maximise la robustesse face aux perturbations de modèle Δ_M, Δ_N . On constate que le problème peut être ramené à un problème H_∞ standard, dans lequel, on cherche à maximiser la marge de stabilité ε_{\max} .

$$\left\| \begin{bmatrix} I \\ K(s) \end{bmatrix} (I - G(s)K(s))^{-1} \begin{bmatrix} I & G(s) \end{bmatrix} \right\| \leq \gamma = \varepsilon^{-1} \quad (\text{III.30})$$

$$\varepsilon_{\max}^{-1} = \inf_{K(s)} \|F_1(P, K)\|_\infty = \inf_{K(s)} \left\| \begin{bmatrix} I \\ K(s) \end{bmatrix} (I - G(s)K(s))^{-1} \tilde{M}^{-1} \right\|_\infty$$

Il est bien évidemment possible d'appliquer la méthode H_∞ standard (γ itérations) pour calculer ε_{\max} et un correcteur sous optimal associé. Cependant, dans le cas particulier de perturbations sur les facteurs premiers normalisés du processus, on peut résoudre le problème de façon directe de sorte que ε_{\max} peut être directement obtenu comme :

$$\varepsilon_{\max}^2 = \gamma_{\min}^{-2} = 1 - \left\| \begin{bmatrix} \tilde{M} & \tilde{N} \end{bmatrix} \right\|_H^2 = \frac{1}{(1 + \lambda(XY))} \quad (\text{III.31})$$

De ou :

$\| \cdot \|_H$: La norme de Hankel d'un système.

X, Y : Solutions des équations de Riccati (III.28)

On calcule un correcteur sous optimal correspondant à une marge de stabilité $\varepsilon < \varepsilon_{\max}$.

Une représentation d'état du correcteur central est donnée ci après :

$$K(s) = \begin{bmatrix} A - BB^T X + \varepsilon^{-2} ZYC^T C & \varepsilon^{-2} ZYC^T \\ B^T X & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

Où :

$$Z = (1 + YX - \varepsilon^{-2})^{-1} \quad \text{et} \quad \gamma = 1/\varepsilon < \varepsilon_{\max}$$

III.6.3 Modelage de la boucle ouverte (loopshaping)

Cette technique exige seulement une forme désirée de boucle ouverte dans le domaine fréquentielle. Deux fonctions, $W_1(s)$ (pré-compensateur) et $W_2(s)$ (post-compensator), sont indiquées pour former le modèle augmenté $G_a(s)$ de sorte que la forme désirée de boucle ouverte soit réalisée. Le modèle formé est formulé comme facteur premier normalisé qui sépare le modèle $G_a(s)$ dans le nominateur normaliser $N_a(s)$ et le facteur dénominateur $M_a(s)$. Dans tout modèle $G(s)$, le modèle $G_a(s)$ formé est formulée comme :

$$G_a = W_2 G W_1 \Rightarrow \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

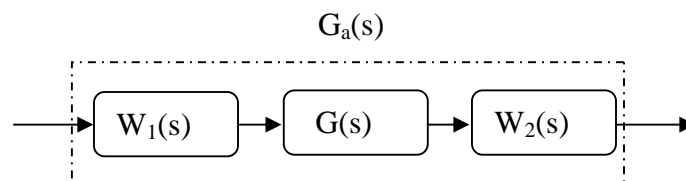


Fig. (III.6) : Schéma du système augmenté

$$G_a = (N_a + \Delta_{N_a})(M_a + \Delta_{M_a})^{-1}$$

Avec :

$$\| \Delta_{N_a}, \Delta_{M_a} \|_\infty \leq \varepsilon$$

III.6.3.1 Choix de fonctions de pondération

Le choix de la fonction pondération est très important dans la conception. Nous choisissons W_1 et W_2 tels que le modèle formée de la boucle ouverte présente les propriétés suivantes :

- réalisant les bonnes performances et le bon rejet de perturbation en exigeant un grand gain en boucle ouverte à une gamme de basse fréquence.
- réalisent le bon rejet de bruit et bonne stabilité robuste en exigeant un petit gain en boucle ouverte à une gamme de haute fréquence.

Le choix de la fréquence de coupure, c.-à-d., la fréquence où le gain de la boucle ouverte du modèle formée intersecté la ligne 0dB. Nous choisissons la fréquence de coupure pour réaliser la largeur de bande désirée de notre correcteur [20].

III.6.3.2 Conception de loop-shaping

On présente les étapes suivantes :

1. Modelage de la fonction de transfert en boucle ouverte en employant pré compensateur W_1 et/ou post-compensateur W_2 pour obtenir la forme désirée de la boucle. W_1 est employé pour obtenir les performances désirées et atténué les perturbations et W_2 pour atténuer le bruit.

Nous choisissons W_1 comme fonction de pondération d'action intégrale, ce qui fait une erreur zéro d'état d'équilibre. W_2 peut être choisi comme matrice d'identité.

2. Minimisation de $\| \cdot \|_\infty$ la norme de la matrice de transfert $T_{z \rightarrow w}$ au-dessus de tous contrôleurs stabilisants K pour obtenir γ_{opt} comme :

$$\gamma_{opt} = \varepsilon_{opt}^{-1} = \inf \left\| \begin{bmatrix} I \\ K \end{bmatrix} (I + G_a K)^{-1} M_a^{-1} \right\|_\infty \quad (\text{III.34})$$

Le résultat ε_{opt} est une mesure de robustesse de la boucle formée désirée. Elle indique également la compatibilité de la fonction de pondération avec la commande robuste de modèle.

$$\gamma_{opt} = \varepsilon_{opt}^{-1} = (1 + \lambda_{\max}(XY))^{1/2} \quad (\text{III.35})$$

3. Choisir $(\varepsilon < \varepsilon_{opt})$ puis synthétise le contrôleur K_∞ satisfait.

$$\begin{aligned} \|T_{z \rightarrow w}\|_\infty &= \left\| \begin{bmatrix} I \\ K_\infty(s) \end{bmatrix} (I - G_a(s)K_\infty(s))^{-1} M_a^{-1} \right\|_\infty \\ &= \left\| \begin{bmatrix} I \\ K_\infty(s) \end{bmatrix} (I - G_a(s)K_\infty(s))^{-1} \begin{bmatrix} I & G_a(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty \leq \varepsilon^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

4. Le correcteur final $K_f(s)$ prend la forme suivante :

$$K_f(s) = W_1(s)K_\infty(s)W_2(s) \quad (\text{III.37})$$

III.7 Conclusion

Le problème H_∞ peut être résolu par deux méthodes possibles. La première méthode repose sur la résolution d'une série d'équations de Riccati. C'est la solution la plus simple et la plus fiable numériquement. Cependant, elle nécessite la vérification d'un certain nombre d'hypothèses qui peuvent être non vérifiées. Une deuxième solution au problème H_∞ permet de faire l'économie de ces hypothèses, au prix d'une complexité algorithmique augmentée. Une telle méthode est basée sur la résolution d'un problème d'optimisation convexe sous contraintes d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

De ces deux solutions, seule la première est exposée car elle reste la plus intéressante au niveau rapport qualité du résultat sur quantité de calculs à effectuer. Cette dernière sera appliquée et utilisée dans la régulation de la machine asynchrone en boucle fermée dans le chapitre suivant.

