



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAFDE M'SILA

Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

Département de Mathématiques



MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du Diplôme de **MASTER**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Analyse Mathématique et Numérique

Par

CHIKH Chaima

Sujet

Modélisation numérique des vagues de vent

Devant le jury :

NADIR Mostefa prof Université de M'sila Président

GASMI Abdelkader prof Université de M'sila Encadreur

BOUNIF May Manal M A B ESGEN Co-encadreur

GAGUI Bachir M C A Université de M'sila Examineur

Promotion : 2022 / 2023

ملخص

قدمنا في هذا العمل بعض التعريفات حول تدفق السطح الحر و ميكانيك الموائع .درسنا أيضا مشكلة التدفق ثنائي الابعاد على السطح الحر ,حيث قمنا بدراسة مختلف مناهج النمذجة .باستخدام هذه النماذج ,تمكنا من محاكاة وتحليل الخصائص الديناميكية والتطورات الزمنية لموجات الرياح .
الكلمات المفتاحية: سطح حر،ميكانيك الموائع , التدفق ثنائي الابعاد ,التطورات الزمنية لموجات الرياح .

Résumé

Dans ce travail , nous avons présenté quelques définitions concernant l'écoulement en surface libre et la mécanique des fluides ,et nous avons étudié le problème de l'écoulement bidimensionnel en surface libre . Nous avons examiné différentes approches de modélisation en utilisant ces modèles ,nous avons aussi pu simuler et analyser les propriétés dynamiques et les évolutions temporelles des vagues de vent .

Mots-clés : *Surface libre, mécanique des fluides, écoulement bidimensionnel, évolution temporelle des vagues de vent.*

Abstract

In this work, we have presented some definitions about free surface flow and fluid mechanics and we have studied the problem of two-dimensional flow on the free surface. We have examined different modeling approaches, Using these models, we have been able to simulate and analyze the dynamic properties and temporal evolutions of wind waves.

Keywords: *Free surface, fluid mechanics, two-dimensional flow, temporal evolution of wind waves.*

Remerciements

Au nom du Dieu Clément et Miséricordieux

Avant tout, je remercie **DIEU** le Tout Puissant de m'avoir donné le courage, la volonté, la patience et la santé durant toutes ces années de recherche et que grâce à Lui ce travail de a pu être réaliser.**Je Lui dois tout.**

Je tiens à exprimer ma profonde grantitude envers (Mon encadreur;Dr **GASMI Abdelkader** ,Ma co-encadreur Maitraisse **BOUNIF May Manal**)qui a accepté d'encadrer ce travail. Je la remercie aussi pour sa guidance, ses conseils et pour m'avoir écouté et encouragé durant la préparation de cette mémoire. Merci aussi pour toutes les relecteures, suggestions et commentaires qui m'ont permis d'améliorer la qualité de cette mémoire de Master.

Ma sincère reconnaissance à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de présider et examiner ce travail.

M. NADIR

B. GAGUE

Je ne saurais oublier dans mes remerciements tous ceux qui m'ont apporté leur contribution et leur aide de près ou de loi et de ce fait m'ont permis d'achever ce travail.

Dédicace

Je dédie ce travail:

A ma chère mère et à mon père qui n'ont jamais cessé de me supporter ,me soutenir et m'encourager durant mes années d'études .Qu ils trouvent ici le témoignage de ma profonde gratitude et le connaissance .

A mes frères ,mes grands-parents et ma famille qui me donnent de l'amour et de la vivacité.

A tous ceur qui m'ont aidé de près ou de loin et ceur qui ont partagé avec moi les moment d'émotion lors de la réalisation de ce teavail et qui m'ont chaleureusement supporté et encouragé tout ou long de mon parcours .

A tous mes amis qui m'ont toujours encouragé ,et à qui je souhaite plus de succès .

Merci !!

CHIKH CHAIMA

Table des matières

Notations	1
Introduction	1
1 1.Notations préliminaires et quelques définitions	3
1.0.1 Les états des fluides	3
1.0.2 Masse volumique	4
1.0.3 La viscosité	4
1.0.4 La densité	4
1.1 Quelques équations de la mécanique des fluides	4
1.1.1 Equation d'Euler (Ecoulement incompressible)	4
1.1.2 Equation de continuité	5
1.1.3 Equation de la dynamique et de conservation	5
1.1.4 condition aux limites	9
1.2 Ecoulement fluide à deux dimension(2D)	11
1.3 type ecoulement des fluides	11
1.3.1 Ecoulement incompressible:	11
1.3.2 Ecoulement irrotationnel	11
1.3.3 Ecoulement permanent	12
1.3.4 Ecoulement uniforme:	12
1.4 les ondes de surface	12
1.4.1 la vie des vagues	12

2	Théorie des vagues	15
2.1	Petite amplitude ou théorie linéaire	15
2.1.1	Équation gouvernantes	15
2.1.2	Relation de diffusion	19
2.1.3	Vitesse de phase d'onde	19
2.1.4	Longueur d'onde	20
2.1.5	Mouvement des particules d'eau	20
2.1.6	La pression	22
2.2	Transformation des vagues	23
2.2.1	Haut-fond des vagues	23
2.2.2	Réfraction des vagues	25
2.3	Représentation spectrale des ondes	27
2.3.1	Fréquence ou spectre omnidirectionnel	27
2.4	Spectre directionnel	30
3	Mécanismes physiques de volution des vagues	32
3.1	Équation de transfert radiatif	32
3.1.1	Cinématique	33
3.1.2	L'énergie des vagues	34
3.1.3	Spectres d'onde	35
3.2	Variations de pression induites par les vagues	37
3.2.1	Flux potentiel	38
3.2.2	La théorie de l'abri de Jeffreys	40
	Conclusion générale	44
	Bibliographie	45

Notations

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{u}$$

$$\text{div}(\vec{u}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}$$

$\vec{V} = \vec{V}(\varkappa, t)$: La vitesse d'une particule de fluide se trouvant au point repère par le vecteur \varkappa à l'instant t .

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial \varkappa}, \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial^2 \varkappa} + \frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}$$

$$\text{grad}(v) = \nabla \cdot u$$

φ : la fonction potentiel de vitesse

ψ : la fonction de courant

p : la pression du fluide

ρ : la masse volumique

V : la vitesse de fluide

K : courbure de la surface libre

U : la vitesse de référence

θ : l'angle que fait le vecteur vitesse avec l'horizontale

INTRODUCTION

L'étude des vagues de vent connu un développement relativement récent, avec des avancées significatives ne sont survenues que pendant et après la deuxième guerre mondiale en raison de l'intérêt militaire. Les travaux de Sverdrup, Munk et Bretschneider [1-2] ont fourni les données d'observation initiales, principalement empiriques, alors Miles [3] et Phillips [4] ont contribué au développement d'un cadre théorique pour la génération des vagues de vent. Cependant, une compréhension complète du processus d'évolution des vagues de vent n'a été atteinte qu'avec l'aperçu d'Hasselmann [3] sur les interactions non linéaires.

Au milieu des années 1960, les processus fondamentaux responsables de l'évolution du spectre des vagues de vent ont été identifiés. La prédiction précise du champ de vagues de vent et de ses effets sur l'environnement nécessitait une augmentation des données d'observation et des avancées dans la vitesse de calcul. Les objectifs de la recherche sur les vagues de vent étaient de prédire le champ de vagues de vent et son impact sur l'environnement naturel et humain, avec des exigences spécifiques variant selon l'application.

Dans ce mémoire on vise à résumer l'état actuel des connaissances sur les vagues de vent et à les placer dans un cadre commun, bien qu'il reste encore de nombreuses inconnues, telles que la rupture des vagues. Cependant, il y a eu des progrès significatifs dans la prédiction des vagues à l'échelle mondiale et régionale. D'après ce qu'il existe il est estimé que le vent moteur est actuellement la source d'erreur la plus importante dans les modèles des vagues en eau profonde, ce qui indique le potentiel de nouvelles avancées dans le domaine. Ce que ne permettra que des améliorations marginales de la capacité de prédiction. Dans les régions de profondeur finie, les connaissances sont encore relativement pauvres et des travaux supplémentaires sont clairement nécessaires.

Ce mémoire est composé de trois chapitres :

Dans le premier chapitre: on présente quelques définitions de base et quelques équations qui gouvernent les écoulements potentiels à surface libre des fluides incompressibles et non visqueux.

Dans le deuxième chapitre: en préalable à l'étude des propriétés des vagues sous le forçage actif du vent, il est essentiel de considérer le cas plus idéalisé du champ de vagues se propageant en l'absence de tout forçage.

Finalement, dans le dernier chapitre: notre objectif est consacré aux mécanismes physiques de l'évolution des vagues.

Chapitre 1

1. Notations préliminaires et quelques définitions

Dans ce chapitre, on présente quelques définitions de base et quelques équations qui gouvernent les écoulements potentiels à surface libre des fluides incompressibles et non visqueux.

Un fluide peut être considéré comme un milieu matériel continu déformable, et qui peut s'écouler légèrement c'est-à-dire subir de grandes variations de forme sous l'action des faibles forces.

La notion de fluide s'oppose à celle de solide, cependant, on considère les fluides et les solides comme des ensembles de particules matérielles indéfiniment petits. Mais les particules des fluides peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres.

1.0.1 Les états des fluides

On peut distinguer les deux états suivants de fluide:

1. Etat Liquide: Peut être lié à des liquides très déformables il n'a pas de forme propre et il a un volume propre incompressible.
2. Etat gazeux: Un fluide est un milieu matériel parfaitement déformable on groupe sous cette application les plasmas, les gaz qui sont l'exemple des fluides compressibles et les liquides qui sont des fluides incompressibles.

1.0.2 Masse volumique

La masse volumique d'une substance est la masse d'unité de volume de cette substance on calcule par la relation suivante:

$$\mu = \rho = \frac{\text{masse}}{\text{volum}} = \frac{m}{v}.$$

1.0.3 La viscosité

La viscosité d'un liquide constitue une résistance à la déformation ou bien au glissement relatif de ses couches, cette propriété se manifeste par le fait que dans un liquide réel toutes les conditions déterminées naissant des contraintes tangentielles.

