



N° d'ordre :

UNIVERSITÉ * MOHAMED BOUDIAF * DE M'SILA
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

MÉMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

Magister

Spécialité : Génie Civil

Option : Matériaux de construction

Par

Kaoua Abdelhakim

Thème

**DETERMINATION DE MODELES PREDICTIFS DES
CARACTERISTIQUES ESSENTIELLES DU BETON DE
LA REGION DE M'SILA.
(Plans d'expériences)**

Soutenu publiquement le 24 / 02 / 2008. devant le jury composé de :

Président	: Dr. KHEMISSA MOHAMED.	Maître de conférences	U. de M'sila
Directeur de thèse:	Dr. BOUDAUD ZEINEDDINE.	Maître de conférences	U. de M'sila
Examineur	: Dr. NACERI A/GHANI.	Maître de conférences	U. de M'sila
Examineur	: Dr. BENOUIS A/HALIM.	Maître de conférences	U. de Guelma

ملخص الدراسة

إن دراسة تصرف الخرسانة سواء قبل أو بعد التصلب يتطلب معرفة خاصة بتأثير مختلف المواد المكونة لها. في هذا المحور تم تقديم هذا العمل لتحديد باستعمال طريقة الحجوم المطلقة و طريقة مخططات التجارب، مجموعة من النماذج الرياضية التنبؤية للخواص الأساسية للخرسانة و المتعلقة بكميات المواد المكونة لها. المواد الأكثر استعمالاً بمنطقة المسيلة.

تتضمن هذه الدراسة ثلاثة مراحل أساسية :

المرحلة الأولى و الهدف منها تحديد الخواص الفيزيائية و الميكانيكية الأساسية للمواد المستعملة؛ اختيار طريقة لتركيبة الخرسانة و إجراء خلطات أولية لتحديد مجال الدراسة.

المرحلة الأساسية و تنقسم إلى قسمين :

القسم الأول و الهدف منه تحديد نموذج رياضي على أساس القياسات المتحصل عليها من مجموعة التجارب المحددة بطريقة مخططات التجارب. خاص بالتنبؤ بكمية الهواء المحتجزة داخل الخرسانة الرطبة، و المتعلق بكميات المواد المكونة لها.

القسم الثاني : باستعمال النموذج الرياضي المتحصل عليه في القسم الأول، يقام بتنفيذ مجموعة جديدة من نفس التجارب السابقة المحددة بطريقة مخططات التجارب، و استعمال نتائجها لتحديد نماذج رياضية تنبؤية أخرى خاصة بمرونة الخرسانة و مقاومتها الميكانيكية في الضغط و الشد لمدة (7) و (28) يوم.

المرحلة النهائية : تم استعمال النماذج الرياضية التنبؤية المحصل عليها لوضع مخططات و برنامج إعلام آلي خاص بتركيبة الخرسانة المحلية لمنطقة المسيلة، و في حدود المجال المدروس.

Résumé de l'étude :

L'étude du comportement du béton à l'état frais ou après durcissement nécessite une connaissance particulière de l'influence des différents éléments qui le constituent.

Dans cet axe, ce présent travail a été établi afin de déterminer à l'aide de la méthode des volumes absolus et moyennant les plans d'expériences, un ensemble de modèles prédictifs en fonction de la proportion de chaque constituant et modélisant les caractéristiques essentielles du béton de la région de M'sila.

L'étude comporte trois phases essentielles :

Une phase préliminaire dont l'objectif est la détermination des principales caractéristiques physiques et mécaniques des matériaux utilisés, le choix de la méthode de pré-formulation et la réalisation des gâchées préliminaires afin de définir le domaine d'étude.

Une phase principale qui se décompose en une première partie avec comme objectif l'établissement d'un modèle mathématique - sur la base de données expérimentales recueillies sur une série d'essais prédéfinis par la méthode des plans d'expérience - qui devra prédire la variation de l'air occlus dans le béton frais en fonction de la variation des proportions de ses constituants. Et une deuxième partie - en utilisant le modèle établi dans la première partie - une nouvelle série d'essais sera exécutée, et les résultats serviront à établir d'autres modèles prédisant les valeurs de la maniabilité et de la résistance mécanique en compression et en traction à « 7 » et « 28 » jours.

Une phase finale où seront utilisés les modèles mathématiques établis dans la phase précédente pour élaborer dans les limites du domaine étudié un procédé de formulation sous forme d'abaques et programme informatique, pour faciliter leur utilisation.

MOTS-CLÉS : BETON ; FORMULATION ; PLANS D'EXPÉRIENCES

Summary of the study:

The study of the behavior of the concrete in a fresh state or after hardening, requires a particular knowledge of the influence of different elements which constituting it. In this axis this present work was established in order to given - using the method of absolute volume and with the help of the experimental designs - a whole of predictive models - according to the proportion of each component - modeling the characteristic essential of the concrete of the area of M'Sila.

It comprises three essentials phases:

A preliminary phase whose objective is the determination of the principal physical and mechanical characteristics of materials used, the choice of the method of pre formulation and the realization of the preliminary batches in order to define the field of study.

A principal phase which breaks up into a first part with the objective to establish a mathematical model - on the basis of experimental data collected on a series of preset tests by the method of the experimental designs - which will have to predict the variation of the air entrained in the freshly-mixed concrete according to the variation of the proportions of these components. And a second part - by using the model established in the first part - a new series of tests will be carried out, and the results will be used to establish other models predicted the values of the handiness and of the mechanical resistance in compression and traction at "7" and "28" days.

A final phase where will be used the mathematical models established in the preceding phase for elaborate in the limit of the field to study a process of formulation in the form of abacuses and data-processing program, to facilitate their use.

KEY WORDS: CONCRETE; FORMULATION.

Sommaire :

Introduction : 3

Chapitre I :

Synthèse bibliographique (formulation de béton).

1.1 Introduction :	
1.2 Facteurs régissant la formulation du béton :	6
1.2.1 Résistance mécanique :	6
• Essais et mesures des résistances mécaniques :	6
Résistance à la compression :	6
Résistance à la traction :	7
- Traction directe :	7
- Traction par fendage : (essai brésilien)	7
- Traction par flexion :	7
- Influence du dosage en ciment et du dosage en eau :(E/C)	8
• Influence de la granularité :	9
• Dimension maximale des granulats D :	11
	11
1.2.2 L'ouvrabilité:	11
• Définition :	11
• Mesure de l'ouvrabilité :	11
Affaissement au cône d'Abrams : (Slump test)	12
- Essai vété :	12
- Essai d'étalement sur table :	12
- Maniabilimètre LCPC :	12
• Dosage en eau :	13
1.2.3 durabilité :	13
1.3 Quelques méthodes de formulation de béton :	14
1.3.1 Méthode de BOLOMEY :	14
1.3.2 Méthode D'ABRAMS :	14
1.3.3 Méthode de FAURY :	15
1.3.4 Méthode de VALETTE :	16
1.3.5 Méthode de JOISEL :	16
1.3.6 Méthode de BARON et LESAGE :	16
1.3.7 Méthode DREUX- GORISSE :	18
1.3.8 Méthode des volumes absolus :	18
1.4 Processus du choix d'une formulation :	19
1.5 Conclusion :	19

Chapitre II :
Plans d'expérience.

2.1 Les plans d'expérience :	21
2.1.1 Introduction :	21
2.1.2 Historique :	21
2.1.3 Définition et conditions d'application des plans d'expérience	22
2.1.4 Vocabulaire et définitions de base :	22
• Facteur :	22
• Niveau :	23
• Valeurs centrées réduites :	23
• Domaine expérimental :	24
• Réponse:	25
• Effet d'un facteur :	25
• Interaction entre facteurs:	26
2.1.5 Choix des points expérimentaux et notion d'optimalité :	26
- Condition d'orthogonalité :	27
- Critère d'optimalité :	28
- Matrice d'Hadamard :	28
• Critère du déterminant maximal :	29
• Critère de la trace minimale :	29
• Critère de la diagonale : (Le plus fort et le plus faible)	29
5.1.6 Notion de degré de liberté :	29
2.2 Types de plans d'expérience :	30
2.2.1 Le plan factoriel complet :	30
• Plans factoriels complets : (n^k avec : $n = 2$)	30
• Plans factoriels complets : ($n \neq 2$)	31
2.2.2 Plans factoriels fractionnaires :	33
• Plans factoriels fractionnaires : (2^{k-p})	33
Définition des aliasés et générateurs d'aliasé :	34
• Plans factoriels fractionnaires : ($n_i \geq 2$)	34
Plans fractionnaires de G.TAGUCHI :	35
2.2.3 Plan centré composite :	35
• Effet quadratique d'un facteur :	35
• Construction d'un plan centré composite :	36
2.2.4 Plans mélanges :	36
• Particularités des plans mélange :	36
- Degré du modèle :	38
- Construction des plans mélanges :	38
• Différents types de plans mélange :	38
- Plans mélange type I :	39
- Plans mélange type II :	39
- Plans mélange type III :	39
- Plans mélange type IV :	39

2.3	Ordre des essais :	40
2.3.1	Variation aléatoire :	40
	• Randomisation :	40
2.3.2	Variation systématique :	40
	• La dérive :	40
	- dérive linéaire :	40
	- dérive quelconque :	41
	- Dérive par bloc : (blocking)	41
2.4	Modélisation :	42
2.4.1	Principes généraux :	43
	• Cas particulier : Matrice d'Hadamard :	43
2.4.2	Signification des effets de facteurs :	45
	• Variance de mesure :	45
	• Variance des effets :	46
2.4.3	Validation du modèle :	46
2.5	Calculé numérisé : (MINITAB 13)	47
2.5.1	Présentation du logiciel :	47
2.5.2	Etapes d'utilisation MINITAB 13 :	47
2.5.3	Signification des facteurs et validation des modèles :	49
2.6	Mise en application des plans d'expériences :	50
	(Planification des essais de la recherche)	
2.6.1	Facteurs :	50
2.6.2	Niveaux des facteurs :	50
2.6.3	Choix du plan d'expérience pour notre étude :	50
	• 1 ^{ère} forme :	51
	• 2 ^{ème} forme :	53
2.6.4	Interactions :	54

Chapitre III :
Béton. Étude expérimentale.

3.1	1^{ère} partie :	56
3.1.1	Caractérisation Physique et Mécanique des matériaux :	56
	Introduction :	56
3.1.1.a	Propriétés physique des matériaux de l'étude :	56
a.1	Masses volumiques :	56
	- Masse volumique apparente :	56
	- Masse volumique absolue :	57
a.2	Compacité et porosité :	57
a.3	Mesure de la propriété des granulats :	58
a.4	Coefficient d'absorption :	59
a.5	Analyse granulométrique :	61
a.6	Module de finesse du sable :	64

3.1.1.b Propriétés mécaniques :	65
• Résistance aux chocs essai Los Angeles : (NF P 18-573)	65
• Résistance a l'usure essai Micro-Deval:	65
3.1.1.c Récapitulatif des résultats de caractérisation physique et mécanique :	66
3.1.2 L'air occlus :	67
3.1.2.a Introduction :	67
3.1.2.b Facteurs et plan d'essai :	67
3.1.2.c Pré formulation:	68
3.1.2.d Conduite des essais et acquisition des résultats :	73
• Conduite des essais :	73
• Matériel utilisé :	73
• Tâches à exécuter :	73
• Précaution à prendre :	74
• Mesure de la teneur en air :	74
- Méthode gravimétrique :	74
- Méthode volumétrique :	74
- Méthode préssiométrique :	74
• Résultats des essais:	75
3.1.2.e Analyse des résultats :	76
1 Matrice des effets :	76
2 Modélisation :	76
- Signification des facteurs :	77
- Validation du modèle :	78
3 Facteur de correction :	81
3.1.2.f Interprétations physiques :	82
3.2 2^{ème} partie :	83
Introduction :	83
3.2.1 Maniabilité du béton frais et résistances mécaniques :	83
3.2.1.a Plan d'essais :	83
3.2.1.b Pré formulation :	83
3.2.1.c Conduite des essais et acquisition des résultats :	85
a. Conduite des essais :	85
b. Matériel utilisé :	85
c. Tâches à exécuter :	85
d. Précaution à prendre :	86
3.2.1.d Résultats des essais :	86
• Affaissement :	86
• Résistance à la compression :	87
• Résistance à la traction :	88
3.2.1.e Modélisation :	88
• Détermination des coefficients des modèle : (Ai)	88
• Signification des facteurs:	90
• validations des modèles :	92
• Modèles adoptés :	93
3.2.1.f Interprétations physiques :	96

Chapitre IV :
Procédé de formulation

Introduction :	99
Domaine de validité :	99
4.1 Construction des abaques de formulation :	99
• Courbes iso réponse :	99
4.2 Procédé de formulation :	105
4.2.1 Détermination des niveaux de E/C, G/S, G :	105
4.2.2 Passage des valeurs centrées réduites (Vcr) aux valeurs réelles (Vréel) :	108
4.2.3 proportions du mélange :	
• Programme « Formule » :	
Conclusion générale.	
5.1 conclusion de l'étude	114
5.2 perspectives	114

Introduction:

Composé principalement d'un mélange d'agrégats et d'une pâte de ciment, de nos jours le béton est devenu le matériau par excellence dans le domaine du génie civil. De part son caractère fiable et économique, son utilisation est très vaste et très variée (Environ 4 milliards de mètres cubes de béton sont utilisés tous les ans de par le monde pour la construction d'ouvrages de toutes natures, notamment de bâtiments administratifs, d'immeubles d'habitation, de ponts, de routes, de tunnels, d'aéroports, de barrages, de ports, de centrales thermiques et nucléaires et de plates-formes offshore).

Ce matériau composite et hétérogène qui résulte du mélange intime de ciment, de granulats, d'eau et de faibles quantités d'adjuvants (ces constituants sont dosés de manière à obtenir, après durcissement, un produit solide dont les propriétés mécaniques peuvent être très supérieures à celles des roches naturelles), a été et reste sujet à de multiples travaux d'étude et de recherche. Même si l'avancée est jugée considérable, les études d'adaptation et de formulation s'avèrent nécessaire en chaque région du globe.

L'objectif de ce présent travail est de mettre à la disposition des utilisateurs des bétons courants (R_{c28} entre 20 et 30 Mpa, serrage moyen), un ensemble de modèles mathématiques simples à caractère prédictif des propriétés essentielles du béton sous la forme d'un procédé de formulation propre à la région. Donc un béton essentiellement composé des matériaux les plus utilisés localement (région de M'sila) à savoir :

- Gravier de la carrière d'EL EUCH (BBA).
- Sable de Boussaâda.
- Ciment de Ain-touta.

L'idée est de proposer une nouvelle technique de formulation de béton, en testant un ensemble de gâchées d'essais de différentes compositions et dont les principaux facteurs sont : le dosage en ciment, le dosage en eau, le rapport gravier / sable et le rapport gravier (15/25) / gravier (8/15), et ce en restant dans un domaine usuel. La méthode des volumes absolus a été adoptée pour la détermination des différents composants des bétons testés.

Le choix des points d'expérience (compositions à étudier) est établi en utilisant la méthode des plans d'expérience, afin de permettre une étude avec une variation simultanée des différents composants (tous les composants varient en même temps), en vue de déterminer l'impact des interactions – si elles existent - entre ces composants sur le comportement du béton et par la même occasion de garantir une modélisation précise.

Une première série de formulations a été effectuée dans le but d'estimer le volume d'air occlus dans le béton frais pour chaque composition. Et par la suite de

déterminer un modèle mathématique permettant son estimation dans le domaine de notre étude.

Une deuxième série de formulations identique à la première mais utilisant cette fois-ci le modèle mathématique de l'estimation de l'air occlus établie précédemment a été consacrée à la mesure et à la modélisation de la fluidité du béton frais (affaissement au cône D'ABRAMS), et à la détermination des résistances mécaniques de compression et de traction à « 7 » et « 28 » jours du béton durci.

En dernier, un procédé de formulation est élaboré sur la base de ces modèles prédictifs sous forme d'abaques et de programme informatique, et ce afin de faciliter la compréhension et l'utilisation pratique des modèles mathématiques proposés.

Enfin, ce mémoire comporte outre l'introduction quatre chapitres :

- **Chapitre I :** Synthèse bibliographique.
- **Chapitre II :** Méthodologie Expérimentale : les Plans d'expériences.
- **Chapitre III :** Béton. Etude expérimentale.
- **Chapitre IV :** Procédé de formulation.

Chapitre I :

Synthèse bibliographique Formulation du béton

Synthèse bibliographique

1.1 Introduction :

Le problème de la formulation des bétons s'est singulièrement compliqué ces dernières années. Car, de nouveaux constituants tels que les adjuvants organiques, les additions minérales (cendres volantes, fillers etc.) ou les fibres sont venus s'ajouter à la panoplie classique des granulats et des ciments.

Même si la conception des structures en béton n'est généralement pas influencée par sa formulation, elle impose à celle-ci un minimum de critères : résistance ; durabilité dans le temps et maniabilité lors de sa mis-en œuvre.

Le problème de la formulation des bétons comporte de nos jours davantage de variables, et l'espace dans lequel on évolue est beaucoup plus vaste (on peut viser des résistances de 1 à 2 MPa (pour des matériaux ré-excavables destinés au remplissage de tranchée comme des résistances supérieures à 200 MPa pour des bétons à haute résistance). Face à ces réalités, provenant sans doute d'un progrès normal de la technologie, le formulateur est soumis à une pression croissante en termes de délais et de coûts. [13]

Nous présentons dans ce chapitre une synthèse non exhaustive sur les différentes méthodes de formulation existantes et les qualités requises pour tout béton de structures ainsi que les différents facteurs qui les régissent.

1.2 Facteurs régissant la formulation des bétons :

L'étude de la composition d'un béton consiste à définir le mélange optimal des différents granulats dont on dispose, ainsi que le dosage en ciment et en eau, afin de réaliser le béton qui satisfait les qualités recherchées dont les plus essentielles sont : la résistance, la maniabilité et la durabilité. [8]

1.2.1 Résistance mécanique :

La résistance mécanique a été longtemps considérée comme la caractéristique la plus essentielle pour le béton. Bien qu'elle soit étroitement liée à l'ouvrabilité, elle s'est vue attribuer une grande part en matière de recherche et développement. [1]

- **Essais et mesure des résistances mécaniques :**

- **Résistance à la compression :**

Elle est mesurée en compression axiale sur cylindre d'une hauteur double de son diamètre. Le plus couramment employé est le cylindre de 16 (=15,96 cm) dont la section est de 200 cm².

- **Résistance à la traction :**

La résistance à la traction peut être déterminée par différents essais :

• **Traction directe :**

Essai très délicat à réaliser, il consiste en la mise en traction du cylindre en béton après collage des têtes de traction sur les deux faces. Seule difficulté rencontrée, le centrage de ces têtes. L'opération doit être réalisée sans efforts de flexion. [1]

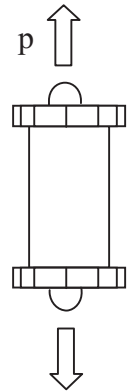


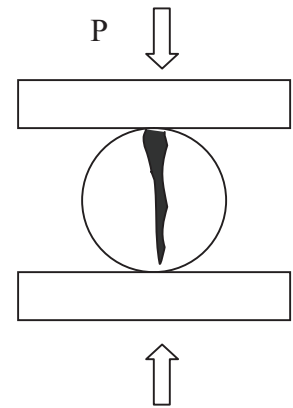
Fig. (1.1) :
traction directe

• **Traction par fendage :** (essai brésilien)

L'essai consiste à écraser un cylindre de béton couché suivant deux génératrices opposées entre les deux plateaux de la presse. [1]

Si « p » est la charge de compression maximale entraînant l'éclatement du cylindre par mise en traction du plan diamétrale verticale, « D » diamètre et « L » longueur du cylindre, la résistance en traction est égale à :

$$f_{tj} = 2 \times \frac{p}{\pi DL}$$



• **Traction par flexion :**

L'essai consiste à rompre une éprouvette prismatique de longueur « 4 a » et de côté « a » sous une flexion à quatre points et une charge totale « p ». [1]

Le moment étant constant entre les deux points d'application de la charge :

$$M = \frac{pa}{2}$$

La résistance à la traction :

$$f_{tj} = \frac{Mv}{I} = \frac{6M}{a^3}$$

$\frac{I}{v}$: module d'inertie = $\frac{a^3}{6}$. I : Moment d'inertie de la section.

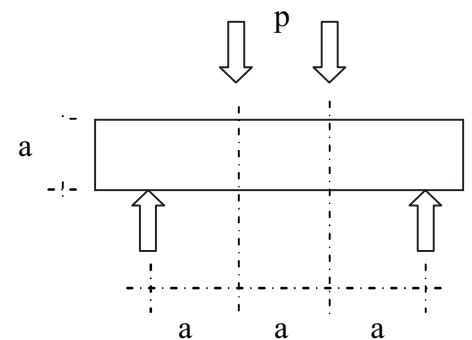


Fig. (1.3) :
traction par flexion

- **Influence du dosage en ciment et du dosage en eau : (E/C)**

Les deux facteurs sont essentiels à la confection du béton. Ils présentent deux effets totalement opposés sur sa résistance. Si l'augmentation du ciment favorise son accroissement, un surplus d'eau entraîne sa diminution.

Ces deux effets sont le plus souvent rencontrés sous forme de rapport (E/C) alors que plusieurs recherches et formulation faites par le passé utilisent (C/E) qui se traduit par une fonction de résistance linéaire et croissante, et une plage de variation usuelle plus annoncée. (De 1,5 à 2,5 contre 0,4 à 0,66 pour E/C). (Fig.2.4). [1]

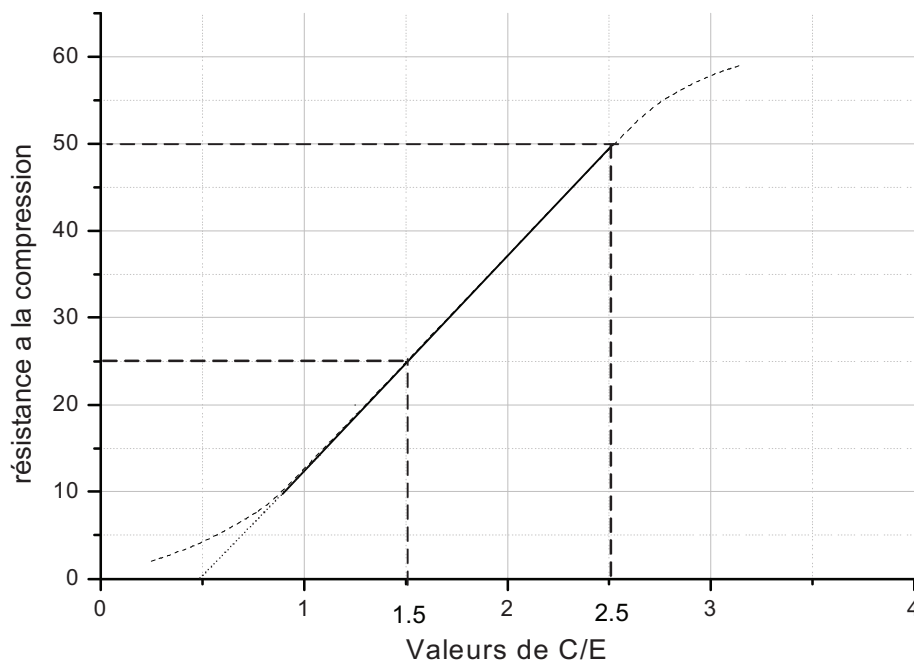


Fig. (1.4) : relation entre (C/E) et la résistance à la compression (f_c) d'après la formule de BOLOMEY $\{f_c = G \cdot C_E (C/E - 0.5)\}$. G : coef, de granularité égale à 0.5. C_E : classe vraie du ciment, égale à 50 Mpa [1]

De nos jours la tendance n'est plus de fixer le dosage en ciment lors de passation de marché ou de contrat. Mais exiger une résistance caractéristique pour le béton une fois durci. Donc il appartient à l'entreprise chargée de la réalisation d'utiliser le dosage en ciment nécessaire. Par ailleurs un dosage minimal peut être exigé par le maître d'œuvre mais seulement afin de garantir l'ouvrabilité et l'étanchéité [1].

Nombreux sont les textes réglementaire qui spécifient des dosage minimaux en ciment tel que :

- la norme P 18 011 sur la classification des environnements agressifs qui spécifie les dosages suivant [1] :
 - $C \geq \frac{550}{\sqrt[5]{D}}$ pour des environnements à moyenne agressivité.
 - $C \geq \frac{700}{\sqrt[5]{D}}$ pour des environnements à forte et très forte agressivité.
- D : Dimension maximale des granulats.

- Le BAEL 91 prescrit des dosages minimaux permettant d'obtenir des résistances caractéristiques dans les cas courants (CC) et les cas d'autocontrôle surveillé (AS) [1]:

classe de ciment	32,5 et 32,5 R		42,5 et 42,5 R	
	CC	AS	CC	AS
$D_{\max} = 16$	300 kg/m ³			
20	350 kg/m ³	325 kg/m ³	325 kg/m ³	300 kg/m ³
25	à justifier	400 kg/m ³	375 kg/m ³	350 kg/m ³
30	non admis	à justifier	à justifier	à justifier

Tab. (1.1) : dosage en ciment [15]

- **Influence de la granularité :**

Moins influente que le dosage en ciment ou le dosage en eau, la composition granulométrique du mélange n'intervient que d'une manière relativement faible sur la plupart des propriétés du béton. [1]

Sauf pour la résistance à la compression où nous pouvons voir (fig. 2.5) que pour des valeurs de (G/S) supérieures à « 2.2 » la résistance à la compression augmente considérablement, une augmentation certainement positive mais prise sur le compte de l'ouvrabilité, parce que en pratique on ne dépasse pas les valeurs de **1.5 à 1.6** pour avoir un béton ouvrable. [1]

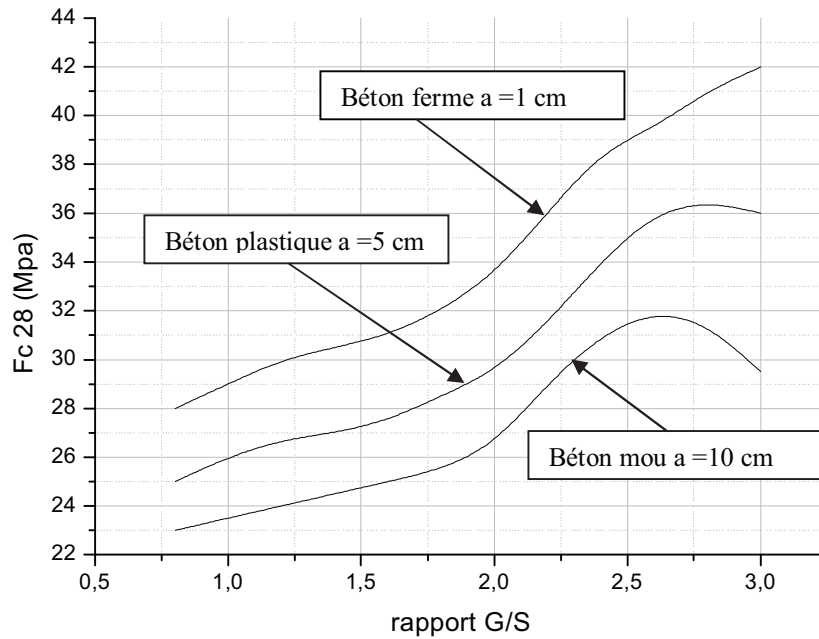


Fig. (1.5) : Variation de la résistance en compression à 28 jours en fonction du rapport G/S. [1]

Nous pouvons aussi apprécier l'influence du rapport G/S sur les différentes propriétés du béton récapitulées dans le tableau. (1.2)

Caractéristiques	appréciations concernant les bétons	
	G/S élevé par rapport a G/S faible	granularité discontinue par rapport à continue
Ouvrabilité	Moins bonne surtout pour G/S > 2,2	Moins bonne surtout pour G/S > 2,2
Résistance à la compression	Meilleure, surtout pour G/S ≥ 2,2	Très légèrement supérieure
Résistance à la traction	Sans corrélation apparente	Très légèrement inférieure
Module d'élasticité	Sans corrélation très nette sauf pour le module statique un peu plus élevé en fonction de G/S	un peu plus élevé
vitesse du son	Sans corrélation très nette	Un peu plus élevée
indice sclérométrique	Un peu supérieur	Très légèrement supérieur
Retrait	Sans corrélation très nette	Moins élevé surtout Si G/S > 2,2
compacité, densité	Légèrement plus élevées pour G/S > 2,2	Un peu plus élevées

Tab. (1.2) : principales propriétés du béton relatives au niveau de G/S [1]

- **Dimension maximale des granulats D :**

L'utilisation de granulats de dimension maximale contribue de façon très significative à l'augmentation de la résistance du béton. Mais cela reste dans les limites de la faisabilité, parce que le choix de D max reste conditionné par : [8]

- L'ouvrabilité demandée ;
- Les dimensions de l'ouvrage et l'épaisseur des pièces ;
- L'espacement des armatures ;
- L'enrobage des armatures.

1.2.2 L'ouvrabilité:

- **Définition :**

Propriété essentielle pour le béton elle est définie comme étant la qualité qui permet de garantir la facilité de sa mise en œuvre. Qualité sur laquelle repose différents aspects du béton une fois durci (résistance, état de parement, enrobage des armatures,...). Sachant que la tendance actuelle est tournée vers une multitude de techniques de bétonnage et de serrage (béton pompé, béton projeté, béton autocompactant, autonivelant,...), son inclusion dans les études de formulation du béton devient primordiale.

- **mesure de l'ouvrabilité :**

Des mesures simples et facilement exécutables au laboratoire ou sur chantier nous permettent de classer le béton suivant la plasticité qu'il présente.

- **affaissement au cône d'Abrahms :** (Slump test)

Faisant l'objet de la norme NF P 18 305 [3] l'essai consiste à remplir de béton un moule en tôle tronconique ($D = 20$ cm, $d = 10$ cm, $h = 30$ cm), le remplissage s'effectue en trois couches tassées avec une tige en acier de 16mm de diamètre et dont l'extrémité est arrondie, à raison de 25 coups par couche. On soulève en suite le moule avec précaution et on mesure l'affaissement. [3]

Classe de consistance	Affaissement (cm)	Tolérance (cm)
Ferme F	0 à 4	1
Plastique P	5 à 9	2
Très plastique TP	10 à 15	3
Fluide FL	> 16	

Tab. 1.3 : classe de consistance (Slump test) [3].

- **Essai vété** : ISO 4110 (VB test) [3]

Utilisé pour tester les bétons de faible ouvrabilité, il consiste en la mesure du temps nécessaire que met un cône de béton à remplir un volume connu, sous l'effet d'une vibration donné [3].

Classe vété	V0	V1	V2	V3	V4
Temps à l'essai Vété	> 31 s	30s à 21s	20s à 11s	10s à 5s	< 5s

Tab. 1.4 : classe de consistance vété.

De V0 à V4. De ferme à fluide [3]

- **Essai d'étalement sur table** : EN 12 358 (flow test) [3]

On démoule sur la table un tronc de cône de béton ($D = 25$ cm, $d = 17$ cm, $h = 12.5$ cm) rempli en deux couches et compacté à laide d'une tige à raison de 10 coups par couche. Puis on le soumet à une série de 15 secousses de 15 secondes. On mesure le diamètre d'étalement et on l'exprime en pourcentage par rapport au diamètre initial. [3]

- très ferme : 10 à 30 %.
- Ferme : 30 à 50 %
- Plastique : 50 à 70 %.
- Très plastique : 70 à 100 %

- **Maniabilimètre LCPC** :

Le Maniabilimètre est un appareil mis au point par le laboratoire central des ponts et chaussées de Paris (LCPC). Il comporte une cuve parallélépipédique de 30 cm de largeur, 60 cm de longueur et 30 cm de profondeur, une paroi mobile de forme triangulaire de séparation et alimentée en vibration. On mesure le temps nécessaire au béton pour s'écouler dans la partie que sépare la paroi mobile et atteindre le trait repère. [3]

- Béton mou très fluide : $t \leq 10$ s
- Béton très plastique : $t \approx 15$ s
- Béton de bonne ouvrabilité : $20 \text{ s} \leq t \leq 30 \text{ s}$
- Béton peu maniable : $t \geq 30$ s

dosage en eau :

Le dosage en eau est un élément capital en matière d'ouvrabilité du béton. Bien qu'il soit nécessaire, son augmentation entraîne une baisse des qualités intrinsèques du béton : diminution des résistances mécaniques, augmentation du retrait, de la porosité et de la perméabilité,... C'est pour quoi les chercheurs et laborantins essayent toujours de trouver un compromis entre la maniabilité et les autres qualités du béton. Chose qui n'est pas évidente, surtout lors qu'il s'agit de déterminer la quantité réelle d'eau dans le mélange. Puisque les granulats ne sont pas totalement secs lors de leur utilisation. Pour connaître la quantité d'eau apportée par les granulats, plusieurs méthodes sont proposées tel que : le chauffage d'un échantillon humide à une température de 100°C, le brûlage à l'alcool, la pesée hydrostatique, l'extraction de l'eau par distillation, la mesure de la résistance électrique du sable mouillé. [1]

1.2.3 La durabilité :

Le choix des proportions d'un béton ne doit pas satisfaire les conditions de maniabilité et de résistance seulement, il doit aussi garantir une durabilité convenable dans le temps. Certes à l'heure actuelle il n'existe aucune approche générale permettant de garantir la durabilité sous n'importe quelles conditions d'exposition à cause de leurs grandes diversités.