Chapitre : IV

Régulation H_{∞} de courant d'une commande vectorielle

IV.1 Introduction

La synthèse \mathcal{H}_∞ des correcteurs est une approche récemment appliquée aux commandes des ensembles convertisseur-machine prenant en compte les bruits injectés sur le processus et les variations des paramètres intervenant dans les modèles. Les correcteurs obtenus ont des coefficients constants et sont donc adaptés aux fréquences d'échantillonnages élevées nécessitées par ce type de processus. Cette synthèse recherche un compromis robustesse/performance.

Ce chapitre traite l'application de la synthèse \mathcal{H}_∞ par factorisation première pour calculer les correcteurs \mathcal{H}_∞ assurent la régulation de courant d'une commande vectorielle découplée implantée sur une machine asynchrone alimentée en tension.

IV.2 Synthèse des correcteurs \mathcal{H}_∞

La fonction de transfert qui lie les tensions de commande U_{sd} , U_{sq} et les courant i_{sd} , i_{sq} est :

$$i_{sd,sq} = G(s)U_{sd,sq} = \frac{k}{\tau s + 1} U_{sd,sq} \quad (\text{IV.1})$$

Avec

$$k = \frac{1}{R_s + \left(\frac{M^2}{L_r T_r} \right)}, \tau = \frac{\sigma L_s}{R_s + \left(\frac{M^2}{L_r T_r} \right)}$$

La représentation d'état associée à la fonction de transfert $G(s)$ est :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} -239.1632 & 1 \\ 83.9976 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.2})$$

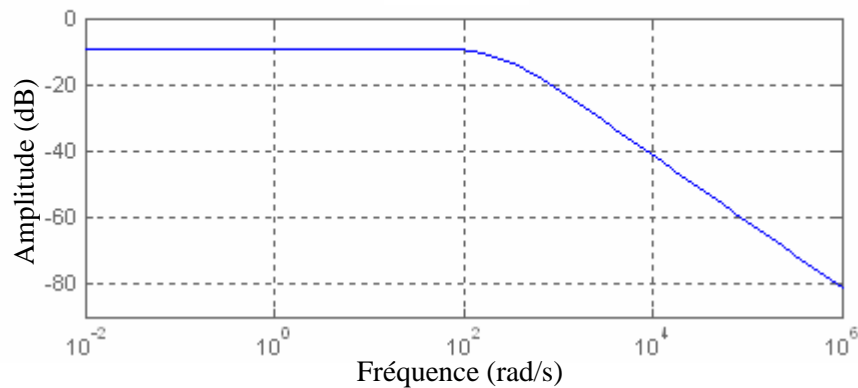


Fig (IV.1) : Représentation Fréquentiel de $G(s)$

La mise en œuvre de la méthode s'effectue en deux étapes. Le comportement fréquentiel du modèle nominal $G(s)$ à commander est tout d'abord modifié par l'introduction de pré- et post compensateurs $W_1(s)$ et $W_2(s)$:

$$W_1(s) = \frac{24500 (s + 318.6) (s + 31.39)}{s^2 (s + 4500)} \quad (\text{IV.3})$$

$$W_2(s) = 1 \quad (\text{IV.4})$$

Le modèle nominal est alors remplacé par le modèle augmenté :

$$G_a(s) = W_2(s)G(s)W_1(s)$$

$$G_a(s) = \frac{2057941.2017 (s + 318.6) (s + 31.39)}{s^2 (s + 4500) (s + 239.2)} \quad (\text{IV.5})$$

Les fonctions de pré- et post compensations $W_1(s)$ et $W_2(s)$ sont choisies de façon que la fonction de transfert du système augmenté $G_a(s)$ présente un gain suffisamment élevé en basse fréquence pour réduire l'effet des perturbations et assurer de bonnes performances et présente un gain faible en haute fréquence, pour réduire l'effet du bruit de mesure assurant la robustesse.

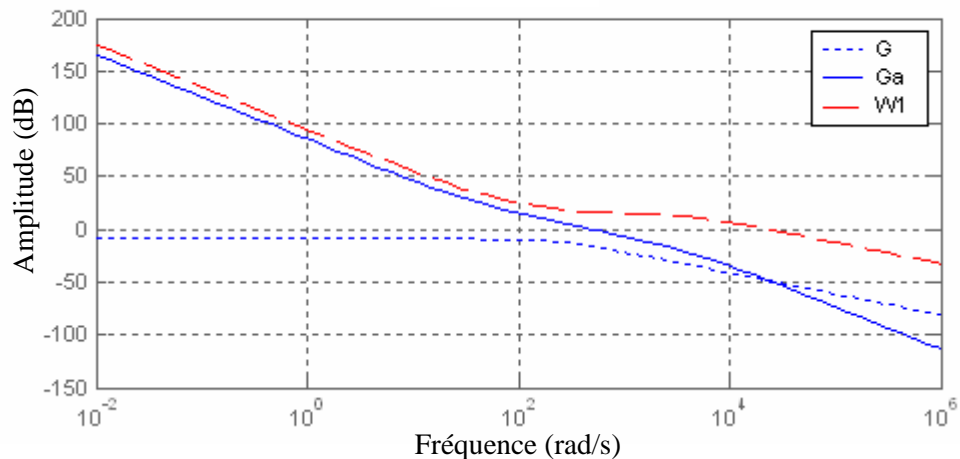


Fig. (IV.2) : Représentation Fréquentiel de $G_a(s)$ et $W_1(s)$

La boucle fermée du système augmenté est représentée par la figure (IV.3). On considère comme vecteur d'entrée du critère, le vecteur $w = [b \quad d]^T$ et comme vecteur de sortie du

critère $z = [Y \ u]^T$. Le signal mesuré relié par $K(s)$ est $y = Y + d$ et le signal de commande u .

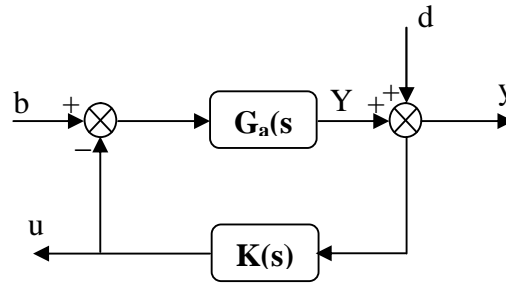


Fig. (IV.3) : Système augmenté en boucle fermée

La représentation d'état de $G_a(s)$ est donnée par :

$$\left[\begin{array}{c|c} A_a & B_a \\ \hline C_a & D_a \end{array} \right] \equiv \left[\begin{array}{cccc|c} -4,7 \cdot 10^3 & -10,762 \cdot 10^5 & 0 & 0 & 1 \\ 0,0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0000 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 2 \cdot 10^6 & 7,2 \cdot 10^8 & 2,0579 \cdot 10^{10} & 0 \end{array} \right] \quad (IV.6)$$

Tel que :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_a x + B_a b - B_a u \\ Y = C_a x + D_a b - D_a u \\ z = \begin{bmatrix} Y \\ u \end{bmatrix} \\ y = C_a x + D_a b - D_a u + d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = A_a x + [B_a \ 0]w - B_a u \\ z = \begin{bmatrix} C_a \\ 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} D_a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} w + \begin{bmatrix} -D_a \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y = C_a x + [D_a \ 1]w - D_a u \end{cases} \quad (IV.7)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A &= A_a \\ B_1 &= [B_a \ 0], \quad B_2 = -B_a \\ C_1 &= \begin{bmatrix} C_a \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_2 = C_a \\ D_{11} &= \begin{bmatrix} D_a & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} -D_a \\ 1 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = [D_a \ 1], \quad D_{22} = -D_a \end{aligned}$$

Vérification des hypothèses pour la résolution du problème \mathcal{H}_∞ .