1.0.4 La densité

On peut définir la densité d'un fluide comme le rapport de sa masse volumique au une autre masse volumique de référence et la note par ρ :

$$\rho = \frac{\text{masse vol. du fluide}}{\text{masse vol. d'un fluide de référence}} = \frac{m_v}{m_{vref}}.$$

Remarque 1.0.1 Dans le cas des liquides on considère l'eau comme fluide de référence et dans le cas gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

1.1 Quelques équations de la mécanique des fluides

1.1.1 Equation d'Euler (Ecoulement incompressible)

Soit l'écoulement incompressible d'un fluide parfait, c'est-à-dire sans viscosité dans un champ de force massique \vec{f} , en première approximation, sa masse volumique constante en un point quelconque du fluide $m(x; y; z)$ et à un instant quelconque t , les champs de pression $p(x; y; z; t)$ et de vitesse $\vec{v}(x; y; z; t)$ vérifient les relations suivantes:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0.$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla \rho + \vec{f}.$$

En coordonnées cartésiennes $(x_1; x_2; x_3)$ ces relations s'écrivent:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial v_i}{\partial X_i} = 0.$$

1.1.2 Equation de continuité

Le principe de conservation de masse impose que l'augmentation de masse pendant un certain temps t , du fluide contenu dans ce volume, doit être égale à la somme des masses de fluide qui y entrent, diminuée de celles qui sortent, qui donne par:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial \varphi}{\partial Y^2} = 0, \\ \Delta \varphi = 0. \end{cases}$$

1.1.3 Equation de la dynamique et de conservation

Etablissons les équations liées au principe fondamental de la dynamique

$$m \vec{a} = \vec{F}.$$

Rappelons que l'on suppose que le fluide n'est pas visqueux, donc les seules forces agissant sur dv sont la gravité et la pression. La particule étudiée est soumise à une force extérieure

$$F = (-\rho g j - \nabla P) dv \quad \text{où} \quad -\nabla P \cdot dv.$$

représente les forces de pression extérieure sur le volume élémentaire de fluide.

En effet la force sur la surface $dx_2 dy$ en $x_1 + dx_1$ est $-P(x_1 + dx_1) dx_2 dy$ selon la direction de x_1 , tandis que sur la face opposée on a $+P(x_1) dx_2 dy$ et donc au total $-\partial x_1 P dv$. D'autre part l'accélération est la dérivée totale de la vitesse de la particule. Or une fonction g de la particule varie non seulement par $\frac{\partial g}{\partial t}$ mais aussi parce que la particule se trouve en $t + dt$ au point $x + u dt$ et donc g varie encore de $\sum u_i \partial_{x_i} g dt$. On écrit encore la dérivée "totale" sous la forme :

$$\frac{Dg}{dt} = \frac{\partial g}{\partial t} + (u \cdot \nabla) g.$$

On écrit :

$$ma = \rho dv \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u \right] = \rho dv \frac{Du}{Dt}.$$

Ainsi, en divisant par ρdv , on a :

$$\frac{Du}{Dt} = -gj - \frac{1}{\rho} \nabla p = \frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla) u. \quad (1,1)$$

D'autre part, on a suppose le fluide incompressible. Pour cette raison on peut écrire :

$$\nabla \cdot u = 0 \quad . \quad (1,2)$$

En effet l'équation de conservation pour un fluide compressible s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho u) = 0.$$

Ainsi:

$$(\rho u_1)(x_1 + dx_1)dx_1dy - (\rho u_1)(x_1)dx_2dydt.$$

Est la quantité de masse sortant durant dt par les deux faces opposées de surface dx_2dy , ce qui vaut $\partial x_1(\rho u_1)dvdt$. Idem pour les deux autres paires de face. La masse totale sortant durant dt du cube dv est donc $\text{div}(\rho u)dt$. La masse totale dans le cube, ρdv diminue d'autant, si bien que $\partial t \rho dv dt$ est l'opposé de la quantité ci-dessus.

Définition 1.1.1 :

Un fluide est incompressible si ρ est constant, alors l'équation de conservation se réduit évidemment à :

$$\text{div} u = \nabla \cdot u = 0.$$

On va maintenant supposer que le mouvement est irrotationnel, soit :

$$\text{rot} u = \nabla \times u = 0.$$

On peut justifier cette hypothese dans le cas ou le fluide n'est pas visqueux, par le raisonnement suivant :

soit $\omega = \nabla \times u$, On verifie aisément que :

$$(u \cdot \nabla) u - \nabla \left(\frac{1}{2} u^2 \right) = -u \times (\nabla \times u).$$

Si bien que l'équation (1) s'écrit encore :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} u^2 \right) + \omega \times u = -\frac{1}{\rho} \nabla p - g j. \quad (1,3)$$

En prenant le rotationnel des deux termes de l'équation, comme le rotationnel d'un gradient est nul, on obtient :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \nabla \times (\omega \times u) = 0. \quad (1,4)$$

On verifie explicitement que :

$$\nabla \times (\omega \times u) = (\nabla \cdot u) \omega - (\nabla \cdot \omega) u + (u \cdot \nabla) \omega - (\omega \cdot \nabla) u.$$

Or $\nabla \cdot \omega = 0$, identiquement et $\nabla \cdot u = 0$, par hypothese. Il reste donc:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (u \cdot \nabla) \omega = (\omega \cdot \nabla) u.$$

soit :

$$\frac{D\omega}{Dt} = (\omega \cdot \nabla) u.$$

$\omega = 0$ est une solution evidente de cette equation. En outre si u est suppose connu, c'est une equation differentielle lineaire pour ω dont la seule solution s'annulant en un point est nulle partout.

Exemple 1.1.1 : l'équation $\dot{y} = y$ a la solution $C \exp(x)$ qui vaut 0 si elle s'annule en un point.

Or on suppose que le mouvement est irrotationnel dans les conditions initiales, et donc le reste. Physiquement cet argument n'est pas tres satisfaisant car on a negligé la viscosite,

or on sait bien que des tourbillons sont générés sous l'effet de la viscosité au voisinage d'un obstacle dans un flot irrotationnel. D'un autre côté on sait que ces tourbillons sont localisés dans une "couche limite" entourant l'obstacle, et dans le "sillage turbulent". Au delà l'énergie des tourbillons se dissipe sous l'effet de la "cascade turbulente de Kolmogorov", si bien que dans la quasi totalité du flot le mouvement est bien irrotationnel, précisément à cause de la dissipation turbulente. C'est ce qui justifie réellement l'hypothèse tout à fait usuelle du flot irrotationnel dans un grand nombre de problèmes d'hydrodynamique.

Puisque $\nabla \times u = 0$, on peut introduire un potentiel φ tel que $u = \nabla\varphi$ (le rotationnel d'un gradient étant toujours nul). On parle encore d'écoulement potentiel. De plus, l'incompressibilité $\nabla \cdot u = 0$, implique $\Delta\varphi = 0$, c'est à dire que le potentiel est harmonique. Rappelons que l'équation de Laplace est une équation elliptique, typiquement on peut donner des conditions au bord arbitraires sur la périphérie d'un volume simplement connexe, l'équation de Laplace détermine alors φ à l'intérieur de ce domaine. Les phénomènes de propagation sont au contraire liés aux équations hyperboliques que l'on définira plus loin. Pour le moment rien ne permet de comprendre l'origine des ondes de surface. Plus bas nous verrons qu'elles se produisent précisément en tenant compte des conditions aux limites très particulières à la surface libre.

L'équation (1) se réécrit en utilisant le potentiel φ :

$$\nabla \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2}u^2 \right) = -\frac{1}{\rho}\nabla\rho - gj \quad (1,5)$$

Intégrant cette équation, en sachant que $\nabla y = j$, on a :

$$\varphi_t + \frac{1}{2}u^2 + \frac{p - p_0}{\rho} + gy = c(t) \quad (1,6)$$

On peut ajouter au potentiel φ une fonction arbitraire de t qui disparaît dans la définition $u = \nabla\varphi$, et donc profiter de cet arbitraire pour absorber la constante d'intégration $C(t)$. On obtient ainsi l'équation du mouvement sous la forme :

$$\frac{p - p_0}{\rho} = -\varphi_t - \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 - gy \quad (1,7)$$

Notons que dans le cas statique uniforme, $\varphi_t = 0$ et $\nabla\varphi = 0$ notre équation se réduit à l'équation "hydrostatique" bien connue $P = P_0 + \rho g|y|$. D'autre part pour un flot station-

naire $\varphi_t = 0$ elle se réduit à l'équation de Bernoulli $P + \frac{1}{2}\rho u^2 + \rho gy = C$, c'est à dire grosso modo la conservation de l'énergie.

1.1.4 condition aux limites

Soit $f(x_1, x_2, y, t) = 0$ l'équation de la surface libre, ou si l'on préfère, sous forme résolue, $y = \eta(x_1, x_2, t)$. Nous exprimons la condition que cette surface est bien à tout instant la surface libre du fluide en écrivant que la composante normale à la surface de la vitesse du fluide est exactement égale à la vitesse normale de déplacement de la surface. Bien entendu il peut y avoir un déplacement arbitraire tangentiel du fluide, la seule condition nécessaire porte sur les vitesses normales à la surface libre.

Exprimons d'abord les coordonnées du vecteur normal en un point de la surface d'équation $f = 0$ à t fixe. Un déplacement (dx_1, dx_2, dy) dans le plan tangent est tel que l'on reste sur la surface, $f(x_1+dx_1, x_2+dx_2, y+dy) = 0$, ce qui donne au premier ordre $(\text{on écrit } \frac{\partial f}{\partial x_i} = f_{x_i})$:

$$dx_1 f_{x_1} + dx_2 f_{x_2} + dy f_y = 0.$$

L'équation du plan tangent est donc :

$$x_1 f_{x_1} + x_2 f_{x_2} + y f_y = 0.$$

On en déduit l'expression du vecteur normal à la surface :

$$n = (n_1, n_2, n_3) = \frac{1}{\sqrt{f_{x_1}^2 + f_{x_2}^2 + f_y^2}} (f_{x_1} + f_{x_2} + f_y).$$

La projection normale de la vitesse du fluide est donc :

$$v_n = (u \cdot n) = \frac{(f_{x_1} u_1 + f_{x_2} u_2 + f_y v)}{\sqrt{f_{x_1}^2 + f_{x_2}^2 + f_y^2}}.$$

Il est plus délicat d'obtenir la vitesse de déplacement de la surface $f = 0$ quand t varie, mesurée le long de la normale. Soit v_n cette vitesse, si le point $P = (x_1, x_2, y)$ est sur la surface $f = 0$, au temps t , alors le point $P + (v_n dt)n$, est sur la surface $f = 0$, au temps $t + dt$, c'est à dire :

$$f(x_1 + v_n dt n_1, x_2 + v_n dt n_2, y + v_n dt n_3, t + dt) = 0.$$

Au premier ordre ceci donne $f x_1 v_n n_1 + f x_2 v_n n_2 + f_y v_n n_3 + f_t = 0$ soit :

$$v_n = \frac{-f_t}{\sqrt{f_{x_1}^2 + f_{x_2}^2 + f_y^2}}$$

L'égalité de la vitesse normale du fluide à celle de la surface s'écrit donc :

$$\frac{Df}{Dt} = f_t + u_1 f_{x_1} + u_2 f_{x_2} + v f_y = f_t + (u \cdot \nabla) f = 0. \quad (1,8)$$

Où D est la dérivée "totale" en suivant le fluide. Autrement dit cette équation signifie que si une particule de fluide est sur la surface, et qu'on la suit à l'instant $t + dt$ elle est encore sur la surface. Elle a pu glisser le long de la surface au premier ordre en dt mais n'a pas pu s'éloigner normalement à elle au premier ordre.

