

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER EN ELECTRONIQUE

OPTION : CONTROLE INDUSTRIEL

THEME

**COMMANDES NON LINEAIRES DE LA MACHINE SYNCHRONE A
AIMANTS PERMANENTS**

Proposé et dirigé par :

Dr. S. BARKAT

Présenté par :

Ali DEFFAF

Promotion : 2010 / 2011



REMERCIEMENTS

AVANT TOUTE CHOSE, JE REMERCIE DIEU LE TOUT PUISSANT DE M'AVOIR DONNÉE COURAGE, PATIENCE ET FORCE DURANT TOUTES CES ANNÉES D'ÉTUDE.

J'ADRESSE MON SINCÈRE REMERCIEMENT À MONSIEUR DR. BARKAT .S POUR AVOIR ACCEPTÉ DE DIRIGER MES TRAVAUX, ET POUR SES ENCOURAGEMENTS ET SON SOUTIEN QUI M'ONT ÉTÉ UNE AIDE PRÉCIEUSE.

JE TIENS ENSUITE À EXPRIMER MA GRATITUDE AUX MEMBRES DU JURÝ, QUI M'ONT FAIT L'HONNEUR D'EXAMINER CE TRAVAIL

J'EXPRIME MES VIFS TOUS NOS ENSEIGNANTS DU DÉPARTEMENT D'ELECTRONIQUE, AINSI L'ÉQUIPE D'ADMINISTRATION.

ENFIN, JE NE SAURAI JAMAIS SUFFISANT REMERCIER MON PÈRE ET MA MÈRE, MES FRÈRES ET MES SŒURS, QUE JE PORTE TOUJOURS AVEC MOI DANS MA PENSÉE. SANS LEURS CONFIANCES IMMENSES EN MOI, SANS LEURS AIDES ET LEURS AMOURS, JE N'AURAIS PAS PU ALLER AU BOUT DE MES PROJETS.

JE REMERCIE TOUS MES CAMARADES SURTOUT LA PROMOTION DU MASTER 2011, NOTAMMENT DAHMAN ABENNOUR, GHARBI ABDELLATIF, MAG, LAID, YACINE, ISLAM, AMEUR ET AHMED, ET JE LES SOUHAITE LE BON COURAGE POUR L'AVENIR

DÉDICACE

JE DÉDIE CE TRAVAIL :

- ✚ & MA TRÈS CHÈRE MÈRE
- ✚ & MON PÈRE.
- ✚ & MES FRÈRES, ET MES SŒURS CHACUN ET SON NOM ET SA VALEUR
- ✚ & TOUTE MA FAMILLE.
- ✚ & TOUS MES AMIS
- ✚ & LA PROMOTION MASTER ELECTRONIQUE 2011

ALI

SOMMAIRE

Introduction générale	1
Chapitre I : Modélisation de la MSAP	
I.1. Introduction.....	4
I.2. Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents	5
I.2.1. Aimant permanent	5
I.2.2. Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP)	5
I.2.2.1. Principales structures de la MSAP	5
I.2.2.2 Principe de fonctionnement de la MSAP.....	5
I.2.2.3 Avantages et inconvénients de la MSAP	6
I.3 Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents	6
I.3.1. Structure générale d'une MSAP	7
I.3.2. Hypothèses simplificatrices.....	8
I.3.3. Mise en équations de la machine.....	8
I.3.3.1. Equations électriques	8
I.3.3.2 Equation mécanique.....	10
I.3.4. Modèle de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère de Park	11
I.3.4.1. Equations des tensions	12
I.3.4.2 Equations des flux	12
I.3.4.3 Expression du couple électromagnétique	13
I.4. Modélisation de l'onduleur de tension.....	15
I.5. Modulation vectorielle	17
I.5.1. Présentation vectorielle	17
I.5.2. Principe de la modulation vectorielle.....	19
I.5.3. Calcul des temps d'application des vecteurs de tension.....	20
I.5.4. Génération des impulsions	21

I.6. Conclusion	23
-----------------------	----

Chapitre II : Commande vectorielle de la MSAP

II.1. Introduction	24
II.2. Principe de la commande vectorielle de la MSAP	25
II.3. Description du système global	26
II.4. Synthèse des régulateurs de courant	27
II.4.1. Découplage	27
II.4.2. Régulation.....	29
II.4.3 Calcul des régulateurs	30
II.4.3.1. Calcul des paramètres du régulateur de courant i_d	30
II.4.3.2. Calcul des paramètres du régulateur de courant i_q	31
II.4.3.3. Calcul des paramètres du régulateur de la vitesse	32
II.5. Résultats de simulation	33
II.6. Interprétations des résultats.....	36
II.7. Conclusion	37

Chapitre III : Commande non linéaire de la MSAP

III.1. Introduction	38
III.2. Avantages de la théorie des entrées-sorties.....	39
III.3. Outils mathématiques.....	39
III.3.1 Gradient	39
III.3.2 Dérivée de Lie.....	39
III.4. Principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties.....	40
III.4.1 Système à une entrée et une sortie	41
III.4.2. Système à plusieurs entrées et plusieurs sorties	41
III.5. Commande non linéaire de la MSAP	43
III.6. Résultats de simulation.....	48
III.7. Interprétations des résultats	51
III.8. Conclusion	50

Chapitre IV : Commande par backstepping de la MSAP

IV.1. Introduction	52
IV.2. Principe du backstepping	54
IV.3. Commande par backstepping de la machine synchrone à aimants permanents	63
IV.4. Résultats de simulation	66
IV.5. Interprétations des résultats	79
IV.6. Conclusion	70
Conclusion générale	71
Annexe A	73
Bibliographie	74

NOTATIONS ET SYMBOLES

MSAP : Machine synchrone à aimants permanents.

d-q : Axes longitudinal et transversal (transformation de Park).

B_{ri} : champ d'induction.

ω_r : Vitesse mécanique du rotor.

ω : Vitesse électrique.

θ : l'angle électrique.

V_a, V_b, V_c : Tensions de phases statoriques.

i_a, i_b, i_c : Courants de phases statoriques.

$\varphi_a, \varphi_b, \varphi_c$: Flux produits par les phases statorique respectivement a, b, c.

R : Résistance d'une phase statorique.

L_s : Inductance propre d'une phase statorique.

M_s : Mutuelle inductance entre phase du stator.

L_{cs} : Inductance cyclique d'un enroulement statorique.

f_c : Coefficient de frottement.

C_{em} : Couple électromagnétique.

C_r : Couple résistant.

C_f : Couple de frottement.

P : Nombre de paires de pôles.

J : Moment d'inertie.

$T(\theta)$: Matrice de transformation de Park.

u_d, u_q : Tension statoriques d'axe direct et en quadrature.

i_d, i_q : Courants statoriques d'axe direct et en quadrature.

φ_f : Flux crée par les aimants au rotor.

L_d, L_q : Inductance dans l'axe longitudinal et l'axe transversal.

MLI : Modulation de largeur d'impulsion.

S : Opération de Laplace.

V_d : Tension continue à l'entrée de l'onduleur.

∇ : Gradient

$L_f h$: Dérivée de Lie

i_{dref}, i_{qref} : Référence de la composante longitudinale et transversale des courants statoriques.

ω_{ref} : Référence de vitesse.

u : Vecteur des commandes.

(x) : Fonction de linéarisation.

$D(x)$: Matrice de découplage du système.

v : Vecteur des nouvelles commandes.

y : Vecteur de sortie.

$g(x)$: Vecteur de commande du système non-linéaire.

y : Vecteur de sortie.

v : Vecteur des nouvelles commandes.

u : Vecteur des commandes.

r : Degré relatif

$h(x)$: Fonction analytique de x .

y : Sortie du système.

f, g : Champs des vecteurs supposés infiniment différentiables .

Introduction générale

Actuellement, il est possible de concevoir des actionneurs électriques de hautes performances grâce à l'évolution rapide de l'électronique de puissance, de la micro-informatique, de la théorie de commande et la disponibilité de matériaux magnétiques. Les méthodes classiques de variation de vitesse (mécaniques et électromécaniques) ont été peu à peu dépassées par des ensembles associant des convertisseurs statiques à des moteurs électriques [1]. En effet, les composants de l'électronique de puissance sont conçus pour une fréquence de commutation de plus en plus élevée. Ceci est en conjugaison avec la disponibilité des microprocesseurs de plus en plus performants ont ouvert la voie vers l'exploration et la conception de nouvelles structures de convertisseurs jusqu'alors difficile à réaliser.

La machine à courant continu à excitation séparée constituait jusqu'à ces dernières années, la solution la plus répondeuse pour les entraînements à vitesse et à position variables nécessitant des performances statiques et dynamiques élevées. Mais elle offre comme principale avantage d'être facilement commandée. En effet, le flux et le couple sont découplés et commandable indépendamment. Grâce à cette propriété, de hautes performances dynamiques peuvent être atteintes. Le flux étant maintenu en permanence à sa valeur nominale, tandis que le couple est maximal à tout instant. Cependant, son principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certains environnements et qui fait augmenter les coûts d'entretien. Ces contraintes ont dirigé les études vers les entraînements équipés de machines à courant alternatif.

Cependant, le transfert de l'expérience obtenu dans la commande de la machine à courant continu vers les machines à courant alternatif s'est heurté à de nombreuses difficultés.

En effet, dans les machines à courants alternatif, le découplage naturel de la machine à courant continu n'existe plus.

La machine à courant alternatif se présente alors comme un système multivariable, non linéaire fortement couplé, ce qui rend son contrôle très complexe. Les états non mesurables et les paramètres qui peuvent varier durant le fonctionnement ont limité les performances. Cependant, l'évolution rapide des processeurs numériques a permis d'implanter des techniques de commandes sophistiquées pour ainsi atteindre des performances élevées sur le plan de rapidité et de précision.

L'apparition sur le marché des aimants permanents plus performant a entraîné un intérêt grandissant pour les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP). Il offrant par rapport aux autres types des machines électriques (machine à courant continu, machine à courant alternatif) beaucoup d'avantages notamment une puissance massique élevée, une faible inertie et un rendement élevé. Ce type de machine est limité en puissance, ne supportant ni des températures élevées de fonctionnement, ni des surcharges impotentes.

Les modèles des moteurs à courant alternatif n'étant pas linéaires, les techniques de linéarisation de premier ordre sont utilisées pour linéariser les équations du modèle autour d'un point d'opération. Cette solution reste, cependant, valable uniquement autour de ce point d'opération car il est difficile de prédire l'effet des non linéarités si on s'éloigne de ce point. Maîtriser l'effet des non-linéarités d'un modèle sans avoir besoin de le linéariser autour d'un point d'opération était donc un défi de taille pour les chercheurs [2]. Sur le plan théorique, ce problème a été résolu par le développement de techniques de commande non-linéaire basées sur la théorie de la géométrie différentielle. Parmi ces techniques, la technique de linéarisation au sens des entrées-états et la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties sont les plus importantes [2].

Bien que la technique de linéarisation au sens des entrées sorties qui a été développée vers la fin des années 70s par Hirschom, elle n'a été appliquée aux moteurs électriques que vers la fin des années 80s. Les premiers essais sur les moteurs synchrones à aimants permanents, ont été réalisés par Bodson et Chiason en 1989 et Zribi et Chiason, où ils ont réalisé une commande de position d'un moteur pas à pas [2].

La commande des systèmes non linéaires a connu un grand intérêt avec la première version de la linéarisation entrée-sortie. Plus tard, M. Krstić, et P. V. Kokotović [3], [4], ont introduit des méthodes utilisant des changements de variables récursifs appelés backstepping, sur des

classes de systèmes triangulaires non linéaires paramétrés. De façon générale, les lois de commandes proposées, satisfont de bonnes propriétés de robustesse et d'atténuation de perturbations, mais ne s'appliquent qu'à des classes restreintes de systèmes.

L'objectif de ce présent travail est d'étudier par simulation numérique le comportement dynamique de la MSAP contrôlée par trois types de commande. Il est question de la commande vectorielle, la commande non linéaire et la commande par backstepping.

Ce mémoire, comportant quatre chapitres, est organisé comme suit :

Dans la première partie du premier chapitre, nous présenterons le modèle mathématique de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP) permettant l'étude de son comportement dynamique. Le modèle adopté est basé sur la transformation de Park conduisant à une réduction de l'ordre du système. Quant à la deuxième partie, nous présenterons la modélisation de l'onduleur de tension utilisé ainsi qu'une attention particulière sera portée sur sa technique de modulation vectorielle.

Le deuxième chapitre fera l'objet de l'application de la commande vectorielle à la machine synchrone à aimants permanents en imposant une valeur nulle à la composante directe du courant statorique conduisant ainsi au principe de découplage. Une fois le découplage est réalisé, les réglages de vitesse et des courants direct et en quadrature dans le repère synchrone seront effectués aux moyens de régulateurs linéaires.

Dans la troisième chapitre, l'étude portera sur la commande non-linéaire basée sur la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties. L'application de cette approche en vue du réglage de la vitesse de la MSAP fera l'objet de ce chapitre. Les résultats de simulation obtenus seront illustrés et analysés.

Le dernier chapitre concernera l'étude de la méthode de commande par backstepping qui représente une technique relativement récente dans la théorie de commande des systèmes non linéaires. L'objet étant de présenter d'une manière détaillée l'application de cette technique de contrôle dans la commande en vitesse de la MSAP.

Chapitre I

Modélisation de la MSAP

I.1. Introduction

L'emploi fréquent depuis plusieurs décennies, des dispositifs à aimants permanents n'ont cessé de faire l'objet d'une constante évolution. Dans le domaine de la conversion électromécanique d'énergie, les aimants permanents ont depuis longtemps le mérite de constituer une source d'excitation appropriée notamment pour les actionneurs de la robotique et les machines de faible puissance.

La modélisation de ces machines présente un intérêt primordial aussi bien pour le concepteur que pour l'automaticien. La représentation de processus par les modèles mathématiques constitue une étape très importante dans l'asservissement des systèmes.

Afin d'élaborer une structure de commande, il est important de disposer d'un modèle mathématique représentant fidèlement les caractéristiques du processus. Ce modèle ne doit pas être trop simple pour ne pas s'éloigner de la réalité physique, et ne doit pas être trop complexe pour simplifier l'analyse de la synthèse des structures de commande [5].

Dans ce chapitre, on commencera de manière très explicite le modèle mathématique (équations électriques et mécaniques) de la MSAP, dans son référentiel triphasé, puis nous réduirons l'ordre du système par une transformation dite de Park. Cette transformation modélise la MSAP dans un nouveau référentiel biphasé. La deuxième partie de ce chapitre sera réservée à la modélisation de l'onduleur de tension et à sa modulation vectorielle.

I.2. Généralités sur les machines synchrones à aimants permanents

I.2.1. Aimant permanent

Un aimant permanent est un matériau ferromagnétique qui possède une aimantation rigide susceptible de créer un champ magnétique extérieur et de maintenir en permanence une force magnétique [6].

I.2.2. Machine Synchrone à Aimants Permanents (MSAP)

La machine synchrone à aimants permanents se compose d'un stator triphasé et un rotor monté avec des aimants permanents qui fournissent le flux du champ. Cette machine n'a pas besoin d'un approvisionnement extérieur pour exciter le rotor. L'absence du bobinage d'excitation réduit le coût et élimine les pertes de puissance liées à cet enroulement.

Elle est aussi caractérisée par un faible moment d'inertie, une puissance massive élevée et un fonctionnement souple en vitesse variable et une commande simplifiée.

Elle est préférable pour certaines applications de hautes performances comme dans les machines-outils et les systèmes embarqués.

I.2.2.1. Principales structures de la MSAP

Le rotor d'un moteur synchrone à aimants permanents a une conception spéciale pour donner les caractéristiques exigées. Il existe deux structures de la MSAP selon la disposition des aimants avec les matériaux magnétiques : l'une avec pièce polaires et l'autre sans pièces polaires.

La différence entre les deux structures réside dans le fait que les inductances synchrones ont des valeurs sensiblement moins élevées et les ondulations du couple sont moins importantes pour des machines sans pièces polaires que celles avec pièces polaires

I.2.2.2 Principe de fonctionnement de la MSAP

Le fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents est beaucoup plus simple que celui du moteur à courant continu. Le stator muni d'un enroulement, triphasé est alimenté par un système de tensions et courants créant dans l'entrefer un champ d'induction tournant B_{ri} .

Le champ d'induction B_{ri} a tendance à attirer le rotor, lequel est muni d'aimants permanents produisant le champ d'induction. De ce fait, les champs d'induction créés par le

stator et le rotor ont tendance à s'aligner, raison pour laquelle un couple d'origine électromagnétique prend naissance [7].

Comparativement à la machine à courant continu, on voit que c'est le rotor qui joue le rôle d'inducteur (excitation), l'induit étant alors au stator. Le rotor se met à tourner à une vitesse angulaire ω_r , correspondant à la pulsation de l'alimentation triphasée, ce qui justifie la désignation du moteur synchrone.

I.2.2.3 Avantages et inconvénients de la MSAP

Par rapport aux moteurs asynchrones, les machines à aimants présentent un facteur de puissance plus élevé.

La commande vectorielle du moteur asynchrone est sensiblement plus complexe que celle du moteur synchrone à aimants. En effet, dans le moteur à aimants, le flux rotorique est engendré par les aimants, alors que dans le cas du moteur asynchrone il doit être imposé à partir des grandeurs statoriques.

Comparées aux machines synchrones classiques, c'est au niveau du volume de rotor que les machines à aimants sont privilégiées. En effet, elles sont capables d'apporter rusticité et compacité. De ce fait, les moteurs à aimants s'imposent dans des applications nécessitant des performances dynamiques élevées dans la gamme des faibles et de moyennes puissances.

Le principal inconvénient de la machine à aimants est que son flux inducteur est difficile à régler de ce fait la commande du moteur est effectuée par action extérieure en particulier dans le cas d'inducteur à pôles saillants

I.3 Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents

La machine utilisée pour notre étude est un moteur à distribution sinusoïdale qui se distingue par :

- L'absence de tout dispositif auxiliaire au niveau de l'inducteur constitué par un aimant permanent (flux d'excitation constant) ;
- L'absence des amortisseurs, donc seuls les enroulements d'induit sont parcourus par des courants.

I.3.1. Structure générale d'une MSAP

La machine que nous allons étudier par la mise en équations correspond à la structure représentée par la figure (I.1). C'est une machine synchrone triphasée, équilibrée dans le rotor est muni d'un système d'aimants permanents.

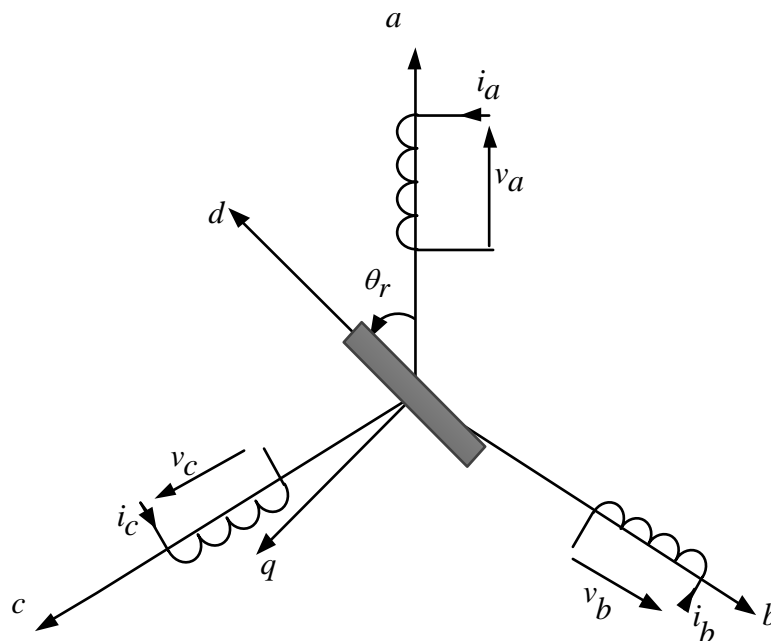


Figure (I.1) : Schéma de la MSAP

Le stator comporte trois phases a, b et c identiques et décalées l'une par rapport à l'autre par un angle électrique de $(\frac{2\pi}{3})$, par contre le rotor comprend deux axes caractérisés par :

- L'axe d'aimantation rotorique, noté (d), il est appelé axe direct ou encore longitudinal ;
- L'axe transversal (q), appelé axe en quadrature. Il est déphasé de $\pi/2$ en avant, par rapport à l'axe d.

La position du rotor est repérée par l'angle électrique, donné par.

$$\theta_r = \theta_0 + \omega t$$

θ_0 : L'angle électrique initial ;

ω : La pulsation des grandeurs électriques.

I.3.2. Hypothèses simplificatrices

Afin de simplifier l'étude, la modélisation de la machine nécessite un certain nombre d'hypothèses simplificatrices [8].

- Le circuit magnétique n'est pas saturé, ce qui permet d'avoir des relations linéaires entre les flux et les courants ;
- L'hystérésis du circuit magnétique et les pertes par courants de Foucault sont négligeables.
- La variation des résistances en fonction de la température est négligeable ;
- Les forces magnétomotrices sont à distribution spatiale sinusoïdale.

I.3.3. Mise en équations de la machine

Le modèle mathématique de la MSAP est similaire à celui de la machine synchrone classique en considérant les conditions simplificatrices citées précédemment [2].

I.3.3.1. Equations électriques

Les équations électriques du stator d'une machine synchrone triphasée à aimants permanents en convention récepteur et en absence d'enroulements amortisseurs s'écrivent :

$$\begin{cases} v_a = Ri_a + \frac{d\varphi_a}{dt} \\ v_b = Ri_b + \frac{d\varphi_b}{dt} \\ v_c = Ri_c + \frac{d\varphi_c}{dt} \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Avec :

R : La résistance d'un enroulement statorique.

i_{abc} : Les courants des phases statoriques a, b, c.

φ_{abc} : Les flux produits par les phases statoriques a, b, c respectivement.

v_{abc} : Les tensions des phases statoriques.

L'équation (I.1) peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} \quad (\text{I.2})$$

En vertu de l'hypothèse d'une répartition spatiale sinusoïdale de l'induction, les flux induits par les aimants dans les trois phases statoriques a, b, c sont donnés par :

$$\begin{cases} \varphi_{fa} = \varphi_{\max} \cos(\theta) \\ \varphi_{fb} = \varphi_{\max} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \varphi_{fc} = \varphi_{\max} \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

Le flux produit dans chaque enroulement statorique est la somme de quatre termes. A titre d'exemple, pour la phase *a*, le flux φ_a est la somme des termes suivants :

$$\varphi_{aa} = L_s i_a \quad : \text{Flux propre de la phase a.}$$

$$\varphi_{ba} = M_s i_b \quad : \text{Flux mutuel entre les phases b et a.}$$

$$\varphi_{ca} = M_s i_c \quad : \text{Flux mutuel entre les phases c et a.}$$

$$\varphi_{fa} \quad : \text{Flux mutuel de l'aimant sur la phase a.}$$

L'expression du flux total dans la phase *a* est donnée par :

$$\varphi_a = \varphi_{aa} + \varphi_{ba} + \varphi_{ca} + \varphi_{fa} = L_s i_a + M_s (i_b + i_c) + \varphi_{fa} \quad (\text{I.4})$$

Du fait que la machine est équilibrée a neutre isolé, on a ($i_a + i_b + i_c = 0$), d'où l'expression du flux dans la phase *a* se réduit alors à :

$$\varphi_a = (L_s - M_s) i_a + \varphi_{fa} = L_{sc} + \varphi_{fa} \quad (\text{I.5})$$

Avec :

$$L_{sc} = L_s - M_s \quad : \text{L'inductance cyclique d'un enroulement statorique.}$$

L_s : L'inductance propre d'une phase statorique.