En se basant sur des critères de durabilité spécifique nous pouvons tout de même arriver à trouver des solutions convenables et efficaces à des cas d'exposition spécifiques.

Des textes réglementaires existent pour remédier à quelques cas précis d'exposition tel que :

La norme ACI 318 89 (révisée en 1992) [8] qui limite le rapport (E/C) et la résistance en compression minimale.

Condition d'exposition	Rapport (E/C)	Résistance en compression minimale (Mpa)
Exposé à l'eau lorsqu'une faible perméabilité est nécessaire	0.50	28
Exposé au gel-dégel en atmosphère humide ou au sel fondants	0.45	31
Exposé aux chlorure provenant des sels fondants où a l'éclaboussement par l'eau de mer ou aux embruns marins avec protection contre la corrosion nécessaire	0.40	34

Tab. 1.5 : spécification de la norme ACI 318 89
Concernant les béton exposés à des cycles de gel-dégel [8]

Les normes françaises P18 011 (1992) et P 18 305 (1996) définissent les différents environnements suivant un classement auquel correspond dans chaque cas des limites sur le dosage en liant, le rapport (E/C) et les caractéristiques minimales. [8]

1.3 Quelques méthodes de formulation de béton :

Entre partisans de la granularité continue et la granularité discontinue les chercheurs formulateurs se sont succédés avec chacun sa théorie et chacun son approche. Chacun essaye de justifier ces raisons, or si pour une granularité continue on favorise des bétons plus plastiques et de bonne ouvrabilité. Une granularité discontinue conduit à des bétons à maximum de gros éléments et à minimum de sable, certes plus résistant mais moins ouvrables. Dilemme éternel auquel est toujours confrontée la formulation du béton. [1]

1.3.1 Méthode de BOLOMEY :

Pour avoir une compacité maximum du mélange sec, Bolomey propose une courbe granulométrique de référence, et qui répond à la formule :

$$p = A + (100 - A) \sqrt{\frac{d}{D}}$$

d : Diamètre passoire.

p : pourcentage de grains passant à la passoire de diamètre d.

D : Diamètre du plus gros granulat.

A : Varie de 8 à 16, sa valeur est d'autant plus élevée que le dosage en ciment est plus fort.

Le principe est de construire une composition granulaire à partir des classes de granulats disponibles et dont la courbe granulométrique soit la plus proche que possible de la courbe de référence.

Cette méthode aboutit généralement à une granularité continue. [1]

1.3.2 Méthode D'Abrams :

Le principe de cette méthode est de construire une composition granulaire, ciment compris, basée sur l'obtention d'un module de finesse global, à partir des différents modules de finesse des classes de granulats disponibles.

ABRAMS propose des valeurs optimales du module de finesse globale en fonction du dosage en ciment et qui sont supposées réduire au minimum les vides dans le mélange.

Dosage en ciment (kg/m ³)	Dimension maximale D des granulats						
	10	15	20	25	30	40	60
275	4,05	4.45	4.85	5.25	5.60	5.80	6.00
300	4,20	4.60	5.00	5.40	5.65	5.85	6.20
350	4,30	4.70	5.10	5.50	5.73	5.88	6.30
400	4.40	4.80	5.20	5.60	5.80	5.90	6.40

Tab. 1.6 : Valeurs optimales du Module de finesse d'après ABRAMS [1]

1.3.3 Méthode de FAURY :

La courbe de référence proposée par FAURY favorise une loi de granulation de type continue. Il s'inspira d'une théorie de Caquot relative à la compacité d'un granulat de dimension uniforme correspondant à un serrage moyen. [14]

Loi fonction de $\sqrt[5]{D}$, FAURY adopta une échelle des abscisses graduée en $\sqrt[5]{D}$ pour avoir une courbure linéaire, puis adopta un point de brisure pour distinguer les grains fins et moyens des gros. Ce point aura pour abscisse (D/2) et pour ordonnée la valeur Y qui se calcul par la formule suivante :

$$Y = A + 17\sqrt[5]{D} + \frac{B}{\frac{R}{D} - 0.75}$$

B : Varie entre 1 et 2 selon que le béton est ferme ou mou.

R : Rayon moyen du moule R= surface / périmètre.

A : valeurs données par le tableau suivant :

	Sables et graviers roulés usuels	sables roulés et graviers de broyage usuels	Sables et graviers de broyage usuels
Consistance très fluide, mise en œuvre sans serrage	32 et au-dessus	34 et au-dessus	38 et au-dessus
Consistance fluide pour faible serrage	30-32	32-34	36-38
Consistance molle pour serrage moyen	28-30	30-32	34-36
Consistance ferme pour serrage soigné	26-28	28-30	32-34
Consistance très ferme pour serrage puissant	24-26	26-28	30-32
Consistance de terre humide, serrage très puissant	22-24	24-26	28-30
Serrage exceptionnellement puissant	Au dessous de 22 (à déterminer)	Au dessous de 24 (à déterminer)	Au dessous de 28 (à déterminer)

Tab. 1.7 : Valeurs de A. [1]

1.3.4 Méthode de VALETTE :

Méthode essentiellement expérimentale, elle nécessite un nombre de calculs préparatoires. Plus connue sous la désignation de « dosage des béton à compacité maximale », « dosage des béton à minimum de sable » ou « dosage des béton à granularité discontinue ».

Son principe est de mesurer le volume de vide d'un sable mouillé, et le comblé par un volume égale de pâte pure de ciment. On ajoute en suite le maximum de gravier mouillé compatible avec l'ouvrabilité désirée. [1]

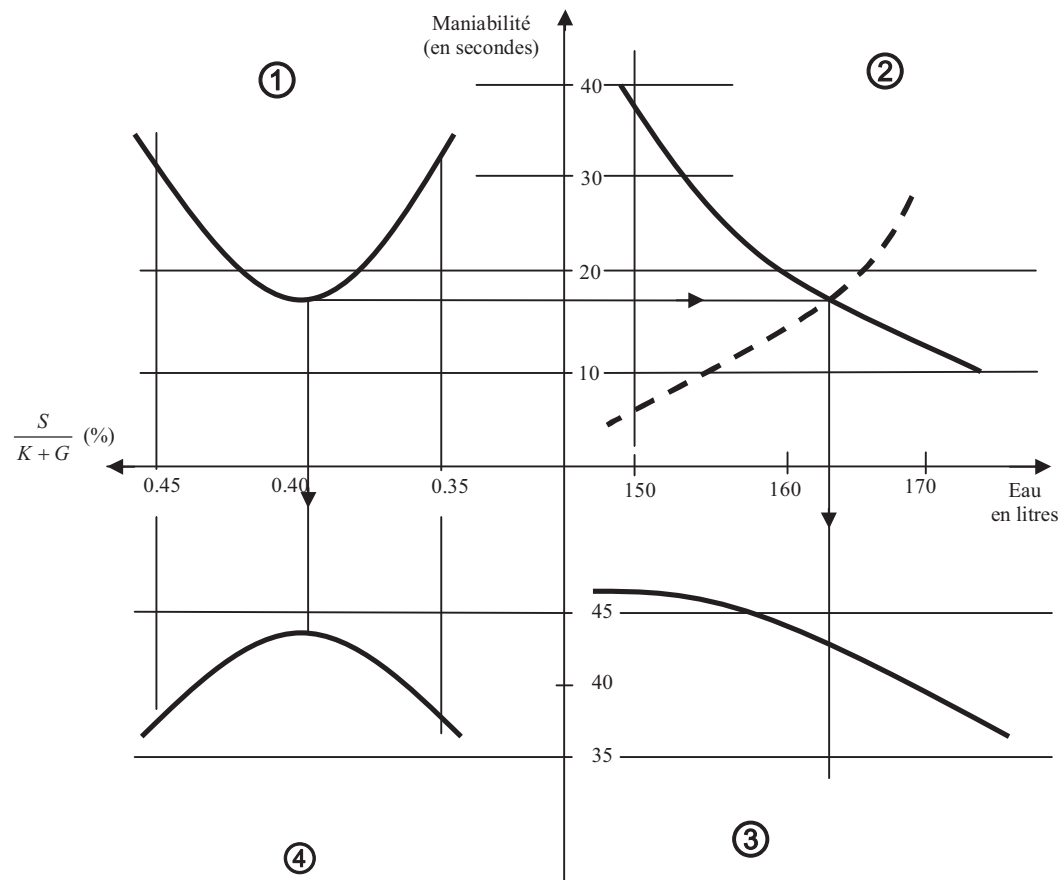
1.3.5 Méthode de JOISEL :

Inspirée comme celle de FAURY de la théorie de CAQUOT, la méthode JOISEL est plus généralisante. Il considère que la loi de granulation conduisant à la compacité maximale est fonction de $\sqrt[m]{D}$, où « m » dépend de la compacité avec laquelle se serre un granulat de dimensions uniforme suivant les moyens de serrage, « m » peut alors varier de 3 à 10.

En utilisant $\sqrt[m]{D}$ comme graduation des abscisses Joisel utilisa une courbe de référence de forme linéaire. [1]

1.3.6 Méthode de BARON et LESAGE :

Méthode purement expérimental, fondée sur l'utilisation du maniabilimètre. Son principe est de déterminer en premier lieu par approximations successives l'ensemble des proportions des constituants solide inertes qui correspondent à l'écoulement le plus rapide au maniabilimètre. Puis faire varier le dosage en eau jusqu'à l'obtention de l'écoulement désiré. [7], [9]



① (E=cte, C=cte, G/K=cte)

- Recherche du rapport optimal $\frac{S}{K+G}$
- Jugement de la sensibilité de la formule aux variations de ce rapport.

②

- Recherche du dosage en eau adapté à un mode de mise en place déterminé.
- Jugement de la sensibilité de la formule aux variations de ce dosage en eau.

③

- Connaissance du niveau de résistance obtenu et de ses variations quand le dosage en eau varie.

④

- Connaissance éventuelle des variations de résistance dues à des variations du rapport $\frac{S}{K+G}$.

1.3.7 Méthode DREUX- GORISSE :

Méthode pratique élaborée sur la base d'une synthèse des méthodes existantes.

A l'aide de tableaux et d'abaques la détermination des proportions du béton se fait de manière graphique. [9]

1.3.8 Méthode des volumes absolus :

La méthode des volumes absolus est une méthode de préformulation adaptée au béton. Elle permet la composition de mélanges dont le volume total est précisé en amont. Ses qualités lui confèrent un caractère à la fois précis et aléatoire, c'est la plus adaptée pour un travail de recherche.

Sachant qu'un mélange de béton est composé habituellement d'eau, ciment, sable et gravier. Cette méthode inclut le volume de l'air emprisonné dans le mélange. Elle permet de varier chaque volumes V_x de ces composants sans pour autant changer le volume total V_T .

On a :

$$V_{ciment} + V_{eau} + V_{sable} + V_{gravier} + V_{vide} = V_{total}$$

→ Si les composants sont exprimés en masse, la relation devient :

$$\frac{M_C}{\rho_C} + \frac{M_E}{\rho_E} + \frac{M_S}{\rho_S} + \frac{M_G}{\rho_G} + V_V = V_T$$

Avec :

$\rho_C, \rho_E, \rho_S, \rho_G$: Masses volumiques absolues.

→ L'humidité que peut contenir les granulats peut être prise en compte simplement en la retranchant et la rajouter au volume de l'eau, les masses volumiques absolues des matériaux humides seront remplacées par les masses volumiques absolues sèches.

Cette opération peut être négligée lorsqu'il s'agit de petites gâchées et dont les composants son préparés par pesée [8].

→ L'ajout d'autres composants supplémentaire est introduit dans l'équation comme c'est le cas des autres composants, le principe est que le volume reste constant.

→ Le seul inconvénient que peut altérer la précision de cette méthode réside dans l'évaluation du volume de l'air occlus que va contenir le mélange après

compactage. Donc une bonne expérience de l'opérateur et un travail préliminaire sont nécessaires.

1.4 Processus du choix d'une formulation :

L'organigramme de la fig. 1.6 nous montre les facteurs de base à prendre en considération lors de tout travail de formulation ainsi que l'ordre de décision relatif à chaque facteur. [8]

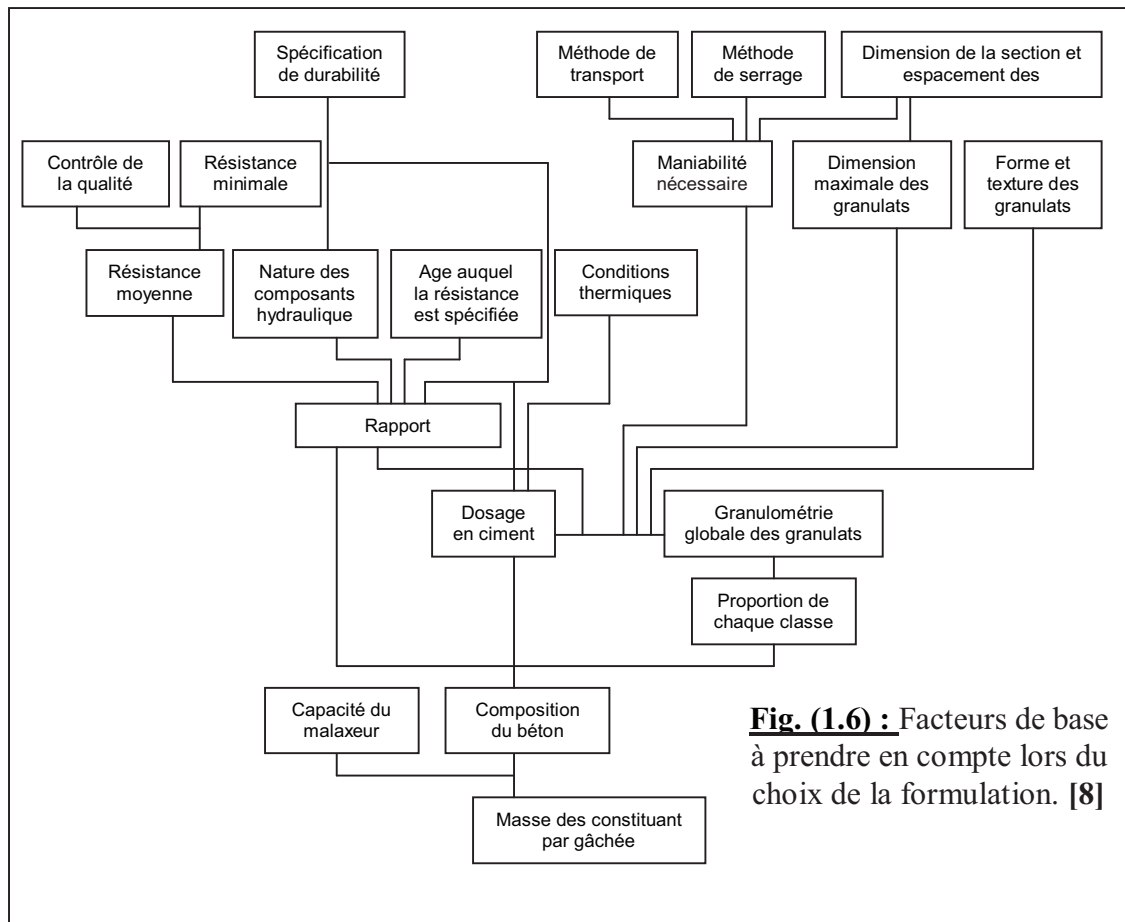


Fig. (1.6) : Facteurs de base à prendre en compte lors du choix de la formulation. [8]

1.5 Conclusion :

Comme il a été souligné dans la présentation de la recherche, l'objectif de ce travail est de déterminer des modèles prédictifs sur la base de mesures réalisées sur différentes compositions de béton.

Or pour pouvoir circonscrire un domaine d'étude c'est les compositions de béton qui doivent présenter un caractère aléatoire vis à vis des caractéristiques ciblées par cette recherche.

La méthode des volumes absolus est la méthode la plus adaptée à ces conditions, elle s'accorde parfaitement avec les objectifs de ce type de travail.

Chapitre II :

Méthodologie d'étude :

- 2.1 Plans d'expériences.
- 2.2 Types de plans d'expériences.
- 2.3 Ordre des essais.
- 2.4 Modélisation.
- 2.5 Calcul numérique. Présentation du logiciel MINITAB 13.
- 2.6 Mise en application des plans d'expériences.

Méthodologie d'étude :

2.1 Les Plans d'expérience :

2.1.1 Introduction :

Toujours à la recherche de nouvelles données et d'interprétations plus adaptées, le chercheur contemporain ne peut se dispenser du travail de laboratoire. Qu'il soit du domaine technique, biologique ou autre ; il a recours presque dans tous les cas à l'expérimentation pour valider ses travaux.

Mais pour parvenir à des résultats valables et précis le travail de laboratoire doit être bien organisé. Le chercheur se doit de planifier ses expériences et essais de la manière la plus rentable afin d'en obtenir le maximum de résultats, le plus rapidement et à moindre coût.

Il y a différentes manières de planifier une expérimentation. La plus intuitive est de faire varier un seul élément à la fois parmi d'autres qui restent fixes. Cette méthode sur laquelle sont basées tant de recherches, ne permet que d'étudier l'évolution du système par rapport à la variation de cet élément seul.

L'apparition des « plans d'expériences » a révolutionné le planning des expériences, l'idée est qu'au lieu de faire varier un seul élément ou facteur à la fois, tous les facteurs varieront en même temps sur les bases de données statistiques qui nous garantissent précision et optimalité. [2]

2.1.2 Historique :

Les premières lueurs de la méthode des plans d'expérience remontent aux travaux de FISHER (1925), il proposa une technique qui organise et prend en charge la variation de toutes les variables d'une expérience en même temps. Mais à cause de son aspect trop théorique elle n'eut point le mérite qu'elle devait recevoir.

Il fallut attendre les travaux de G.TAGUCHI au Japon pour que la méthode des plans d'expérience ait tout l'essor qu'elle connaît aujourd'hui. [6].

Sa contribution majeure a consisté à combiner les techniques de l'ingénierie et des statistiques pour obtenir une amélioration rapide des coûts et de la qualité, en recherchant une optimisation au niveau de la conception du produit et des processus de fabrication. On lui doit la fonction Perte de qualité et le ratio (signal/bruit) qui permet de se positionner dès le début du développement du produit et, lorsqu'il est encore temps, d'apporter des améliorations d'un coût raisonnable. [10]

La méthode Taguchi (plan d'expérience) a été introduite aux Etats-Unis dès 1980, avec comme pionnier. AT & Bell laboratoires, Ford Motor Company et Xerox.

Les plans d'expériences Taguchi ont contribué au succès des japonais dans le domaine de la qualité, ce qui leur a permis de devenir, depuis maintenant plus de 20 ans, les leaders mondiaux au niveau de la qualité tout en ayant des prix de revient compétitifs.

En occident, l'utilisation de la méthode a commencé à se développer tout d'abord aux Etats-Unis à partir de 1983, puis au Canada et en Grande Bretagne dès 1986, et en fin en France et en Espagne depuis 1988. [10]

2.1.3 Définition et conditions d'application des plans d'expériences :

Un plan d'expérience est une planification de l'ensemble des expériences d'un problème multiparamétrique. Son objectif principal est de réduire au minimum le nombre d'essais expérimentaux par rapport à une approche classique, et d'en assurer une meilleure qualité de résultats sinon identique, en plus de cela il nous permet une modélisation mathématique à l'aide d'une simple régression linéaire multiple.

Mais pour appliquer la méthode des plans d'expérience il faut que les deux conditions suivantes soient réalisées [19] :

- **Condition 1 :**

La valeur que prend chaque variable doit être connue sans erreur, or dans un travail d'expérimentation on ne peut nier la présence d'erreur. Donc pour satisfaire cette condition on doit s'assurer que l'erreur induite sur la valeur de la variable soit très petite, voire négligeable devant la variation de cette même variable lorsqu'elle change de valeur. [19]

- **Condition 2 :**

La réponse doit être *homoscédastique*. Cela signifie que l'erreur de mesure doit être la même sur tout le domaine expérimental. Pour cela il appartient à l'expérimentateur de garder les mêmes gestes, le même matériel et la même cadence lors de toute la campagne d'expérimentation. [19]

2.1.4 Vocabulaire et définitions de base :

- **Facteur :**

On définit par facteur toute variable susceptible d'influencer la réponse d'un système lorsque celle-ci tend à changer de valeurs. Ces facteurs peuvent être :

Des facteurs contrôlés : ce sont les facteurs choisis pour l'étude, leurs valeurs sont définies à l'avance, ils peuvent changer au cours de l'étude ou rester fixes.

Des facteurs non contrôlés : ce sont des facteurs qui interviennent dans l'étude mais qu'on ne peut contrôler leurs valeurs, par exemple dans certains cas : la température et l'hygrométrie ambiantes.

Deux types de facteurs sont à distinguer [11] :

- **Facteurs quantitatifs :**

Facteurs dont la valeur est mesurable, souvent à variation continue par exemple le dosage en ciment, pourcentage d'adjuvant, masse de sable etc. Et rarement à variation discontinue ex: classe de ciment qui est fixée par le cimentier.

Facteurs qualitatifs :

Facteurs dont la valeur est non mesurable, on parle ici de qualité, de type, de marque, de procédé ou d'autre caractéristique qu'on ne peut quantifier par exemple le type de ciment (CPA. CPJ. CLK...) procédé de vibration du béton (table vibrante ou aiguille).

- **Niveau d'un facteur:**

Valeur que prend le facteur au cours des essais, il importe d'attribuer à chaque facteur au moins deux niveaux : un niveau supérieur et un niveau inférieur. Pour les facteurs quantitatifs la valeur est algébrique, donc classé numériquement. Pour les facteurs qualitatifs les valeurs ne sont pas mesurables, alors peu importe leur classement l'important est de mettre une inférieure et une supérieure. Les niveaux extrêmes de chaque facteur délimitent le domaine de l'étude. [17]

- **Valeurs centrées réduites :**

Pour des simplifications mathématiques, il importe de remplacer les valeurs réelles des niveaux de facteurs par des valeurs se situant entre (+1) et (-1), donc pour le niveau supérieur nous aurons « +1 » et pour le niveau inférieur la valeur « -1 ».

Cette opération revient à réaliser un changement d'unité de mesure et un changement d'origine qui permet de traiter tous les facteurs de la même manière [16] (possibilité de comparaison des effets des facteurs et des interactions). Les facteurs auront la même unité, celle de la réponse.

Par exemple :

facteur	niveau -1	niveau +1
Eau/ciment	0,4	0,6
Adjuvant (%)	2	5

Tableau (2.1): Deux facteurs à deux niveaux

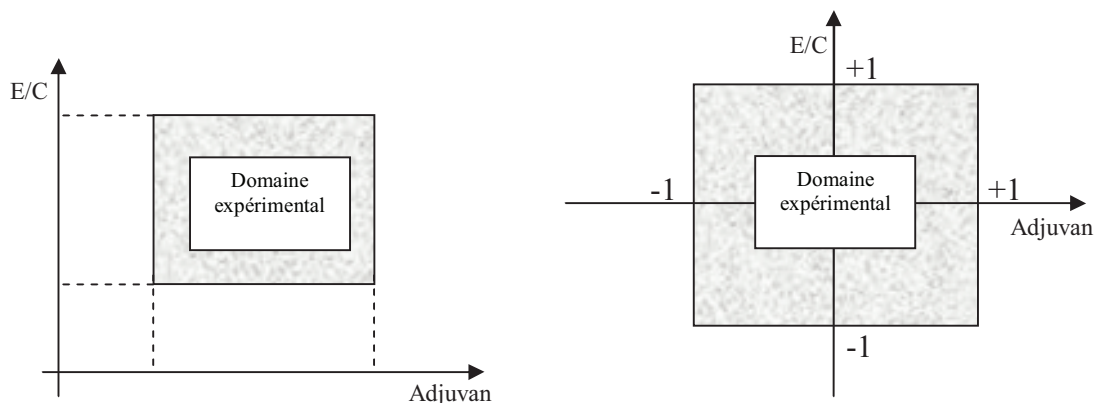


Fig. (2.1) : Transformation des coordonnées réelles en coordonnées centrées réduites

Pour le passage des valeurs réelles aux valeurs centrées réduites dans le cas de facteurs ayant plus de deux niveaux nous avons : [5]

$$v = \frac{2V - (V^+ + V^-)}{V^+ - V^-}$$

Où :

v : Niveau du facteur en valeur centrée réduite.

V : Niveau du facteur en valeur réelle.

V^+ : Niveau supérieur du facteur en valeur réelle.

V^- : Niveau inférieur du facteur en valeur réelle.

Exemple :

Pour le facteur pression P nous avons $P^+ = 200$ bar, $P^- = 100$ bar.

Donc pour $P = 150$ bar la valeur centrée réduite est :

$$v = \frac{2 \times 150 - (200 + 100)}{200 - 100} = 0$$

• **Domaine expérimental :**

Domaine délimité par les niveaux supérieur et inférieur de chaque facteur. [2]

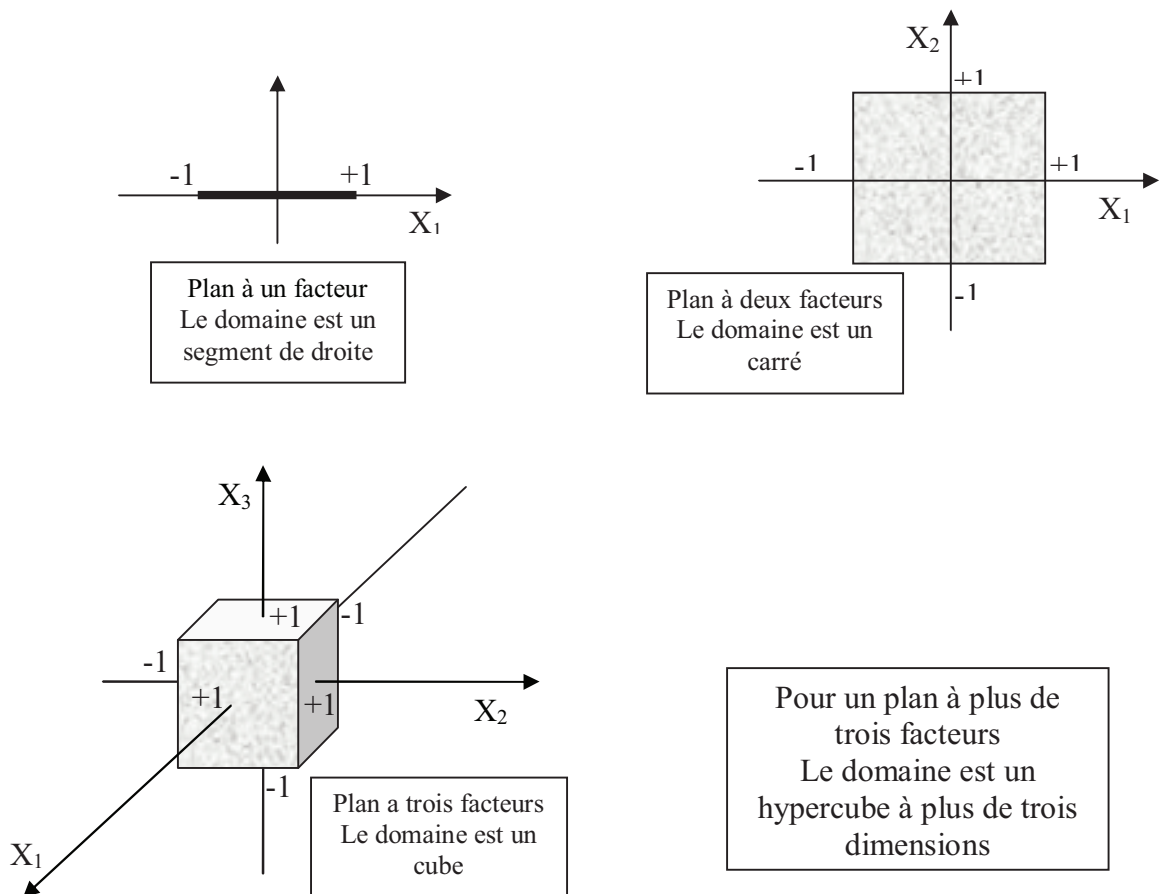


Fig. (2.2) : Domaine expérimental [11]

- **Réponse:**

Grandeur mesurée ou observée lors de chaque essai d'une expérience, c'est le résultat de chaque combinaison des niveaux des facteurs. Elle peut être quantifiée (mesurée) comme la résistance à la compression, l'affaissement, le temps de prise etc. Ou observée tel que l'état de surface d'un parement de béton.

- **Effet d'un facteur :**

L'effet d'un facteur $[X_i]$ est la comparaison entre les valeurs prises par la réponse $[Y]$ lorsque ce dernier passe du niveau (-1) au niveau (+1). [2]

Il est caractérisé par une constante notée « A_i » qui sera :

- Positive si cette variation du facteur est favorable à l'accroissement de la réponse (Fig. 2.3.a).
- Négative si elle est favorable à la diminution de la valeur de la réponse (Fig. 2.3.b).
- Nulle si elle est sans influence sur le système (Fig. 2.3.c).

Cette constante intervient dans le modèle mathématique décrivant cette réponse.

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i X_i$$

Y : Réponse prédite par le modèle.

A_0 : Constante du modèle elle répond à la moyenne des résultats de mesure.

X_i : Facteur « i ».

A_i : Effet du facteur « i ».

k : Nombre de facteurs étudiés

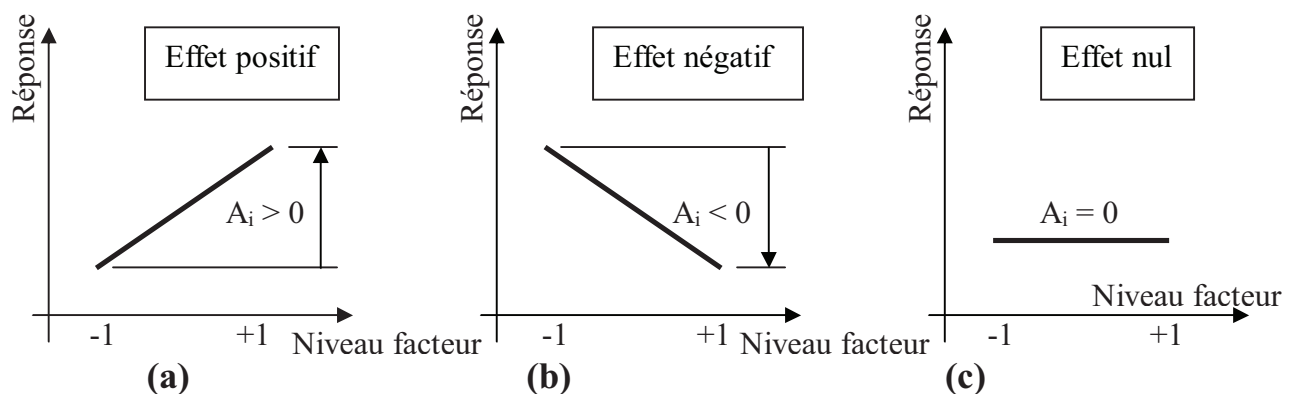


Fig. (2.3) : Effet d'un facteur. [11]

• **Interaction :**

Nous avons une interaction entre deux facteurs ou plus si l'effet de chacun sur la réponse du système dépend des niveaux des autres. Dans la plupart des cas, les études se limitent au premier ordre (interactions entre deux facteurs). [2]

Noté « A_{ij} » l'interaction intervient dans le modèle de la manière suivante :

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i X_i + \sum_{ij} A_{ij} X_i X_j$$

A_{ij} : Effet de l'interaction $X_i X_j$

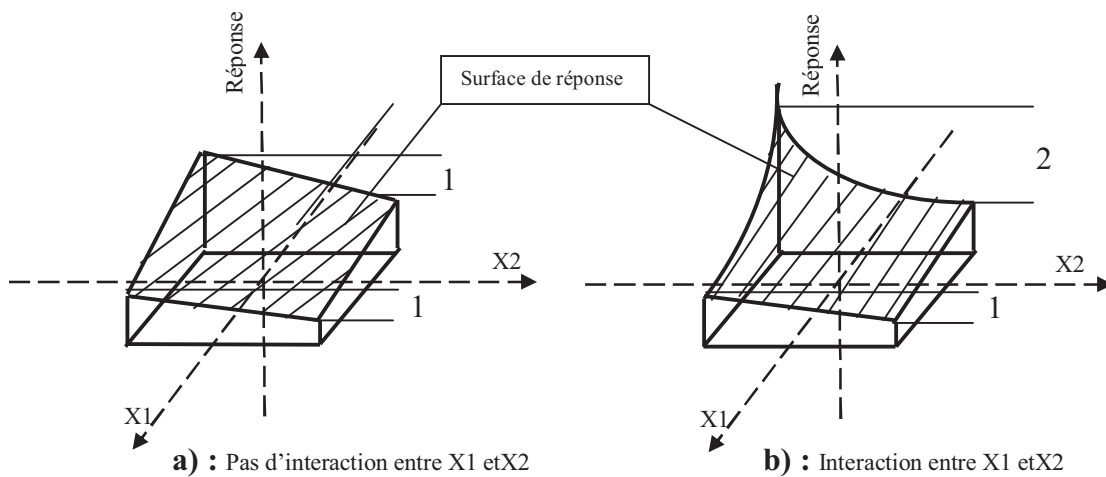


Fig. (2.4) : Notion d'interaction, d'après PILLET, 1992 [18]

→ Le schéma [a] de la figure (2.4) montre que l'effet du facteur $[X_1]$ quand le facteur $[X_2]$ passe du niveau (-1) au niveau (+1) reste constant, donc il ne dépend pas de son niveau. Par conséquent il n'y a pas d'interaction.