Si l'on utilise la forme résolue, $y = \eta(x_1, x_2, t)$ de l'équation de la surface, cela revient à prendre $f = \eta - y$, donc $f_{x_1} = \eta_{x_1}$, $f_{x_2} = \eta_{x_2}$, $f_t = \eta_t$ et $f_y = -1$. La condition aux limites à la surface libre s'écrit donc $\eta_t + u_1 \eta_{x_1} + u_2 \eta_{x_2} - v = 0$, valable pour $y = \eta(x_1, x_2, t)$, et dans laquelle on peut remplacer $u = \nabla \varphi$. De même l'équation de la dynamique (7) se simplifie sur la surface libre puisque $P = P_0$, la pression atmosphérique, et $y = \eta$, donc

$$\varphi_t + 1/2(\nabla \varphi)^2 + g\eta = 0.$$

On a donc sur la surface libre deux conditions:

$$\begin{cases} \eta_t + \varphi_{x_1} \eta_{x_1} + \varphi_{x_2} \eta_{x_2} = \varphi_y \\ \varphi_t + \frac{1}{2} (\varphi_{x_1}^2 + \varphi_{x_2}^2 + \varphi_y^2) + g\eta \end{cases} \quad \text{pour } y = \eta(x_1, x_2, t). \quad (1,9)$$

La condition aux limites sur le fond est tout à fait similaire, si ce n'est que le fond est une surface d'équation $y = -h_0(x_1, x_2)$ indépendante du temps, et l'on a donc simplement :

$$\varphi_y + \varphi_{x_1} h_0 x_1 + \varphi_{x_2} h_0 x_2 = 0 \quad \text{pour } y = -h_0(x_1, x_2). \quad (1,10)$$

Plus trivialement si le fond est plat h_0 est constant, et $\varphi_y = 0$ pour $y = -h_0$. A priori, le fait que φ est harmonique, joint aux conditions aux limites portant sur les dérivées de

φ au bord du domaine (conditions de Neumann) permet de déterminer φ à l'intérieur du domain $-h_0 < y < \eta a$ constante pres.

Evidemment le probleme est bien plus redoutable, car les equations(9) expriment aussi η en fonction de φ . C'est pourquoi nous allons d'abord obtenir une approximation linearisee de ces équations et nous verrons alors qu'elles determinent bien une solution convenable.

1.2 Ecoulement fluide à deux dimension(2D)

Le modèle d'écoulement de base et les caractéristiques du mouvement du fluide dans n'importe quel plan sont essentiellement les mêmes que dans n'importe quel plan parallèle. Cela nous permet de limiter notre attention à un seul plan que nous prenons pour le plan z . Les figures construites dans ce plan seront considérées comme les sections droites de cylindres infinis à génératrices perpendiculaires au plan considéré.

1.3 type ecoulement des fluides

1.3.1 Ecoulement incompressible:

Un Ecoulement incompressible est un déplacement d'une quantité de fluide dont la masse volumique est considérée comme constante au cours du processus ,soit une dérivée particulaire du champ scalaire de masse volumique négligeable (description eulérienne).

1.3.2 Ecoulement irrotationnel

On dit que l'écoulement est irrotationnel si:

$$\text{rot } \vec{v} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} u \\ v \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \end{array} \right. \quad \text{rot } \vec{v} = 0$$

(v la vitesse d'écoulement).



Figure 1.3.1 : Représentation de la vitesse dans un écoulement uniforme

1.3.3 Écoulement permanent

Définition 1.3.1 : *écoulement à flux constant sous des conditions de potentiel invariable dans le temps*

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0.$$

1.3.4 Écoulement uniforme:

Un écoulement bidimensionnel à surface libre est dit uniforme si l'écoulement est de vitesse constante $A_1 = A_2$

1.4 les ondes de surface

1.4.1 la vie des vagues

Les vagues naissent, grandissent, vieillissent et meurent. On parle même de l'âge d'une vague. Voyons donc comment une vague naît, grandit (s'amplifie) puis s'atténue ou d'échoue et finit par mourir.

Action du vent sur la mer

En dessous d'un vent minimum, de l'ordre de quelques kilomètres par heure, la mer reste plate ; on parle alors d'une mer d'huile. Ce n'est qu'au-dessus d'une valeur seuil que les

premières rides se forment par l'écoulement rapide et turbulent de l'air au voisinage de l'eau. Peu à peu, les premières ondes désordonnées, amplifiées par l'action du vent, deviennent plus ordonnées, augmentent en amplitude, en longueur et donc en vitesse. Le processus se poursuit jusqu'à ce que les vagues atteignent une vitesse de l'ordre de 80% de la vitesse du vent.

Au-delà de cette valeur, la différence de vitesse entre l'air et les vagues semble insuffisante pour continuer à amplifier ces dernières. Ces grands principes exposés, le détail des mécanismes et le rôle exact des turbulences de l'air sur la formation des vagues font encore l'objet d'âpres discussions parmi les spécialistes. On appelle souvent « âge de la vague » le rapport V/U de la vitesse des vagues sur celle du vent.

Une vague qui vient de se former a une faible longueur d'onde, et donc une faible vitesse comparée à la vitesse du vent (V/U_{petit}), elle est donc jeune. Lorsqu'elle atteint l'âge adulte, elle est de plus grande longueur d'onde, et donc de plus grande vitesse ($V/U \approx 0,8$). Ensuite c'est le vieillissement, lorsque le vent diminue et que la vague, pour suivant sa route, se déplace plus vite que le vent ($V/U > 1$). Outre un effet sur la longueur et la vitesse des vagues, un vent plus fort formera aussi des vagues de plus grande amplitude, surtout s'il souffle suffisamment longtemps. Pour un vent établi, la hauteur des vagues croît avec la « force du vent » et l'amiral anglais Francis BEAUFORT a défini en 1806 une table de correspondance entre cette force du vent et l'état de la mer. L'échelle Beaufort fait aujourd'hui encore référence pour les marins et les météorologues. Notons toutefois que l'amplitude et la longueur d'onde des vagues en un

point sont aussi fonction de la durée pendant laquelle le vent a soufflé, ainsi que de l'étendue d'eau sur laquelle il a soufflé à l'amont du point considéré et que l'on nomme par le terme d'origine anglaise fetch. En pratique, l'effet de ces différents paramètres est assez bien connu des météorologues et des océanographes, ce qui leur permet de bien prédire la hauteur des vagues et leur heure d'arrivée sur nos côtes, au grand plaisir des surfeurs. Ces prédictions de hauteur de houle ont été grandement améliorées par le lancement des satellites d'observation de la mer, tel Topex-Poséidon, ou son successeur Jason-1. On appelle « mer du vent » l'ensemble des vagues qui se forment en un lieu donné sous l'action du vent qui souffle à ce moment-là. On est alors dans la zone dite du fetch. Par opposition, le terme de

houle désigne les vagues qui persistent après être sorties du fetch ou après que le vent soit tombé. La grande houle se propageant très vite, elle peut dans certains cas atteindre la côte avant la dépression qui lui a donné naissance, et ainsi annoncer l'arrivée du vent.

Chapitre 2

Théorie des vagues

En préalable à l'étude des propriétés des vagues sous le forçage actif du vent ,il est essentiel de considérer le cas plus idéalisé du champ de vagues se propageant en l'absence de tout forçage.

Même cette situation hautement idéalisée présente de formidables difficultés mathématiques et nécessite donc de nombreuses hypothèses simplificatrices pour former une solution traitable .

Au fur et à mesure que les restriction de ces hypothèses simplificatrices sont réduites,la complexité de la solution augmente .seule la plus simple de ces solutions sera considérée ici.

L'intérêt portera sur la théorie des ondes linéaires ou d'Airy (Airy,1845).Malgré les hypothèses simplificatrices appaeemment restrictives associées à cette théorie ,son domaine d'application est vaste . La théorie des ondes linéaire constituera la justification théorique de base pour le reste de ce livre .

2.1 Petite amplitude ou théorie linéaire

2.1.1 Équation gouvernantes

Afin de former une solution traitable ,les hypothèses simplifcatrice suivantes sont faites:

- 1.L'eau a une profondeur constant , d et une longueur d'onde, L (ou période , T).
- 2.Le mouvement des vagues et bidimensionnel ,ce qui conduit à de longues vagues à crête avec une hauteur constant le long des crêtes.

3. Les vagues sont de forme constante, c'est-à-dire qu'elles ne changent pas avec le temps.
4. Le fluide (l'eau) est incompressible.
5. Les effets de la viscosité, de la turbulence et de la tension superficielle sont négligés.
6. La hauteur des vagues, H , est petite par rapport à la longueur des vagues, L et à la profondeur de l'eau, d (c'est-à-dire $H/L \ll 1$ et $H/d \ll 1$).

Les limites que ces hypothèses imposent à la théorie résultante seront étudiées dans la section (2.4).

Les équations gouvernantes à résoudre représentent les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. La conservation de la masse peut être écrite en termes d'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0. \quad (2.1)$$

où x et z sont respectivement les coordonnées horizontale et verticale du domaine de solution bidimensionnel. Le potentiel de vitesse, ϕ est défini en termes de composantes horizontales et verticales de la vitesse, u et w comme

$$u(x; z; t) = -\frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (2.2)$$

$$w(x, z, t) = -\frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (2.3)$$

et t est le temps.

