

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME
DE MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE: AUTOMATIQUE

THEME

**Commande adaptative floue à base d'observateur des systèmes
non linéaires incertains avec une direction de commande
connue ou inconnue**

Proposé et dirigé par :

- M. Khatir KHETTAB

Présenté par :

- REDJEM Walid

Année Universitaire : 2011 / 2012

N° d'ordre : 19

Dédicace

Impressionné, je dédie ce modeste travail:

A ceux qui ont consacré leurs vies pour leur fils et leurs filles

Mes chers parents en témoignage de leur amour et de leur fidélité sans limites, je leurs souhaite une bonne santé, que EL HAFIDH me les garde

A mes chers frères, sœurs

A toute ma famille

A tous mes amis

A mon encadreur M. Khatir KHETTAB

A tous mes collègues de la promotion 2012

A toute personne qui m'apprécie...

Je dédie ce mémoire

Remerciements

Je remercie le bon **dieu** puissant de la bonne santé, la volonté et de la patience qu'il m'a donné tout au long de mon étude.

Mes remerciements pour mon encadreur Mr. K. KHETTAB pour ses conseils pertinents, et ses orientations sages, sa patience et vigilance; ainsi pour tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres du jury qui ont accepté de juger mon travail.

En fin, je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous mes amis et collègues pour le soutien moral et matériel...

Table des matières

Table des matières

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre 1 **Systèmes flous et les outils mathématiques utilisés**

1.1 Introduction.....	4
1.2 Systèmes flous.....	4
1.2.1 Introduction.....	4
1.2.2 Notions de base de la logique floue.....	5
1.2.2.1 Ensembles nets et ensembles flous.....	5
1.2.2.2 Fonction d'appartenance.....	7
1.2.2.3 Variable linguistique.....	8
1.2.2.4 Opérations sur les ensembles flous.....	8
1.2.2.5 Implication floue.....	8
1.2.2.6 Raisonnement flou.....	9
1.2.3 Structure d'un système floue.....	9
1.2.4 Différents types de modèle.....	11
1.2.4.1 Modèle de Mamdani.....	11
1.2.4.1 Modèle de Takagi-Sugeno (TS).....	12
1.2.5 Approximation des fonctions par les systèmes flous.....	14
1.3 Rappel sur la stabilité.....	15
1.3.1 Stabilité de Lyapunov.....	15
1.3.2 Théorème Kalman-Yakubovich.....	16
1.3.3 Lemme de Barbalat.....	16
1.4 Outils mathématiques.....	17
1.4.1 Théorème de la valeur moyenne.....	17
1.4.2 Fonction de Nussbaum.....	17
1.4.3 Fonction de transfert strictement positive réel (SPR).....	19
1.5 Conclusion.....	19

Chapitre 2

Commande adaptative floue avec une direction de commande connue ou inconnue

2.1 Introduction	20
2.2 Commande adaptative floue avec une direction de commande connue.....	20
2.2.1 Position du problème.....	20
2.2.2 Conception de la commande adaptative floue.....	22
2.2.3 Résultats de simulation	28
2.3 Commande adaptative floue avec une direction de commande inconnue.....	35
2.3.1 Position du problème.....	35
2.3.2 Conception de la commande adaptative floue	37
2.3.3 Analyse de la stabilité.....	39
2.3.4 Résultats de simulation	41
2.3.4.1 Exemples 1 (pendule inversé).....	42
2.3.4.2 Exemples 2 (système non affine).....	48
2.4 Conclusion	54

Chapitre 3

Commande adaptative floue par mode glissant

3.1 Introduction	56
3.2 Position du problème.....	56
3.3 Conception de commande adaptative floue par mode glissant.....	59
3.4 Analyse de la stabilité	60
3.5 Résultats de simulation	64
3.5.1 Exemples 1 (pendule inversé).....	64
3.5.2 Exemples 2 (système non affine).....	70
3.6 Conclusion	75

Chapitre 4

Commande adaptative floue à base d'observateur avec une direction de commande inconnue

4.1 Introduction	76
4.2 Position du problème.....	76
4.3 Conception de la commande adaptative floue à base d'observateur... ..	79
4.4 Analyse de la stabilité	84
4.5 Résultats de simulation	87
4.5.1 Exemples 1 (duffy).....	87
4.5.2 Exemples 2 (système non affine).....	94
3.6 Conclusion	100
 Conclusion générale	 101
Bibliographie.....	103

Introduction générale

Introduction générale

La commande non linéaire a connu une expansion ainsi qu'une diversification importante depuis les années 50, dues entre autres à la multiplication des procédés et des applications robotiques. L'une des méthodes les plus connues est la commande par linéarisation exacte (Feedback linearization). Souvent employée pour résoudre des problèmes pratiques de commande, cette approche impose que le vecteur d'état soit mesuré et exige un modèle précis du procédé à commander. En effet, cette technique est basée sur l'annulation exacte des termes non linéaires. Par conséquent, la présence d'incertitudes de modélisation sur les termes non linéaires rend l'annulation inexacte et l'équation entrée-sortie résultante non linéaire [1].

La commande par modes de glissement est une technique particulièrement intéressante, qui traite l'inévitable problème des incertitudes. Elle remonte dans les années 1970. Son principe consiste à amener, dans un temps fini, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hypersurface de l'espace de phase par l'incorporation d'éléments de commutation dans la loi de commande. Le système se met en régime glissant lorsque ce point atteint l'hypersurface, dite surface de glissement. Son comportement devient alors insensible aux perturbations sur la sortie et aux variations paramétriques. Ce genre de commande souffre de problème du chattering (le broutement) inhérent à la fonction discontinue (i.e. la fonction signe) [2].

Une alternative à la commande robuste est la commande adaptative. La commande adaptative offre l'avantage que les bornes des incertitudes ne sont pas exigées d'être connues, puisque en fait ces incertitudes sont annulées en ligne d'une manière adaptative. Dans un schéma de commande adaptative, les paramètres du contrôleur (schéma direct) ou des fonctions non linéaires (schéma indirect) sont adaptés en ligne en utilisant les signaux qui sont disponibles dans le système. Cependant, ces méthodes sont limitées aux systèmes non linéaires qui peuvent être linéairement paramétrisés. Malheureusement, il est souvent très

difficile voire impossible d'obtenir cette forme de paramétrisation linéaire notamment pour un système physique complexe incertain [2].

Les systèmes flous offrent une solution potentielle à ce problème inhérent à la commande adaptative standard. Ils sont des approximateurs universels [3, 4, 5] et fournissent une manière commode pour paramétrer les non-linéarités inconnues. En fait, ils peuvent approcher uniformément n'importe quelle fonction inconnue non linéaire continue sur un ensemble compact avec un degré de précision arbitraire. Notons qu'il existe d'autres approximateurs universels tel que : les réseaux de neurones (RN) multi couches. Cependant, seuls systèmes flous qui sont capables d'incorporer d'une manière systématique la connaissance de l'expert. La difficulté liée à la construction de la base des règles floues pour les systèmes dynamiques complexes et le besoin d'améliorer la qualité d'approximation ont motivé Wang à introduire la commande floue adaptative [5]. Dans ces schémas, la propriété d'approximation universelle des systèmes flous a été complètement exploitée, et la stabilité et la robustesse ont été étudiées par l'approche de Lyapunov. Depuis ainsi, plusieurs schémas de commande floue adaptative ont été proposés pour une classe des systèmes mono-entrée mono-sortie (single input single output (SISO)) incertains non linéaires affines en la commande [5, 6, 7]. Ainsi, les travaux présentés dans ce mémoire portent essentiellement sur la conception des lois de commande adaptative floue pour les systèmes non linéaires inconnus.

Le mémoire est organisé en quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré principalement à la présentation des notions de base de la logique floue et des systèmes flous. Quelques définitions inhérentes à la stabilité et quelques lemmes et théorèmes indispensables pour la synthèse des lois de commandes sont également donnés.

Le deuxième chapitre présente deux schémas de commande adaptative floue pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus. Le premier schéma est proposé pour les systèmes dont le gain de commande est de signe connu. Cette classe des systèmes est ensuite étendue dans le deuxième schéma à une classe plus large où le signe de gain de commande est inconnu. Pour résoudre le problème de la non connaissance du signe, la technique de Nussbaum est utilisée.

Le troisième chapitre est dédié à la conception de schéma de commande adaptative floue par mode glissant pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus. En

combinant avec une commande proportionnelle intégrale, pour le but d'éliminer le phénomène de chattering.

Le quatrième chapitre introduit une commande adaptative floue basée sur un observateur pour une classe des systèmes SISO non linéaires avec un signe de gain de commande inconnu.

Dans toutes les techniques de commande floues proposées dans ce mémoire, les systèmes flous sont utilisés pour approximer les dynamiques inconnus des systèmes. L'analyse de la stabilité et de la robustesse des structures de commande vis-à-vis des erreurs d'approximation floue et des perturbations externes est effectuée par l'approche de Lyapunov. De plus, pour chaque technique proposée des exemples de simulation sont donnés pour montrer et mettre en évidence ses performances.

Chapitre 1

Systemes flous et les
outils mathématiques utilisés

Chapitre 1

Systèmes flous et les outils mathématiques utilisés

1.1 Introduction

Le but de ce chapitre est d'exposer quelques brefs rappels indispensables à la bonne compréhension de ce mémoire.

La section 1.2 présente les notions de base de la logique floue et les différents mécanismes et outils mathématiques nécessaires pour son utilisation dans le domaine de la commande des systèmes. La propriété d'approximation universelle des systèmes flous est aussi discutée.

La section 1.3 regroupe un ensemble de définitions relatives à la stabilité des systèmes dynamiques à temps continus à savoir : la stabilité par la méthode de Lyapunov.

La section 1.4 rappelle quelques théorèmes (de la valeur moyenne) et lemmes (relatives à la fonction de Nussbaum) très utiles pour la conception de la commande et l'analyse de la stabilité.

1.2 Systèmes Flous

1.2.1 Introduction

a) La logique floue aujourd'hui

La logique floue, dans la plupart des applications actuelles, permet de prendre en compte toutes sortes de connaissances qualitatives de concepteurs et d'opérateurs dans l'automatisation des systèmes. Les applications sont multipliées dans l'électroménager et l'électronique et dans le domaine des processus de production, et les automatismes et de nombreuses autres innovations ont fait connaître le terme « logique floue » à un large public [2].

b) Historique de la logique floue

Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'université de Berkeley aux USA, publie un article intitulé « Ensembles flous » (Fuzzy sets). Il a réalisé depuis de nombreuses avancées théoriques majeures dans le domaine. Parallèlement, certains chercheurs se sont penchés sur la résolution par logique floue de problèmes réputés difficiles. Ainsi en 1975, le professeur Mamdani à Londres développe une stratégie pour le contrôle des procédés. En 1978, la société danoise F.L.Smidt réalise le contrôle d'un four à ciment, c'est la première véritable application industrielle de la logique floue [2].

c) Intérêt de la logique floue [2]

La logique floue trouve ses origines dans un certain nombre de constatations :

- La connaissance que l'être humain a d'une situation quelconque est généralement imparfaite,
 - elle peut être incertaine,
 - ou imprécise.
- L'être humain résout souvent des problèmes complexes à l'aide de données approximatives.
- Plus la complexité d'un système augmente, moins il est possible de faire des affirmations précises sur son comportement.

De ces constatations viennent naturellement les déductions suivantes :

- plutôt que de modéliser le système, il est souvent intéressant de modéliser le comportement d'un opérateur humain face au système ;
- plutôt que par des valeurs numériques précises, le fonctionnement doit être décrit par des qualificatifs globaux traduisant l'état approximatif des variables.

1.2.2 Notions de base de la logique floue**1.2.2.1. Ensembles nets et ensembles flous:**

Les ensembles nets, dits aussi classiques ou ordinaires, sont caractérisés par des fonctions caractéristiques. Les ensembles flous, qui sont une généralisation des ensembles nets, sont caractérisés par des fonctions d'appartenance.

Mathématiquement, un ensemble flou F est défini sur un référentiel (un univers de discours) X et par une fonction d'appartenance $\mu_F(x)$ qui prend des valeurs dans l'intervalle $[0,1]$. Il peut être représenté comme un ensemble de paires ordonnées [2]:

$$F = \{(x, \mu_F(x)) | x \in X\} \quad (1.1)$$

La fonction d'appartenance $\mu_F(x)$ quantifie le degré d'appartenance de chaque élément de X à F :

$$\mu_F(x) = \begin{cases} \in]0,1] & \text{si } x \in F \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.2)$$

Soit l'exemple de la figure 1.1 d'évaluation de la température de l'eau d'un récipient par les mots : Froide : F, Tiède : T, Chaude : C.

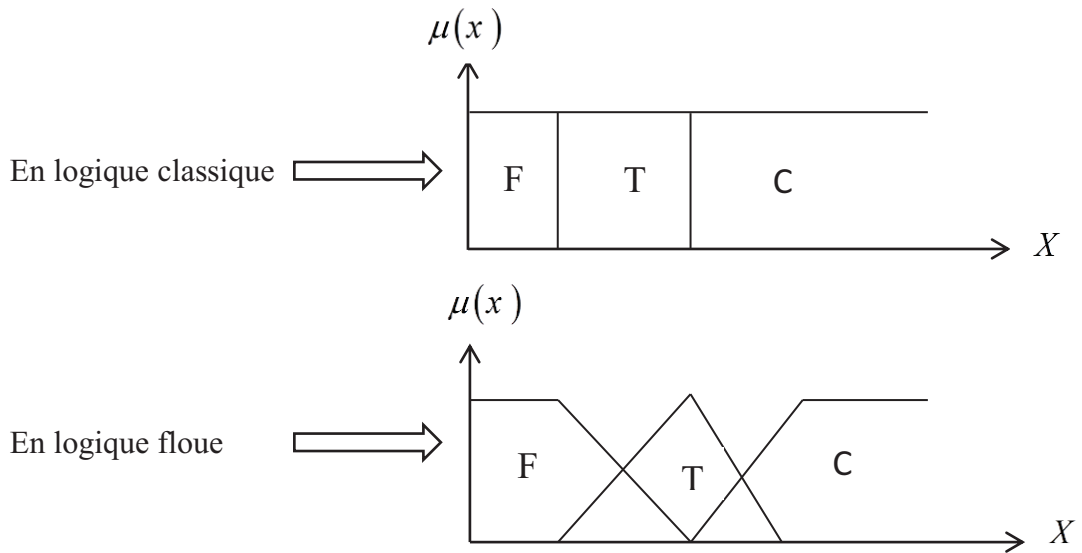


Figure 1.1 Evaluation de la température selon la logique classique et floue.

De cette figure, la logique classique ne peut utiliser que le 0 et le 1, ainsi l'eau est d'abord totalement froide puis tiède et enfin chaude. Alors qu'en logique floue, les ensembles flous sont définis par des fonctions d'appartenances ayant des valeurs dans l'intervalle $[0,1]$.

1.2.2.2 Fonction d'appartenance

Pour faciliter le traitement numérique et l'utilisation des ensembles flous, il est nécessaire de donner une description mathématique aux fonctions d'appartenance. Les fonctions d'appartenance ci-dessous sont les plus souvent utilisées [7] :

- **Fonction triangulaire** : Elle est définie par trois paramètres $\{a, b, c\}$:

$$\mu_F(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (1.3)$$

- **Fonction trapézoïdale** : Elle est définie par quatre paramètres $\{a, b, c, d\}$:

$$\mu_F(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (1.4)$$

- **Fonction Gaussienne** : Elle est définie par deux paramètres $\{\sigma, m\}$:

$$\mu_F(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.5)$$

- **Fonction sigmoïde** : Elle est définie par deux paramètres $\{a, c\}$:

$$\mu_F(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))} \quad (1.6)$$

La figure 1.2 donne les formes de ces fonctions d'appartenance.

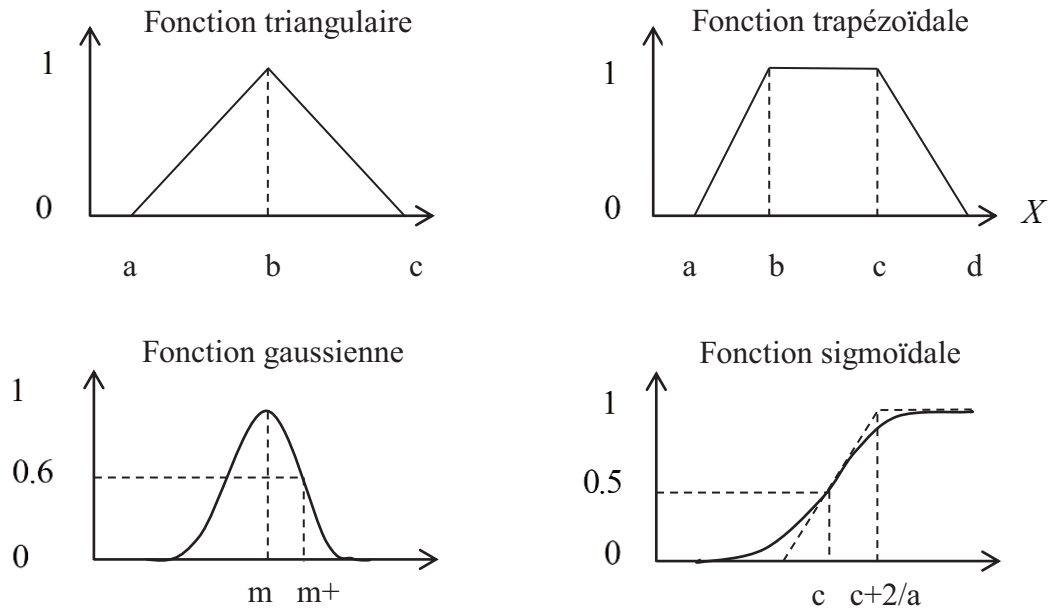


Figure 1.2 Forme des fonctions d'appartenance usuelles.

1.2.2.3 Variable linguistique

C'est une variable dont les valeurs ne sont pas des nombres, mais des mots ou phrases exprimés en langage naturel. La raison pour laquelle cette représentation est utilisée, est que le caractère linguistique est moins spécifique que le caractère numérique.

Une variable linguistique x est généralement caractérisée par un triplé $\{x, T(x), X\}$ où x désigne le nom de la variable, X son univers de discours, et $T(x)$ son ensemble de termes ou valeurs linguistiques [7].

1.2.2.4 Opérations sur les ensembles flous

Soit A et B deux ensembles flous définis dans l'univers de discours X par les fonctions d'appartenance $\mu_A(x)$ et $\mu_B(x)$ respectivement.

- **Complémentation floue** : Le complément de A noté $\bar{A}$ est défini par :

$$\forall x \in X : \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (1.7)$$

- **Intersection floue** : Elle est réalisée par n'importe quelle T-norme (norme triangulaire notée T). La plus usitée est l'opérateur min :

$$\forall x \in X : \mu_{A \cap B}(x) = T(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (1.8)$$

- **Union** : Elle est réalisée par n'importe quelle T-conorme (conorme triangulaire notée $\perp$). La plus usitée est l'opérateur max :

$$\forall x \in X : \mu_{A \cup B}(x) = \perp(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad (1.9)$$

- **Cardinalité** : Elle évalue le degré global avec lequel les éléments de X appartiennent à A . Elle est définie par :

$$|A| = \sum_{x \in X} \mu_A(x) \quad (1.10)$$

1.2.2.5 Implication floue

L'implication floue est un opérateur qui permet d'évaluer le degré de vérité d'une règle de la forme

$$\text{si } x \text{ est } A \text{ alors } y \text{ est } B$$

à partir des valeurs de la prémisse d'une part, et de celle de la conclusion d'autre part. Ce degré de vérité est évalué à partir des degrés d'appartenance de x à A et de y à B comme suit :

- Implication de Mamdani : $\mu_R(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y))$ (1.11)

1.2.2.6 Raisonnement flou

En logique classique le modus ponens permet, à partir de la règle « *Si x est A alors y est B* » et du fait « *x est A* », de conclure le fait « *y est B* », qui sera ajouté à la base des faits. Zadeh a étendu ce principe au cas flou, principe que l'on appelle alors modus ponens généralisé. Le modus ponens et le modus ponens généralisé se résument comme suit [7] :

	Modus Ponens	Modus Ponens généralisé
Fait	$x \text{ est } A$	$x \text{ est } A'$
Règle	$\text{Si } x \text{ est } A \text{ alors } y \text{ est } B$	$\text{Si } x \text{ est } A \text{ alors } y \text{ est } B$
Déduction	$y \text{ est } B$	$y \text{ est } B'$

à partir de la règle « *Si A alors B* » et du fait « *A'* », un nouveau fait « *B'* » est déduit et qui est caractérisé par un ensemble flou dont la fonction d'appartenance est donnée par :

$$\mu_{B'}(y) = \sup_x (\mu_{A'}(x) * \mu_R(x, y)) \quad (1.12)$$

Les fonctions d'appartenance $\mu_{A'}(x)$ et $\mu_R(x, y)$ caractérisent respectivement le fait « *A'* » et la règle.

1.2.3 Structure d'un système flou

Un système flou est un système à base de connaissance particulière composé de quatre modules principaux, à savoir [2-7] :

Base de règles : Contient les règles floues décrivant le comportement du système, elle est le cœur du système entier dans le sens où tous les autres composants sont utilisés pour interpréter et combiner ces règles pour former le système final. Ces règles peuvent être fournies par un expert ou peuvent être extraites de données numériques. Dans les deux cas, les règles prennent la forme « *Si prémisse alors conclusion* ».

Fuzzification : La fuzzification transforme la grandeur physique d'entrée en une grandeur floue. Elle est utilisée pour pouvoir activer les règles qui sont exprimées à l'aide de variables linguistiques associées à des ensembles flous. Dans la littérature de la commande floue, deux approches de fuzzification sont généralement utilisées, à savoir : la fuzzification singleton et la fuzzification non-singleton.

Moteur d'inférence : Le moteur d'inférence combine les règles floues, en utilisant les principes de la logique floue, pour effectuer une transformation à partir des ensembles flous dans l'espace d'entrée vers des ensembles flous dans l'espace de sortie.

Défuzzification : La défuzzification transforme la grandeur floue issue de l'inférence en une grandeur physique. Plusieurs stratégies de défuzzification existent, les plus répandues sont :

- la méthode du centre de gravité,
- la méthode du maximum,
- la méthode de la hauteur, et
- la méthode de l'aire, ...etc.

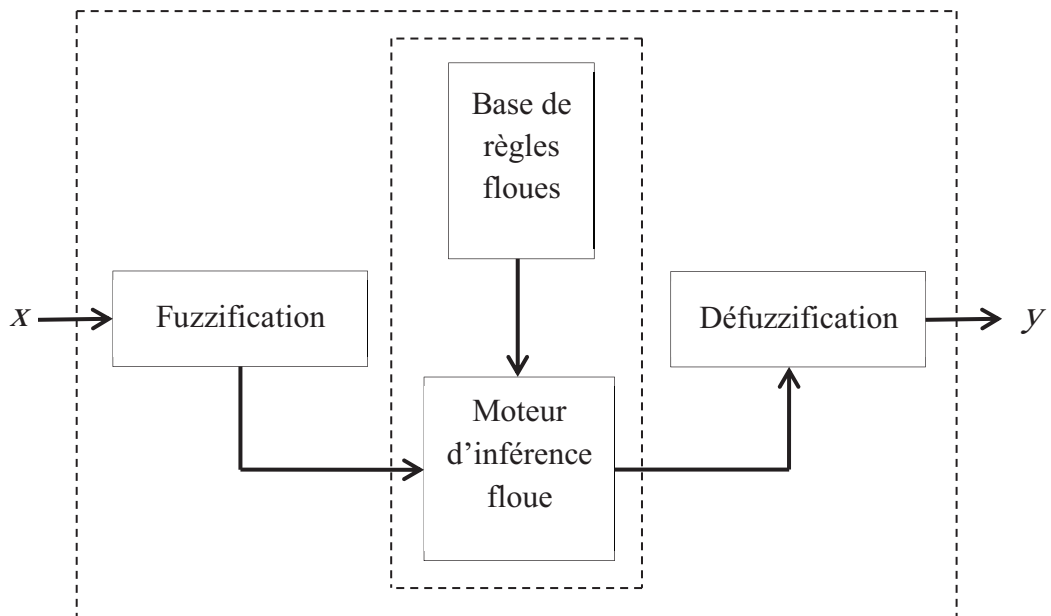


Figure 1.3 Configuration de base d'un système flou.

1.2.4 Différents types de modèle

Un modèle flou est une représentation du comportement du système par les ensembles flous. D'un point de vue structurel, les modèles flous peuvent être classés en deux classes [2,7]:

- les modèles linguistiques (les modèles de Mamdani),
- les modèles à conséquences fonctionnelles (les modèles de Takagi-Sugeno (TS)).

1.2.4.1 Modèles de Mamdani (linguistiques)

Soit un système flou de Mamdani d'une base de N règles et n variables linguistiques. Les règles correspondantes sont de cette forme :

$$R_k : \text{si } x_1 \text{ est } F_1^k \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } F_n^k, \text{ alors } y = B^k, \quad k = 1, \dots, N \quad (1.13)$$

où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in X \subseteq R^n$ est l'ensemble d'entrée, $y \in R$ est la sortie, $F_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\}$ avec $F_i^j, j = 1, \dots, m_i, i = 1, \dots, n$ sont des ensembles flous définis sur X_i , B^k sont des ensembles flous définis dans R , et $N = \prod_{i=1}^n m_i$ est le nombre total des règles du système flou, i.e. la base de connaissances comporte toutes les combinaisons possibles des ensembles flous des variables d'entrée.