→ Le schéma [b] de la figure (2.4) montre une variation de l'effet du facteur $[X_1]$ suite à la variation du niveau du facteur $[X_2]$, ce qui se traduit par une dépendance. Donc il y a interaction.

2.1.5 Choix des points expérimentaux et notion d'optimalité :

La question qui se pose maintenant et après que le domaine expérimental soit délimité : Combien de point expérimentaux sont nécessaires à la campagne ? Et quelles sont leurs coordonnées dans ce domaine ?

La réponse à cette question représente à elle seule tout l'intérêt apporté par la méthode des plans d'expérience. Ainsi à partir du fait que son caractère est prédictif, la construction d'un modèle mathématique décrivant la réponse, nécessite autant de points expérimentaux que le nombre d'inconnus le constituant (effets des facteurs et des interaction). [2]

Or par exemple si nous avons à modéliser une réponse par un modèle linéaire sous l'effet de deux facteurs à deux niveaux, et où l'on veut y faire ressurgir les effets de ces deux facteurs et leur interaction on aura :

$$y = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + A_{12}X_1X_2$$

Nous aurons à déterminer les quatre inconnus qui sont A_0, A_1, A_2, A_{12}

Donc le nombre de points « N » nécessaires à expérimenter est égal (ou supérieur) à quatre.

Condition d'orthogonalité :

Cette condition est à la base des plans d'expériences, elle nous permet de calculer l'effet de chaque facteur indépendamment des autres. Elle veut qu'à chaque niveau de facteur soit associé à tous les autres niveaux des autres facteurs et au même nombre de fois.

Donc si « X_1, X_2 » sont des facteurs à deux niveaux : Le nombre de point expérimentaux nécessaires pour avoir un plan orthogonal est de $2^2 = 4$.

Quant à leur localisation dans le domaine expérimental, plusieurs stratégies peuvent être suivies (voir figure 2.5).

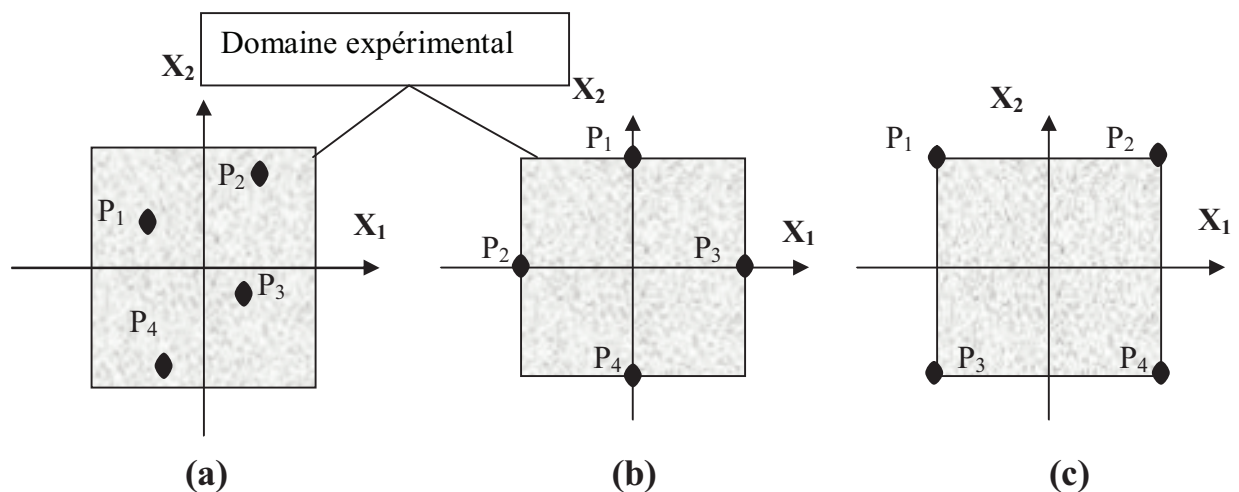


Fig. (2.5) : Différentes distributions des points d'expérience. [17]

Critère d'optimalité :

• **Matrice d'Hadamard :**

Les matrices d'Hadamard sont des matrices orthogonales et dont les éléments les constituant sont des « +1 » et des « -1 » [11]. Ces matrices satisfont la relation suivante :

$${}^t X.X = N.I$$

Où :

- X : Matrice d'Hadamard.
- ${}^t X$: Transposée de la matrice d'hadamard.
- N : Nombre d'expérience.
- I : La matrice identité.

Nous pouvons assimiler à chaque plan deux matrices, l'une dite « Matrice des essais » où chaque colonne présente un facteur et chaque ligne un point expérimental. L'autre « Matrice des effets » où chaque colonne représente un effet et chaque ligne un point d'expérience.

Pour les exemples de plan proposés précédemment (figure 2.5), seul le plan **(c)** sera retenu.

	X_1	X_2
P_1	-1	-1
P_2	1	-1
P_3	-1	1
P_4	1	1

Matrice des essais du plan

	I	X_1	X_2	X_1X_2
P_1	1	-1	-1	1
P_2	1	1	-1	-1
P_3	1	-1	1	1
P_4	1	1	1	-1

Matrice des effets du plan

- La colonne (**I**) représente la constante.
- La colonne (X_1X_2) représente l'interaction. Sa valeur est le produit des deux niveaux des deux facteurs.

$${}^t X.X = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 4 \times I$$

Ce critère ne peut être utilisé que pour des plans orthogonaux, à facteurs de « 2 » niveaux, et dont le « N » (nombre de points expérimentaux) est égale à 4 ou un multiple de « 4 ». [11]. Si « N » est différent on utilisera d'autres critères dont le but est de réduire la variance des estimations comme les trois suivants :

- **Critère du déterminant maximal :**

Le déterminant de $\|{}^t X.X\|$ soit le plus fort possible. [2]

- **Critère de la trace minimale :**

La trace de $({}^t X.X)^{-1}$ doit être la plus faible possible. [2]

- **Critère de la diagonale :** (Le plus fort et le plus faible)

La valeur de l'élément le plus fort de la diagonale de $({}^t X.X)^{-1}$ doit être la plus faible dans les autres diagonales. [2]

Remarque : Si nous avons une matrice d'Hadamard tous les critères sont satisfaits en même temps. [11].

5.1.6 Notion de degré de liberté :

Le nombre de degré de liberté (ddl) est la mesure relative à la quantité d'informations que l'on peut obtenir d'une observation. [10]

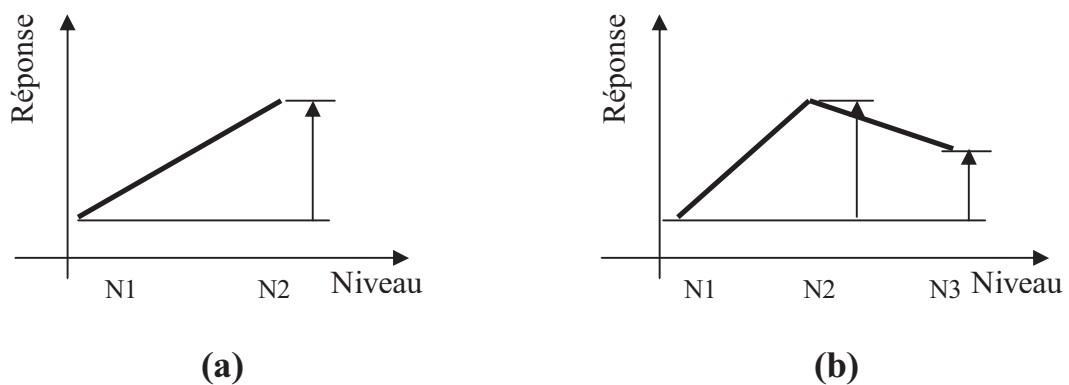


Fig. (2.6) : Degré de liberté du facteur

- Le schéma (a) de la figure (2.6) présente l'effet du facteur X_1 quand il passe du premier niveau au deuxième niveau. Donc nous sommes en présence d'un nombre d'information égale à « 1 ». Ce qui nous ramène à un « ddl = 1 ».

- Le schéma **(b)** de la figure (2.6) présente les effets du facteur X_2 quand il passe du premier niveau au deuxième niveau puis du deuxième niveau au troisième niveau. Le nombre d'informations est de « 2 » donc le « ddl = 2 ».

Mathématiquement le nombre de degré de liberté « ddl » pour un facteur est égale au nombre de ces niveaux diminué de un « $ddl = n - 1$ ». Pour une interaction le « ddl » est égal au produit des « ddl » des facteurs formant cette interaction. Pour un modèle c'est la somme des « ddl » des facteurs et des interactions constituant le modèle. Et pour une matrice d'expérience le « ddl » est égale au nombre des essais diminué de un « $ddl = N-1$ ».

2.2 Types de plans d'expérience :

Afin de subvenir aux besoins que peut rencontrer l'expérimentateur pour mener son étude. Différents types de plans d'expériences peuvent être utilisés :

- Plans factoriels complets ;
- Plans centrés composites ;
- plans fractionnaires ;
- plans mélanges.

2.2.1 Le plan factoriel complet :

Les plans factoriels complets sont des plans d'expériences optimaux qui étudient toutes les combinaisons possibles des niveaux des facteurs traités.

On peut les rencontrer sous différentes formes :

a. Plans factoriels complets n^k avec : $n = 2$:

Ils nous permettent d'étudier des plans factoriels de « k » facteurs à raison de « 2 » niveaux par facteur.

Composé d'éléments « +1 » et « -1 » les matrices des effets assimilées à ce genre de plans répondent au critère d'Hadamard (${}^t X.X = N.I$). Une particularité qui fait que cette catégorie de plans d'expériences reste la plus optimale et celle qui nous garantisse les meilleurs résultats. [11]

Construction d'un plan factoriel : (2^k)

La matrice d'essais comporte « k » colonne et « 2^k » ligne :

- Première colonne (premier facteur) : Alternance de « -1 » et « +1 ». (1 par 1)
- Deuxième colonne (deuxième facteur) : Alternance de « -1 » et « +1 ». (2 par 2)
- Troisième colonne (troisième facteur) : Alternance de « -1 » et « +1 ». (3 par 3)
- ⋮
- « k » ième colonne (facteur « k ») : Alternance de « -1 » et « +1 ». (2^{k-1} Par 2^{k-1})

Exemple 1 d'un plan factoriel : (2^k)

Nous voulons étudier la variation de la perméabilité d'un béton sous l'effet de :

- finesse de mouture du ciment, noté (F). {2000 et 3000 cm²}.
- L'ajout de fines calcaires, noté (A). {5% et 10%}.
- utilisation d'un plastifiant, noté (P). {Avec et sans}.

Le plan est un factoriel complet de trois facteurs à deux niveaux (2^3).

Nous avons deux facteurs quantitatifs (finesse de mouture et ajout calcaire) et un facteur qualitatif (plastifiant).

facteur	niveau -1	niveau +1
finesse du ciment	2000cm ²	3000 cm ²
ajout calcaire	5%	10%
plastifiant	avec	sans

- Le nombre d'essais nécessaire à ce plan est : $2^3 = 8$ essais.
- La matrice des effets est une matrice carrée de 8 par 8.

N° d'essai	Constante du modèle	F	A	P	FA	FP	AP	FAP
1	1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

b. Plans factoriels complets : ($n \neq 2$)

Ce sont des plans factoriels complets dont le nombre de niveaux varie d'un facteur à un autre ($n_i =$ niveau du facteur i).

Le nombre d'essais nécessaires au plan est : $N = n_1^{k_1} \times n_2^{k_2} \times \dots \times n_i^{k_i}$

Les niveaux intermédiaires aux niveaux supérieurs et inférieurs sont déterminés à l'aide de la formule (paragraphe 2.1.4 valeurs centrés réduites).

Exemple 2 :

Nous reprenons la même étude que l'exemple (1) sauf pour les facteurs qui seront du nombre de deux :

- Le premier : (P) utilisation de plastifiant. deux niveaux {avec ou sans}.
 - Le second : (F) finesse du ciment. Quatre niveaux {2000, 3000, 4000, 5000cm²}.
- Le plan est un plan factoriel complet à un facteur à deux niveaux et un facteur à quatre niveaux.

- Les niveaux sup. et inf. sont :

facteur	niveau -1	niveau +1
finesse du ciment	2000cm ²	5000 cm ²
ajout calcaire	5%	10%

- Pour la finesse du ciment les valeurs centrées réduites des niveaux restants sont :

- pour (3000 cm²) :

$$v = \frac{2 \times 3000 - (5000 + 2000)}{5000 - 2000} = -0.33$$

- pour (4000 cm²) :

$$v = \frac{2 \times 4000 - (5000 + 2000)}{5000 - 2000} = +0.33$$

- La matrice des effets s'écrit de la manière suivante :

N° d'essai	Constante du modèle	Constante		
		F	P	FP
1	+1	-1	-1	+1
2	+1	-0,33	-1	-1
3	+1	0,33	-1	+1
4	+1	+1	-1	-1
5	+1	-1	+1	-1
6	+1	-0,33	+1	+1
7	+1	0,33	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1

NB :

- Pour des raisons d'optimalité il est préférable que le choix des points expérimentaux soit porté sur des positions symétriques par rapport au centre du domaine. [11] (Fig. 2.7).
- Il est préférable aussi que le nombre de niveaux « n » pour chaque facteur soit choisi comme nombre pair, pour éviter le point central qui est réservé à la validation du modèle issue de ce plan d'expérience. [11].
- Chaque facteur possédant plus de deux niveaux, nous permet d'étudier son interaction avec lui même. ce qui se traduit par un passage d'un modèle linéaire à un modèle de degré supérieur à « 1 ». [11].

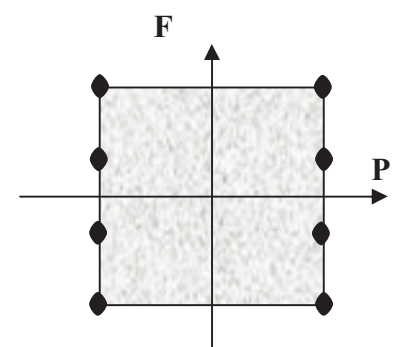


Fig. (2.7) : Distribution symétrique des points d'expérience.

2.2.2 Plans factoriels fractionnaires :

Pour les plans factoriels complets, le nombre d'essais augmente de façon exponentielle ($N=n^k$), à partir d'un certain nombre de facteurs et de niveaux, la charge expérimentale devient trop pénible à réaliser. D'où les plans fractionnaires.

Les plans fractionnaires optimaux sont des plans issus des plans factoriels complets. Leur intérêt principal est de réduire cette charge expérimentale en focalisant sur les effets les plus intéressants sans pour autant affecter de façon compromettante l'efficacité du plan. [11]

a. Plans fractionnaires : (2^{k-p})

Ce plan consiste à utiliser pour l'étude de « k » facteurs la matrice d'effet d'un plan factoriel complet $2^{k-1}, 2^{k-2}, 2^{k-3} \dots$. Ce qui permet de réduire le nombre d'essais par 2^p

Nous remarquons que pour un plan factoriel complet les interactions d'ordre deux et plus sont le plus souvent négligeables. L'astuce est que les interactions les moins influentes sont remplacées par les facteurs « k - p »,..... « k », en suivant leurs mêmes alternances de signes. Le plan obtenu est dit fractionnaire 2^{k-p} . [11]

Exemple 3 :

Revenant à l'exemple 1 sur la perméabilité du béton et en rajoutant un quatrième facteur, le type de ciment : CPJ-42.5 ; 45.CLK.

- facteurs et niveau :

Facteur		niveau -1	niveau +1
X_1	finesse du ciment	2000cm ²	3000 cm ²
X_2	ajout calcaire	0,05	0,1
X_3	plastifiant	avec	sans
X_4	type de ciment	CPJ-42,5	CLK

- Pour un plan factoriel complet 2^4 , le nombre d'essais est de $N = 2^4 = 16$
- Avec un plan fractionnaire de 2^{4-1} nous pouvant faire la même étude avec une matrice d'expériences d'un plan factoriel complet 2^3 de « 08 » essais seulement.
- L'interaction du deuxième ordre $X_1X_2X_3$ dans le plan 2^3 jugée négligeable est remplacée par le facteur X_4 en adoptant la même alternance de signes (voir tableau suivant).

• **Définition des alias et générateurs d'alias :**

- Le facteur X_4 et l'interaction $X_1X_2X_3$ sont confondus donc ils sont dits **aliasés** ($X_4 = X_1X_2X_3$).

- on multiplie de part et d'autre de l'équation précédente par X_4 :

$$X_4 \cdot X_4 = X_1X_2X_3 \cdot X_4$$

$$X_4^2 = X_1X_2X_3X_4$$

$$I = X_1X_2X_3X_4$$

- A partir de cette équation nous pouvons déterminer toutes les aliases restantes. C'est le **générateur d'aliases**.

- Si par exemple nous voulons savoir quel effet est aliasé avec le facteur X_1 , nous multiplions de part et d'autre l'équation par X_1 :

$$X_1 \cdot I = X_1X_2X_3X_4 \cdot X_1$$

$X_1 = X_2X_3X_4$. Donc X_1 est aliasé avec l'interaction $X_2X_3X_4$

	$X_1X_2X_3X_4$	$X_2X_3X_4$	$X_1X_3X_4$	$X_1X_2X_4$	X_3X_4	X_2X_4	X_1 X_4	$X_1X_2X_3$ X_4
essai 1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
essai 2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
essai 3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
essai 4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
essai 5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
essai 6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
essai 7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
essai 8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Remarque :

Dans le cas où le modèle issue du plan 2^{k-p} n'a pu être validé l'opérateur doit compléter à chaque fois le plan existant à un plan $2^{k-(p-1)}$ (tout en gardant les essais de l'ancien plan et jusqu'au plan factoriel complet si nécessaire). [11].

b. Plans factoriels fractionnaires : ($n_i \geq 2$)

L'élaboration de plans factoriels fractionnaires où ($n_i \geq 2$), répondant aux conditions d'orthogonalité (§. 2.1.5) n'est pas facile à réaliser.

- **Plans fractionnaires de G.TAGUCHI :**

Du fait de la complexité et de la difficulté de l'élaboration des plans factoriels fractionnaires, le grand mérite du professeur G.TAGUCHI est la mise à la disposition des utilisateurs de ces plans, un outil qui simplifie et surtout fiabilise considérablement cette tâche : [10]

- Une série de matrices d'expériences fractionnaires standard qui répondent aux conditions d'orthogonalité et qui permettent de faire face pratiquement à toutes les situations que l'on peut rencontrer ;

- Des accessoires complémentaires : Tables triangulaires et graphes linéaires nécessaires à l'utilisation et à l'adaptation de ces matrices aux situations spécifiques.

- **Choix d'une matrice d'expérience :**

Le choix d'une matrice d'expérience relève essentiellement des objectifs de l'expérimentation à effectuer (facteurs et interactions ciblés par l'étude). Il s'agit de sélectionner la plus petite matrice dont le « ddl » est supérieur ou égal au « ddl » généré par le modèle ciblé. [10]

La procédure de choix et d'adaptation des matrices standard de G.TAGUCHI est décrite dans tous ces détails en [10].

2.2.3 Plan centré composite :

a. Effet quadratique d'un facteur :

C'est le fait qu'un facteur voit son effet sur la réponse modifier en fonction de son propre niveau (Fig. 2.8) [19] (interaction du premier ordre entre un facteur et lui-même). Donc pour pouvoir l'observer le facteur se doit d'avoir plus de deux niveaux.

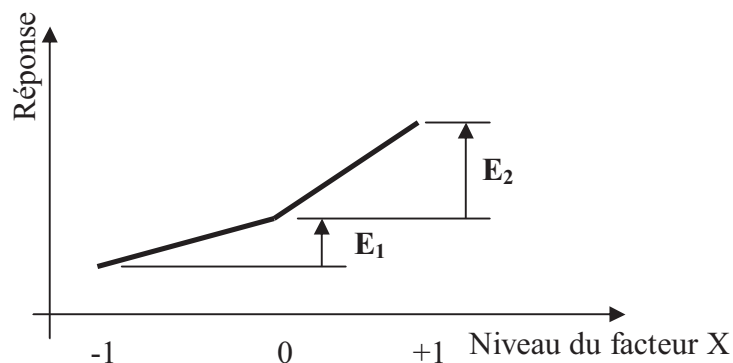


Fig. (2.8) : Effet quadratique

E_1 : Effet du facteur « X » quant il passe du niveau « -1 » au niveau « 0 ».

E_2 : Effet du facteur « X » quant il passe du niveau « 0 » au niveau « +1 ».

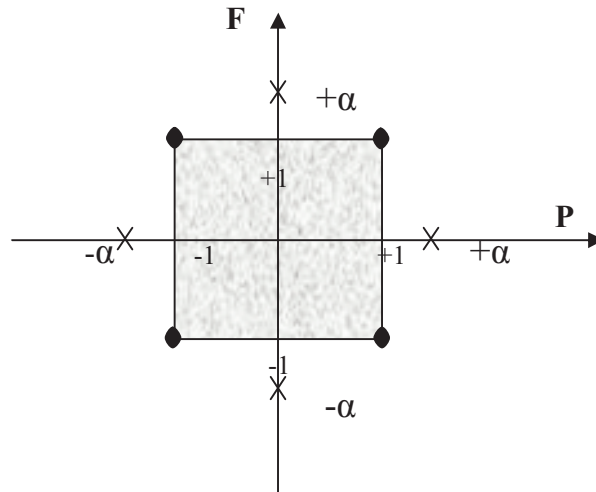
Si E_1 est différent de E_2 , le facteur « X » est en interaction avec lui-même (Effet quadratique)

b. Construction d'un plan centré composite :

En présence d'un plan factoriel complet type (2^k) ou d'un plan factoriel fractionnaire (2^{k-p}) et dont le modèle polynomial linéaire issu de ce plan n'a pas pu être validé, la question qu'on doit se poser est : peut-il y avoir des effets quadratiques influant la réponse ?

La détermination de ces facteurs soupçonnés d'avoir un effet quadratique repose entièrement sur l'expérience de l'opérateur. Sachant que pour des plans (2^k) et (2^{k-p}) le nombre de niveaux pour chaque facteur est de deux. Il est impératif de rajouter d'autres points expérimentaux pour chacun de ces facteurs entièrement différents des autres points et à l'extérieur du domaine. (Points en étoile) (Fig. 2.9). [2]

Fig. (2.9) : Distribution symétrique des points d'expérience.



2.2.4 Plans mélanges :

Les plans mélanges sont une forme particulière des plans factoriels complets ils permettent d'étudier la réponse en fonction des concentrations des divers constituants composant un mélange par rapport à un volume absolu. Généralement les propriétés d'un mélange dépendent de sa composition [Sado et Sado, 1991]. [2]

a. Particularités des plans mélange :

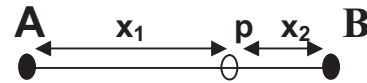
Si X_i est la proportion du constituant « i » dans le mélange à « k » constituants nous avons en chaque point p (point expérimental quelconque) :

$$\sum_{i=1}^k x_i = 1 \quad (2.1)$$

Mélange binaire : (k=2)

Segment de droite

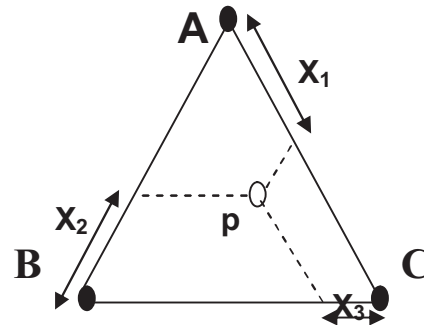
$$\{X_1 = 0,7 \quad X_2 = 0,3\} \quad X_1 + X_2 = 1$$



Mélange ternaire : (k=3)

Triangle équilatéral

$$\left. \begin{array}{l} X_1 = 0,35 \\ X_2 = 0,4 \\ X_3 = 0,25 \end{array} \right\} X_1 + X_2 + X_3 = 1$$



Mélange à quatre constituants : (k=4)

Tétraèdre

$$\left. \begin{array}{l} X_1 = 0,55 \\ X_2 = 0,1 \\ X_3 = 0,15 \\ X_4 = 0,2 \end{array} \right\} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 1$$

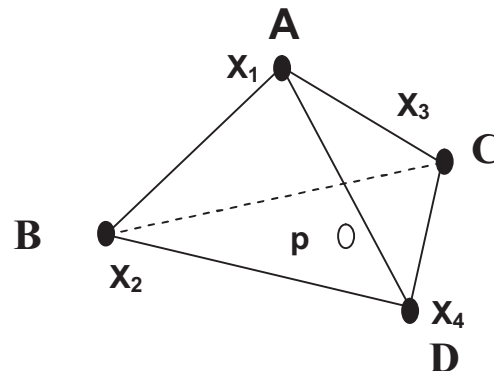


Fig. (2.11) : représentation graphique des plan mélange.

Si par exemple nous avons un mélange à trois constituants « k = 3 » à partir de la formule (2.1) nous avons :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \tag{2.2}$$

Pour un plan factoriel complet le modèle polynomiale du premier degré décrivant la réponse est de la forme :

$$y = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + A_{12}X_1X_2 + A_{13}X_1X_3 + A_{23}X_2X_3 + A_{123}X_1X_2X_3 \tag{2.3}$$

Pour un plan mélange, et à partir de (2.2) et (2.3) nous pouvons écrire :

$$y = A_0(X_1 + X_2 + X_3) + A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + A_{12}X_1X_2 + A_{13}X_1X_3 + A_{23}X_2X_3 + A_{123}X_1X_2X_3$$

$$y = B_1X_1 + B_2X_2 + B_3X_3 + B_{12}X_1X_2 + B_{13}X_1X_3 + B_{23}X_2X_3 + B_{123}X_1X_2X_3 \quad (2.4)$$

Avec $B_i = A_0 + A_i$.

Nous remarquerons que le modèle ne comporte pas de constante, elle n'a pas de sens physique. Donc il est impératif de ne pas centrer les facteurs. Ils varieront dans le cas général entre « 0 » et « 1 ». [11]

- **Degré du modèle :**

Pour les modèles de degré supérieur à « 1 » nous remarquerons que les termes de la forme « X_i^n » avec « $n \geq 2$ » peuvent être remplacés par des polynômes du premier degré.

$$X_1^2 = X_1 \cdot X_1 \quad (2.5)$$

Et d'après (2.2) :

$$X_1^2 = X_1 \cdot (1 - X_2 - X_3) = X_1 - X_1X_2 - X_1X_3 \quad (2.6)$$

Les interactions du premier ordre expriment des termes du deuxième degré. En règle générale les interactions de l'ordre « n » expriment des termes du degré « n+1 ». [11]

- **Construction des plans mélanges :**

La modélisation sur la base des plans mélange se fait de façon progressive¹.

- b. **Différents types de plans mélange :**

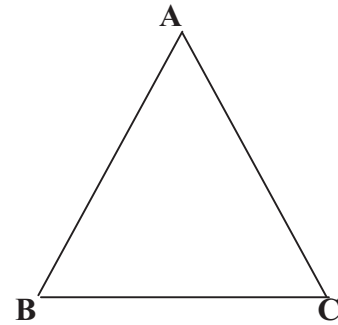
Suivant les contraintes pouvant caractériser la quantité minimale et maximale de chaque constituant d'un mélange nous pouvons observer quatre types de mélange. [11]

¹ Les détails de construction d'un plan mélange sont décrits dans (§ 3.1 Treize essais au lieu soixante-six pour la même précision [11])

- **Plans mélange type I :**

Les plans mélanges du type I sont des plans mélange dont les constituants n'ont aucune contrainte particulière. Il se traite de façon directe.

$$0 \leq X_i \leq 1$$

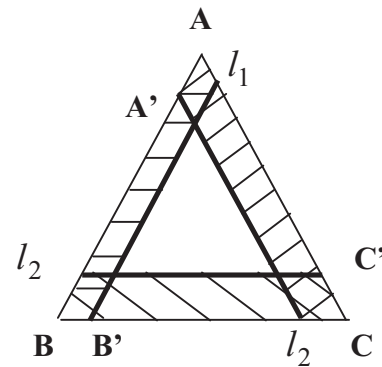


- **Plans mélange type II :**

Un constituant ou plus présente une limite inférieure

$$l_i \leq X_i \leq 1$$

Nous avons un nouveau triangle A' B' C' qui sera pris en considération. Les points d'expérience seront pris dans la série : A' B' C'



- **Plans mélange type III :**

Les plus souvent rencontrés et les plus difficile à traiter. Un constituant où plus présente une limite inférieure et une limite supérieure.

$$l_i \leq X_i \leq u_i$$

- **Plans mélange type IV :**

Plan où nous avons un constituant qui présente une proportion très importante comparée aux autres constituants. Cas des solvants et des solutés :

$$X_1 \gg \sum_{i=2}^k X_i$$

Ce type de plan mélange se traite sous forme de plan factoriel complet, et l'étude portera seulement sur les solutés en disposant leurs niveaux en valeurs centrés réduites comme s'il s'agissait d'un plan factoriel complet.

2.3 Ordre des essais :

La question qui se pose est : Est-il différent de réaliser les essais dans un ordre ou dans un autre ?

Les valeurs recueillies lors de tout travail expérimental et surtout lorsqu'il s'agit d'un travail de répétitivité, peuvent être altérées et déviées de leurs tracés réels. Ces altérations sont dues à des phénomènes de variation évoluant dans le temps et dans l'espace et intervenant directement sur le système. Ces variations peuvent être de type aléatoire ou systématique. [11]

2.3.1 Variation aléatoire :

Ce type de variation découle principalement des facteurs non contrôlés et entraîne de petites erreurs de mesure. Bien qu'elle présente généralement des effets faibles, une distribution systématique de ces erreurs compromet les tests statistiques qui se basent sur l'hypothèse de la distribution au hasard de ces erreurs.

L'exécution des essais d'une expérience dans un ordre choisi au hasard nous assure une distribution aléatoire de ses erreurs. [11]

- **Randomisation :**

Tiré du mot anglais « random » qui est synonyme de « hasard ».

La méthode consiste à exécuter les essais à la suite d'un tirage au sort complètement au hasard, cette opération nous permet de rendre les erreurs systématiques complètement aléatoires. [11]

2.3.2 Variation systématique :

Deux formes de variation systématique peuvent être rencontrées :

- La dérive.
- Les variations par blocs.

- a. **La dérive :**

Il y a dérive si nous avons une augmentation ou une diminution de la réponse de chaque essai d'une quantité croissante par rapport à la réponse sans dérive.

- **dérive linéaire :**

La dérive linéaire est caractérisée par une fonction linéaire : $E = n h$

Où :

E : dérive cumulée.

h : Valeur de la dérive.

n : Ordre d'exécution de l'essai.

n° essai	Rép. sans dérive	Rép. avec dérive
1	Y_1	$Y'_1=Y_1 + 1h$
2	Y_2	$Y'_2=Y_2 + 2h$
3	Y_3	$Y'_3=Y_3 + 3h$
4	Y_4	$Y'_4=Y_4 + 4h$

Tableau (2.2): comparaison entre une réponse sans dérive linéaire et une réponse avec dérive linéaire [11]

Pour un plan 2^3 :

n° essai	dérive	X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$	Cte
1	1h	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
2	2h	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
3	3h	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
4	4h	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
5	5h	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
6	6h	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
7	7h	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1
8	8h	1	1	1	1	1	1	1	1
influence de la dérive		4h	8h	16h	0	0	0	0	36h

Tableau (2.3): Influence de la dérive linéaire sur le système.

On remarque que l'alternance de signe des interactions leur procure une immunité contre la dérive. Donc pour éviter l'effet de la dérive sur les facteurs principaux, il faudra s'organiser pour leurs donner cette même alternance de signe. (Par exemple les colonnes X_1X_3 , X_2X_3 , $X_1X_2X_3$).

- **dérive quelconque :**

Lorsqu'il s'agit d'une dérive dont on ne connaît pas sa nature. Nous pouvons introduire des points de repère pour jalonner le parcours expérimental. Un essai au centre avant et après chaque essai de l'expérience nous permet de lui apporter une correction.

b. Dérive par bloc : (blocking)

Parfois des interruptions temporelles dans l'exécution d'une campagne d'essai peuvent entraîner le phénomène de dérive par bloc. Elle se présente sous forme d'un décalage entre les mesures prises avant l'interruption et ceux après l'interruption.

Une programmation adéquate dans l'exécution des essais nous permet d'éliminer l'influence de cette dérive lors du calcul des effets de facteurs.

Exemple :

Plan factoriel complet 2^3 exécuté en deux étapes :

ordre d'essai	X1	X2	X3
1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	-1
5	-1	-1	1
6	1	-1	1
7	-1	1	1
8	1	1	1

Premier bloc :

ordre d'essai	X1	X2	X3
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
5	-1	-1	1
8	1	1	1

deuxième bloc :

ordre d'essai	X1	X2	X3
1	-1	-1	-1
4	1	1	-1
6	1	-1	1
7	-1	1	1

Tableau (2.4): Blocking.