- Les paires (A, B_1) et (A, B_2) sont commandables, donc stabilisables.
- Les paires (C_1, A) et (C_2, A) sont observables, donc détectables.
- $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

$$\begin{aligned} \triangleright & \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \\ \triangleright & D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{22} = 0. \end{aligned}$$

Sous MATLAB, la recherche d'un correcteur $K(s)$ tel que le problème H_∞ admet une solution pour le plus petit γ possible tel que la norme H_∞ suivante sera :

$$\left\| \begin{bmatrix} I \\ K(s) \end{bmatrix} (I + G_a(s)K(s))^{-1} \begin{bmatrix} G_a(s) & I \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (\text{IV.8})$$

Le correcteur H_∞ est synthétisé à partir du modèle augmenté $G_a(s)$, est d'ordre 3.

$$\text{Avec : } \varepsilon_{\max} = 0.3889, \quad \gamma_{\min} = \frac{1}{\varepsilon_{\max}} = 2.5713$$

$$K(s) = \frac{2.3689 (s + 4500) (s + 239.2) (s + 0.3679)}{(s + 4500) (s + 239.2) (s + 2.065)} \quad (\text{IV.9})$$

La structure de commande est obtenue en associant en série $W_2(s)$, $K(s)$, $W_1(s)$

$$\begin{aligned} K_f(s) &= W_1(s)K(s)W_2(s) \\ K_f(s) &= \frac{58037.1659 (s + 4500) (s + 318.6) (s + 239.2) (s + 31.39) (s + 0.3679)}{s^2 (s + 4500)^2 (s + 239.2) (s + 2.065)} \quad (\text{IV.10}) \end{aligned}$$

Le fait que les méthodes de synthèse automatique donnent un correcteur d'ordre au moins égal à l'ordre du système est une condition qui permet d'obtenir un algorithme de synthèse efficace. Mathématiquement, si lors de la synthèse, on cherche à obtenir un correcteur d'ordre plus faible, la formulation du problème ne permet pas d'obtenir un algorithme efficace.

La méthode H_∞ construit un correcteur d'ordre égal à l'ordre du système augmenté $G_a(s)$. De plus, les correcteurs obtenus peuvent présenter certains pôles et zéros très proches ou égales. Il est alors impératif de les simplifier proprement car ils ne contribuent pas de façon significative à la politique de commande. D'un point de vue qualitatif, dans le cas de la recherche d'un correcteur d'ordre réduit, celui-ci doit assurer les mêmes performances que le correcteur complet.

$$K_r(s) = \frac{58037.1659 (s + 318.6) (s + 31.39) (s + 0.3679)}{s^2 (s + 4500) (s + 2.065)} \quad (\text{IV.11})$$

La figure (IV.4) montre les réponses fréquentielles de la fonction de transfert augmentée $G_a(s)$ et celle de la boucle ouverte finale $K_f(s)G(s)$. On remarque que la forme de $G_a(s)$ respecte le modelage effectué lors du loop-shaping. On remarque aussi que dans les zones où la réponse de la boucle ouverte présente, soit un gain élevé, soit un gain faible, l'écart entre les valeurs singulières obtenues à l'issue du loop-shaping et celles de la boucle ouverte finale, est très petit.

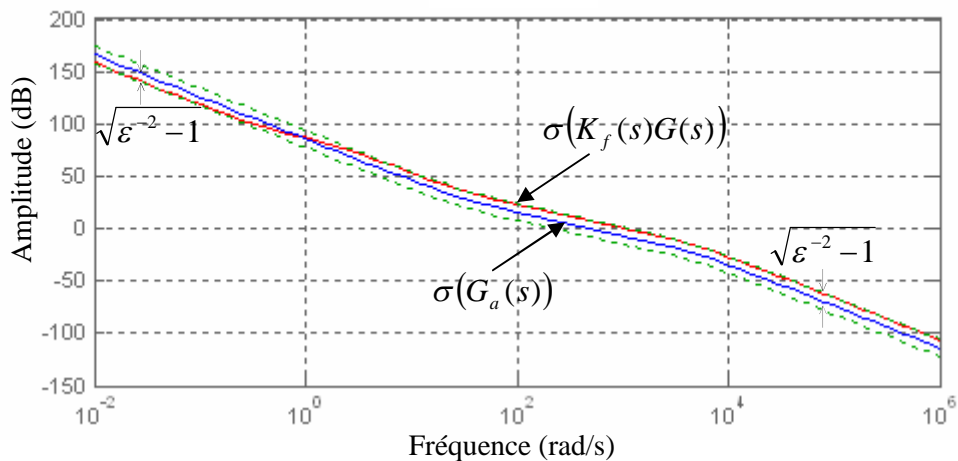


Fig. (IV.4) : Réponse fréquentielle de $G_a(s)$, et $K_f(s)G(s)$

IV.3 Simulation de l'ensemble Commande_Machine

Dans cette partie, nous allons remplacer le régulateur classique de courant du schéma de commande vectorielle par le correcteur H_∞ synthétisée.

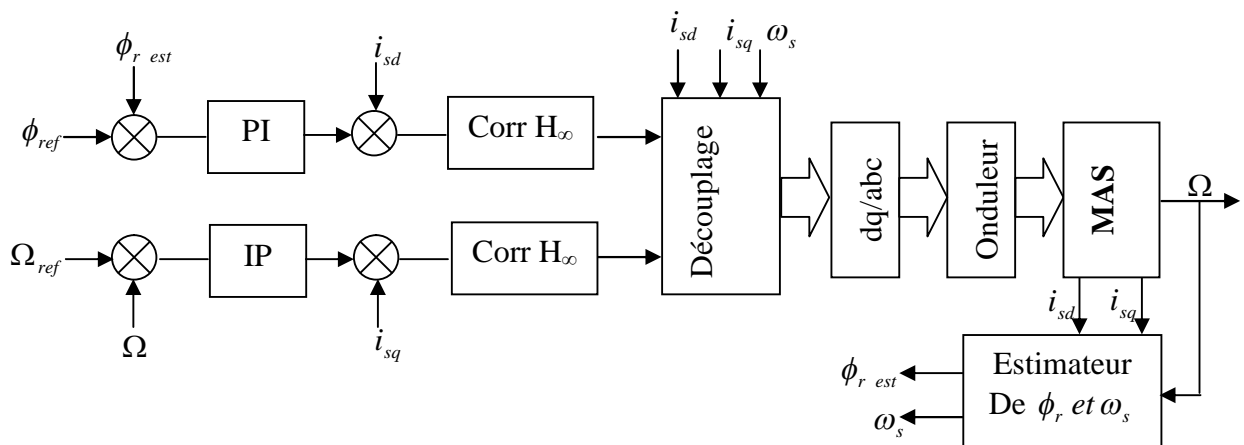


Fig. (II.5) : schéma fonctionnel du système de commande.

IV.3.1 Essai en charge nominale après un démarrage à vide

La figure (IV.6) montre l'évolution de la vitesse de rotation Ω (rad/s), du couple électromagnétique C_e , des flux Φ_r et de courants isa . Lors d'un fonctionnement à vide de la machine, suivi d'une perturbation de charge à $t = 1.5s$.