La conservation de la quantité de mouvement est représentée par l'équation de Bernoulli instationnaire

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho\omega} + gz = 0. \quad (2.4)$$

où p est la pression, ρ la densité du fluide (eau) et g est l'accélération gravitationnelle. On veut résoudre (2.1) et (2.4) dans le domaine représenté par la figure 2.1 et sous réserve des conditions aux limites définies ci-dessous.

(i) Condition aux limites dynamiques à la surface libre:

la surface libre, $z = \eta$, la pression est atmosphérique, $p = 0$. Donc (2.4) devient

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \text{ et } z = 0. \quad (2,5)$$

La condition aux limites (2.5) a été appliquée à $z = 0$ plutôt qu'à $z = \eta$ puisque l'une des hypothèses simplificatrices était que les vagues étaient de faible amplitude (c'est-à-dire $\eta \rightarrow 0$). (ii) Condition limite cinématique à la surface libre : il ne peut y avoir aucun transport de fluide à travers la surface libre. Par conséquent, la vitesse verticale de la surface libre doit être égale à la vitesse verticale du fluide (c'est-à-dire $w = D/Dt[\eta(x, t)]$).

$$\omega = \underbrace{\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x}}_{\text{et } z = \eta}. \quad (2,6)$$

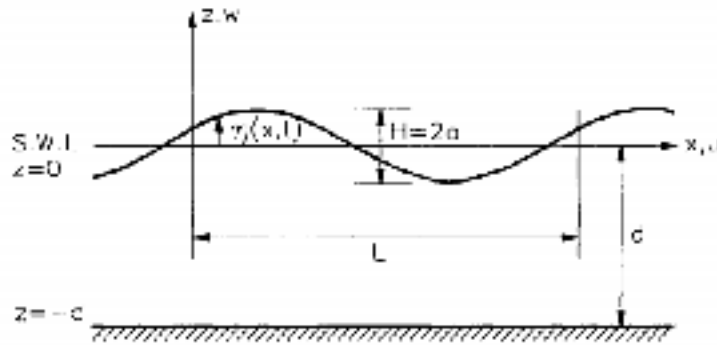


Figure 2.1.1 : Esquisse de définition montrant le domaine de solution pour la théorie des ondes linéaires

En remplaçant (2.3) par si, en notant qu'en raison de l'hypothèse de petite amplitude, la pente de la surface de l'eau $\partial\eta/\partial x$ sera petite et que la condition aux limites peut être supposée s'appliquer en $z = 0$ réduit (2.6) à

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \text{ et } z = 0. \quad (2,7)$$

(iii) Condition limite cinématique au niveau du lit : dans un de manière similaire à la condition limite cinématique à la surface libre, il ne peut y avoir aucun écoulement à travers le lit solide

$$\omega = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \text{ et } z = -d. \quad (2,8)$$

Par conséquent, le problème devient la solution de (2.1) soumise aux conditions aux limites (2.5), (2.7) et (2.8). Ce système d'équations, ainsi que le domaine des solutions, sont représentés schématiquement à la figure 2.2.

Une solution à cet ensemble d'équations peut être trouvée en utilisant la méthode de séparation des variables (Airy, 1845 ; Stokes, 1847)

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag \cosh[k(d+z)]}{\omega \cosh[kd]} \cos(kx - \omega t). \quad ((2,9))$$

Où $a = H/2$ est l'amplitude de l'onde, $\omega = 2\pi/T = 2\pi f$ est la fréquence angulaire de l'onde et $k = 2\pi/L$ est le nombre d'onde. D'après(2.9) les propriétés de base des vagues d'eau linéaires peuvent être développées. Un certain nombre de ces propriétés clés sont définies dans les sections(2.2.2) à (2.2.9).

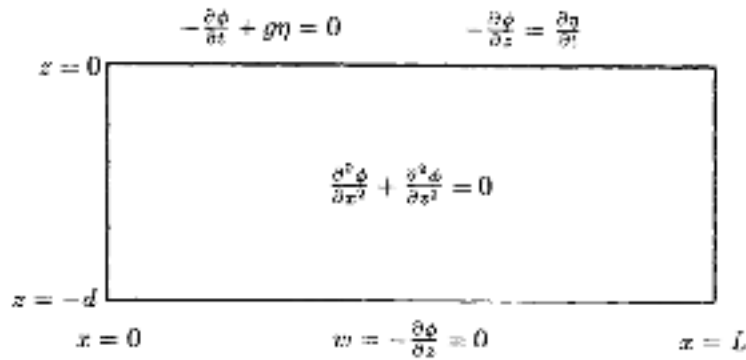


Figure 2.1.2 : l'équation directrice, ainsi que les conditions aux limites et le domaine de solution pour la théorie des ondes linéaires

Le profil de la vague

L'équation (2.5) indique qu'à la surface libre

$$\eta = \frac{1}{g} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=0}. \quad (2,10)$$

Remplacer (2.9) par 0 dans (2.10) et différencier par rapport à t donne

$$\eta = a \sin(kx - \omega t). \quad (2,11)$$

Ainsi, la surface de l'eau varie de manière sinusoïdale et est périodique à la fois dans l'espace (longueur d'onde L) et dans le temps (période T).

2.1.2 Relation de diffusion

La combinaison de (2.5) et (2.7) donne:

$$-\frac{\partial\phi}{\partial z} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} \text{ et } z = 0. \quad (2,12)$$

en remplaçant (2.9) dans (2.12) et en évaluant à $z = 0$, on obtient:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd). \quad (2,13)$$

L'équation (2.13) est appelée "relation de dispersion" pour les ondes linéaires. Il indique qu'il existe une relation unique entre ω , k et d (ou T , L et d). Si deux des grandeurs sont connues, la troisième est définie de façon unique.

2.1.3 Vitesse de phase d'onde

Par définition, la vitesse de phase ou vitesse de propagation, C d'une onde est:

$$C = \frac{L}{T} \text{ et } \frac{\omega}{k}. \quad (2,14)$$

Remplacer (2.13) dans (2.14) par w donne:

$$C^2 = \frac{g}{k} \tanh(kd). \quad (2,15)$$

La vitesse de phase, telle que définie par (2.15) est parfois aussi appelée "célérité". L'équation (2.15) indique que la vitesse de phase varie avec la profondeur de l'eau. Pour des valeurs données de L et de k , l'onde se propagera plus rapidement en eau profonde qu'en eau peu profonde.

Aussi, C varie en fonction de ω et k . Les ondes de longue période ou de grande longueur d'onde se propageront plus rapidement que les ondes de courte période ou de courte longueur d'onde. Dès lors, Si un groupe d'ondes de longueur d'onde variable devait se propager loin

d'une zone où elles ont été générées initialement, elles se propageraient à des vitesses différentes. Les ondes plus longues se propageraient plus vite que les ondes plus courtes. Les vagues se sépareraient progressivement en fonction de leurs longueurs d'onde respectives. Les vagues plus longues conduiraient suivies de vagues progressivement plus courtes. Par conséquent, le champ d'ondes se disperserait progressivement. Cela donne le nom de "relation de dispersion" attribué à (2.13).

2.1.4 Longueur d'onde

De même, la substitution de (2.14) dans (2.15) donne une relation transcendantale pour la longueur d'onde, L

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right). \quad (2,16)$$

La nature transcendantale de (2.13), (2.15) et (2.16) signifie que des techniques de résolution itératives sont requises. Pour cette raison, une gamme d'approximations a été proposé pour la détermination de C ou k étant donné ω et d . Hunt (1979) a proposé une approximation de Pade de la forme

$$\frac{C^2}{gd} = \left[\omega + (1 + 0,666\omega + 0,445\omega^2 - 0,105\omega^3 + 0,272\omega^4)^{-1} \right]^{-1}. \quad (2,17)$$

Où $\omega = \omega^2 d / g$. L'équation (2.17) est une approximation remarquablement précise de (2.16). En effet, il est dérivé de manière à être exact aux limites des longueurs d'onde courtes et longues. Young et Sobey (1980) ont également suggéré l'utilisation d'un schéma de consultation de table pour l'évaluation de routine de C dans les codes informatiques. Fenton et McKee (1990) ont présenté un examen approfondi d'un certain nombre d'approximations différentes qui ont été proposées. Ils concluent qu'il y a peu de différence pratique été la précision des différentes approximations.

2.1.5 Mouvement des particules d'eau

Les composantes horizontale et verticale de la vitesse du fluide (vitesse des particules d'eau) sont définies par (2.2) et (2.3). La substitution de (2.9) dans ces relations conduit à

$$u = \frac{agk \cosh [k(d+z)]}{\omega \cosh(kd)} \sin(kx - \omega t). \quad (2,18)$$

$$\omega = -\frac{agk \sinh [k(d+z)]}{\omega \cosh(kd)} \cos(kx - \omega t). \quad (2,19)$$

Le déplacement horizontal et vertical d'une particule fluide peut être défini comme:

$$\varepsilon = \int u dt ; \varsigma = \int \omega dt. \quad (2,20)$$

Substitution de (2.18) et (2.19) dans (2.20) et intégration des rendements

$$\varepsilon = \frac{agk \cosh [k(d+z)]}{\omega^2 \cosh(kd)} \cos(kx - \omega t). \quad (2,21)$$

$$\varsigma = \frac{agk \sinh [k(d+z)]}{\omega^2 \cosh(kd)} \sin(kx - \omega t). \quad (2,22)$$

Dans (2.21) et (2.22) ε et ς sont mesurés depuis la position moyenne. En remplaçant la relation de dispersion (2.13) par ω^2 dans (2.21) et (2.22), ces les relations peuvent être réarrangées pour donner:

$$\frac{\varepsilon^2}{A^2} + \frac{\varsigma^2}{B^2} = 1. \quad (2,23)$$

où

$$A = a \frac{\cosh [k(d+z)]}{\sinh(kd)}. \quad (2,24)$$

$$B = a \frac{\sinh [k(d+z)]}{\sinh(kd)}. \quad (2,25)$$

L'équation (2.23) représente une ellipse avec un demi-axe horizontal A et un demi-axe vertical B . Ainsi, pour la théorie des ondes linéaires, les particules fluides se déplacent sur des orbites elliptiques fermées. En eau profonde $A = B$ et l'orbite devient un cercle. Ce mouvement est représenté schématiquement sur la figure 2.3.