Supposant que le bloc 1 induit une dérive e_1 et le bloc 2 induit une dérive e_2
L'effet de X_1 :

$$X_1 = 1/8 (-y_1 - e_2 + y_2 + e_1 - y_3 - e_1 + y_4 + e_2 - y_5 - e_1 + y_6 + e_2 - y_7 - e_2 + y_8 + e_1) \\ = 1/8 (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8)$$

On remarque que les dérives s'éliminent les uns avec les autres.

Une décomposition pareille peut être obtenue en prenant une des colonnes de la matrice d'essai et regrouper les lignes concordantes avec les signes « -1 » de cette colonne dans un premier bloc, et les lignes concordantes avec les signes « +1 » dans un second bloc.

2.4 Modélisation :

Pour permettre la prévision de la réponse et l'optimisation du système, la méthode des plans d'expérience de part sa conception et sa structure permet une représentation mathématique de la réponse « y » en fonction des facteurs sujets de l'étude.

Nous nous limiterons aux modèles polynomiaux linéaires en utilisant la régression linéaire multiple qui se base principalement sur la méthode des moindres carrés.

Deux conditions doivent être respectées : [2]

- Le nombre minimal des essais effectués doit être égal au nombre des inconnues A_i , et augmente avec le degré du polynôme. Donc il est de notre intérêt de rechercher les modèles les plus simples avant tout.
- le modèle constitué doit être validé afin que les prévisions soient fiables.

2.4.1 Principes généraux :

Les modèles recherchés sont des modèles exprimant la réponse « y_j » en fonction des facteurs « X_i » et leurs interactions :

$$y_j = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_1 X_2, \dots, X_1 X_2 X_3, \dots)$$

En plus explicite :

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i X_i + \sum_{ij} A_{ij} X_i X_j + \sum_{ijl} A_{ijl} X_i X_j X_l + \dots$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_j \\ y'_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots & X_i & \dots & X_i X_j & \dots & X_i X_j X_l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_i \\ \dots \\ A_{ij} \\ A_{ijl} \end{bmatrix}$$

De façon condensée :

$$[y] = [X] \cdot [A]$$

Où les inconnues du problème sont les composantes du vecteur $[A]$

$$[A] = [X]^{-1} \cdot [y]$$

- **Calcul des coefficients A_i (cas particulier d'une matrice d'Hadamard) :**

Exemple 1 (suite) P.F.C : (2^3)

Facteurs et niveaux respectifs:

facteur	niveau -1	niveau +1
finesse du ciment	2000cm ²	3000 cm ²
ajout calcaire	5%	10%
plastifiant	avec	sans

Réponse = Perméabilité du béton.

Plan d'expérience et résultats :

N° d'essai	I	F	A	P	FA	FP	AP	FAP	R (ml/m ² .h)
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	Y ₁
2	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	Y ₂
3	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	Y ₃
4	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	Y ₄
5	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	Y ₅
6	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	Y ₆
7	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	Y ₇
8	1	1	1	1	1	1	1	1	Y ₈

A partir du tableau en peut écrire le system d'équation suivant. [2]

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1 = A_0 - A_1 - A_2 - A_3 + A_{12} + A_{13} + A_{23} + A_{123} \\ Y_2 = A_0 + A_1 - A_2 - A_3 - A_{12} + A_{13} - A_{23} + A_{123} \\ Y_3 = A_0 - A_1 + A_2 - A_3 - A_{12} - A_{13} + A_{23} + A_{123} \\ Y_4 = A_0 + A_1 + A_2 - A_3 + A_{12} - A_{13} - A_{23} - A_{123} \\ Y_5 = A_0 - A_1 - A_2 + A_3 + A_{12} - A_{13} - A_{23} + A_{123} \\ Y_6 = A_0 + A_1 - A_2 + A_3 - A_{12} - A_{13} + A_{23} - A_{123} \\ Y_7 = A_0 - A_1 + A_2 + A_3 - A_{12} + A_{13} - A_{23} - A_{123} \\ Y_8 = A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + A_{12} + A_{13} + A_{23} + A_{123} \end{array} \right.$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_{12} \\ A_{13} \\ A_{23} \\ A_{123} \end{bmatrix}$$

Valeurs du vecteur [A] :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = \frac{1}{8} (+y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8) \\ A_1 = \frac{1}{8} (-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8) \\ A_2 = \frac{1}{8} (-y_1 - y_2 + y_3 + y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8) \\ A_3 = \frac{1}{8} (-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8) \\ A_{12} = \frac{1}{8} (+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8) \\ A_{13} = \frac{1}{8} (+y_1 - y_2 + y_3 - y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8) \\ A_{23} = \frac{1}{8} (+y_1 + y_2 - y_3 - y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8) \\ A_{123} = \frac{1}{8} (-y_1 + y_2 + y_3 - y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8) \end{array} \right.$$

Le modèle :

$$y = A_0 + A_1X_1 + A_2X_2 + A_3X_3 + A_{12}X_1X_2 + A_{13}X_1X_3 + A_{23}X_2X_3 + A_{123}X_1X_2X_3$$

2.4.2 Signification des effets de facteurs :

Le calcul d'un effet de facteur ou d'une interaction entre facteurs fait intervenir l'ensemble des résultats de mesure. Or ces derniers sont collectés tout le long de la campagne expérimentale, ils sont entachés d'erreurs de mesure. Et que seul l'écart type de mesure permet son estimation.

Après avoir établi le modèle mathématique, il s'agit de savoir si les coefficients du modèle (facteurs et interactions) sont significativement différents de zéro. En effet, des valeurs mathématiques voisines de zéro peuvent être la conséquence de la dispersion expérimentale autour d'une valeur moyenne nulle. On va donc comparer la valeur du coefficient à l'erreur de mesure. Si ces deux valeurs sont du même ordre de grandeur, on conclura à la nullité de l'effet (ou de l'interaction) envisagé. [2]

- **Variance de mesure : [11]**

$$V(y) = S_0^2 = \frac{1}{(n)} \sum_1^n (\bar{y}_0 - y_{0i})^2$$

$V(y)$: Variance de mesure.

\bar{y}_0 : Moyenne des essais au centre du domaine.

y_{0i} : Essai « i » au centre du domaine.

- **Variance des effets : [11]**

$$V(E) = V(y) / N \quad \acute{o}(y) = \sqrt{V(y) / N}$$

$V(y)$: Variance des effets.

$\acute{o}(y)$: Écart type de mesure

N : Nombre des effets.

D'autres tests statistiques permettent d'étudier la signification de ces coefficients [2] :

- le test de FISHER-SNEDECOR permet de se prononcer sur la nullité ou la non nullité d'un coefficient.
- Le test de STUDENT permet de donner un degré de confiance à l'affirmation précédente.

2.4.3 Validation du modèle :

La validation du modèle issue de la régression linéaire se fait en comparant les valeurs mesurées au centre du domaine¹ avec ceux prédits par le modèle en ce même point. Et la question qui se pose maintenant est : $Y_{\text{calculé}}$ est-il différent de $Y_{\text{mesuré}}$?

Un teste de STUDENT nous permet de conclure si oui ou non les deux valeurs sont statistiquement différentes. Il se traduit par la création d'un intervalle pour le quel, pour un degré de confiance donné (en général égale à 95%), on encadre la valeur mesurée. [2]

Le modèle est validé si la réponse « y_0 » mesuré au centre du domaine appartient à l'intervalle :

$$y_{\text{modèle}} \pm t \cdot \acute{o}(y)$$

$y_{\text{modèle}}$: Valeur donné par le modèle au centre.

t : Variable de STUDENT à 97.5% $t_{0.975} = 4,3$. [11]

$\acute{o}(y)$: Écart type des mesures

Le coefficient « t » est fonction de la taille de l'échantillon. En utilisant une distribution de STUDENT qui prend en compte le degré de confiance de l'estimation, et le nombre de degré de liberté « d » avec lequel est estimée l'erreur de mesure.

$d = n - 1$

¹ Les points au centre du domaine sont les points les plus éloignés des points d'expérience.

2.5 Calcul numérique : (MINITAB 13)

2.5.1 Présentation du logiciel :

MINITAB 13 est un tableau de calcul statistique très performant. Il présente une interface très facile d'utilisation. Sa particularité est qu'il permet la conception et la manipulation de différents types de plans d'expériences.

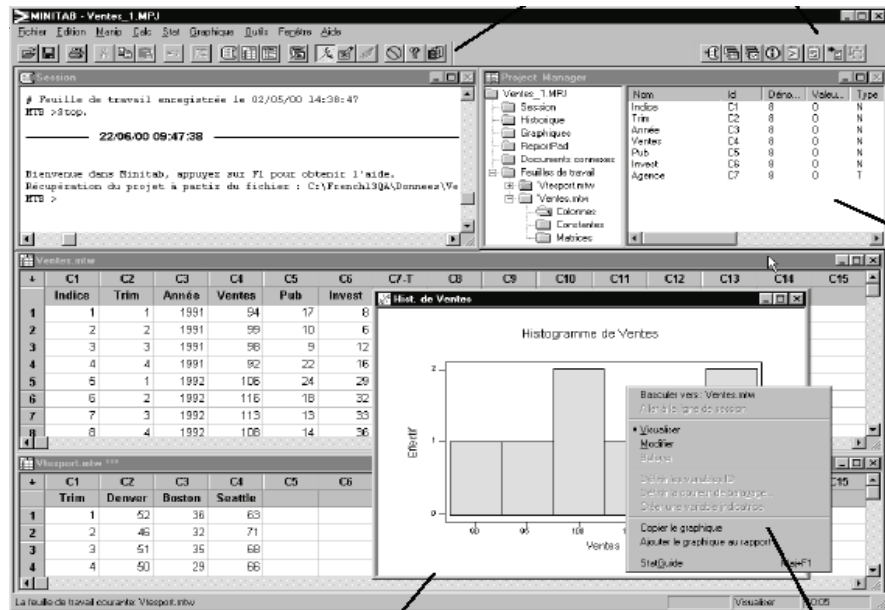


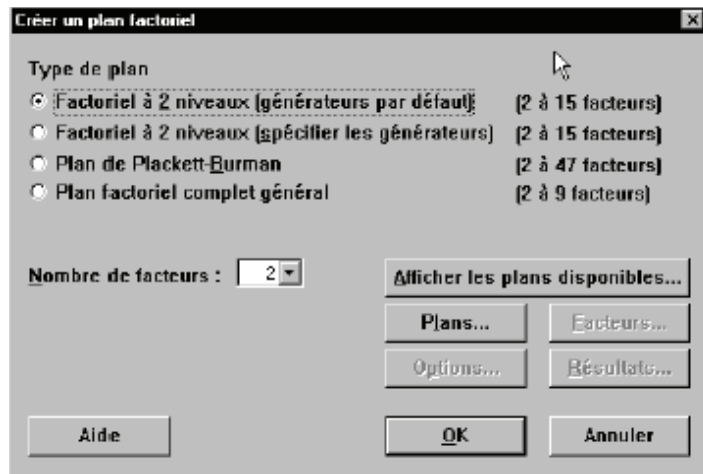
Fig. (2.12) : interface du logiciel.

2.5.2 Etapes d'utilisation (MINITAB 13) :

Création d'un plan factoriel :

1)

Fig. (2.13) : Fenêtre pour le choix du plan, facteurs et niveaux des facteurs



2)

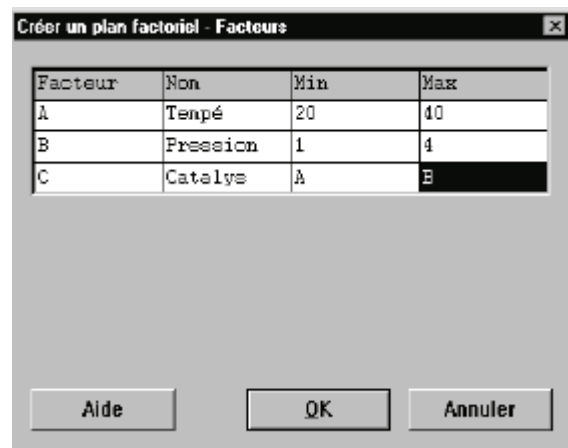
Fig. (2.14) :

- Nature du plan (complet ou fractionnaire).
- Blocking (nombre de block).
- Nombre de points au centre



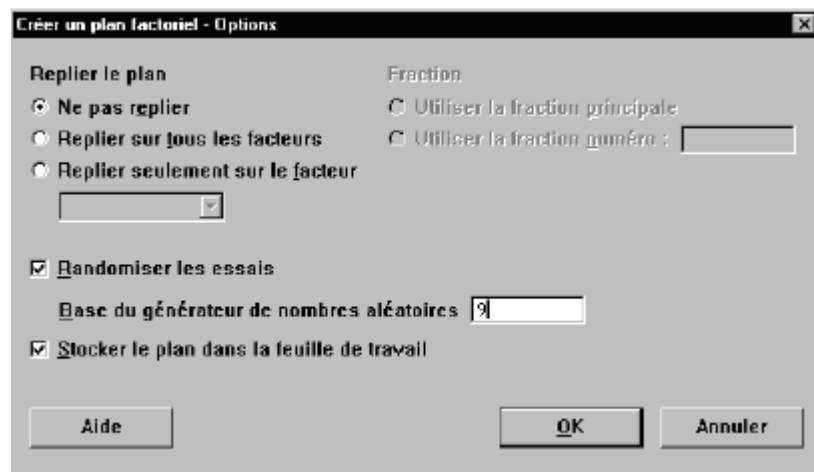
3)

Fig. (2.15) : Niveaux des facteurs



4)

Fig. (2.16) : Randomisation des essais



5)

Fig. (2.17) :
Visualisation du plan

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7-T
	OrdreStd	OrdEssai	PtCentr	Blocs	Tempé	Pression	Catalys
2	14	2	1	1	40	1	B
3	4	3	1	1	40	4	A
4	3	4	1	1	20	4	A
5	1	5	1	1	20	1	A
6	16	6	1	1	40	4	B
7	11	7	1	1	20	4	A
8	7	8	1	1	20	4	B

6)

Fig. (2.18) : Introduction de la colonne réponse
Lancement de l'analyse



7)

Fig. (2.19) :
Résultats de l'analyse :
- Effets des facteurs.
- Signification des facteurs.

Analyse de régression : Poids en fonction de Taille

L'équation de régression est
Poids = - 205 + 5,09 Taille

Régresseur	Coef	Er-T coef	T	P
Constante	-204,74	29,16	-7,02	0,000
Taille	5,0918	0,4237	12,02	0,000

S = 14,79 R-carré = 61,6% R-carré (ajust) = 61,2%

Analyse de variance

Source	DL	SC	CM	F	P
Régression	1	31592	31592	144,38	0,000
Erreur résid	90	19692	219		
Total	91	51284			

2.5.3 Signification des facteurs et validation du modèle :

Le facteur est déclaré significatif si la valeur de « p » relative à ce facteur (donnée par la régression) et inférieure à « 0,05 ». [12]

La valeur du « R² » nous renseigne sur la validité du modèle. Généralement pour une étude de béton le modèle est validé a partir d'une valeur du « R² » supérieur à « 60% ».

2.6 Mise en application des plans d'expériences :

(Planification des essais de la recherche)

2.6.1 Facteurs :

Comme il a été antérieurement souligné les facteurs ciblés par cette recherche sont les composants principaux nécessaires à la confection du béton : Eau, ciment, sable et granulats, plus précisément : Volume d'eau (**E**), quantité de ciment (**C**), le rapport pondéral gravier / sable (**G/S**), le rapport qualitative (**Q**) du gravier (8 / 15) sur le gravier (15 / 25) (**G₁/G₂**), le tout par unité de volume du mélange à l'état frais.

2.6.2 Niveaux des facteurs :

Pour le choix des niveaux des facteurs, ou (par une autre expression), du domaine expérimental, nous nous sommes tourné principalement vers la bibliographie et plus précisément vers des compositions de béton déjà réalisées dans le laboratoire et qui utilisent les même matériaux. Nous avons essayé de concevoir un domaine d'étude, tout en restant dans une plage usuelle et pratique.

Facteurs	niveaux	
Ciment C (kg/m ³)	325	-1
	370	+1
Eau E (l / m ³)	180	-1
	190	+1
rapport (gravier / sable) G/S (%)	1,6	-1
	1,8	+1
rapport (gravier1 / gravier2) Q (%)	0,25	-1
	4	+1

Tableau. (2.5) : niveaux des facteurs

2.6.3 Choix du plan d'expérience pour notre étude :

Avec un plan de quatre facteurs à deux niveau nous avons un maximum de $2^4 = 16$ essais, et vu que ce nombre est acceptable pour un travail de laboratoire un plan factoriel complet s'avère le mieux adapté pour cette étude, car il est plus précis.

Dans notre cas deux formes de plan factoriel complet peuvent être utilisés :

- **1^{ère} forme :**

Plan factoriel complet 2⁴ (quatre facteurs à deux niveaux)

La 1^{ère} forme sera réservée pour l'exécution des essais

N° d'essai	C	E	G/S	Q
1	-1	-1	-1	-1
2	1	-1	-1	-1
3	-1	1	-1	-1
4	1	1	-1	-1
5	-1	-1	1	-1
6	1	-1	1	-1
7	-1	1	1	-1
8	1	1	1	-1
9	-1	-1	-1	1
10	1	-1	-1	1
11	-1	1	-1	1
12	1	1	-1	1
13	-1	-1	1	1
14	1	-1	1	1
15	-1	1	1	1
16	1	1	1	1

- **Utilisation du blocking :**

L'exécution des « 16 » essais du plan d'expérience nécessite un minimum de deux semaines de travail de laboratoire. Donc une décomposition du plan en deux blocks est fortement recommandée.

Le blocking est une opération qui nous permet d'éviter la dérive par block¹

Block I :

N° d'essai	C	E	G/S	Q
1	-1	-1	-1	-1
3	-1	1	-1	-1
5	-1	-1	1	-1
7	-1	1	1	-1
9	-1	-1	-1	1
11	-1	1	-1	1
13	-1	-1	1	1
15	-1	1	1	1

¹ c.f § dérive par block

Block II :

N° d'essai	C	E	G/S	Q
2	1	-1	-1	-1
4	1	1	-1	-1
6	1	-1	1	-1
8	1	1	1	-1
10	1	-1	-1	1
12	1	1	-1	1
14	1	-1	1	1
16	1	1	1	1

- Randomisation :

La randomisation sera exécutée sur chaque block séparément.
La randomisation nous permet d'éviter toute dérive.

Block I :

Ordre d'exécution	N° d'essai	C	E	G/S	Q
1	13	-1	-1	1	1
2	7	-1	1	1	-1
3	1	-1	-1	-1	-1
4	15	-1	1	1	1
5	3	-1	1	-1	-1
6	9	-1	-1	-1	1
7	5	-1	-1	1	-1
8	11	-1	1	-1	1

Block II :

Ordre d'exécution	N° d'essai	C	E	G/S	Q
1	14	-1	-1	1	1
2	8	-1	1	1	-1
3	2	-1	-1	-1	-1
4	16	-1	1	1	1
5	4	-1	1	-1	-1
6	10	-1	-1	-1	1
7	6	-1	-1	1	-1
8	12	-1	1	-1	1

• 2^{ème} forme :

Plan factoriel complet « 4 x 2² » (un facteur à « 4 » niveaux et « 2 » facteurs « 2 » niveaux). La 2^{ème} forme du plan factoriel complet sera utilisée pour l'analyse et la modélisation. Donc à partir du premier plan, nous fusionnons entre les deux facteurs à deux niveaux « E » et « C » de la manière qui suit pour donner un nouveau facteur qui représente leur rapport « E/C » et qui aura quatre niveaux. (Voir figure suivante (2.20))

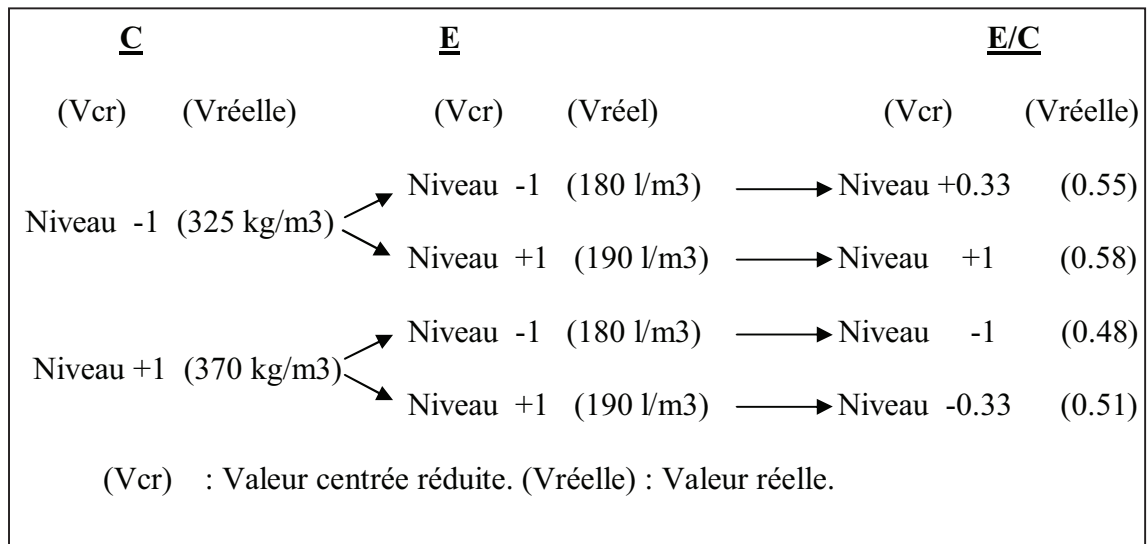


Fig. (2.20) : passage de la 1^{ère} forme a la 2^{ème}

Donc nous avons un plan factoriel complet à un facteur à quatre niveaux « E/C » et deux facteurs à deux niveaux « G/S, Q » et qui est aussi parfaitement orthogonal.

N° d'essai	E/C	G/S	Q
2	-1	-1	-1
4	-0,33	-1	-1
1	0,33	-1	-1
3	1	-1	-1
6	-1	1	-1
8	-0,33	1	-1
5	0,33	1	-1
7	1	1	-1
10	-1	-1	1
12	-0,33	-1	1
9	0,33	-1	1
11	1	-1	1
14	-1	1	1
16	-0,33	1	1
13	0,33	1	1
15	1	1	1

2.6.4 Interactions :

Pour le plan factoriel (E/C, G/S, Q) les interactions sont les suivantes :
E/C*G/S ; E/C * Q ; G/S * Q ; E/C * G/S * Q.

Matrice des effets :

N° d'essai	Moyenne	E/C	G/S	Q	E/C*G/S	E/C*Q	G/S*Q	E/C*G/S*Q
2	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
4	1	-0,33	-1	-1	0,33	0,33	1	-0,33
1	1	0,33	-1	-1	-0,33	-0,33	1	0,33
3	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
6	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
8	1	-0,33	1	-1	-0,33	0,33	-1	0,33
5	1	0,33	1	-1	0,33	-0,33	-1	-0,33
7	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
10	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
12	1	-0,33	-1	1	0,33	-0,33	-1	0,33
9	1	0,33	-1	1	-0,33	0,33	-1	-0,33
11	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
14	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
16	1	-0,33	1	1	-0,33	-0,33	1	-0,33
13	1	0,33	1	1	0,33	0,33	1	0,33
15	1	1	1	1	1	1	1	1

Chapitre III :

Étude expérimentale :

3.1 1^{ère} partie :

3.1.1 Caractéristiques physiques et mécaniques des matériaux.

3.1.2 Air occlus.

3.2 2^{ème} partie :

3.2.1 Maniabilité.

3.2.2 Résistances mécaniques.

3.1 1^{ère} partie :

3.1.1 Caractérisation Physique et Mécanique des matériaux

Introduction :

Comme il a été souligné au chapitre précédant notre travail est principalement basé sur l'utilisation de matériaux locaux (région de M'SILA).

Nous avons procédé en premier à des essais de caractérisation en laboratoire du département de génie civil de l'université de M'sila et à une collecte d'informations à partir de la documentation disponible en second, et ce, pour pouvoir réunir toutes les données et les classer dans un tableau récapitulatif.

Sachant que les principaux matériaux utilisés dans cette région sont le sable siliceux de la région de Boussaâda, les graviers toutes classes provenant des carrières d'el Euch (situé sur la route M'SILA-BBA), et les ciments de AIN TOUTA (BATNA) ou AIN KEBIRA (SETIF). Nous avons opté pour les composants suivants (composants usuels dans la région):

- Sable de Boussaâda fraction **(0 / 5)**.
- Gravier d'El Euch fraction **(8 / 15), (15 / 25)**.
- Ciment de Ain Touta type : **CPJ 45**

A) Propriétés physique des matériaux de l'étude :

Les matériaux utilisés dans les travaux de bâtiment et de génie civil doivent répondre à des impératifs de qualité et de normalisation :

a.1 Masses volumiques :

- Masse volumique apparente :

C'est la masse d'un corps par unité de volume total y compris les vides entre les grains le constituant [1].

$$\rho_{\text{app}} = M / (V \times 1000)$$

Avec : ρ_{app} : Masse volumique apparente (kg /m³).

M : Masse de l'échantillon de granulats (kg).

V : volume du récipient utilisé pour la mesure (l).

La mesure consiste à verser le granulat sec sans le tasser, et par couches successives puis araser le tout avec une réglette.

L'utilisation de récipients appropriés en forme et en contenance assure la concordance entre les résultats trouvés et les valeurs réelles.

Les résultats des essais effectués sont regroupés dans le tableau (3.1) :

	volume (l)	masse (kg)	M, volumique (kg/m ³)
sable (0/5)	3	4.700	1.57
gravier (8/15)	15	19.855	1.32
gravier (15/25)	15	19.350	1.29

Tab (3.1) : Masses volumiques apparentes

• **Masse volumique absolue :**

C'est la masse d'un corps par unité de volume de matière pleine sans aucun vide entre les grains.

A l'aide d'une éprouvette graduée on peut facilement déterminer cette valeur :

- On remplit l'éprouvette de liquide inerte vis à vis de l'échantillon étudié¹ jusqu'au niveau V1.
- On rajoute une masse M de l'échantillon à étudier.
- On lit le niveau actuel du liquide, soit V2.

La masse volumique absolue :

$$\rho_{\text{abs}} = M / ((V2 - V1) \times 1000)$$

Le tableau (3.2) résume les résultats des essais :

	volume 1 (l)	volume 2 (l)	masse (kg)	M, volumique abs (kg/m ³)
sable (0/5)	0,7	0,897	0,597	2,54
gravier (8/15)	0,7	0,89	0,5	2,63
gravier (15/25)	0,7	0,888	0,5	2,62
Ciment CPJ45	-	-	-	3,1 ²

Tab (3.2) : Masses volumiques absolues

a.2 Compacité et porosité :

La compacité est le rapport de la masse volumique apparente et la masse volumique absolue :

$$C = \rho_{\text{app}} / \rho_{\text{abs}}$$

¹ Liquide qui ne réagit pas au contact de la substance étudiée (en utilise l'eau avec le sable et les graviers, et le binz aine avec le ciment.

² Valeur tirée de la biblio. du département (labo).

La porosité est le complément à l'unité de la compacité.

$$P\% = 100\% - C\%$$

Les résultats de calcul de la compacité sont présentés au tableau (3.3)

	Masse volumique apparente	Masse volumique absolue	Compacité
sable (0/5)	1.57	2.54	0.62
gravier (8/15)	1.32	2.63	0.50
gravier (15/25)	1.29	2.62	0.49

Tab (3.3) : mesure de la compacité

a.3 Mesure de la propreté des granulats :

La présence d'impuretés dans les granulats nuit excessivement à la qualité du béton, d'où la grande importance vouée à cet égard. Le contrôle de la propreté doit être systématique et très sérieux au moment de leur utilisation. Vu leurs conditions d'extraction et surtout de stockage ils sont très vulnérables aux agents salissants.

De ces agents ou impuretés on peut citer le charbon, les scories, le mâchefer, les déchets de bois, brindilles, feuilles mortes, débris végétaux et algues. Leur présence ne doit pas excéder **0.1%**

Les sables :

En ce qui concerne les sables le contrôle de la propreté se fait par la méthode de « **l'équivalent de sable** ». Norme (NF P 18-598)

Résumé de la méthode :

- On agite une certaine quantité de sable dans une solution lavante¹ puis on laisse reposer.
- On lit : h1 hauteur du dépôt de sable visible.
h2 hauteur totale y compris le floculat²

Equivalent de sable visible :

$$E.S.V = 100 \times h1/h2$$

¹ Une solution qui contient 111g de chlorure de calcium anhydre, 480g de glycérine et 12g de formaldéhyde pour 40L d'eau [1].

² Fines en suspension

- La hauteur du dépôt de sable h_1 peut se mesurer à l'aide d'un piston lesté que l'on dépose doucement sur le sable après avoir lu la hauteur h_2 du flocculat.

Equivalent de sable avec piston :

$$E.S.P = 100 \times h_1' / h_2$$

La figure (3.1) nous illustre les différentes étapes de l'essai d'équivalent de sable

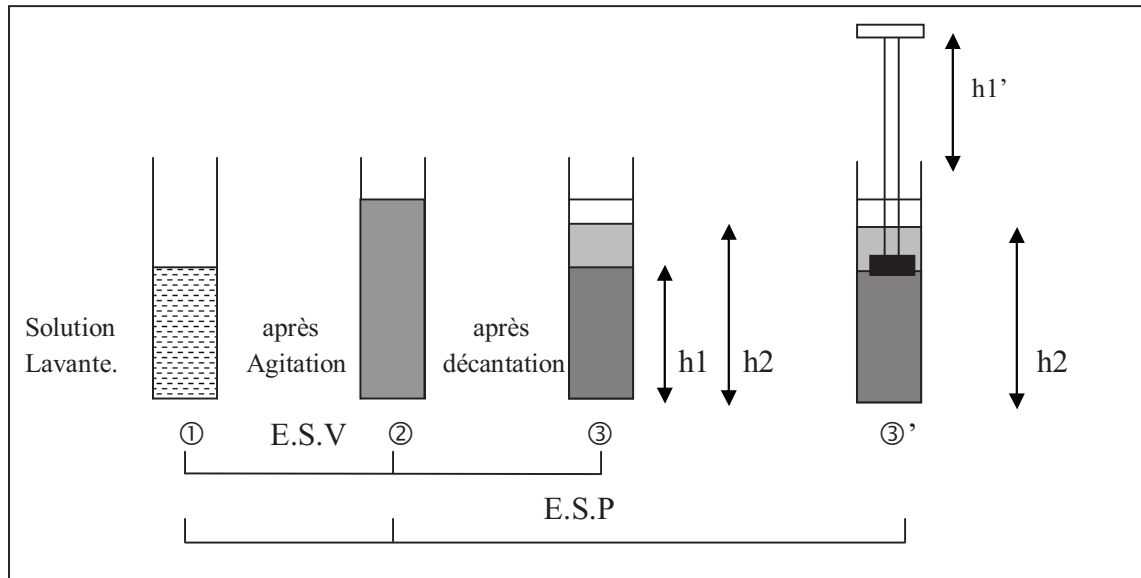


Fig. (3.1) : Essai Equivalent de sable (NF P 18-598)

	E, S	Limite de valeur	Observation
E, S, V %	80,37	75 < E.S.V < 85	Sable propre avec un faible Pourcentage d'argile
E,S,P %	74	70 < E.S.P < 80	

Tab (3.4) : Résultats d'essai de l'équivalent de sable.

a.4 Coefficient d'absorption :

Paramètre très important, en particulier lorsqu'il s'agit d'un travail de formulation de béton .Ce coefficient exprime la capacité des granulats à absorber de l'eau donc c'est le rapport de l'augmentation de la masse d'un échantillon après imbibition par l'eau, à la masse sèche de ce même échantillon.

$$AB = \frac{(M_a - M_s)}{M_s}$$

Avec : M_a : Masse de l'échantillon imbibé.

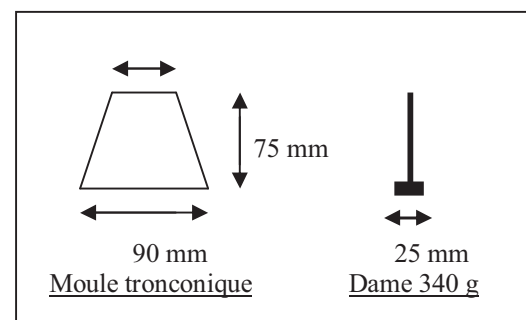
Ms : Masse de l'échantillon après étuvage.

Mesure :

- Sable : (NF P 18-555)
 - imbibition de l'échantillon dans de l'eau durant 24 h.
 - Etalement sur une surface plane non absorbante.
 - Exposition de l'échantillon à un flux d'air chaud à fin de sécher la surface des grains.
 - S'assurer de la non cohésion des grains à l'aide d'un moule tronconique¹.

40 mm

Fig. (3.2) : Dimension du moule tronconique et de la dame (NF P 18-555)



- Pesée de l'échantillon dit imbiber. → « Ma »
- Passage à l'étuve 105°C pendant 24 h, puis nouvelle pesée. → « Ms ».