M_s : Mutuelle inductance entre deux phases du stator.

Par conséquent, les expressions des flux dans les autres phases se déduisent par :

$$\begin{cases} \varphi_b = L_{sc}i_b + \varphi_{fb} \\ \varphi_c = L_{sc}i_c + \varphi_{fc} \end{cases} \quad (I.6)$$

En remplaçant les expressions des flux dans le système des tensions, on obtient :

$$\begin{cases} v_a = Ri_a + L_{sc} \frac{di_a}{dt} + \frac{d\varphi_{fa}}{dt} \\ v_b = Ri_b + L_{sc} \frac{di_b}{dt} + \frac{d\varphi_{fb}}{dt} \\ v_c = Ri_c + L_{sc} \frac{di_c}{dt} + \frac{d\varphi_{fc}}{dt} \end{cases} \quad (I.7)$$

I.3.3.2 Equation mécanique

L'équation mécanique de la machine s'écrit :

$$J \frac{d\omega_r}{dt} = (C_{em} - C_r - f_c \omega_r) \quad (I.8)$$

Avec :

$\omega_r = \frac{\omega}{p}$: vitesse de rotation de la machine ;

C_r : Couple résistant ;

C_{em} : Couple électromagnétique ;

J : Moment d'inertie de la machine tournante ;

p : Nombre de paires de pôles ;

ω_r : Vitesse électrique du rotor ;

f_c : Coefficient de frottement.

On remarque que le système (I.7) est un système non-linéaire et couplé. Pour le simplifier, on utilise la dite transformation de Park qui, par une transformation appliquée aux variables réelles (tensions, courants et flux), permet d'obtenir des variables fictives appelées les composantes d-q ou les équations de Park. Du point de vue physique, cette transformation est interprétée comme étant une substitution des enroulements immobiles (a, b, c) par des enroulements (d, q) tournant avec le rotor [2]. Cette transformation ne facilite pas seulement les solutions des équations mais facilite aussi l'application et la mise en œuvre de la commande de la machine [9].

I.3.4. Modèle de la machine synchrone à aimants permanents dans le repère de Park

Afin de simplifier les équations du modèle de la machine synchrone à aimants permanents, nous utilisons la transformation de Park qui consiste à remplacer les enroulements des phases (a, b, c) par deux enroulements (d, q) dont les axes magnétiques sont solidaires au rotor et tournant avec lui avec une vitesse ω .

La transformation de Park est définie comme suit:

$$\begin{bmatrix} x_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{abc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$

Où x représente la valeur courant, la tension ou le flux et θ représente la position du rotor.

Les termes x_d, x_q représentent les composantes longitudinale et transversale des variables statoriques (tensions, courants, flux et inductances).

La matrice de transformation $T(\theta)$ est donnée par:

$$T(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I.10})$$

La matrice inverse de Park est définie par :

$$T^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.11})$$

L'angle θ est défini comme suit :

$$\theta(t) = \int_{\hat{a}}^t \omega(t) dt \quad (\text{I.12})$$

Tel que :

θ : Angle entre l'axe magnétique (a) et l'axe longitudinal (d) ;

ω : Vitesse de rotation du référentiel choisi.

I.3.4.1. Equations des tensions

En appliquant la transformation (I.9) au système (I.1), on obtient les équations statoriques de la machine exprimées dans le référentiel de Park lié au rotor :

$$\begin{cases} v_d = Ri_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \frac{d\theta}{dt} \varphi_q \\ v_q = Ri_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \frac{d\theta}{dt} \varphi_d \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

I.3.4.2 Equations des flux

Le flux total qui traverse chaque bobine du stator peut être décomposé en flux propre de la même bobine et des flux mutuels provenant des autres bobines. Les flux sont donnés dans le système (a, b, c) par :

$$\begin{bmatrix} \varphi_a \\ \varphi_b \\ \varphi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{sc} & 0 & 0 \\ 0 & L_{sc} & 0 \\ 0 & 0 & L_{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \varphi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

Où L_{sc} est l'inductance cyclique principale.

En appliquant la transformation (I.9) sur (I.14), on obtient :

$$\begin{cases} \varphi_d = L_d i_d + \varphi_f \\ \varphi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

Avec :

L_d , L_q : Inductances directe et en quadrature

En remplaçant les expressions des flux φ_d et φ_q dans le système (I.13) nous obtenons :

$$\begin{cases} v_d = R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - p\omega_r L_q i_q \\ v_q = R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + p\omega_r (L_d i_d + \varphi_f) \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

I.3.4.3 Expression du couple électromagnétique

La connaissance du couple électromagnétique de la machine C_{em} est essentielle pour l'étude de la machine et sa commande.

La puissance électrique absorbée par la machine est exprimée par :

$$p_e = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (\text{I.17})$$

Dans le référentiel de Park, cette puissance s'écrit :

$$p_e = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \quad (\text{I.18})$$

En remplaçant les courants et les tensions dans cette expression par leurs similaires dans le système (d, q) , la puissance électrique absorbée par la machine dans le référentiel de Park devient :

$$p_e = \frac{3}{2} \left[p\omega_r \left((L_d - L_q) i_d i_q + \varphi_f i_q \right) + R (i_d^2 + i_q^2) + \left(i_d L_d \frac{di_d}{dt} + i_q L_q \frac{di_q}{dt} \right) \right] \quad (\text{I.19})$$

Cette équation est composée des termes suivants :

- puissance perdue par effet joule : $p_j = \frac{3}{2} R (i_d^2 + i_q^2)$
- puissance électromagnétique : $p_{em} = \frac{3}{2} [p\omega_r ((L_d - L_q) i_d i_q + \varphi_f i_q)]$
- variation de l'énergie magnétique emmagasinée : $p_v = \frac{3}{2} \left[\left(i_d L_d \frac{di_d}{dt} + i_q L_q \frac{di_q}{dt} \right) \right]$

Le couple électromagnétique est exprimé par :

$$C_{em} = \frac{p_{em}}{\omega} = \frac{3}{2} [(L_d - L_q) i_d i_q + \varphi_f i_q] \quad (\text{I.20})$$

A partir des équations (I.8) et (I.16) on peut déduire la forme finale des équations de la MSAP dans le référentiel d-q:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_q + \frac{1}{L_d} v_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_q + \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_d - \frac{\varphi_f}{L_q} p\omega_r + \frac{1}{L_d} v_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} [(L_d - L_q) i_d i_q + \varphi_f i_q] - \frac{f_c}{J} \omega_r \end{cases} \quad (\text{I.21})$$

Ce système d'équations est plus simple que celui dans le repère abc sauf qu'il est toujours non- linéaire. À noter que si le moteur est à entrefer constant (sans pièces polaires), le modèle sera encore plus simple comme l'indique le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_q + \frac{1}{L_d} v_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_q + \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_d - \frac{\varphi_f}{L_q} p\omega_r + \frac{1}{L_d} v_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} [\varphi_f i_q] - \frac{f_c}{J} \omega_r \end{cases} \quad (\text{I.22})$$

I.5. Modélisation de l'onduleur de tension

L'onduleur est un convertisseur statique assurant la conversion continu-alternatif, celui-ci est schématisé dans la figure (I.2). Il est composé de six transistors shuntés en antiparallèle par des diodes de récupération qui permettent de renvoyer le courant négatif vers la source continue [8].

Dans l'étude de l'ensemble commande-onduleur-machine, nous nous intéresserons uniquement au comportement dynamique des variables électriques et mécaniques de la machine. On peut faciliter la modélisation et réduire le temps de simulation en modélisant l'onduleur par un ensemble d'interrupteurs idéaux : c'est-à-dire résistance nulle à l'état passant, résistance infinie à l'état bloqué, réaction instantanée aux signaux de commande. Cette méthode est la plus couramment utilisée dans l'étude de l'ensemble onduleur - machine.

Pour modéliser l'onduleur de tension, on considère son alimentation comme une source parfaite, supposée d'être un générateur de F.E.M égale à V_{dc} .

Les tensions composées sont calculées en fonction des tensions de sorties de l'onduleur par :

$$\begin{cases} u_{ab} = v_a - v_b \\ u_{bc} = v_b - v_c \\ u_{ca} = v_c - v_a \end{cases} \quad (I.23)$$

Les tensions simples des phases de la charge issues des tensions composées sont données par :

$$\begin{cases} v_a = \frac{1}{3}(u_{ab} - u_{ca}) \\ v_b = \frac{1}{3}(u_{bc} - u_{ab}) \\ v_c = \frac{1}{3}(u_{ca} - u_{bc}) \end{cases} \quad (I.24)$$

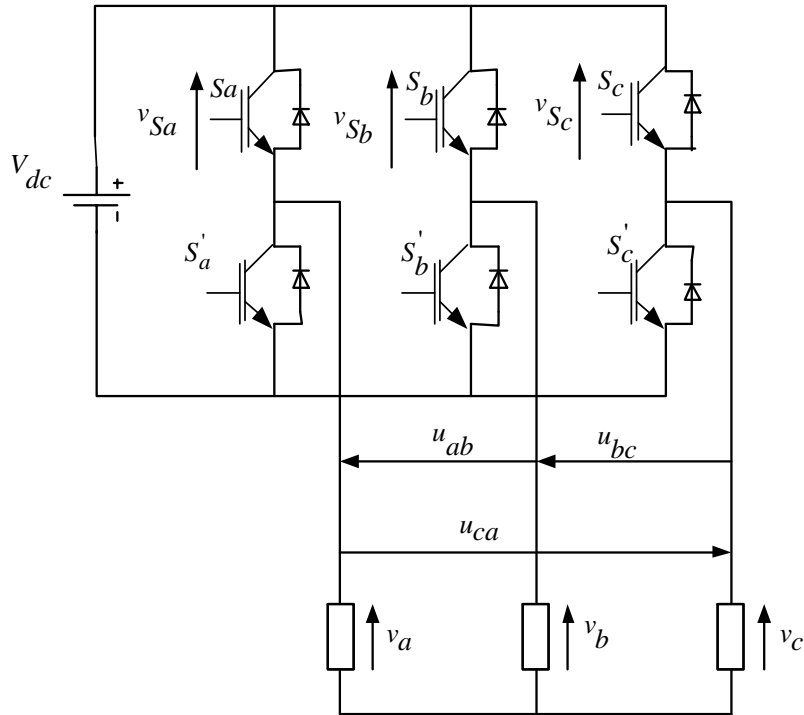


Figure (I.2) : Schéma de l'onduleur triphasé

L'équation (I.26) peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{pmatrix} \quad (\text{I.25})$$

D'autre part nous avons :

$$\begin{cases} v_{sa} = (1 - S_a)V_{dc} \\ v_{sb} = (1 - S_b)V_{dc} \\ v_{sc} = (1 - S_c)V_{dc} \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

Les tensions de lignes délivrées par l'onduleur sont :

$$\begin{cases} u_{ab} = v_{sa} - v_{sb} \\ u_{bc} = v_{sb} - v_{sc} \\ u_{ca} = v_{sc} - v_{sa} \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

En remplaçant (I.26) dans (I.27), on obtient :

$$\begin{cases} u_{ab} = (S_a - S_b)V_{dc} \\ u_{bc} = (S_b - S_c)V_{dc} \\ u_{ca} = (S_c - S_a)V_{dc} \end{cases} \quad (\text{I.28})$$

En remplaçant (I.28) dans (I.25), on obtient :

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_a - S_b \\ S_b - S_c \\ S_c - S_a \end{pmatrix} \quad (\text{I.29})$$

La simplification du système d'équations (I.30) conduit à la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{pmatrix} \quad (\text{I.30})$$

I.6. Modulation vectorielle

I.6.1. Présentation vectorielle

La présentation consiste à placer le vecteur de commande dans le référentiel biphasé qui sera obtenu après l'utilisation de la transformation de Clark. Le codage des commutations possibles des interrupteurs peut être effectué sur trois états (S_a, S_b, S_c) . Les commandes dans le référentiel (α, β) sont données par le tableau (I.1) qui permet de trouver, pour une combinaison des interrupteurs donnée, le vecteur obtenu dans le référentiel (α, β) ceci donne le polygone de commutation de la figure (II.1). La transformation de Clark est donnée par :

$$\begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{pmatrix} \quad (\text{I.31})$$

Les huit vecteurs de tension possibles, sont exprimés par l'équation suivante :

$$V_{k+1} = \frac{2}{3} V_{dc} e^{jk\frac{\pi}{3}}, \text{ avec } k = 0, \dots, 5 \text{ et } V_0 = V_7 = 0 \quad (\text{I.32})$$

Vecteurs	S_a	S_b	S_c	v_a	v_b	v_c	v_α	v_β
V_0	0	0	0	0	0	0	0	0
V_1	1	0	0	$\frac{2}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{2}{3}V_{dc}$	0
V_2	1	1	0	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{2}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}V_{dc}$
V_3	0	1	0	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{2}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}V_{dc}$
V_4	0	1	1	$-\frac{2}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{2}{3}V_{dc}$	0
V_5	0	0	1	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{2}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}V_{dc}$
V_6	1	0	1	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{2}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$\frac{1}{3}V_{dc}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}V_{dc}$
V_7	1	1	1	0	0	0	0	0

Tableau (I.1) : Calcul des vecteurs de tension

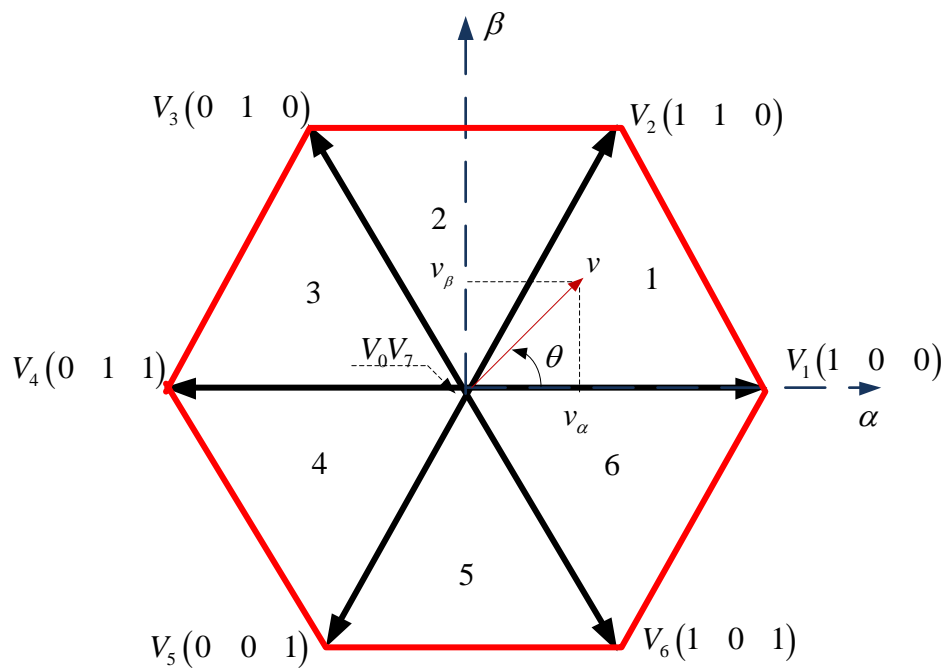


Figure (I.3) : Représentation du polygone de commutation et le vecteur de tension de référence

I.6.2. Principe de la modulation vectorielle

La modulation vectorielle (Space Vector Modulation: SVM) traite les signaux directement dans le plan biphasé de la transformée de Clark. Elle suppose que l'on travaille dans le cadre d'une commande numérique et qu'un algorithme de régulation a déjà déterminé les composantes souhaitées v_α et v_β .

La modélisation de l'onduleur a montré que pour les différentes combinaisons de commande (S_a, S_b, S_c) , l'onduleur peut générer seulement huit vecteurs de tension V_i ($i=0, \dots, 7$) dans le plan de la transformée de Clark (α, β) , dont deux sont nuls et six ont un module $\frac{2}{3}V_{dc}$ et une direction donnée. L'onduleur ne peut donc fournir de façon exacte et instantanée que des tensions de type V_i . On ne peut réaliser une tension quelconque (v_α, v_β) qu'en valeur moyenne sur une période de hachage T_h . Il faut donc appliquer des vecteurs de tension réalisables pendant des durées adéquates sur l'intervalle T_h .

Afin de minimiser les ondulations de tensions, et par voie de conséquence les harmoniques, on admet qu'il faut réaliser (v_α, v_β) avec les deux vecteurs de tension V_i les plus proches [10].

Alors cette technique de modulation suit les principes suivants :

- Le signal de référence est échantillonné à des intervalles de temps réguliers T_e ;
- Pour chaque phase, on doit générer une impulsion centrée sur la période T_h , de sorte que la valeur moyenne de la tension de sortie est égale à la valeur de la tension de référence à l'instant d'échantillonnage ;
- Cette modulation est conduite en synchronisme sur les trois phases.

Une analyse combinatoire de tous les états possibles des interrupteurs permet de calculer les vecteurs de tensions $v = [v_\alpha \ v_\beta]^T$ correspondants comme indiqué par le tableau (I.1).

Il s'agit alors de déterminer la position du vecteur de consigne dans ce repère α, β , et le secteur dans lequel il se trouve (figure (I.3)). Celui-ci est limité par les deux vecteurs V_i et V_{i+1} définis dans le Tableau (I.1). Les tensions de référence sont reconstituées en effectuant une moyenne temporelle de ces vecteurs.

I.6.3. Calcul des temps d'application des vecteurs de tension

Si le vecteur de référence se trouve dans le secteur i ($i = 1, \dots, 6$), alors t_i, t_{i+1} soit les temps d'application des vecteurs adjacents V_i et V_{i+1} , alors que t_0 représente le temps d'application des vecteurs nuls V_0, V_7 [10].

Afin d'assurer l'égalité de la valeur moyenne de la tension et sa référence à partir d'un instant t , l'équation suivante doit être vérifiée :

$$\frac{1}{T_h} \int_t^{t+T_h} \bar{v} dt = \frac{1}{T_h} \left[\int_t^{t+t_1} \bar{V}_i dt + \int_{t+t_1}^{t+t_1+t_2} \bar{V}_{i+1} dt + \int_{t+t_1+t_2}^{t+T_h} \bar{V}_0 dt \right] \quad (\text{I.33})$$

Dans une période d'échantillonnage T_h très petite, le vecteur \bar{v} est constant, après une simplification de l'équation (I.33) on trouve :

$$\bar{v} T_h = t_i \bar{V}_i + t_{i+1} \bar{V}_{i+1} + t_0 \bar{V}_0 \quad (\text{I.34})$$

Dans le secteur 1, l'équation (I.34) devient :

$$\bar{v} T_h = t_1 \bar{V}_1 + t_2 \bar{V}_2 + t_0 \bar{V}_0 \quad (\text{I.35})$$

Le vecteur de tension de référence est donné par :

$$\bar{v} = v_\alpha + jv_\beta \quad (\text{I.36})$$

Les vecteurs de tension dans le secteur 1 sont :

$$\begin{aligned} \bar{V}_0 &= 0 \\ \bar{V}_1 &= \frac{2}{3} V_{dc} \\ \bar{V}_2 &= \frac{2}{3} V_{dc} \left(\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{I.37})$$

En remplaçant (I.36) et (I.37) dans (I.35), et par identification, on obtient :

$$\begin{cases} v_\alpha = t_1 \frac{2}{3} V_{dc} + t_2 \frac{1}{3} V_{dc} \\ v_\beta = t_2 \frac{\sqrt{3}}{3} V_{dc} \end{cases} \quad (\text{I.38})$$

La résolution du système (I.40) conduit aux temps d'application suivants :

$$\begin{cases} t_1 = \frac{3v_\alpha - \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h \\ t_2 = \frac{3v_\beta}{\sqrt{3}V_{dc}} T_h \\ t_0 = T_h - t_1 - t_2 \end{cases} \quad (\text{I.39})$$

En effectuant le même calcul, nous obtenons les temps correspondants aux vecteurs de tension qui composent chaque secteur. Le tableau (I.1) regroupe l'ensemble des temps nécessaires pour appliquer les vecteurs de tension dans chaque secteur.

I.6.4. Génération des impulsions

Les vecteurs à appliquer pour différentes positions du vecteur de tension de référence sont indiqués par la figure (I.4) [11]

Secteur 1	Secteur 2	Secteur 3
$t_1 = \frac{3v_\alpha - \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h$	$t_2 = \frac{3v_\alpha + \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h$	$t_3 = \frac{3v_\beta}{\sqrt{3}V_{dc}} T_h$
$t_2 = \frac{3v_\beta}{\sqrt{3}V_{dc}} T_h$	$t_3 = \frac{-3v_\alpha + \sqrt{3}v_\beta}{3V_{dc}} T_h$	$t_4 = \frac{3v_\alpha + \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h$
$t_0 = T_h - t_1 - t_2$	$t_0 = T_h - t_2 - t_3$	$t_0 = T_h - t_3 - t_4$
Secteur 4	Secteur 5	Secteur 6
$t_4 = \frac{3v_\alpha - \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h$	$t_5 = \frac{3v_\alpha - \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h$	$t_1 = \frac{3v_\alpha + \sqrt{3}v_\beta}{2V_{dc}} T_h$
$t_5 = \frac{-3v_\beta}{\sqrt{3}V_{dc}} T_h$	$t_6 = \frac{-3v_\alpha + \sqrt{3}v_\beta}{3V_{dc}} T_h$	$t_6 = \frac{-3v_\beta}{\sqrt{3}V_{dc}} T_h$
$t_0 = T_h - t_4 - t_5$	$t_0 = T_h - t_5 - t_6$	$t_0 = T_h - t_6 - t_1$

Tableau (I.2) : Temps d'application des vecteurs de tension dans chaque secteur

La figure (I.4) permet de donner la relation entre t_{on} , t_{off} de chaque interrupteur et les durées d'application des vecteurs dans un secteur donné.