IV.3.1.1 Simulation sans onduleur

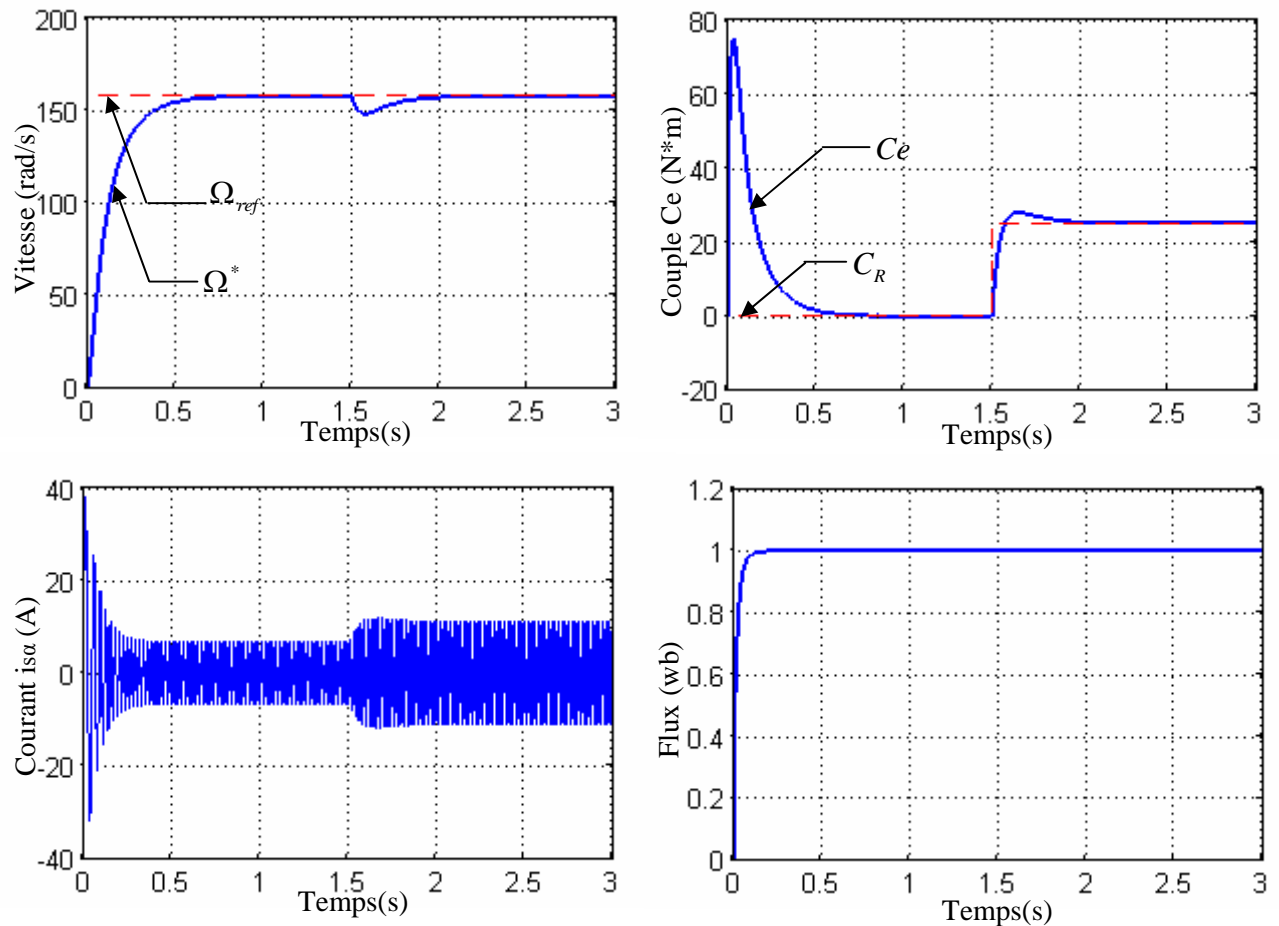


Fig. (IV.6) : Essai à vide et en charge (sans onduleur)

On remarque dans la figure (IV.6) que le courant isa présente des dépassements en régime transitoire qui disparaissent rapidement en régime permanent pour donner lieu à une forme sinusoïdale d'amplitude constante. Le flux rotorique Φ_r suit sa référence. Le couple électromagnétique subit un pic au premier moment de démarrage, puis converge vers zéro.

Après l'application de la charge à $t = 1.5 s$ on remarque :

- L'allure de la vitesse présente une chute rejetée rapidement puis se stabilise à sa valeur de référence.

- Le transitoire du courant est maîtrisé, avec une forme sinusoïdale en régime permanent.
- le découplage entre le couple et le flux est maintenu ce qui nous permet de contrôler indépendamment l'un de l'autre.
- Le couple électromagnétique rejoint, après un régime transitoire, la valeur qui compense le couple résistant appliqué (25 N.m).