- Gravier : (NF P 18-554)
 - Les gravillons sont soigneusement épongés et essuyés après imbibition, puis pesés. « Ma ».
 - Passage à l'étuve 105°C pour 24 h .avant nouvelle pesée « Ms ».

Les résultats des pesées sont les suivant : tab. (3.5)

	Ma (g)	Ms (g)	ab (%)
sable	208	206,33	0,81
gravier (8/15)	809,75	803	0,84
gravier (15/25)	1023,84	1016	0,77

Tab (3.5) : taux d'absorption des granulats

¹ L'échantillon y est versé et compacté à l'aide de la dame .puis démoulage. L'échantillon est prêt s'il s'écoule après démoulage (fig. 4.2)

a.5 Analyse granulométrique :

L'analyse granulométrique des différents granulats utilisés dans ce travail ; Et cela sous-entend ceux de la région de M'sila a été établie en laboratoire suivant les prescriptions des normes européennes (EN 933-1 et EN 933-2).

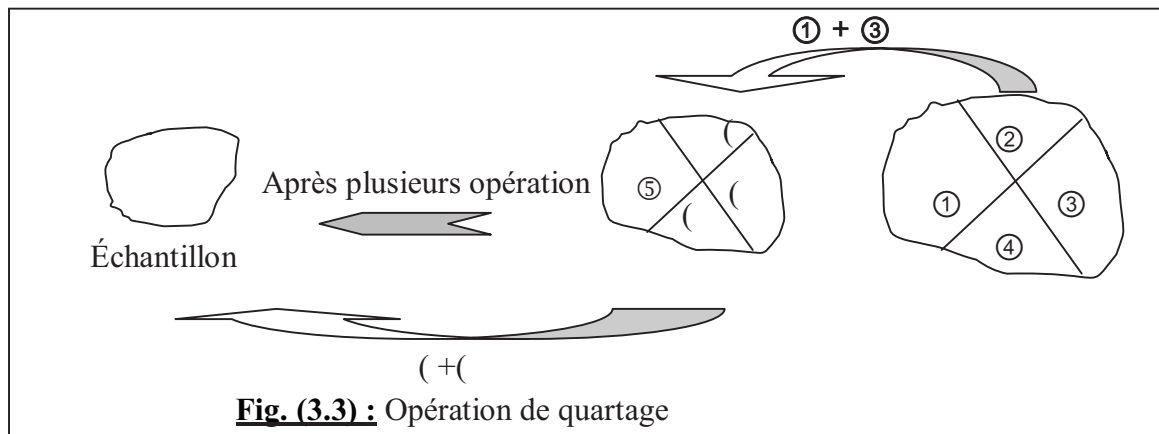
L'opération a été exécutée sur des fractions représentatives à chaque type de granulat.

- **Préparation des échantillons :**

Les échantillons à étudier doivent respectés les considérations suivantes :

L'échantillonnage :

L'utilisation du quartage assure la représentativité des fractions étudiées. (Opération qui consiste a découper le tas de granulats en quatre parties pour en prendre deux non juxtaposées³, et recommencer (voir fig. 3.3).



Quantités nécessaires :

La quantité doit être :

- Assez grande pour que l'échantillon soit représentatif.
- Assez faible pour éviter la saturation des tamis et pour que la durée de l'essai soit acceptable.

En pratique la quantité est déterminée avec la formule suivante :

Avec : - M : Masse de l'échantillon.

$$M \geq 0.2D$$

³ Non accolées.

- D : Diamètre du gros granulat.

D'ou nous avons considéré les masses suivantes :

	Sable 0/ 5	gravier 8/15	gravier 15/25
Masse	0,7 kg	3 kg	5 kg

• **Résultats de l'analyse :**

tamis	Pourcentage des tamisas cumulés (%)		
	sable	8/15	15/25
plat	0	0	0
0,125	4,23		
0,5	67,32		
0,63	71,76		
1,25	85,21		
2,5	96,12		
5	100	0,27	
6,3		0,38	
8		4,21	
10		21,16	0,41
12,5		78,02	0,41
16		100	17,08
20			88,19
25			100

Remarque :

Nous remarquons l'absence de fines dans le sable. Cela est dû au lavage du sable par l'oued Maïter

Tab. (3.6) : Tableau récapitulatif des résultats de tamisage

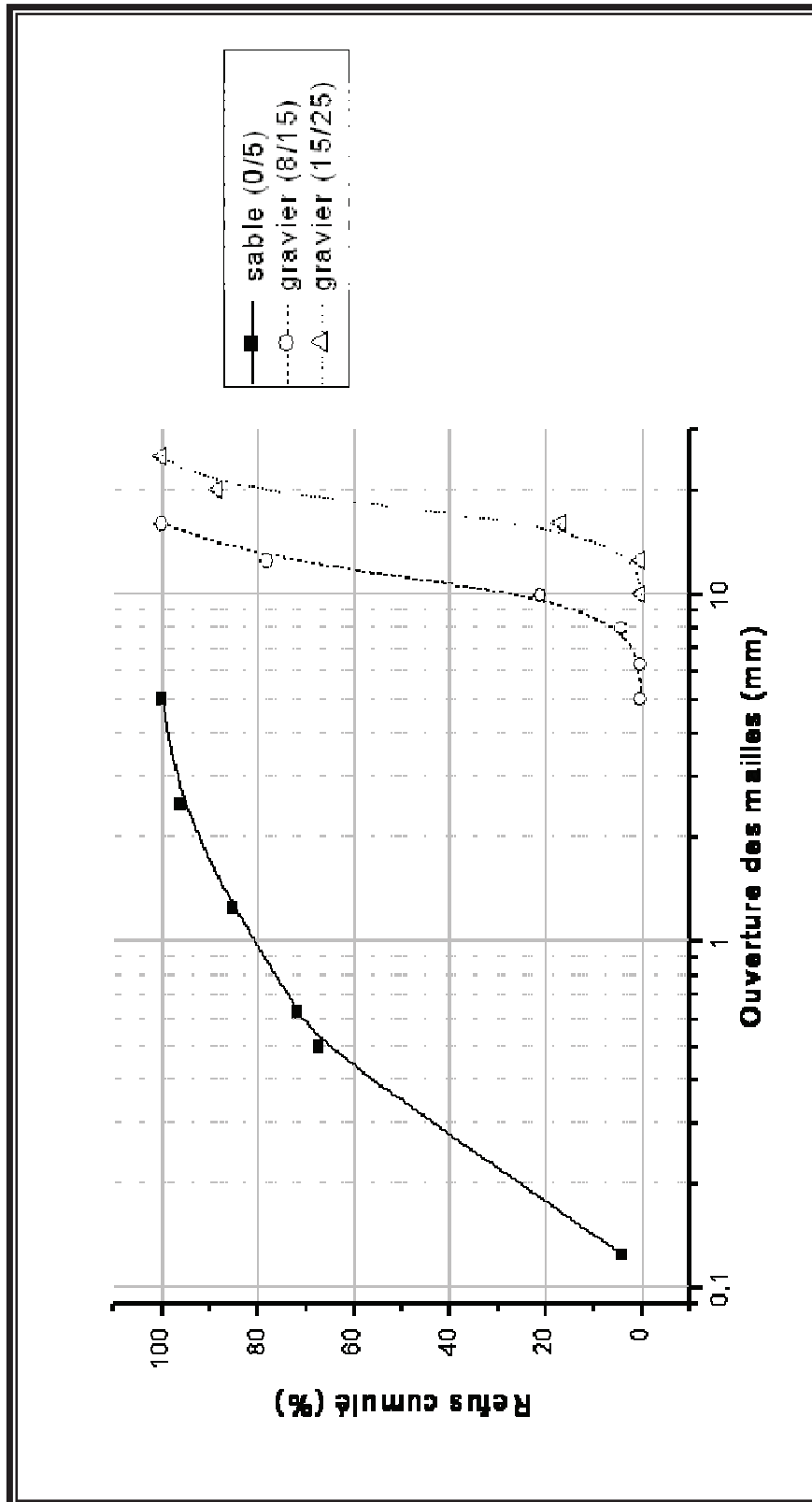


Fig. (3.4) : courbes granulométriques caractérisant les classes granulaires utilisés

• **Module de finesse du sable :**

Il représente le caractère plus ou moins fin d'un sable. Il correspond à la somme des pourcentages des refus cumulés, ramenés à l'unité pour les tamis d'ouvertures (exprimés en mm) : 0.16 – 0.315 – 0.63 – 1.25 – 2.5 - 5 [1]

Tamis	Refus %
0,16	82
0,315	53,5
0,63	28,2394366
1,25	14,7887324
2,5	3,8028169
5	0

$$MF = \frac{(80 + 52.5 + 28.24 + 14.79 + 3.8 + 0)}{100} = 1.82$$

1.8 < MF = 1.82 < 2.2 **sable fin** (Fig. (4.5))

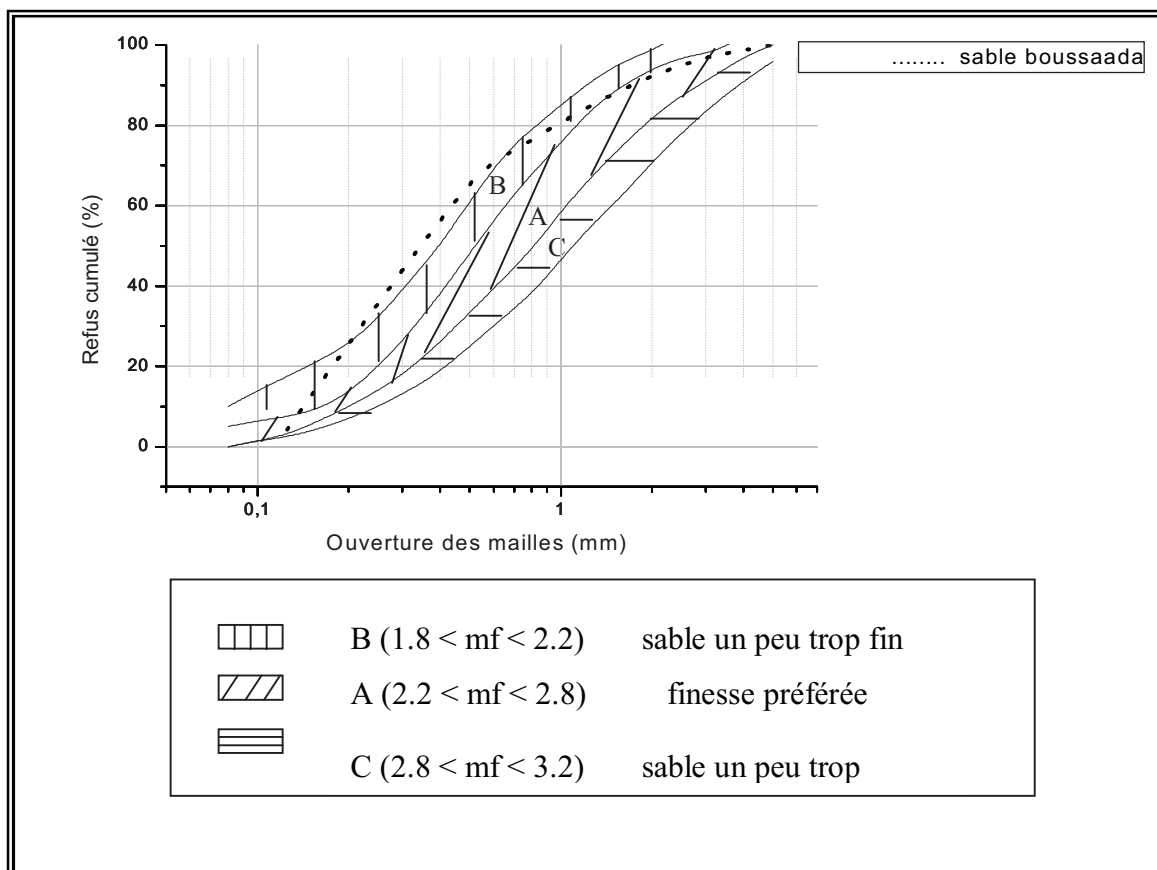


Fig. (3.5) Position du sable de Boussaâda par rapport au fuseau granulaire et du point de vue finesse [1]

3.1.1.b Propriétés mécaniques :**b.1 Résistance aux chocs essai Los Angeles : (NF P 18-573)**

Mesure de la résistance à la fragmentation du gravier.

L'essai est réalisé sur un échantillon de « M1= 5000± 2g » et d'une granulométrie comprise entre 4 mm et 25 mm .

Après lavage et passage à l'étuve l'échantillon est introduit dans l'appareil Los-Angeles avec les 11 boulets normalisés.

Après 500 rotations, l'échantillon est lavé puis tamiser (tamis 1.6 mm) et peser à nouveau, soit « M2 ».

$$LA = \frac{(M1 - M2)}{M1} \times 100$$

Avec LA : coefficient Los Angeles.

Résultats :

M1 (g)	M2 (g)	LA (%)
5000	3860	22,80

b.2 Résistance à l'usure essai Micro-Deval:

C'est la quantification de l'usure des granulats par frottement mutuel en présence d'eau et d'une charge abrasive.

La même procédure que l'essai Los Angeles sauf que le nombre de rotation est de 12000 tours en deux heures.

$$M_{DE} = \frac{(M1 - M2)}{M1} \times 100$$

Avec M_{DE} : coefficient Micro-Deval

Résultats :

M1 (g)	M2 (g)	MDE (%)
500	430	14,00

3.1.1.c Récapitulatif des résultats de caractérisation physique et mécanique :

Tous les résultats obtenue lors de la caractérisation physique et mécanique des composants principaux du béton de la région de M'sila sont résumés dans le tableau suivant : tab. (3.7).

		Sable (0/5)	Gravier (8/15)	Gravier (15/25)
Propriétés physiques :	Masse volumique : (kg/m ³) - Apparente : - Absolue :	1.57 2.54	1.32 2.63	1.29 2.62
	Compacité : C (%)	0.62	0.50	0.49
	Porosité : P (%)	0.38	0.50	0.51
	Propreté : (équivalent de sable) E.S.V (%) E.S.P (%)	80.37 74
	Coefficient d'absorption : ab (%)	0.81	0.84	0.77
	Module de finesse : MF	1.82
Propriétés mécaniques :	Résistance aux chocs : Coefficient Los Angeles LA (%)	22.80		
	Résistance a l'usure : Coefficient Micro-Deval : M _{DE} (%)	14		

Tab (3.7) : Récapitulatif des propriétés physiques et mécaniques des matériaux.

3.1.2 L'air occlus :

3.1.2.a Introduction :

Comme nous l'avons évoqué précédemment l'étude du volume d'air emprisonné dans un mélange de béton, est très nécessaire pour la suite de notre travail. Sachant que cette variable qu'est le volume d'air occlus (VAO) dépend de plusieurs facteurs tels que : dosage en eau, ciment, la forme des granulats, la granulométrie du mélange, sa consistance et l'intensité et les moyens de serrage. Il devient très nécessaire de consacrer une bonne partie du travail à l'estimer et à le modéliser en fonction des variations des composants de notre béton.

Pour se faire, une mesure de l'air occlus sera effectuée sur un nombre défini (selon le plan d'expériences) de différents gâchés de béton à l'aide d'un aéromètre à béton d'une capacité de 5 litres. Une fois les résultats obtenus, ils seront utilisés pour construire un modèle mathématique prédictif reliant le VAO aux composants du mélange.

Mais comme la suite du travail sera effectuée sur des éprouvettes à béton de un litre de volume, et que pour une même vibration un récipient de un litre peut ne pas se compacter de la même façon qu'un récipient de 5 litres. Un facteur de correction sera déterminé en comparant les masses volumiques des deux récipients.

Pour arriver à notre but nous avons dressé un cheminement à prendre :

- 1- Désignation des facteurs et plans d'expériences.
- 2- Pré formulation
- 3- conduite des essais et collecte des résultats.
- 4- modélisation.

3.1.2.b Facteurs et plan d'expériences :

Facteurs	niveaux	
Ciment C (kg/m ³)	Niveaux -1	325
	Niveaux +1	370
Eau E (l / m ³)	Niveaux -1	180
	Niveaux +1	190
Rapport (gravier / sable) G/S	Niveaux -1	1,6
	Niveaux +1	1,8
Rapport (gravier1 / gravier2) Q	Niveaux -1	0,25
	Niveaux +1	4

Tab. (3.8) : niveaux des facteurs

Le plan d'expériences est composé de deux blocks distincts, spécialement conçus pour éviter la dérive par block (Blocking)¹.

¹ c. f § ordre d'essais

- **Block I :**

Ordre d'exécution	N° d'essai	C	E	G/S	Q
1	13	-1	-1	1	1
2	7	-1	1	1	-1
3	1	-1	-1	-1	-1
4	15	-1	1	1	1
5	3	-1	1	-1	-1
6	9	-1	-1	-1	1
7	5	-1	-1	1	-1
8	11	-1	1	-1	1

- **Block II :**

Ordre d'exécution	N° d'essai	C	E	G/S	Q
1	14	1	-1	1	1
2	10	1	1	1	-1
3	4	1	-1	-1	-1
4	16	1	1	1	1
5	8	1	1	-1	-1
6	6	1	-1	-1	1
7	4	1	-1	1	-1
8	12	1	1	-1	1

Tab. (3.9) : planification des essais (plans d'expérience).
Valeurs centrées réduites.

3.1.2.c Pré formulation:

La pré formulation a été établie sur la base de la méthode des volumes absolus avec l'hypothèse d'un volume d'air égale à zéro pour toutes les gâchées. Et un volume ciblé de béton frais égale à « 7 litres ».

$$V_C + V_E + V_S + V_G = 7 \text{ Litres}$$

A partir des valeurs réelles des facteurs étudiés : E/C, G/S, Q. La détermination des proportions du mélange s'effectue, avec la prise en compte du volume d'eau pouvant être rapporté par les agrégats

$$V_C + V_E + V_G + V_S + V_V = V_T$$

- V_C : Volume du ciment.

$$V_C = \frac{M_C}{\rho_C} \quad \begin{array}{l} M_C : \text{Masse du ciment.} \\ \rho_C : \text{Masse volumique absolue du ciment.} \end{array}$$

Le dosage en ciment¹ prescrit par Le BAEL 91[15] :

classe de ciment	32,5 et 32,5 R		42,5 et 42,5 R	
	CC	AS	CC	AS
D = 16	300 kg/m ³			
20	350 kg/m ³	325 kg/m ³	325 kg/m ³	300 kg/m ³
25	à justifier	400 kg/m ³	375 kg/m ³	350 kg/m ³
30	non admis	à justifier	à justifier	à justifier

CC : Cas courant.

AS : Autocontrôle surveillé.

- V_E : volume d'eau.

$$V_E = \frac{M_E}{\rho_E} - \frac{ES_{G1} \cdot M'_{G1}}{\rho_E} - \frac{ES_{G2} \cdot M'_{G2}}{\rho_E} - \frac{ES_S \cdot M'_S}{\rho_E}$$

M_E : Masse d'eau nécessaire.

M'_{G1} : Masse sèche du gravier G_1 (gravier 15 / 25).

M'_{G2} : Masse sèche du gravier G_2 (gravier 8 / 15).

M'_S : Masse sèche du gravier S (sable 0 / 5).

ES_{G1}, ES_{G2}, ES_S : Pourcentage à la masse sèche de l'eau apporté par G_1, G_2, S

ρ_E : Masse volumique de l'eau égale à « 1 ».

$$\frac{M_E}{\rho_E} : \text{Volume d'eau nécessaire, } \frac{ES_{G1} \cdot M'_{G1}}{\rho_E} : \text{Volume d'eau apporté par } G_1.$$

$$\frac{ES_{G2} \cdot M'_{G2}}{\rho_E} : \text{Volume d'eau apporté par } G_2 .$$

$$\frac{ES_S \cdot M'_S}{\rho_E} : \text{Volume d'eau apporté par } S .$$

¹ c.f chapitre I.

- V_G : Volume du gravier.

$$V_G = \frac{M'_{G1}}{\rho_{G1}} + \frac{M'_{G2}}{\rho_{G2}} \quad M'_{G1} = \mathbf{Q} \cdot M'_{G2}$$

ρ_{G1} : Masse volumique absolue du gravier G_1 égale a « 2.62 ».

ρ_{G2} : Masse volumique absolue du gravier G_2 égale a « 2.63 ».

\mathbf{Q} : Rapport de masse G_1 / G_2 .

- V_S : Volume du sable.

$$V_S = \frac{M'_S}{\rho_S} \quad M'_S = \left[\frac{\mathbf{Q} + 1}{(\mathbf{G}/\mathbf{S})} \right] \cdot M_{G2}$$

ρ_S : Masse volumique absolue du sable S égale à « 2.54 ».

(\mathbf{G}/\mathbf{S}) : Rapport de masse gravier / sable.

- V_V : Volume des vides.

Pour cette première partie du travail le volume des vides est supposé égale « 0 ».

$$V_V = 0.$$

- **Proportion :**

- **Masse du ciment :**

$$M_C = \frac{Dos_C}{V_t} \quad Dos_C : \text{Dosage en ciment prescrit par le BAEL 91.}$$

- **Masse du gravier G_2 :**

$$M'_{G2} = \frac{V_t \cdot \left(1 - \frac{V_V}{1000}\right) - M_C \left(\frac{1}{\rho_C} + \frac{(\mathbf{E}/\mathbf{C})}{\rho_E} \right)}{\left[\frac{\mathbf{Q}}{\rho_{G1}} + \frac{1}{\rho_{G2}} + \frac{\mathbf{Q} + 1}{\rho_S \cdot (\mathbf{G}/\mathbf{S})} - \frac{ES_{G1} \cdot \mathbf{Q}}{\rho_E} - \frac{ES_{G2}}{\rho_E} - \frac{ES_S \cdot (\mathbf{Q} + 1)}{\rho_E \cdot (\mathbf{G}/\mathbf{S})} \right]}$$

Avec : $M_{G2} = ES_{G2} \cdot M'_{G2} + M'_{G2}$

M_{G2} : Masse du gravier G_2 à l'état naturel (sur le tas).

- **Masse du gravier G_1** :

$$M'_{G1} = \mathbf{Q} \cdot M'_{G2} \qquad M_{G1} = ES_{G1} \cdot M'_{G1} + M'_{G1}$$

M_{G1} : Masse du gravier G_1 à l'état naturel (sur le tas).

- **Masse du sable** :

$$M'_S = M'_{G2} \cdot \left(\frac{\mathbf{Q} + 1}{\mathbf{(G/S)}} \right) \qquad M_S = ES_S \cdot M'_S + M'_S$$

M_S : Masse du sable S à l'état naturel (sur le tas).

- **Volume d'eau** :

$$M_E = (\mathbf{E/C}) \cdot M_C - M'_{G2} \left(ES_{G1} \cdot \mathbf{Q} + ES_{G2} + \frac{ES_S \cdot (\mathbf{Q} + 1)}{\mathbf{(G/S)}} \right)$$

M_E : Masse de l'eau, et qui est égale a son volume.

• **Block I** :

- **Données de base : (a1)**

Ordre d'exécution	N° d'essai	Dosage en ciment (kg/m3)	volume en eau (l / m3)	rapport G / S	rapport G1 / G2	volume du vide (%o)	volume ciblé (l)
1	13	325	180	1,8	4	0	7
2	7	325	190	1,8	0,25	0	7
3	1	325	180	1,6	0,25	0	7
4	15	325	190	1,8	4	0	7
5	3	325	190	1,6	0,25	0	7
6	9	325	180	1,6	4	0	7
7	5	325	180	1,8	0,25	0	7
8	11	325	190	1,6	4	0	7

- 1^{ère} série d'essais : (b1)

Ordre d'exécution	N° d'essai	masse du ciment (kg)	volume en eau (l)	masse du gravier 1 (kg)	masse du gravier 2 (kg)	masse du sable (kg)
1	13	2,275	1,26	6,674	1,668	4,634
2	7	2,275	1,33	1,647	6,590	4,576
3	1	2,275	1,26	1,598	6,392	4,993
4	15	2,275	1,33	6,580	1,645	4,570
5	3	2,275	1,33	1,576	6,302	4,924
6	9	2,275	1,26	6,383	1,596	4,987
7	5	2,275	1,26	1,671	6,683	4,641
8	11	2,275	1,33	6,294	1,573	4,917

- **Block II :**

- Données de base : (a2)

Ordre d'exécution	N° d'essai	Dosage en ciment (kg/m3)	volume en eau (l / m3)	rapport G / S	rapport G1 / G2	volume du vide (%)	volume ciblé (l)
1	14	370	180	1,8	4	0	7
2	10	370	190	1,8	0,25	0	7
3	4	370	180	1,6	0,25	0	7
4	16	370	190	1,8	4	0	7
5	8	370	190	1,6	0,25	0	7
6	6	370	180	1,6	4	0	7
7	4	370	180	1,8	0,25	0	7
8	12	370	190	1,6	4	0	7

- 2^{ème} série d'essais : (b2)

Ordre d'exécution	N° d'essai	masse du ciment (kg)	volume en eau (l)	masse du gravier 1 (kg)	masse du gravier 2 (kg)	masse du sable (kg)
1	14	2,59	1,26	6,538	1,635	4,540
2	10	2,59	1,26	6,253	1,563	4,885
3	4	2,59	1,33	1,543	6,173	4,822
4	16	2,59	1,33	6,445	1,611	4,476
5	8	2,59	1,33	1,614	6,454	4,482
6	6	2,59	1,26	1,637	6,548	4,547
7	4	2,59	1,26	1,565	6,262	4,892
8	12	2,59	1,33	6,164	1,541	4,816

Tab. (3.10) :

- (a1, a2) planification des essais en valeurs réelles.
- (b1, b2) pré formulation (méthode des volumes absolues)

3.1.2.d Conduite des essais et acquisition des résultats :**a. Conduite des essais :**

Les essais destinés à un travail de modélisation doivent être réalisés avec une très grande rigueur. Sachant que la moindre variation qu'elle soit d'origine humaine ou atmosphérique peut être fatale pour ce genre de travail. Donc nous avons planifié toutes les tâches à exécuter de façon à éviter toute perturbation ou « bruit » extérieur.

b. Matériel utilisé :

Pour cette partie du travail nous avons utilisé le matériel suivant :

- Un aéromètre à béton d'une capacité de 5 litres. avec pompe et aiguille de piquage ;
- Un moule à béton de forme cubique (10x10 cm) ;
- Un malaxeur à béton ;
- Une table vibrante ;
- Une balance ROBERVAL d'une précision de 1g pour les pesées des composants de chaque gâché ;
- Une bascule d'une précision de 50 g ;
- Un chronomètre.

c. Tâches exécutées :

- A. Préparation du matériau à utiliser (eau, ciment, sable et gravier).
- B. Pesée et disposition dans des sacs en plastique de tous les composant de tous les mélanges.

Pour chaque gâchée :

1. Malaxage : temps nécessaire (de 15 à 20 s) ;
2. Remplissage du moule cubique de (10x10), et du récipient de l'aéromètre ;
3. Vibration de l'ensemble éprouvette récipient pour une durée de 15 s. (NF P 18-353) ;
4. Arasage la surface supérieur du récipient de l'aéromètre et de l'éprouvette ;
5. Pesée du récipient et de l'éprouvette sur la bascule ;
6. Remise de la partie supérieure de l'aéromètre, et mesure de l'air occlue.
7. Vider et bien nettoyer l'éprouvette et le récipient de leur contenue, puis laisser sécher ;
8. Refaire les mêmes taches avec les gâchées suivantes.

d. Précautions à prendre :

- Bien nettoyer le malaxeur avant chaque essai.
- S'assurer de l'homogénéité du mélange à chaque remplissage de l'éprouvette ou du récipient de l'aéromètre.
- Utiliser de l'eau en abondance pour bien nettoyer l'éprouvette et le récipient après chaque usage.
- Essayer de garder la même cadence pour tous les essais.

e. Mesure de la teneur en air :

Il existe trois méthodes pour mesurer la teneur en air dans un béton frais.

- **Méthode gravimétrique : [8]**

C'est la plus ancienne des trois. Elle consiste simplement à comparer la masse volumique du béton compacté contenant de l'air. ρ_a .A la masse volumique théorique du même béton sans air. ρ .

$$\% AIR = 1 - (\rho_a / \rho) * 100$$

Cette méthode est décrite dans la norme ASTM 138-92 et peut être utilisée lorsque la masse volumique du granulat et les proportions du béton sont constants.

- **Méthode volumétrique : [8]**

Dans cette méthode, on mesure la différence de volume d'un échantillon de béton compacté avant et après en avoir expulsé l'air. L'air est ôté en agitant, en renversant, en faisant rouler et en remuant un récipient spécial constitué de deux parties distinctes (les détails de la procédure sont décrits dans la norme ASTM 173-94). La principale difficulté rencontrée avec cette méthode vient du fait que la masse d'eau qui remplace l'air est faible en comparaison avec la masse totale du béton. Cette méthode convient pour des bétons confectionnés à partir de n'importe quel type de granulats.

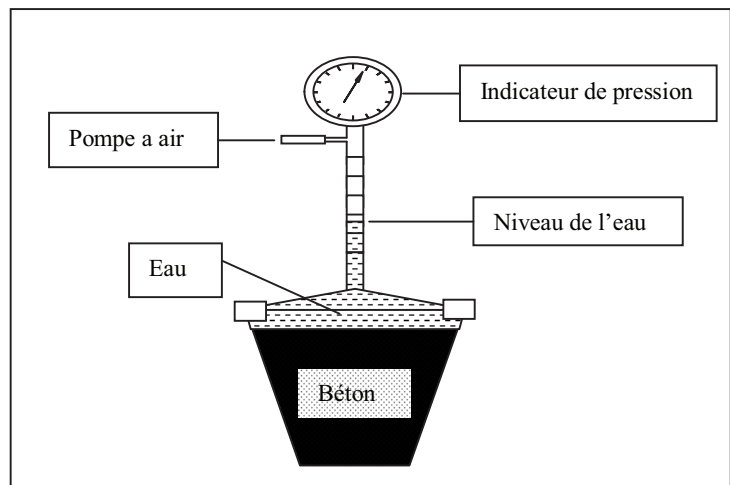
- **Méthode préssiométrique : [8] [4]**

C'est la méthode la plus utilisée et la mieux adaptée pour un usage en chantier. Son principe est fondé sur la relation entre le volume d'air et la pression appliquée (à une température constante) donné par la loi de MARIOTTE. Avec cette méthode, les proportions du béton et les propriétés des matériaux n'ont pas à être connues et, lorsque l'on utilise un aéromètre commercial (Fig. (4.6), aucun calcul n'est nécessaire, l'appareil indique directement la teneur en air (en %).

Cette méthode est la plus fiable et la plus précise pour déterminer la teneur en air d'un béton. Elle sera utilisée pour la suite du travail.

La norme (NF P18-353) décrit et explique en détail le mode opératoire.

Fig. (3.6):
Aéromètre à béton



f. Résultats des essais: (Volume de l'air occlue)

On a procédé à trois essais (donc trois lectures)

• **1^{er} block :**

N° d'essai	Ordre d'exécution	VAO1 (‰)	VAO2 (‰)	VAO3 (‰)	VAO moy (‰)
1	13	11,5	11,5	11,25	11,4
2	7	6,5	6,5	7	6,67
3	1	14	13	12	13
4	15	7	6,5	6,5	6,67
5	3	8,5	8,5	8,75	8,58
6	9	14	14	13,5	13,83
7	5	6,5	7	7	6,83
8	11	10	9,5	9	9,5

• **2^{ème} block :**

N° d'essai	Ordre d'exécution	VAO1 (‰)	VAO2 (‰)	VAO3 (‰)	VAO moy (‰)
1	14	13,5	13	13	13,17
2	10	15	15	14	14,67
3	4	12	12	12,5	12,17
4	16	9,5	9	9	9,17
5	8	7,5	7,5	7,5	7,5
6	6	10,5	10	10,5	10,33
7	4	15	14,5	15	14,83
6	12	12,5	11,5	11,5	11,83

Tab. (3.11) : résultats des essais.

VAO1, VAO2, VAO3 : première, deuxième et troisième lecture du VAO.
VAO moy : moyenne des lecture du VAO.

3.1.2.e Analyse des résultats :

Pour l'analyse des résultats nous avons utilisé le logiciel spécialisé en statistique et plan d'expérience MINITAB 13 [12], il nous a été d'une aide précieuse pour les calculs de régression et de validation.

1 Matrice des effets : (2^{ème} forme)

N° d'essai	Ordre exécution	moy	E/C	G/S	Q	E/C*G/S	E/C*Q	G/S*Q	E/C*G/S*Q	VAO moy (%)
2	15	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	14,8333
4	11	1	-0,33	-1	-1	0,33	0,33	1	-0,33	12,1667
1	3	1	0,33	-1	-1	-0,33	-0,33	1	0,33	13
3	5	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	8,5833
6	14	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	10,3333
8	13	1	-0,33	1	-1	-0,33	0,33	-1	0,33	7,5
5	7	1	0,33	1	-1	0,33	-0,33	-1	-0,33	6,8333
7	2	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	6,6667
10	10	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	14,6667
12	16	1	-0,33	-1	1	0,33	-0,33	-1	0,33	11,8333
9	6	1	0,33	-1	1	-0,33	0,33	-1	-0,33	13,8333
11	8	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	9,5
14	9	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	13,1667
16	12	1	-0,33	1	1	-0,33	-0,33	1	-0,33	9,1667
13	1	1	0,33	1	1	0,33	0,33	1	0,33	11,4167
15	4	1	1	1	1	1	1	1	1	6,6667

Tab. (3.12) : Tableau général, effets et résultats. (2^{ème} forme)

2 Modélisation :

Le modèle linéaire s'écrit de la façon suivante :

$$\text{VAO}(\%) = A_0 + A_1 E/C + A_2 G/S + A_3 Q + A_{12} E/C * G/S + A_{13} E/C * Q + A_{23} G/S * Q + A_{123} E/C * G/S * Q$$

- **Détermination des coefficients du modèle :(Ai)**

Les coefficients du modèle sont obtenus à l'aide d'une régression multiple exécutée sur le logiciel d'analyse statistique MINITAB 13.