Si la fuzzification singleton et le connecteur « et » comme le produit algébrique sont considérés, le degré de vérité ou d'activation de chaque règle est donné par:

$$\mu_k(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^k}(x_i), \quad \mu_{F_i^k} \in \{\mu_{F_i^1}, \dots, \mu_{F_i^{m_i}}\} \quad (1.14)$$

avec $\mu_{F_i^j}(x_i)$ est la fonction d'appartenance associée à l'ensemble flou F_i^j .

En utilisant la méthode de défuzzification du centre de gravité, la sortie finale du système flou est donnée par :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) y^k}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (1.15)$$

Cette implémentation est appelée *min-max*.

Il existe plusieurs variantes de la méthode de Mamdani, par exemple, des variantes de type: min-produit, produit-somme.

Ces modèles flous ont les avantages suivants :

- ❖ Les prémisses et les conclusions des règles sont de nature entièrement linguistique, ceci les rend facilement compréhensibles.
- ❖ Il est tout à fait possible de combiner les règles identifiées à partir des données numériques par une méthode d'apprentissage, avec des règles formulées par un expert.
- ❖ L'interpolation dépend de la forme des fonctions d'appartenance, des opérateurs d'inférence et de la méthode de défuzzification. Elle peut être améliorée par un choix adéquat de ces éléments. Donc, l'interpolation dans ces modèles peut être quantifiée et contrôlée.

Malgré ses avantages, ce type de modèle flou a les limitations suivantes :

- ❖ Leur nature non structurée se traduit par une capacité de représentation limitée. En d'autres termes un grand nombre de règles est souvent nécessaire pour approcher le comportement global d'un système. Par conséquent, le nombre de paramètres à identifier est élevé.
- ❖ Le grand nombre de paramètres exige une base d'information importante et complète (dans le cas de l'apprentissage hors-ligne) pour déterminer tous les paramètres.

1.2.4.2 Modèles de Takagi-Sugeno (TS)

Les modèles linguistiques ne permettent pas d'intégrer directement des connaissances objectives sur le système qui ne sont pas exprimées par des ensembles flous. Ainsi, des connaissances exprimées sous forme analytique décrivant la structure physique du système, ne peuvent pas être prises en compte directement. Sugeno et ses collaborateurs, ont proposé une classe de modèles permettant de représenter ce type d'information. Les modèles de cette classe sont appelés les modèles de Takagi-Sugeno (TS).

Il est noté par $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ les entrées du système flou, et par y sa sortie. Pour chaque x_i est associé m_i ensembles flous F_i^j dans X_i , tel que pour $x_i \in X_i$, il existe au moins un degré d'appartenance $\mu_{F_i^j}(x_i) \neq 0$, où $i = 1, \dots, n$ et $j = 1, \dots, m_i$.

La base de règles du système flou comporte $N = \prod_{i=1}^n m_i$ règles floues de la forme :

$$R_k : \text{si } x_1 \text{ est } F_1^k \text{ et } \dots \text{ et } x_n \text{ est } F_n^k, \text{ alors } y = f_k(x) \quad , k = 1, \dots, N \quad (1.16)$$

où $F_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\}$ et $f_k(x)$ est une fonction numérique dans l'espace de sortie.

En général, $f_k(x)$ est une fonction polynomiale en fonction des variables d'entrées, mais elle peut-être aussi une fonction arbitraire tant qu'elle puisse décrire convenablement le comportement du système étudié. Si $f_k(x)$ est une fonction linéaire, i.e.

$$f_k(x) = a_0^k + \sum_{i=1}^n a_i^k x_i \quad (1.17)$$

alors, c'est un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre un (TS1). Si par contre, $f_k(x)$ est un polynôme d'ordre zéro, i.e.

$$f_k(x) = a^k \quad (1.18)$$

C'est un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro (TS0).

La sortie totale du système flou est obtenue par le calcul d'une moyenne pondérée, et de cette manière, le temps consommé par la procédure de défuzzification est évité. En fait, la sortie du système flou est donnée par la relation suivante :

$$y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N \mu_k(x) f_k(x)}{\sum_{k=1}^N \mu_k(x)} \quad (1.19)$$

avec $\mu_k(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^k}(x_i) \quad , F_i^k \in \{F_i^1, \dots, F_i^{m_i}\} .$

Les avantages intrinsèques au système flou de TS sont les suivants :

- ❖ Ils permettent de décrire des situations où la structure physique du système est bien connue.
- ❖ Ils permettent d'approcher le comportement d'un système complexe par une collection des modèles locaux linéaires.
- ❖ Les modèles TS ont une capacité de représentation importante. Le nombre de règles nécessaires pour approcher un système à certain degré de précision est généralement plus faible que dans le cas des modèles linguistique.

- ❖ La relation (1.19) relie directement la variable de sortie aux variables d'entrée. Ceci permet une application facile des techniques d'optimisation et d'adaptation pour identifier les différents paramètres du modèle.

Toutefois, ces modèles ont aussi des inconvénients :

- ❖ Les règles n'ont pas de signification sémantique claire comme dans le cas des modèles linguistiques.
- ❖ L'intégration de la connaissance humaine formulée par des règles linguistiques n'est pas aisée.

Tout au long de ce mémoire, le système flou de TS0 sera utilisé pour estimer les fonctions non linéaires inconnues.

En introduisant la notion des fonctions floues de base, la sortie du système flou de TS0 peut être écrite comme suit :

$$y(x) = \theta^T \xi(x) \quad (1.20)$$

où $\theta = [a^1, \dots, a^N]^T$: vecteur constitué des paramètres de la partie conclusion des règles floues ;
 $\xi(x) = [\xi_1(x), \dots, \xi_N(x)]^T$: vecteur des fonctions floues de base, dont chacune des composantes est donnée par :

$$\xi_k(x) = \frac{\mu_k(x)}{\sum_{j=1}^N \mu_j(x)}, k = 1, \dots, N \quad (1.21)$$

1.2.5 Approximation des fonctions par les systèmes flous

Deux raisons principales amènent à incorporer les systèmes flous dans un contrôleur adaptatif [2,7]:

- Ils ont la propriété d'approximation universelle.
- La possibilité d'intégrer dans les contrôleurs des informations linguistiques ou mathématiques disponibles issues d'une expertise.

Wang a montré que les systèmes flous sont des approximateurs universels s'ils respectent certains critères [3].

Les algorithmes de commande floue proposés dans ce mémoire sont basés sur le théorème suivant, dit théorème d'approximateurs universels.

Théorème 1.1 : Soit $f(x)$ une fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact Ω_x , et pour toute constante positive ε , il existe un système flou $y(x)$ de la forme (1.20) tel que :

$$\sup_{x \in \Omega_x} |f(x) - \theta^T \xi(x)| < \varepsilon \quad (1.22)$$

La structure du système flou et les fonctions floues de base sont convenablement spécifiées a priori par l'utilisateur. Cela signifie que la décision de l'utilisateur est nécessaire pour déterminer la structure du système flou à savoir : les entrées, le nombre de fonctions d'appartenance pour chaque entrée, les paramètres des fonctions d'appartenance et le nombre de règles. Quant aux paramètres des conclusions, i.e. θ , ils seront déterminés en ligne via un algorithme d'adaptation.

1.3 Rappel sur la stabilité

1.3.1 Stabilité de Lyapunov [8]

Définition 1.1 : Un point d'équilibre $x=0$ d'un système $\dot{x} = f(x)$ est dit stable si :

$$\forall R > 0, \exists r > 0 \text{ } /: (\|x(0)\| \leq r \Rightarrow \|x(t)\| \leq R \quad \forall t > 0)$$

La stabilité implique que la trajectoire peut être gardée proche de l'origine en initialisant suffisamment proche de lui.

Définition 1.2 (Stabilité asymptotique): Un point d'équilibre $x=0$ est asymptotiquement stable si :

- Il est stable
- $\exists r > 0 \text{ } /: (\|x(0)\| \leq r \Rightarrow \|x(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty)$

La stabilité asymptotique implique que le point d'équilibre est stable, et en plus, en initialisant le système suffisamment proche de l'origine, l'état du système converge vers zéros quand le temps t tend vers l'infini.

Définition 1.3 (Fonction de Lyapunov) : Une fonction $V(x)$ associée au système $\dot{x} = f(x)$ est dite de Lyapunov si elle vérifie les conditions suivantes :

- $V(x)$ est définie positive ($V(x) > 0$).
- Les dérivées partielles de $V(x)$ suivant les états x_i sont continues.
- Sa dérivée par rapport au temps est semi-défini négative ($\dot{V}(x) \leq 0$).

Définition 1.4 : Un point d'équilibre $x=0$ est stable s'il existe une fonction scalaire $V(x)$ à dérivées partielles continues tel que :

- $V(x)$ est défini positive.
- $\dot{V}(x)$ est semi défini négatif.

c.à.d. Le point d'équilibre est stable si on peut trouver une fonction de Lyapunov associée au système.

1.3.2 Théorème de Kalman – Yakubovitch [1]

Soit le système :

$$\dot{x} = A x \quad x \in R^n$$

avec A Matrice d'Hurwitz, c.à.d toute les valeurs propres de A ayant une partie réelle négative. Il existe deux matrices symétriques définies positives P et Q vérifiant l'équation matricielle de Lyapunov :

$$A^T P + P A = -Q$$

1.3.3 Lemme de Barbalat [2]

Le lemme suivant sera utilisé dans ce mémoire, afin de démontrer la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro.

Lemme 1.1 : Si $f, \dot{f} \in L_\infty$, et $f \in L_p$, pour $p \in [1, \infty[$, alors $f \rightarrow 0$, quand $t \rightarrow \infty$.

Le résultat du lemme 1.1 est un cas spécial d'un résultat plus général donné par le lemme de Barbalat indiqué ci-dessous.

Lemme 1.2 :(Lemme de Barbalat): Si $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$ existe et finie, et $f(t)$ est une fonction uniformément continue, alors $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$.

1.4 Outils mathématiques

1.4.1 Théorème de la valeur moyenne [2]

Si x et y deux points distingués dans R^n , donc le segment $L(x, y)$ joignant x à y est:

$$L(x, y) = \{z \mid z = x\lambda + (1-\lambda)y, 0 < \lambda < 1\}$$

Théorème 1.2 : Supposons que $f : R^n \rightarrow R$ soit une fonction continuellement différentiable à chaque point x de l'ensemble ouvert $S \subset R^n$. Soient x et y sont deux points de S tels que le segment $L(x, y) \subset S$. Alors, il existe un point z du segment $L(x, y)$ tel que :

$$f(y) - f(x) = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=z} (y - x)$$

Le théorème de la valeur moyenne sera employé dans ce mémoire pour traiter les systèmes non affines en la commande.

1.4.2 Fonction de Nussbaum [9, 10, 11, 12]

La fonction $N(\varsigma)$ est dite une fonction de Nussbaum, si elle a les propriétés utiles suivantes :

$$\begin{aligned} 1) \quad & \limsup_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\varsigma) d\varsigma = +\infty \\ 2) \quad & \liminf_{s \rightarrow +\infty} \frac{1}{s} \int_0^s N(\varsigma) d\varsigma = -\infty \end{aligned}$$

Exemple: soit la fonction continue $N_1(\varsigma) = \varsigma^2 \cos(\varsigma)$. il est claire que $N_1(\varsigma)$ est positive sur l'intervalle $(2n\pi, 2n\pi + \pi/2)$ et négative sur l'intervalle $(2n\pi + \pi/2, 3\pi/2)$, n est entier.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n\pi + \pi/2} \int_0^{2n\pi + \pi/2} N_1(\varsigma) d\varsigma = +\infty,$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n\pi + 3\pi/2} \int_0^{2n\pi + 3\pi/2} N_1(\varsigma) d\varsigma = -\infty.$$

Démonstration :

$$\begin{aligned}
 \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n\pi + \pi/2} \int_0^{2n\pi + \pi/2} N_1(\varsigma) d\varsigma &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n\pi + \pi/2} \int_0^{2n\pi + \pi/2} \varsigma^2 \cos(\varsigma) d\varsigma \\
 &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n\pi + \pi/2} \left(\varsigma^2 \sin(\varsigma) \Big|_0^{2n\pi + \pi/2} - 2 \int_0^{2n\pi + \pi/2} \varsigma \sin(\varsigma) d\varsigma \right) \\
 &= \lim_{n \rightarrow +\infty} (2n\pi + \pi/2) - \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n\pi + \pi/4} \\
 &= +\infty
 \end{aligned}$$

Et de même pour la démonstration de

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n\pi + 3\pi/2} \int_0^{2n\pi + 3\pi/2} N_1(\varsigma) d\varsigma = -\infty.$$

Les fonctions suivantes sont des fonctions de Nussbaum :

$$\begin{aligned}
 N_2(\varsigma) &= \varsigma^2 \cos(\sqrt{|\varsigma|}), \\
 N_3(\varsigma) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} \varsigma\right) e^{\varsigma^2}; \\
 N_4(\varsigma) &= \ln(\varsigma + 1) \cos(\sqrt{\ln(\varsigma + 1)}).
 \end{aligned}$$

Bien évidemment, le cosinus dans les exemples ci-dessus peut être remplacé par le sinus.

Le lemme suivant sera utilisé dans l'analyse de la stabilité.

Lemme 1.3 : Soit $V(t)$, $\varsigma(t)$ des fonctions continues définies sur $[0, t_f)$ avec $V(t) > 0$,

$\forall t \in [0, t_f)$, et $N(\varsigma)$ est une fonction de Nussbaum. Si l'inégalité suivante est valide :

$$V(t) \leq c_0 + e^{-c_1 t} \int_0^t g(x(\tau)) N(\varsigma) \dot{\varsigma} e^{-c_1 \tau} d\tau + e^{-c_1 t} \int_0^t \dot{\varsigma} e^{-c_1 \tau} d\tau \quad (1.23)$$

où c_0 représente une constante convenable, c_1 est une constante positive, et $g(x(\tau))$ est un paramètre variable dans le temps qui prend des valeurs dans l'intervalle inconnu fermé

$I := [l^-, l^+]$ avec $0 \notin I$, alors $V(t)$, $\varsigma(t)$, $\int_0^t g(x(\tau)) N(\varsigma) \dot{\varsigma} e^{-c_1 \tau} d\tau$ doivent être bornés

sur $[0, t_f)$.

La technique de Nussbaum sera utilisée dans les futurs chapitres, pour estimer la direction de la commande (i.e. le signe de gain de commande).

1.4.3 Fonction de transfert strictement positive réel (SPR)

Une fonction de transfert $h(S)$ est SPR selon [1], si les conditions suivantes sont assurées :

- $h(S)$ est stable
- Le diagramme de Nyquist de $h(j\omega)$ se situe entièrement dans la moitié droite du plan complexe.
- $h(S)$ à un degré relative 0 ou 1
- tous les zéros de $h(S)$ sont strictement dans le demi plan gauche.

1.5 Conclusion

La section 1.2, principalement consacré à l'étude des notions de base de la logique floue et aux différents mécanismes et outils mathématiques nécessaires à la compréhension de cette logique.

D'un point de vue mathématique, un système flou définit une relation non linéaire d'un espace d'entrée vers un espace de sortie. Et d'un point de vue logique, un système flou est une machine de décision composée essentiellement de quatre parties : la fuzzification, la base de règles, le moteur d'inférence et la défuzzification. Aussi, les systèmes flous en général ont la propriété d'approximation universelle. En fait, ils peuvent estimer n'importe quelle fonction non linéaire continue définie sur un ensemble compact.

Dans la section 1.3 et 1.4, un ensemble de définitions relatives à l'analyse de la stabilité, également des lemmes et des théorèmes très utiles pour la conception de la commande ont été rappelés.

Chapitre 2

Commande adaptative
floue avec une direction de
commande connue ou inconnue

Chapitre 2

Commande adaptative floue avec une direction de commande connue ou inconnue

2.1 Introduction

Les systèmes flous en plus de leur efficacité dans les problèmes de commande, sont capables d'approximer n'importe quelle fonction continue non linéaire sur un ensemble compact. Basé sur cette propriété importante, plusieurs schémas de commande adaptative floue ont été proposés pour les systèmes SISO non linéaires inconnus ou mal connus.

Dans ce chapitre, deux commandes adaptatives floues sont proposées où les systèmes flous sont utilisés pour approximer en ligne la dynamique du système. La première commande proposée, est développée pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus avec un signe de gain de commande connu. La seconde commande proposée, est développée pour une classe de systèmes SISO non linéaires inconnus avec un signe de gain de commande inconnu. La conception de telle commande devient un vrai défi, et généralement impossible via l'inversion si le système est non affines. Le théorème de la valeur moyenne est utilisé pour rendre le système affine en la commande et une fonction de Nussbaum pour estimer le signe de gain de commande.

2.2 Commande adaptative floue avec une direction de commande connue

2.2.1 Position du problème

Considérons le système $n^{\text{ème}}$ ordre de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.1)$$

ou de façon équivalente, de la forme

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u, \\ y = x. \end{cases} \quad (2.2)$$

où, $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in R^n$ est le vecteur d'état de ce système, $u \in R$ et $y \in R$ sont l'entrée et la sortie du système, respectivement, $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont des fonctions non linéaires continues incertaines.

L'objectif de la commande est de forcer y à suivre un signal de référence borné $y_r(t)$, sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés.

Comme dans [13], les hypothèses suivantes sont considérées.

Hypothèse 2.1 : Le gain de commande $g(\underline{x})$ est différent de zéro pour tout x et de signe connu. Sans perte de généralité, il est supposé que $g(\underline{x}) > 0$.

Hypothèse 2.2 : Le vecteur d'état $\underline{x}$ est mesurable.

Hypothèse 2.3 : La trajectoire désirée $y_r(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues et bornées.

Le vecteur d'erreur de poursuite est défini comme suite :

$$\underline{e} = \underline{y}_r - \underline{x} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \quad (2.3)$$

où $\underline{y}_r = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]^T$ et $k = [k_n, \dots, k_1]^T \in R^n$ telles que toutes les racines du polynôme $h(S) = S^n + k_1 S^{n-1} + \dots + k_n$ sont dans le demi-plan gauche, avec S variable de Laplace.

Si les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont connues, la loi de commande est,

$$u^* = \frac{1}{g(\underline{x})} [-f(\underline{x}) + y_r^{(n)} + k^T \underline{e}] \quad (2.4)$$

La commande (2.4) appliqué à (2.2), résulte que

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (2.5)$$

ce qui donne $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$, qui est l'objectif principal de la commande.

La loi de commande idéale (2.4) du système (2.1) peut être facilement implantée si $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont parfaitement connues. Ces fonctions étant généralement incertaines, Dans le reste de ce chapitre, une commande adaptative floue a été proposée pour réaliser les objectifs de la commande.

2.2.2 Conception de la commande adaptative floue

Les systèmes flous (1.20) sont utilisés pour identifier en ligne les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$. Ces systèmes sont définis comme suit :

$$\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) = \theta_f^T \xi(\underline{x}) \quad (2.6)$$

$$\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) = \theta_g^T \xi(\underline{x}) \quad (2.7)$$

avec $\xi(\underline{x})$ est un vecteur de fonctions floues de base supposé convenablement fixé en avance par l'utilisateur, θ_f et θ_g sont les vecteurs de paramètres ajustés.

La loi de commande résultante est

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)} \left[-\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) + y_r^{(n)} + k^T \underline{e} \right] \quad (2.8)$$

En appliquant (2.8) à (2.2), l'équation de l'erreur suivante est obtenue,

$$\dot{e}^{(n)} = -k^T \underline{e} + \left[\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right] + \left[\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right] u_c \quad (2.9)$$

qui est équivalente à,

$$\dot{\underline{e}} = A_c \underline{e} + B_c \left[\left(\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left(\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c \right] \quad (2.10)$$

où

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

A_c est une matrice stable ($|SI - A_c| = S^{(n)} + k_1 S^{(n-1)} + \dots + k_n$ est stable).

Il existe une matrice unique symétrique définie positive $P(n \times n)$ qui satisfait l'équation de Lyapunov suivante :

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (2.12)$$

où Q est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions $(n \times n)$.

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_e = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} \quad (2.13)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov (2.13) est :

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2} \dot{\underline{e}}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T P \dot{\underline{e}} \quad (2.14)$$

En utilisant (2.10) et (2.12) dans (2.14)

$$\dot{V}_e = -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B_c \left[\left(\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left(\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c \right] \quad (2.15)$$

Pour que $x_i = y_r^{(i-1)} - e^{(i-1)}$ soit borné, V_e doit être limité, ce qui signifie que $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque V_e est supérieur à une constante $\bar{V}$. Cependant, de (2.15) il est très difficile de concevoir u_c tel que le dernier terme de (2.15) soit négatif. Pour résoudre ce problème, un autre terme de commande u_s a été rajouté à u_c [13].

La commande finale sera,

$$u = u_c + u_s \quad (2.16)$$

le terme de commande u_s est appelé la commande de superviseur déterminé de tel sorte que $\dot{V}_e \leq 0$ quand $V_e > \bar{V}$.

En remplaçant (2.16) dans (2.2), la nouvelle équation de l'erreur est,

$$\dot{\underline{e}} = A_c \underline{e} + B_c \left[\left(\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left(\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c - g(\underline{x}) u_s \right] \quad (2.17)$$

Utilisant (2.17) et (2.12) dans (2.14), il est obtenu que

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B_c \left[\left(\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right) + \left(\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x}) \right) u_c - g(\underline{x}) u_s \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + |\underline{e}^T P B_c| \left[\left(|\hat{f}(\underline{x}, \theta_f)| + |f(\underline{x})| \right) + |\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) u_c| + |g(\underline{x}) u_c| \right] - \underline{e}^T P B_c g(\underline{x}) u_s \end{aligned} \quad (2.18)$$

Pour concevoir u_s tel que le dernier terme de (2.18) soit négatif, il faut connaître les limites des fonctions f et g , alors, l'hypothèse suivante est considérée [13]:

Hypothèse 2.4 : $f^U(\underline{x})$, $g^U(\underline{x})$ et $g_L(\underline{x})$ sont des fonctions déterminées de telle sorte que $|f(\underline{x})| \leq f^U(\underline{x})$ et $g_L(\underline{x}) \leq g(\underline{x}) \leq g^U(\underline{x})$ pour $x \in U_c$, où $f^U(\underline{x}) < \infty$, $g^U(\underline{x}) < \infty$ et $g_L(\underline{x}) > 0$ pour $x \in U_c$.

De (2.18) et basé sur les bornes $f^U(\underline{x})$, $g^U(\underline{x})$ et $g_L(\underline{x})$, la commande de supervision u_s est choisie comme suit :

$$u_s = I_1^* \text{sign}(e^T PB_c) \frac{1}{g_L(\underline{x})} \left[|\hat{f}(\underline{x}, \theta_f)| + f^U(\underline{x}) + |\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)u_c| + |g^U(\underline{x})u_c| \right] \quad (2.19)$$

où

$$\begin{cases} I_1^* = 1 & \text{si } V_e > \bar{V} \\ I_1^* = 0 & \text{si } V_e \leq \bar{V} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \text{sign}(e^T PB_c) = 1 & \text{si } e^T PB_c > 0 \\ \text{sign}(e^T PB_c) = -1 & \text{si } e^T PB_c < 0 \end{cases}$$

avec $\bar{V}$ constant indiqué par le concepteur,

En remplaçant (2.19) dans (2.18), avec le cas où $V_e > \bar{V}$, l'inégalité suivante est obtenue

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &\leq \frac{1}{2} e^T Q e + |e^T PB_c| \left[|\hat{f}| + |f| + |\hat{g}u_c| + |gu_c| - \frac{g}{g_L} (|\hat{f}| + |f^U| + |\hat{g}u_c| + |g^U u_c|) \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e \leq 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Alors, en utilisant la commande (2.16) avec u_c donnée en (2.8) et u_s donnée en (2.19),

$V_e \leq \bar{V} < \infty$ est garanti.

Puisque P est définie positive, la bornitude de V_e implique la bornitude de $\underline{e}$ qui à son tour implique que $\underline{x}$ est borné.

La tâche suivante, consiste à développer une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres θ_f et θ_g dans le but de forcer l'erreur de poursuite de converger vers zéro.

Soient les paramètres optimaux suivants,

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{f}(x, \theta_f) - f(x)| \right] \quad (2.21)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{g}(x, \theta_g) - g(x)| \right] \quad (2.22)$$

où Ω_f et Ω_g sont des ensembles de contraintes pour θ_f et θ_g respectivement, spécifiés par le concepteur.

Pour Ω_f , il est exigé que θ_f soit borné comme suivant :

$$\Omega_f = \{ \theta_f : |\theta_f| \leq M_f \} \quad (2.23)$$

Pour Ω_g , en plus des contrainte semblable à (2.23), il est exigé aussi que $\hat{g}(x, \theta_g)$ soit positive (car $g(x)$ est positive) :

$$\Omega_g = \{ \theta_g : |\theta_g| \leq M_g \} \quad (2.24)$$

où M_g et M_f sont des constantes positives spécifiées par le concepteur.