IV.3.1.2 Simulation avec onduleur

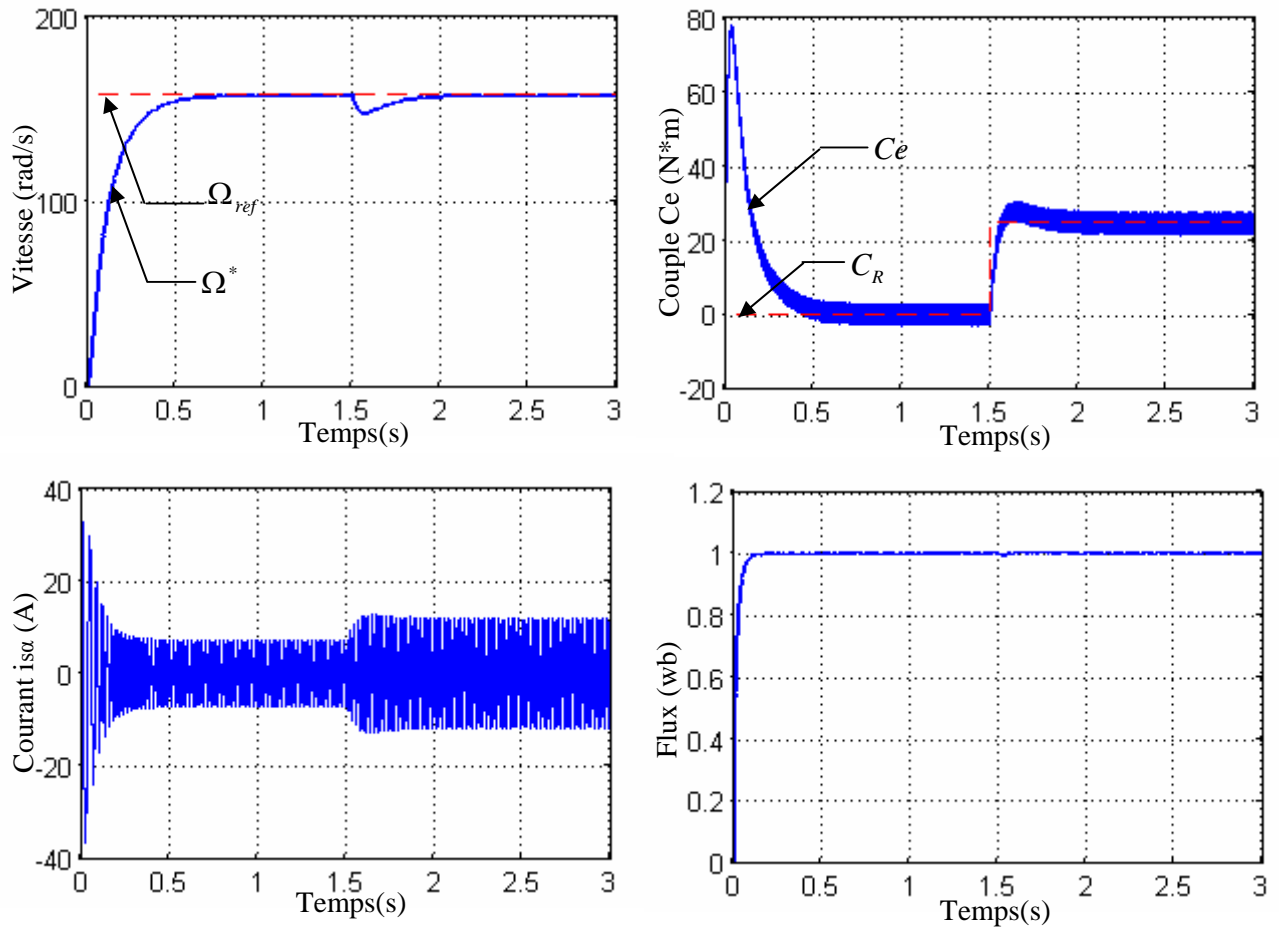


Fig. (IV.7) : Essai à vide et en charge (avec onduleur)

On remarque dans la figure (IV.7) la présence des ondulations sur la réponse du couple électromagnétique elles sont liées aux harmoniques de courant.

IV.3.2 Teste de Performance et de robustesse

IV.3.2.1 Teste avec variation de la charge

8

La figure (IV.8) représente la vitesse, le couple, le flux et le courant statorique (i_{sa}) de la machine asynchrone dans le cas d'un démarrage à vide, pour une référence de vitesse 157rad/s .

A l'instant $t=1\text{s}$ on applique un couple $C_r=10\text{N.m}$, puis rejoint la valeur $C_r=25\text{N.m}$ à $t=2\text{s}$, on constate que le couple répond instantanément et la vitesse garde toujours sa forme sans dépassement, ainsi que le flux ne présente aucune déformation.

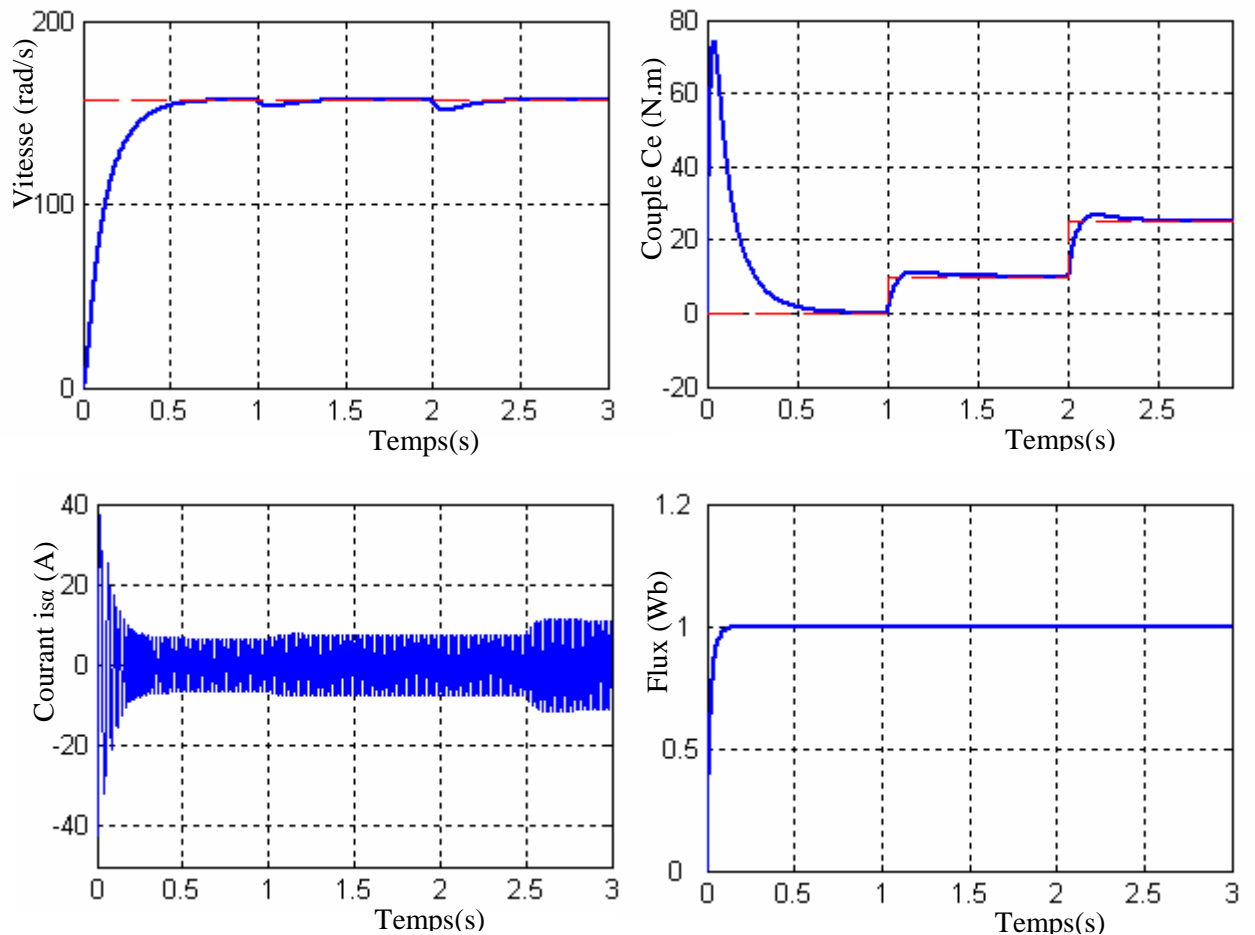


Fig. (IV.8) : Essai avec variation de la charge.

IV.3.1.2 Teste avec l'inversion de sens de rotation

La figure (IV.9) représente les résultats obtenus avec les régulateurs \mathcal{H}_∞ . L'essai représente une inversion de vitesse de 157 à -157 sous une charge de 25 Nm .

On remarque que la vitesse suit sa référence sans dépassements. Les allures des grandeurs, couple électromagnétique et courant statorique présentent des pics lors de l'inversion de la vitesse avant de se stabiliser à leurs valeurs désirées, aussi on constate que le flux rotorique suit parfaitement la référence sans erreur statique.