Dans le secteur 1, t_{on} et t_{off} de chaque interrupteur sont exprimés en fonction de t_0, t_1, t_2 par

$$\begin{aligned}
 t_{a\ on} &= \frac{t_0}{4} \quad , \quad t_{a\ off} = \frac{3t_0}{4} + t_1 + t_2 \\
 t_{b\ on} &= \frac{t_0}{4} + \frac{t_1}{2} \quad , \quad t_{b\ off} = \frac{3t_0}{4} + \frac{t_1}{2} + t_2 \\
 t_{c\ on} &= \frac{t_0}{4} + \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{2} \quad , \quad t_{c\ off} = \frac{3t_0}{4} + \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{I.40}$$

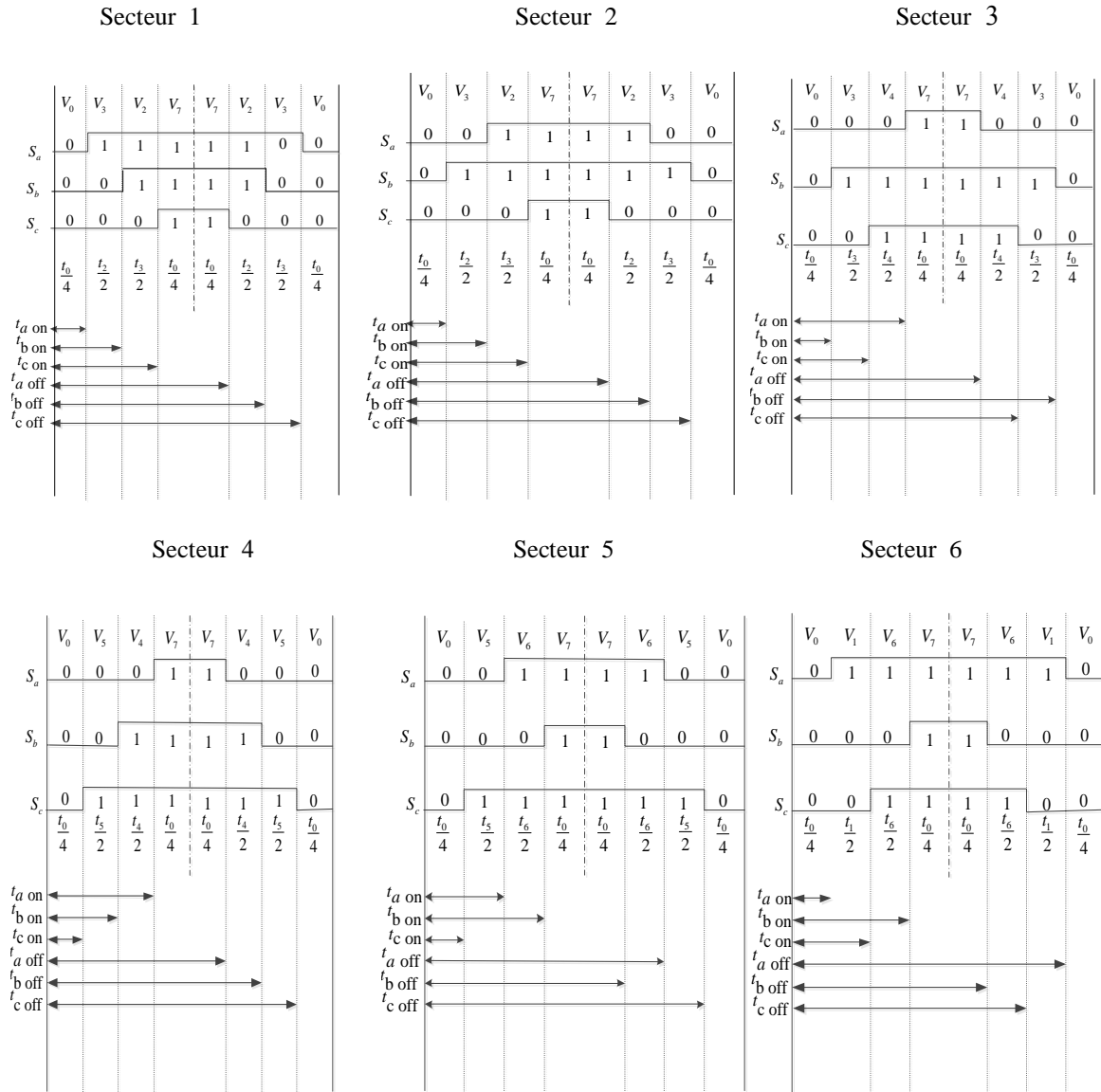


Figure (I.4) : Vecteurs de tension à appliquer dans chaque secteur

De la même manière on peut déterminer les instants de commutation t_{on} , t_{off} de chaque interrupteur pour les autres secteurs.

L'état de chaque interrupteur est déduit par une simple comparaison entre l'instant t et les instants t_{on} , t_{off} , tel que :

$$\begin{cases} t_{a\ on} \leq t \leq t_{a\ off} & \text{alors } s_a = 1; & \text{sinon, } s_a = 0 \\ t_{b\ on} \leq t \leq t_{b\ off} & \text{alors } s_b = 1; & \text{sinon, } s_b = 0 \\ t_{c\ on} \leq t \leq t_{c\ off} & \text{alors } s_c = 1; & \text{sinon, } s_c = 0 \end{cases} \quad (\text{I.41})$$

I.7. Conclusion

La machine à aimants englobe toute une variété de structures. Le choix d'une structure est lié à l'application et la notion prix-performances. L'excitation des machines synchrones par des aimants permanentes offre plusieurs avantages, tels que la suppression des pertes par effet joule et la réduction de l'encombrement.

Une simple comparaison des machines synchrones à aimants avec les autres types de machines laisse deviner un avenir brillant pour la machine à aimants surtout avec l'apparition des aimants très performants (SmCo, NdFeBr). De plus, elles n'exigent pratiquement aucun entretien pendant sa durée de vie.

Dans ce chapitre, nous avons présenté la machine synchrone à aimants permanents et les avantages qu'elle a par rapport aux autres types de machines à savoir, une excitation constante, une faible inertie, et une commande souple et simplifiée.

Ensuite, nous avons procédé à la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents en utilisant le modèle de Park. Il résulte un modèle plus simple avec des non-linéarités plus réduites.

Dans la dernière partie de ce chapitre une attention particulière a été portée sur la modélisation de l'alimentation de la machine. Il s'agit d'un onduleur de tension contrôlé par la modulation vectorielle.

Chapitre II

Commande vectorielle de la MSAP

II.1. Introduction

La machine synchrone n'été envisagé pour la variation de la vitesse qu'assez récemment en raison des progrès en électronique de puissance. Le fonctionnement de cette machine permet d'obtenir tous les avantages de la machine à courant continu sans avoir les inconvénients de la commutation mécanique qui en limite des applications en vitesse et en puissance.

Avec les progrès de la micro-informatique, il est aujourd'hui possible d'appliquer les commandes découplées aux machines synchrones. Ces commandes ont pour objectif d'obtenir les performances excellentes de la machine à courant continu qui possède plusieurs avantages, elle est facilement commandable, étant donné que le flux et le couple sont découplés.

L'objectif principal de la commande vectorielle de la MSAP est donc de contrôler le couple de manière optimale selon un critère choisi. Compte tenu de l'importance de la contrainte thermique dans les machines électriques, le critère choisi correspond souvent à la minimisation des pertes Joule à couple donné [12].

Mais ce critère demande la solution d'un problème d'optimisation qui impose le contrôle simultané des courants direct et en quadrature. Pour simplifier la commande, on fixe souvent le courant direct de manière que le couple soit proportionnel au courant en quadrature dans une plage de vitesse donnée.

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'application de la commande vectorielle à la commande en vitesse de la machine synchrone à aimants permanents. L'étude passe nécessairement par la synthèse des régulateurs linéaires de courant et de vitesse par placement des pôles.

II.2. Principe de la commande vectorielle de la MSAP

La technique de la commande vectorielle est utilisée pour établir un modèle linéaire de la machine synchrone à aimants permanents équivalent à celui d'une machine à courant continu. Le principe consiste à orienter le vecteur courant statorique afin de rendre le comportement de cette machine similaire à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée (MCC) où le courant inducteur contrôle le flux et le courant d'induit contrôle le couple. Il s'agit de placer le référentiel (d,q) de sorte que le courant soit aligné sur l'axe en quadrature (q) [13]. Par conséquent, si le courant i_d est forcé à zéro, la composante φ_d du flux statorique devient $\varphi_d = \varphi_f$ et la forme du couple électromagnétique sera :

$$C_{em} = \frac{3}{2} p \varphi_f i_q \quad (\text{II.1})$$

Comme le flux est constant, le couple est directement proportionnel à i_q . Dans ce cas, l'expression du couple se réduit à :

$$C_{em} = k_T i_q \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$$k_T = \frac{3}{2} p \varphi_f \quad (\text{II.3})$$

L'expression (II.2) est similaire à celle du couple électromagnétique de la machine à courant continu donnée par:

$$C_{em} = k \phi_f i_a, \text{ avec } \phi_f = k i_f \quad (\text{II.4})$$

Ou :

i_a : Courant d'induit

i_f : Courant d'excitation générant le flux ϕ_f

k : Constante dépendant des caractéristiques de la machine

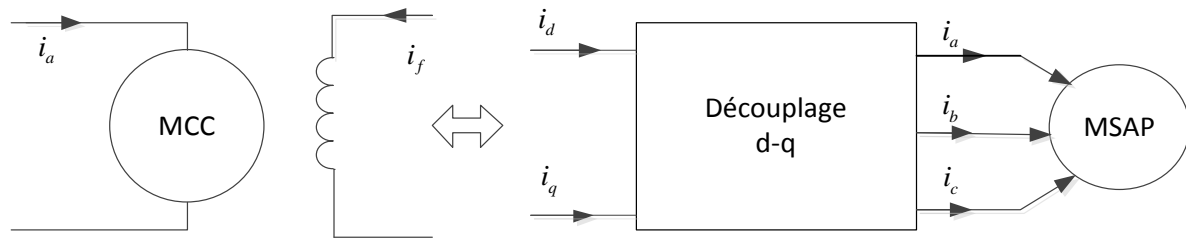


Figure (II.1) : Principe de la commande vectorielle

Le contrôle vectoriel porte en général sur des machines alimentées en tension et régulées en courant sur les axes d et q. Cette topologie permet une meilleure dynamique dans le contrôle du couple tout en évitant les inconvénients d'une alimentation en courant [14].

Afin de contrôler le couple d'une machine synchrone à aimants permanents, il est nécessaire de contrôler le vecteur courant. Ceci est possible en contrôlant instantanément soit son amplitude et son retard par rapport à la f.e.m, soit ces composantes suivant l'axe direct et l'axe en quadrature.

La connaissance du modèle de la machine permet, en fonction de l'erreur des courants de phase par rapport à leurs références, de déterminer les références des tensions qui seront imposées aux bornes de la machine grâce à un onduleur de tension commandé en modulation de largeur d'impulsion.

II.3. Description du système global

La figure (II.2) représente le schéma global de la commande vectorielle en vitesse d'une machine synchrone à aimants permanents dans le repère (d,q). A partir de la vitesse de référence et la vitesse mesurée, le régulateur de vitesse fournit la consigne de couple, représenté par le courant i_q^* . Le régulateur du courant i_q impose cette référence en fournissant la tension de commande v_q^{r*} . Pour optimiser la puissance absorbée par la machine, le courant i_d est maintenu à la valeur nulle par l'intermédiaire du régulateur du courant i_d qui fournit la tension de commande v_d^{r*} . Un bloc de découplage est nécessaire pour générer les tensions de références v_d^* et v_q^* . La commande vectorielle revient alors à contrôler les deux composantes i_d et i_q du courant statorique en imposant les tensions v_d^* et v_q^* qui conviennent.

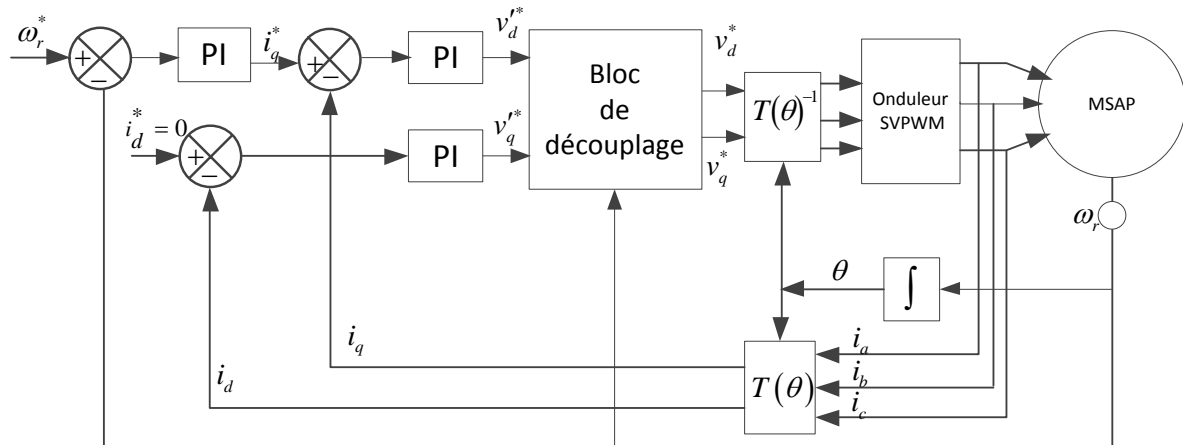


Figure (II.2) : Schéma global de la commande vectorielle de la MSAP

II.4. Synthèse des régulateurs de courant

II.4.1. Découplage

L'alimentation en tension est obtenue en imposant les tensions de référence à l'entrée de la commande de l'onduleur. Ces tensions permettent de définir les rapports cycliques sur les bras de l'onduleur de manière à ce que les tensions délivrées par cet onduleur aux bornes du stator de la machine soient les plus proches possibles des tensions de référence. Mais, il faut définir des termes de compensation, car, dans les équations statoriques, il y a des termes de couplage entre les axes d et q.

La compensation a pour but de découpler les axes d et q. Ce découplage permet d'écrire les équations de la machine et de la partie régulation d'une manière simple et ainsi de calculer aisément les coefficients des régulateurs [15]

Les équations statoriques comprennent, en effet, des termes qui font intervenir des courants de l'autre axe, ces équations s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} v_d = (R + SL_d)i_d - \omega L_q i_q \\ v_q = (R + SL_q)i_q + \omega(L_d i_d + \varphi_f) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

La figure (II.3) représente les couplages existant entre les axes d et q.

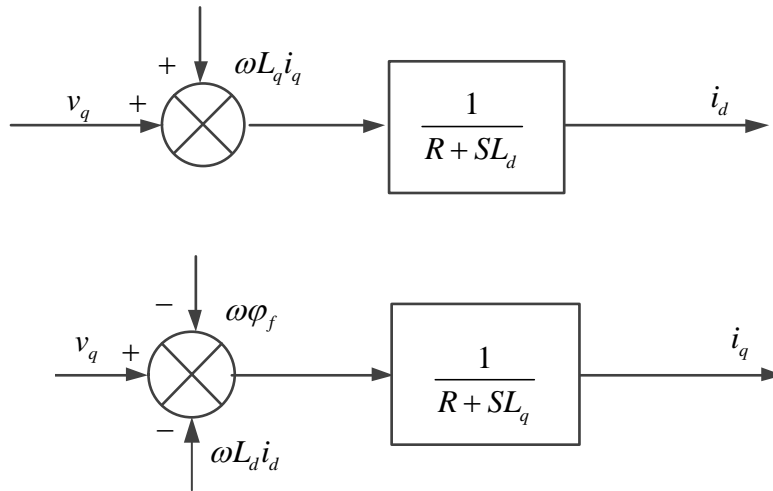


Figure (II.3) : Représentation des couplages entre les axes d et q

La tension selon l'axe d peut être construite par la somme de deux termes suivants:

$$v_d = v'_d + e_d, \text{ avec } e_d = -\omega L_q i_q \quad (\text{II.6})$$

La tension selon l'axe q peut être construite par la somme de deux termes suivants:

$$v_q = v'_q + e_q, \text{ avec } e_q = \omega L_d i_d + \omega \varphi_f \quad (\text{II.7})$$

Les relations entre les tensions v'_d , v'_q et les courant i_d et i_q sont :

$$\begin{cases} v'_d = (R + SL_d) i_d \\ v'_q = (R + SL_q) i_q \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

La compensation a pour effet de découpler les deux axes grâce à une reconstitution en temps réel des perturbations e_d et e_q . Dans de telles conditions, le modèle de la machine devient linéaire [16].

La figure (II.4) représente le découplage par compensation.

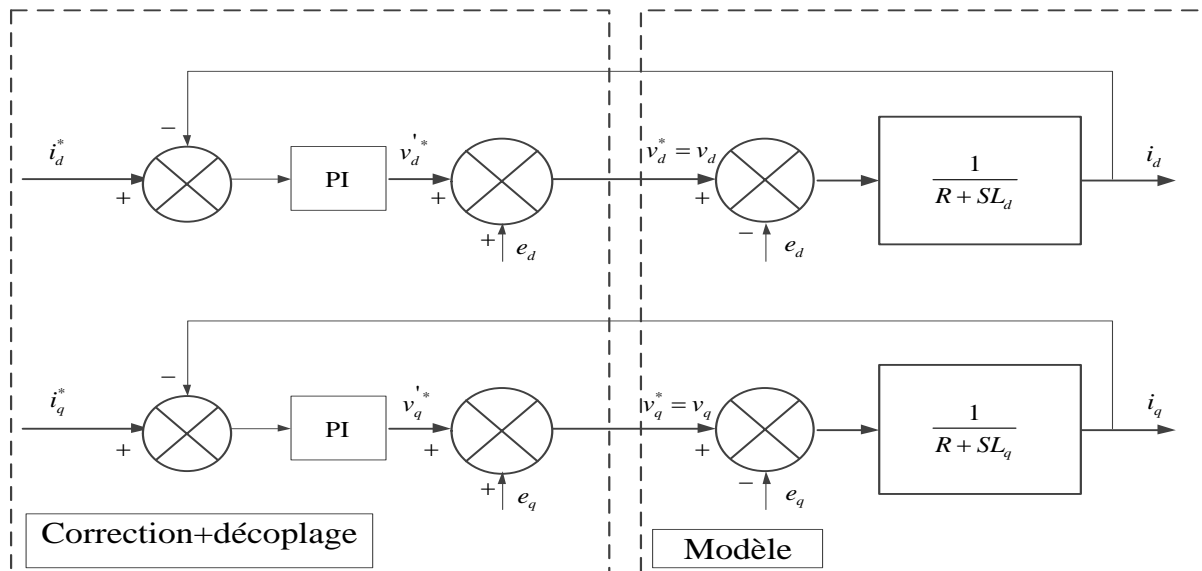


Figure (II.4) : Découplage par compensation

Lorsque les actions sur les axes d et q sont découplées, la figure (II.4) se simplifiée à celle de la figure (II.5).

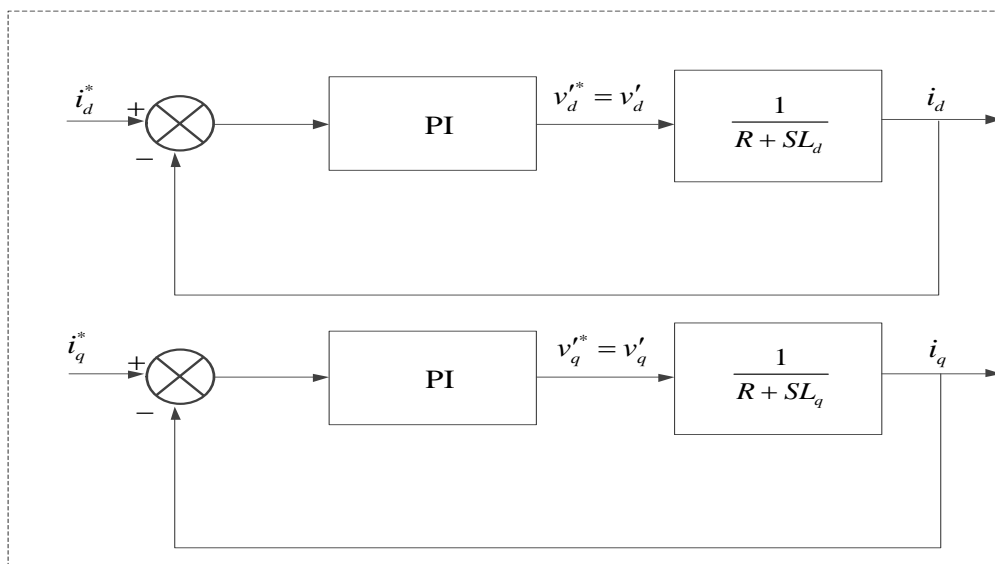


Figure (II.5) : Commande découplée

II.4.2. Régulation

Dans ce chapitre on se limite à la technique de control par des régulateurs PI qui offre des performances satisfaisantes tant du point de vue de la régulation ou bien du point de vue de la stabilité, précision et rapidité.

Notons que par analogie à la régulation utilise pour la MCC, deux boucles internes sont réalisées pour le contrôle direct du flux et du couple, ou indirectement par leurs composantes respectives en courant.

II.4.3 Calcul des régulateurs

Les structures des régulateurs sont choisies pour répondre à plusieurs nécessités. Il convient d'abord de régler la machine de façon à imposer à la charge la vitesse ou la position et le couple.

Pour calculer les paramètres des régulateurs, on adopte des modèles linéaires continus. Les méthodes classiques de l'automatique sont utilisables. Ces méthodes ont l'avantage d'être simples et faciles à mettre en œuvre.

Les éléments fondamentaux pour la réalisation des régulateurs sont les actions P.I.D (proportionnelle, intégrale, dérivée). Les algorithmes, même les plus performants, sont toujours une combinaison de ces actions. Pour cette section, nous avons adopté un régulateur proportionnel- intégral (PI). L'action intégrale a pour effet de réduire l'écart entre la consigne et la grandeur régulée. L'action proportionnelle permet le réglage de la rapidité du système [16].

II.4.3.1. Calcul des paramètres du régulateur de courant i_d

La figure (II.6) représente le schéma bloc de la régulation du courant i_d .

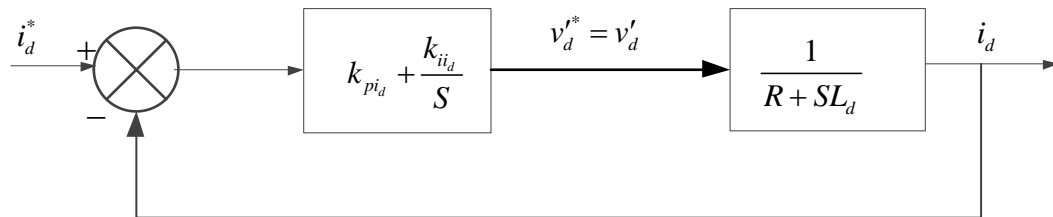


Figure (II.6) : Boucle de réglage du courant i_d

La relation qui existe entre la tension v_d' et le courant i_d , donnée par l'équation (II.8), permet de concevoir le régulateur linéaire du courant i_d . La fonction de transfert du système en boucle fermée est :

$$G_d(S) = \frac{(Sk_{p_{i_d}} + k_{i_{i_d}})}{L_d} \frac{1}{S^2 + \frac{(k_{p_{i_d}} + R)}{L_q}S + \frac{k_{i_{i_d}}}{L_d}} \quad (\text{II.9})$$

Sachant que la fonction de transfert d'un système de second ordre est donnée par l'expression suivante :

$$F(S) = \frac{1}{S^2 + 2\zeta\omega_n S + \omega_n^2} \quad (\text{II.10})$$

Avec :

ζ : Coefficient d'amortissement.