L'erreur d'approximation minimale est définie comme suit,

$$\omega = (\hat{f}(x, \theta_f^*) - f(x)) + (\hat{g}(x, \theta_g^*) - g(x))u_c \quad (2.25)$$

L'équation de l'erreur (2.16) peut être réécrite comme,

$$\dot{\underline{e}} = A_c \underline{e} - B_c g(x)u_s + B_c \left[(\hat{f}(x, \theta_f) - \hat{f}(x, \theta_f^*)) + (\hat{g}(x, \theta_g) - \hat{g}(x, \theta_g^*))u_c + \omega \right] \quad (2.26)$$

Si $\hat{f}$ et $\hat{g}$ sont remplacés par (2.6) et (2.7), respectivement, (2.26) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\dot{\underline{e}} = A_c \underline{e} - B_c g(x)u_s + B_c \omega + B_c \left[\phi_f^T \xi(x) + \phi_g^T \xi(x)u_c \right] \quad (2.27)$$

avec, $\phi_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\phi_g = \theta_g - \theta_g^*$ et $\xi(x)$ est le vecteur des fonctions floues de base.

Soit la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_g^T \phi_g \quad (2.28)$$

où, γ_1 et γ_2 sont des constantes positives.

En utilisant (2.27) et (2.12), la dérivée de V par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} - g(\underline{x}) \underline{e}^T P B_c u_s + \underline{e}^T P B_c \omega + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T (\dot{\theta}_f + \gamma_1 \underline{e}^T P B_c \xi(\underline{x})) \\ & + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T (\dot{\theta}_g + \gamma_2 \underline{e}^T P B_c \xi(\underline{x}) u_c) \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f$, $\dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g$.

De (2.19) et $g(\underline{x}) > 0$, implique que $g(\underline{x}) \underline{e}^T P B_c u_s \geq 0$, les lois d'adaptation sont choisies comme suite :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 \underline{e}^T P B_c \xi(\underline{x}) \quad (2.30)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 \underline{e}^T P B_c \xi(\underline{x}) u_c \quad (2.31)$$

De (2.29) il est obtenu que,

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B_c \omega \quad (2.32)$$

Le terme $\underline{e}^T P B_c \omega$ est d'ordre de l'erreur minimale de l'approximation. Puisque les systèmes flous sont des approximations universelles, ω est petit, sinon égale à zéro. Ce qui permet de conclure que la loi de commande synthétisée garantit la stabilité du système au sens de Lyapunov ($\dot{V} \leq 0$).

Le problème final est de savoir comment contraindre θ_f et θ_g dans les ensembles Ω_f (2.23) et Ω_g (2.24) respectivement. Si $\theta_f \in \Omega_f$ et $\theta_g \in \Omega_g$ sont gardés, alors u_c (2.8) et u_s (2.19) seront bornées parce que dans ce cas $\hat{f}$ est bornée et $\hat{g} > 0$, et rappelant que $\underline{e}$ est bornée grâce à la commande de supervision u_s .

Il est clair que les lois d'adaptation (2.30) et (2.31) ne peuvent pas garantir que $\theta_f \in \Omega_f$ et $\theta_g \in \Omega_g$, pour résoudre ce problème, l'algorithme de la projection de paramètres est utilisé [13.14].

Les lois d'adaptation modifiées sont données comme suit :

- pour ajuster le vecteur de paramètres θ_f :

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} -\gamma_1 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x}) & \text{si } (|\theta_f| < M_f), \\ & \text{ou } (|\theta_f| = M_f \text{ et } \underline{e}^T PB_c \theta_f^T \xi(\underline{x}) \geq 0) \\ P \{-\gamma_1 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x})\} & \text{si } (|\theta_f| = M_f \text{ et } \underline{e}^T PB_c \theta_f^T \xi(\underline{x}) < 0) \end{cases} \quad (2.33)$$

où l'opérateur de projection $P\{\ast\}$ est défini comme

$$P \{-\gamma_1 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x})\} = -\gamma_1 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x}) + \gamma_1 \underline{e}^T PB_c \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(\underline{x})}{|\theta_f|^2} \quad (2.34)$$

- pour ajuster le vecteur de paramètres θ_g :
 - chaque fois qu'un élément θ_{g_i} de $\theta_g = \varepsilon$, on utilise :

$$\dot{\theta}_{g_i} = \begin{cases} -\gamma_2 \underline{e}^T PB_c \xi_i(\underline{x}) u_c & \text{si } \underline{e}^T PB_c \xi_i(\underline{x}) u_c < 0 \\ 0 & \text{si } \underline{e}^T PB_c \xi_i(\underline{x}) u_c \geq 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

où $\xi_i(\underline{x})$ est le $i^{\text{ième}}$ composant de $\xi(\underline{x})$.

- Sinon,

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} -\gamma_2 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x}) u_c & \text{si } (|\theta_g| < M_g) \\ & \text{ou } (|\theta_g| = M_g \text{ et } \underline{e}^T PB_c \theta_g^T \xi(\underline{x}) u_c \geq 0) \\ P \{-\gamma_2 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x}) u_c\} & \text{si } (|\theta_g| = M_g \text{ et } \underline{e}^T PB_c \theta_g^T \xi(\underline{x}) u_c < 0) \end{cases} \quad (2.36)$$

où,

$$P \{-\gamma_2 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x}) u_c\} = -\gamma_2 \underline{e}^T PB_c \xi(\underline{x}) u_c + \gamma_2 \underline{e}^T PB_c \frac{\theta_g \theta_g^T \xi(\underline{x})}{|\theta_g|^2} u_c \quad (2.37)$$

Le schéma de la commande proposée est donné dans la figure 2.1

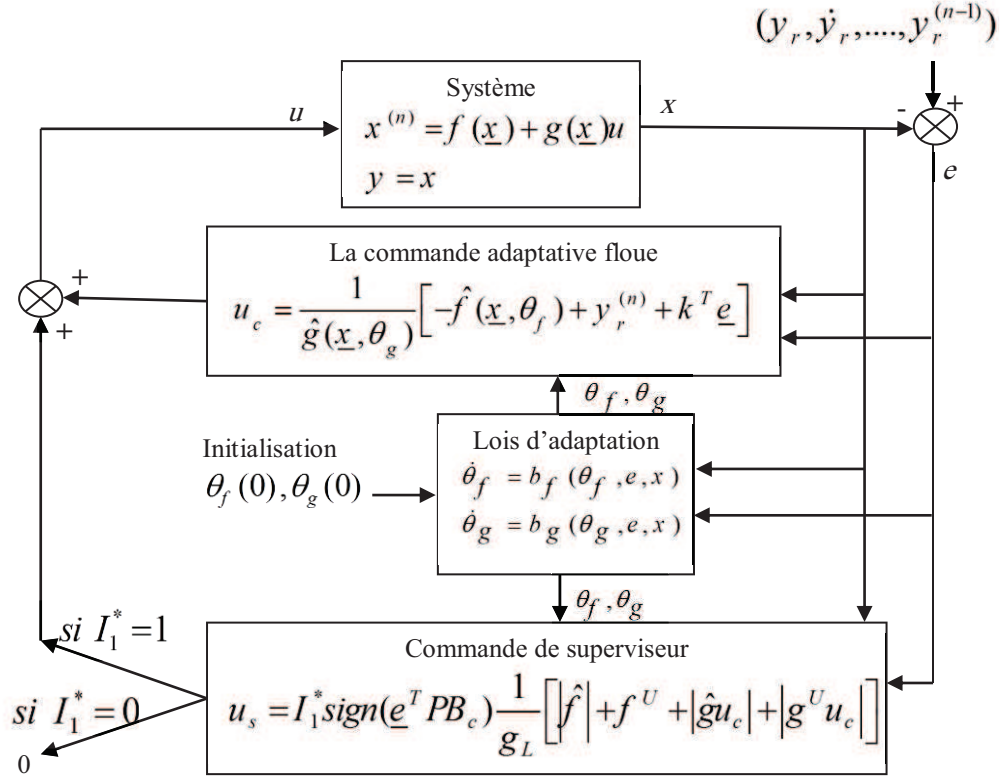


Figure 2.1 Schéma général de la commande proposée.

2.2.3 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de cette approche de commande proposée, nous considérons la commande en poursuite d'un pendule inversé présenté dans la figure 2.2.

Soit $x_1 = \theta$ est la position angulaire du pendule inversé et $x_2 = \dot{\theta}$ sa vitesse angulaire. Son modèle dynamique est donné par [4,13]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{mlx_2 \sin x_1 \cos x_1 - (M+m)g_a \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)} + \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M+m)} u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.38)$$

où g_a est l'accélération due à la pesanteur, M est la masse du chariot, m est la masse du pendule, l est la demi-longueur du pendule et u est la force appliquée.

Les valeurs numériques de pendule sont choisies comme suite: $M = 1kg$, $m = 0.1kg$, $l = 0.5m$ et $g_a = 9.8m/s^2$.

L'équation (2.38) peut être réécrite comme suit:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t)), \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.39)$$

où

$$\begin{aligned} f(\underline{x}) &= \frac{mlx_2 \sin x_1 \cos x_1 - (M + m)g_a \sin x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M + m)}, \\ g(\underline{x}) &= \frac{-\cos x_1}{ml \cos^2 x_1 - \frac{4}{3}l(M + m)}. \end{aligned}$$

Et $d(t)$ représente des perturbations externes.

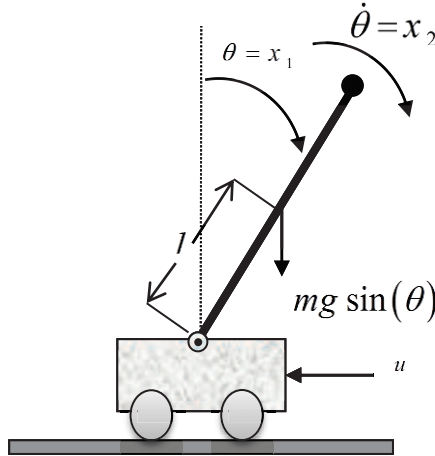


Figure 2.2 Système du pendule inversé.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système à suivre la référence $y_r = (\pi/30) \sin(t)$ (autres choix sont possibles), les fonctions f et g sont totalement inconnues.

Le vecteur de gain par retour d'état est choisi comme suit : $k = [2, 1]$ (de telle sorte que $s^2 + k_1 s + k_2$ soit stable) et $Q = \text{diag}(10, 10)$, alors la solution de l'équation de Lyapunov est $P = [15 \ 5; 5 \ 5]$.

Pour appliquer la commande proposée à ce système, il faut déterminer les limites f^U , g^U et g_L .

$$\begin{aligned}
 |f(\underline{x})| &= \left| \frac{g \sin(x_1) - \frac{m l x_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{M+m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M+m} \right)} \right| \\
 &\leq \frac{9.8 + \frac{0.025}{2} x_2^2}{\frac{1.1}{3} - \frac{0.05}{1.1}} = 15.78 + 0.036 x_2^2 = f^U(\underline{x}). \\
 |g(\underline{x})| &= \left| \frac{\cos(x_1) \frac{1}{M+m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{M+m} \right)} \right| \\
 &\leq \frac{1}{1.1 \left(\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1} \right)} = 1.46 = g^U(\underline{x}).
 \end{aligned}$$

Si $|x_1| \leq (\pi/6)$, alors,

$$|g(\underline{x})| \geq \frac{\cos(\pi/6)}{1.1 \left(\frac{2}{3} + \frac{0.05}{1.1} \cos^2(\pi/6) \right)} = 1.12 = g_L(\underline{x}).$$

Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $M_f = 16$, $M_g = 1.6$, $\varepsilon = 0.7$, $\gamma_1 = 50$, $\gamma_2 = 1$ et $\bar{V} = 0.267$.

Chacune des fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ est représentée par un système flou, et chaque système flou a comme entrée x_1 et x_2 . bien que $g(\underline{x})$ est fonction seulement de x_1 , le système flou est utilisé avec les entrées x_1 et x_2 car la forme de la fonction est inconnue. Pour chaque variable d'entrée, on définit cinq fonctions d'appartenance de type gaussienne comme suit :

$$\mu_{F_i^l}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\pi/24} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2, \quad l = 1, \dots, 5, \quad \bar{x} \text{ choisi dans l'intervalle } [-\pi/4, \pi/4].$$

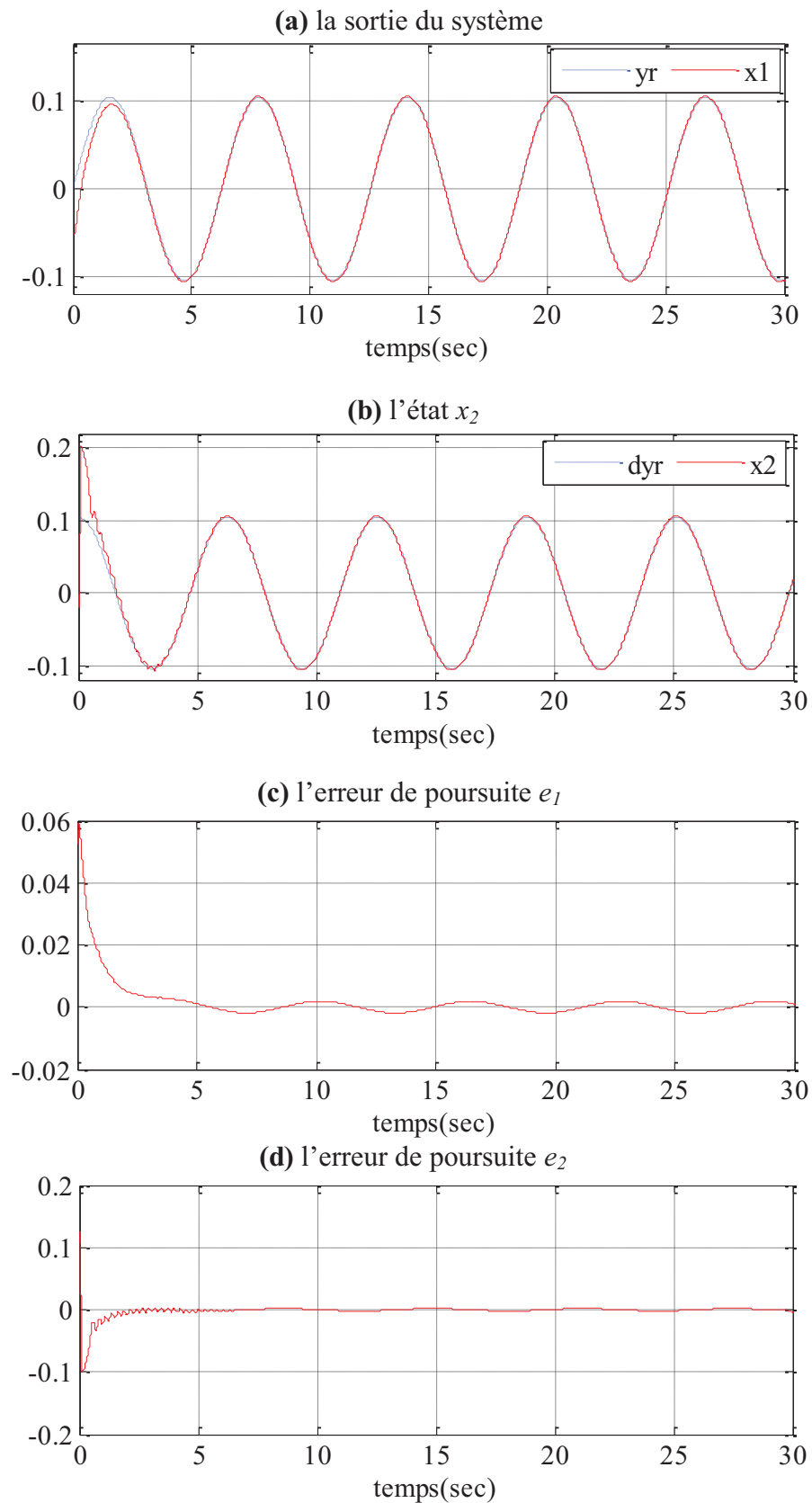
où, chaque système flou a une base de règle de 25 règles.

Les conditions initiales sont choisies comme suit :

$$\underline{x}(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [-\pi/60, 0]^T \text{ et } \theta_i(0), i = 1, 2, \text{ choisi dans l'intervalle } [0.5, 1].$$

Les figures 2.3-2.5 illustrent respectivement les résultats de simulation de la commande adaptative floue.

- Sans perturbation $d(t)=0$.



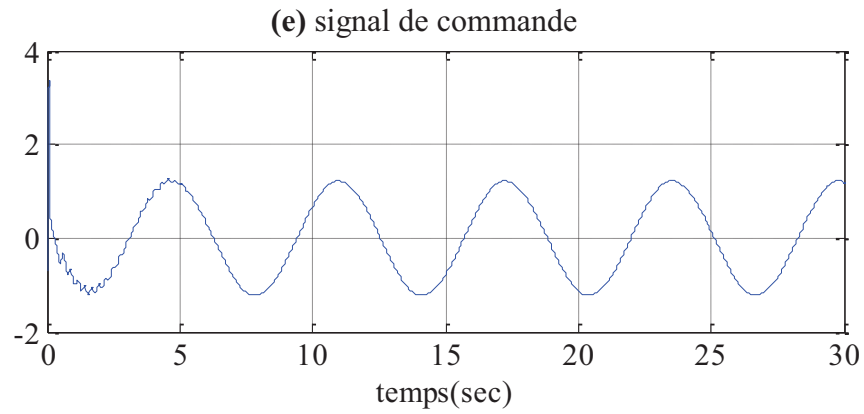
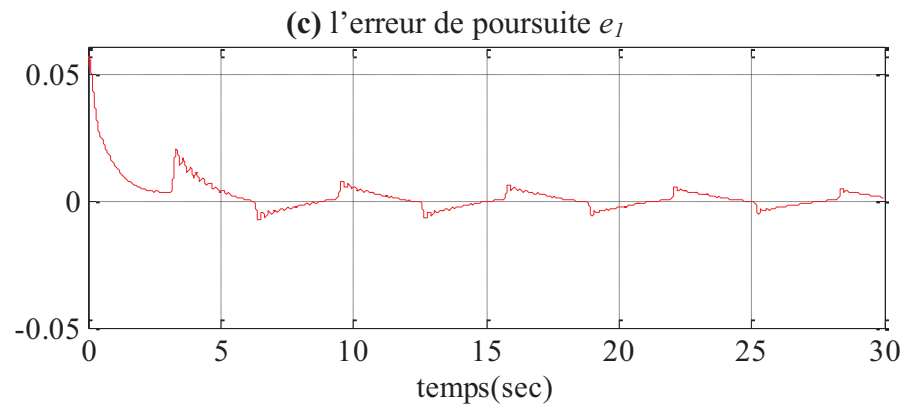
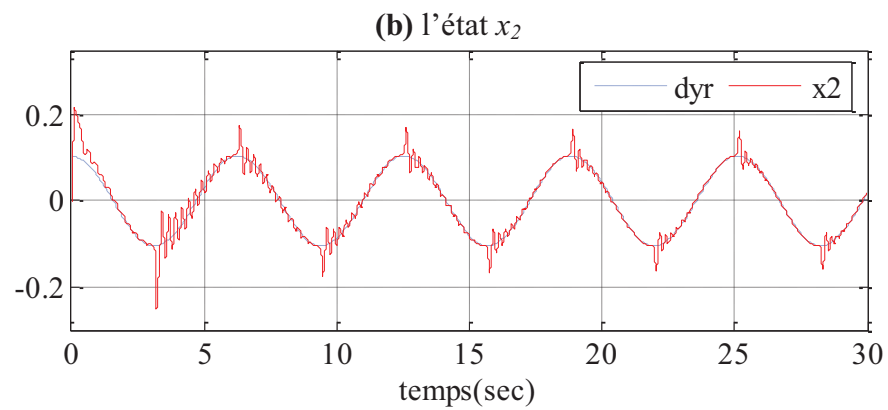
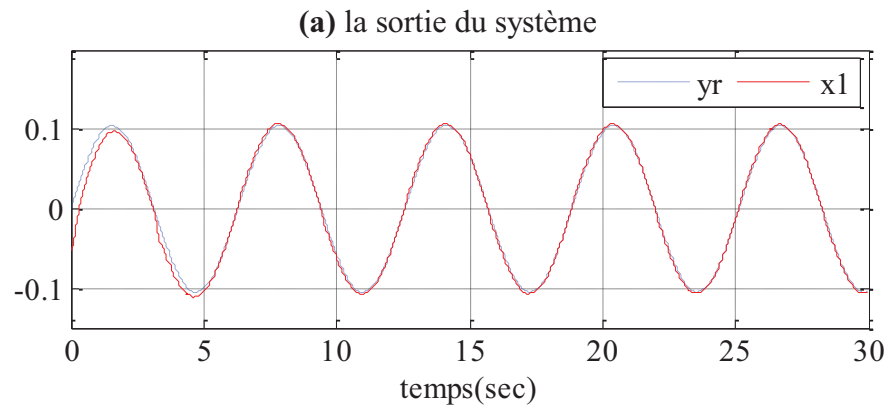


Figure 2.3 Résultats de simulation de l'exemple 1 sans perturbation.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 1.5 avec une période de $2\pi(s)$.



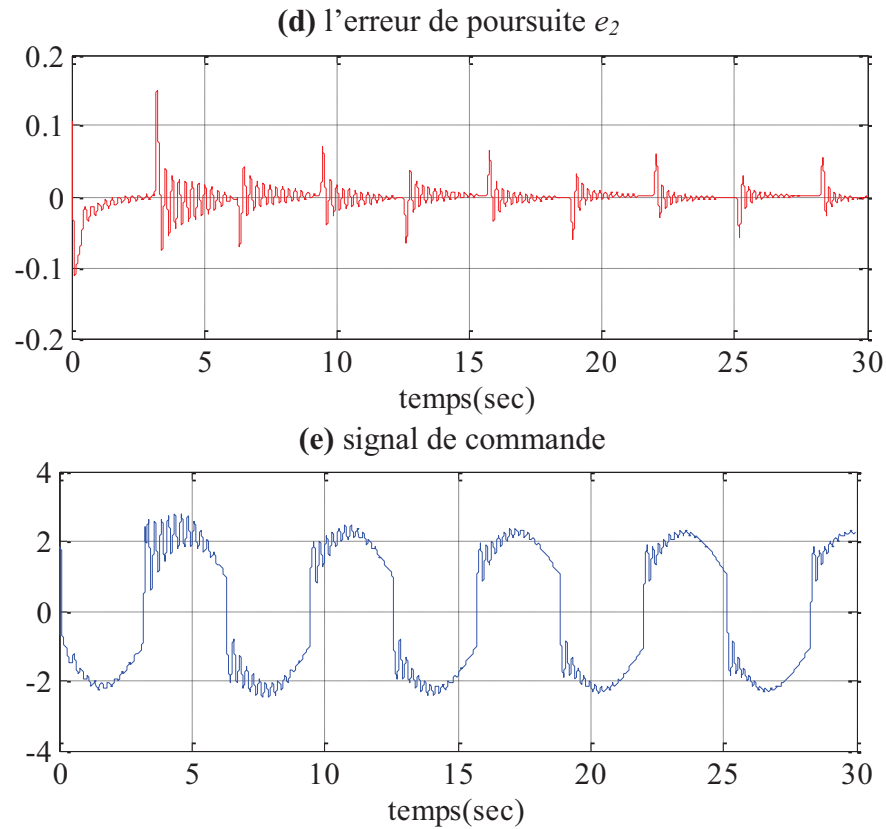
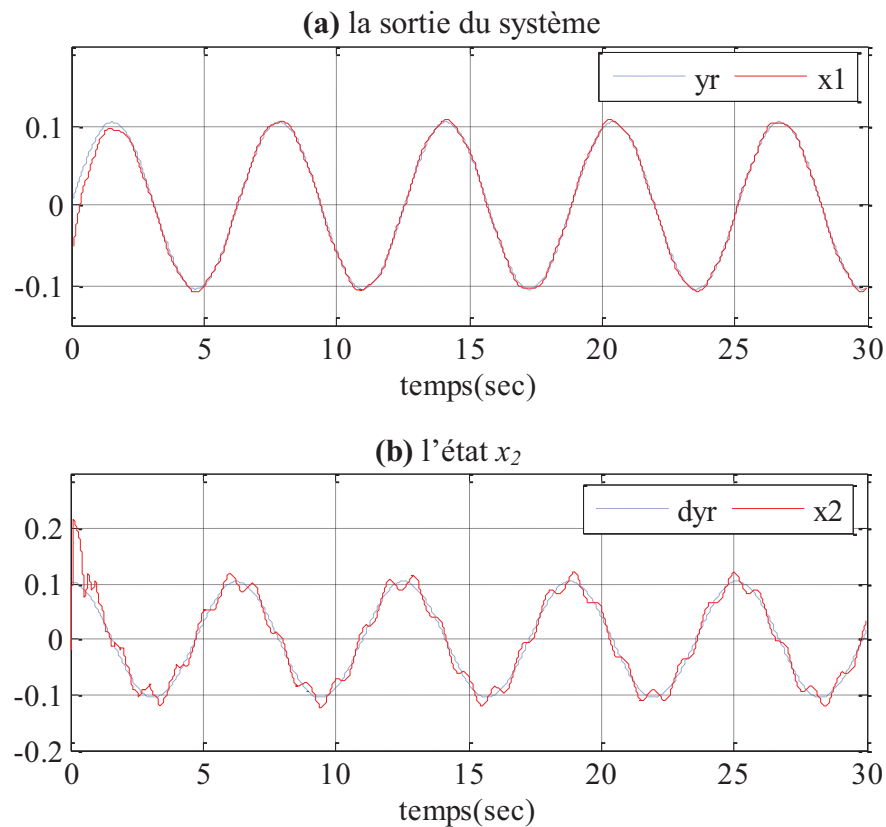


Figure 2.4 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal carré.