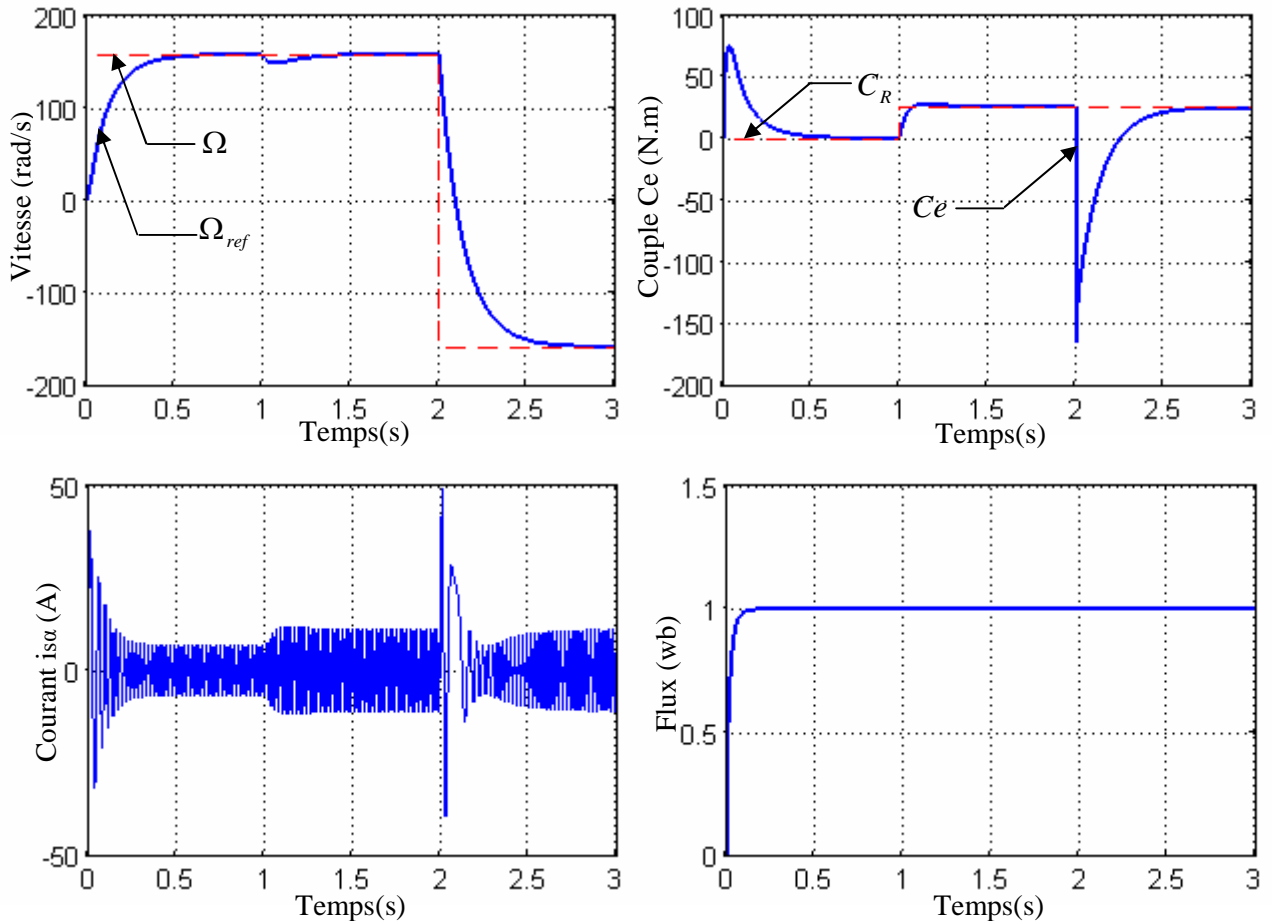


Fig. (IV.9) : Essai avec inversion du sens de rotation

IV.3.2.3 Teste avec variation de la résistance rotorique

En simulation, une fois le régime permanent du système établi, la valeur de la résistance rotorique R_r de la machine asynchrone, est augmentée de 100% par rapport à sa valeur nominale à partir de $t = 2$ s.

Les résultats de simulation obtenus pour la variation de la résistance rotorique sont présentés sur la figure (IV.10). la vitesse et le couple dans les deux courbes suivent leurs références. Les courbes de courant de flux et de couple présentent des petites déformations au moment de la variation de la résistance rotorique.

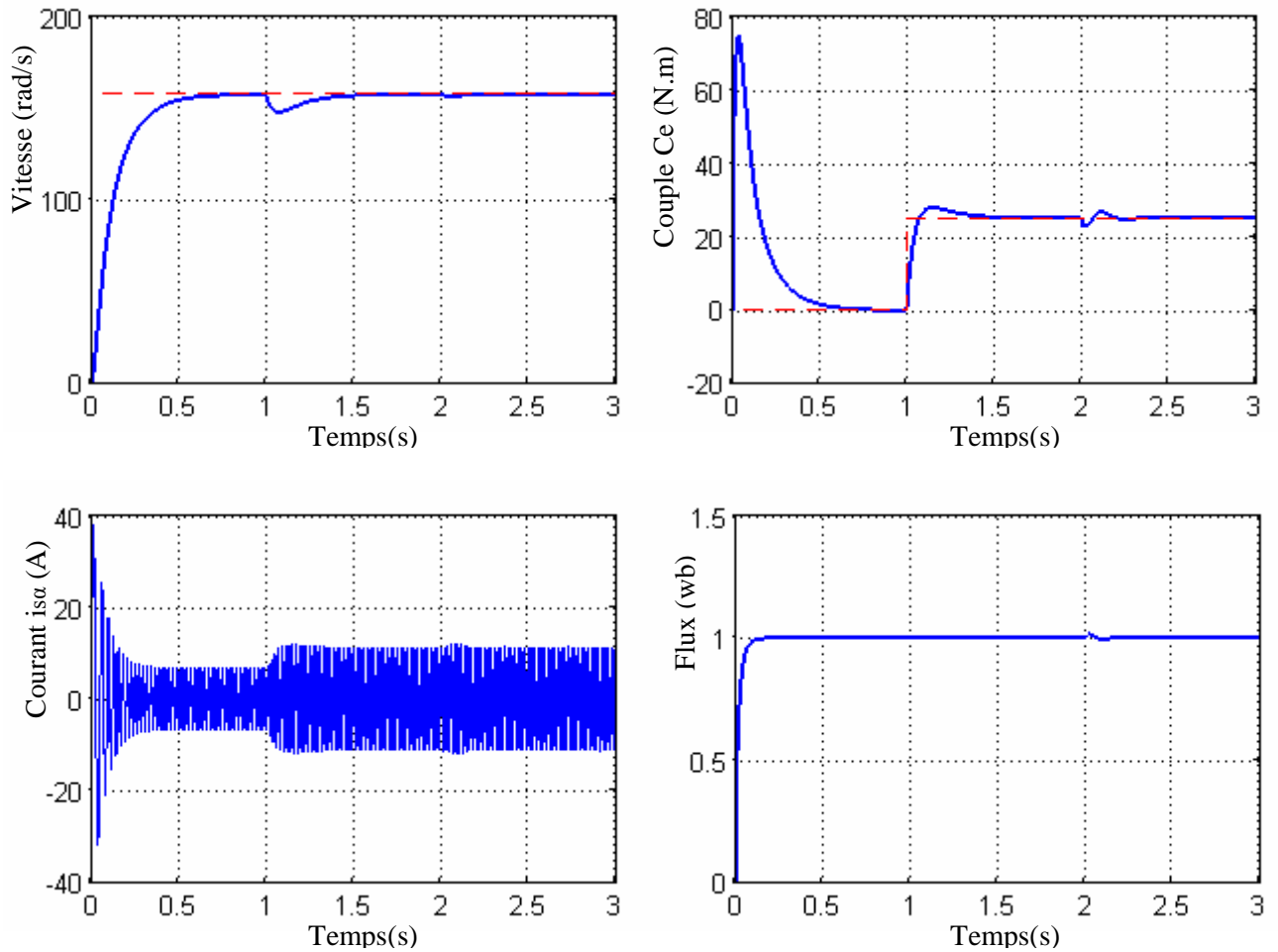


Fig. (IV.10) : Essai avec variation de la résistance rotorique

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une autre méthode de commande basée sur la commande vectorielle, c'est la méthode de synthèse des correcteurs H_∞ . Cette méthode est employé pour concevoir des correcteurs de courants robustes par rapport aux variations paramétriques et aux bruits de mesure et garantir la stabilité de système. Les résultats de simulation confirment en grande partie la praticabilité et l'efficacité de la méthode proposée.