ω_n : Pulsation naturelle du système

Les paramètres des régulateurs sont choisis de sorte que le comportement du système en boucle fermée soit similaire à celui du système (II.10). Par identification entre les équations caractéristiques des deux systèmes (II.9) et (II.10), il vient :

$$\omega_{ni}^2 = \frac{k_{i_d}}{L_q} \quad \text{et} \quad 2\zeta_i\omega_{ni} = \frac{k_{p_{i_d}} + R}{L_q} \quad (\text{II.11})$$

On aura :

$$k_{i_d} = \omega_{ni}^2 L_q \quad \text{et} \quad k_{p_{i_d}} = 2\zeta_i\omega_{ni}L_q - R \quad (\text{II.12})$$

II.4.3.2. Calcul des paramètres du régulateur de courant i_q

La figure (II.7) représente le schéma bloc de la régulation du courant i_d . La relation qui existe entre la tension v'_q et le courant i_q , donnée par l'équation (II.8), permet de concevoir le régulateur linéaire du courant i_q .

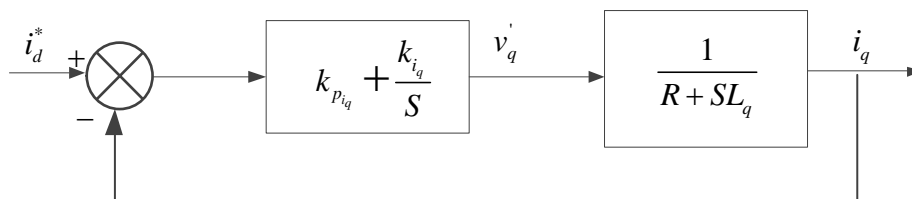


Figure (II.7): Boucle de réglage du courant i_q

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$G_q(S) = \frac{\frac{(Sk_{p_{i_q}} + k_{i_{i_q}})}{L_d}}{S^2 + \frac{(k_{p_{i_q}} + R)}{L_q}S + \frac{k_{i_{i_q}}}{L_d}} \quad (\text{II.13})$$

Par identification entre les équations caractéristiques des deux systèmes (II.9) et (II.13), il vient :

$$\omega_{ni}^2 = \frac{k_{i_{i_q}}}{L_d} \quad \text{et} \quad 2\zeta_i \omega_{ni} = \frac{k_{p_{i_q}} + R}{L_d} \quad (\text{II.14})$$

On aura :

$$k_{i_{i_q}} = \omega_{ni}^2 L_d \quad \text{et} \quad k_{p_{i_q}} = 2\zeta_i \omega_{ni} L_d - R \quad (\text{II.15})$$

II.4.3.3. Calcul des paramètres du régulateur de la vitesse

Dans les conditions de la commande des courants avec compensation, la situation est effectivement devenue similaire à celle de la machine à courant continu. Ceci facilite la conception du contrôle de vitesse. Ainsi, le réglage peut être envisagé suivant le schéma fonctionnel de la figure (II.8) où le régulateur adopté est un régulateur PI [17].

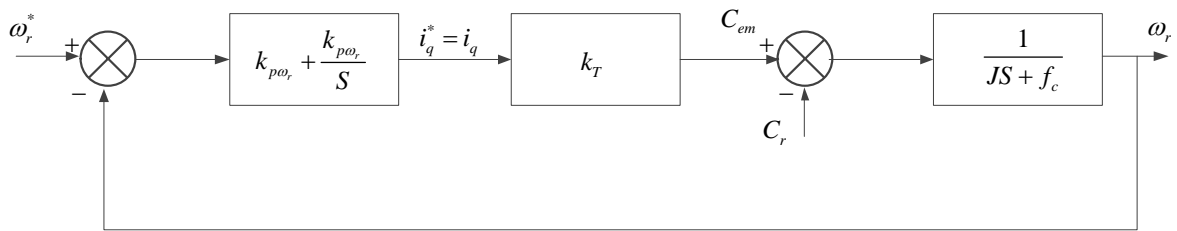


Figure (II.8) : Schéma fonctionnel du régulateur de vitesse

La fonction de transfert du système en boucle fermée est donnée par :

$$G_\omega(S) = \frac{\frac{k_{p\omega_r} k_T S}{J} + \frac{k_{i\omega_r} k_T}{J}}{S^2 + \frac{(k_{p\omega_r} k_T + f_c)}{J} S + \frac{k_{i\omega_r} k_T}{J}} \quad (\text{II.16})$$

Par analogie avec la fonction de transfert d'un système de second ordre on peut trouver les paramètres du régulateur PI :

$$\omega_{n\omega}^2 = \frac{k_{i\omega_r} k_T}{J} \quad 2\zeta_{\omega} \omega_{n\omega} = \frac{k_{p\omega} k_T + f_c}{J} \quad (\text{II.17})$$

On aura :

$$k_{i\omega_r} = \frac{\omega_{n\omega}^2 J}{k_T} \quad k_{p\omega_r} = \frac{(2J\zeta_{\omega} \omega_{n\omega} - f_c)}{k_T} \quad (\text{II.18})$$

II.5. Résultats de simulation

La simulation de la commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents est effectuée avec une période d'échantillonnage $T_s = 10^{-5} s$ et une fréquence de commutation de 5kHz. Les paramètres de la MSAP sont donnés en Annexe A, alors que les paramètres adoptés pour les régulateurs sont:

- Pour le régulateur de la vitesse :

$$\zeta_{\omega} = 0.707 \quad \text{et} \quad \omega_{n\omega} = 100 \text{ rad/s}$$

- Pour les régulateurs des courants :

$$\zeta_i = 1 \quad \text{et} \quad \omega_{ni} = 5000 \text{ rad/s}$$

A noter qu'un filtre passe-bas, de premier ordre d'une fréquence de coupure de 21.5Hz, est rajouté pour corriger la grandeur de la consigne afin d'amortir la variation brutale en échelon de la vitesse de référence. Ceci va réduire à son tour l'énergie de commande nécessaire lors des régimes transitoires et par conséquent, les dépassements en vitesse seront éliminés et l'appelle en courant sera limité.

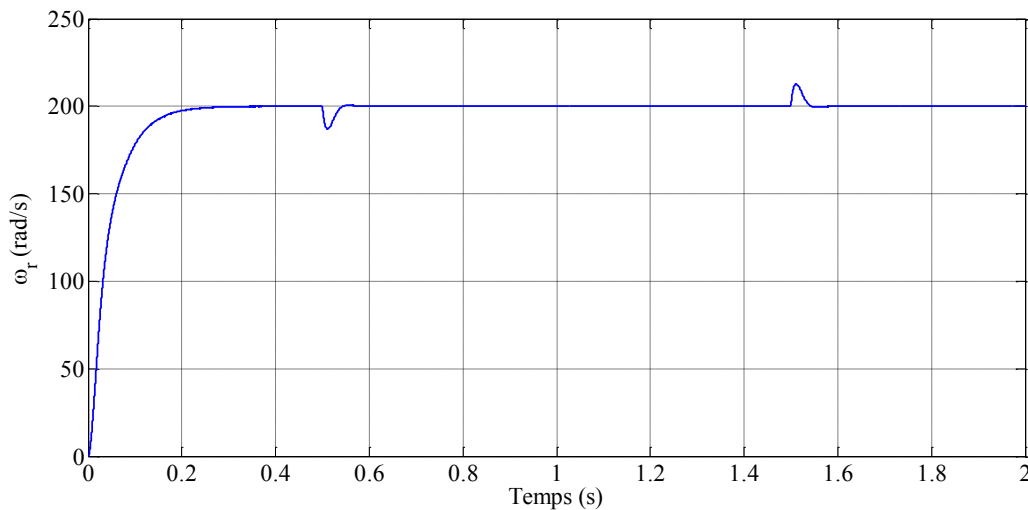


Figure (II.6) : Résultats de simulation de la commande vectorielle lors d'un démarrage à vide avec une consigne de vitesse de +200 rad/s suivi d'une application d'un couple de charge durant l'intervalle $[0.5, 1.5] s$

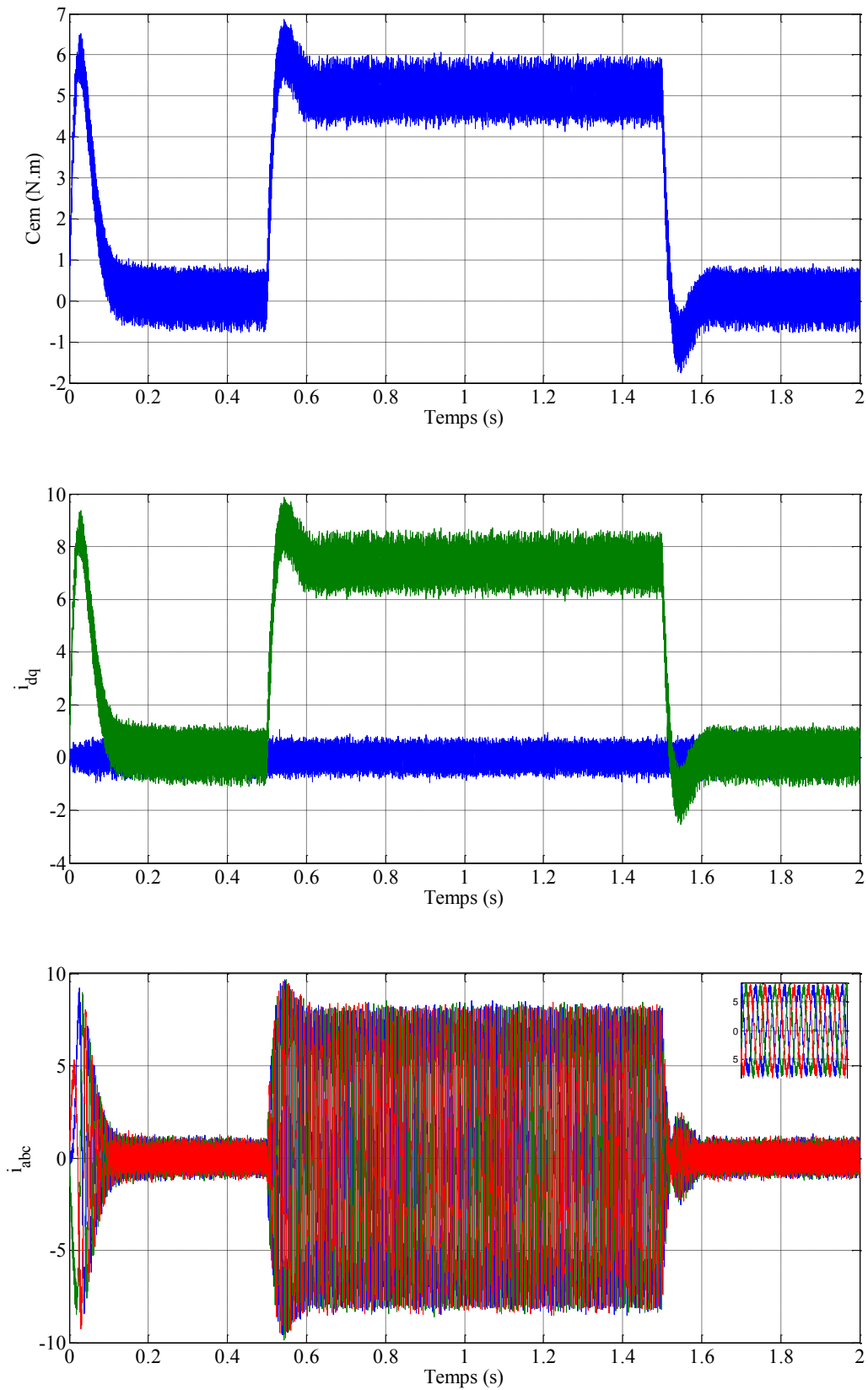


Figure (II.6) (suite): Résultats de simulation de la commande vectorielle lors d'un démarrage à vide avec une consigne de vitesse de +200 rad/s suivi d'une application d'un couple de charge durant l'intervalle $[0.5, 1.5]$ s

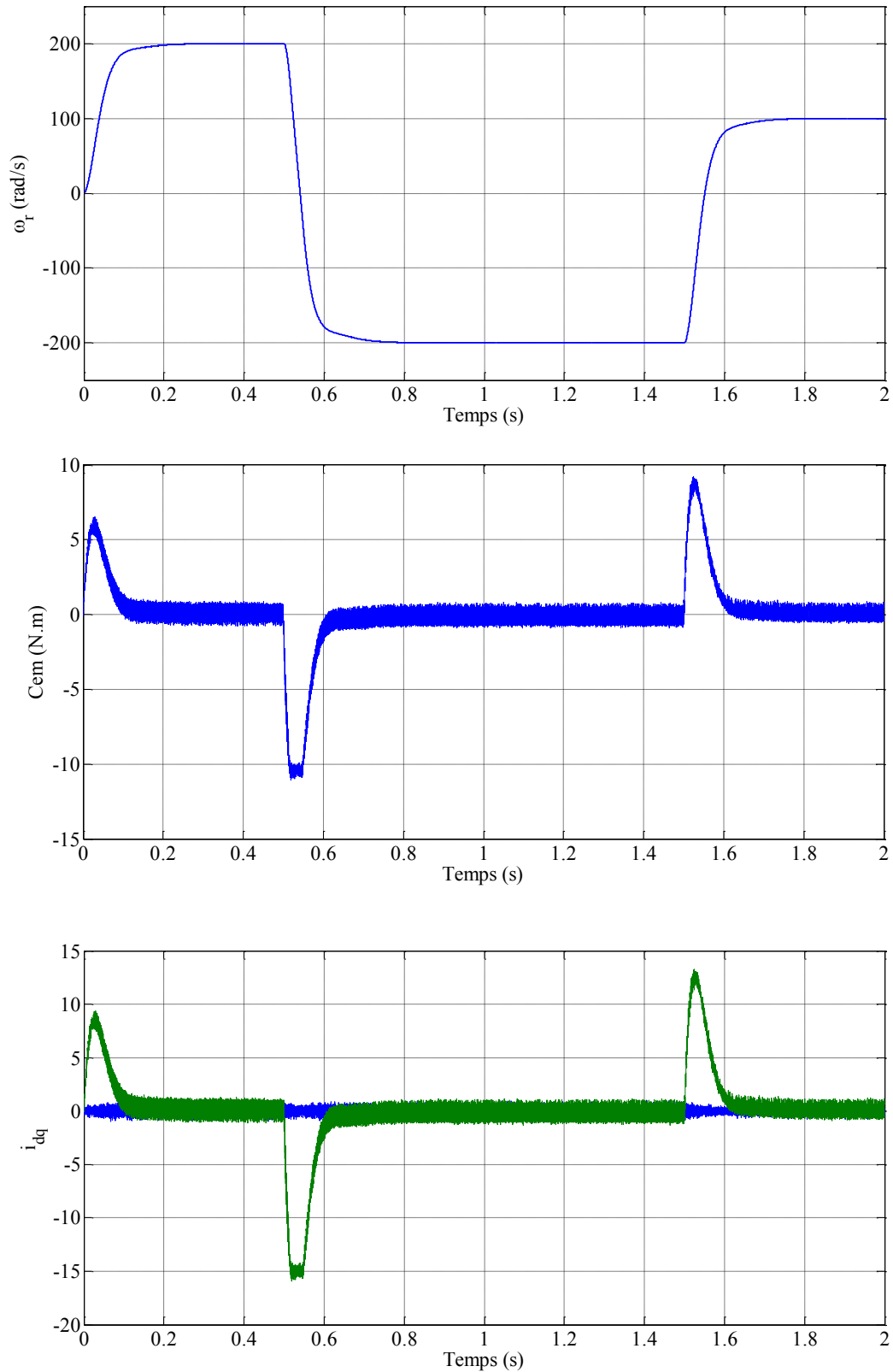


Figure (II.10) : Résultats de simulation de la commande vectorielle lors de l'inversion du sens de rotation de +200 rad/s à -200 rad/s à $t=0.5$ suivi d'une autre inversion à $t=1.5$ s de -200 rad/s à 100rad/s

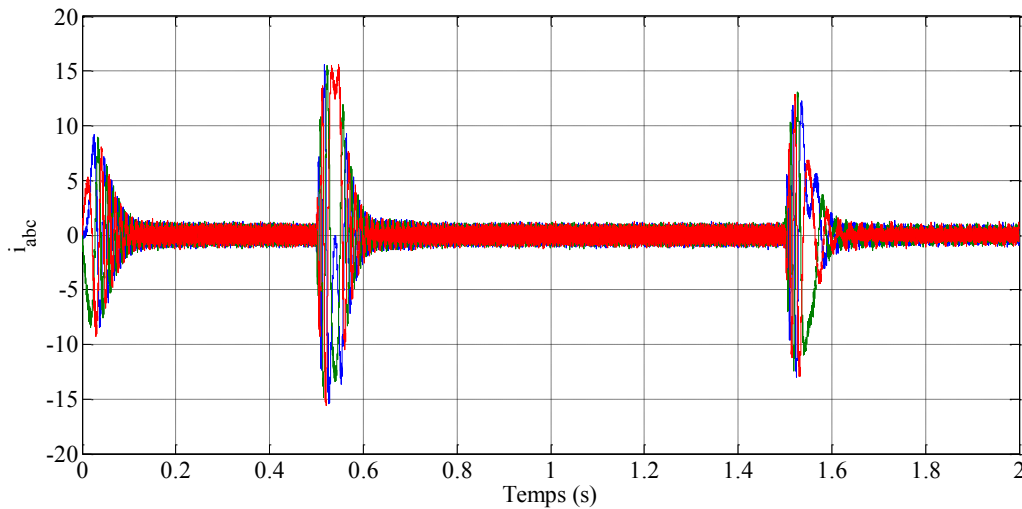


Figure (II.10) (suite): Résultats de simulation de la commande vectorielle lors de l'inversion du sens de rotation de $+200 \text{ rad/s}$ à -200 rad/s à $t=0.5$ suivi d'une autre inversion à $t=1.5$ s de -200 rad/s à 100 rad/s

II.6. Interprétations des résultats

La figure (II.9) représente le démarrage à vide de la MSAP avec un échelon de consigne de 200 rad/s , suivi d'une application d'un couple de charge de 5 N.m durant l'intervalle de temps $[0.5, 1.5] \text{ s}$.

A partir de ces résultats, on constate que:

- L'allure de la vitesse suit parfaitement sa référence avec un temps de réponse de l'ordre de 0.25 s . A noter, que la vitesse atteint sa référence filtrée sans dépassement du fait de la présence du filtre de la consigne ;
- Aux moments des variations du couple résistant la vitesse est légèrement affectée du fait que le régulateur réagit rapidement pour éliminer cette perturbation. D'autre part, le couple électromagnétique compense efficacement le couple de charge appliqué ;
- La réponse des courants montre bien que le découplage introduit par la commande vectorielle est garanti. En effet, la composante directe du courant demeure constamment nul indépendamment de la variation du couple électromagnétique.

Dans l'essai de la figure (II.10), la vitesse de rotation de la MSAP a été inversée de la valeur de référence $+200 \text{ rad/s}$ à la valeur -200 rad/s à l'instant $t=0.5 \text{ s}$, puis à l'instant $t=1.5 \text{ s}$ une autre inversion a été appliquée de nouveau de -200 rad/s à 100 rad/s .

Les résultats de simulation obtenus montrent que les performances de poursuites de vitesse sont satisfaisantes.

La réponse des deux composantes du courant statorique montre bien que le courant i_q est l'image du couple, et que le courant i_d est maintenu à zéro. Ceci montre que le découplage est parfaitement réalisé.

II.7. Conclusion

Dans ce chapitre, l'étude réalisée porte sur une méthode de découplage basée sur la commande vectorielle dont la composante directe du courant est maintenue nulle. Cette commande a permis non seulement le découplage entre les deux composantes du courant mais aussi de rendre le modèle de la machine synchrone à aimants permanents similaire à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée. Ainsi, le modèle mathématique de la machine peut être vu comme un modèle linéaire.

Le réglage de la vitesse de la MSAP par des régulateurs PI a permis d'avoir des résultats satisfaisants en termes de temps de réponse, rejet de perturbation et poursuite de la référence. Toutefois, la réponse en vitesse présente un dépassement en régime transitoire.

Chapitre III

Commande non linéaire de la MSAP

III.1. Introduction

L'intérêt constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises. Mais, si un modèle rend compte du comportement d'un système dans une large plage de fonctionnement, il est malheureusement le plus souvent non-linéaire, et les outils fondamentaux de synthèse de lois de commande dans le domaine linéaire deviennent insuffisants ce qui oblige d'avoir recours à de nouvelles méthodes [18].

Les commandes linéaires conçues restent, cependant, très dépendant du point de fonctionnement considéré et surtout du taux de variation des non linéarités du modèle du moteur. Si ces non-linéarités deviennent très prononcées, la linéarisation de premier ordre n'est donc plus valable et les commandes perdent automatiquement leurs performances et peuvent rendre le système instable. Cette situation a poussé les chercheurs à s'orienter de plus en plus vers les techniques de la commande non-linéaire basée sur la théorie de la géométrie différentielle [2]. Cette commande a été introduite principalement pour remédier aux problèmes rencontrés avec la commande linéaire. Parmi ces méthodes, on trouve la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties. Son principe consiste à trouver une transformation qui permet de compenser les non-linéarités du modèle et ainsi rendre la relation entre la sortie d'un système et son entrée complètement linéaire [19].

Dans ce chapitre, le principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties sera présenté. Nous allons concevoir un contrôleur non-linéaire basé sur cette technique afin de réguler la vitesse d'un moteur synchrone à aimants permanents.

III.2 Avantages de la théorie des entrées-sorties

La théorie des entrées-sorties comporte au moins trois avantages [20]:

- Elle est cohérente avec un des points de vue de la théorie du contrôle qui dit qu'il est préférable de garder le système plus simple. Chacun de ces derniers est vu comme une application d'une entrée à une sortie, c'est-à-dire un opérateur ;
- Elle est générale, donc il est possible de faire des conclusions bien utiles sur un système à contre-réaction, même si l'on n'a pas une connaissance stricte de la structure interne de chaque bloc élémentaire qui le compose ;
- Elle fournit une généralisation naturelle au cas non-linéaire en utilisant le fait que la stabilité d'un système linéaire invariante dans le temps est liée aux marges de phase et de gain. D'ailleurs, la mesure de l'amplification de gain dans la boucle ainsi que du déphasage est motivée par des propriétés physiques telles que la passivité.

III.3 Outils mathématiques

Dans cette section, nous présentons quelques outils mathématiques nécessaires pour assimiler la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties.