Volume d'air occlus :

Analyse de régression : VAO en fonction de : E/C; G/S; Q ; E/C*G/S ; E/C*Q ; G/S*Q ; E/C*G/S*Q

L'équation de régression est

$$\text{VAO} = 10.64 - 2.27 \text{ E/C} - 1.67 \text{ G/S} + 0.646 \text{ Q} + 0.094 \text{ E/C*G/S} - 0.045 \text{ E/C*Q} + 0.490 \text{ G/S*Q} - 0.376 \text{ E/C*G/S*Q}$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	10.6354		0.4151	25.62	0.000	
E/C	-2.2687		0.5575	-4.07	0.004	1.0
G/S	-1.6667		0.4151	-4.01	0.004	1.0
Q	0.6458		0.4151	1.56	0.158	1.0
E/C*G/S	0.0944		0.5575	0.17	0.870	1.0
E/C*Q	-0.0454		0.5575	-0.08	0.937	1.0
G/S*Q	0.4896		0.4151	1.18	0.272	1.0
E/C*G/S*Q	-0.3764		0.5575	-0.68	0.519	1.0

S = 1.661

R - carré = 82.2%

- **Signification des facteurs :**

A partir des résultats du logiciel la signification des coefficients des facteurs et des interactions est déterminée suivant la valeur obtenue de « P » [11]:

- $p \leq 0.01$ très significatif.
- $p \leq 0.05$ significatif.
- $p \leq 0.1$ peu significatif.
- $p > 0.1$ très peu à non significatif.

Pour l'ajustement du modèle nous gardons l'effet de Q même s'il est peu significatif. Une nouvelle régression est relancée en éliminant les facteurs et interactions non significatifs.

Volume d'air occlus :

Analyse de régression : VAO en fonction de : E/C; G/S; Q

L'équation de régression est

$$\text{VAO} = 10.64 - 2.27 \text{ E/C} - 1.67 \text{ G/S} + 0.646 \text{ Q}$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	10.6354		0,3767	28,2310	0.000	
E/C	-2.2687		0,5059	-4,4841	7,470E-4	1.0
G/S	-1.6667		0,3767	-4,4240	8,297E-4	1.0
Q	0.6458		0,3767	1,7143	0,112	1.0

S = 1.507

R - carré = 78.0 %

Le modèle de la 2^{ème} forme est :

$$\text{VAO (\%)} = 10,64 - 2,27 \text{ E/C} - 1,67 \text{ G/S} + 0,65 \text{ Q}$$

- **Validation du modèle :**

- **Essais au centre du domaine :**

Tous les facteurs sont ramenés au niveau « 0 » (centre du domaine d'étude) :

- E	niveau « 0 »	→	E = 185 l/m ³ .	} ▷ E/C=0.53
- C	niveau « 0 »	→	C = 347.5 kg/m ³	
- G/S	niveau « 0 »	→	G/S = 1.7	
- Q = G1/G2	niveau « 0 »	→	Q = 2.125	

Résultats des essais au centre :

ordre essai	Ordre d'exécution	E/C		G/S		Q		VAO exp.
		Vcr	Vréel	Vcr	Vréel	Vcr	Vréel	
C1	C1	0	0.535	0	1.7	0	2.125	11,5
C2	C2	0	0.535	0	1.7	0	2.125	10,5
C3	C3	0	0.535	0	1.7	0	2.125	10,5

Tab. (4.13) : Essais au centre du domaine.

VAO exp : Valeurs du VAO mesurées au centre du domaine, à comparer avec ceux prédits par le modèle.

- **Variance de mesure :**

$$V(y) = S_0^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_1^n (\bar{y}_0 - y_{0i})^2$$

$$\bar{y}_0 = 10.83$$

$$V(y) = S_0^2 = 0.333$$

- **Variance des effets :**

$$V(E) = \frac{V(y)}{N}$$

$$\acute{o}(y) = \sqrt{\frac{V(y)}{N}} = 0.14$$

$\acute{o}(y)$: Écart type de mesure

Le modèle est validé si la réponse « y_0 » mesurée au centre du domaine (VAO_{exp}) appartient à l'intervalle : (teste de STUDENT)

$$y_{\text{mod } ele} \pm t \cdot \acute{o}(y)$$

$y_{modèle}$: Valeur donné par le modèle au centre. Égale à 10,64 (%)

t : Variable de STUDENT à 97.5% $t_{0.975} = 4,3$.

$\sigma(y)$: Écart type des mesures $\sigma(y) = 0.14$

Nous avons :

$$11.24 > \begin{pmatrix} y_{01} = 11.5 \\ y_{02} = 10.5 \\ y_{03} = 10.5 \end{pmatrix} > 9.22 \quad \text{vérifiée}$$

Conclusion : Le modèle est déclaré valides sur le domaine expérimental et se présente comme suit :

$$\text{VAO (\%)} = 10,64 - 2,27 \text{ E/C} - 1,67 \text{ G/S} + 0,65 \text{ Q}$$

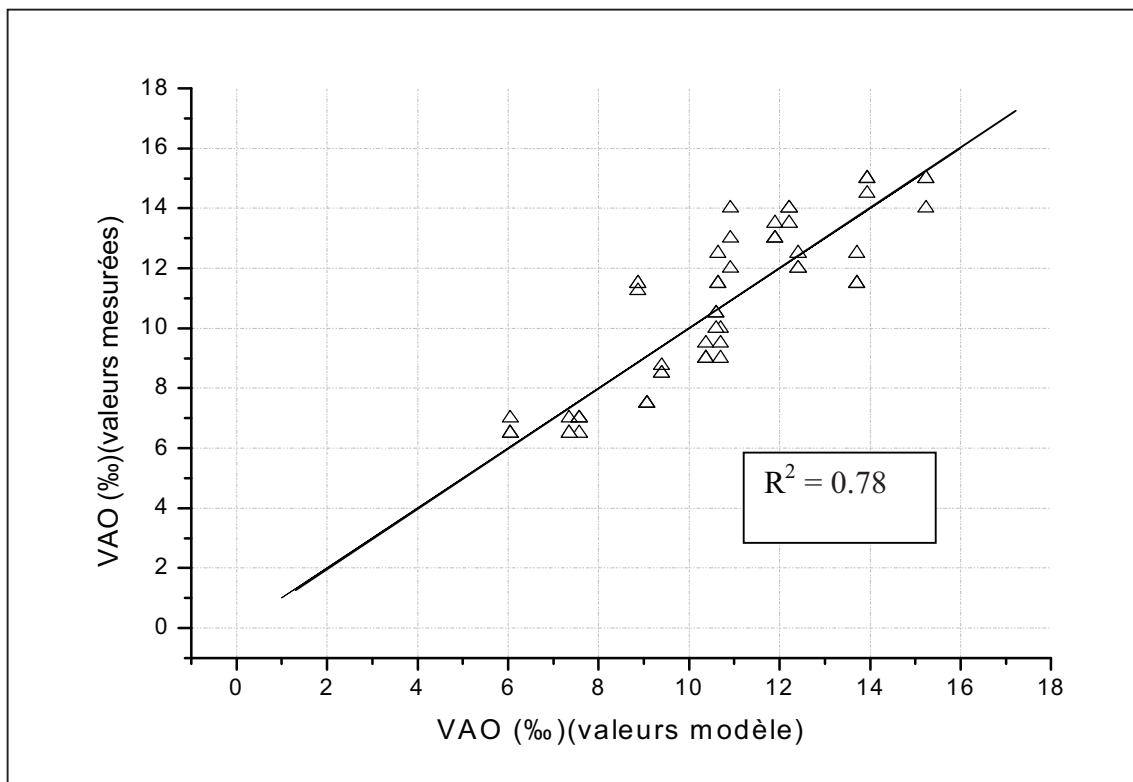


Fig. (3.7) : dispersion des résultats de mesure par rapport au modèle du VAO

Nous remarquons une dispersion homogène rapprochée de la droite de référence qui représente le modèle établi. Ceci est traduit par un coefficient de détermination « $R^2=0.78$ » très acceptable, ce qui confirme la validité du modèle.

N.B :

De la même manière nous pouvant aussi déterminer les modèles issues de la première forme (en fonction de : C, E, G/S, Q) :

1 Matrice des effets : (1^{ère} forme) :

N° essai	moy	C	E	G/S	Q	C*E	C*G/S	C*Q	E*G/S	E*Q	G/S*Q	VAO moy (%)
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	13
2	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	14,83
3	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	8,58
4	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	12,17
5	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	6,83
6	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	10,33
7	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	6,67
8	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	7,5
9	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	13,83
10	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	14,67
11	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	9,5
12	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	11,83
13	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	11,42
14	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	13,17
15	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	6,67
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9,17

Tab. (3.12) : Tableau général, effets et résultats. (1^{ème} forme)

Où le modèle linéaire avec interactions du premier ordre¹ s'écrit de la façon suivante :

$$\text{VAO}(\%) = A_0 + A_1 C + A_2 E + A_3 G/S + A_4 Q + A_{12} C * E + A_{13} C * G/S + A_{14} C * Q + A_{23} E * G/S + A_{24} E * Q + A_{34} G/S * Q.$$

Après les calculs de régressions effectués à l'aide du logiciel Minitab 13, et élimination des effets non significatifs le modèle est :

$$\text{VAO}(\%) = 10.64 + 1.07 C - 1.62 E - 1.67 G/S + 0.65 Q$$

¹ Les interactions du deuxième et troisième ordre sont rarement significatives, elles sont négligées.

3 Facteur de correction :

Comme le travail va être effectué avec des récipients de différents volumes et de différentes formes (récipient de l'aéromètre de forme cylindrique et d'une capacité de 5 litres, éprouvette cubique d'une capacité de 1 litre). Nous avons préconisé, un facteur de correction qui sera établi sur la base d'une comparaison entre les masses volumiques du béton vibré de l'aéromètre et de l'éprouvette cubique.

- 1^{er} block :

N° d'essai	Ordre d'exécution	Ma vide	Ma plein	Me vide	Me plein	R
1	13	5,75	17,9	5,6	8,06	0,99
2	7	5,75	17,9	5,45	7,975	0,96
3	1	5,75	17,95	5,75	8,18	1,00
4	15	5,75	17,95	5,6	8,05	1,00
5	3	5,75	17,9	5,8	8,2	1,01
6	9	5,75	17,8	5,67	8,11	0,99
7	5	5,75	17,925	5,63	8,05	1,01
8	11	5,75	17,95	5,62	8,04	1,01

- 2^{ème} block :

N° d'essai	Ordre d'exécution	Ma vide	Ma plein	Me vide	Me plein	R
1	14	5,75	17,75	5,68	8,1	0,99
2	10	5,75	17,77	5,68	8,1	0,99
3	4	5,75	17,85	5,64	8,05	1,00
4	16	5,75	17,85	5,78	8,17	1,01
5	8	5,75	17,9	5,57	8	1,00
6	6	5,75	17,83	5,5	7,9	1,01
7	4	5,75	17,8	5,64	7,95	1,04
8	12	5,75	17,82	5,65	8,08	0,99

Tab. (3.14) : facteur de correction relatif a chaque essai

Ma_{vide} : masse du récipient de l'aéromètre vide.

Ma_{plein} : masse du récipient de l'aéromètre plein et vibré pendant 15 secondes.

Me_{vide} : masse de l'éprouvette vide.

Me_{plein} : masse de l'éprouvette pleine et vibrée pendant les même 15 secondes.

R : facteur de correction.

$$R = \frac{(Ma_{plein} - Ma_{vide}) / 5}{(Me_{plein} - Me_{vide})}$$

Nous constatons que pour une durée de vibration de 15 secondes les deux récipients se sont compactés de la même façon. $R \approx 1$ Donc aucune correction.

3.1.2.f Interprétations physiques :

On se référant au modèle établie :

$$\text{VAO (\%)} = 10,64 - 2,27 \text{ E/C} - 1,67 \text{ G/S} + 0,65 \text{ Q}$$

On peut conclure qu'à l'intérieur du domaine expérimental, les trois facteurs sujets de ce travail (E/C, G/S, Q) sont des éléments influents pour la capacité d'un béton à emprisonner de l'air.

- **Pour E/C et G/S :**

Les facteurs « E/C » et « G/S » sont précédés d'un signe négatif, donc une augmentation de leurs valeurs¹ entraînent une diminution du VAO, et inversement.

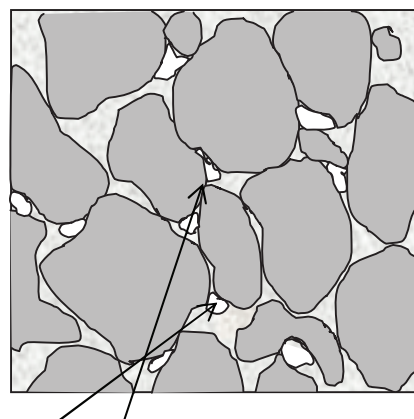
Cela peut être expliqué par une diminution ou une augmentation de la plasticité du mélange, ce qui favorise une évacuation plus ou moins freinée des bulles d'air lors de la vibration.

- L'augmentation de la valeur du rapport « E/C » soit qu'elle est due a une augmentation du volume d'eau ou à une diminution dosage en ciment, entraîne une augmentation du volume de l'eau libre du mélange, principal élément gérant la plasticité du mélange.
- L'augmentation du rapport « G/S » entraîne la diminution de la surface spécifique du mélange « gravier, sable », donc son imbibition nécessite moins d'eau ce qui nous ramène à plus d'eau libre donc plus de plasticité.

- **Pour Q :**

Avec un signe positif le facteur « Q » représentant la proportion du gravier (15/25) par rapport au gravier (8/15), favorise une évolution de même signe au VAO.

- Cela peut être traduit par le fait que plus nous avons d'éléments grossiers dans le mélange, plus il y a formation de poche emprisonnant de l'air sous l'effet de l'empilement gravitaire des granulats dans le mélange. (Fig. (3.8))



Poche d'air .

Fig. (3.8) : poche d'air emprisonnées.

Conclusion : La quantité d'air que peut contenir un béton après sa vibration est fonction surtout de sa plasticité et de la proportion en éléments grossiers.

¹ Toujours en valeurs centré réduite.

3.2 2^{ème} Partie :

Introduction :

Prenant base sur la première partie, cette seconde partie est consacrée à la détermination de modèles prédictifs concernant la maniabilité et la résistance mécanique du béton.

Moyennant toujours la méthode des plans d'expérience. Le domaine de la première partie, sera la cible aussi de cette deuxième, en plus pour la phase de pré formulation nous allons utiliser le modèle du VAO précédemment établi pour compléter la méthode des volumes absolus et évaluer la quantité d'air qui sera contenue dans chaque composition.

Comme pour la première partie, le même cheminement sera observé pour cette seconde sauf pour la phase de pré formulation où intervient le modèle prédictif de l'air occlus.

3.2.1 Maniabilité du béton frais : et résistances mécaniques

3.2.1.a Plan d'essais :

Le même plan factoriel complet à deux blocks est utilisé comme plan d'essai. Les facteurs et niveaux de facteurs sont les même que nous rappelons ci-dessous:

Facteurs	niveaux	
Ciment C (kg/m ³)	Niveaux -1	325
	Niveaux +1	370
Eau E (l / m ³)	Niveaux -1	180
	Niveaux +1	190
rapport (gravier / sable) G/S (%)	Niveaux -1	1,6
	Niveaux +1	1,8
rapport (gravier1 / gravier2) Q (%)	Niveaux -1	0,25
	Niveaux +1	4

Tab. (3.8) : niveaux des facteurs

3.2.1.b Pré formulation :

En plus de la méthode des volumes absolus qui est toujours à la base de la préformulation, nous avons l'introduction du terme du volume de vide prédit par le modèle de la première partie, et un volume total ciblé de 15 litres

$$VC + VE + VS + VG + VVAO = 15 \text{ litres}$$

Les tableaux suivants résument l'étape de préformulation :

Block I :• **Données de base : (a1)**

Ordre d'exécution	N° d'essai	Dosage en ciment (kg/m ³)	volume en eau (l / m ³)	rapport G / S	rapport G1 / G2	volume du vide Prédit (‰)	volume ciblé (l)
1	13	325	180	1,8	4	8,8269	15
2	7	325	190	1,8	0,25	6,014	15
3	1	325	180	1,6	0,25	10,8749	15
4	15	325	190	1,8	4	7,306	15
5	3	325	190	1,6	0,25	9,354	15
6	9	325	180	1,6	4	12,1669	15
7	5	325	180	1,8	0,25	7,5349	15
8	11	325	190	1,6	4	10,646	15

• **1^{ère} série d'essais (b1)**

Ordre d'exécution	N° d'essai	masse du ciment (kg)	volume en eau (l)	masse du gravier 1 (kg)	masse du gravier 2 (kg)	masse du sable (kg)
1	13	4,875	2,700	12,536	3,134	8,705
2	7	4,875	2,850	3,229	12,917	8,970
3	1	4,875	2,700	2,903	11,614	9,073
4	15	4,875	2,850	12,640	3,160	8,778
5	3	4,875	2,850	2,928	11,713	9,151
6	9	4,875	2,700	11,351	2,838	8,868
7	5	4,875	2,700	3,203	12,812	8,898
8	11	4,875	2,850	11,450	2,863	8,945

Block II :• **Données de base : (a2)**

Ordre d'exécution	N° d'essai	Dosage en ciment (kg/m ³)	volume en eau (l / m ³)	rapport G / S	rapport G1 / G2	volume du vide Prédit (‰)	volume ciblé (l)
1	14	370	180	1,8	4	11,846	15
2	10	370	190	1,8	0,25	9,0331	15
3	4	370	180	1,6	0,25	13,894	15
4	16	370	190	1,8	4	10,3251	15
5	8	370	190	1,6	0,25	12,3731	15
6	6	370	180	1,6	4	15,186	15
7	4	370	180	1,8	0,25	10,554	15
8	12	370	190	1,6	4	13,6651	15

• 2^{ème} série d'essais : (b2)

Ordre d'exécution	N° d'essai	masse du ciment (kg)	volume en eau (l)	masse du gravier 1 (kg)	masse du gravier 2 (kg)	masse du sable (kg)
1	14	5,550	2,700	11,642	2,910	8,084
2	10	5,550	2,850	3,005	12,021	8,348
3	4	5,550	2,700	2,689	10,758	8,404
4	16	5,550	2,850	11,746	2,936	8,157
5	8	5,550	2,850	2,714	10,857	8,482
6	6	5,550	2,700	10,495	2,624	8,200
7	4	5,550	2,700	2,979	11,917	8,276
8	12	5,550	2,850	10,595	2,649	8,277

Tab. (3.10) :

- (a1, a2) planification des essais en valeurs réels.
- (b1, b2) pré formulation (méthode des volumes absolues)

3.2.1.c Conduite des essais et acquisition des résultats :

a. Conduite des essais :

Les essais à réaliser sont :

- Affaissement au cône d'ABRAMS.
- Essais de compression sur éprouvettes cubiques (10x10) a « 7 » et « 28 » jours.
- Essai brésilien à « 28 » jours.

b. Matériel utilisé :

Le matériel utilisé est :

- Une balance.
- Un malaxeur à béton d'une capacité supérieur à 15 litres.
- Un cône d'ABRAMS.
- Une aiguille de piquage.
- Une table vibrante.
- Moules cubiques (10x10).
- Moules cylindriques (16/32).

c. Tâches exécutées :

- A. Préparation des matériaux : (eau, ciment, sable et gravier).
- B. Pesées et disposition dans des sacs en plastique de tous les composants de tous les mélanges.

Pour chaque gâchée :

- Malaxage : temps nécessaire (de 15 à 20 s). {Première partie.}
- remplir le cône d'ABRAHAMS en trois couches avec un piquage de « 25 » coups pour chaque couche.
- retrait du cône et mesure de l'affaissement.
- remplissage de « 6 » éprouvettes cubique (10x10) :
 - « 3 » éprouvettes pour les écrasements à « 7 jours ».
 - « 3 » éprouvettes pour les écrasements à « 28 jours ».
- remplissage d'une éprouvette cylindrique (16/32) {essai brésilien à 28 jours.
- la conservation de toutes les éprouvettes s'est effectuée à l'air libre.

d. Précaution à prendre :

- Bien nettoyer le malaxeur avant chaque essai.
- S'assurer de l'homogénéité du mélange à chaque remplissage.
- Essayer de garder la même cadence pour tous les essais.

3.2.1.d Résultats des essais :

1 Affaissement :

N° d'essai	E/C	G/S	Q	Aff (cm)
2	-1	-1	-1	9
4	-0,33	-1	-1	10
1	0,33	-1	-1	8,5
3	1	-1	-1	11
6	-1	1	-1	11
8	-0,33	1	-1	10
5	0,33	1	-1	9
7	1	1	-1	10
10	-1	-1	1	7
12	-0,33	-1	1	9.5
9	0,33	-1	1	8,5
11	1	-1	1	11
14	-1	1	1	8
16	-0,33	1	1	8.5
13	0,33	1	1	8
15	1	1	1	10

Tab. (3.11) : résultats des essais. (Affaissement)

Aff : Affaissement au cône d'ABRAHAMS mesuré en (cm)

2 Résistance a la compression :

- Ecrasement à « 7 jours » :

N° d'essai	E/C	G/S	Q	Résistance à la compression à 7 jours			
				r1	r2	r3	Rc ₇ moy
2	-1	-1	-1	28	26	25,5	26,5
4	-0,33	-1	-1	27,5	27	27	27,17
1	0,33	-1	-1	23,5	24,7	24,7	24,3
3	1	-1	-1	19	21,5	18,8	19,77
6	-1	1	-1	30,5	30,2	30	30,23
8	-0,33	1	-1	23,8	24,5	23,7	24
5	0,33	1	-1	23,2	21	22,2	22,13
7	1	1	-1	21,2	22	23,7	22,3
10	-1	-1	1	28,7	29	28,5	28,73
12	-0,33	-1	1	26	28,5	28,5	27,67
9	0,33	-1	1	16,8	17,7	18,5	17,67
11	1	-1	1	17	16,5	19,5	17,67
14	-1	1	1	29,3	30,5	30,2	30
16	-0,33	1	1	27,2	27,8	29,2	28,07
13	0,33	1	1	22,5	22,5	20,5	21,83
15	1	1	1	18,5	20,5	21,5	20,17

Tab. (3.11) : résultats des essais. (Rc 7 jours)

- Ecrasement à « 28 jours »

N° d'essai	E/C	G/S	Q	Résistance à la compression à 28 jours			
				r1	r2	r3	Rc ₂₈ moy
2	-1	-1	-1	32	33,5	31,5	16 32,33
4	-0,33	-1	-1	29	30,5	31	12 30,17
1	0,33	-1	-1	27	29	30	15 28,67
3	1	-1	-1	22	23,5	24,5	13 24,17
6	-1	1	-1	32	33,5	34,5	14 33,33
8	-0,33	1	-1	30	32	30,5	2 30,83
5	0,33	1	-1	27,5	28,5	28	8 28
7	1	1	-1	24	26,5	27	1 25,83
10	-1	-1	1	30	31,5	34	6 31,83
12	-0,33	-1	1	30	33	33,5	10 32,17
9	0,33	-1	1	24	26	26	3 23,33
11	1	-1	1	25,5	27,5	27	9 25,83
14	-1	1	1	33	34,5	35	7 34,17
16	-0,33	1	1	31,5	34	33	4 32,83
13	0,33	1	1	21,5	25	26	11 26,67
15	1	1	1	23	22,5	25	5 24,67

Tab. (3.11) : résultats des essais. (Rc 28 jours)

3 Résistance à la traction :

- Essai brésilien :

N° d'essai	E/C	G/S	Q	Essai brésilien à 28 jours		
				P (Mn)	h (m)	Rt ₂₈ en (Mpa)
2	-1	-1	-1	0,154	0,315	1,95
4	-0,33	-1	-1	0,174	0,32	2,16
1	0,33	-1	-1	0,184	0,32	2,29
3	1	-1	-1	0,188	0,32	2,34
6	-1	1	-1	0,172	0,293	2,34
8	-0,33	1	-1	0,146	0,307	1,89
5	0,33	1	-1	0,157	0,32	1,95
7	1	1	-1	0,168	0,32	2,09
10	-1	-1	1	0,142	0,31	1,82
12	-0,33	-1	1	0,18	0,315	2,28
9	0,33	-1	1	0,156	0,32	1,94
11	1	-1	1	0,166	0,32	2,07
14	-1	1	1	0,194	0,32	2,41
16	-0,33	1	1	0,218	0,32	2,51
13	0,33	1	1	0,184	0,32	2,29
15	1	1	1	0,166	0,32	2,07

Tab. (3.11) : résultats des essais. (Rt 28)

P : force de compression. (Mn)

h : hauteur de l'éprouvette cylindrique. (m)

Rt : résistance a la traction. (Mpa)

3.2.1.e Modélisation :

Le modèle linéaire complet relatif à chaque caractéristique étudiée s'écrit de la façon suivante :

$$Y = A_0 + A_1 E/C + A_2 G/S + A_3 Q + A_{12} E/C * G/S + A_{13} E/C * Q + A_{23} G/S * Q + A_{123} E/C * G/S * Q$$

1 Détermination des coefficients du modèle :(Ai)

Les coefficients du modèle sont obtenus à l'aide d'une régression multiple exécuté sur le logiciel d'analyse statistique MINITAB 13.

- **Affaissement : (Aff)**

Analyse de régression : aff en fonction de : E/C; G/S ; Q ; E/C*G/S ; E/C*Q ; G/S*Q ; E/C*G/S*Q

L'équation de régression est

$$\text{Aff} = 9.31 + 0.640 \text{ E/C} - 0.000 \text{ G/S} - 0.5 \text{ Q} - 0.526 \text{ E/C*G/S} + 0.6 \text{ E/C*Q} + 0.187 \text{ G/S*Q} - 0.112 \text{ E/C*G/S*Q}$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	9.3125		0.2415	38.56	0.000	
E/C	0.6403		0.3243	1.97	0.084	1.0
G/S	0.0000		0.2415	0.00	1.000	1.0
Q	-0.5		0.2415	-2.07	0.072	1.0
E/C*G/S	-0.5264		0.3243	-1.62	0.143	1.0
E/C*Q	+0.6008		0.3243	1.85	0.101	1.0
G/S*Q	0.1875		0.2415	-0.77	0.456	1.0
E/C*G/S*Q	-0.1127		0.3243	0.34	0.737	1.0

S = 0.966

R-carré = 65.2 %

- **Résistance à la compression à « 7 jours » (Rc7)**

Analyse de régression : Rc7 en fonction de : E/C; G/S ; Q ; E/C*G/S ; E/C*Q ; G/S*Q ; E/C*G/S*Q

L'équation de régression est

$$\text{Rc7} = 24.3 - 4.79 \text{ E/C} + 0.578 \text{ G/S} - 0.287 \text{ Q} + 0.180 \text{ E/C*G/S} - 1.13 \text{ E/C*Q} + 0.463 \text{ G/S*Q} + 0.377 \text{ E/C*G/S*Q}$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	24.2631		0.5588	43.42	0.000	
E/C	-4.7878		0.7505	-6.38	0.000	1.0
G/S	0.5781		0.5588	1.03	0.331	1.0
Q	-0.2869		0.5588	-0.51	0.622	1.0
E/C*G/S	0.1804		0.7505	0.24	0.816	1.0
E/C*Q	-1.1301		0.7505	-1.51	0.171	1.0
G/S*Q	0.4631		0.5588	0.83	0.431	1.0
E/C*G/S*Q	0.3766		0.7505	0.50	0.629	1.0

S = 2.235

R-carré = 85.0%

- **Résistance a la compression à « 28 jours » :(Rc28)**

Analyse de régression : Rc28 en fonction de : E/C; G/S ; Q ; E/C*G/S ; E/C*Q ; G/S*Q ; E/C*G/S*Q

L'équation de régression est

$$\text{Rc28} = 29.1 - 4.23 \text{ E/C} + 0.489 \text{ G/S} - 0.114 \text{ Q} - 0.270 \text{ E/C*G/S} - 0.379 \text{ E/C*Q} + 0.158 \text{ G/S*Q} - 0.320 \text{ E/C*G/S*Q}$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	29.0519		0.4736	61.34	0.000	
E/C	-4.2315		0.6361	-6.65	0.000	1.0
G/S	0.4894		0.4736	1.03	0.332	1.0
Q	-0.1144		0.4736	-0.24	0.815	1.0
E/C*G/S	-0.2699		0.6361	-0.42	0.682	1.0
E/C*Q	-0.3789		0.6361	-0.60	0.568	1.0
G/S*Q	0.1581		0.4736	0.33	0.747	1.0
E/C*G/S*Q	-0.3198		0.6361	-0.50	0.629	1.0

S = 1.895

R-carré = 85.3%

- **Résistance à la traction à « 28 jours » : (R_{t28})**

Analyse de régression : R_{t28} en fonction de : E/C; G/S ; Q ; E/C*G/S ; E/C*Q ; G/S*Q ; E/C*G/S*Q

L'équation de régression est

$$R_{t28} = 2.15 - 0.0081 E/C + 0.0438 G/S + 0.0237 Q - 0.137 E/C*G/S - 0.0538 E/C*Q + 0.103 G/S*Q + 0.0127 E/C*G/S*Q$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	2.15000	0.04340		49.54	0.000	
E/C	-0.00813	0.05829		-0.14	0.893	1.0
G/S	0.04375	0.04340		1.01	0.343	1.0
Q	0.02375	0.04340		0.55	0.599	1.0
E/C*G/S	-0.13679	0.05829		-2.35	0.047	1.0
E/C*Q	-0.05383	0.05829		-0.92	0.383	1.0
G/S*Q	0.10250	0.04340		2.36	0.046	1.0
E/C*G/S*Q	0.01270	0.05829		0.22	0.833	1.0

S = 0.1736

R-carré = 62.5%

2 Signification des facteurs:

A partir des résultats du logiciel la signification des coefficients des facteurs et des interactions est déterminée suivant la valeur obtenue de « P » [11]:

- p ≤ 0.01 très significatif.
- p ≤ 0.05 significatif.
- p ≤ 0.1 peu significatif.
- p > 0.1 très peu a non significatif.

Pour l'ajustement mathématique de certains modèles nous gardons quelques effets même s'il sont peut significatif.

Une nouvelle régression est relancée en éliminant les facteurs et interactions non significatifs.

- **Affaissement : (Aff)**

Analyse de régression : Aff en fonction de : E/C; Q ; E/C*G/S ; E/C*Q

L'équation de régression est

$$Aff = 9.31 + 0.640 E/C - 0.5 Q - 0.526 E/C*G/S + 0.6 E/C*Q$$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	9.3125	0.2176		42.79	0.000	
E/C	0.6403	0.2923		2.19	0.053	1.0
Q	-0.5	0.2176		-2.30	0.044	1.0
E/C*G/S	-0.5264	0.2923		-1.80	0.101	1.0
E/C*Q	0.6008	0.2923		2.05	0.067	1.0

S = 0.87

R-carré = 64.6 %

- **Résistance à la compression à « 7 jours » (R_{c7})**

Analyse de régression : Rc7 en fonction de : E/C; E/C*Q

L'équation de régression est
 $R_{c7} = 24.3 - 4.79 E/C - 1.13 E/C*Q$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	24.2631		0,4981	48,7074	0.000	
E/C	-4.7878		0,6689	-7,1567	0.000	1.0
E/C*Q	-1.1301		0,6689	-1,6892	0,115	1.0

S = 1.99 R-carré = 81 %

- **Résistance à la compression à « 28 jours » : (R_{c28})**

Analyse de régression : Rc28 en fonction de : E/C

L'équation de régression est
 $R_{c28} = 29.1 - 4.23 E/C$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	29.0519		0.3932	72.44	0.000	
E/C	-4.2315		0.5280	-7.86	0.000	1.0

S = 1.573 R-carré = 83.5 %

- **Résistance à la traction à « 28 jours » : (R_{t28})**

Analyse de régression : Rt28 en fonction de : E/C*G/S ; G/S*Q

L'équation de régression est
 $R_{t28} = 2.15 - 0.137 E/C*G/S + 0.103 G/S*Q$

Régresseur	Coef	Er	-T coef	T	P	FIV
Constante	2.15000		0.03785	56.80	0.000	
E/C*G/S	-0.13679		0.05084	-2.69	0.021	1.0
G/S*Q	0.10250		0.03785	2.71	0.020	1.0

S = 0.151 R-carré = 61 %

3 validations des modèles :

- **Essais au centre du domaine :**

Tous les facteurs au niveau « 0 »:

Ordre d'exécution	N° d'essai	E/C	G/S	Q	Aff (cm)	Rc7	Rc28	Rt28
c	c	0	0	0	8.5	24,80	29,33	2,26
c	c	0	0	0	10	23,90	30,00	2,34
c	c	0	0	0	9	22,90	30,00	2,59

Tab. (3.13) : Essais au centre du domaine.