La figure 2.4 montre le rapport des composantes horizontales et verticales de la vitesse et du déplacement, u/ω et ε/ς , respectivement en fonction du paramètre $k(d+z)$. Comme

le montre la figure 2.3, les orbites s'allongent progressivement avec la diminution de la profondeur, d et de la submersion z . En effet, en bas, $z = -d$, la condition aux limites cinématique (2.8) exige que $\omega = 0$ et donc à la fois u/ω et $(\varepsilon/\varsigma \rightarrow \infty)$ pour petit $k(d+z)$.

3

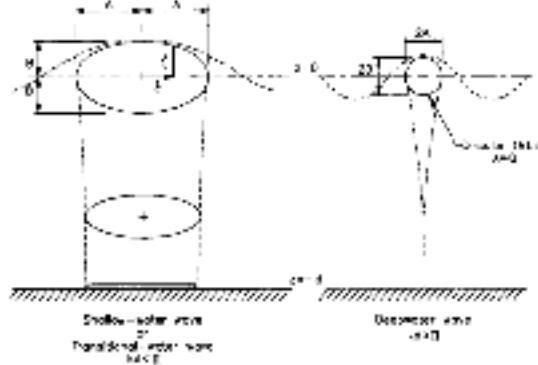


Figure 2.1.3 : Représentation schématique du mouvement d'une particule fluide sous une onde comme prédit par la théorie des ondes Unear

2.1.6 La pression

Substitution du potentiel de vitesse, ϕ de(2.9) dans l'équation instationnaire de Bernoulli (2.4) et différenciation des rendements:

$$\frac{p}{\rho\omega} = \frac{g \cosh [k(d+z)]}{\cosh(kd)} \underbrace{a \sin(kx - \omega t)}_{=\eta} - gz. \quad (2,26)$$

Notant qu'à partir de (2.11), $\eta = a \sin(kx - \omega t)$, (2.26) devient

$$\frac{p}{\rho\omega g} = \underbrace{\eta \frac{\cosh [k(d+z)]}{\cosh(kd)}}_{=k_p} - z. \quad (2,27)$$

ou

$$\frac{p}{\rho\omega g} = \eta k_p - z. \quad (2,28)$$

où K_p est appelé facteur de réponse en pression. Le premier terme de (2.28) représente un écart positif ou négatif (selon la phase de la vague) par rapport à la pression hydrostatique. De plus, la valeur de K_p diminue avec l'augmentation de $|z|$ et par conséquent, les fluctuations

de pression associées à la présence des ondes de surface diminuent avec l'augmentation de la distance sous la surface de l'eau. Pour les conditions d'eau profonde ($d \rightarrow \infty$), la valeur de K_p diminue de 1 à $z = 0$ à 0,04 à $z = -L/2$.

4

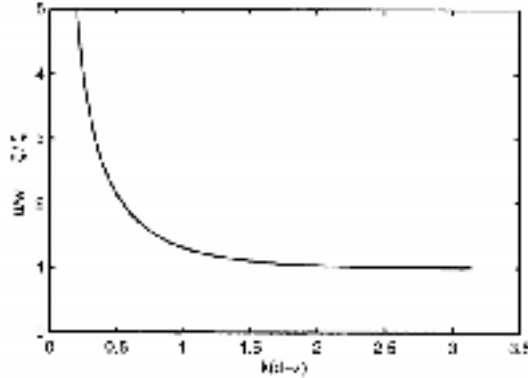


Figure 2.1.4 : Rapport des composantes horizontales à verticales de la vitesse, (u/ω) et du déplacement (ϵ/σ) en fonction de $k(d+z)$

Ainsi, l'influence des ondes de surface est négligeable à des profondeurs d'immersion supérieures à environ $L/2$.

2.2 Transformation des vagues

2.2.1 Haut-fond des vagues

Considérons tout d'abord le problème bidimensionnel des vagues à incidence normale sur des contours de profondeur droits parallèles, comme le montre la figure suivant. L'énergie d'une onde par:

On peut montrer que la longueur de la crête unitaire est [Dean et Dalrymple (1991) et bien d'autres]

$$E = \frac{1}{8} \rho \omega g H^2 L. \quad (2,29)$$

L'énergie par unité de surface ou énergie spécifique est:

$$\bar{E} = \frac{1}{8} \rho \omega g H^2. \quad (2,30)$$

5

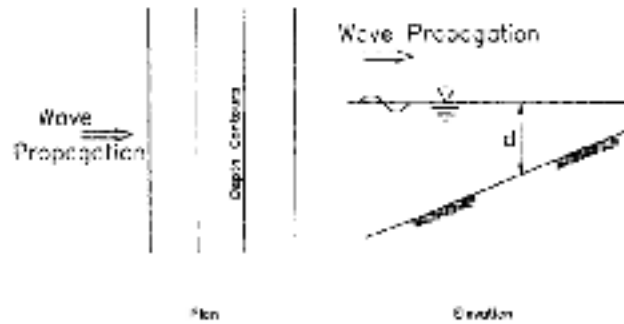


Figure 2.2.1 : Croquis de définition montrant le shoaling bidimensionnel des vagues d'eau linéaires.

Le flux d'énergie P , est la vitesse à laquelle l'énergie des vagues est advectée. l'énergie est advectée à la vitesse de groupe, C_g .

$$\bar{P} = \bar{E}C_g = \bar{E}nC. \quad (2,31)$$

Le flux d'énergie, P est également appelé puissance des vagues. Puisque la quantité d'énergie entrant dans une région doit être égale à la quantité qui en sort (conservation de l'énergie), il s'ensuit que:

$$\bar{E}_0 n_0 C_0 = \bar{E} n C. \quad (2,32)$$

où les indices zéro font référence aux valeurs des eaux profondes. De (2.30) et (2.32) il résulte que:

$$\frac{H}{H^2} = k_s = \sqrt{\frac{n_0 C_0}{n C}}. \quad (2,33)$$

La quantité K_s est appelée coefficient de Shoaling. Comme le montre la figure 2.6, à mesure que la profondeur de l'eau diminue, le coefficient de shoaling diminue légèrement en dessous de un avant d'augmenter rapidement. Comme indiqué dans la section (2.3.1), la longueur d'onde diminue également avec la diminution de la profondeur de l'eau. Par conséquent, à mesure que les vagues se propagent dans des eaux de moins en moins profondes, la pente des vagues, H/L , augmentera. mesure que la pente augmente, les vagues atteindront un point où leur forme est instable et ils commenceront à se casser.

6

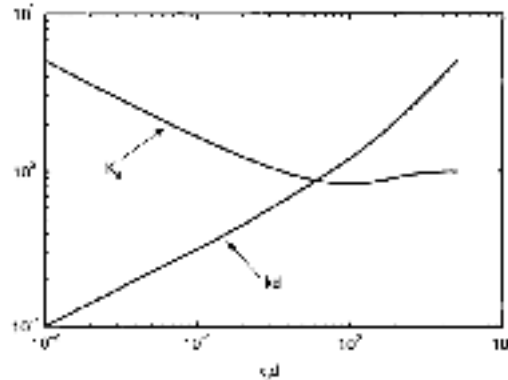


Figure 2.2.2 : Variation du coefficient de shoaling, Ks et du paramètre de profondeur adimensionnel, fcd en fonction de kd où k_0d est le nombre d'onde en eau profonde.

2.2.2 Réfraction des vagues

L'équation (2.15) indique que la vitesse de phase, C varie en fonction de la profondeur de l'eau, d . Par conséquent, pour une vague qui s'approche des contours de profondeur de la figure 2.6 à un angle autre que la normale, la profondeur de l'eau variera le long de la vague crête. Par conséquent, la vitesse de phase variera également le long de la crête de la vague. En conséquence, la crête aura tendance à se courber vers l'alignement avec les courbes de niveau. Les orthogonales des vagues qui sont normales à la crête de la vague ne seront pas des lignes droites mais se plieront lorsque la crête se pliera. Par conséquent, les orthogones adjacentes peuvent converger ou diverger en fonction de la bathymétrie locale, comme le montre la figure 2.7.

Une simple extension de (2.31) à ce cas tridimensionnel donne

$$\bar{P} = \bar{E}nCb = \text{constant}. \quad (2,34)$$

où b est l'espacement entre les orthogonales adjacentes (voir Figure 2.7). L'équation (2.34) suppose qu'il n'y a pas de transport latéral d'énergie le long des crêtes des vagues. Il s'ensuit que la variation de la hauteur des vagues est:

$$\frac{H}{H_0} = \sqrt{\frac{n_0 C_0}{nC}} \sqrt{\frac{b_0}{b}} = k_s k_r. \quad (2,35)$$

7

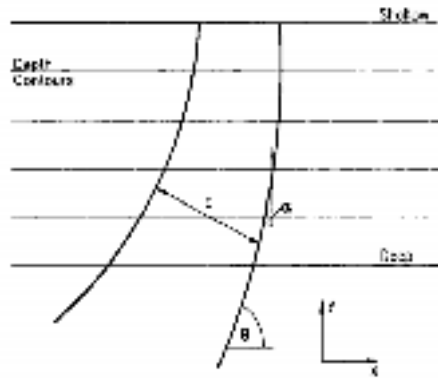


Figure 2.2.3 : Esquisse de définition montrant la réfraction des ondes sur des courbes de niveau parallèles. Les orthogonales des ondes sont représentées par les lignes en gras.

où K_r est appelé le coefficient de réfraction. Alors que K_s peut être évalué à partir de relations d'ondes linéaires en eau profonde et au point d'intérêt, K_r nécessite la connaissance des chemins que les orthogonaux adjacents ont empruntés pour se propager à partir des eaux profondes jusqu'au point d'intérêt.

Munk et Arthur (1952) ont montré que le rayon orthogonal ou rayon d'onde est défini par:

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = C, \\ \frac{dz}{dt} = C \cos \theta, \\ \frac{dy}{dt} = C \sin \theta. \end{cases} \quad (2,36)$$

Où x et y sont les directions des coordonnées standard, θ est la direction locale de propagation des ondes et s est la direction des coordonnées le long du rayon d'onde (voir Figure 2.7). En général, (2.36) doit être résolu numériquement en marchant le long du rayon d'onde. Pour le cas de contours de lit parallèles, cependant, une solution analytique sous la forme de résultats de la loi de Snell

$$\frac{\sin \alpha}{C} = \text{constant}. \quad (2,37)$$

où α est l'angle entre le rayon d'onde et une normale au contour du fond. Historiquement, (2.37) a été appliqué à d'autres cas que les contours de lit parallèles et a permis la construction graphique de diagrammes de réfraction. Ce processus prenait énormément de

temps et était sujet à des imprécisions. Il a été remplacé par des solutions numériques de (2.36).