III.3.1 Gradient

On définit le gradient d'une fonction scalaire $h(x)$ par rapport au vecteur x , par le vecteur ligne $\nabla h(x)$, défini par $(\nabla h)_i = \frac{\partial h}{\partial x_i}$. D'une façon similaire, le gradient d'un champ de

vecteur $f(x)$ est défini par le Jacobine de f (matrice de $(n \times n)$ éléments) comme suit :

$$(\nabla h)_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (\text{III.1})$$

III.3.2 Dérivée de Lie

Soient $f : R^n \rightarrow R^n$ un champ de vecteurs et $h : R^n \rightarrow R$ une fonction scalaire. On introduit la dérivée de Lie comme étant une nouvelle fonction scalaire, notée $L_f h$, donnant la dérivée de $h(x)$ dans la direction de f , tel que:

$$L_f h = \nabla h f = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial h}{\partial x_N} \right] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

Pour un ordre quelconque, on a :

$$L_f^i h = L_f(L_f^{i-1}h) = \nabla(L_f^{i-1}h)f, \quad i = 1, 2, \dots \quad (\text{III.3})$$

De plus, si g est un autre champ de vecteurs alors la fonction scalaire $L_g L_f h(x)$ est donnée par :

$$L_g L_f h(x) = \nabla(L_f h)g \quad (\text{III.4})$$

III.4. Principe de la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties

La linéarisation entrée-sortie consiste à rendre linéaire la relation dynamique entre l'entrée de commande d'un système et sa sortie en utilisant une loi de commande non linéaire. Cette dernière est dite linéarisant. Une autre loi de commande linéaire est ensuite employée pour stabiliser le système linéaire ainsi obtenu. La figure (III-1) illustre bien ce principe. Cette approche de linéarisation se distingue fortement de la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. En effet, le modèle linéaire obtenu avec cette dernière n'est valide que dans un voisinage du point de fonctionnement, c'est donc un modèle approché. Par contre, le modèle linéaire que donne la linéarisation entrée - sortie est valide dans tout l'espace d'état. Le compensateur linéaire qui stabilise ensuite le système est en principe plus performant [20]. Le cas des systèmes à une entrée et une sortie est d'abord présenté à cause de sa simplicité.

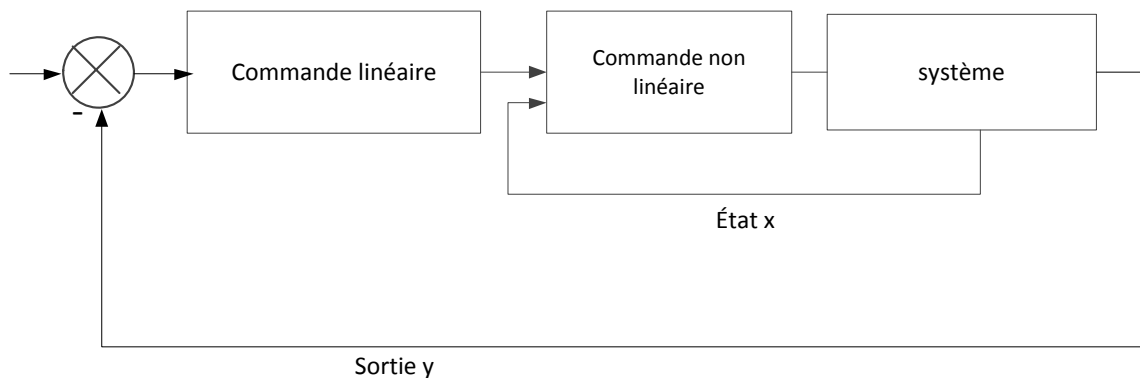


Figure (III.1) : Schéma de principe de la linéarisation entrée-sortie

Nous allons montrer comment obtenir une relation linéaire entre la sortie y et une nouvelle entrée v , en effectuant un bon choix de la loi linéarisant. Le modèle équivalent étant linéaire, on peut lui imposer une dynamique stable en se basant sur les méthodes linéaires classiques.

III.4.1 Système à une entrée et une sortie

Considérons le système dynamique représenté par l'équation d'état non linéaire d'ordre n suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x)\end{aligned}\quad (\text{III.5})$$

Où $x \in R^n$, $y \in R$ et $u \in R$ sont respectivement le vecteur d'état, les variables de sortie et d'entrée du système. Les fonctions $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sont considérées infiniment dérivables sur R^n . Supposons que $x=0$ est un point d'équilibre du système et que $g(x) \neq 0$. On dit que (III.5) est de degré relatif r si $L_g L_f^k h(x) = 0, \forall x$ dans le voisinage de $0, \forall (k < r-1)$, $L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0$.

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x), \quad L_f^k h(x) = L_f(L_f^{k-1} h(x)) \quad (\text{III.6})$$

Le degré relatif d'une sortie est le nombre de fois qu'il faut dériver pour faire apparaître l'entrée u .

III.4.2. Système à plusieurs entrées et plusieurs sorties

Avant tout, on considère que le système non-linéaire de p entrées et q sorties a pour forme:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x)u_i \\ y_i &= h_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, p\end{aligned}\quad (\text{III.7})$$

Où $x = [x_1 x_2 \dots x_n]^T \in R^n$ est le vecteur des états, $u = [u_1 u_2 \dots u_p]^T \in R^p$ est le vecteur des commandes et $y = [y_1 y_2 \dots y_q]^T \in R^q$ représente le vecteur des sorties. f, g_i sont des champs de vecteurs et $h_i, i = 1, 2, \dots, p$.

Le problème consiste à trouver une relation linéaire entre l'entrée et la sortie en dérivant la sortie jusqu'à ce qu'au moins une entrée apparaisse en utilisant l'expression:

$$y_j^{(r_j)} = L_f^{r_j} h_j(x) + \sum_{i=1}^p L_{g_i} (L_f^{r_j-1} h_j(x)) u_i \quad j = 1, 2, \dots, q \quad (\text{III.8})$$

où : $L_f^i h_j$ et $L_g^i h_j$ sont les $i^{\text{ème}}$ dérivées de Lie de h_j respectivement dans la direction de f et g . r_j est le nombre de dérivées nécessaires pour qu'au moins, une des entrées apparaisse dans l'expression (III.8) et il est connu sous le nom du degré relatif correspondant à la sortie y_j . Le degré relatif total (r) est défini comme étant la somme de tous les degrés relatifs obtenus à l'aide de (III.8) et doit être inférieur ou égal à l'ordre du système: $r = \sum_{j=1}^p r_j \leq n$ On dit que

le système (III.7) a pour degré relatif (r) s'il vérifie:

$$L_{g_i} L_f^k h_j = 0, \quad 0 < k < r_j - 1, \quad 1 \leq j \leq p, \quad 1 \leq i \leq p \quad (\text{III.9})$$

Dans le cas où le degré relatif total est égal à l'ordre du système, on est en présence d'une linéarisation au sens des entrées-états. Si par contre le degré relatif total est strictement inférieur à l'ordre du système, la linéarisation est dite linéarisation au sens des entrées- sorties. Pour trouver l'expression de la loi linéarisant u qui permet de rendre la relation linéaire entre l'entrée et la sortie, on récrit l'expression (III.8) sous forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} & \dots & y_p^{r_p} \end{bmatrix}^t = \zeta(x) + D(x)u \quad (\text{III.6})$$

$$\zeta(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \dots \\ L_f^{r_p} h_p(x) \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & L_{g_2} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{r_2-1} h_2(x) & L_{g_2} L_f^{r_2-1} h_2(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_2-1} h_2(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{g_1} L_f^{r_p-1} h_p(x) & L_{g_2} L_f^{r_p-1} h_p(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{r_p-1} h_p(x) \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

Où $D(x)$ est appelée matrice de découplage du système.

Si on suppose que $D(x)$ n'est pas singulier, la loi de commande linéarisant a pour forme:

$$u = D(x)^{-1} (-\zeta(x) + v) \quad (\text{III.9})$$

Notons que la linéarisation ne serait possible que si la matrice de découplage $D(x)$ est inversible. Le schéma bloc du système linéarisé est donné à la figure (III.2).

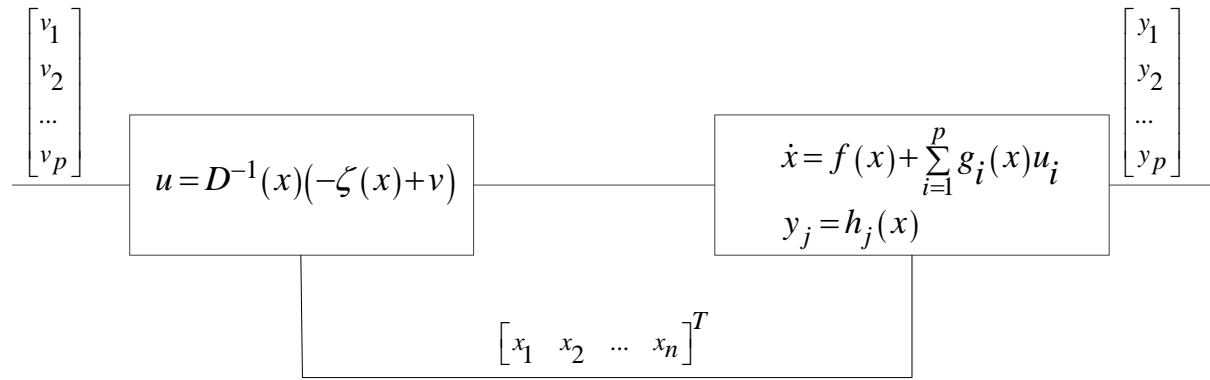


Figure (III.2) : Schéma bloc du système linéarisé

En remplaçant (III.9) dans (III.7), le système équivalent devient linéaire et totalement découplé de la forme:

$$y_j^{r_j} = v_j \quad (III.9)$$

Ou plus explicitement par:

$$\begin{bmatrix} y_1^{r_1} & \dots & \dots & y_p^{r_p} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & \dots & v_p \end{bmatrix}^T \quad (III.10)$$

Ce qui nous permet de lui imposer n'importe quelle dynamique par la conception du nouveau vecteur d'entrée $v = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & \dots & v_p \end{bmatrix}^T$.

III.5. Commande non linéaire de la MSAP

La structure de commande en vitesse de la machine à aimants permanent est représentée par la figure (III.3). L'application de la technique de linéarisation avec découplage entrée sortie au modèle de la MSAP, permet de le décomposer en deux sous-systèmes linéaires mono-variables indépendants ce qui revient à commander séparément le courant i_d et la vitesse de rotation ω_r .

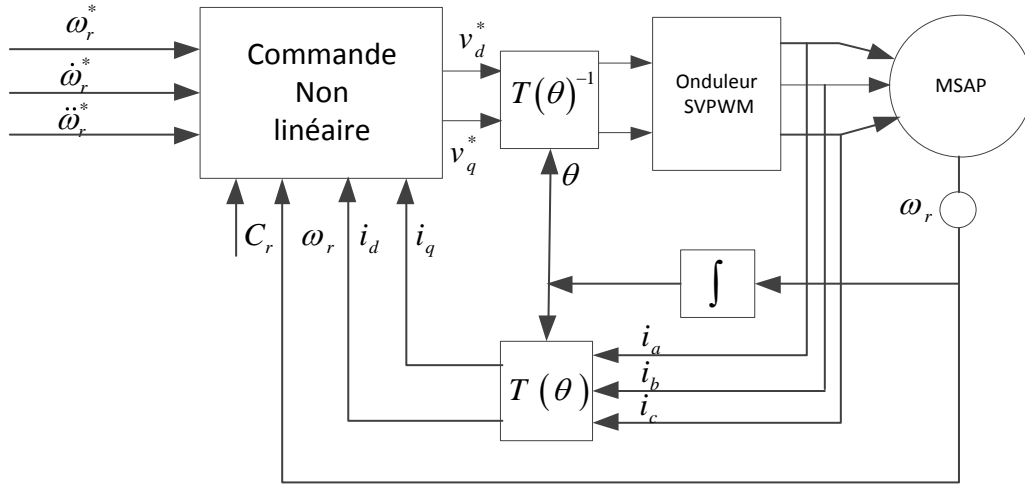


Figure (III.3) : Schéma global de la commande non linéaire de la MSAP

Le système d'équations est réécrit sous la forme suggérée pour l'application de la linéarisation au sens des entrées sorties comme suit:

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)v_d + g_2(x)v_q \tag{III.11}$$

Où les vecteurs des états x et des commandes u sont:

$$x = [i_d \quad i_q \quad \omega_r]^T \quad \text{et} \quad u = [v_d \quad v_q]^T$$

Les champs des vecteurs sont :

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q \\ -\frac{R}{L_q}i_q - \frac{L_d}{L_q}p\omega_r i_d - \frac{\varphi_f}{L_q}p\omega_r \\ \frac{3p}{2J}(\varphi_f i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) - \frac{1}{J}C_r - \frac{f_c}{J}\omega_r \end{bmatrix} \tag{III.12}$$

et :

$$g_1(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad g_2(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.13}$$

On s'est donné comme objectif d'assurer la régulation de vitesse du moteur tout en maintenant un fonctionnement à couple maximal (où la composante longitudinale des courants statoriques i_d est forcée à rester nulle en tout temps). Pour ce faire, on applique à son modèle une linéarisation au sens des entrées-sorties qui assure un découplage total entre les commandes et les sorties. Dans ce cas, les sorties doivent être la vitesse du rotor ω_r et le courant i_d :

$$\begin{aligned} y_1 &= i_d \\ y_2 &= \omega_r \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Ces deux sorties doivent suivre les trajectoires qu'on leur impose. La stratégie de fonctionnement à couple maximal nous mène à imposer $i_{d\text{ref}} = 0$ tandis que la vitesse doit suivre sa référence qui peut être un échelon ou une trajectoire quelconque définie par $\omega_{r\text{ref}}$. Pour la première sortie (i_d) on a :

$$y_1 = i_d = h_1(x), \quad \nabla h_1 = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (\text{III.15})$$

En la dérivant par rapport au temps, on aura :

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= L_f h_1(x) + L_{g_1} h_1(x) v_d + L_{g_2} h_1(x) v_q \\ &= \frac{\partial h_1}{\partial x} f(x) + \frac{\partial h_1}{\partial x} g_1(x) v_d + \frac{\partial h_1}{\partial x} g_2(x) v_q \\ &= -\frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_q}{L_d} p \omega_r i_q + \frac{1}{L_d} v_q \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

Ainsi, l'entrée v_d apparaît dans l'expression (III.16). On note, pour cette sortie, un degré relatif $r_1 = 1$.

Pour la deuxième sortie, on aura :

$$y_2 = \omega_r = h_2(x), \quad \nabla h_2 = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (\text{III.17})$$

En la dérivant une fois, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 &= L_f h_2(x) + L_{g_1} h_2(x) v_d + L_{g_2} h_2(x) v_q \\ &= \frac{\partial h_2}{\partial x} f(x) + \frac{\partial h_2}{\partial x} g_1(x) v_d + \frac{\partial h_2}{\partial x} g_2(x) v_q \\ &= \frac{3p}{2J} (\varphi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) - \frac{1}{J} C_r - \frac{f_c}{J} \omega_r \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

Remarquons qu'aucune entrée n'apparaît. On est donc obligé de dériver une autre fois:

$$\begin{aligned}\ddot{y}_2 &= L_f^2 h_2(x) + L_{g_1}(L_f h_2(x))v_d + L_{g_2}(L_f h_1(x))v_q \\ &= k_T(L_d - L_q)i_d f_1(x) + k_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_d)f_2(x) \\ &\quad - \frac{f_c}{J}f_3(x) + \frac{k_t(L_d - L_q)}{L_q}i_q v_d + \frac{k_t(\varphi_f + (L_d - L_q)i_d)}{L_q}v_q\end{aligned}\quad (\text{III.19})$$

L'équation (III.19) peut être simplifiée comme suit :

$$\begin{aligned}\ddot{y}_2 &= k'_T(L_d - L_q)i_d f_1(x) + k'_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_d)f_2(x) - \left(\frac{1}{J}C_r + \frac{f_c}{J}\right)f_3(x) \\ &\quad + \frac{k'_T(L_d - L_q)}{L_q}i_q v_d + \frac{k'_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_d)}{L_q}v_d\end{aligned}\quad (\text{III.20})$$

Avec :

$$k'_T = \frac{3p}{2J} \quad (\text{III.21})$$

Où $f_2(x)$ et $f_3(x)$ sont donnés par (III.12). Les deux entrées (v_d et v_q) apparaissent dans (III.20) et le degré relatif est donc ($r_2 = 2$). Le degré relatif total est $r = r_1 + r_2 = n = 3$ et donc nous avons effectué une linéarisation exacte. Aucune dynamique interne n'est à considérer.

En regroupant les expressions (III.16) et (III.20), on obtient la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 & \ddot{y}_2 \end{bmatrix}^T = \zeta(x) + D(x)v \quad (\text{III.22})$$

Où:

$$\begin{aligned}\zeta(x) &= \begin{bmatrix} L_f h_1(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d}i_d + \frac{L_q}{L_d}p\omega_r i_q \\ k'_T(L_d - L_q)i_d f_1(x) + k'_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_d)f_2(x) - \left(\frac{1}{J}C_r + \frac{f_c}{J}\right)f_3(x) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (\text{III.23})$$

et :

$$D(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ \frac{k'_T(L_d - L_q)}{L_d} i_q & \frac{k'_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_q)}{L_d} \end{bmatrix} \quad (\text{III.24})$$

La matrice $D(x)$ est inversible si la condition suivante est vérifiée :

$$\det[D(x)] = \frac{k'_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_q)}{L_d L_q} \neq 0 \quad (\text{III.25})$$

Ainsi, la loi de commande linéarisant qui assure le découplage est exprimée par:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = D^{-1}(x) \left(\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} - \zeta(x) \right) \quad (\text{III.26})$$

La matrice découplage inverse $D^{-1}(x)$ est :

$$D^{-1}(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ \frac{-(L_d - L_q)i_q L_q}{\varphi_f + (L_d - L_q)i_d} & \frac{L_q}{k'_T(\varphi_f + (L_d - L_q)i_d)} \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

En remplaçant l'expression (III.26) dans celle donnée en (III.22) on obtient un système linéaire totalement découplé de la forme:

$$[\dot{y}_1 \quad \ddot{y}_2]^T = [v_1 \quad v_2]^T \quad (\text{III.28})$$

Les nouvelles entrées v_1 et v_2 doivent être conçues pour nous assurer que:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y_1 = i_d^* \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y_2 = i_q^* \quad (\text{III.29})$$

Pour cela, on procède par placement de pôles. Dans le cas général, et pour un problème de poursuite de trajectoires, on a:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_d(i_d^* - i_d) \\ \ddot{\omega}_r^* + k_{\omega_1}(\dot{\omega}_r^* - \dot{\omega}_r) + k_{\omega_2}(\omega_r^* - \omega_r) + k_{\omega_3} \int (\omega_r^* - \omega_r) dt \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

Si on admet que la trajectoire imposée est un échelon, alors on peut approximer $\ddot{\omega}_r^* = \dot{\omega}_r^* = 0$, et l'expression (III.30) devient:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_d (i_d^* - i_d) \\ -k_{\omega_1} \dot{\omega}_r + k_{\omega_2} (\omega_r^* - \omega_r) + k_{\omega_3} \int (\omega_r^* - \omega_r) dt \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

Le schéma bloc du système linéarisé en boucle fermée est représenté par la figure (III.4) suivante:

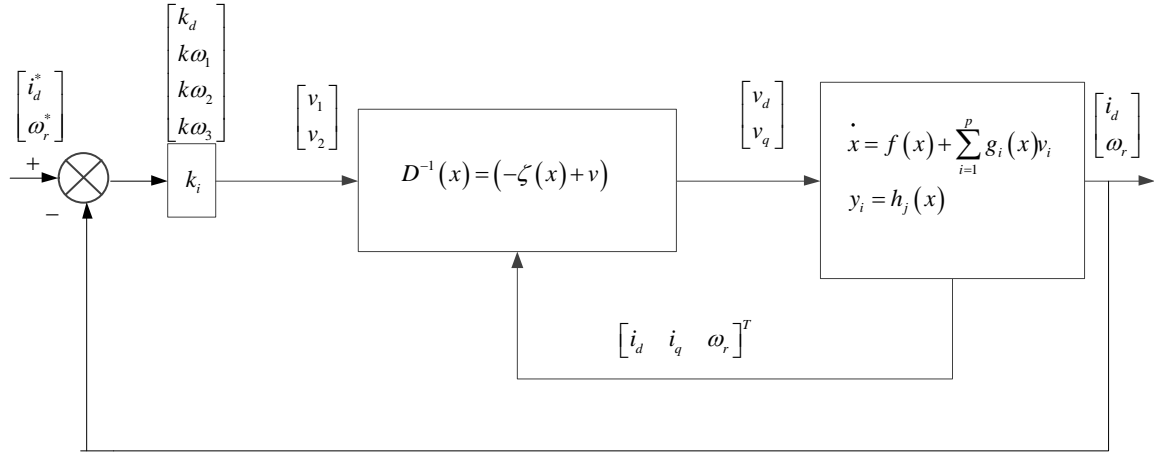


Figure (III.4) : Schéma bloc du système linéarisé en boucle fermée

III.6. Résultats de simulation

Dans cette section, nous présentons quelques résultats de simulation pour montrer la faisabilité de la commande non linéaire de la MSAP. Les paramètres adoptés dans cette simulation sont :

$$k_d = 1000, k_{\omega_1} = 55000, k_{\omega_2} = 8000000, k_{\omega_3} = 80000, T_s = 10^{-5} s.$$

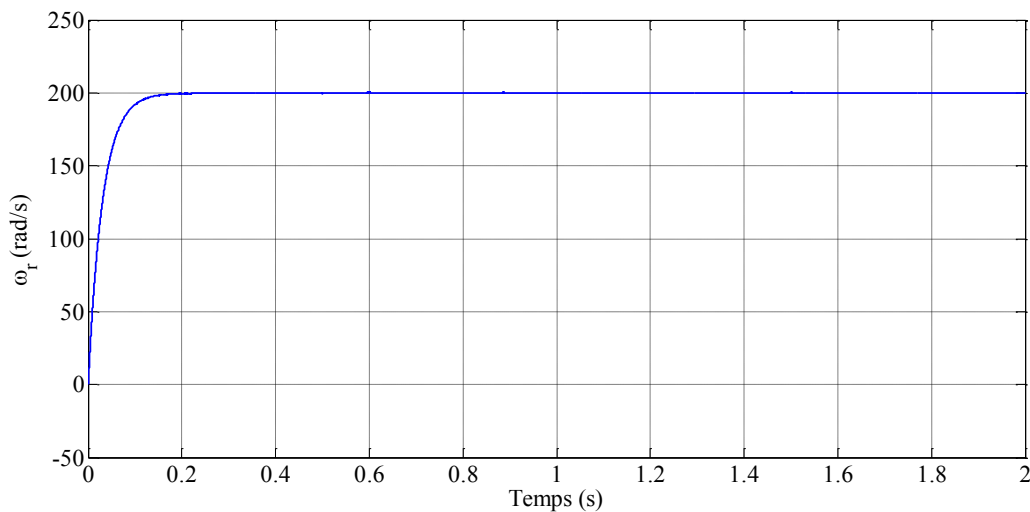


Figure (III.5) : Comportement dynamique de la MSAP lors d'un démarrage à vide suivi d'une application d'un couple de charge durant l'intervalle $[0.5, 1.5] s$