- avec $d(t) = 1.5 \sin(2\pi t)$.



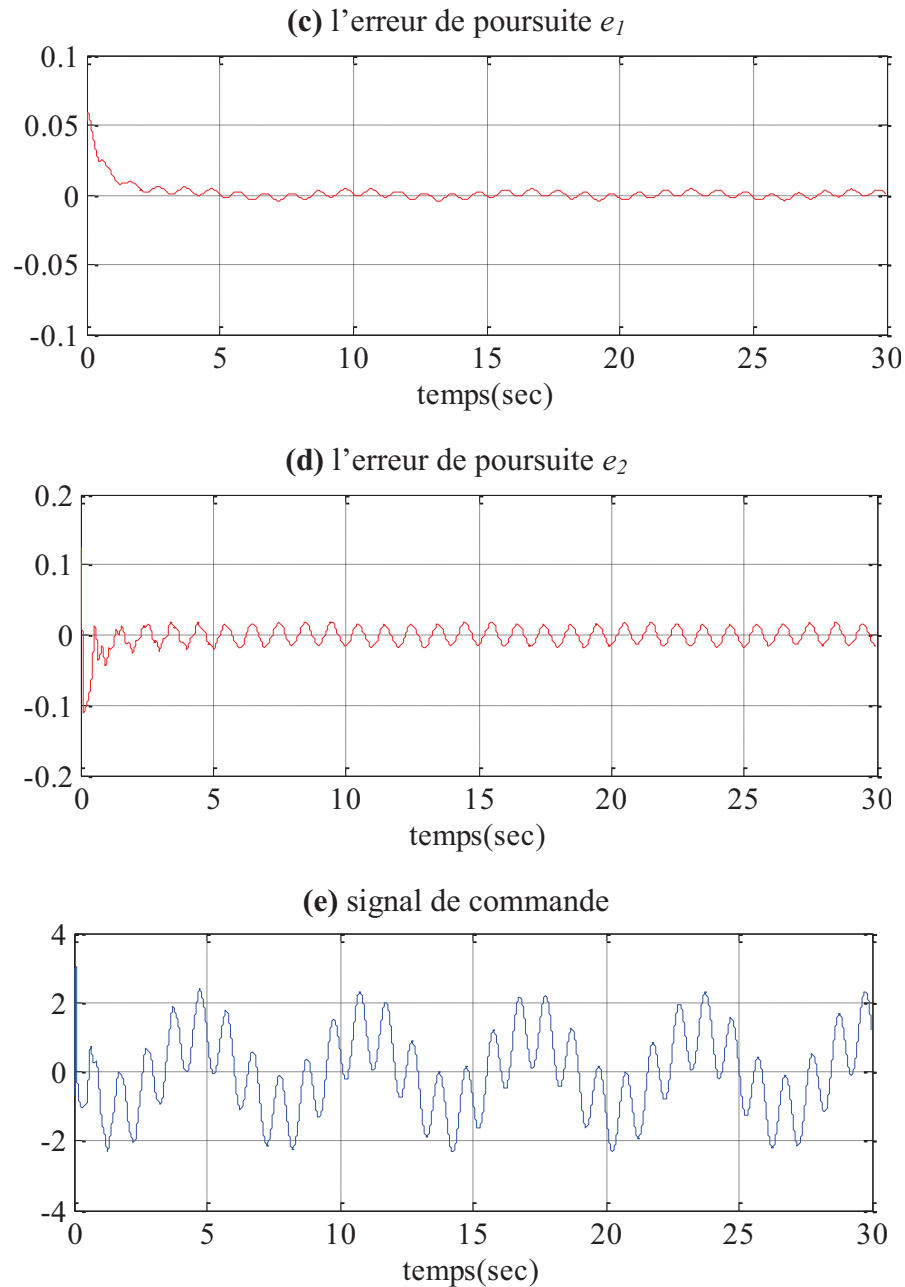


Figure 2.5 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- D'après la figure 2.3, le résultat pour une poursuite de la consigne $y_r = (\pi/30)\sin(t)$ révèle une bonne performance.
- tous les signaux dans le système en boucle fermé sont bornés, notant que l'erreur de poursuite tend vers zéro.
- les figures 2.4-2.5 montrent les résultats de simulation en présence des perturbations externes, le système continue de poursuivre la trajectoire désirée.

2.3 Commande adaptative floue avec une direction de commande inconnue

2.3.1 Position du problème

Considérons le système dynamique non linéaire SISO décrit par les équations différentielles de la forme (2.1), c.à.d.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.40)$$

où $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système qui est supposée disponible pour la mesure, $u \in \mathbb{R}$ est l'entrée de commande du système et y est sa sortie, f et g sont des fonctions continues incertaines.

Les systèmes sous la forme (2.40) sont à la forme normale, affine en la commande, qui est un cas particulier des systèmes non affine donnés par la forme :

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(n)} = f(\underline{x}, u), \\ y = x, \end{cases}$$

où l'entrée du système u n'apparaît pas linéairement. En général, même si la fonction non affine $f(\underline{x}, u)$ est complètement connue, la conception d'une commande par un bouclage linéarisant est loin d'être facile. Quand la structure de $f(\underline{x}, u)$ est inconnue, la construction d'une telle commande devient encore plus difficile voire impossible [2].

Afin de surmonter ce problème, et d'après [15], le théorème de la valeur moyenne donné dans la section 1.4.1 est utilisé pour transformer le système non affine en système affine de la forme (2.40), avec $f(\underline{x}, u) = f(\underline{x}) + g(\underline{x}, u^*)u$. L'analyse et la conception de la commande devient possible.

De [2], il existe d'autres méthodes permettant de traiter le problème des systèmes non linéaires et non affines :

- ✓ L'utilisation du développement en série de Taylor afin d'obtenir une forme affine en la commande.

- ✓ L'utilisation du théorème des fonctions implicites.

L'objectif de la commande consiste à synthétiser une loi de commande pour le système (2.40) assurant la bornitude de tous les signaux du système bouclé et la poursuite pour la sortie $y(t)$ d'une trajectoire de référence $y_r(t)$.

Comme dans [15], les hypothèses suivantes sont considérées.

Hypothèse 2.5 : Le gain de commande $g(\underline{x})$ est non nul et de signe inconnue.

Hypothèse 2.6 : La trajectoire désirée $y_r(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues, continues et bornées.

Remarque 2.1 : L'hypothèse 2.5 peut être supposée dans le cas où le système est non affine, avec $g(\underline{x}) = \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial u}$.

De l'hypothèse 2.5, et contrairement à la commande précédente, le signe de $g(\underline{x})$ ne nécessite pas d'être connue. Ce problème a été contourné dans [15], par l'utilisation de la technique de Nussbaum, introduite dans le chapitre 1, et qui estime le signe de gain de commande. Par la suite de ce chapitre, la fonction Nussbaum $N(\varsigma) = \varsigma^2 \cos(\varsigma)$ sera employée pour commander les systèmes non linéaires affines et non affines.

Soit

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 1 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Le système (2.40) peut être représenté sous la forme d'espace d'état comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u], \\ y = C^T \underline{x}, \end{cases} \quad (2.41)$$

Les vecteurs de signal de référence et d'erreur de poursuite sont définis comme suit :

$$\underline{y}_r = [y_r(t), \dot{y}_r(t), \dots, y_r^{(n-1)}(t)]^T$$

$$\underline{e} = \underline{x} - \underline{y}_r = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T$$

En utilisant le fait que $\dot{\underline{y}}_r = A\underline{y}_r + B y_r^{(n)}$, l'équation suivante est obtenue:

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A\underline{e} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u - y_r^{(n)}], \\ e = C^T \underline{e}, \end{cases} \quad (2.42)$$

Si $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont connues, et le vecteur d'état $\underline{x}$ est disponible, de (2.42) la commande idéale est :

$$u^* = g^{-1}(\underline{x})[-f(\underline{x}) + y_r^{(n)} + k_c^T \underline{e}] \quad (2.43)$$

où $k_c^T = [k_c^1, k_c^2, \dots, k_c^n] \in R^n$ est le vecteur de gain par retour d'état à être choisi de telle sorte que le polynôme caractéristique de $(A - Bk_c^T)$ est strictement Hurwitz.

En remplaçant $u = u^*$ dans (2.42), il est obtenu que

$$e^{(n)} + k_c^T e^{(n-1)} + \dots + k_c^1 e = 0 \quad (2.44)$$

Par conséquent, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Cependant, $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont inconnues, de sorte que la commande idéale u^* ne peut pas être mis en œuvre. Ce problème a été résolu par la stratégie de commande proposée précédemment, par l'utilisation des systèmes flous pour approximer les fonctions inconnues. Dans ce qui suit, une commande adaptative floue sera conçue pour stabiliser le système (2.40) ou un système équivalent (2.42).

2.3.2 Conception de la commande avec une direction de commande inconnue

Les systèmes flous de (1.20) sont utilisés pour identifier en ligne la fonction $f(\underline{x})$. Ces systèmes sont définis comme suit :

$$\hat{f}(\underline{x}, \underline{\theta}_f) = \underline{\theta}_f^T \underline{\xi}(\underline{x}) \quad (2.45)$$

avec $\underline{\xi}(\underline{x})$ est un vecteur de fonctions floues de base supposé convenablement fixer en avance par l'utilisateur, $\underline{\theta}_f$ est le vecteur des paramètres ajustés.

N'importe quelle fonction $f(\underline{x})$ peut être approximée de façon optimale selon le théorème d'approximation universelle, de sorte que :

$$f(\underline{x}) = \theta^{*T} \xi(\underline{x}) + \varepsilon(\underline{x}) \quad (2.46)$$

où $\varepsilon(\underline{x})$ est l'erreur d'approximation et θ^* est un paramètre optimal requis pour satisfaire un objectif analytique,

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \left[\sup_{x \in \Omega_x} \left| \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x}) \right| \right] \quad (2.47)$$

Avec $\hat{\theta}$ utilisé pour désigner l'estimation de θ^* , i.e. $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta^*$. Selon le théorème d'approximation universelle, il existe un constant positive b de telle sorte que l'inégalité suivante est vérifiée :

$$|\varepsilon(\underline{x})| \leq b \quad (2.48)$$

En utilisant (2.46), (2.42) peut être réécrite comme suite :

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A\underline{e} + B \left[\theta^{*T} \xi(\underline{x}) + \varepsilon(\underline{x}) + gu - y_r^{(n)} \right], \\ \dot{e} = C^T \underline{e}, \end{cases} \quad (2.49)$$

Le théorème suivant est proposé pour montrer les performances de contrôle dans le système en boucle fermée.

Théorème 2.1: [15] *Considérons le système constitué par (2.40).*

La commande adaptative floue est Construite par :

$$u = N(\varsigma) \left[k_c^T \underline{e} + \hat{\theta}^T \xi(\underline{x}) - y_r^{(n)} \right], \quad (2.50)$$

$$\dot{\varsigma} = \underline{e}^T PB \left[k_c^T \underline{e} + \hat{\theta}^T \xi(\underline{x}) - y_r^{(n)} \right], \quad (2.51)$$

et la loi d'adaptation de $\hat{\theta}$ est choisie comme suite :

$$\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma \hat{\theta} + \Gamma \underline{e}^T PB \xi(\underline{x}), \quad (2.52)$$

où $P = P^T > 0$ et $\Gamma = \Gamma^T > 0$ sont des matrices définies positives, il existe une matrice symétrique définie positive $Q = Q^T$ satisfaisant à l'équation de Lyapunov suivant:

$$(A - Bk_c^T)P + P(A - Bk_c^T)^T + PBB^T P = -Q \quad (2.53)$$

où $k_c > 0$ est choisi de telle sorte que $A_c = A - Bk_c^T$ est Hurwitz. Alors, tous les signaux dans le système en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge vers un ensemble compact borné défini par $\Omega = \{e_1, |e_1| \leq a_1\}$. Où a_1 est un constant positif.

2.3.3 Analyse de la stabilité

Soit la fonction candidate de Lyapunov suivante:

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \frac{1}{\Gamma} \tilde{\theta}. \quad (2.54)$$

La dérivée par rapport au temps de V est :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \dot{\underline{e}}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T P \dot{\underline{e}} + \frac{1}{2} \dot{\tilde{\theta}}^T \frac{1}{\Gamma} \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= \frac{1}{2} \dot{\underline{e}}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T P \dot{\underline{e}} + \tilde{\theta}^T \frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}}. \end{aligned} \quad (2.55)$$

En remplaçant (2.49) dans l'équation (2.55)

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \underline{e}^T (PA + A^T P) + \tilde{\theta}^T \frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}} + \underline{e}^T PB \left[\theta^{*T} \xi(\underline{x}) + \varepsilon(\underline{x}) + gu - y_d^{(n)} \right] \quad (2.56)$$

Avec (2.50) et (2.51), (2.56) devient

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \underline{e}^T (PA + A^T P) + \tilde{\theta}^T \frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}} - \underline{e}^T PB \tilde{\theta}^T \xi(\underline{x}) + \underline{e}^T PB \left[\hat{\theta}^T \xi(\underline{x}) + \varepsilon(\underline{x}) + gu - y_r^{(n)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \underline{e}^T (PA + A^T P) + \tilde{\theta}^T \left[\frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}} - \underline{e}^T PB \xi(\underline{x}) \right] + \underline{e}^T PB \left[\hat{\theta}^T \xi(\underline{x}) - y_r^{(n)} \right] \\ &\quad + \underline{e}^T PB g N(\varsigma) \left(k_c^T \underline{e} + \hat{\theta}^T \xi(\underline{x}) - y_r^{(n)} \right) + \underline{e}^T PB \varepsilon(\underline{x}) \\ &= \frac{1}{2} \underline{e}^T (PA_c + A_c^T P) + \tilde{\theta}^T \left[\frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}} - \underline{e}^T PB \xi(\underline{x}) \right] + [gN(\varsigma) + 1] \dot{\varsigma}. \end{aligned} \quad (2.57)$$

En utilisant (2.52), l'inégalité suivante est obtenue

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}^T \left[\frac{1}{\Gamma} \dot{\tilde{\theta}} - \underline{e}^T PB \xi(\underline{x}) \right] &= -\tilde{\theta}^T \hat{\theta} = -\tilde{\theta}^T \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T \theta^* \\ &\leq -\frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \|\theta^*\|^2. \end{aligned} \quad (2.58)$$

De l'inégalité de Young [16],

$$\underline{e}^T PB \varepsilon(\underline{x}) \leq \frac{1}{2} \underline{e}^T PBB^T P \underline{e} + \frac{1}{2} b^2. \quad (2.59)$$

En substituant (2.53), (2.58) et (2.59) dans (2.57), l'inégalité suivante est obtenue

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \frac{1}{2} \underline{e}^T (PA_c + A_c^T P) \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T PBB^T P \underline{e} + \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \|\theta^*\|^2 + \dot{\varsigma} [gN(\varsigma) + 1] \\ &\leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \frac{1}{2} b^2 - \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2} \|\theta^*\|^2 + \dot{\varsigma} [gN(\varsigma) + 1] \end{aligned} \quad (2.60)$$

Soit $\mu = \lambda_{\min}(QP^{-1}, \Gamma)$ et $\beta = \frac{1}{2}\|\theta^*\|^2 + \frac{1}{2}b^2$.

L'inégalité (2.60) peut être exprimée comme,

$$\dot{V} \leq -\mu V + \beta + \dot{\varsigma}[gN(\varsigma) + 1]. \quad (2.61)$$

En multipliant les deux côtés par $e^{\mu t}$, (2.61) réécrite comme suit,

$$\begin{aligned} \dot{V}e^{\mu t} + \mu V e^{\mu t} &\leq \beta e^{\mu t} + e^{\mu t} \dot{\varsigma}[gN(\varsigma) + 1] \\ \frac{d}{dt}(V(t)e^{\mu t}) &\leq \beta e^{\mu t} + e^{\mu t} \dot{\varsigma}[gN(\varsigma) + 1] \end{aligned} \quad (2.62)$$

Avec l'Intégration de (2.62) sur $[0, t]$, il résulte que

$$\begin{aligned} 0 \leq V(t)e^{\mu t} - V(0) &\leq \frac{\beta}{\mu}e^{\mu t} - \frac{\beta}{\mu} + \int_0^t [gN(\varsigma) + 1] e^{\mu \tau} \dot{\varsigma} d\tau \\ 0 \leq V(t) &\leq \frac{\beta}{\mu} + \left[V(0) - \frac{\beta}{\mu} \right] e^{-\mu t} + e^{-\mu t} \int_0^t [gN(\varsigma) + 1] e^{\mu \tau} \dot{\varsigma} d\tau. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Notant que $0 < e^{-\mu t} < 1$ et $\frac{\beta}{\alpha}e^{-\mu t} > 1$, alors, $\left[V(0) - \frac{\beta}{\mu} \right] e^{-\mu t} \leq V(0)$.

L'équation (2.63) devient,

$$0 \leq V(t) \leq \beta^* + e^{-\mu t} \int_0^t [gN(\varsigma) + 1] e^{\mu \tau} \dot{\varsigma} d\tau. \quad (2.64)$$

où $\beta^* = \frac{\beta}{\mu} + V(0)$.

D'après le Lemme 1.3 (section 1.4.2), il peut être conclu de (2.64) que $V(t)$, $\varsigma(t)$ et

$\int_0^t gN(\varsigma)\dot{\varsigma}d\tau$ sont bornées, c.-à-d. $\underline{e}$ et $\tilde{\theta}_f$ sont aussi bornées. De (2.50), u est bornée.

Alors, tous les signaux dans le système en boucle fermée sont bornés.

Soit $\left| \int_0^t [gN(\varsigma) + 1] e^{\mu \tau} \dot{\varsigma} d\tau \right| \leq a_2$,

ce qui implique que,

$$V(t) \leq \beta^* + a_2 \quad (2.65)$$

de (2.54), il est obtenu que

$$|e_1|^2 \leq \|\underline{e}\|^2 \leq 2 \frac{V(t)}{\lambda_{\min}(P)} \quad (2.66)$$

donc,

$$|e_1| \leq a_1, \quad (2.67)$$

où $a_1 = \sqrt{2(\beta^* + a_2)/\lambda_{\min}(P)}$.

La figure 2.6 montre le schéma complet de la commande proposée.

Remarque 2.2 : les commandes proposées dans ce mémoire ne prennent pas en compte les systèmes avec dynamique des zéros, ce qui nécessite de supposer l'hypothèse suivante.

Hypothèse 2.7 : la dynamique des zéros est supposée exponentiellement stable.

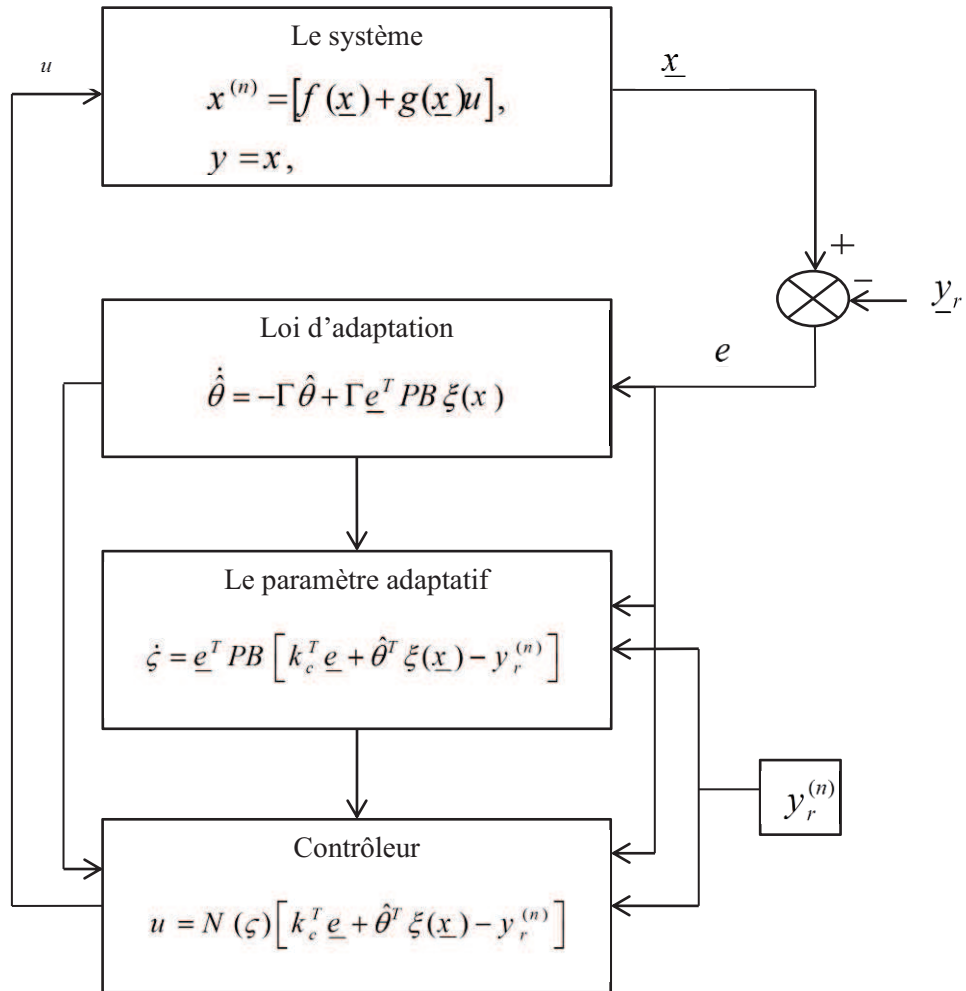


Figure 2.6 Schéma général de commande adaptative floue avec signe de gain de commande inconnue.

2.3.4 Résultats de simulation

Pour tester les performances de cette approche de commande adaptative floue développée dans cette section, nous considérons deux systèmes non linéaires : de nouveau le pendule inversé, et un système académique non affine.

2.3.4.1 Exemple 1: (Pendule inversé)

Le modèle du pendule inversé est donné dans la section la section 2.2.3.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre la trajectoire $y_r = 0.5\sin(t)$. Les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont totalement inconnues par le contrôleur (notamment le signe de $g(\underline{x})$).

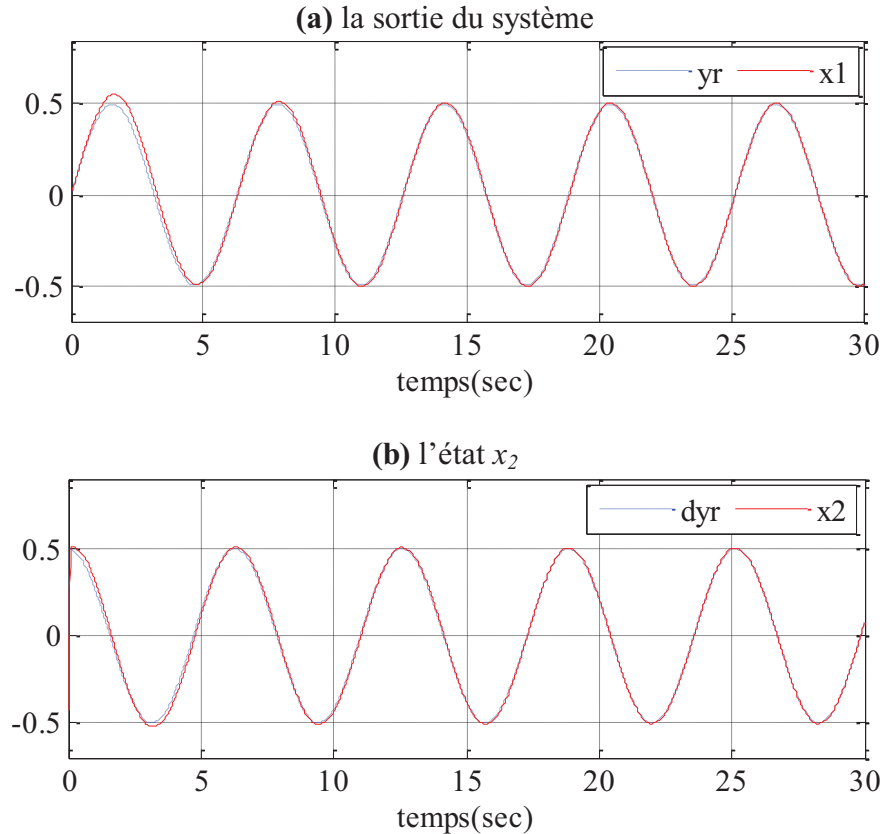
Les paramètres de conception sont fixés comme suit : $k_c^T = [10, 20]$, $P = [2, 0; 0, 2]$, $\Gamma = \text{diag}(2, 2, 2, 2, 2)$.