Conclusion générale

Le travail présenté est consacré à la commande de la machine asynchrone alimentée par un onduleur de tension.

Le modèle mathématique de système étudié a été présenté. On a commencé par la modélisation de la machine asynchrone dans un référentiel lié au stator. Nous avons ensuite, modélisé l'alimentation de la machine, puis on a discuté le principe du contrôle vectoriel à flux rotorique orienté. La synthèse des régulateurs classiques est ensuite abordée.

Différents tests de simulation montrant les performances de la commande sont présentés. Ces tests nous permettent de mieux comprendre le comportement de la machine asynchrone en présence des perturbations de différentes natures (électrique ou mécanique).

Les résultats de simulation montrent que les régulateurs classiques sont insuffisants pour satisfaire les performances exigées. Ils sont sujets à une détérioration des performances en présence des variations paramétriques. L'utilisation d'une commande moderne est plus que nécessaire. La synthèse H_∞ est bien adaptée pour résoudre ce type de problèmes et maintenir les performances exigées.

Dans le cadre de la synthèse H_∞ standard, nous avons vu en effet qu'il était possible de traduire de façon assez systématique les objectifs de performance et de robustesse en terme de modelage des matrices de transfert de la boucle fermée. Dans le cadre de la commande H_∞ par facteurs premiers, on peut également modeler de façon relativement systématique les valeurs singulières de la boucle ouverte.

Nous avons préféré d'utiliser la commande H_∞ par facteurs premiers, parce que cette méthode nous a semblé plus simple d'emploi que la commande H_∞ standard.

Notre travail consiste à étudier la synthèse H_∞ par facteurs premiers et son application dans le but de commander la machine asynchrone. Nous avons essayé de la présenter d'une manière simple et claire pour permettre la compréhension de son fonctionnement.

Nous avons remarqué par ailleurs sur notre application que les correcteurs H_∞ pouvaient présenter de bonnes propriétés de robustesse face à des dynamiques négligées.

Cependant, des améliorations à notre travail peuvent être apportées dans le futur. On suggère pour cela, l'utilisation d'autres techniques tels que la synthèse des correcteurs H_∞ par la méthode sensibilité mixte ou par la μ synthèse pour mieux traiter les variations paramétriques et donc avoir une commande robuste du système.

Annexe

A.1 Paramètres de la machine

Caractéristiques		Paramètres	
Puissance	4 kW	R _s	1.2 Ω
Fréquence	50 Hz	R _r	1.8 Ω
Tension	220/380 V	L _s	0.1554 H
Courant	15/8.6 A	L _r	0.1564 H
Vitesse	1440 tr/m	J	0.0700 kg.m ²
Paire de pôle	2	f	0

A.2 Transformation linéaire fractionnaire [22].

La LFT (Linear Fractional Transformation) est un formalisme qui permet de boucler deux systèmes linéaires entre eux. Il est notamment utilisé dans des problèmes d'analyse et de synthèse. Ce formalisme résulte directement du produit étoile introduite par Redheffer en 1960.

A.2.1 Produit étoile de Redheffer

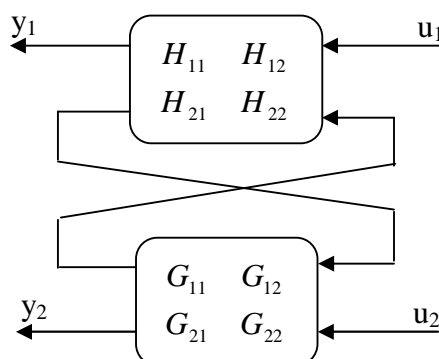


Fig. (A.1) : Définition du produit de Redheffer

Le produit de Redheffer ou produit étoile de la matrice de fonctions de transfert $H(s)$ partitionnée en 4 éléments :

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11}(s) & H_{12}(s) \\ H_{21}(s) & H_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Par la matrice de fonctions de transfert $G(s)$ partitionnée en 4 éléments :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Noté $H(s) * G(s)$ est défini par la matrice de fonctions de transfert suivante :

$$H * G = \begin{bmatrix} H_{11} + H_{12}G_{11}(I - H_{22}G_{11})^{-1}H_{21} & H_{12}(I - G_{11}H_{22})^{-1}G_{12} \\ G_{21}(I - H_{22}G_{11})^{-1}H_{21} & G_{22} + G_{21}H_{22}(I - G_{11}H_{22})^{-1}G_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Ce qui correspond à la figure (A.1) Ce type de transfert est souvent désigné comme une transformation fractionnelle linéaire inférieure. En fait, ce qui fait le gros intérêt du produit de Redheffer, c'est qu'il permet de faire correspondre à n'importe quelle fonction de transfert définie par un schéma bloc une expression algébrique compacte et élégante.

A.2.2 LFT basse

Soient les transferts matriciels P et K dont les réalisations d'état sont :

$$P = \left[\begin{array}{c|cc} A_1 & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} (sI - A_1)^{-1} (B_1 \ B_2) + \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$K = \left[\begin{array}{c|c} A_3 & B_3 \\ \hline C_3 & D_3 \end{array} \right] = C_3 (sI - A_3)^{-1} B_3 + D_3 \quad (\text{A.5})$$

La représentation d'une LFT basse est :

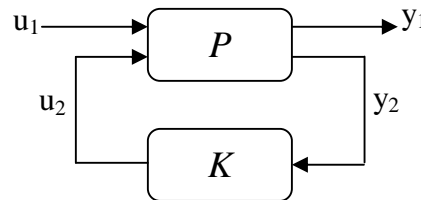


Fig (A. 2) : Schéma bloc d'une LFT basse.

La représentation d'état du système équivalent notée $G_l = F_l(P, K)$ ou $G_l = (P * K)$ est alors :

$$G_l = \left[\begin{array}{cc|c} A_1 + B_2FD_3C_2 & B_2FC_3 & B_1 + B_2FD_3D_{21} \\ B_3EC_2 & A_3 + B_3ED_{22}C_3 & B_3ED_{21} \\ \hline C_1 + D_{12}FD_3C_2 & D_{12}FC_3 & D_{11} + D_{12}FD_3D_{21} \end{array} \right] \quad (\text{A.6})$$

Ou :

$$\begin{aligned} E &= (I - D_{22}D_3)^{-1} \\ F &= (I - D_3D_{22})^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

En partitionnant $P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}$ de la sorte, le transfert matriciel équivalent est :

$$\begin{cases} y_1 = P_{11}u_1 + P_{12}u_2 \\ y_2 = P_{21}u_1 + P_{22}u_2 \\ u_2 = Ky_2 \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

A.2.3 LFT haute

La représentation d'une LFT haute est :

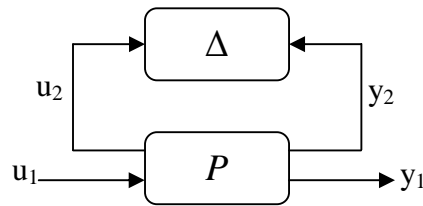


Fig. (A.3) : Schéma bloc d'une LFT haute

La représentation d'état du système équivalent notée $G_u = F_u(P, \Delta)$ ou $G_u = (P * \Delta)$ est alors :

$$G_u = \begin{bmatrix} A_1 + B_1 F D_4 C_1 & B_1 F C_4 & | & B_2 + B_1 F D_4 D_{12} \\ B_4 E C_1 & A_4 + B_4 E D_{11} C_4 & | & B_4 E D_{12} \\ \hline C_2 + D_{21} F D_4 C_1 & D_{21} F C_4 & | & D_{22} + D_{21} F D_4 D_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Ou :

$$\begin{aligned} E &= (I - D_{11} D_4)^{-1} \\ F &= (I - D_4 D_{11})^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

A.3 Commandabilité et Observabilité

L'état d'un modèle est l'ensemble des informations indépendantes nécessaire à connaître à l'instant initial pour pouvoir prédire le comportement du modèle en réponse à une entrée donnée.