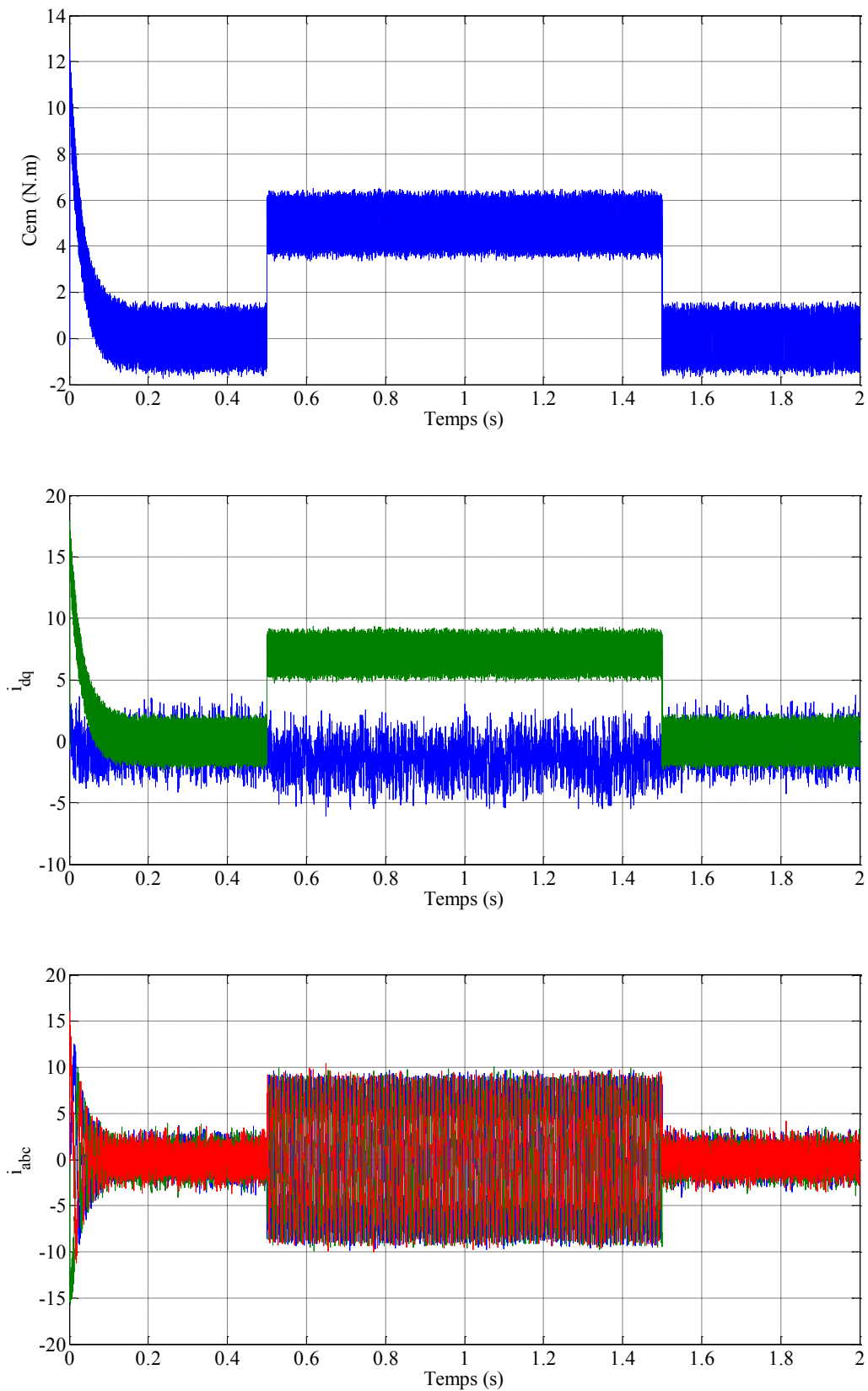


Figure (III.5) (suite) : Comportement dynamique de la MSAP lors d'un démarrage à vide suivi d'une application d'un couple de charge durant l'intervalle $[0.5, 1.5] s$

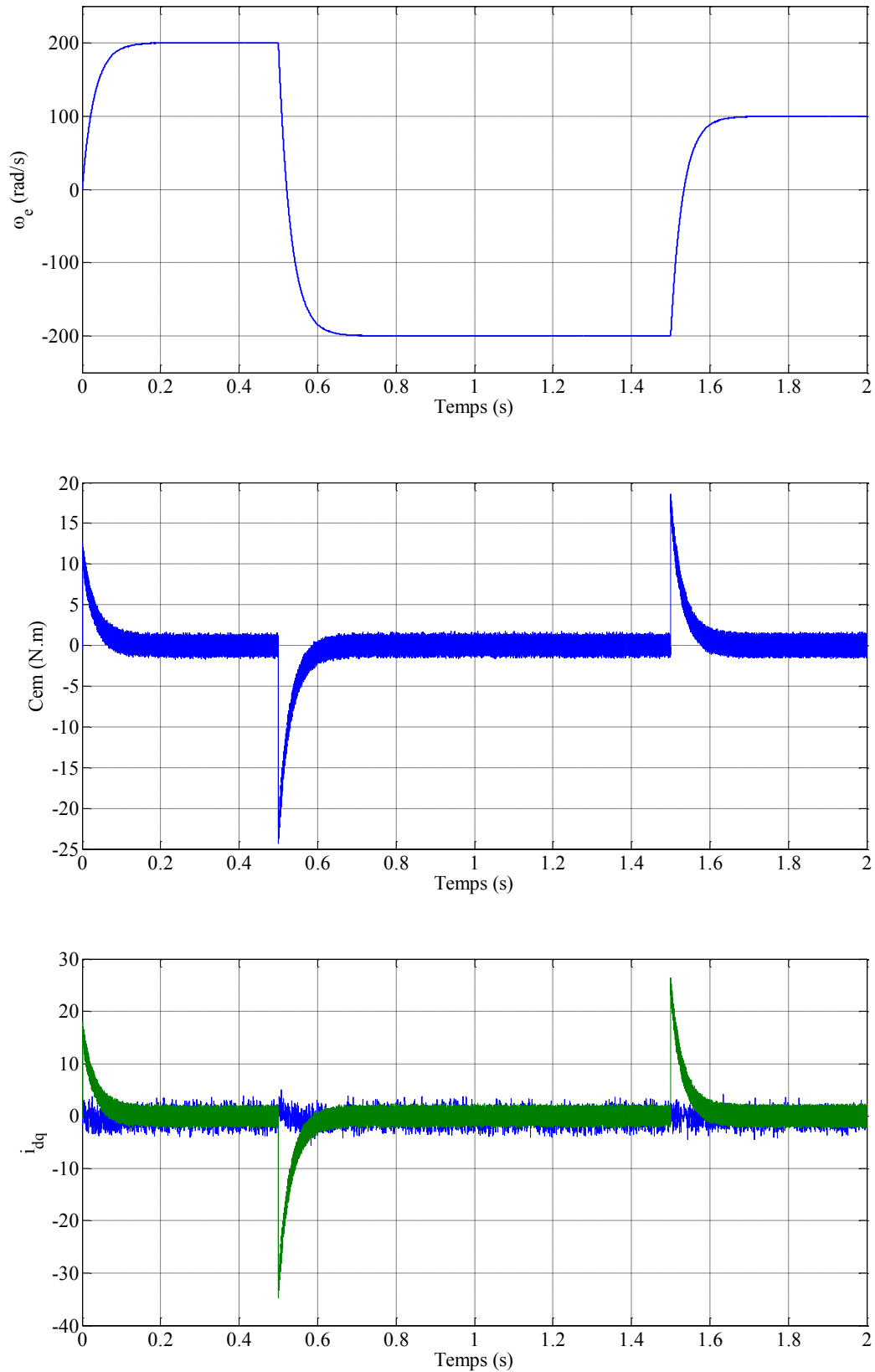


Figure (III.6) : Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de rotation de +200 rad/s à -200 rad/s à $t=0.5$ suivi d'une autre inversion à $t=1.5$ s de -200 rad/s à 100rad/s

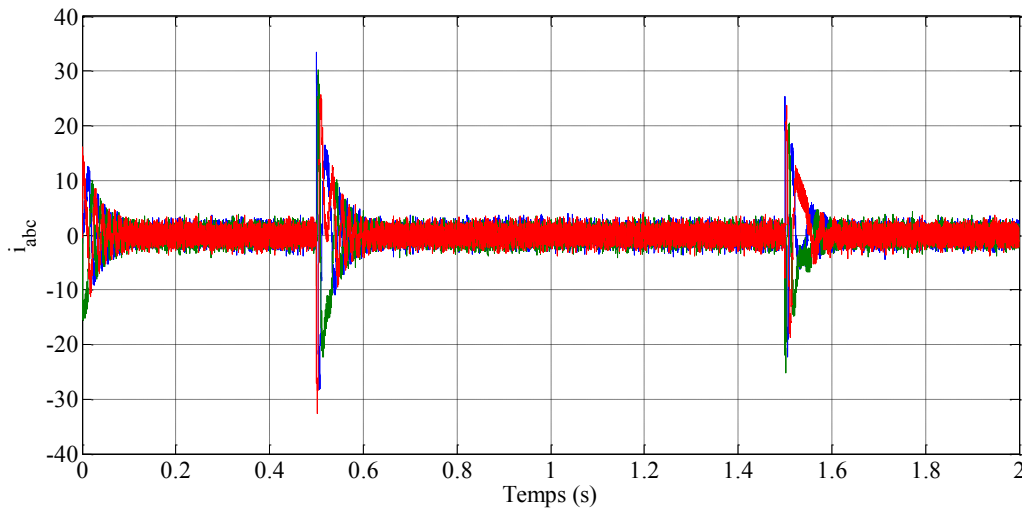


Figure (III.6) (suite) : Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de rotation de +200 rad/s à -200 rad/s à $t=0.5$ suivi d'une autre inversion à $t=1.5$ s de -200 rad/s à 100rad/s

III.7. Interprétations des résultats

La figure (III.5) montre les courbes de la vitesse de rotation, du couple électromagnétique, des deux composantes du courant direct et en quadrature et des courants de ligne statoriques lors d'un démarrage à vide avec un référence de vitesse de 200 rad/s suivi d'un fonctionnement en charge durant l'intervalle de temps $[0.5, 1.5]$ s .

A partir des résultats obtenus, nous remarquons que l'évolution de la vitesse dans le régime transitoire est presque linéaire. Elle s'établit en régime permanent à sa valeur de référence au bout d'un temps $t = 0.2$ s enivrant. Le couple électromagnétique présente une valeur de crête de (12N.m) et se stabilise à une valeur de (5 N.m) après l'instant $t=0.5$ s. Nous constatons également que le courant en quadrature image le couple électromagnétique, alors que le courant direct est nul.

Les simulations présentées dans la figure (III.6) concernent un démarrage à vide avec une référence de +200 rad/s suivi de l'inversion du sens de rotation à une référence -200 rad/s à l'instant $t=0.5$ s, puis une autre inversion est opérée à l'instant $t=1.5$ s pour passer de la référence -200 rad/s à la référence +100rad/s. La vitesse angulaire suit, parfaitement sa référence sans dépassement et le transitoire du couple est mieux maîtrisé par rapport à la commande vectorielle traditionnelle.

III.8. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait recours à la commande par retour d'état linéarisant dans un objectif de transformer le modèle de la machine à aimants permanents de nature non linéaire en un modèle linéarisé découplé où chaque sortie est commandée par une seule entrée.

L'application de la commande non linéaire basée sur un retour d'état à la MSAP a permis de mettre en évidence les propriétés statiques et dynamiques de cette commande. Les différents résultats obtenus en simulation montrent que cette technique de commande est bien adaptée aux problèmes de suivi de la trajectoire et de rejet de la perturbation.

La principale limitation de cette commande est le manque de robustesse du fait que sa conception est basée sur le modèle du système. En effet, elle peut être affectée par des incertitudes de modélisation découlant d'une approximation ou de réduction d'ordre du modèle et par des incertitudes liées aux variations d'un ou plusieurs paramètres du modèle considéré.

On peut conclure que la commande non linéaire apporte une amélioration appréciable au niveau des performances de la machine synchrone à aimants permanents par rapport à la commande vectorielle classique.

Chapitre IV

Commande par backstepping de la MSAP

IV.1. Introduction

La conception d'un contrôleur pour un système non linéaire où le vecteur d'état est de dimension élevée, peut souvent s'avérer une tâche difficile, voire impossible. La technique du Backstepping offre une méthode systématique pour répondre à ce type de problème. Elle combine la notion de fonction de Lyapunov est une procédure du contrôleur récursive. Cela permet de surmonter l'obstacle de la dimension et d'exploiter la souplesse de conception pour résoudre les problèmes de commande pour des systèmes d'ordre plus élevé. Ne faisant pas nécessairement appel à la linéarisation, le Backstepping permet, quand il y en a, de conserver les non-linéarités utiles qui, souvent, aident à conserver des valeurs finies du vecteur d'état. Cette technique suppose que l'on soit en mesure de trouver, au moins pour un système scalaire, une fonction de contrôle de Lyapunov et une loi de commande qui stabilise son origine [20].

La commande par Backstepping a donné un nouvel essor à la commande des systèmes non linéaires qui malgré les grands progrès réalisés, manquait d'approches générales. Elle se base sur la deuxième méthode de Lyapunov, dont elle combine le choix de la fonction avec celui des lois de commande. Ceci permet, en plus de la tâche pour laquelle le contrôleur est conçu (poursuite et/ou régulation), de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé.

Dans ce chapitre, nous présentons le principe de la technique backstepping appliquée sur le modèle de la machine synchrone à aimants permanents. Cette approche consiste à trouver une fonction de Lyapunov qui permet de déduire une loi de commande pour le système tout en montrant la stabilité globale de cette commande.

La commande ainsi obtenue, permet d'assurer le suivi de vitesse, et les courants en assurant à chaque fois des dynamiques stables pour les erreurs entre des grandeurs réelles et de références. Des résultats de simulation seront présentés à la fin de ce chapitre.

IV.2. Principe du backstepping

Le backstepping a été développé par Kanellakopoulos et al. (1991) et inspiré par les travaux de Feurer & Morse (1978) d'une part et Tsinias (1989) et Kokotovic & Sussmann (1989) d'autre part. Elle offre une méthode systématique pour effectuer le design d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que cette dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant [21].

L'idée principale de cette stratégie de commande repose sur la construction d'un algorithme qui permet en premier lieu de concevoir simultanément, pour un sous-système, la loi de commande passive (virtuelle), la dynamique d'adaptation ainsi que la fonction de Lyapunov qui garantit la stabilité. Ensuite, pour le deuxième sous-système on calcule une nouvelle commande virtuelle et une deuxième fonction de Lyapunov, et ainsi de suite selon l'ordre du système. Enfin, en dernier lieu, on obtient l'expression de la commande qui garantit la stabilité globale et les performances du système [22].

Comme la majorité des méthodes de commande étudiées, l'application de la technique du backstepping est limitée à certaines classes de systèmes. Les systèmes dans ce cas doivent être sous forme triangulaire.

On considère le système non-linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + g(t)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Avec :

- $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$: Vecteur d'état ;
- u : La commande ou l'entrée du système ;
- $h(x)$: Fonction analytique de x ;
- y : La sortie du système ;
- f, g : Champs des vecteurs supposés infiniment différentiables ;

Pour pouvoir écrire le système sous la forme « strict feedback », on applique un changement de variable, le système (IV.1) devient :

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 = \varphi_3 \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_{i-1} = \varphi_i \\ \vdots \\ \dot{\varphi}_{n-1} = \varphi_n \\ \dot{\varphi}_n = u \\ y = \varphi_1 \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

Avec :

$\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n]$: Le nouveau vecteur d'état.

Le but de ce changement de variable est de trouver pour la première équation du système (IV.2), une commande appelée virtuelle par l'intermédiaire de la variable φ_2 , celle-là est commandée par φ_3 , jusqu'à la dernière équation, le système global est commandée par la commande u , cette procédure est expliquée étape par étape par la suite:

Etape 1 :

Il faut que le système puisse suivre une trajectoire donnée. Cela correspond à faire la conception d'un contrôleur de poursuite. L'erreur entre la sortie y et sa référence y^* est définie par :

$$z_1 = y^* - y = y^* - \varphi_1 \quad (\text{IV.3})$$

La dérivée de cette erreur est :

$$\dot{z}_1 = \dot{y}^* - \dot{\varphi}_1 = \dot{y}^* - \varphi_2 \quad (\text{IV.4})$$

On choisit la première fonction de Lyapunov comme :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{IV.5})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{y}^* - \dot{\varphi}_1) = z_1 (\dot{y}^* - \varphi_2) \quad (\text{IV.6})$$

Pour que la première variable converge vers sa référence, il faut que la dérivée de la fonction de Lyapunov soit négative, pour cela on choisit :

$$\dot{y}^* - \varphi_2 = -k_1 z_1 \quad (\text{IV.7})$$

Où $k_1 > 0$, est un coefficient positif.

A partir de la relation (IV.7), on peut trouver :

$$\varphi_2 = \dot{y}^* + k_1 z_1 \quad (\text{IV.8})$$

L'équation précédente indique la valeur que doit prendre l'état φ_2 pour que la fonction de Lyapunov soit stable. Cependant, il est impossible d'agir directement sur l'état φ_2 . la notation φ_2^* sera donc utilisée pour indiquer la valeur souhaitée (de référence) de l'état. La valeur souhaitée obtenue de l'état est donnée par :

$$\varphi_2^* = \dot{y}^* + k_1 z_1 \quad (\text{IV.9})$$

Etape 2 : Il n'est pas possible d'agir directement sur l'état φ_2 , il est donc peu probable que cet état suive exactement son trajectoire, c'est pourquoi un autre terme d'erreur est introduit :

$$z_2 = \varphi_2^* - \varphi_2 = \dot{y}^* + k_1 z_1 - \varphi_2 \quad (\text{IV.10})$$

Sa dérivée est alors :

$$\dot{z}_2 = \ddot{y}^* + k_1 \dot{z}_1 - \dot{\varphi}_2 \quad (\text{IV.11})$$

A partir de (IV.4) et (IV.10), on trouve :

$$\dot{z}_1 = \dot{y}^* - \varphi_2 = z_2 - k_1 z_1 \quad (\text{IV.12})$$

Remplaçant (IV.12) dans (IV.11), on trouve :

$$\dot{z}_2 = \ddot{y}^* + k_1(z_2 - k_1 z_1) - \dot{\varphi}_2 \quad (\text{IV.13})$$

La fonction de Lyapunov, cette fois-ci, est augmentée d'un autre terme qui vient prendre en considération l'erreur possible sur l'état φ_2 . La nouvelle fonction candidate, est donnée par :

$$V_2 = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2) \quad (\text{IV.14})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= z_1 (z_2 - k_1 z_1) + z_2 \left[\ddot{y}^* + k_1 z_2 - k_1^2 z_1 - \varphi_3 \right] \\ &= -k_1 z_1^2 + z_2 \left[z_1 (1 - k_1^2) + k_1 z_2 - \varphi_3 + \ddot{y}^* \right] \\ &= -k_1 z_1^2 + z_2 \left[z_1 - \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2^* \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

Pour que le critère de Lyapunov soit respecté, il faut que l'expression entre crochets égale à $(-k_2 z_2)$, comme illustre l'équation suivante :

$$z_1 (1 - k_1^2) + k_1 z_2 - \varphi_3 + \ddot{y}^* = -k_2 z_2 \quad (\text{IV.16})$$

D'où on peut choisir la seconde commande virtuelle φ_3 comme :

$$\varphi_3^* = (1 - k_1^2) z_1 + (k_1 + k_2) z_2 + \ddot{y}^* \quad (\text{IV.17})$$

Où k_2 est un paramètre de désigne positif non nul au même titre que k_1 , cela amènerait la fonction de Lyapunov à prendre la forme suivante :

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 \quad (\text{IV.18})$$

De cette façon la fonction V_2 respecterait en tous points les critères de Lyapunov. La loi de commande choisie assure que la fonction V_2 soit toujours positive, et sa dérivée \dot{V}_2 soit toujours négative, la fonction de l'erreur est alors convergée vers zéro en tous moments.