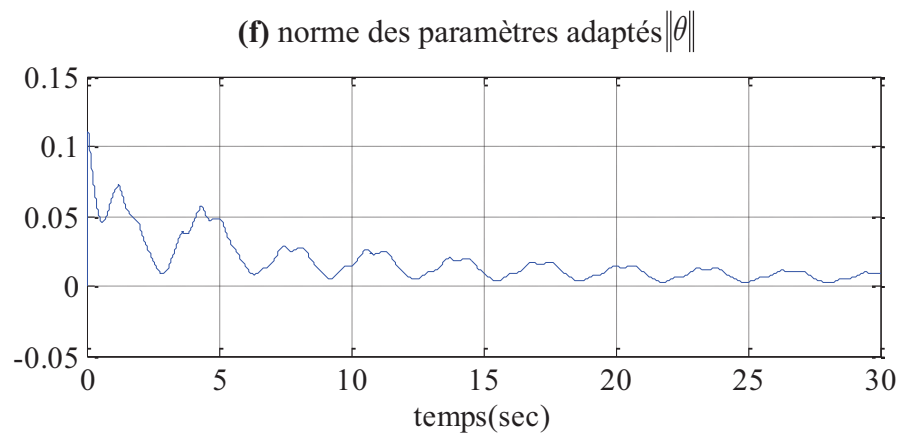
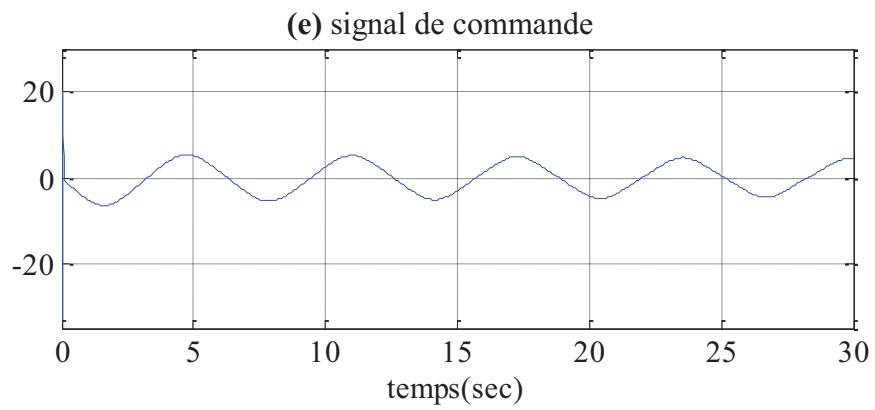
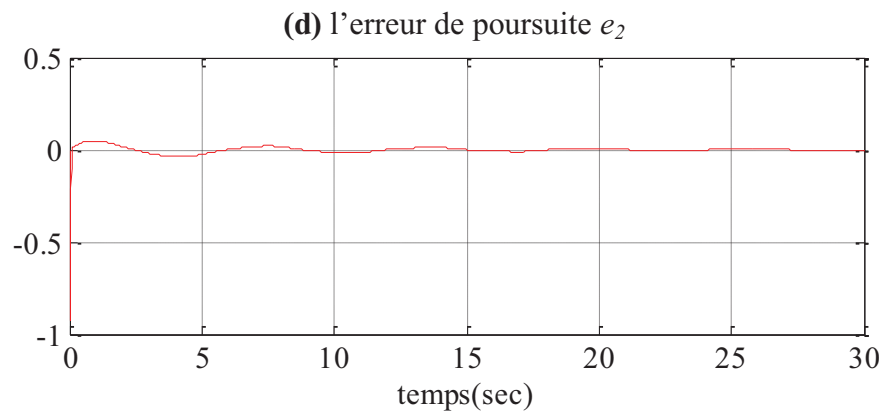
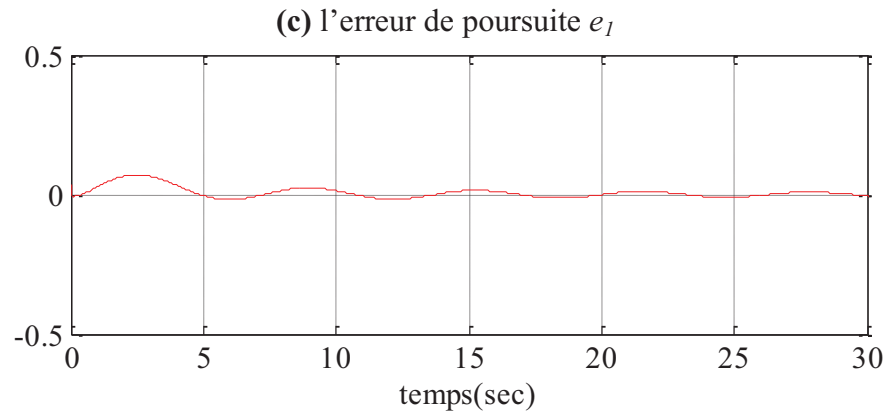
Les conditions initiales sont choisies comme suit : $\underline{x}(0) = [0.035, 0]^T$, $\theta(0) = 0$.

Pour chaque variable d'entrée, nous définissons cinq fonctions d'appartenance de type gaussienne distribuées sur l'intervalle $[-\pi/4, \pi/4]$.

Les figures 2.7-2.9 illustrent les résultats de simulation du schéma de commande adaptative floue avec signe inconnue.

- Sans perturbation $d(t)=0$.





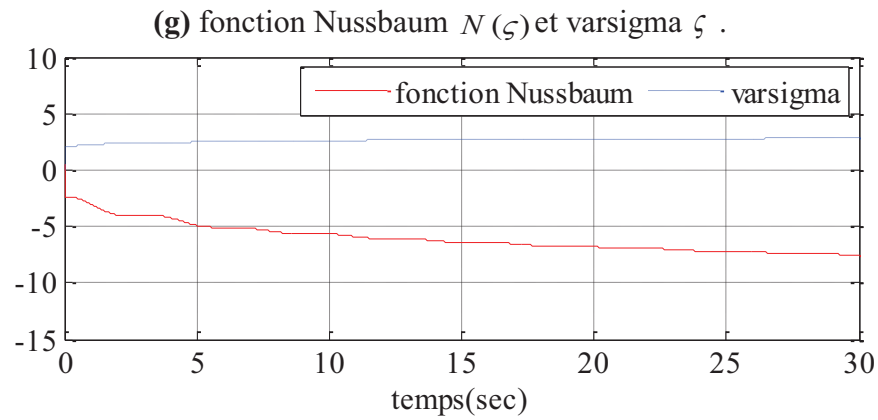
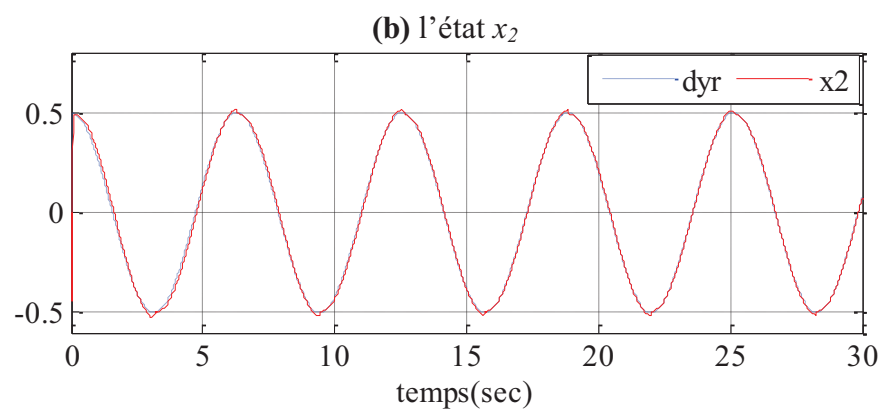
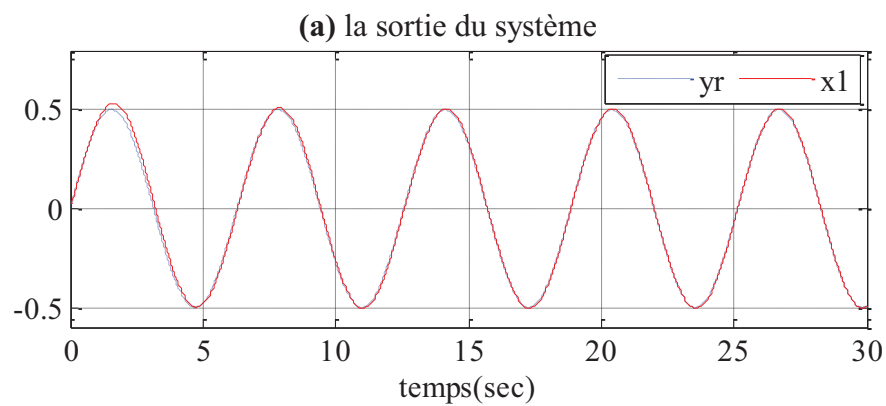
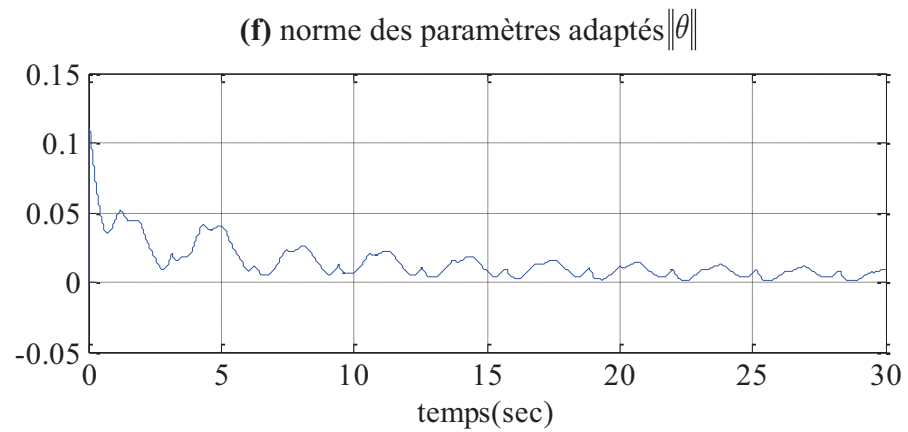
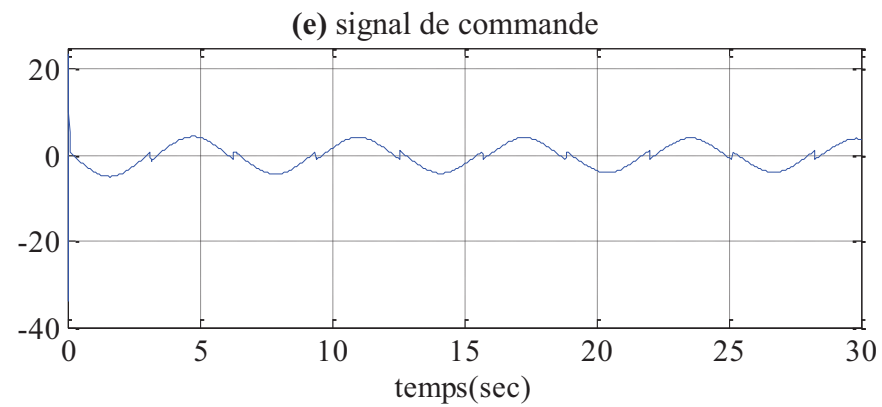
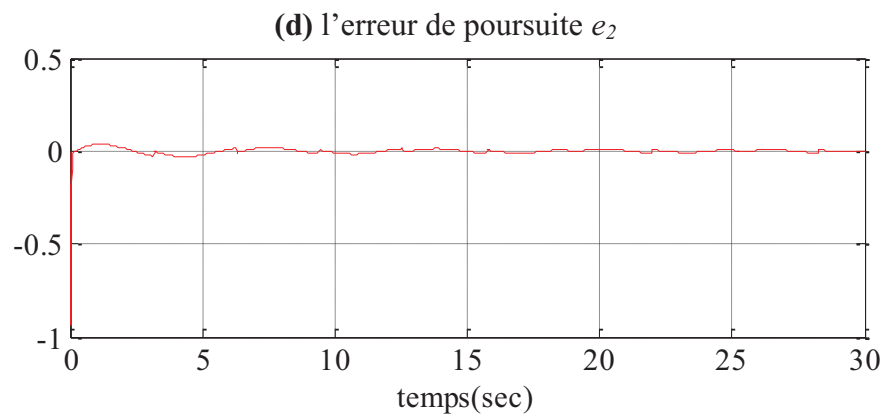
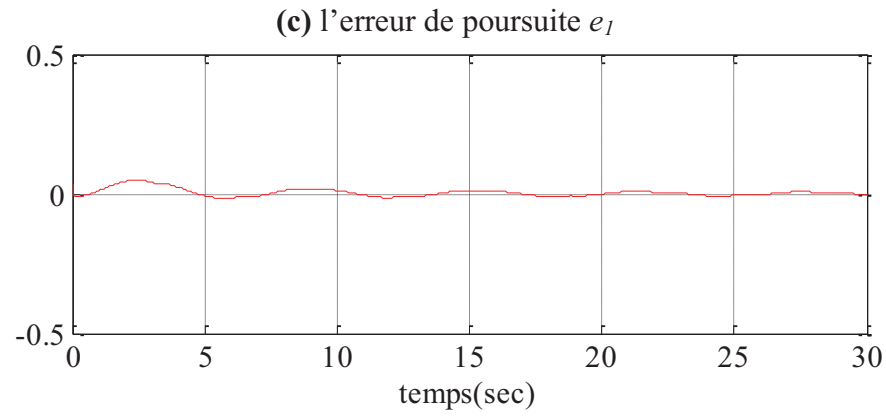


Figure 2.7 Résultats de simulation de l'exemple 1.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 1.5 avec une période de $2\pi(s)$.





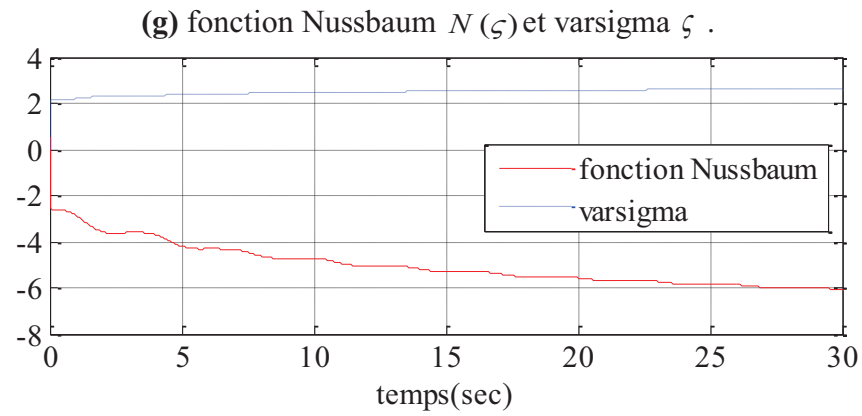
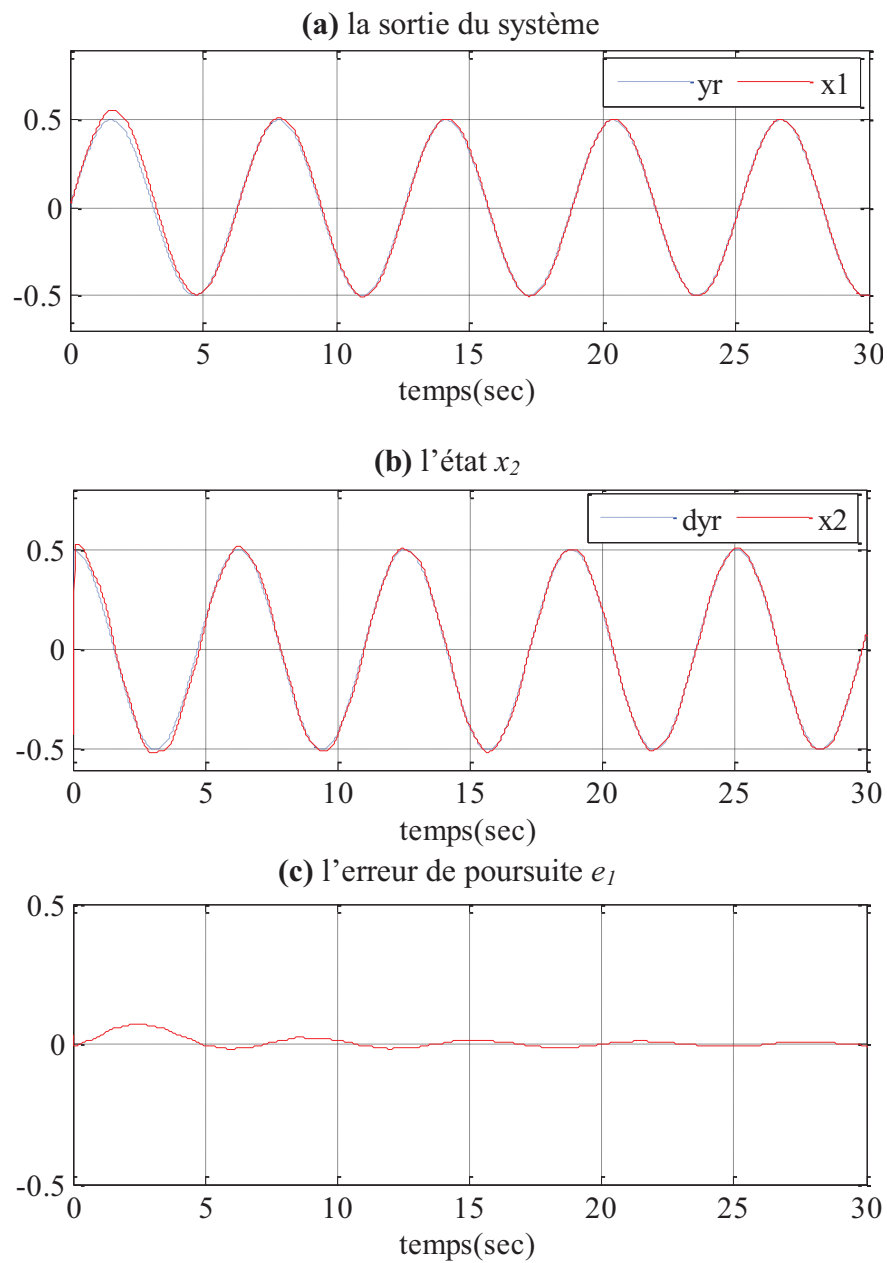


Figure 2.8 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal carré.

- avec $d(t) = 1.5 \sin(2\pi t)$.



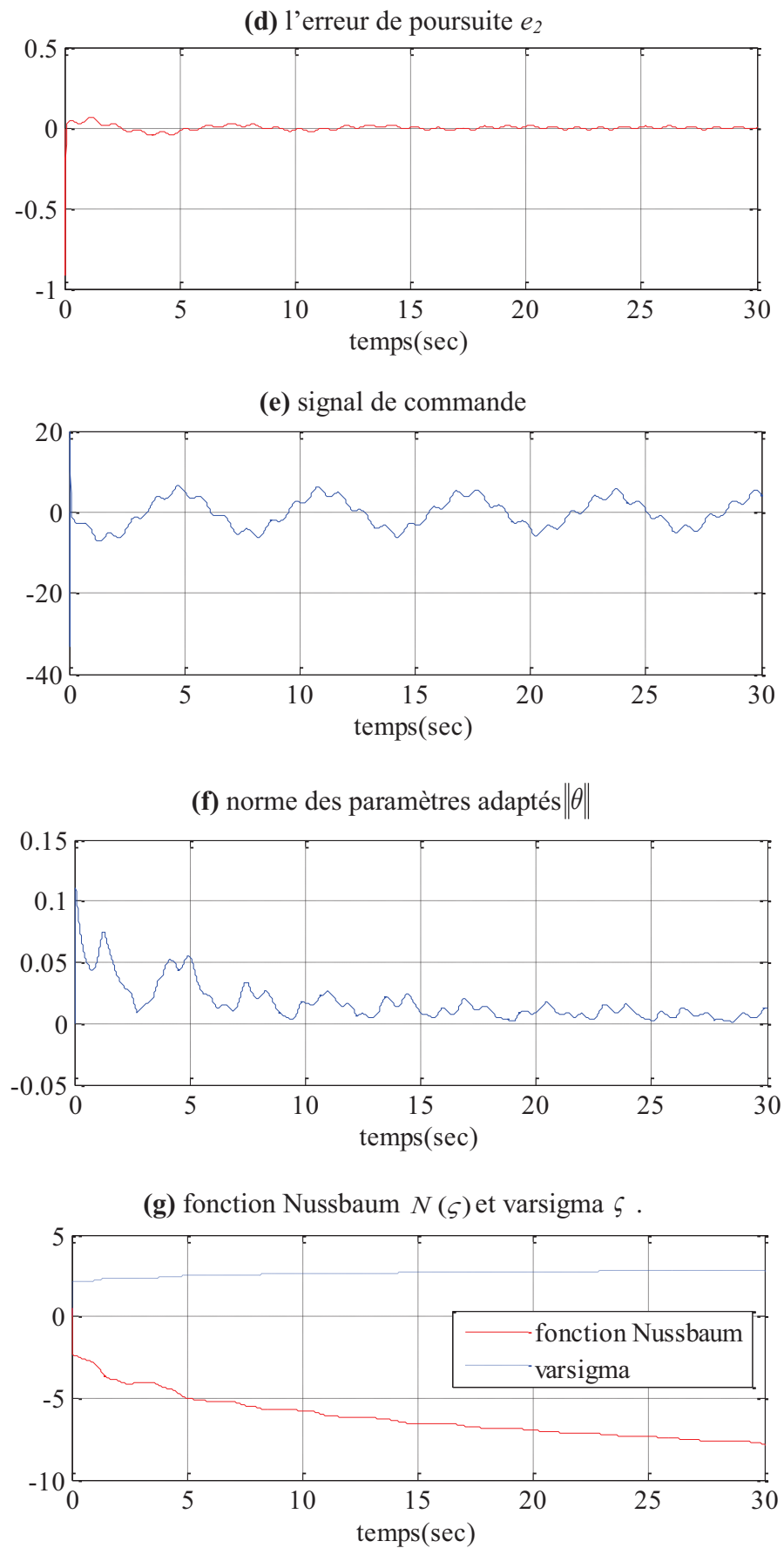


Figure 2.9 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- la figure 2.7 montre que la sortie x_I suit efficacement sa référence $y_r = 0.5 \sin(t)$.
- Les paramètres adaptés θ et la fonction de Nussbaum qui estime le signe de gain de commande sont bornés.
- L'erreur est bornée et converge asymptotiquement vers zéros.
- D'après les figures 2.8-2.9, les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées avec précision, même en présence des perturbations externes.

2.3.4.2 Exemple 2 :(système non affine)

Considérons un système non affine non linéaire SISO [2]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2(x_1 - \pi_1)^2(x_2 - \pi_2) - 2x_2 + 1.8\pi_2 - 0.9x_1 - 1.1\pi_1 + \frac{u}{\sqrt{|u|+1}} \\ \dot{\pi}_1 = \pi_2 \\ \dot{\pi}_2 = -1.1\pi_1 - 0.2\pi_2 + 0.1x_1 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.68)$$

L'équation (2.68) peut être écrite comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (f(\underline{x}, u) + d(t)), \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x}, \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\text{où, } f(\underline{x}, u) = -2(x_1 - \pi_1)^2(x_2 - \pi_2) - 2x_2 + 1.8\pi_2 - 0.9x_1 - 1.1\pi_1 + \frac{u}{\sqrt{|u|+1}}$$

Et $d(t)$ présente des perturbations externes bornées.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre la trajectoire $y_r = 0.5 \sin(t)$ (autres choix sont possibles). La fonction $f(\underline{x}, u)$ est totalement inconnue.