Construire une équation d'état d'un modèle consiste donc à proposer un modèle ne faisant intervenir que des équations différentielles d'ordre 1.

Dans le cas d'un système linéaire à coefficients constants, ce sera une équation de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Où A , B , C et D sont des matrices constantes de dimensions respectives $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(m \times n)$ et $(m \times m)$. L'introduction de ces variables suscite deux questions relativement à chacune des relations de (A.11).

La première concerne l'influence de la commande $u(t)$ sur l'évolution de l'état $x(t)$: est-ce que, pour tout couple $x_0 = x(t_0)$ et $x_1 = x(t_1)$, il existe un vecteur de commande $u(t)$ défini sur l'intervalle $[t_0, t_1]$ qui permette de passer de x_0 à x_1 ? Il s'agit du problème de la commandabilité.

Le système (A.11) est commandable (on dit aussi la paire (A, B) est commandable) si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{pmatrix} = n. \quad (\text{A.12})$$

La deuxième question concerne la détermination de l'évolution de l'état $x(t)$ à partir de la connaissance des sorties $y(t)$: est-ce que la connaissance de $y(t)$ sur l'intervalle $[t_0, t_1]$ permet d'obtenir la valeur de l'état à l'instant t_0 ? Il s'agit du problème de l'observabilité.

Le système (A.11) est observable (on dit aussi la paire (C, A) est observable) si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n. \quad (\text{A.13})$$

Stabilisabilité : Un système (A.11) est dit stabilisable s'il existe un retour d'état

$u(t) = Kx(t) + v$ tel que le système contrôlé. $\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK)x(t) + Bv(t) \\ y = (C + DK)x(t) + Dv(t) \end{cases}$ Soit stable. D'après

cette définition la commandabilité entraîne la stabilisabilité (la réciproque étant fausse).

Défectabilité : Un système (A.11) est dit détectable s'il existe une matrice $G \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ telle $(A + GC)$ soit stable. D'après cette définition l'observabilité entraîne la détectabilité (la réciproque étant fausse).

Bibliographie

- [1] R. P. Eguiluz, « Commande algorithmique d'un système mono-onduleur bi-machine asynchrone destiné à la traction ferroviaire », Thèse de doctorat, INPT, TOULOUSE .2002.
- [2] L. Mutrel, « Le moteur asynchrone «Régime statique et dynamique», Ellipses édition. 1999.
- [3] D. W. Novotny, T. A. Lipo, «Vector control and dynamics of AC drives», Clarendon press, OXFORD. 1999.
- [4] G. Scorletti, « méthodes de synthèse fréquentielle H_∞ », Cours AU32 du Master recherche ESCI 2A UFR de Sciences Université de Caen. 2007.
- [5] B. Nahid Mobarakeh, « Commande vectorielle sans capteur mécanique des MSAP », Thèse de doctorat, INPL, LORRAINE. 2001.
- [6] K. Fadhli, « Modélisation et identification de la Machine Asynchrone », P.F.E, UFAS. 2000.
- [7] J. P. Caron, J. P. Hautier, « Modélisation et commande de la machine asynchrone », Editions Technip, Paris. 1995.
- [8] R. Abdessemed, M. Kadjoudj, « Modélisation des machines électriques », Presse de l'université de Batna. 1997.
- [9] C. C. De wit, « Modélisation et commande vectoriel et DTC », Hermès Science publication. 2000.
- [10] L. Baghli, « contribution a la commande de la machine asynchrone, utilisation de LF, RN, AG », Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-1. 1999.
- [11] I. Al rouh, « Contribution à la commande sans capteur de la machine asynchrone », Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, NANCY-1. 1999.
- [12] G. Buche, « commande vectorielle de machine asynchrone en environnement temps réel MATLAB/SIMULINK », Mémoire d'ingénieur, Centre régional Associé de GRENOBLE. 2001.
- [13] C. Mehmel, « Modélisation et commande d'un interféromètre pour la détection d'ondes gravitationnelles », Thèse de doctorat, l'université de Savoie. 1998.
- [14] A. Benlatreche, « Contribution à la commande robuste H_∞ de systèmes à grande échelle d'enroulement de bandes flexibles », Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur, STRASBOURG I. 2007.
- [15] G. Grellet, G. Clerc, « Actionneurs électriques », Eyrolles édition. 1999.
- [16] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Ferreres, « Robustesse et commande adaptative », Cépadués éditions, TOULOUSE. 1999.

- [17] G. Ferreres, « De l'utilisation des outils de robustesse pour la commande adaptative », Thèse de doctorat de INPG, GRENOBLE. 1995.
- [18] D. Henrion, « Stabilité des systèmes linéaires incertains a commande contrainte », Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliqués, TOULOUSE. 1999.
- [19] S. Leite, « Sur la stabilité robuste de systèmes linéaires », Thèse de doctorat de l'Institut National des Sciences Appliqués, TOULOUSE. 2005.
- [20] J. Feng, « A study of optimality in the H_∞ Loop-Shaping design method », Thèse de doctorat de l'Université de Darwin, CAMBRIDGE. 1995.
- [21] B. Marx, « Contribution à la commande et au diagnostic des systèmes algébro-différentiels Linéaires », Thèse de doctorat de INPG, GRENOBLE. 2003.
- [22] M. Madjid Zerar, « Contribution à la caractérisation LPV d'une classe de système non linéaire pour la synthèse de lois de poursuite robuste », Thèse de doctorat de l'Université de BORDEAUX I. 2006.

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE**

OPTION : *COMMANDE ELECTRIQUE*

Proposé et dirigé par :

- *M^{lle} BENDERRADJI. H*

Etudié par:

- *HAFFAF Adil*

- *CHEBABHI Moqrane*

Thème:

Commande d'une Machine à Induction Par la Méthode H_∞

Résumé:

Dans ce mémoire, on propose la synthèse H_∞ d'une commande robuste pour la machine asynchrone alimentée par un onduleur de tension avec orientation du flux rotorique et modélisée dans un repère lié au champ tournant. La méthode est exploitée pour la détermination des correcteurs de courants statoriques. Une simulation numérique est utilisée pour illustrer la performance et la robustesse du système par rapport aux perturbations externes et internes tels que la variation du couple de charge et de la vitesse et les variations paramétriques du moteur.

Mots clés :

Machine à induction, Commande vectorielle par orientation du flux, Commande robuste, Contrôle H_∞ , Marge de stabilité, Loop-shaping.