La loi de Snel est couramment rencontrée dans le domaine de l'optique géométrique et l'analogie entre la réfraction de la lumière et celle des vagues de l'eau est convaincante. Pour la lumière, c'est la variation de l'indice de réfraction du milieu qui est responsable de la réfraction. Pour les vagues d'eau, le changement de profondeur de l'eau a le même effet.

2.3 Représentation spectrale des ondes

2.3.1 Fréquence ou spectre omnidirectionnel

Même l'observateur le plus occasionnel des vagues océaniques se serait rendu compte que les hypothèses simplificatrices d'une période de vague constante et de vagues de forme constante imposent des limites importantes aux théories des vagues d'amplitude linéaire ou finie. Les vagues apparaissent généralement confuses avec des hauteurs successives, des périodes et des longueurs d'onde variant de manière significative. En effet, dans certains cas, la direction réelle de propagation est également difficile à définir en toute confiance. La surface de l'eau apparaît confuse au lieu de se conformer à une forme sinusoïdale ordonnée comme prédit par (2.9). Un exemple de ceci est illustré par l'enregistrement de vague enregistré typique illustré à la figure 2.8.

In many areas of physics it is common to represent records such as that of Figure 2.8 by the use of a spectral or Fourier model. Under this approximation, the water surface elevation is approximated by the linear superposition of sinusoidal forms as defined by (2.9).

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin(\omega_i t + \phi_i). \quad (2,38)$$

où α_i, ω_i et ϕ_i sont l'amplitude, la fréquence et la phase de la i ème composante dans la sommation. Un exemple de la manière dont une surface d'eau complexe

L'enregistrement peut être construit à partir de la somme de seulement 3 sinusoïdes est illustré à la figure 2.9.

8

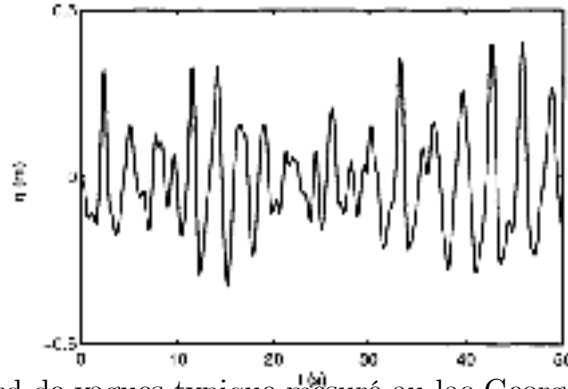


Figure 2.3.1 : Un record de vagues typique mesuré au lac George, en Australie, à une profondeur d'eau d'environ $2m$. La vitesse du vent était, $U_{10} = 16.3m/s$. Notez la variation en hauteur et en période de vagues individuelles dans l'enregistrement.

Chacune des composantes sinusoïdales de la sommation (2.38) satisfera toutes les propriétés de la théorie des ondes linéaires telles que développées dans les sections 2.2.3 à 2.2.7.

D'après (2.30), l'énergie moyenne du profil d'onde peut être représentée par

$$\bar{E} = \frac{\rho\omega g}{8} \sum_{i=1}^N H_i^2. \quad (2,39)$$

ou

$$\frac{\bar{E}}{\rho\omega g} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 = \sigma^2. \quad (2,40)$$

où σ^2 est la variance de l'enregistrement.

Par conséquent, les composantes d'amplitude, α_i^2 sont liés à l'énergie de l'enregistrement, dont la distribution en fonction de la fréquence pourrait être représentée en traçant α_i^2 vers la fréquence comme le montre la Figure 2.10a. Ce spectre d'amplitude est discret, représenté uniquement aux fréquences ω_i de la sommation (2.45). Dans la limite où $N \rightarrow \infty$ le spectre d'amplitude peut être transformé en spectre continu.

$F(f)$, où

$$F(f) \Delta f = \frac{\alpha_i^2}{2}. \quad (2,41)$$

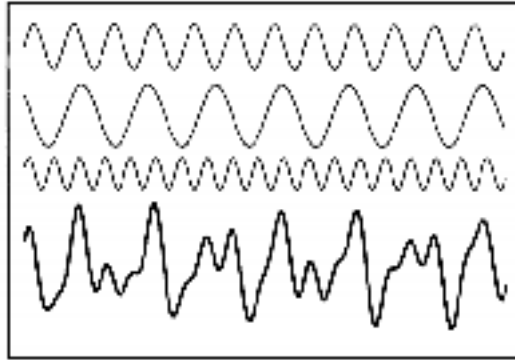


Figure 2.3.2 : Construction d'un enregistrement complexe d'élévation de la surface de l'eau à partir de la sommation de trois formes sinusoïdales représentées par (2.38). Les trois enregistrements sinusoïdaux du haut (lignes fines) s'additionnent pour donner l'enregistrement du bas (ligne épaisse).

Le spectre, $F(f)$ est appelé spectre de fréquence ou omnidirectionnel [puisqu'aucune direction n'est associée au spectre - voir variance [car la zone sous le spectre est la variance / l'enregistrement] .

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} F(f) df. \quad (2,42)$$

L'utilisation du spectre de variance présente l'avantage de permettre la prise en compte d'enregistrements complexes d'élévation de la surface de l'eau, tout en conservant la simplicité convaincante de la théorie des ondes linéaires. L'examen de (2.38) révèle cependant que les informations de phase représentées par les termes ϕ_i ont été écartées lors de la formation du spectre. Comme le montre la figure 2.9, le choix des valeurs de ϕ_i influencera l'élévation de la surface de l'eau résultante. La sélection des valeurs de ϕ_i n'aura cependant aucune influence sur le spectre. Ainsi, le spectre définit la distribution d'énergie avec la fréquence mais ne décrit pas l'élévation réelle de la surface de l'eau à moins que des hypothèses supplémentaires sur le "spectre de phase" associé ne soient adoptées.

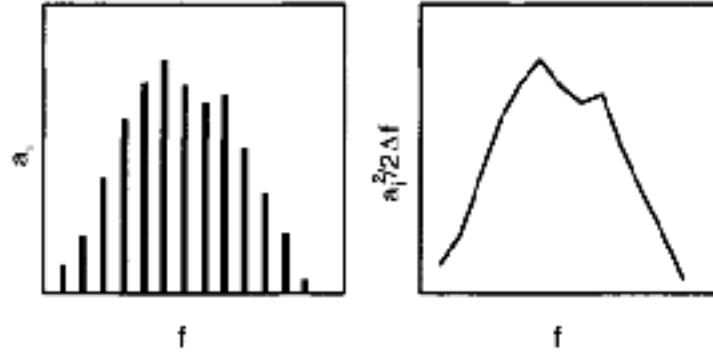


Figure 2.3.3 : Illustrations de (a) le spectre d'amplitude discrète (à gauche) et (b) le spectre de fréquence ou de variance continue (à droite).

2.4 Spectre directionnel

Une autre extension du modèle de Fourier représenté par (2.38) est d'inclure également la possibilité que les composantes d'onde se propagent dans différentes directions

$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \sin [k_i (x \cos \theta_i + y \sin \theta_i) - \omega_i t + \phi_i]. \quad (2,43)$$

où θ_i est l'angle entre l'axe x et la direction de propagation de la composante i dans la sommation. A partir de cette représentation, un spectre fréquence-direction ou directionnel, $F(f, \theta)$ peut être défini d'une manière similaire à $F(f)$.

$$\sigma^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(f, \theta) df d\theta. \quad (2,44)$$

Le spectre de fréquence directionnel définit la répartition de l'énergie avec la fréquence et la direction. D'après (2.43), il s'ensuit que cette distribution aurait pu être alternativement écrite en termes de nombre d'onde, formant ainsi un spectre de nombre d'onde $Q(k_x, k_y)$, où k_x et k_y sont les composantes du nombre d'onde dans les directions x et y respectivement. Le spectre du nombre d'onde peut être lié à la spectre de fréquence directionnel depuis

$$\sigma^2 = \int \int Q(k_x, k_y) dk_x dk_y = \int \int F(f, \theta) df d\theta. \quad (2,45)$$

Notant que $dk_x dk_y = |k| dk d\theta$, ceci donne:

$$F(f, \theta) = Q(k_x, k_y) |k| \frac{dk}{df}. \quad (2,46)$$

où dk/df peut être déterminé à partir de la relation de dispersion (2.13).

Chapitre 3

Mécanismes physiques de volution des vagues

L'objectif de ce chapitre est double : d'une part définir un modèle mathématique pour la description de l'évolution du spectre des ondes de vent et d'autre part décrire les processus physiques qui influencent cette évolution. Deux types de modèles de base ont été adoptés pour la description de l'évolution des ondes. Le premier d'entre eux est appelé moyenne de phase ou modèles spectraux (Gelci et al., 1956 ; Hasselmann, 1960 ; Pierson et coll., 1966 ; Philips, 1977; LeBlond et Mysak, 1978 ; Komen et al., 1994). Comme leur nom l'indique, ces modèles tiennent compte de l'évolution du spectre des ondes directionnelles. Le modèle d'onde aléatoire gaussien est supposé et donc aucune tentative n'est faite pour prédire les phases des composants spectraux. La deuxième approche est appelée modèles de résolution de phase. Ces modèles incluent à la fois les modèles Mild Slope (Berkhoff, 1972 ; Radder, 1979 ; Kirby et Dalrymple, 1986) et Boussinesq (Peregrine, 1967 ; Madsen et al, 1991). Ces modèles tentent de représenter la surface de l'eau variant dans le temps, résolvant à la fois les amplitudes et les phases des composantes individuelles des vagues.

3.1 Équation de transfert radiatif

L'équation de transfert radiatif a été couramment adoptée pour représenter l'évolution temporelle et spatiale du spectre directionnel à la suite de processus physiques, tels que : l'apport

atmosphérique du vent, la dissipation de la calotte blanche, le frottement au fond et les interactions faiblement non linéaires. La plupart des dérivations de cette équation directrice ne sont pas exhaustives. Comme l'équation est au centre du reste de ce livre, une dérivation détaillée de l'équation suit. Cette dérivation suit de près Hardy (1993).