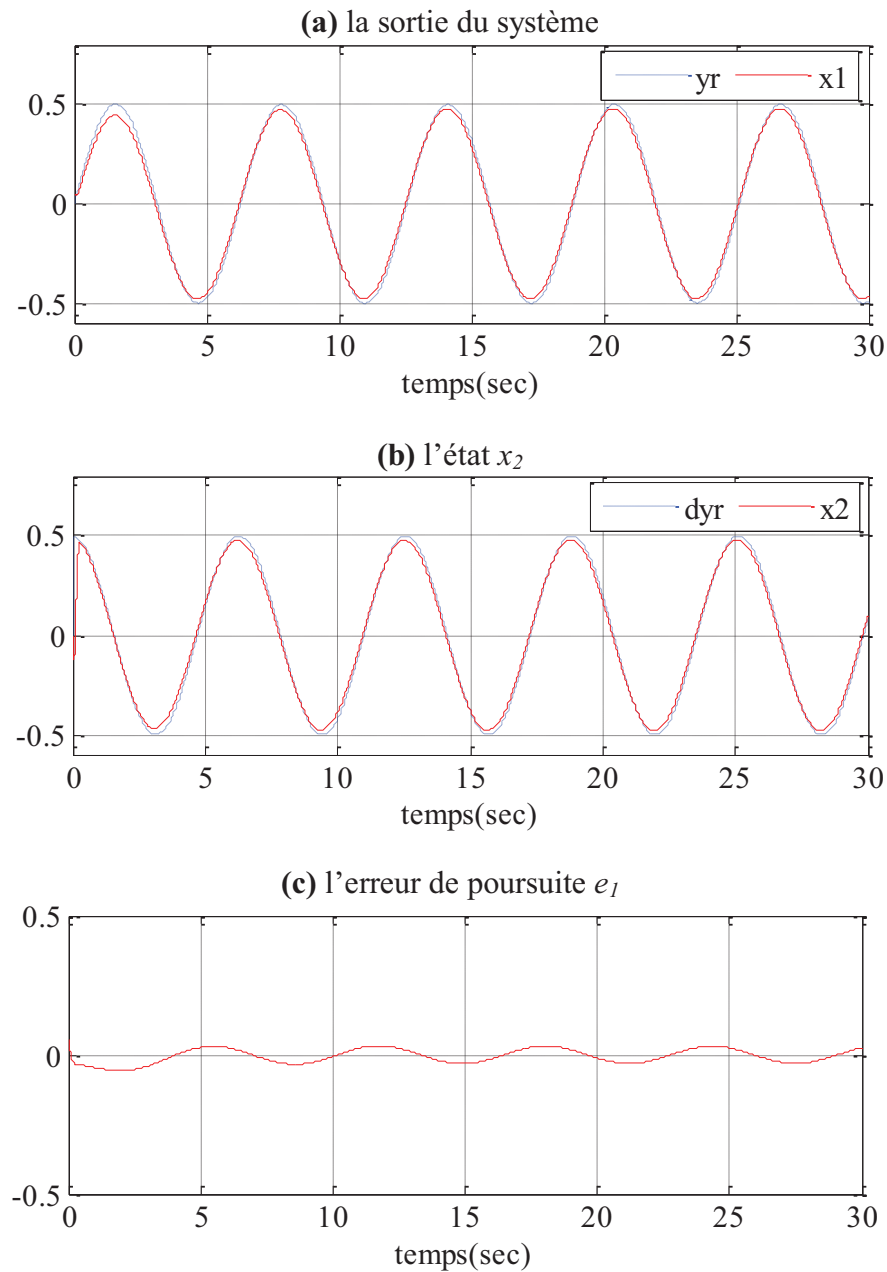
Les paramètres de conception sont choisis comme suit : $k_c^T = [2, 1]$, $P = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$, $\Gamma = \text{diag}(2, 2, 2, 2, 2)$.

Les conditions initiales sont fixées comme suit : $\underline{x}(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [0.1, 0]^T$, $\theta(0) = 0$.

Les fonctions d'appartenances, on a défini cinq fonctions d'appartenances de type gaussienne distribuées sur l'intervalle $[-1,1]$.

Les figures 2.10-2.12 illustre les résultats de simulation de la commande proposée.

- Sans perturbation $d(t)=0$.



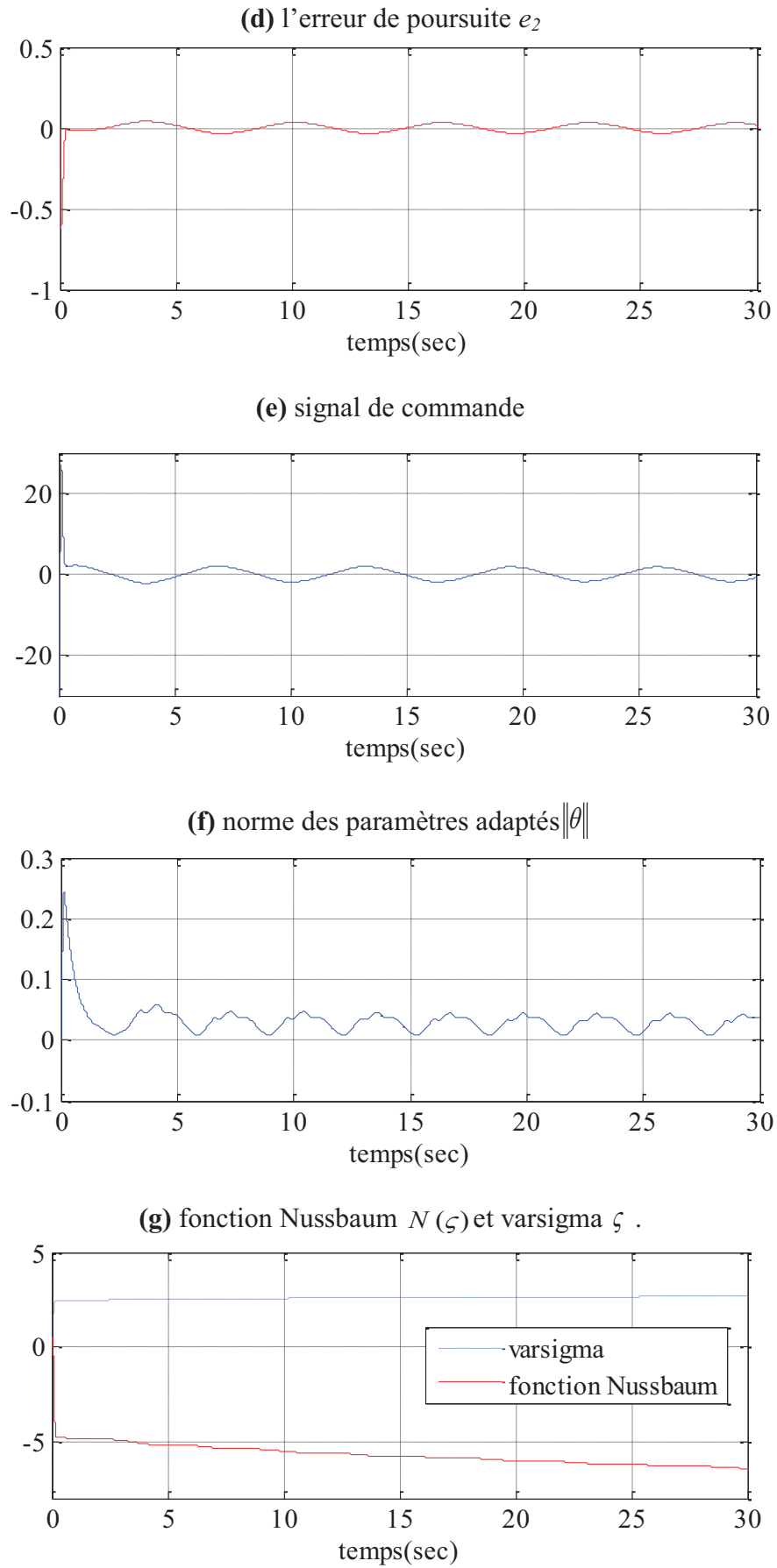
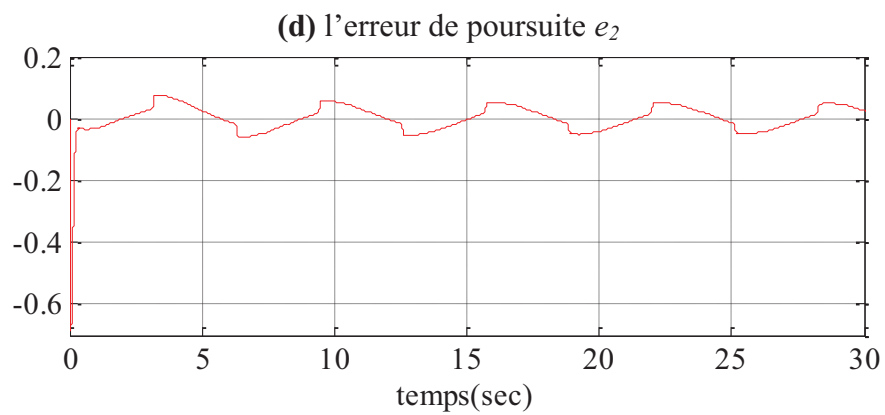
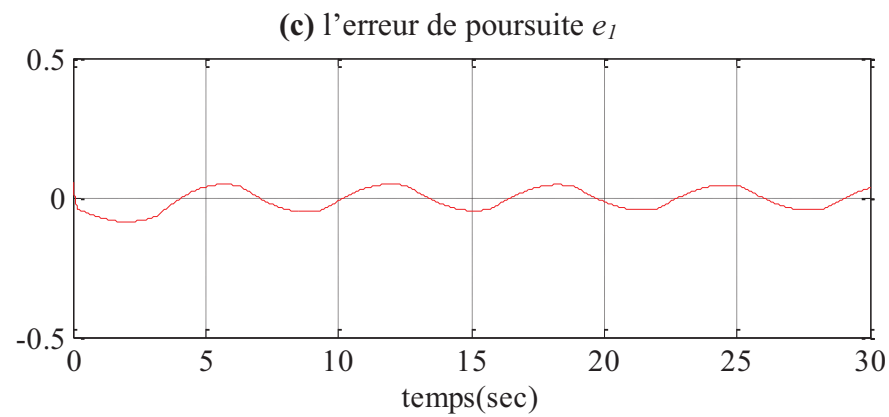
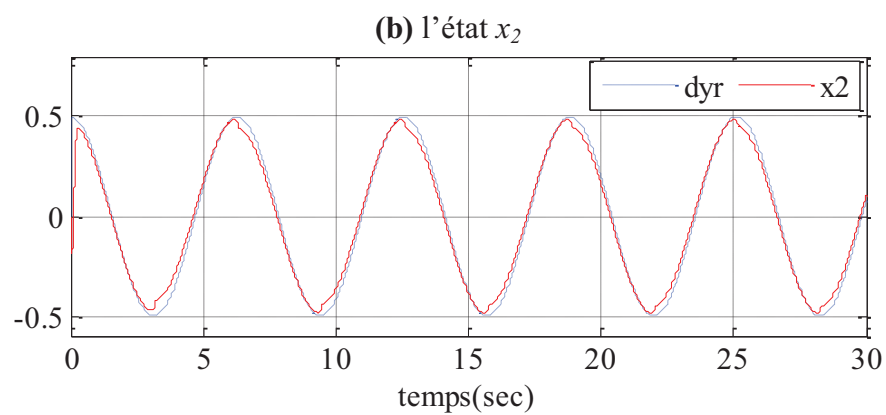
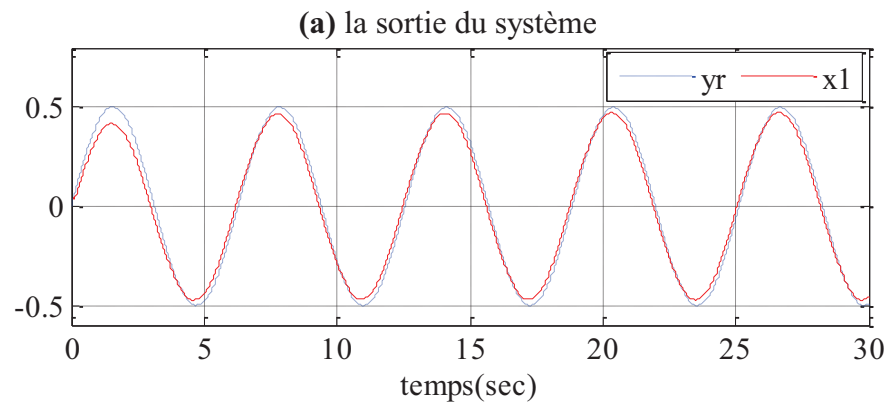


Figure 2.10 Résultats de simulation de l'exemple 2.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 1.5 avec une période de $2\pi(s)$.



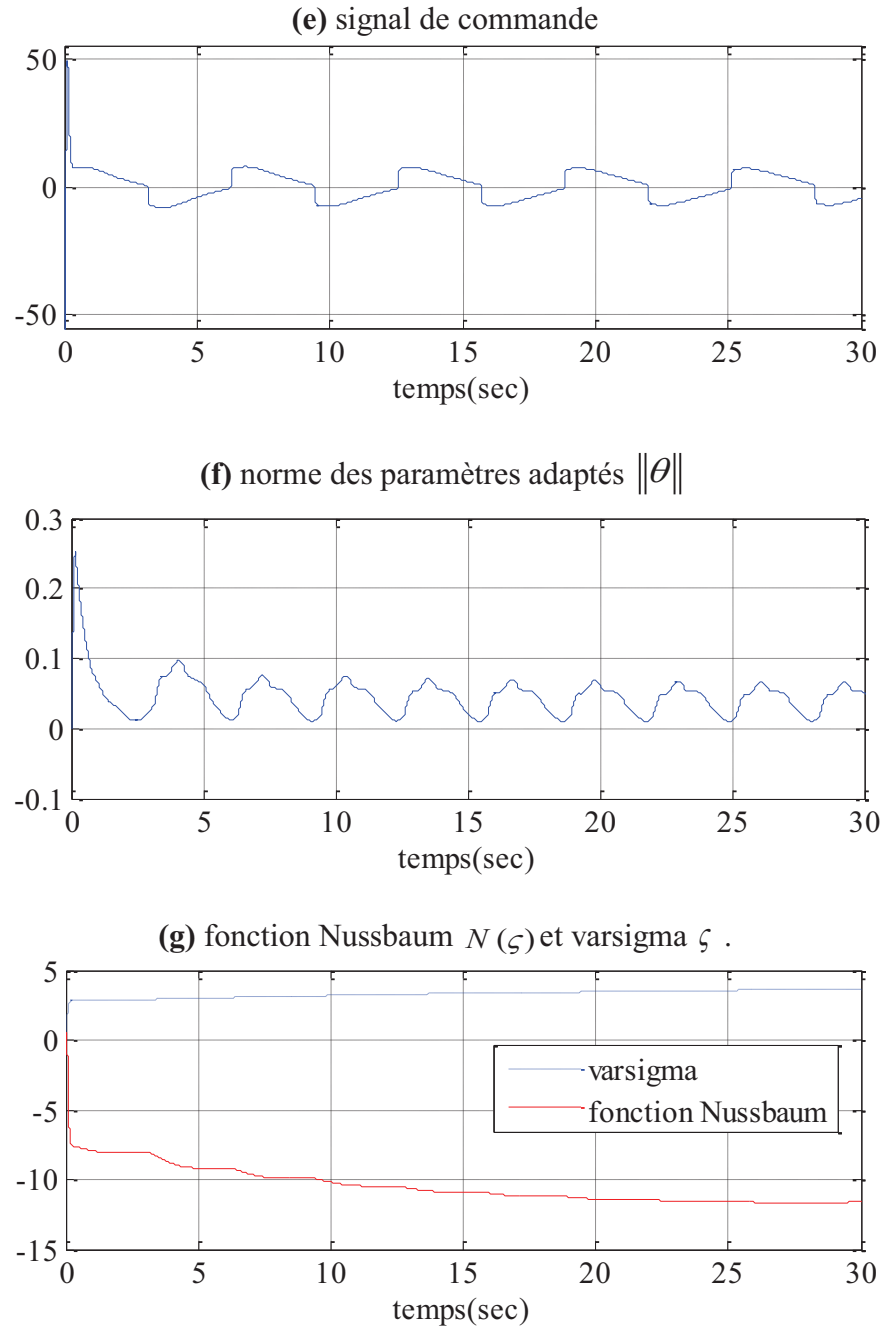
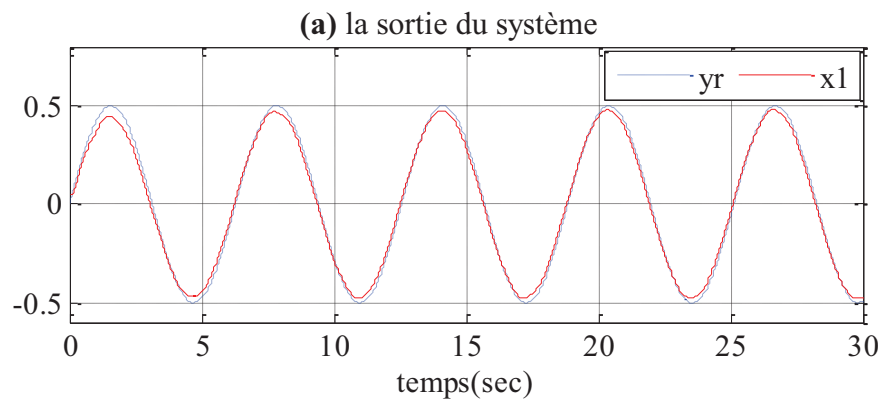
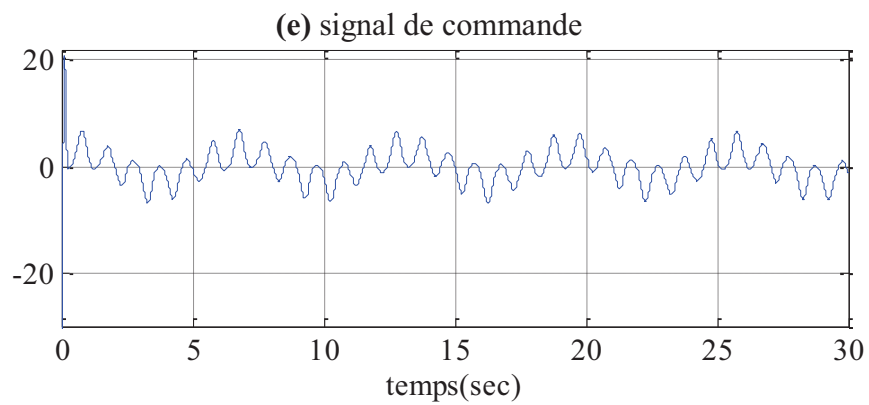
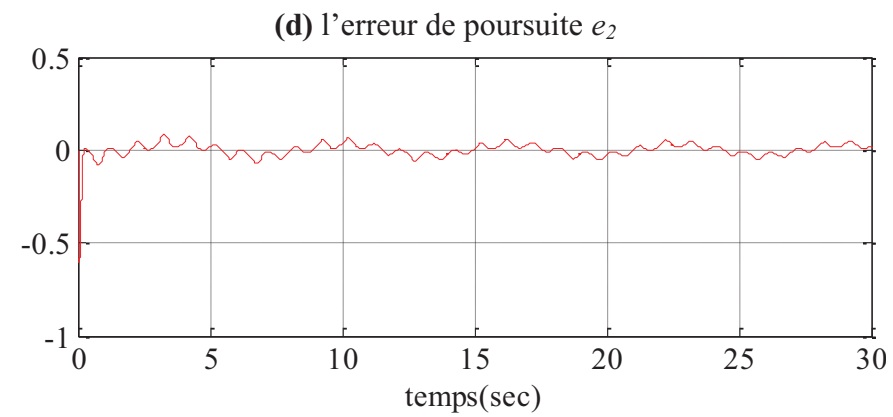
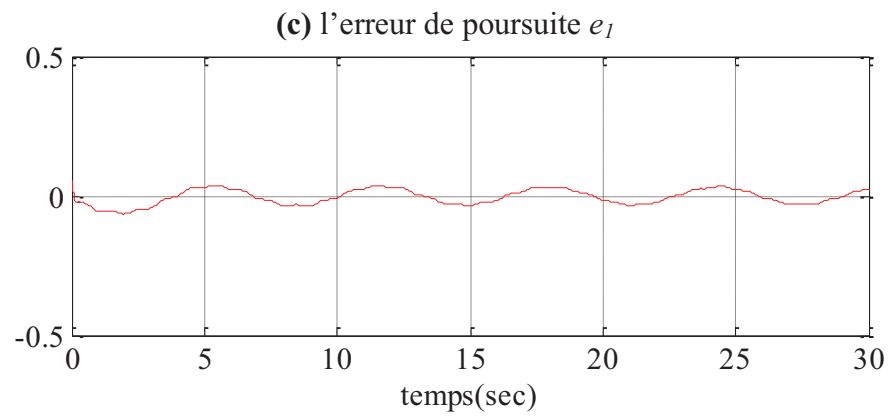
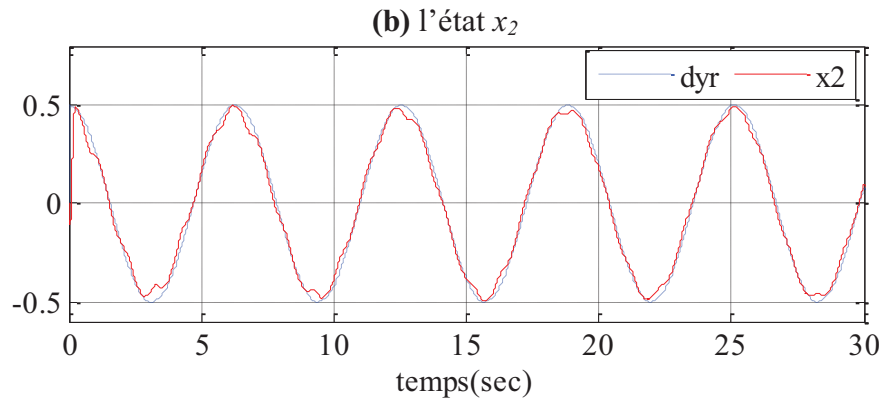


Figure 2.11 Résultats de simulation de l'exemple 2 avec une perturbation de signal carré.

- avec $d(t) = 1.5 \sin(2\pi t)$.





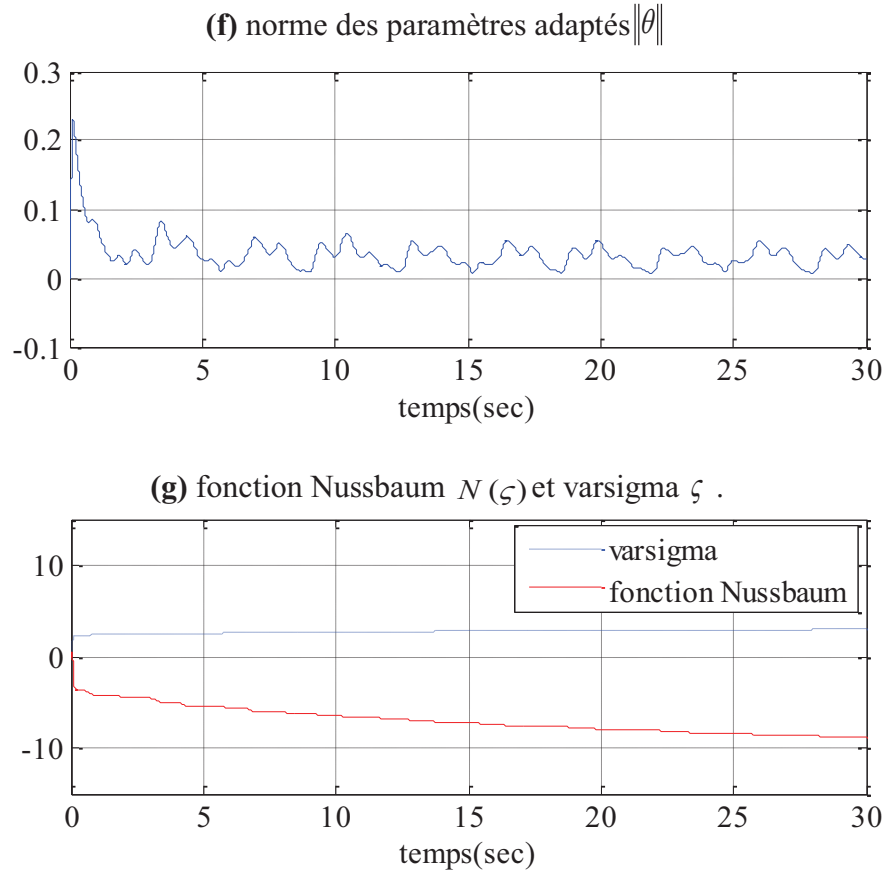


Figure 2.12 Résultats de simulation de l'exemple 2 avec une Perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- D'après la figure 2.10, le résultat pour une poursuite de la consigne $y_r = 0.5\sin(t)$ révèle une bonne performance.
- tous les signaux dans le système en boucle fermé sont bornés.
- En présence des perturbations externes. Le système a réagi efficacement, comme à montrées les figures 2.11-2.12.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, deux schémas de commande adaptative floue sont proposés pour une classe de systèmes SISO non linéaires. Les systèmes flous ont été utilisés pour approcher en ligne la dynamique inconnue englobant toutes les non linéarités du système. Dans le premier schéma, une loi de commande adaptative, avec ses lois d'adaptation paramétrique, augmentée d'un terme de commande robuste (superviseur) est proposée. Le terme sert à la compensation des erreurs de reconstruction. Ce schéma utilise un algorithme de projection, ce dernier permet de forcer les paramètres estimés à rester dans une région prédéfinie par l'utilisateur.

Cependant, en pratique, la détermination de telle région n'est pas une tâche facile. Notons que, la direction de commande dans ce schéma est supposée connue, cette hypothèse n'est pas réaliste dans le cas général. Pour pallier à ces problèmes et réduire le nombre de paramètres de conception, le second schéma est proposé, où la technique de Nussbaum a été utilisée pour estimer le signe de gain de commande. En plus, ce schéma peut faire face aux systèmes non affines. Les commandes développées garantissent la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée et la convergence de l'erreur de poursuite. Les résultats de la simulation montrent les bonnes performances de poursuite de ces méthodes.

Chapitre 3

Commande adaptative
floue par mode glissant

Chapitre 3

Commande adaptative floue par mode glissant

3.1 Introduction

Récemment, une nouvelle commande adaptative floue intégrant la technique de commande par glissement a été proposée pour assurer la stabilité et des performances constantes des systèmes non linéaires incertains.