Étape i : on prend :

$$z_i = \varphi_i^* - \varphi_i \quad (\text{IV.19})$$

La fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i z_j^2 \quad (\text{IV.20})$$

Et nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i-1} &= z_i - k_{i-1} z_{i-1} - z_{i-2} \\ \dot{V}_i &= -\sum_{j=1}^{i-1} k_j z_j^2 + z_i (z_{i-1} - \dot{\phi}_i + \dot{\phi}_i^*) \end{aligned} \quad (\text{IV.21})$$

La commande virtuelle est donc :

$$\phi_{i+1}^* = k_i z_i - z_{i-1} + \dot{\phi}_i^*, \quad \text{avec } k_i > 0 \quad (\text{IV.22})$$

Étape n : l'erreur dans cette étape est définie par :

$$z_n = \phi_n^* - \phi_n \quad \text{et} \quad V_n = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_j^2 \quad (\text{IV.23})$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{n-1} &= z_n - k_{n-1} z_{n-1} - z_{n-2} \\ \dot{V}_n &= -\sum_{j=1}^{n-1} k_j z_j^2 + z_n (z_{n-1} - \dot{\phi}_n + \dot{\phi}_n^*) \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

La commande virtuelle dans ce cas représente la commande réelle u :

$$\begin{aligned} u &= \dot{\phi}_n^* \\ u &= k_n z_n - z_{n-1} + \dot{\phi}_n^*, \quad \text{avec } k_n > 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

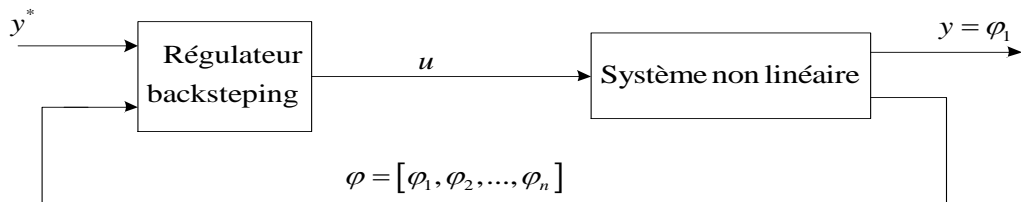


Figure (IV.1): Schéma de principe de contrôle par backstepping

Exemple d'application

Considérons le système défini par l'équation suivante :

$$\ddot{y} = u \quad (\text{IV.26})$$

Où u représente la commande, et la solution y représente la sortie du système. En appliquant le changement de variable (IV.28), on obtient la forme strict-feedback suivante :

$$\begin{cases} \varphi_1 = y \\ \dot{\varphi}_1 = \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 = \varphi_3 \\ \dot{\varphi}_3 = u \end{cases} \quad (\text{IV.27})$$

Avec :

$$\varphi_1 = y \quad , \quad \varphi_2 = \dot{y} \quad , \quad \varphi_3 = \ddot{y} \quad , \quad \dot{\varphi}_3 = \ddot{y} = u \quad (\text{IV.28})$$

Nous allons maintenant appliquer la méthode de backstepping sur le système (IV.27), et ceci étape par étape :

Etape 1 :

L'erreur sur la sortie définie par la différence entre la première variable φ_1 et sa référence y^* comme suit :

$$z_1 = y^* - y = y^* - \varphi_1 \quad (\text{IV.29})$$

La fonction positive de Lyapunov choisie est définie par :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{IV.30})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{y}^* - \dot{\varphi}_1) = z_1 (\dot{y}^* - \varphi_2) \quad (\text{IV.31})$$

Pour assurer que la dérivée soit toujours négative on choisit $\dot{z}_1 = -k_1 z_1$, où k_1 est une constante positive, ce qui nous donne :

$$\dot{y}^* - \varphi_2 = -k_1 z_1 \quad (\text{IV.32})$$

Dans l'équation (IV.32), φ_2 représente la commande virtuelle de la deuxième variable d'état, qu'on va l'appeler φ_2^* , son expression est donnée par :

$$\varphi_2^* = \dot{y}^* + k_1 z_1 \quad (\text{IV.33})$$

Etape 2 :

La nouvelle variable d'erreur est :

$$z_2 = \varphi_2^* - \varphi_2 = \dot{y}^* + k_1 z_1 - \varphi_2 \quad (\text{IV.34})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{z}_2 = \ddot{y}^* + k_1 \dot{z}_1 - \dot{\varphi}_2 \quad (\text{IV.35})$$

Or :

$$\dot{z}_1 = \dot{y}^* - \varphi_2 \quad (\text{IV.36})$$

Substituant l'équation (IV.36) dans (IV.34), on obtient :

$$\begin{aligned} z_2 &= \dot{z}_1 + k_1 z_1 \\ \Rightarrow \dot{z}_1 &= z_2 - k_1 z_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

L'équation (IV.35) devient donc :

$$\dot{z}_2 = \ddot{y}^* + k_1 (z_2 - k_1 z_1) - \varphi_3 \quad (\text{IV.38})$$

La deuxième fonction de Lyapunov est donnée par :

$$V_2 = \frac{1}{2} (z_1^2 + z_2^2) \quad (\text{IV.39})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= z_1 (z_2 - k_1 z_1) + z_2 [\ddot{y}^* + k_1 (z_2 - k_1 z_1) - \varphi_3] \\ &= -k_1 z_1^2 + z_2 [\ddot{y}^* + k_1 z_2 + (1 - k_1^2) z_1 - \varphi_3] \end{aligned} \quad (\text{IV.40})$$

Pour que la dérivée de la deuxième fonction de Lyapunov soit toujours négative, il suffit de choisir le terme entre crochets égale à $-k_2 z_2$, avec k_2 est une constante positive, on obtient :

$$\ddot{y}^* + k_1 z_2 + (1 - k_1^2) z_1 - \varphi_3 = -k_2 z_2 \quad (\text{IV.41})$$

La commande virtuelle de troisième variable d'état φ_3^* tirée à partir de l'équation (IV.41), est :

$$\varphi_3^* = (k_1 + k_2) z_2 + (1 - k_1^2) z_1 + \ddot{y}^* \quad (\text{IV.42})$$

Etape 3 :

On choisit la troisième variable d'erreur comme :

$$z_3 = \varphi_3^* - \varphi_3 = (k_1 + k_2)z_2 + (1 - k_1^2)z_1 + \ddot{y}^* - \dot{\varphi}_3 \quad (\text{IV.43})$$

Sa dérivée est :

$$\dot{z}_3 = (k_1 + k_2)\dot{z}_2 + (1 - k_1^2)\dot{z}_1 + \ddot{y}^* - \dot{\varphi}_3 \quad (\text{IV.44})$$

Remplaçant (IV.35) dans (IV.43), on obtient :

$$\begin{aligned} z_3 &= \dot{z}_2 + k_2 z_2 + z_1 \\ \Rightarrow \dot{z}_2 &= z_3 - k_2 z_2 - z_1 \end{aligned} \quad (\text{IV.45})$$

La troisième fonction de Lyapunov est :

$$V_3 = \frac{1}{2}(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2) \quad (\text{IV.46})$$

Sa dérivée est alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\ &= z_1(z_2 - k_1 z_1) + z_2(z_3 - k_2 z_2 - z_1) + z_3((k_1 + k_2)\dot{z}_2 + (1 - k_1^2)\dot{z}_1 + \ddot{y}^* - \dot{\varphi}_3) \end{aligned} \quad (\text{IV.47})$$

En réarrangeant l'équation (IV.47), on trouve :

$$\dot{V}_3 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + z_3 \left[z_2 + (k_1 + k_2)(z_3 - k_2 z_2 - z_1) + (1 - k_1^2)(z_2 - k_1 z_1) + \ddot{y}^* - \dot{\varphi}_3 \right] \quad (\text{IV.48})$$

Pour que \dot{V}_3 soit toujours négative, il suffit de choisir :

$$z_2 + (k_1 + k_2)(z_3 - k_2 z_2 - z_1) + (1 - k_1^2)(z_2 - k_1 z_1) + \ddot{y}^* - \dot{\varphi}_3 = -k_3 z_3 \quad (\text{IV.49})$$

D'où, la commande virtuelle dans cette étape est la commande réelle du système, soit :

$$\begin{aligned} u &= \dot{\varphi}_3 \\ &= k_3 z_3 + z_2 + (k_1 + k_2)(z_3 - k_2 z_2 - z_1) + (1 - k_1^2)(z_2 - k_1 z_1) + \ddot{y}^* \end{aligned} \quad (\text{IV.50})$$

Maintenant, nous nous intéressons à simuler numériquement le système précédent, en choisissant des valeurs identiques pour les constantes $k_1 = k_2 = k_3 = 6.10^2$. La figure (IV.2) représente le schéma bloc de la commande. La figure (IV.3) représente la réponse indicielle du système. On constate que la sortie y suit sa référence $y^* = 2$ avec un temps de réponse inférieur à 0.02 seconde. Les erreurs z_1, z_2 et z_3 deviennent zéro en régime permanent, garantissant une bonne stabilité du système.

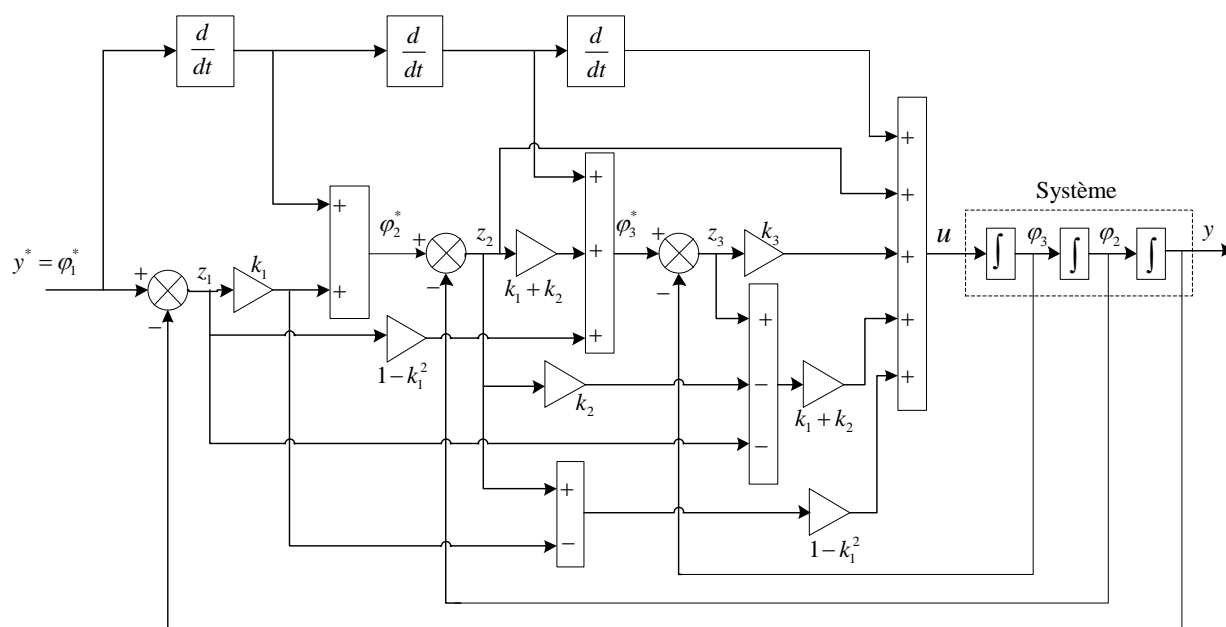


Figure (IV.2) : Schéma bloc du régulateur backstepping d'un système de troisième ordre

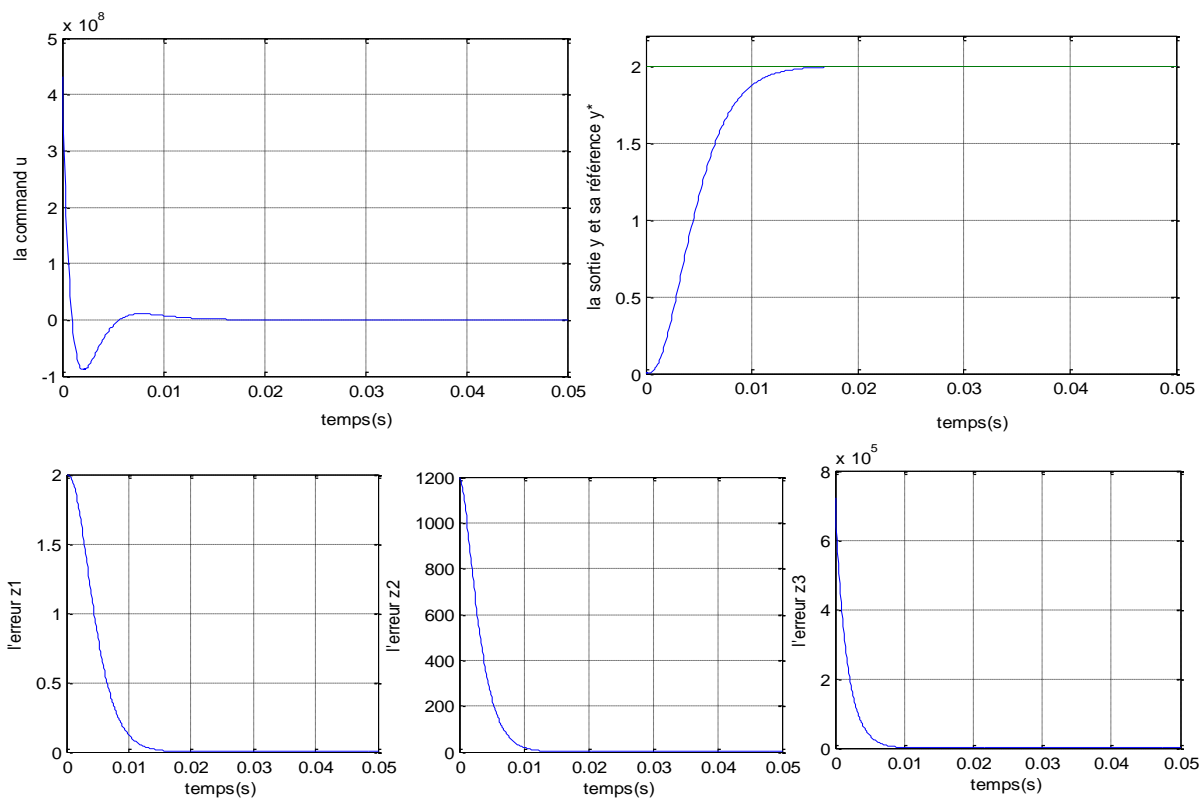


Figure (IV.3) : Simulation de la commande par backstepping d'un système de troisième ordre

IV.3. Commande par backstepping de la machine synchrone à aimants permanents

Dans cette partie, il s'agit d'appliquer la commande par backstepping sur la machine synchrone à aimants permanents. La figure (IV.4) représente le schéma bloc de la commande par backstepping de MSAP.

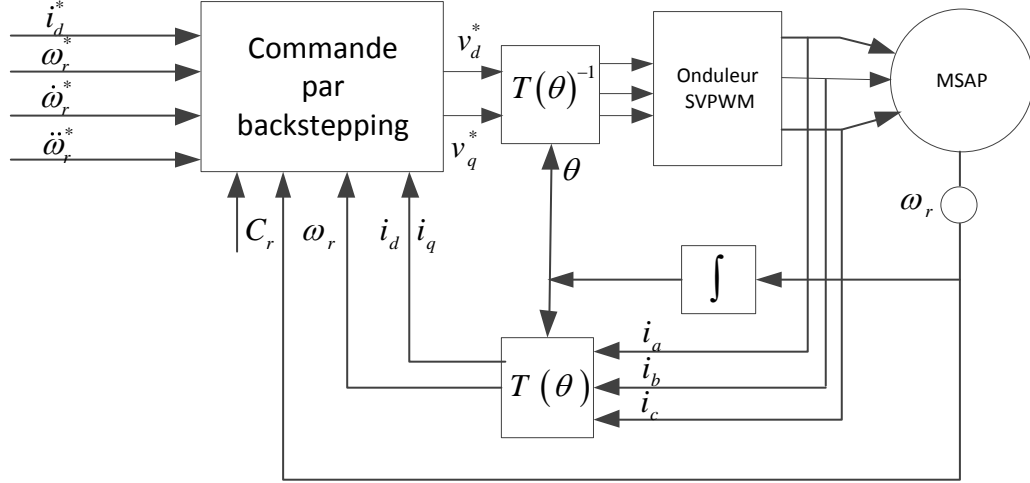


Figure (IV.4) : Schéma global de la commande par backstepping de la MSAP

Rappelons les équations d'état non-linéaires de la MSAP dans le repère synchrone:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_d + \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_q + \frac{1}{L_d} v_d \\ \frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L_d} i_q + \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_d - \frac{\varphi_f}{L_q} p\omega_r + \frac{1}{L_d} v_q \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3p}{2J} (\varphi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) - \frac{f_c}{J} \omega_r - \frac{1}{J} C_r \end{cases} \quad (IV.51)$$

Etape 1 :

Cette première étape consiste à identifier l'erreur e_{ω_r} qui représente l'erreur entre la vitesse réelle ω_r et sa vitesse de référence ω_r^* .

$$e_{\omega_r} = \omega_r^* - \omega_r \quad (IV.52)$$

La dérivée de l'erreur est donnée par:

$$\dot{e}_{\omega_r} = \dot{\omega}_r^* - \frac{3p}{2J} (\varphi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) + \frac{f_c}{J} \omega_r + \frac{1}{J} C_r \quad (IV.53)$$

La première fonction de Lyapunov est définie par:

$$V_1 = \frac{1}{2} e_{\omega_r}^2 \quad (\text{IV.54})$$

La fonction V_1 est une fonction qui représente l'énergie de l'erreur. Or, si cette fonction est toujours positive et que sa dérivée est toujours négative, alors l'erreur va être stable et tendre vers zéro.

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit:

$$\dot{V}_1 = e_{\omega_r} \dot{e}_{\omega_r} \quad (\text{IV.55})$$

Afin que la dérivée du critère soit toujours négative, il faut que la dérivée de V_1 prenne la forme $\dot{V}_1 = -k_{\omega} e_{\omega_r}^2 \leq 0$ où $k_{\omega} > 0$ est un paramètre de design positif.

En substituant l'équation (IV.53) dans l'équation (IV.55) on obtient :

$$\dot{V}_1 = e_{\omega_r} \dot{\omega}_r^* - e_{\omega_r} \frac{3p}{2J} (\varphi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) + e_{\omega_r} \frac{f_c}{J} \omega_r + \frac{e_{\omega_r}}{J} C_r \quad (\text{IV.56})$$

Les composantes i_d et i_q sont identifiées en tant qu'éléments virtuels de commande pour stabiliser le moteur. La poursuite de vitesse est réalisée si on définit la fonction stabilisante suivante :

$$\begin{aligned} i_d^* &= 0 \\ i_q^* &= \frac{2}{3p\varphi_f} (J(\dot{\omega}_r^* + k_{\omega} e_{\omega_r}) + f_c \omega_r + C_r) \end{aligned} \quad (\text{IV.57})$$

Etape 2 :

Dans cette étape, on définit deux nouvelles erreurs des deux composantes du courant statorique données par :

$$\begin{aligned} e_d &= i_d^* - i_d \\ e_q &= i_q^* - i_q \end{aligned} \quad (\text{IV.58})$$

Pour stabiliser les composantes des courants i_d et i_q , on définit leur dynamique d'erreur suivant les axes d et q:

$$\dot{e}_d = \dot{i}_d^* - \dot{i}_d = \frac{R}{L_d} i_d - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_q - \frac{1}{L_d} v_d \quad (\text{IV.59})$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_q = i_q^* - i_q = & \frac{2}{3p\varphi_f} \left(J(\ddot{\omega}_r^* + k_\omega \dot{\omega}_r^*) + \dot{C}_r + \frac{f_c - Jk_\omega}{J} (C_{em} - f_c \omega_r - C_r) \right) \\ & + \frac{R}{L_d} i_q - \frac{L_d}{L_q} p\omega_r i_d + \frac{\varphi_f}{L_q} p\omega_r - \frac{1}{L_d} v_q \end{aligned} \quad (IV.60)$$

Afin de définir les tensions de commande, on adopte une deuxième fonction de Lyapunov décrite par l'expression suivante:

$$V_2 = \frac{1}{2} e_{\omega_r}^2 + \frac{1}{2} e_d^2 + \frac{1}{2} e_q^2 \quad (IV.61)$$

La dérivé de la fonction de Lyapunov candidate est donnée par:

$$\dot{V}_2 = e_{\omega_r} \dot{e}_{\omega_r} + e_d \dot{e}_d + e_q \dot{e}_q \quad (IV.62)$$

Afin de construire les tensions de référence, on remplace les équations (IV.53), (IV.59) et (IV.60) dans l'équation (IV.62) et en doit également assuré que la dérivée de la fonction de Lyapunov par rapport au temps soit négative en l'imposant la forme $\dot{V}_2 = -k_\omega e_{\omega_r}^2 - k_d e_d^2 - k_q e_q^2$ où k_d et k_q sont des gains positifs au même titre que k_ω . Il vient donc :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = e_{\omega_r} \dot{\omega}_r^* - e_{\omega_r} \frac{3p}{2J} (\varphi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) + e_{\omega_r} \frac{f_c}{J} \omega_r + \frac{e_{\omega_r}}{J} C_r \\ + \frac{R}{L_d} e_d i_d - \frac{L_d}{L_q} p\omega_r e_d i_q - \frac{e_d}{L_d} v_d \\ + \frac{2}{3p\varphi_f} e_q \left(J(\ddot{\omega}_r^* + k_\omega \dot{\omega}_r^*) + \dot{C}_r + \frac{f_c - Jk_\omega}{J} (C_{em} - f_c \omega_r - C_r) \right) \\ + \frac{R}{L_d} e_q i_q - \frac{L_d}{L_q} p\omega_r e_q i_d + \frac{\varphi_f}{L_q} e_q p\omega_r - \frac{e_q}{L_d} v_q \end{aligned} \quad (IV.63)$$

Donc les tensions de commande seront:

$$v_d^* = k_d L_d e_d + \frac{3p(L_d - L_q)}{2J} e_{\omega_r} i_q + R i_d - p\omega_r L_q i_q \quad (IV.64)$$

$$\begin{aligned} v_q^* = \frac{3p}{2J} \varphi_f i_q + \frac{2}{3p\varphi_f} e_q \left(J(\ddot{\omega}_r^* + k_\omega \dot{\omega}_r^*) + \dot{C}_r + \frac{f_c - Jk_\omega}{J} (C_{em} - f_c \omega_r - C_r) \right) \\ + k_q L_q e_q + \frac{3p\varphi_f}{2J} L_q e_{\omega_r} + R i_q + p\omega_r L_d i_q + \varphi_f p\omega_r \end{aligned} \quad (IV.65)$$

On négligeant $\ddot{\omega}_r^*$, $\dot{\omega}_r^*$, et \dot{C}_r l'équation (IV.63) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_\omega e_\omega^2 - k_d e_d^2 - k_q e_q^2 + e_d \left(\frac{R}{L_d} i_d - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_q - \frac{1}{L_d} v_d + \frac{3p(L_d - L_q)}{2J} i_q + k_d e_d \right) \\ & + e_q \left(\left(\frac{2(Jk_\omega - f_c)L_q}{3p\phi_f} (-k_\omega e_\omega + \frac{3p\phi_f}{2J} e_q + \frac{3p(L_d - L_q)}{2J} e_d i_q) \right) \right. \\ & \left. + \frac{R}{L_d} i_q - \frac{L_d}{L_q} p \omega_r i_d + \frac{\phi_f}{L_q} p \omega_r - \frac{1}{L_d} v_q + k_q e_q + \frac{3p\phi_f e_\omega}{2J} \right) \end{aligned} \quad (IV.66)$$

Donc les tensions de commande seront:

$$v_d^* = k_d L_d e_d + \frac{3p(L_d - L_q)}{2J} e_\omega i_q + R i_d - p \omega_r L_q i_q \quad (IV.66)$$

$$\begin{aligned} v_q^* = & \frac{2(Jk_\omega - f_c)L_q}{3p\phi_f} (-k_\omega e_\omega - C_r + \frac{3p\phi_f}{2J} e_q + \frac{3p(L_d - L_q)}{2J} e_d i_q) \\ & + k_q L_q e_q + \frac{3p\phi_f}{2J} L_q e_\omega + R i_q + p \omega_r L_d i_q + \phi_f p \omega_r \end{aligned} \quad (IV.68)$$