- **Etude de la variance :**

Réponse	V(y)	V(E)	$\sigma(y)$
Aff	0,58	0,036459	0,19
Rc7	0,26	0,01625	0,127
Rc28	0,93	0,058125	0,24
Rt28	0,03	0,001875	0,04

$V(y)$: Variance de mesure.

$V(E)$: Variance des effets.

$\sigma(y)$ Écart type de mesure.

Le modèle est validé si la réponse « y_0 » mesuré au centre du domaine appartient à l'intervalle : (teste de STUDENT)

$$y_{\text{mod } ele} \pm t \cdot \sigma(y)$$

- **Affaissement : (Aff)**

$$\sigma(y) = 0.125$$

Nous avons :

$$10.13 > \begin{pmatrix} y_{01} = 9 \text{ cm} \\ y_{02} = 8.5 \text{ cm} \\ y_{03} = 9.5 \text{ cm} \end{pmatrix} > 8.49 \quad \text{condition vérifiée}$$

- **Résistance à la compression à « 7 jours » (Rc7)**

$$\sigma(y) = 0.13$$

Nous avons :

$$24.85 > \begin{pmatrix} y_{01} = 24.8 \\ y_{02} = 23.9 \\ y_{03} = 22.9 \end{pmatrix} > 23.75 \quad \text{condition vérifiée}$$

- **Résistance a la compression à « 28 jours » : (R_{c28})**

$$\sigma(y) = 0.24$$

Nous avons :

$$31.16 > \begin{pmatrix} y_{01} = 29.33 \\ y_{02} = 30 \\ y_{03} = 30 \end{pmatrix} > 28.07 \quad \text{condition vérifiée}$$

- **Résistance à la traction à « 28 jours » : (R_{t28})**

$$\sigma(y) = 0.04$$

Nous avons :

$$2.34 > \begin{pmatrix} y_{01} = 2.06 \\ y_{02} = 2.34 \\ y_{03} = 2.59 \end{pmatrix} > 1.97 \quad \text{condition vérifiée}$$

4 Modèles adoptés :

- **Affaissement : (Aff)**

$$\text{Aff} = 9.31 + 0.640 \text{ E/C} - 0.5 \text{ Q} - 0.526 \text{ E/C*G/S} + 0.6 \text{ E/C*Q}$$

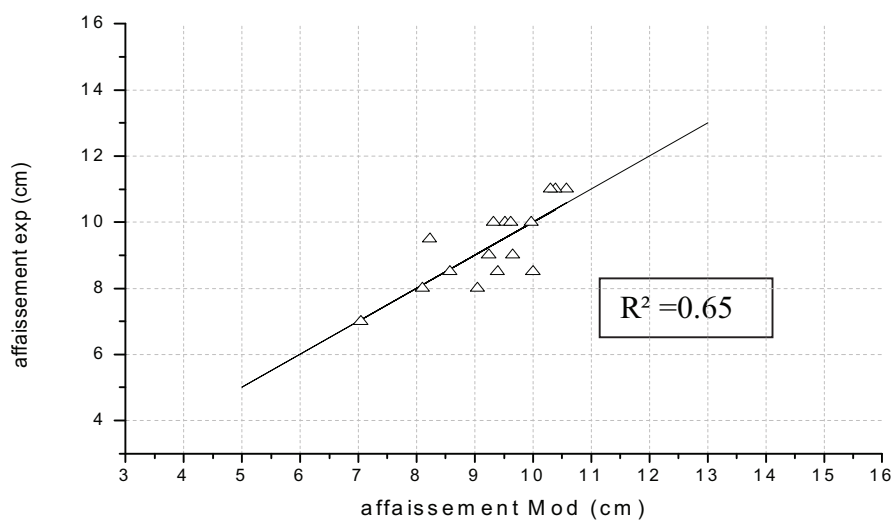


Fig. (3.9) : dispersion des résultats de mesure par rapport au model du Aff

- **Résistance à la compression à « 7 jours » (Rc7)**

$$Rc7 = 24.3 - 4.79 E/C - 1.13 E/C*Q$$

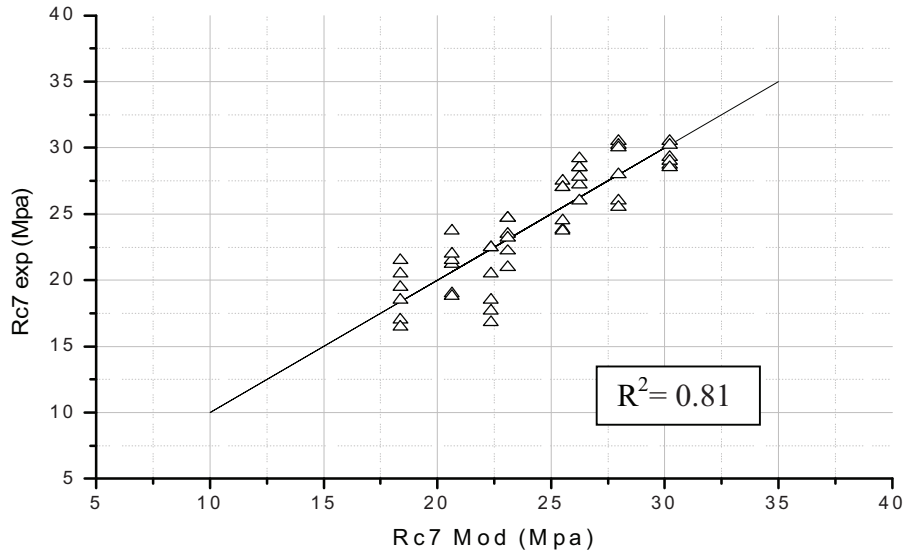


Fig. (3.10) : dispersion des résultats de mesure par rapport au model du Rc 7

- **Résistance a la compression à « 28 jours » :(R_{c28})**

$$Rc28 = 29.1 - 4.23 E/C$$

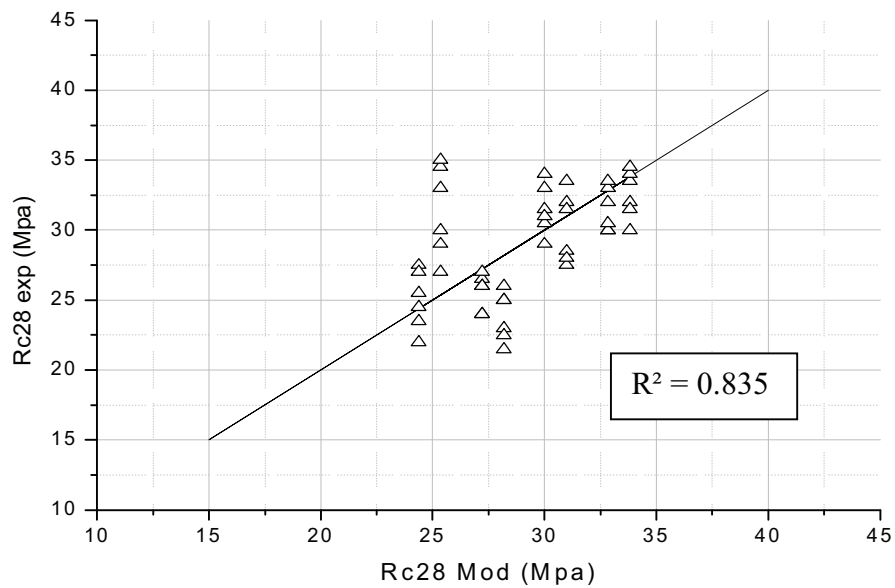


Fig. (3.11) : dispersion des résultats de mesure par rapport au model du Rc 28

- **Résistance à la traction à « 28 jours » : (Rt28)**

$$Rt_{28} = 2.15 - 0.137 E/C * G/S + 0.103 G/S * Q$$

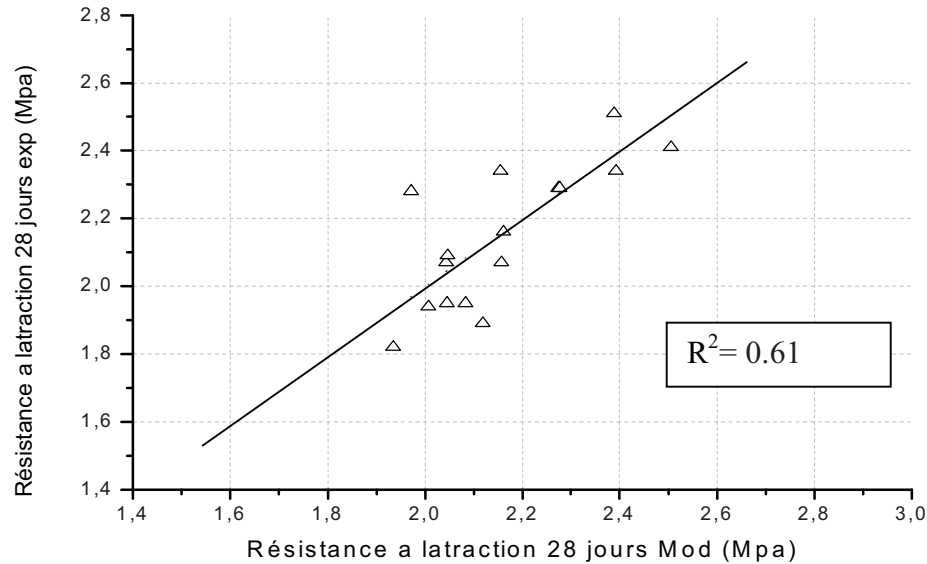


Fig. (3.12) : dispersion des résultats de mesure par rapport au model du Rt 28

Nous remarquons que les coefficients de détermination présentent des valeurs acceptables pour les modèles prédictifs établies. Ce qui confirme leur validité dans le domaine expérimental

N.B :

Comme pour la premier partie nous pouvant déterminé de la même manière les modèles de la premier forme du plan d'expérience (En fonction de : C, E, G/S, G) :

- **Affaissement : (Aff)**

$$Aff = 9.31 + 0.69 E - 0.5 Q - 0.31 C * E - 0.37 C * Q - 0.37 E * G/S$$

- **Résistance à la compression à « 7 jours » (Rc7)**

$$RC_7 = 24.26 + 3.53 C - 0.91 E + 1.11 C * Q.$$

- **Résistance a la compression à « 28 jours » : (Rc28)**

$$RC_{28} = 29.05 + 3.156 C - 0.74 E + 0.66 C * Q + 0.69 E * Q + 0.49 G/S.$$

- **Résistance à la traction à « 28 jours » : (Rt28)**

$$RT_{28} = 2.15 + 0.07 C * G/S - 0.08 E * G/S + 0.1 Q * G/S.$$

3.2.1.f Interprétations physiques :

- **Affaissement : (Aff)**

$$\text{Aff} = 9.31 + 0.640 \text{ E/C} - 0.5 \text{ Q} - 0.526 \text{ E/C*G/S} + 0.6 \text{ E/C*Q}$$

- **E/C :**

L'augmentation de la valeur de « E/C » a pour conséquence d'apporter un surplus à l'eau libre du mélange donc une augmentation de la plasticité du béton (un affaissement plus important). Ce qui explique le signe positif obtenu dans le modèle.

- **Q :**

Précédé d'un signe négatif, le facteur « Q » influe sur la valeur de l'affaissement de façon contraire, son augmentation induit une diminution du « Aff » et inversement.

La présence d'éléments grossiers dans le mélange béton infecte sa maniabilité et se traduit par une diminution de l'affaissement.

- **E/C*G/S, E/C*Q :**

Les interactions « E/C*G/S » et « E/C*Q » sont en faveur d'apporter une correction négative au modèle, probablement à cause du passage d'une composition à une composition plus grossière ou à l'inverse.

- **Résistance à la compression à « 7 jours, 28 jours » (Rc7, Rc28)**

$$\text{Rc}_7 = 24.3 - 4.79 \text{ E/C} - 1.13 \text{ E/C*Q}$$

$$\text{Rc}_{28} = 29.1 - 4.23 \text{ E/C}.$$

- **E/C :**

Nous remarquons que le facteur « E/C » et ces interactions présentent les effets les plus influents en matière de résistance à la compression à court et à long terme du béton.

L'augmentation de sa valeur entraîne une diminution de la résistance à la compression du béton. Cette diminution est due à un apport supplémentaire en eau libre du mélange soit par une augmentation de la quantité d'eau de gâchage, soit par un rabaissement du dosage en ciment.

Cette augmentation de la quantité d'eau libre dans le mélange frais conduit à une élévation de la porosité du béton durci après évaporation. Donc le rend plus vulnérable à la compression.

- **Résistance a la traction à « 28 jours » :(Rt28)**

$$\text{Rt}_{28} = 2.15 - 0.137 \text{ E/C*G/S} + 0.103 \text{ G/S*Q}$$

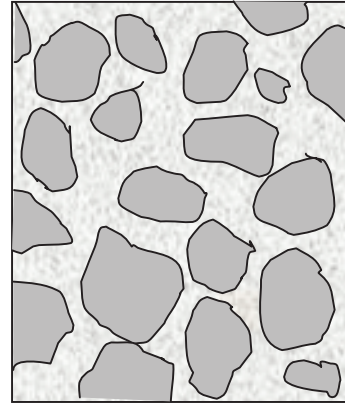
A l'inverse de la résistance à la compression nous remarquons que les interactions du facteur « G/S » avec « E/C et Q » s'avèrent les plus influentes sur la résistance à la traction. En effet la constatation des surfaces de rupture par traction (essai brésilien) révèle

une rupture de la majorité des gravillons se trouvant sur ce plan. Donc leur contribution dans la résistance à la traction est primordiale.

Or l'augmentation de la valeur du facteur « G/S » induit une augmentation de la concentration des gravillons dans le mélange, et par conséquence a travers le plan de rupture ce qui tend à augmenter la résistance a la traction.



a) $G/S = -1$



b) $G/S = +1$

Fig. (3.13) : surface de rupture pour deux béton dont la valeur du « G/S » est différente

L'augmentation du rapport « E/C » présent dans les interactions induit une augmentation de la résistance en traction, ce qui se traduit par une meilleure adhérence pâte granulats.

Remarque générale :

Le fait que certains effets ne soient pas significatifs (contrairement à ce que l'on s'attendait) s'explique par le choix des niveaux des facteurs testés (question de domaine expérimental).

C'est pour cela qu'il faut rappeler que les modèles présentés ne sont valables que dans leur domaine expérimental.

Chapitre IV :

Procédé de formulation:

- 4.1 Abaques de formulation.
- 4.2 Procédé de formulation (abaques).
- 4.3 Procédé de formulation (programme informatique).

Procédé de formulation

Introduction :

Le procédé de formulation est une suite logique d'instructions simplifiées destinées à un large public d'utilisateurs de béton courant. Il représente une mise en application des modèles prédictifs qui modélisent les caractéristiques recherchées du béton, afin de déterminer la composition qui satisfasse aux conditions de ces utilisateurs.

Domaine de validité :

Comme a été déjà souligné au début de ce mémoire ce présent travail est principalement axé sur l'étude de bétons composés de matériaux locaux et d'utilisation courante.

Mais sachant que les modèles prédictifs ne se vérifient qu'à l'intérieur du domaine expérimental étudié (E/C [0.48 / 0.58], G/S [1.6 / 1.8], Q [0.25 / 4] (Vréel)), le procédé de formulation ne peut être validé qu'à l'intérieur de ce même domaine.

Or la même procédure peut être reconduite sur des domaines autres que celui étudié dans ce mémoire, afin d'étendre la validité des modèles prédictifs.

4.1 Construction des abaques de formulation :

Les abaques de formulation sont issus principalement des courbes iso réponse¹ déduites des modèles de l'affaissement et de la résistance à la compression à 28 jours précédemment établis.

Courbes iso réponse :

Les courbes iso réponse sont des graphiques qui représente les différentes relations entre les facteurs composant un modèle mathématique dans les limites du domaine d'étude.

- Affaissement : (Aff)

$$\text{Aff} = 9.31 + 0.64 \text{ E/C} - 0.5 \text{ Q} - 0.53 \text{ E/C} * \text{G/S} + 0.6 \text{ E/C} * \text{Q}$$

¹ Les courbes iso réponse sont une représentation graphique des modèles prédictifs. Ils nous permettent de comparer plus efficacement les effets des facteurs et leurs impacts sur la réponse. Et de déceler le comportement du système étudié.

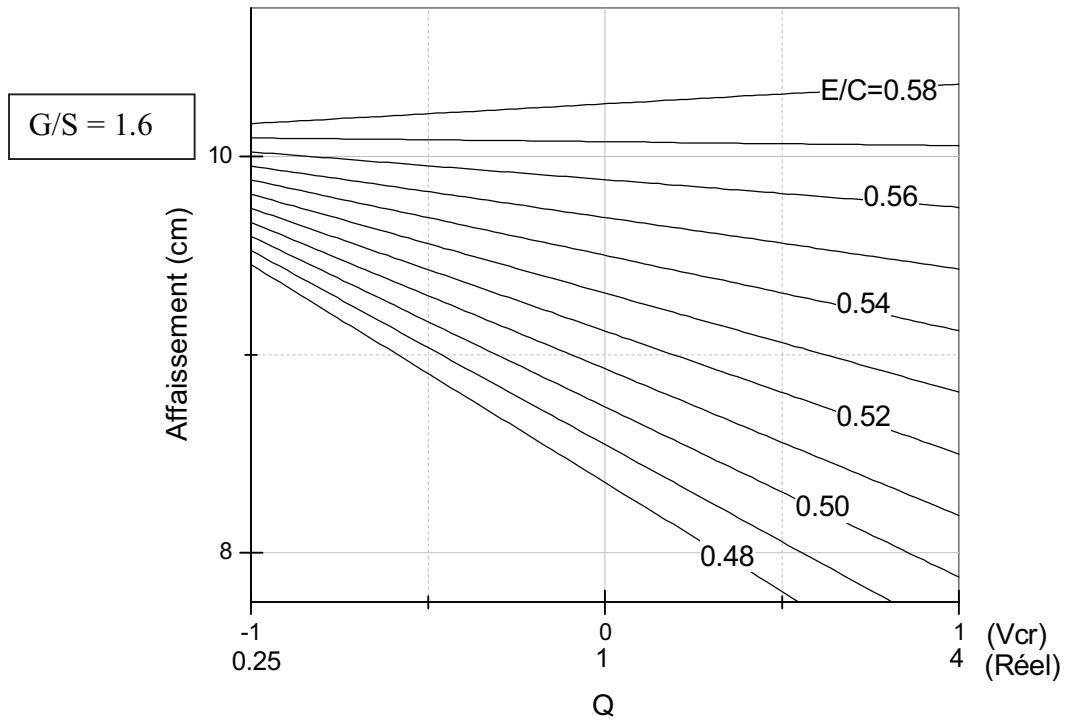


Fig. (4.1) : Courbe iso valeur du rapport E/C. Pour ($G/S = 1.6$)(Vréel)

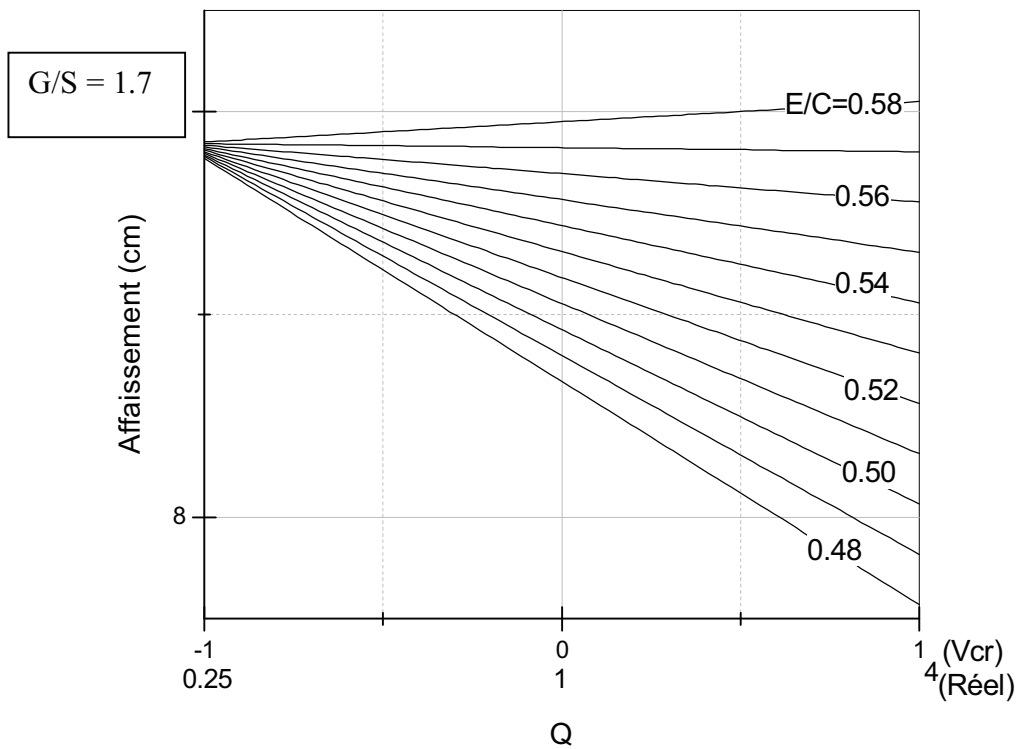


Fig. (4.2) : Courbe iso valeur du rapport E/C. Pour ($G/S = 1.7$) (Vréel)

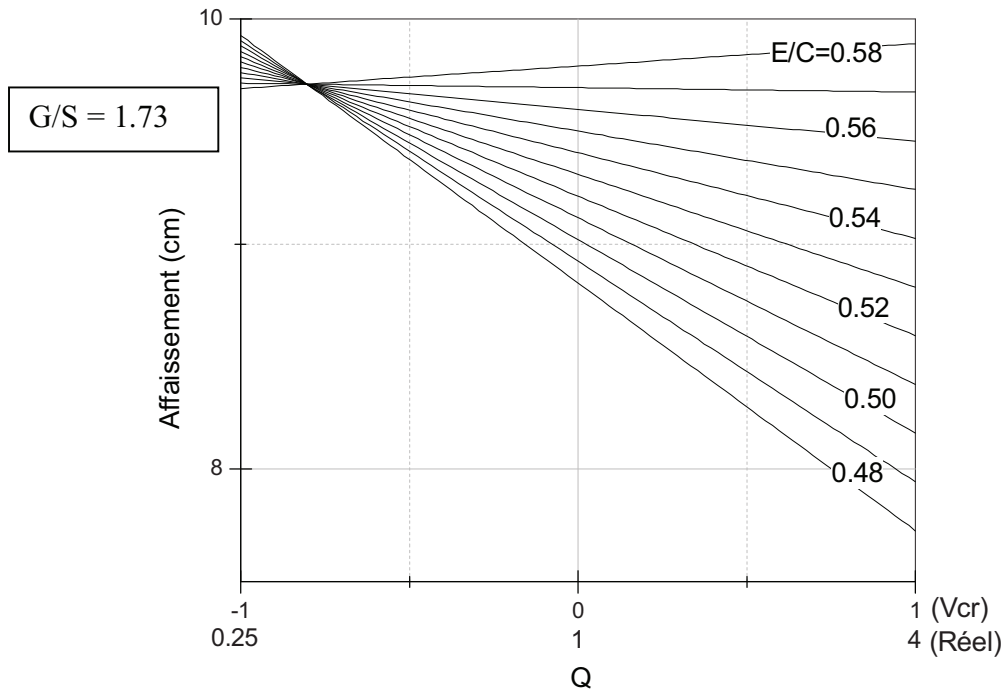


Fig. (4.3) : Courbe iso valeur du rapport E/C. Pour (G/S = 1.73) (Vréel)

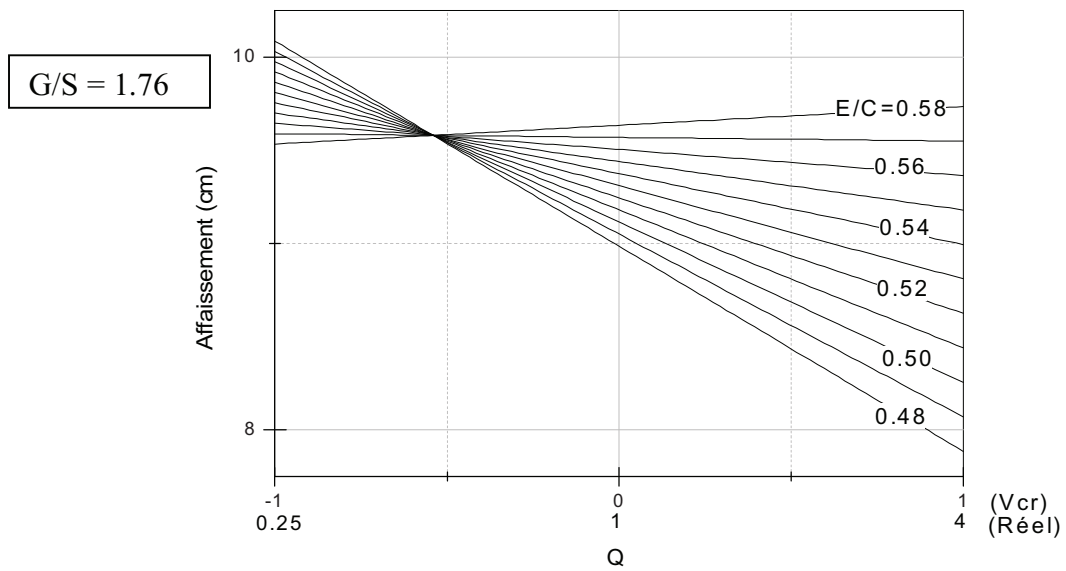


Fig. (4.4) : Courbe iso valeur du rapport E/C. Pour (G/S = 1.76)

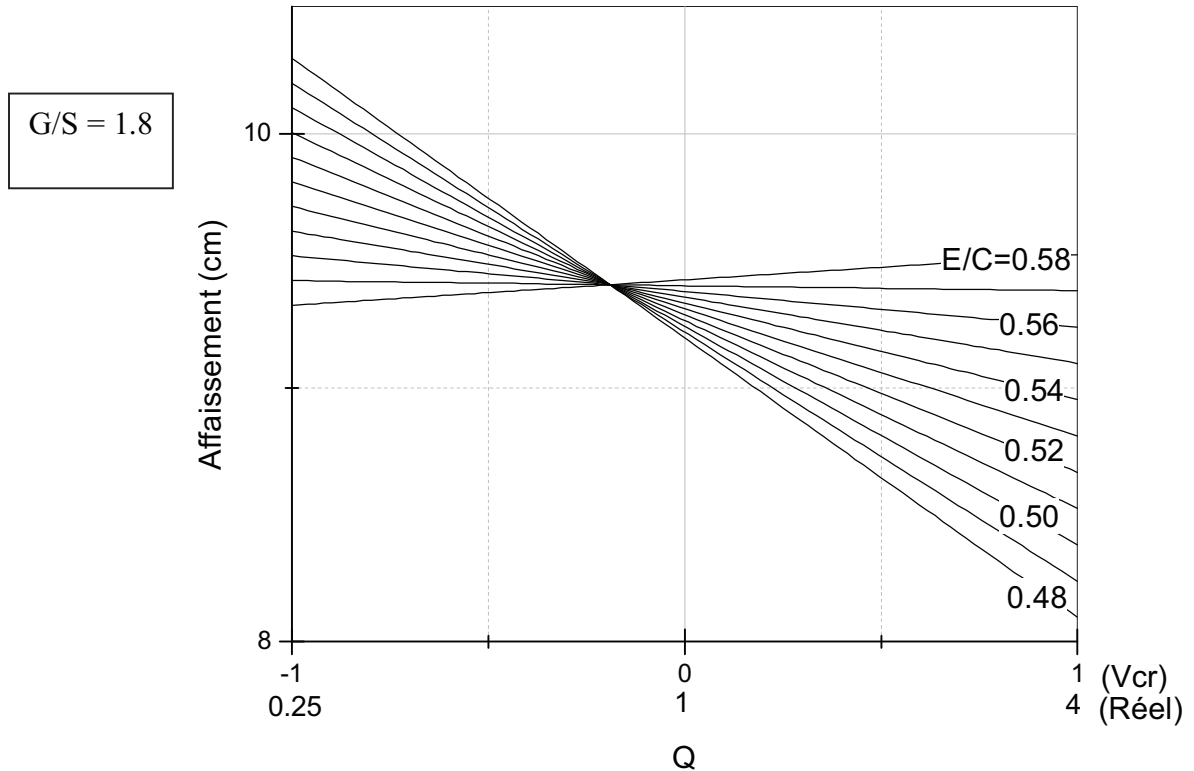


Fig. (4.5) : Courbe iso valeur du rapport E/C. Pour (G/S = 1.8) (Vréel)

Remarque :

On remarque que pour chaque valeur de « G/S » il existe une valeur de « Q » pour laquelle l'affaissement est constant quelque soit la valeur de « E/C ».

Nous pouvons démontrer mathématiquement cette loi à partir du modèle de l'affaissement :

$$\text{Aff} = 9.31 + 0.64 E/C - 0.5 Q - 0.53 E/C * G/S + 0.6 E/C * Q \quad (4.1)$$

Soit :

$$\text{Aff}_1 = 9.31 + 0.640 E/C_1 - 0.5 Q - 0.526 E/C_1 * G/S + 0.6 E/C_1 * Q$$

$$\text{Aff}_2 = 9.31 + 0.640 E/C_2 - 0.5 Q - 0.526 E/C_2 * G/S + 0.6 E/C_2 * Q$$

Si :

$$\text{Aff}_1 = \text{Aff}_2$$

Nous aurons :

$$9.31 + 0.640 E/C_1 - 0.5 Q - 0.526 E/C_1 * G/S + 0.6 E/C_1 * Q = 9.31 + 0.640 E/C_2 - 0.5 Q - 0.526 E/C_2 * G/S + 0.6 E/C_2 * Q$$

$$0.640 E/C_1 - 0.526 E/C_1 * G/S + 0.6 E/C_1 * Q = 0.640 E/C_2 - 0.526 E/C_2 * G/S + 0.6 E/C_2 * Q$$

$$E/C_1 (0.640 - 0.526 G/S + 0.6 Q) = E/C_2 (0.640 - 0.526 G/S + 0.6 Q)$$

Cette équation est vérifiée si et seulement si :

$$0.640 - 0.526 G/S + 0.6 Q = 0 \quad (4.2)$$

(Équation d'une droite)

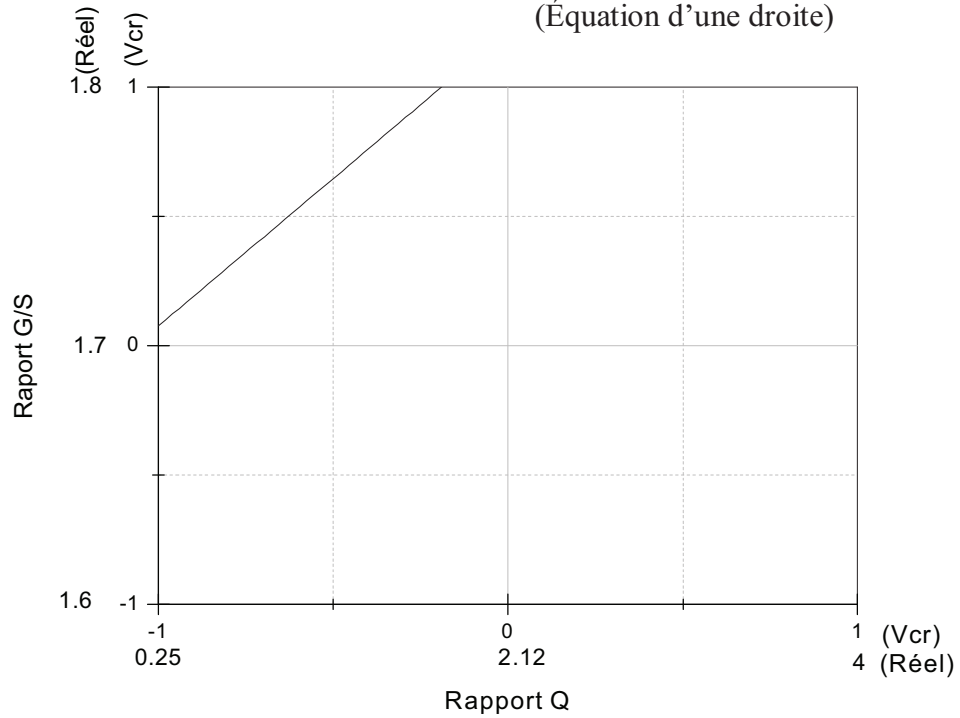


Fig. (4.6) : Valeurs de G/S et Q pour lesquelles l'affaissement est constant quelque soit E/C

A partir des courbes iso réponses précédentes nous pouvons déduire le graphe suivant :

Il représente la série de points pour lesquels l'affaissement est constant quelque soit la valeur de E/C.