Dans ce chapitre, une commande proportionnelle intégrale (PI) est considérée en combinant avec la commande adaptative floue par glissement pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus, afin d'éviter le phénomène de chattering et d'offrir une bonne performance de l'état en régime transitoire et permanent ; en outre, il faut prouver que le système en boucle fermée est globalement stable dans le sens de Lyapunov et tous les signaux sont bornés ainsi que le suivi pour la sortie du système de trajectoire de référence avec les incertitudes des perturbations.

3.2 Position du problème

Considérons une classe des systèmes non linéaires SISO d'ordre (n) comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t) \\ y = x \end{cases} \quad (3.1)$$

$\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ est le vecteur d'état du système qui est supposé être disponible pour la mesure, $u \in R$ et $y \in R$ sont respectivement l'entrée et la sortie du système, $f(\cdot)$ et $g(\cdot)$ sont des fonctions non linéaires continues inconnues, $d(t)$ est une perturbation externe inconnue. Comme dans [14], les hypothèses suivantes sont considérées :

Hypothèse 3.1 : La trajectoire désirée $y_r(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues, continues et bornées.

Hypothèse 3.2 : Le gain d'entrée $g(\underline{x})$ est supposé être non nul. Ainsi, sans perte de généralité, il est supposé que $g(\underline{x}) > 0$.

Hypothèse 3.3 : La limite supérieure de la perturbation $d(t)$ est D , c'est-à-dire $|d(t)| \leq D$ avec D est une constante positive inconnue.

Remarque 3.1 : La condition $g(\underline{x}) \neq 0$, dans l'hypothèse 3.2, impose une sorte de condition de commandabilité pour le système (3.1).

L'objectif consiste à déterminer une loi de commande assurant la bornitude de tous les signaux du système et la poursuite pour la sortie d'une trajectoire de référence en présence d'incertitudes de modèle et des perturbations externes.

Le vecteur d'erreur de poursuite est défini comme suit :

$$\underline{e} = \underline{x} - \underline{y}_r = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \in R^n \quad (3.2)$$

La surface de glissement est définie sous la forme:

$$s(\underline{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = \underline{c}^T \underline{e} \quad (3.3)$$

où $\underline{c} = [c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, 1]^T$ sont les coefficients de polynôme de Hurwitz.

$h(S) = S_{n-1} + c_{n-1}S^{n-2} + \dots + c_1$, c-à-d. toutes les racines sont dans le demi-plan gauche, S est l'opérateur de Laplace.

Si $\underline{e}(0) = 0$, le problème de poursuite $\underline{x} = \underline{y}_r$ peut être considéré comme le maintien du vecteur d'état d'erreur sur la surface de glissement $s(\underline{e}) = 0$ pour $t \geq 0$. Une condition suffisante pour atteindre cet état consiste à sélectionner la stratégie de commande de telle sorte que [14,17]:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2(\underline{e})) \leq -\eta |s|, \quad \eta \geq 0 \quad (3.4)$$

Le système est commandé de façon que l'état se déplace toujours vers la surface de glissement.

Le problème de commande du système non linéaire (3.1) est considéré. Si $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont connues, la commande par mode glissant qui peut garantir la condition de glissement de (3.4) est la suivante [14]:

$$u^* = \frac{1}{g(\underline{x})} \left[-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(\underline{x}) + y_r^{(n)} - \eta \text{sign}(s) \right] \quad (3.5)$$

où

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s > 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Soit la fonction candidate de Lyapunov définis comme suite

$$V_1 = \frac{1}{2} s^2(\underline{e}) \quad (3.7)$$

En dérivant (3.7) par rapport au temps, on obtient

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= s \dot{s} = s \cdot (c_1 \dot{e} + c_2 \ddot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-1)} + x^{(n)} - y_r^{(n)}) \\ &= s \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t) - y_r^{(n)} \right) \leq -\eta |s| \end{aligned} \quad (3.8)$$

Donc l'entrée u^* de la commande par mode glissant garantit la condition de glissement de (3.4). Il convient de noter que, le terme de commande u_{sw} a été ajouté à l'action de contrôle global, pour satisfaire à la condition de glissement.

i.e. $u^* = u_{eq} - u_{sw}$, où

$$u_{eq} = \frac{1}{g(\underline{x})} \left[-\sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(\underline{x}) + y_r^{(n)} \right] \quad (3.9)$$

$$u_{sw} = \frac{1}{g(\underline{x})} \eta \text{sign}(s) \quad (3.10)$$

La figure 3.1 suivante montre le principe de réglage par mode glissant [18].

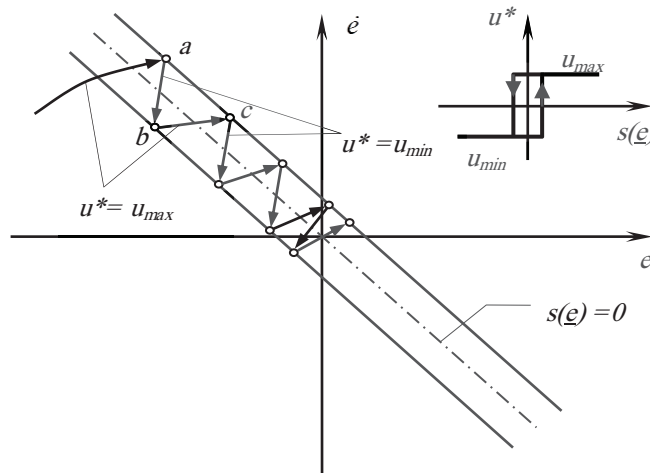


Figure 3.1 Schéma de principe de la commande par mode glissant.

Cependant, f et g sont généralement inconnue dans la pratique. Par conséquent, il est difficile d'appliquer la loi de commande (3.5) pour un système non linéaire inconnue. De plus, le terme de commande de commutation u_{sw} cause le problème de chattering (broutement), qui est en général indésirable car il ajoute au spectre de la commande des composantes hautes fréquences. Pour résoudre ces problèmes, la commande adaptative floue par mode glissant a été proposée.

3.3 Conception de la commande adaptative floue par mode glissant

Comme le chapitre 2, $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont remplacées par les systèmes flous de la forme (1.20). Ces systèmes sont définis comme suit :

$$\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) = \theta_f^T \xi(\underline{x}) \quad (3.11)$$

$$\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) = \theta_g^T \xi(\underline{x}) \quad (3.12)$$

De plus, la commande PI a été utilisée pour éviter le problème de phénomène de chattering. L'entrée et la sortie du régulateur PI est sous la forme suivante [14]:

$$u_p = \theta_{p_1} z_1 + \theta_{p_2} z_2 \quad (3.13)$$

où $z_1 = s$, $\dot{z}_2 = s$, θ_{p_1} et θ_{p_2} sont les gains adaptatifs de commande PI.

L'équation (3.13) peut être réécrite comme :

$$\hat{p}(\underline{z}, \theta_p) = \theta_p^T \psi(\underline{z}) \quad (3.14)$$

où $\psi^T(\underline{z}) = [z_1, z_2] \in R^2$ et $\theta_p = [\theta_{p_1}, \theta_{p_2}]^T \in R^2$ est un vecteur des paramètres réglables.

La loi de commande résultante, qui comprenne un système flou pour approximer les fonctions inconnues $f(\underline{x})$, $g(\underline{x})$ et un régulateur PI adaptatif qui permet d'atténuer le chattering et améliorer les performances, est comme suivant :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)} \left[-\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^i + y_r^{(n)} - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p) \right] \quad (3.15)$$

La commande de commutation u_{sw} est remplacée par l'action de contrôleur PI pour éviter le problème chattering où l'état est à l'intérieur d'une couche limitée $|s| < \phi$; l'action de commande est maintenue à la valeur saturée lorsque l'état est en dehors de la couche limite. Par conséquent, $|\hat{p}(\underline{z}, \theta_p)| = D + \eta$ lorsque $|s| \geq \phi$ où ϕ est l'épaisseur de la couche limite.

3.4 Analyse de la stabilité

Théorème 3.1 : [14] *Considérons le problème de commande du système non linéaire (3.1). Si l'action de commande (3.15) est utilisée, les fonctions $\hat{f}$, $\hat{g}$ et $\hat{p}$ sont approximées par (3.11), (3.12) et (3.14) respectivement et les vecteurs des paramètres θ_f , θ_g et θ_p sont ajustés par les lois d'adaptation (3.16), (3.17) et (3.18), les signaux du système en boucle fermée seront bornés et l'erreur de poursuite convergera asymptotiquement vers zéro .*

$$\dot{\theta}_f = \gamma_1 s \xi(\underline{x}) \quad (3.16)$$

$$\dot{\theta}_g = \gamma_2 s \xi(\underline{x}) u \quad (3.17)$$

$$\dot{\theta}_p = \gamma_3 s \psi(\underline{z}) \quad (3.18)$$

où γ_1 , γ_2 et γ_3 sont les coefficients d'apprentissage.

Preuve du théorème 3.1

Les vecteurs des paramètres optimaux sont définis comme suite :

$$\theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} \left(\sup_{\underline{x} \in R^n} |\hat{f}(\underline{x}, \theta_f) - f(\underline{x})| \right) \quad (3.19)$$

$$\theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} \left(\sup_{\underline{x} \in R^n} |\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) - g(\underline{x})| \right) \quad (3.20)$$

$$\theta_p^* = \arg \min_{\theta_p \in \Omega_p} \left(\sup_{\underline{x} \in R^n} |\hat{p}(\underline{z}, \theta_p) - u_{sw}| \right) \quad (3.21)$$

où Ω_f , Ω_g et Ω_p sont des ensembles de contraintes pour θ_f , θ_g et θ_p respectivement.

Hypothèse 3.4 : [14]

L'erreur d'approximation minimale peut être déterminée comme suit :

$$\omega = f(\underline{x}) - \hat{f}(\underline{x}, \theta_f^*) + (g(\underline{x}) - \hat{g}(\underline{x}, \theta_g^*))u \quad (3.22)$$

Les ensembles de contraintes pour θ_f , θ_g et θ_p , sont données, respectivement,

$$\Omega_f = \{ \theta_f \in R^n \mid |\theta_f| \leq M_f \} \quad (3.23)$$

$$\Omega_g = \{ \theta_g \in R^n \mid 0 < \varepsilon \leq |\theta_g| \leq M_g \} \quad (3.24)$$

$$\Omega_p = \{ \theta_p \in R^2 \mid |\theta_p| \leq M_p \} \quad (3.25)$$

où M_f, ε, M_g et M_p sont des paramètres prédéfinis. En supposant que les vecteurs des paramètres θ_f, θ_g et θ_p ne dépassent pas les limites.

La dérivée de surface de glissement s est :

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + x^{(n)} - y_r^{(n)}$$

Avec l'équation (3.1) utilisée pour obtenir

$$\begin{aligned} \dot{s} &= \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t) - y_r^{(n)} \\ &= f(\underline{x}) - \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) + (g(\underline{x}) - \hat{g}(\underline{x}, \theta_g))u - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p)u + d(t) \\ &= \hat{f}(\underline{x}, \theta_f^*) - \hat{f}(\underline{x}, \theta_f) + (\hat{g}(\underline{x}, \theta_g^*) - \hat{g}(\underline{x}, \theta_g))u - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p) + \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + d(t) + \omega \\ &= \phi_f^T \xi(\underline{x}) + \phi_g^T \xi(\underline{x})u + \phi_p^T \psi(\underline{z}) - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + d(t) + \omega \end{aligned} \quad (3.26)$$

où $\phi_f = \theta_f^* - \theta_f, \phi_g = \theta_g^* - \theta_g, \phi_p = \theta_p^* - \theta_p$

Considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2}\phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2}\phi_g^T \phi_g + \frac{1}{2}\phi_p^T \phi_p \quad (3.27)$$

La dérivée temporelle de (3.27) donne :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s\dot{s} + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T \dot{\phi}_g + \frac{1}{\gamma_3}\phi_p^T \dot{\phi}_p \\ &= s(\phi_f^T \xi(\underline{x}) + \phi_g^T \xi(\underline{x})u + \phi_p^T \psi(\underline{z}) - \hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + \omega + d(t)) + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T \dot{\phi}_f + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T \dot{\phi}_g + \frac{1}{\gamma_3}\phi_p^T \dot{\phi}_p \\ &= s\phi_f^T \xi(\underline{x}) + \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T \dot{\phi}_f + s\phi_g^T \xi(\underline{x})u + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T \dot{\phi}_g + s\phi_p^T \psi(\underline{z}) + \frac{1}{\gamma_3}\phi_p^T \dot{\phi}_p - s\hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + s\omega + sd(t) \\ &= \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T (\gamma_1 s \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_f) + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T (\gamma_2 s \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_g) + \frac{1}{\gamma_3}\phi_p^T (\gamma_3 s \psi(\underline{z}) + \dot{\phi}_p) - s\hat{p}(\underline{z}, \theta_p^*) + s\omega + sd(t) \\ &\leq \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T (\gamma_1 s \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_f) + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T (\gamma_2 s \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_g) + \frac{1}{\gamma_3}\phi_p^T (s\psi(\underline{z}) + \dot{\phi}_p) - s(D + \eta) + s\omega + sd(t) \\ &\leq \frac{1}{\gamma_1}\phi_f^T (\gamma_1 s \xi(\underline{x}) + \dot{\phi}_f) + \frac{1}{\gamma_2}\phi_g^T (\gamma_2 s \xi(\underline{x})u + \dot{\phi}_g) + \frac{1}{\gamma_3}\phi_p^T (s\psi(\underline{z}) + \dot{\phi}_p) - \eta|s| + s\omega \quad (3.28) \end{aligned}$$

où $\dot{\phi}_f = -\dot{\theta}_f, \dot{\phi}_g = -\dot{\theta}_g$ et $\dot{\phi}_p = -\dot{\theta}_p$.

En remplaçant (3.16), (3.17) et (3.18) dans (3.28),

$$\dot{V} \leq s\omega - s|\eta| \leq 0 \quad (3.29)$$

Par conséquent, tous les signaux dans le système sont bornés. Évidemment, si $\underline{e}(0)$ et $\underline{y}_r$ sont bornées, $\underline{e}(t)$ et $\underline{x}$ sont aussi bornés, respectivement, pour tout t . Pour compléter la preuve et établir la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite, il faut prouver que $s \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$.

En supposant que $|s| \leq \eta_s$, (3.29) peut-être réécrite comme suit :

$$\dot{V} \leq |s| |\omega| - \eta |s| \leq \eta_s |\omega| - \eta |s| \quad (3.30)$$

L'intégration des deux côtés de (3.30), permet de trouver :

$$\int_0^\tau |s| d\tau \leq \frac{1}{\eta} (|V(0)| + |V(\tau)|) + \frac{\eta_s}{\eta} \int_0^\tau |\omega| d\tau \quad (3.31)$$

alors $s \in L_1$. De (3.29), s est bornée et chaque terme de (3.26) est borné. Ainsi, $s, \dot{s} \in L_\infty$, en utilisant le Lemme de 'Barbalat', $s(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$, le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

Remarques 3.2

1. Si le système à commander est non affine, de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}, u), \\ y = x, \end{cases}$$

L'hypothèse 3.2 peut être supposée, où $g(\underline{x}) = \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial u}$. Et pour la conception de la commande, le théorème de la valeur moyenne est utilisé à nouveau pour convertir la fonction non affine $f(\underline{x}, u)$ en une fonction affine, où $f(\underline{x}, u) = f(\underline{x}) + g(\underline{x}, u^*)u$. Après, la commande sera conçue de la même façon que pour le système (3.1).

2. Dans l'implémentation de la commande adaptative, la condition $\hat{g}(\underline{x}, \theta_g) \neq 0$ doit être garanti, parce que le contrôleur proposé (3.15) a le terme inverse de $\hat{g}(\underline{x}, \theta_g)$.

3. Dans la simulation, les valeurs initiales des vecteurs des paramètres i.e. $\theta_g(0)$ sont choisis de petites constantes positives.

4. Afin de garantir la bornitude des paramètres adaptés. Les lois d'adaptation (3.16), (3.17) et (3.18) peuvent être modifiées en utilisant l'algorithme de projection [13,14].

Les lois modifiées d'adaptation sont données comme suit :

- Pour ajuster le vecteur de paramètres θ_f :

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} \gamma_1 s \xi(\underline{x}) & \text{si } (|\theta_f| < M_f) \\ & \text{ou } (|\theta_f| = M_f \text{ et } s \theta_f^T \xi(\underline{x}) \leq 0) \\ P_f [\gamma_1 s \xi(\underline{x})] & \text{si } (|\theta_f| = M_f \text{ et } s \theta_f^T \xi(\underline{x}) > 0) \end{cases} \quad (3.32)$$

- Pour ajuster le vecteur de paramètres θ_g :

- Chaque fois qu'un élément θ_{g_i} de θ_g égale ε , utiliser :

$$\dot{\theta}_{g_i} = \begin{cases} \gamma_2 s \xi_i(\underline{x}) u & \text{si } s \xi_i(\underline{x}) u < 0 \\ 0 & \text{si } s \xi_i(\underline{x}) u \geq 0 \end{cases} \quad (3.33)$$

où $\xi_i(\underline{x})$ est la $i^{\text{ème}}$ composante de $\xi(\underline{x})$.

- Sinon, utiliser :

$$\dot{\theta}_g = \begin{cases} \gamma_2 s \xi(\underline{x}) u & \text{si } (|\theta_g| < M_g) \\ & \text{ou } (|\theta_g| = M_g \text{ et } s \theta_g^T \xi(\underline{x}) u \leq 0) \\ P_g [\gamma_2 s \xi(\underline{x}) u] & \text{si } (|\theta_g| = M_g \text{ et } s \theta_g^T \xi(\underline{x}) u > 0) \end{cases} \quad (3.34)$$

- Pour ajuster le vecteur de paramètres θ_p :

$$\dot{\theta}_p = \begin{cases} \gamma_3 s \psi(\underline{z}) u & \text{si } (|\theta_p| < M_p) \\ & \text{ou } (|\theta_p| = M_p \text{ et } s \theta_p^T \psi(\underline{z}) \geq 0) \\ P_p [\gamma_3 s \psi(\underline{z}) u] & \text{si } (|\theta_p| = M_p \text{ et } s \theta_p^T \psi(\underline{z}) < 0) \end{cases} \quad (3.35)$$

où les opérateurs de projection $P_f [\]$, $P_g [\]$ et $P_p [\]$ sont définis comme suit :

$$P_f [\gamma_1 s \xi(\underline{x})] = \gamma_1 s \xi(\underline{x}) - \gamma_1 s \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(\underline{x})}{|\theta_f|^2} \quad (3.36)$$

$$P_g [\gamma_2 s \xi(\underline{x}) u] = \gamma_2 s \xi(\underline{x}) u - \gamma_2 s \frac{\theta_g \theta_g^T \xi(\underline{x}) u}{|\theta_g|^2} \quad (3.37)$$

$$P_p [\gamma_3 s \psi(\underline{z}) u] = \gamma_3 s \psi(\underline{z}) u - \gamma_3 s \frac{\theta_p \theta_p^T \psi(\underline{z}) u}{|\theta_p|^2} \quad (3.38)$$

Pour résumer l'analyse ci-dessus, le schéma de la commande adaptative floue par mode glissant est montré dans la figure 3.2.

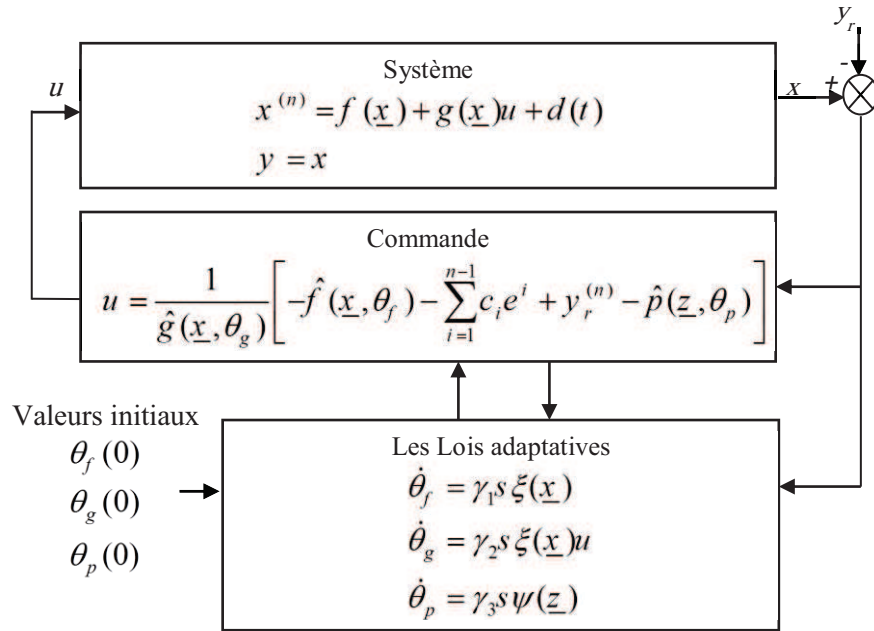


Figure 3.2 Schéma de la commande adaptative floue par mode glissant.

3.5 Résultats de simulation

Dans cette partie, on va appliquer la commande proposée aux deux exemples donnés en chapitre 2.

3.5.1 Exemple 1 : Pendule inversé

Tous les détails concernant ce système sont donnés la section 2.2.3.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre la trajectoire $y_r = (\pi/30)\sin(t)$. Les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont totalement inconnues.

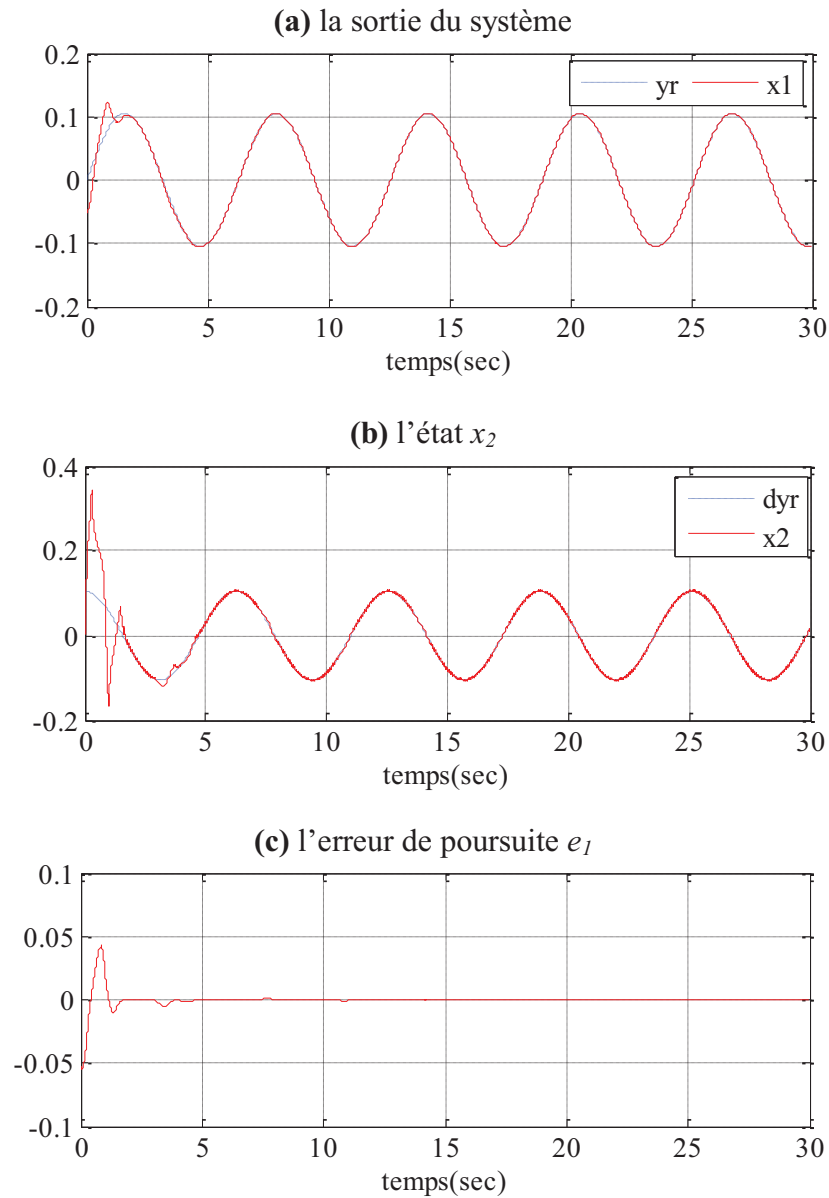
la surface de glissement est : $s = c_1 e + \dot{e}$, avec $c_1 = 10$.

Les paramètres de conception sont fixés comme suit : $M_f = 16$, $M_g = 1.6$, $M_p = 80$, $\gamma_1 = 50$, $\gamma_2 = 1$ et $\gamma_3 = 200$.

Pour chaque variable des entrées du système adaptatif flou, on définit cinq fonctions d'appartenance de type gaussienne distribuées sur l'intervalle $[-1, 1]$ pour x_1 et x_2 .