3.1.1 Cinématique

Dans la section (2.2.2), il a été montré que pour la théorie des ondes linéaires, la phase d'une composante d'onde individuelle se propageant dans deux dimensions spatiales est donnée par la relation:

$$\Psi = k \cdot x - \omega t. \quad (3,1)$$

Le vecteur de nombre d'onde, k et la fréquence, ω découlent de (3.1) a:

$$k = \nabla \Psi. \quad (3,2)$$

$$\omega = -\frac{\partial \Psi}{\partial t}. \quad (3,3)$$

Les équations (3.2) et (3.3) conduisent à l'équation de conservation des crêtes:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla \omega = 0. \quad (3,4)$$

ce qui indique que les changements spatiaux de fréquence doivent être associés à un changement local du nombre d'onde. Comme son nom l'indique, (3.4) démontre que pour toute zone bidimensionnelle, le nombre de crêtes de vagues entrant dans la zone doit être égal au nombre de sorties. L'équation (3.2) conduit également directement à la boucle de l'équation k

$$\nabla \times k = 0. \quad (3,5)$$

La fréquence ω peut être exprimée en fonction du vecteur nombre d'onde, k et de la hauteur d'eau d par la relation de dispersion (2.13) ainsi que du vecteur position, x et du temps, t :

$\omega = \omega(k, d, x, t)$. La substitution de ω dans (3.4) donne:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial x} = 0. \quad (3,6)$$

Sans encombre

$$C_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{dx}{dt}. \quad (3,7)$$

l'équation (3.6) devient:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + C_g \cdot \nabla k = - \frac{\partial \omega}{\partial d} \nabla d. \quad (3,8)$$

La formation du produit scalaire (doté) de C_g , (3.7) et (3.4) donne:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + C_g \cdot \nabla \omega = 0. \quad (3,9)$$

Dans (3.8) et (3.9) apparaît l'opérateur de dérivée totale, c'est-à-dire:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + C_g \cdot \nabla.$$

La dérivée totale décrit le taux de variation dans le temps des quantités advectées le long d'un rayon d'onde à la vitesse de groupe, C_g . Par conséquent, (3.9) stipule que lorsque l'énergie des vagues se propage le long d'un rayon d'onde, la fréquence, ω ne changera pas. De même, (3.8) indique que le nombre d'onde, k variera le long du rayon d'onde, seulement s'il y a un changement dans la profondeur de l'eau, d . Par conséquent, en eau profonde, le nombre d'onde sera également invariant le long du rayon d'onde.

3.1.2 L'énergie des vagues

Bretherton et Garrett (1969) montrent qu'en l'absence de forçage, l'équation de conservation de l'action des vagues prend la forme:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{E}{\omega_0} \right) + \nabla \cdot \left(C_{g0} \frac{E}{\omega_0} \right) = 0. \quad (3,10)$$

L'énergie des vagues, E l'indice zéro fait référence aux grandeurs observées dans un référentiel se déplaçant avec la vague. La quantité E/ω_0 est appelée l'action des vagues. Par

conséquent, (3.10) indique que l'action des vagues est conservée le long des rayons d'onde. Ce résultat constitue la prémisse de base sur laquelle reposent les modèles de prédiction des vagues.

3.1.3 Spectres d'onde

Le concept de spectre d'onde a été introduit dans la section (2.5). L'équation (3.10) est écrite en termes d'onde unique ou monochromatique, plutôt qu'en termes de spectre. Le spectre du nombre d'ondes, $Q(k)$ peut être représenté en termes d'énergie totale des vagues

$$Q \Delta k = \frac{E}{\rho \omega g}. \quad (3,11)$$

où ρ_ω est la masse volumique de l'eau, g est l'accélération gravitationnelle et $\Delta k = \Delta k_x \Delta k_y$, représente un petit élément de l'espace des nombres d'ondes.

Si le spectre d'action des vagues, $n(k)$ est défini comme:

$$n(k) = \frac{Q(k)}{\omega_0}. \quad (3,12)$$

alors(3, 10)peut être réécrit comme(leblond et Mysak1978,H;ardy,1993)

$$\frac{\partial}{\partial t} (n \Delta k) + \nabla \cdot (C_g n \Delta k) = 0. \quad (3,13)$$

En suivant Phillips (1977), LeBlond et Mysak (1978) et Hardy (1993) on peut montrer qu'en l'absence de forçage (3.13) devient:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\partial n}{\partial t} + C_g \cdot \nabla n = 0. \quad (3,14)$$

De plus, si les courants sont ignorés et donc $\omega = \omega_0$ (3.14) devient:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + C_g \cdot \nabla Q = 0. \quad (3,15)$$

Par conséquent, le spectre du nombre d'onde, $Q(k)$ est conservé le long des rayons d'onde.

Considérant la dépendance de Q sur k , x et t , (3.15) peut être étendu pour donner (Hardy, 1993)

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial k_x} \frac{dk_x}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial k_y} \frac{dk_y}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial y} \frac{dy}{dt} = 0. \quad (3.16)$$

Si le forçage est maintenant introduit, (3.16) devient:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial k_x} \frac{dk_x}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial k_y} \frac{dk_y}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial y} \frac{dy}{dt} = S_{tot}. \quad (3.17)$$

où S_{tot} est un terme source/puits qui représente tous les processus qui ajoutent ou soustraient de l'énergie à des composants spectraux. L'équation (3.17) est l'équation de base utilisée dans de nombreux modèles numériques de prévision des vagues (Sobey, 1986).

Comme de nombreux spectres d'onde sont mesurés en termes de spectre de direction de fréquence $F(f, \theta)$, plutôt que de spectre de nombre d'onde $Q(k)$, (3.17) est souvent écrit en termes de $F(f, \theta)$. Le nombre d'onde et les spectres de direction de fréquence peuvent être liés par (2.53). En adoptant la relation de dispersion linéaire, (2.53) devient:

$$Q(k) = \frac{CC_g}{2\pi\omega} F(f, \theta). \quad (3.18)$$

Notant qu'à partir de (3.9) la fréquence reste constante le long du rayon d'onde, (3.17) et (3.18) donnent

$$\frac{\partial}{\partial t} (CC_g F) + \frac{\partial}{\partial x} (CC_g F) \frac{dx}{dt} + \frac{\partial}{\partial y} (CC_g F) \frac{dy}{dt} + \frac{\partial}{\partial \theta} (CC_g F) \frac{d\theta}{dt} = CC_g S_{tot}. \quad (3.19)$$

ou

$$\frac{d}{dt} (CC_g F) = CC_g S_{tot}. \quad (3.20)$$

qui se maintient le long des rayons d'onde définis par (2.36) (Munk et Arthur, 1952). En notant que l'énergie des vagues est advectée le long du rayon à la vitesse de groupe, C_g , (2.36) devient

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = C_g \cos \theta, \\ \frac{dy}{dt} = C_g \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{C_g}{C} \left[\sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial C}{\partial y} \right]. \end{array} \right. \quad (3.21)$$

La substitution de (3.21) dans (3.20) donne (Sobey, 1986; Young, 1988a)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (CC_g F) + C_g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} (CC_g F) + C_g \sin \theta \frac{\partial}{\partial y} (CC_g F) \\ + \frac{C_g}{C} \left[\sin \theta \frac{\partial C}{\partial x} - \cos \theta \frac{\partial C}{\partial y} \right] \frac{\partial}{\partial \theta} (CC_g F) = CC_g S_{tot}. \end{aligned} \quad (3,22)$$

3.2 Variations de pression induites par les vagues

La discussion est ici centrée sur la fluctuation de la pression exercée sur l'eau en raison du flux d'air au-dessus de la surface d'eau "onduleuse". Des mécanismes qui peut être responsable de la variation sera examiné plus tard. En particulier, il est important de savoir si une telle variation de pression peut entraîner un flux d'énergie du vent vers les vagues. JeffEreys (1924, 1925) a montré que une telle variation de pression peut faire travailler la surface de l'eau, l'amplitude du flux d'énergie étant donnée par:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{\rho \omega g} \overline{p \frac{\partial \eta}{\partial t}}. \quad (3,23)$$

où ρ_w est la masse volumique de l'eau et p est la pression atmosphérique exercée à la surface de l'eau (unités de Pa). La barre supérieure dans (3.23) représente une moyenne par rapport au temps. Par conséquent, la composante de pression qui est corrélée à la pente de la surface de l'eau (c'est-à-dire $\frac{\partial \eta}{\partial t}$) entraînera un flux d'énergie vers la vague. Ce ci est souvent appelé la composante de pression en quadrature avec la surface de l'eau. Pour qu'un flux d'énergie se produise, il doit y avoir un déphasage entre la pression fluctuante et la vague d'eau. Comme le montre la figure 3.1, un flux d'énergie positif (croissance des vagues) se produira si le déphasage est tel qu'il y a une pression plus élevée du côté au vent de la vague, par rapport au côté sous le vent.

Si l'amplitude et la phase des fluctuations de pression peuvent être prédites, le transfert d'énergie vers les vagues peut être déterminé à partir de (3.23). Le développement d'une théorie appropriée qui pourrait expliquer le Comment de l'air au-dessus de la surface de la vague a

été un domaine fertile pour la recherche et un certain nombre de développements significatifs être considéré ci-dessous.

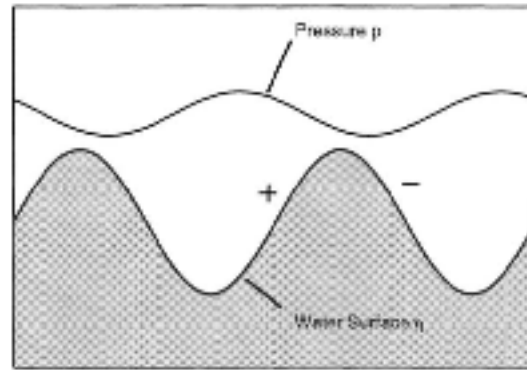


Figure 3.2.1 : eau. Le cas représenté présente un déphasage de 140° (pression en tête). Dans ce cas, la pression sur la face au vent des vagues est supérieure à la face sous le vent et la vague recevra de l'énergie du vent. Dans le cas présenté ci-dessus, les vagues (et le vent) se propagent de droite à gauche.

3.2.1 Flux potentiel

Au chapitre 2, l'écoulement sous l'interface air-eau a été considéré en supposant un écoulement potentiel. Cela s'est avéré être une approximation étonnamment bonne pour de nombreuses applications. Comme point de départ, on peut faire la même hypothèse du côté air de l'interface. La théorie du potentiel des ondes de gravité sur une discontinuité de densité entre deux fluides a été étudiée pour la première fois par Stokes (1847). La théorie pour le cas d'une vitesse moyenne uniforme, U , dans le fluide supérieur a été développée dans de nombreux textes. Le développement ci-dessous suit celui de Lamb (1932).