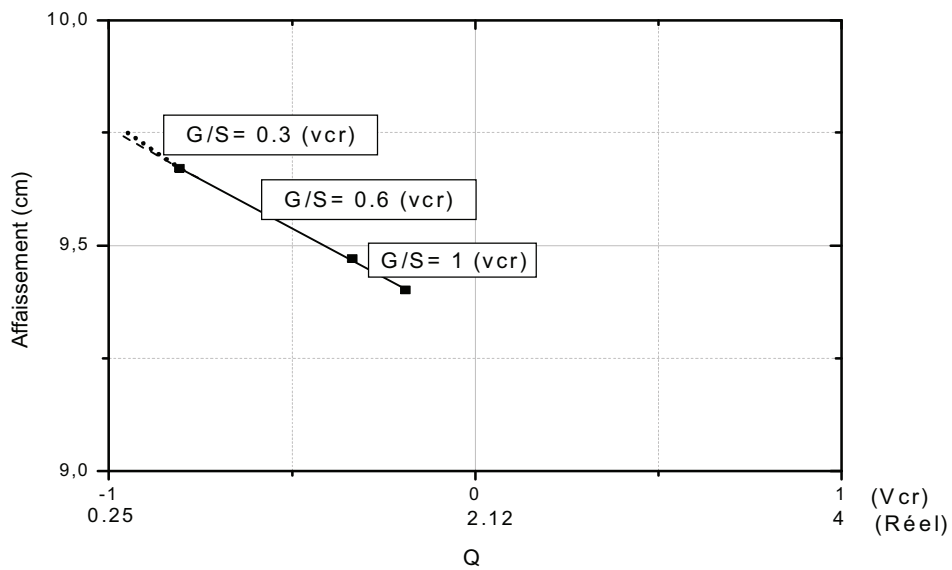


Fig. (4.7) : points pour les quels l'affaissement est constant quelque soit E/C

Nous pouvons aussi déterminer la fonction reliant ces points à partir du modèle de l'affaissement :

$$\text{Aff} = 9.31 + 0.640 \text{ E/C} - 0.5 \text{ Q} - 0.526 \text{ E/C} * \text{G/S} + 0.6 \text{ E/C} * \text{Q} \quad (4.1)$$

En supprimant tous les termes comprenant le facteur E/C nous aurons :

$$\text{Aff} = 9.31 - 0.5 \text{ Q} \quad (4.3)$$

(Équation d'une droite)

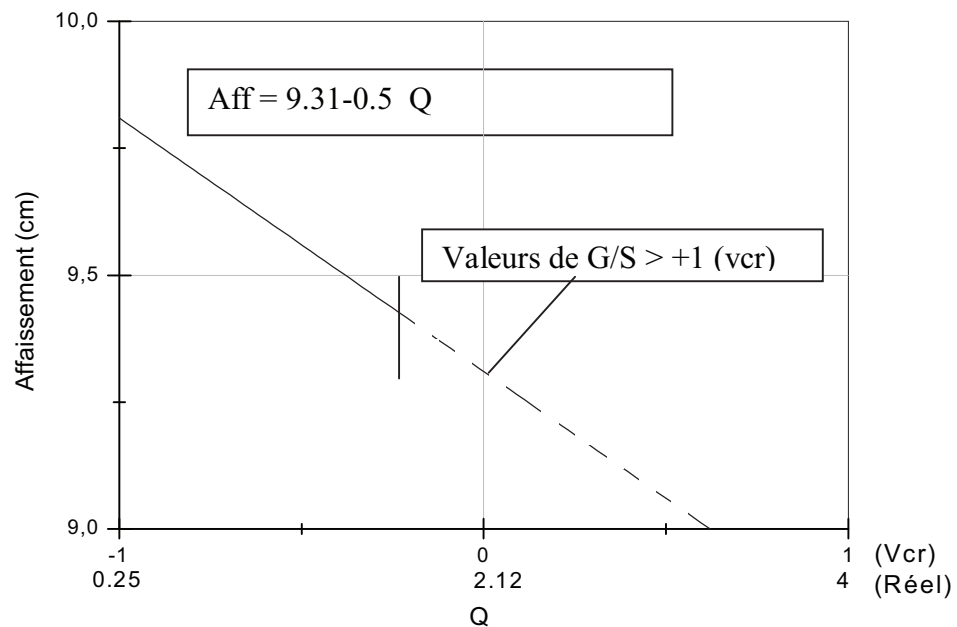
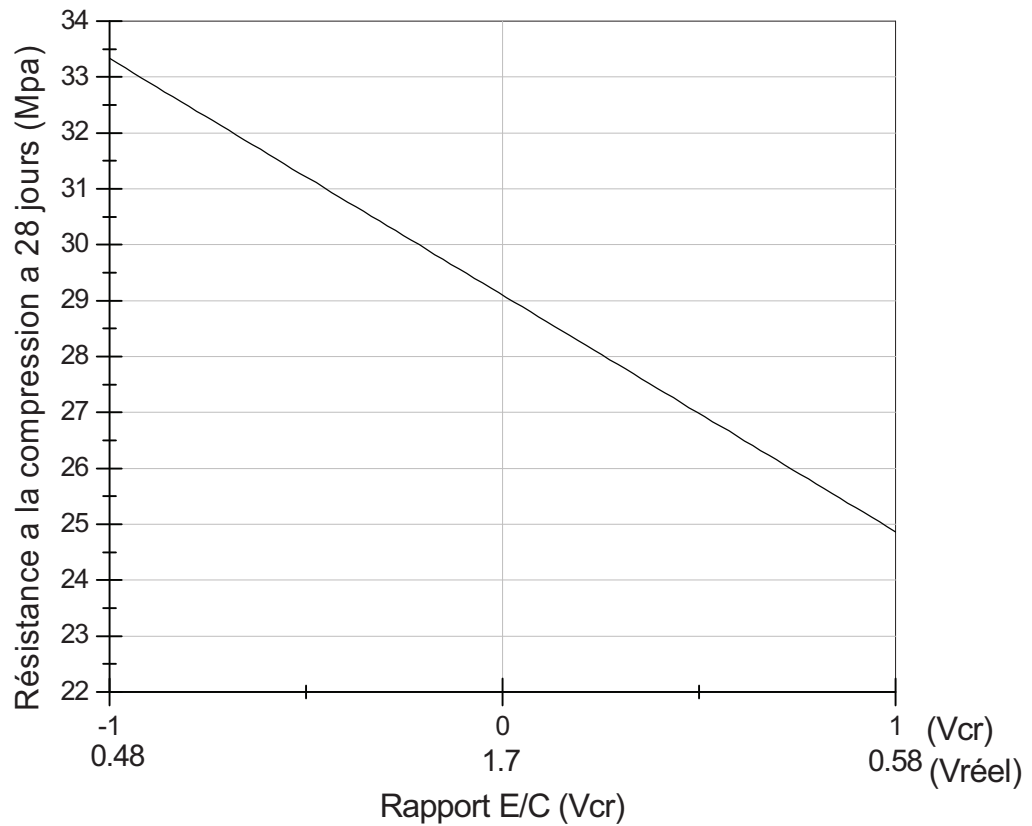


Fig. (4.8) : Fonction pour la quelle l'affaissement et constant quelque soit E/C

- **résistance à la compression à 28 jours :**

$$R_{c28} = 29.1 - 4.23 \text{ E/C} \quad (4.4)$$

Courbes iso valeur du rapport (E/C) :**Fig. (4.9)** : Courbe iso valeur du rapport E/C.**4.2 Procédé de formulation :****4.2.1 Détermination des niveaux de E/C, G/S, Q :**

La détermination de la composition de béton qui répond aux conditions d'ouvrabilité et de résistance à la compression désirées, peut être réalisée de deux manières :

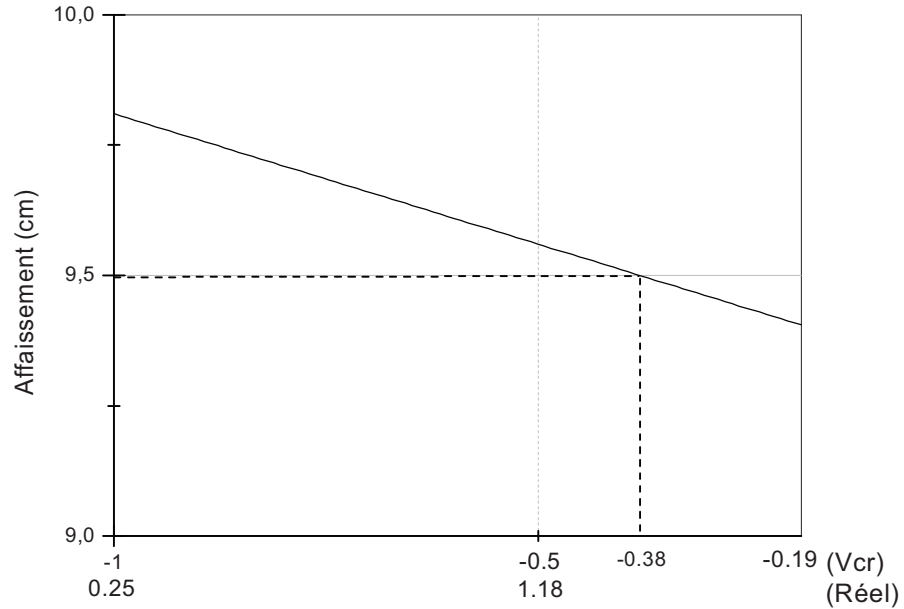
À partir des abaques :

On doit suivre la succession d'étapes suivante :

1^{ère} Etape : Détermination de la valeur de Q

A partir de la courbe de la figure (4.8), on détermine La valeur de « Q » en fonction de l'affaissement désiré.

Par exemple pour un affaissement de « 9.5 cm» nous avons une valeur de « Q = - 0.38 »

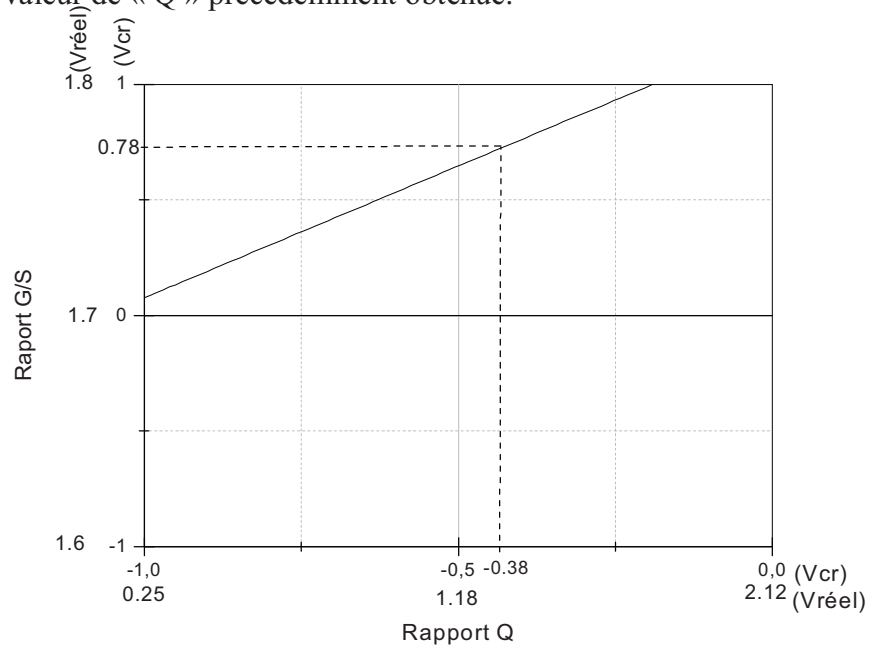


Abaque n°1 : Détermination graphique de la valeur de « Q » relative à l'affaissement désiré.

2^{ème} Etape : Détermination de la valeur de G/S

A partir de la courbe de la figure (4.6), on détermine La valeur de « G/S » en fonction de La valeur de « Q » précédemment obtenue.

Abaque n° 2 :
Rapport (G/S)
en fonction de
(Q)

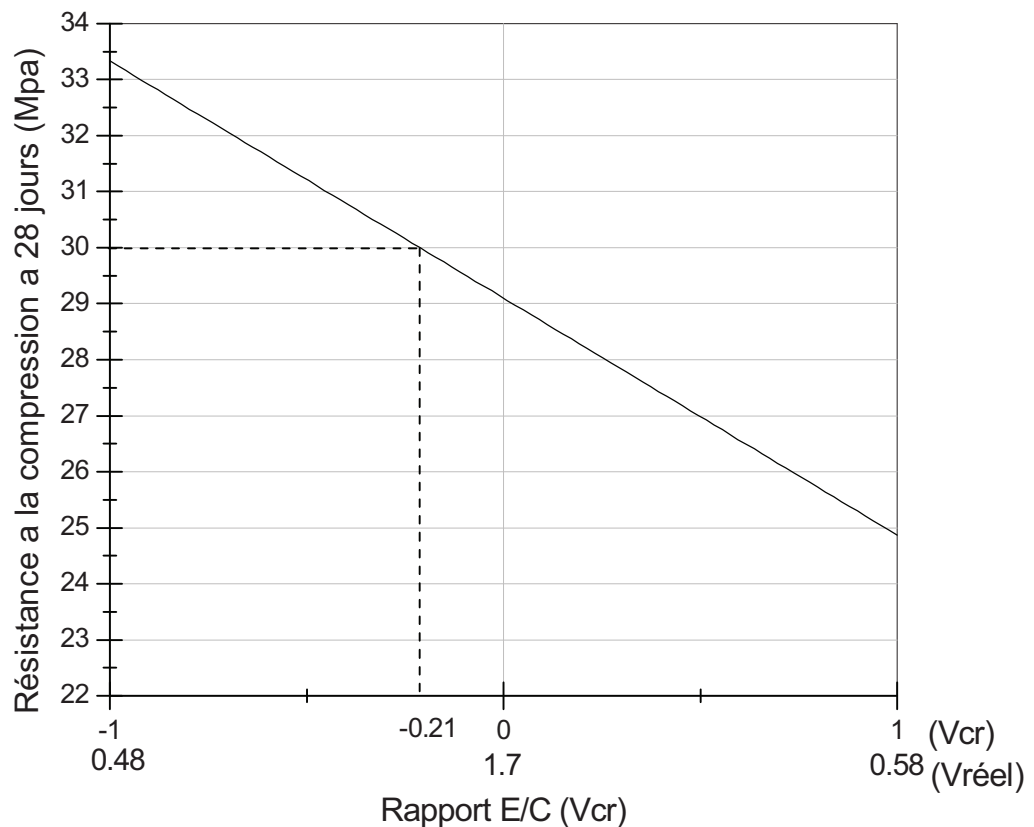


La valeur de G/S qui correspond à une valeur de « $Q = -0.38$ » est de « 0.78 »

3^{ème} Etape : Détermination de la valeur de E/C

A partir de la courbe de la figure (4.9), on détermine La valeur de « E/C » en fonction de La résistance à la compression à 28 jours désirée ex : 30 Mpa.

Abaque n° 3 :
R_{c28} en
fonction de
(E/C)



Ainsi les valeurs obtenus sont : $E/C = 0.524$; $G/S = 1.78$; $Q = 1.41$ (Vréel)

À partir des équations issues des modèle:

Détermination de la valeur de Q :

On détermine la valeur de Q à partir de l'équation (4.3)

$$\text{Aff} = 9.31 - 0.5 Q$$

Pour : $\text{Aff} = 9.5$

$$Q = -0.38$$

Détermination de la valeur de G/S :

A partir de l'équation (4.2) nous avons :

$$G/S = 1.14 Q + 1.22$$

Pour : $Q = -0.38$

On a : $G/S = 0.78$

Détermination de la valeur de E/C :

A partir de l'équation (4.4) (modèle de la résistance à la compression à 28 jours) :

$$R_{c28} = 29.1 - 4.23 E/C$$

Pour : $R_{c28} = 30 \text{ Mpa}$,

On a : $E/C = -0.21$

4.2.2 Passage des valeurs centrées réduites (Vcr) aux valeurs réelles (Vréel) :

Le passage des (Vcr) aux (V réel) s'effectue par le biais de la formule ((2.1) chapitre II)

$$v = \frac{(2V - (V^+ + V^-))}{V^+ - V^-} \quad (2.1)$$

donc :

$$V = \frac{(V^+ - V^-)}{2} \left[\frac{(V^+ + V^-)}{(V^+ - V^-)} + v \right]$$

	Vcr	V+	V-	V réel
E/C	-0.21	0,58	0,48	0.524
G/S	0.78	1,8	1,6	1.78
Q	-0.38	4	0,25	1.41

- Proportion du mélange :

- **Masse du ciment :** $M_C = \frac{Dos_C}{V_t}$

Dos_C : Dosage en ciment prescrit par le BAEL 91.

- **Masse du gravier G₂:**

$$V_v = 10,64 - 2,27 \text{ E/C} - 1,67 \text{ G/S} + 0,65 \text{ Q} + 0,49 \text{ G/S} * \text{Q} = 7.8 \text{ ‰}$$

$$M'_{G2} = \frac{V_t \left(1 - \frac{V_v}{1000} \right) - M_C \left(\frac{1}{\rho_C} + \frac{\text{(E/C)}}{\rho_E} \right)}{\left[\frac{\text{Q}}{\rho_{G1}} + \frac{1}{\rho_{G2}} + \frac{\text{Q}+1}{\rho_S \cdot \text{(G/S)}} - \frac{ES_{G1} \cdot \text{Q}}{\rho_E} - \frac{ES_{G2}}{\rho_E} - \frac{ES_S \cdot (\text{Q}+1)}{\rho_E \cdot \text{(G/S)}} \right]} = 487.2 \text{ Kg}$$

Avec : $M_{G2} = ES_{G2} \cdot M'_{G2} + M'_{G2}$

M_{G2} : Masse du gravier G₂ a l'état naturel (sur le tas).

- **Masse du gravier G₁:**

$$M'_{G1} = \text{Q} \cdot M'_{G2} \quad M_{G1} = ES_{G1} \cdot M'_{G1} + M'_{G1} = 688.2 \text{ Kg}$$

M_{G1} : Masse du gravier G₁ a l'état naturel (sur le tas).

- **Masse du sable :**

$$M'_S = M'_{G2} \cdot \left(\frac{\text{Q}+1}{\text{(G/S)}} \right) \quad M_S = ES_S \cdot M'_S + M'_S = 630.2 \text{ Kg}$$

M_S : Masse du sable S a l'état naturel (sur le tas).

- **Volume d'eau :**

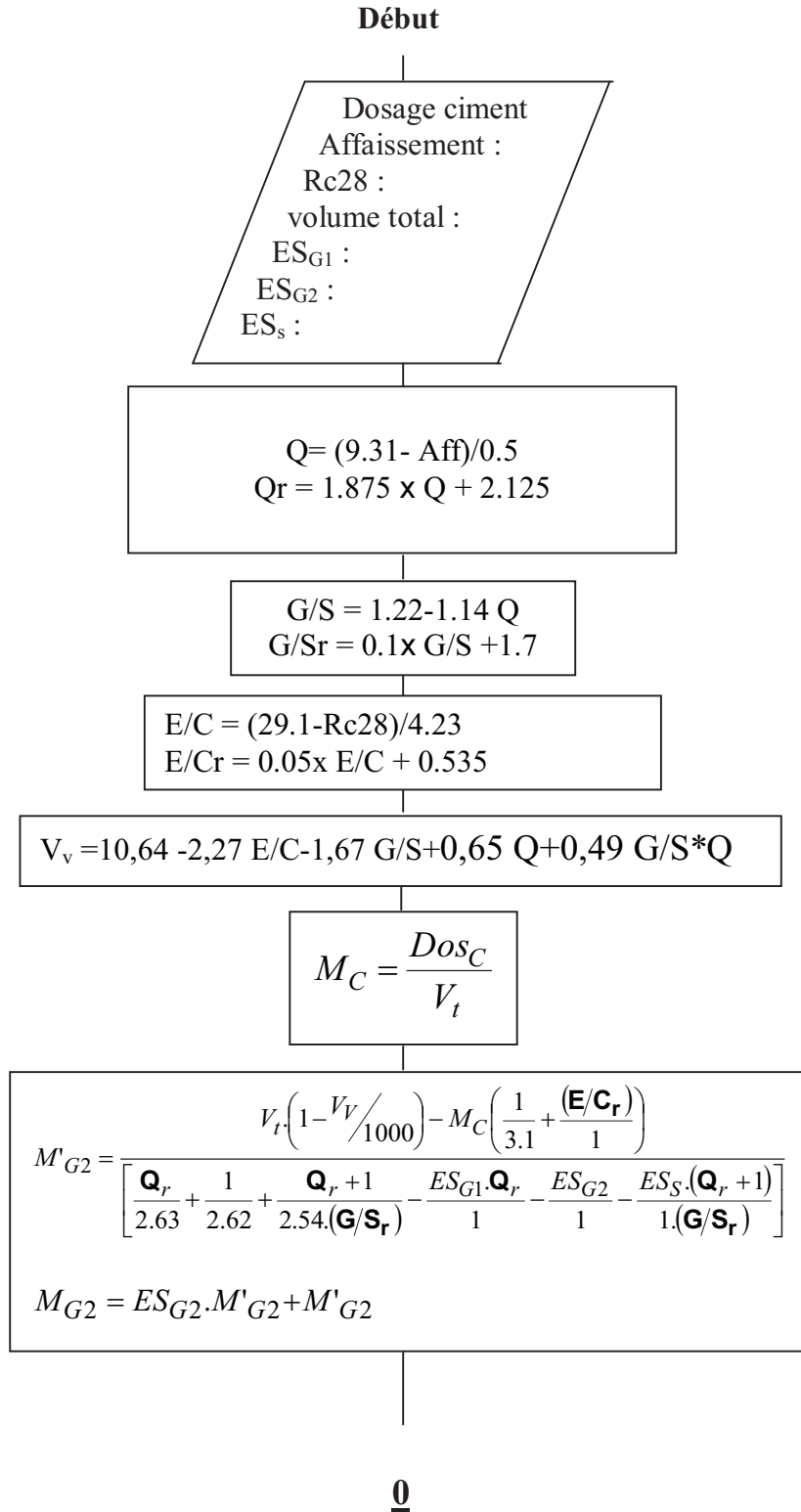
$$M_E = \text{(E/C)} \cdot M_C - M'_{G2} \left(ES_{G1} \cdot \text{Q} + ES_{G2} + \frac{ES_S \cdot (\text{Q}+1)}{\text{(G/S)}} \right) = 183.5 \text{ litres}$$

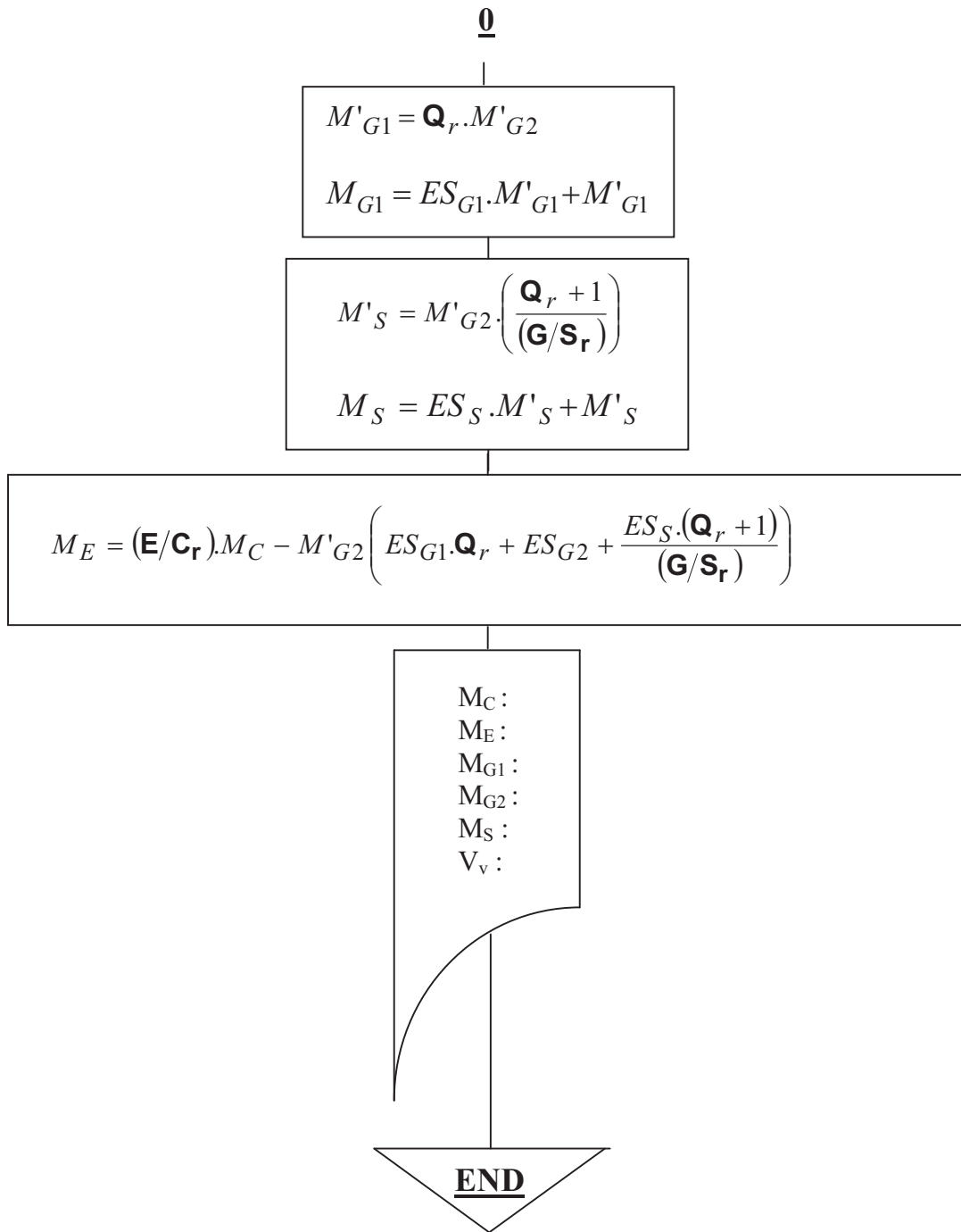
M_E : Masse de l'eau, et qui est égale a son volume.

Programme « Formule » :

Le programme Formule est une application informatisée du procédé de formulation obtenue, il permet un calcul plus rapide et plus précis.

Organigramme du programme « Formule » :





« Formule » en basique :

```

30 CLS
32 PRINT "      "
33 PRINT "      "
34 PRINT "-----"
35 PRINT "      I                               I "
36 PRINT "      I      PROGRAME DE CALCUL DE LA COMPOSITION DE BETON      I "
37 PRINT "      I      D'UTILISATION COURANTE                               I "
38 PRINT "      I      A PARTIR DE MATERIAUX LOCAUX                           I  "
39 PRINT "      I                               I "
40 PRINT "-----"
41 PRINT "      "
42 PRINT "      "
1 INPUT "      Dosage en ciment (kg/m3) "; DOS
2 INPUT "      Affaissement au cône d'Abrams (entre 6 et 9 cm)"; aff
3 INPUT "      Résistance a la compression a 28 jours (Mpa)"; RC
4 INPUT "      Volume de béton ciblé (m3)"; VT
5 INPUT "      Pourcentage d'eau superficielle. Gravier (15/25)"; EG1
6 INPUT "      Pourcentage d'eau superficielle. Gravier (8/15)"; EG2
7 INPUT "      Pourcentage d'eau superficielle. Sable (0/5)"; ES
10 G = (9.31 - aff) / .5
11 GR = 1.875 * G + 2.125
12 GS = 1.22 - 1.14 * G
13 GSR = .1 * GS + 1.7
14 EC = (29.1 - RC) / 4.23
15 ECR = .05 * EC + .535
16 VV = 10.64 - 2.27 * EC - 1.67 * GS + .65 * G + .49 * GS * G
17 MC = DOS * VT
18 MG2 = (VT*1000*(1-VV/1000)-MC*(1/3.1+ECR))/(GR/2.63+1/2.62+(GR+1)/(2.54*GSR)-
      EG1/100*GR-EG2/100-ES/100*(GR+1)/GSR)
19 MG1 = GR * MG2
20 MS = MG2 * (GR + 1) / GSR
21 ME = ECR * MC - MG2 * (EG1 / 100 * GR + EG2 / 100 + ES / 100 * (GR + 1) / GSR)
22 MG2 = EG2 * MG2 + MG2
23 MG1 = EG1 * MG1 + MG1
24 MS = ES * MS + MS
31 PRINT "      "
43 PRINT "      "
25 PRINT " "; "Masse (KG) "; "Volume (L) "; "Masse (KG) "; "Masse (KG) "; "Masse (KG) "; "Volume (P/mille) "
26 PRINT " "; " ciment"; " eau "; " G.8/15"; " G.15/25"; " sable "; " de vide "
27 PRINT "-----"
28 PRINT "      "
29 PRINT "      "; MC; " "; ME; " "; MG1; " "; MG2; " "; MS; " "; VV

```

Chapitre V :

Conclusion générale.

Conclusion de l'étude :

Les résultats obtenus grâce à la méthode de plans d'expérience témoignent clairement de l'intérêt qu'elle apporte en matière d'organisation de l'expérimentation et d'analyse des résultats. Elle nous a permis en combinaison avec la méthode de formulation les volumes absolus de circonscrire un domaine d'étude et faire ressurgir tous les effets des facteurs étudiés et leurs impacts sur la réponse.

Elle nous a permis aussi d'étudier l'impact des interactions entre ces facteurs sur le système, chose qui n'était pas plausible lors des études classiques où on ne faisait varier qu'un facteur à la fois.

Les mesures ou réponses obtenues lors des essais ont permis la détermination de modèles prédictifs de l'affaissement, la résistance à la compression et la résistance à la traction :

- **VAO (%) = 10,64 - 2,27 E/C - 1,67 G/S + 0,65 G.**
- **Aff (cm) = 9.31 + 0.640 E/C - 0.5 G - 0.526 E/C*G/S + 0.6 E/C*G**
- **Rc7 (Mpa) = 24.3 - 4.79 E/C - 1.13 E/C*G**
- **Rc28 (Mpa) = 29.1 - 4.23 E/C.**
- **Rt28 (Mpa) = 2.15 - 0.137 E/C*G/S + 0.103 G/S*G.**

Combinés avec l'équation de la méthode des volumes absolus :

- **$V_{\text{total}} = V_{\text{ciment}} + V_{\text{eau}} + V_{\text{gravier}} + V_{\text{sable}} + V_{\text{vide}}$**

Ces modèles ont servi à la construction d'abaques de formulation propre au béton de la région de M'sila, mais dont le seul inconvénient est qu'ils ne restent valides que pour le domaine étudié.

Perspectives :

La généralisation de ces modèles prédictifs demande une extension du domaine d'étude donc ouvre de nouvelles perspectives d'étude.

Bibliographie :

- [1]. G. DREUX et J. FESTA. **Nouveau guide du béton et de ses constituants.** Huitième Edition EYROLLES mai 1998.
- [2]. J. BARON et J. P OLIVIER. **Les bétons. Bases et données pour leur formulation.** EYROLLES 1996.
- [3] R. DUPAIN – R. LANCHON –JC. SAINT ARROMAN **Granulats, Sols, Ciments et Bétons .**Caractérisation des matériaux de génie civil par les essais de laboratoire. Nouvelle édition. EDUCALIVRE.
- [4]. **AFNOR .**Normalisation française.
- [5]. Z. BOUDAOU, Z. RAHMOUNI, D. BREYSSE. **Etude des effets du cobroyage d'un clinker et du sable dunaire sur la broyabilité des liants et des caractéristiques d'un béton de sable.** Actes du séminaire international GEOMAT'02. M'sila, Algérie 2003.
- [6]. Z. BOUDAOU. **Les plans d'expériences.** Séminaire université M'sila. 1997.
- [7]. **Formulation et optimisation d'un béton avec des granulats locaux selon la méthode de << BARON –LESAGE >>.**Thèse d'ingénieur. Université de M'sila.2002.
- [8]. **Propriétés des bétons.**
- [9]. G. DREUX. **Composition des bétons.** Technique de l'ingénieur. C 2 220
- [10]. J. ALEXIS. **Pratique industrielle de la méthode TAGUCHI. Les plans d'expériences.** Afnor 1995
- [11]. **Plans d'expériences.** Cours de 1^{ère} année magistère. Département de génie civil. Université de M'sila.
- [12]. **MINITAB 13.** Logiciel d'analyse statistique. Rubrique d'aide.
- [13]. De LARRARD/ SEDRAN. **Une nouvelle approche de la formulation des bétons - Annales du BTP - Version**

- [14]. KADJOUR NASR- EDDINE . **Propriétés et pathologie du béton.**
Office des publications universitaires.
- [15]. J. P. MOUGIN. **Cours de béton armé. BAEL 91.**
- [16]. J. GOUPY. **La méthode des plans d'expériences.** DUNOD 1988.
- [17]. G. SADO et M. C SADO. **Les plans d'expériences. De l'expérimentation
a l'assurance.** AFNOR 1991.
- [18]. M. PILLET. **Introduction aux plans d'expériences par la méthode
TAGUCHI.** LES EDITIONS D'ORGANISATION 1992.
- [19]. SIER. **Informations et techniques.** 1993. n°6.
- [20]. G. FRUGIER. **B.T.S. Probabilités et statistiques.** ELLIPSES 2000.