IV.4. Résultats de simulation

L'objectif de cette étape est de contrôler la machine synchrone à aimants permanents par la commande backstepping. Différents tests seront appliqués pour montrer les performances de cette commande. Ces tests sont réalisés en choisissant les paramètres suivants :

$$k_\omega = 60000, \quad k_d = 100, \quad k_q = 90000, \quad T = 10^{-5} s$$

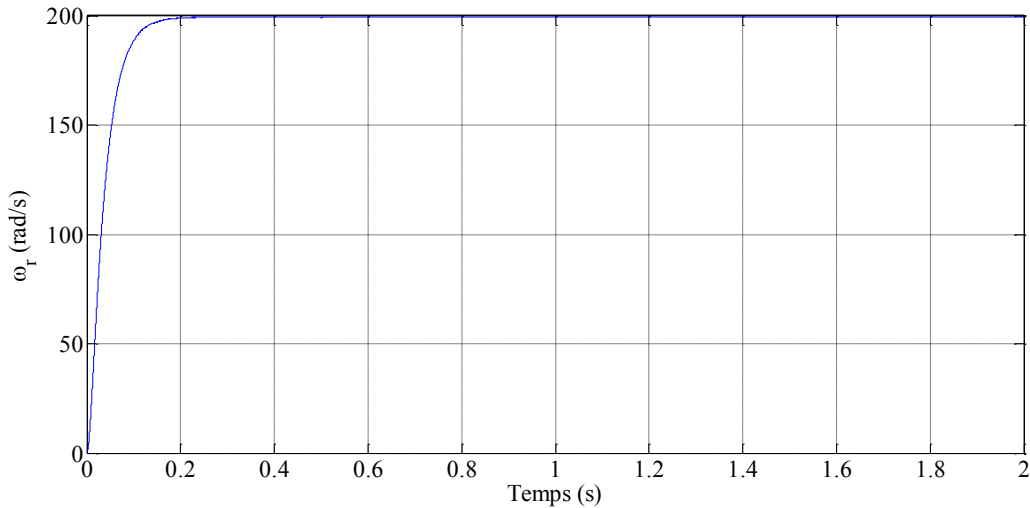


Figure (III.5) : Comportement dynamique de la MSAP lors d'un démarrage à vide suivi d'une application d'un couple de charge durant l'intervalle $[0.5, 1.5] s$

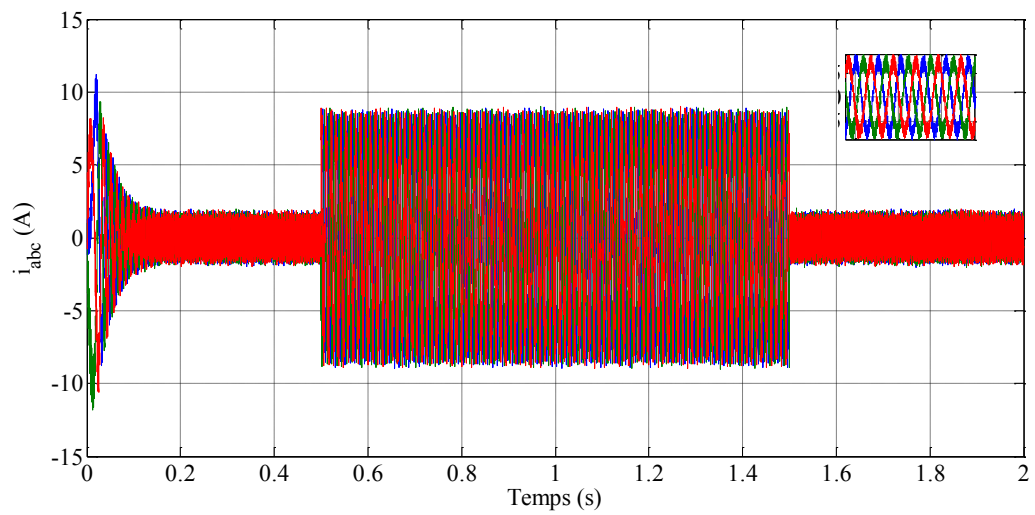
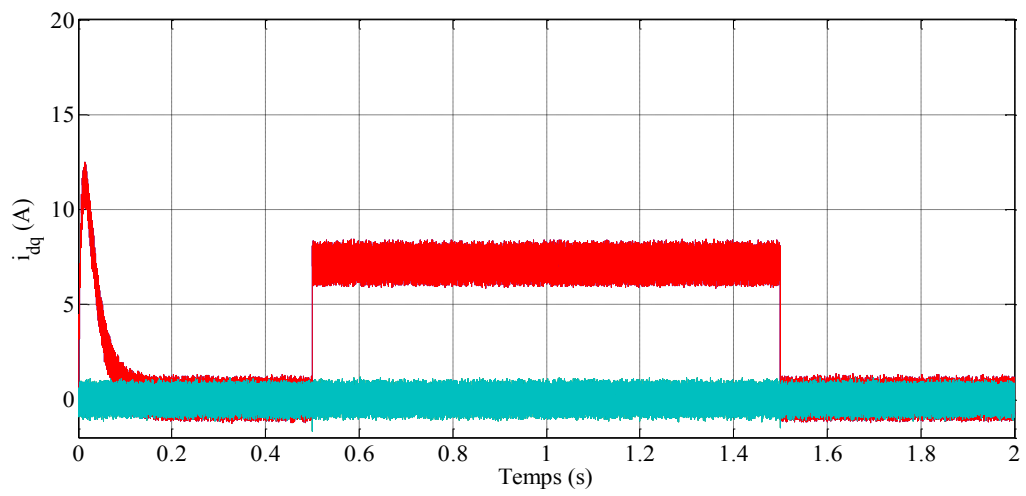
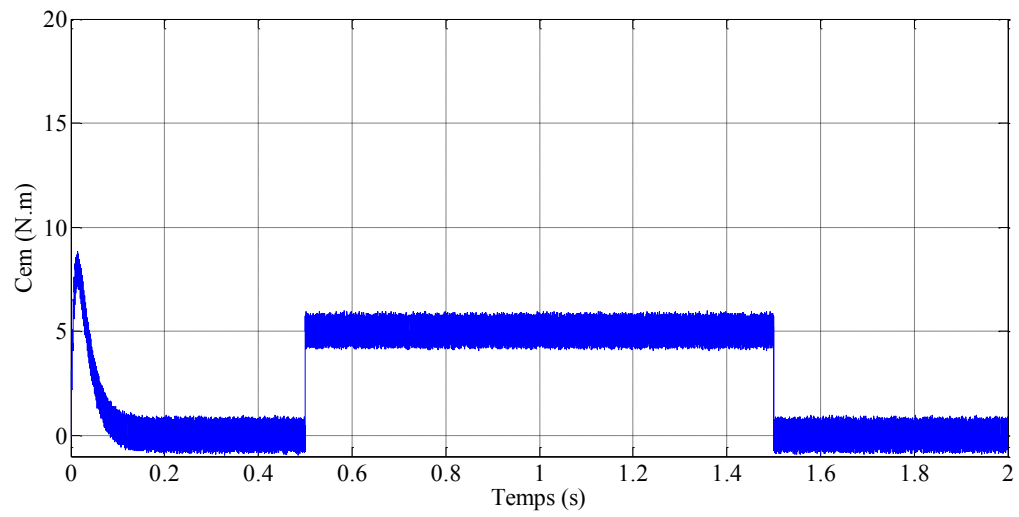


Figure (III.5) (suite) : Comportement dynamique de la MSAP lors d'un démarrage à vide suivi d'une application d'un couple de charge durant l'intervalle $[0.5, 1.5]s$

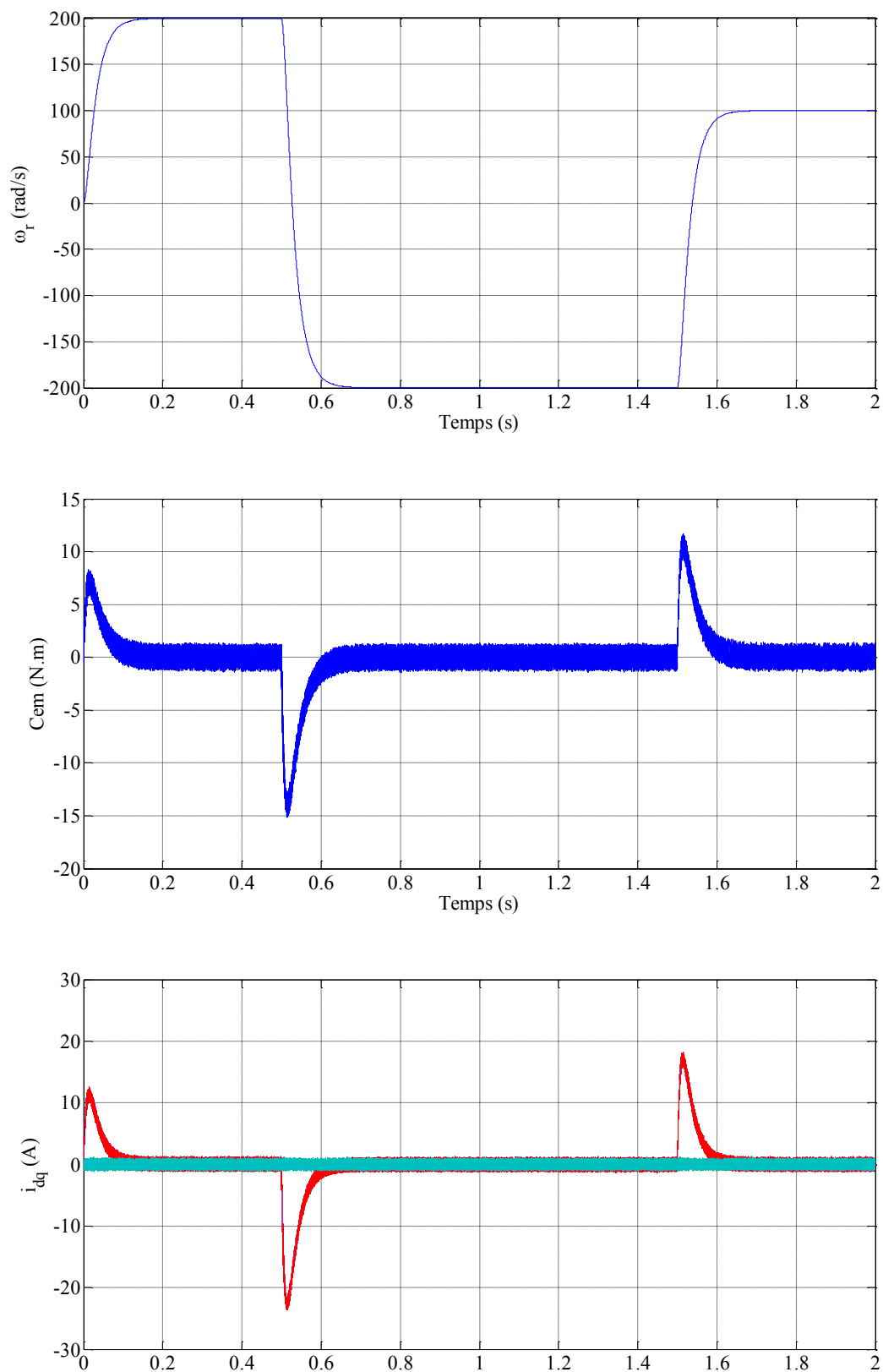


Figure (III.6) : Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de rotation de +200 rad/s à -200 rad/s à $t=0.5$ suivi d'une autre inversion à $t=1.5$ s de -200 rad/s à 100rad/s

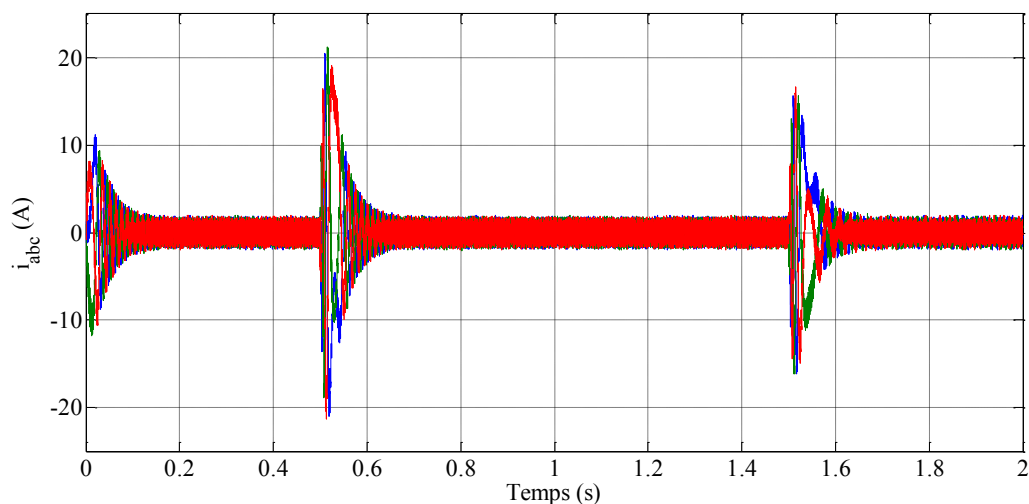


Figure (III.6) (suite): Comportement dynamique de la MSAP lors de l'inversion du sens de rotation de +200 rad/s à -200 rad/s à $t=0.5$ suivi d'une autre inversion à $t=1.5$ s de -200 rad/s à 100rad/s

IV.5. Interprétations des résultats

La figure (IV.5) montre les courbes de la vitesse de rotation, du couple électromagnétique, des courants direct et en quadrature, et des trois courants statoriques lors d'un démarrage à vide avec un échelon de vitesse de 200 rad/s appliquée sur un filtre passe-bas suivi de l'application d'un couple de charge sur l'arbre de la machine entre les instant à $t=0.5$ s et $t=1.5$ s.

Nous remarquons que la vitesse a une bonne poursuite vers sa valeur de référence, le couple électromagnétique suit parfaitement le couple de charge et les courants statoriques présentent des formes sinusoïdales durant la phase de fonctionnement en charge.

On peut noter d'après les allures des composantes directe et en quadrature du courant qu'un découplage parfait entre ces deux grandeurs est installé, ainsi le principe de la commande vectorielle est vérifié.

Dans un deuxième test, la machine est initialement à vide et tourne à la vitesse de 200rad/s. A l'instant $t = 0.5$ s on inverse le sens de rotation de la machine à (-200rad/s) et de nouveau à l'instant $t = 1$ s, une autre inversion du sens de rotation est pratiquée pour atteindre la vitesse (100rad/s). Les résultats de simulation correspondants sont regroupés dans la figure (IV.6),

On peut signaler la bonne poursuite de la vitesse vers sa référence. Idem, la composante directe du courant statorique suit parfaitement sa valeur nulle de référence présentant ainsi un découplage parfait avec le couple électromagnétique image de la composante en quadrature du courant statorique.

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons élaboré une loi de commande par backstepping pour la machine synchrone à aimants permanents en se basant sur le principe de la commande vectorielle. Cette technique de commande fait recours à des fonctions de Lyapunov garantissant la stabilité à tout instant.

L'application de commande par backstepping permet de contrôler d'une manière directe ou indirecte les quatre grandeurs vitesse, couple et les deux composantes du courant statorique. Les résultats de simulation obtenus pour les différents tests expriment les performances de cette technique de commande en termes de poursuite de la référence de vitesse désirée, de rejet de perturbation qui se manifeste sous forme de couple de charge et de maintien du découplage indépendamment du régime de fonctionnement.

D'après les résultats précédents on voit clairement que la commande par backstepping non linéaire est plus performante en régime transitoire par rapport à la commande vectorielle conventionnelle.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons abordé un thème relatif à la commande de la machine synchrone à aimants permanents moyennant des techniques de l'automatique moderne. Les travaux présentés dans ce mémoire ont essentiellement porté sur deux commandes non linéaires à savoir la commande par retour d'état linéarisant et la commande par backstepping.

Dans le premier chapitre de la présente étude, on s'est efforcé de présenter les détails du modèle de la machine synchrone à aimants permanents. Les hypothèses simplificatrices adoptées et l'application de la transformation de Park ont permis de simplifier considérablement le modèle de la machine synchrone à aimants permanents.

Dans le deuxième chapitre, et à l'aide de régulateurs linéaires, nous avons développé la commande vectorielle de la machine synchrone à aimants. A l'aide de cette technique, le modèle de la machine a été découplé en imposant une valeur nulle à la composante directe du courant statorique, ainsi on a obtenu à un contrôle découplé semblable à celui de la machine à courant continu à excitation séparée.

Dans le troisième chapitre en plus des concepts théorique, la commande non linéaire basée sur la technique de linéarisation au sens des entrées-sorties est appliquée dans la commande de la machine synchrone à aimants. Cette commande a fait preuve d'efficacité du fait qu'elle peut faire fonctionner la machine avec de bonnes performances dynamiques et statiques. Les résultats de simulation obtenus montrent que le découplage est maintenu, la dynamique de poursuite de consigne est satisfaisante et le rejet de perturbation est efficace.

La conception d'une commande par backstepping pour la machine synchrone à aimants permanents a été l'objectif du dernier chapitre. Cette méthode de contrôle a donné des

résultats satisfaisants pour tout ce qui concerne la poursuite des variations de la vitesse de consigne, robustesse vis-à-vis des changements dans le couple résistant. L'avantage de la commande par Backstepping réside dans le fait qu'elle ne conduit pas à l'annulation des non linéarités utiles, et permet de mieux gérer le compromis entre la robustesse et les performances demandées.

Enfin, il est à mentionner que la conception de nouvelles méthodes de commandes robustes dédiées au contrôle des machines électriques reste un sujet de vaste étendue. Dans ce contexte on peut envisager quelques perspectives dont ce travail peut être enrichi en explorant à titre indicatif les points suivants :

- Commande non linéaire adaptative ;
- Commande par backstepping adaptative ;
- Observateur non linéaire ;
- Observateur par backstepping.

Bibliographie

- [1] ALLAOUA Boumediene, “Commande par les modes glissants non-linéaires de la MSAP alimenté par un onduleur de tension dans le cas générale à N niveaux”, Projet de Fin d’Etudes, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), 2002.
- [2] Azzedine Kaddouri, “Étude d’une commande non-linéaire adaptative d’une machine synchrone à aimants permanents”, Thèse de Doctorat, Université Laval, Québec, 2000.
- [3] M. Krstie and P. V. Kokotovic, “Nonlinear and adaptive control design”, Proceeding of New York, Wiley, 1995.
- [4] P. V. Kokotovic, “The joy of feedback: Nonlinear and adaptive”, IEEE Control Systems Magazine, vol. 12, jun. 1992, pp. 7-17.
- [5] E.Smigiel,G.Sturtzer, “Modélisation et commande des moteurs triphasés : Commande vectorielle des moteurs synchrones-commande numérique par contrôleurs DSP”, Edition ellipses, 2000.
- [6] BENMISRA, “Software de contrôle et architecture hardware d’un actionneur électrique pour véhicule électrique”, Projet de Fin d’Etudes, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), 2002.
- [7] Djmila Abdesalem et Nachida kasbadji Merzouk, “Identification et commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents”, Projet de Fin d’Etudes, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), 2005.
- [8] DARKAWI Abdallah Mohamed, “Commande adaptative en vitesse d’un machine synchrone à aimant permanents”, Projet de Fin d’Etudes, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene(USTHB), 2001.
- [9] B. Tamimi, S. Vaez-Zadeh, “An analysis of permanent magnet synchronous motor drive”, Thèse de Master, Memorial University of New foundland, 1998.
- [10] Flavia Khatounian, “Contribution à la modélisation, l’identification et à la commande d’une interface hépatique à un degré de liberté entraînée par une machine synchrone à aimant permanent”, Thèse de Doctorat, l’Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2006.

- [11] B. T. Ooi, J. W. Dixon, A. B. Kulkarni and M. Nishimoto, “ An integrated AC drive system using a controlled current PWM rectifier/inverter link”, in proc. IEEE-PESC ,Vol3,Jan.1988, pp.494-501.
- [12] A. Gloea, “Contribution au développement d’une méthodologie de conception des associations convertisseurs-machines”, Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, France, 1994.
- [13] R. Anayet et D. Y. Absi, “Machine synchrone à double étoile, modélisation, alimentation et commande”, Projet Fin d’Etudes, Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene (USTHB), 2002.
- [14] G. Grellet et G. Clerc, “Actionneurs électriques Principe, Modèle, Commande”, Eyrolles, Deuxième Edition, 2000.
- [15] M. Boussak et R. Pilioua-Sendo, “Commande vectorielle sans capteur mécanique avec estimation de la position initiale des servomoteurs synchrones à aimants”, 16^{ème} Journées Tunisiennes d’Electrotechnique et d’Automatique, Hammamet Tunisie, Novembre 1996, pp.37-43.
- [16] Abder-Rezak Benaskeur and André Desbiens, “Backstepping based adaptive PID control”, Université Laval, Québec, January 2002, pp. 54-59.
- [17] Abed A., “Contribution à l’étude et au diagnostic de la machine asynchrone”, Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-1, Mars 2002.
- [18] Françoise Lamnabhi-Lagarrigue et Pierre Rouchon, “Systèmes non linéaires”, Hermes Sciences Publication, Paris, Juin 2002.
- [19] A. Rachid, “Systèmes de régulation”, Masson, Paris, 1996.
- [20] Lahouel Dalila, “Étude d’une commande non-linéaire adaptative d’une machine synchrone à aimants permanents”, Mémoire de Magistère, Université de Batna, 2009.
- [21] A. R. Benaskeur, “Aspects de l’application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires”, Thèse de Doctorat, Université Laval, Québec, 2000.
- [22] B. Belabbes, M. K.Fellah, A. Lousdad, A. Meroufel and A. Massoum, “Speed control by backstepping with nonlinear observer of a permanent magnet synchronous motor”MECANICAL ENGINEERING DEPARTEMENT, University Of Djilali liabes, Jannury 2006,pp.326-330.

Annexe A

Paramètres de la MSAP

Résistance statorique	$R=1.4 \Omega$
Inductance sur l'axe d	$L_d=0.0066 \text{ H}$
Inductance sur l'axe q	$L_q=0.0058 \text{ H}$
Fux des aimants	$\varphi_f =0.1564\text{wb}$
Nombre de paires de pôles	$p=3$
Moment d'inertie	$J=0.00176 \text{ kg.m}^2$
Coefficient de frottement	$f_c=0.0003881 \text{ N.m/rad/s}$

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
MASTER EN GENIE ELECTRONIQUE

OPTION : CONTROLE INDUSTRIEL

Proposé et dirigé par : Mr. Said BARKAT

Présenté par : Ali DEFFAF

Thème : Commandes non linéaires d'une machine synchrone à aimants permanents

Résumé

Dans ce travail, notre intérêt est porté sur les commandes non linéaires de la machine synchrone à aimants permanents alimentée par un onduleur de tension commandé par la technique de modulation vectorielle.

La première partie de ce travail fait recours à la transformation de Park qui permet d'établir le modèle mathématique représentant le comportement dynamique de la machine. L'étendue de la modélisation touche également l'onduleur de tension dont la présence est une nécessité absolue dans la chaîne d'entraînement.

Pour commencer, la commande vectorielle est appliquée dans le but de d'éliminer le problème de couplage et d'obtenir ainsi un modèle linéaire pour la machine à aimants similaire à celui d'une machine à courant continu à excitation séparée.

Dans un souci d'améliorer davantage les performances du réglage, la commande non-linéaire par retour d'état linéarisant est appliquée. Cette commande a fait preuve d'efficacité de point de vue rejet de perturbation et poursuite de la référence.

La dernière partie est consacrée à la commande par Backstepping qui présente une autre alternative assez intéressante pour améliorer les performances dynamiques du système d'entraînement à vitesse variable de la machine à aimants.

Mots Clés:

Machine synchrone à aimants permanents, Onduleur de tension, Modulation vectorielle, Commande vectorielle, Commande non-linéaire par retour d'état linéarisant, Commande par backstepping.