L'écoulement dans les deux fluides est considéré comme irrotationnel, incompressible et non visqueux (une hypothèse discutable près de l'interface). Le potentiel de vitesse, ϕ est défini en termes de composantes horizontales et verticales de la vitesse, u et w , respectivement, comme dans (2.2) et (2.3). Comme au chapitre 2, la surface de l'eau est supposée sinusoïdale. Par souci de brièveté mathématique, il sera exprimé en notation complexe (note : $\exp i\theta = \cos \theta + i \sin \theta$)

$$\eta = \alpha \exp [i(kx - \omega t)]. \quad (3,24)$$

où α est l'amplitude de l'onde et seule la partie réelle de (3.24) est physiquement significative. Le problème est, essentiellement, celui de petites oscillations autour d'un état de mouvement constant, le potentiel de vitesse étant défini comme

$$\phi = -U\kappa + \phi'. \quad (3,25)$$

où l'on suppose que ϕ' est petit et donné par

$$\phi' = B \exp[-kz + i(k\kappa - \omega t)]. \quad (3,26)$$

et B est une constante. Comme au chapitre 2, le potentiel de vitesse, ϕ doit satisfaire l'équation de Laplace (2.1) avec la condition aux limites de la surface libre cinématique, étant donnée au premier ordre en η par

$$\frac{\partial \phi'}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + U \frac{\partial \eta}{\partial \kappa} \quad \text{et } z = 0. \quad (3,27)$$

La substitution de (3.24) et (3.26) dans (3.27) donne:

$$B = i\alpha(C - U). \quad (3,28)$$

où $C = \omega/k$ est la vitesse de phase de l'onde. A partir de (3.25), (3.26) et (3.28), le potentiel de vitesse devient:

$$\phi = -U\kappa + i\alpha(C - U) \exp[-kz + i(k\kappa - \omega t)]. \quad (3,29)$$

La pression atmosphérique est obtenue à partir de l'équation de Bernoulli pour un écoulement irrotationnel instationnaire:

$$\frac{p}{\rho_\alpha} = \frac{\partial \phi'}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[\left(U - \frac{\partial \phi'}{\partial \kappa} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi'}{\partial z} \right)^2 \right] - gz + \dots = \frac{\partial \phi'}{\partial t} - U \frac{\partial \phi'}{\partial \kappa} - gz + \dots \quad (3,30)$$

Où ρ_α est la masse volumique de l'air. Les termes omis dans (3.30) sont soit de second ordre soit non pertinents dans le présent contexte. La pression, p , est obtenue à partir de (3.29) et (3.30) comme

$$\frac{P}{\rho_\alpha g} = -\alpha e^{-kz} \left(1 - \frac{U}{C}\right)^2 \exp[i(kx - \omega t)] - z. \quad (3,31)$$

Puisque la pression doit être une quantité réelle, (3.31) devient

$$\frac{P}{\rho_\alpha g} = -\alpha e^{-kz} \left(1 - \frac{U}{C}\right)^2 \sin(kx - \omega t) - z. \quad (3,32)$$

Comme l'élévation de la surface de l'eau, $\eta = \alpha \sin(kx - \omega t)$, (3.32) prédit que la pression est en opposition de phase avec l'élévation de la surface de l'eau. Comme le montre (3.23), cela n'impliquerait aucun flux d'énergie de l'air vers l'eau. Comme cela va à l'encontre de notre intuition que les vagues sont générées par le vent, les hypothèses initiales requis pour la théorie semblent avoir été invalides. L'équation (3.32) indique également que la pression induite par les vagues diminuera de façon exponentielle avec la hauteur au-dessus de la surface de l'eau. Comme on le verra plus tard, cette prédiction de la théorie du potentiel a été étayée par des mesures et constitue une partie essentielle de la détermination du flux d'énergie à partir d'une mesure directe.

3.2.2 La théorie de l'abri de Jeffreys

Jeffreys (1925) a produit le premier mécanisme plausible pour expliquer le déphasage nécessaire de la pression atmosphérique nécessaire pour un transfert d'énergie du vent vers les vagues. Il a supposé que le transfert d'énergie était exclusivement causé par traînée de forme associée à la séparation des flux. On a supposé que la séparation de l'écoulement se produisait du côté sous le vent des crêtes des vagues avec un rattachement plus bas sur les pentes sous le vent de la vague. Basé sur des arguments dimensionnels Jeffreys (1925) a montré que la pression peut être représentée par

$$p = S\rho_\alpha (U_\infty - C)^2 \frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (3,33)$$

où la constante de proportionnalité, S est inférieure à un et appelée coefficient de mise à l'abri. Aucune couche limite n'est prise en compte dans la théorie et donc U_∞ représente la vitesse du vent. On lui a donné l'indice ∞ pour le distinguer des théories à développer plus tard où la variation de la vitesse du vent à travers la couche limite devient critique. En considérant (3.23) et (3.33) les rendements

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{2\rho_\omega g} S \rho_\alpha (U_\infty - C)^2 (\alpha k)^2 C. \quad (3.34)$$

Le transfert d'énergie prédit par (3.34) a un certain nombre de caractéristiques intéressantes. D'une part, le transfert d'énergie est exponentiel (i.e. $\alpha^2 \propto E$) et d'autre part le mécanisme est d'autant plus efficace que la différence entre la vitesse du vent et la vitesse de phase augmente.

Ceci est intuitivement évident si l'on considère un observateur dans un référentiel se déplaçant avec l'onde. Dans ce cadre de référence, l'observateur et donc la vague ne connaîtront pas de vent lorsque $U_\infty = C$, et donc aucun transfert d'énergie ne serait attendu. Cette condition limite est satisfaite par (3.34). L'équation (3.34) prédit également que le transfert d'énergie est une fonction de la pente de l'onde mesurée par αk . tant donné que le mécanisme est basé sur l'hypothèse que la séparation des flux se produit, cette dépendance de la pente de la surface semble logique.

Le coefficient d'abri S a été calculé en déterminant le taux de perte d'énergie due à la viscosité moléculaire et le vent minimum U_{min} qui pourrait maintenir les vagues contre cette perte. Cette valeur a été comparée aux observations du minimum vents nécessaires pour soutenir les vagues. La valeur calculée de S varie comme U_{min}^3 . Le choix d' U_{min} est donc critique. Jeffreys a choisi U_{min} égal à $1,1m/s$, ce qui donne $S = 0,3$.

Ursell (1956) a passé en revue les données disponibles à l'époque sur les variations de pression sur les ondes modèles solides dans les souffleries. Les travaux de Stanton et al. (1932), Motzfeld (1937) et Thijsse (1951) n'ont pas soutenu une valeur de S aussi grande que celle suggérée par Jeffreys. Ursell (1956) a conclu : " la preuve des trois séries de mesures ... dans l'ensemble favorise la conclusion que la différence de pression sur un solide composé d'un certain nombre d'ondes sont d'un ordre de grandeur plus petit que les différences postulées par Jeffreys". En conséquence, la théorie de l'abri est tombée en discrédit.

Il est maintenant reconnu que ces expériences étaient presque totalement sans rapport avec le problème de la génération des vagues (Phillips, 1977), bien que la conclusion d'Ursell soit probablement correcte. Des mesures plus récentes de Banner et Melville (1976) ont indiqué que la séparation du flux d'air ne se produit au-dessus des vagues qu'au début du

déferlement des vagues. Par conséquent, il est peu probable que la mise à l'abri contribue de manière significative au flux d'énergie air-eau.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons effectué une étude approfondie de la modélisation numérique des vagues générées par le vent, ainsi que de la résolution d'un problème d'écoulement bidimensionnel à surface libre dans un fluide incompressible et non visqueux. Notre objectif principal était de développer une représentation précise et complète de ces phénomènes en utilisant des méthodes numériques avancées. Nous avons examiné les différentes approches de modélisation, notamment les modèles spectraux et les modèles de résolution de phase, en tenant compte à la fois des amplitudes et des phases des composantes individuelles des vagues. En utilisant ces modèles, nous avons pu simuler et analyser les caractéristiques dynamiques et les évolutions temporelles des vagues de vent dans des conditions variées. Les résultats obtenus ont permis d'enrichir notre compréhension des mécanismes physiques sous-jacents et de fournir des outils précieux pour la prédiction et l'étude des vagues océaniques dans des situations réelles.

Bibliographie

- [1] Sverdrup, H.V. and Munk, W.H., 1944a, "Wind waves and swell: Principles in forecasting", Hydrographic Office, U.S. Navy, Misc. 11, 275.
- [2] Sverdrup, H.V. and Munk, W.H., 1944b, "Breakers and surf: Principles in forecasting", Hydrographic Office, U.S. Navy, Publ. No.235.
- [3] Miles, J.W., 1957, "On the generation of surface waves by shear flows", J. Fluid Mech., 3, 185-204.
- [4] Phillips, O.M., 1957, "On the generation of waves by turbulent wind", J. Fluid Mech., 2, 417-445.
- [5] Hasselmann, K., 1962, "On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part 1. General Theory", J. Fluid Mech., 12, 481-500
- [6] Amara Abdelkader, calcul numérique d'un jet bidimensionnel d'un fluide devant un mur de forme quelconque ,thèse de doctorat de universite de M'sila(2018).
- [7] Sakir Amiroudine et Jean-Luc Battaglia, Mécanique des fluides, Dunod,Paris, (2011) ISBN 978-2-10-056922-9
- [8] Abdelkader Gasmi, H. Mekias A Jet from Container and Flow past a Vertical Flat Plate in a Channel With the Surface Tension Eects, Applied Math Sciences,vol.1, 2007, no. 54, 26-87.
- [9] Abdelkader Gasmi, H. Mekias, The eect of surface tension on the contraction coe cient of a jet, J.Phys 2003. Applied Math. Gen, 36, 851-862.

- [10] Abdelkader Gasmi, Two dimensional cavitating flow past an oblique plate in a channel, J. Compute 2014. Applied Math, 259,851-862
- [11] « La mer en mouvement », in Le nouveau cours des Glenans , ouvrage collectif,ed. du Seuil,1999.
- [12] ELSEVIER OCEAN ENGINEERING BOOK SERIES VOLUME 2 , (1999).