Les conditions initiales sont choisies comme suit : $\underline{x}(0) = [-\pi/60, 0]^T$, $\theta_p(0) = [10, 5]$, $\theta_f(0)$ et $\theta_g(0)$ sont choisis aléatoirement dans l'intervalle $[0.5, 2]$.

La figure 3.3 illustre les résultats de simulation de la commande adaptative floue par mode glissant conventionnelle (sans la commande PI), avec $\eta = 1.2$ et $d(t)=0$.



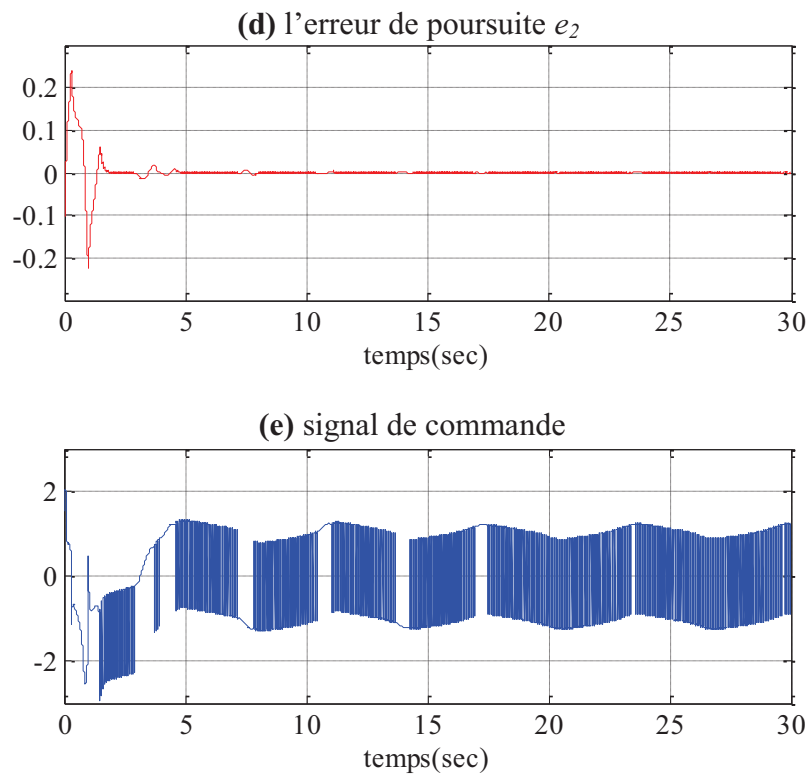
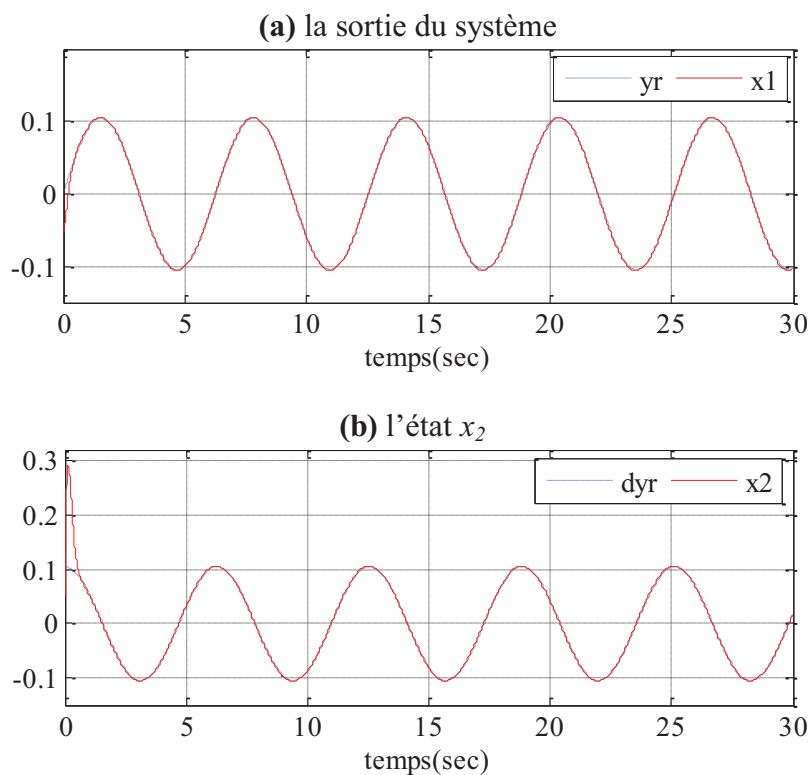


Figure 3.3 Résultats de simulation de l'exemple 1 sans la commande PI.

Les figures 3.4-3.6 illustrent les résultats de simulation du schéma de la commande adaptative floue par mode glissant avec la commande PI.

- Sans perturbation $d(t)=0$.



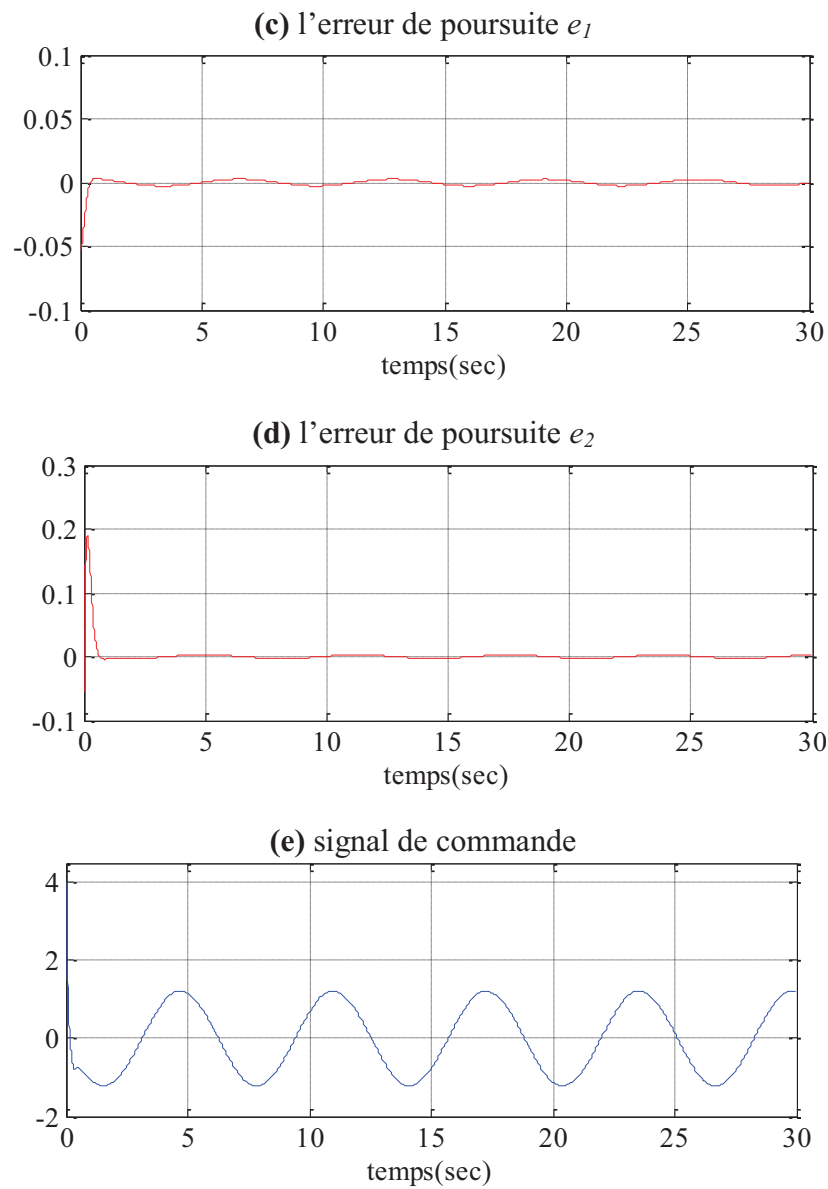
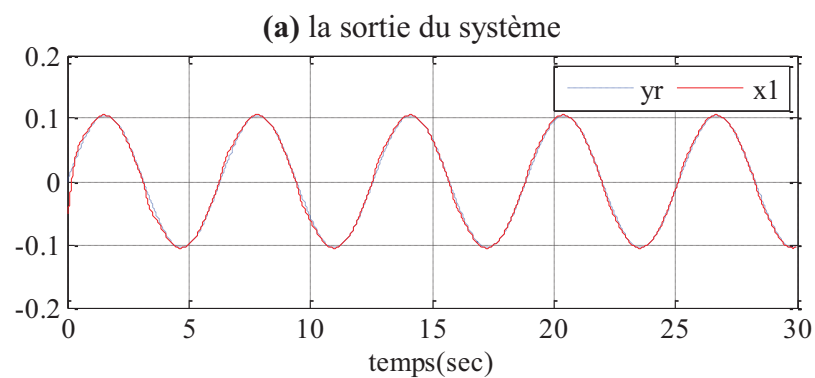


Figure 3.4 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec la commande PI.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 1.5 avec une période de $2\pi(s)$.



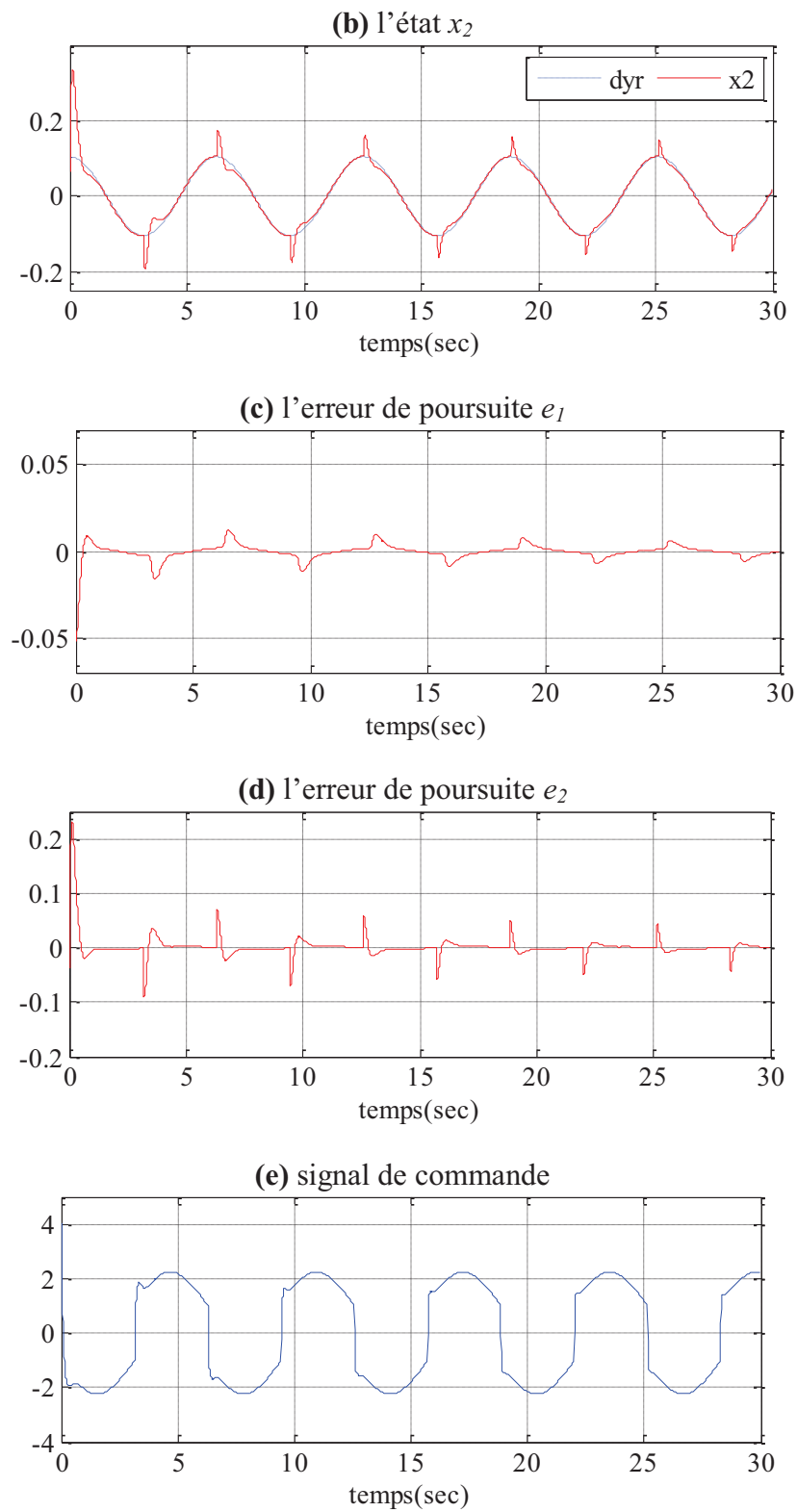
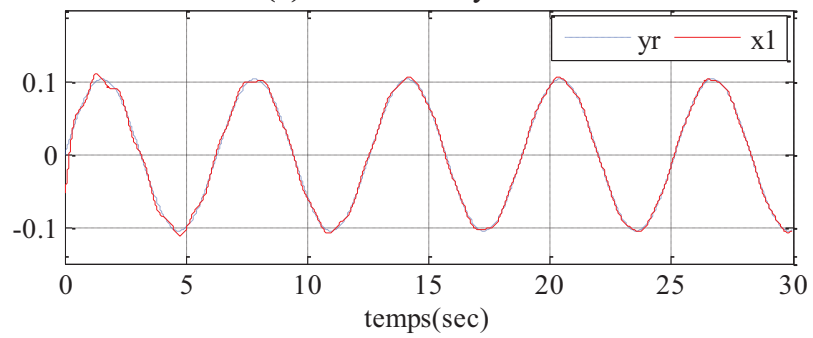
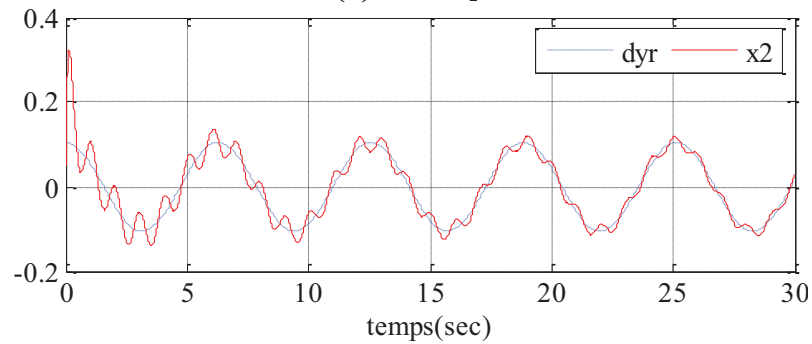
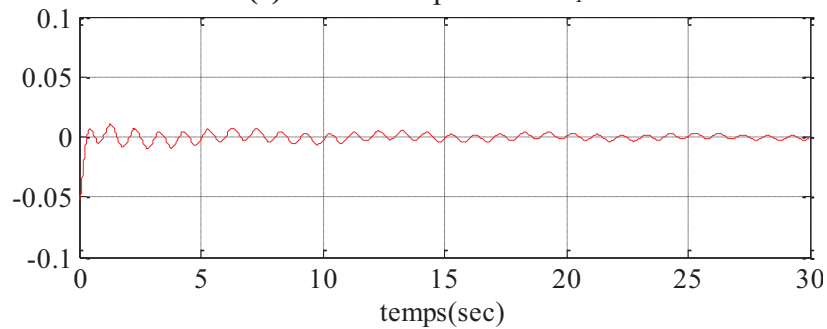
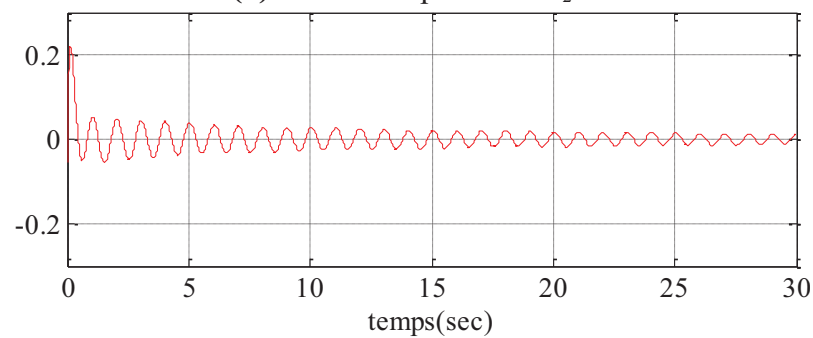


Figure 3.5 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal carré.

- Avec $d(t) = 1.5 \sin(2\pi t)$.

(a) la sortie du système

(b) l'état x_2 (c) l'erreur de poursuite e_1 (d) l'erreur de poursuite e_2 

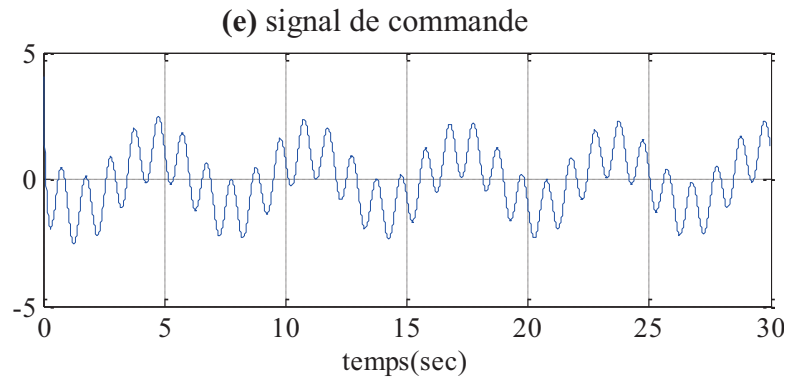


Figure 3.6 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une Perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- De la figure 3.3, la commande proposée sans le régulateur PI assure la poursuite de la trajectoire désirée. Mais cette stratégie présente l'inconvénient de chattering apparait dans le signal de commande.
- les résultats de simulation concernant l'application de la commande avec le régulateur PI présentés dans la figure 3.4, montrent l'efficacité de cette approche proposée pour la commande des systèmes non linéaires incertains, où les trajectoires réelles et désirées sont presque superposées, et surtout l'élimination de chattering dans le signal de commande.
- D'après les figures 3.5-3.6, en présence des perturbations externes, les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées. Ce qui montre la robustesse la commande proposée.

Exemple 2 : Système non affine

Tous les détails concernant ce système non affine sont donnés dans la section 2.2.3.

Nous voulons que la sortie du système suive la trajectoire désirée $y_r = (\pi/30)\sin(t)$.

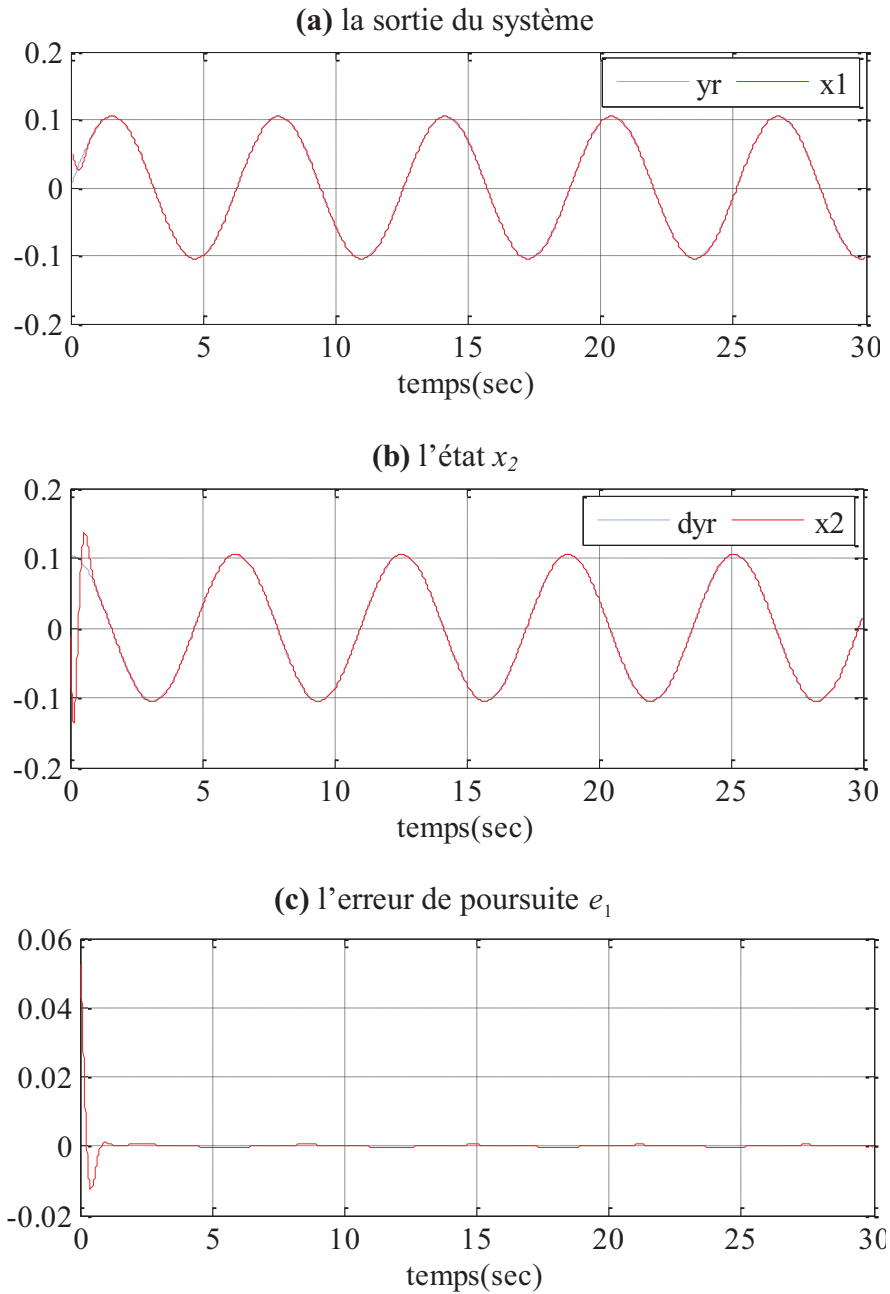
la surface de glissement est : $s = c_1 e + \dot{e}$, avec $c_1 = 10$.

Les paramètres de conception sont fixés comme suit : $M_f = 20$, $M_g = 20$, $M_p = 80$, $\gamma_1 = 60$, $\gamma_2 = 2$ et $\gamma_3 = 200$.

Les conditions initiales sont choisies comme suit : $\underline{x}(0) = [\pi/60, \dot{q}]^T$, $\theta_p(0) = [10, 5]$, $\theta_f(0)$ et $\theta_g(0)$ sont choisis aléatoirement dans l'intervalle $[0.5, 2]$.

Les figures 3.7-3.9 illustrent les résultats de simulation de la commande adaptative floue par mode glissant.

- Sans perturbation $d(t)=0$.



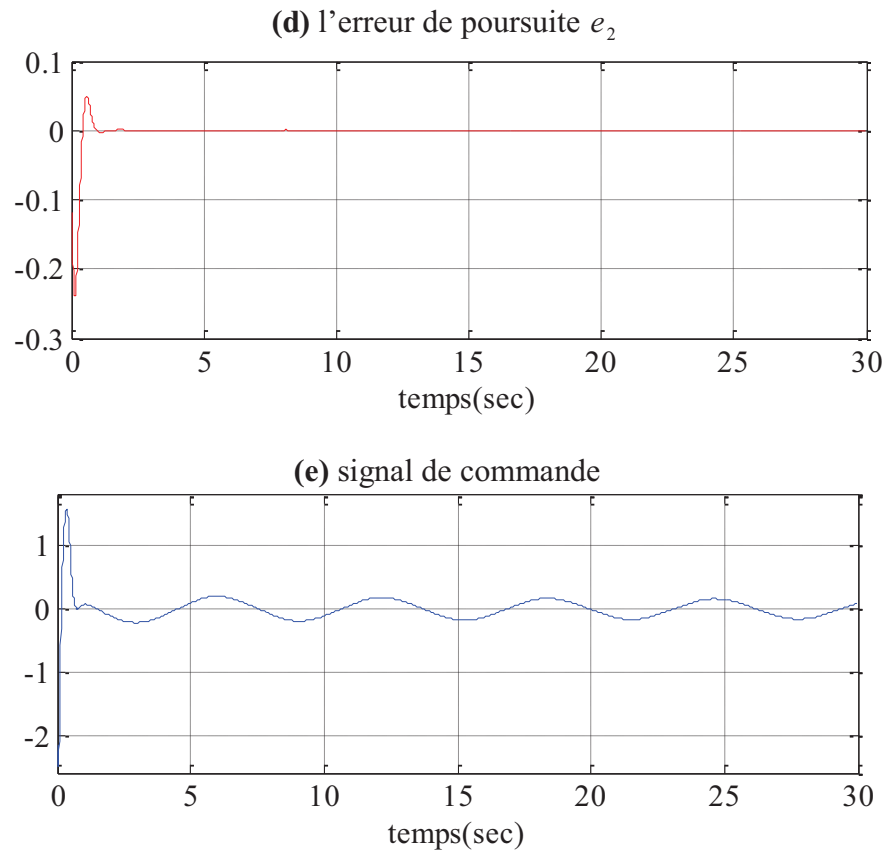
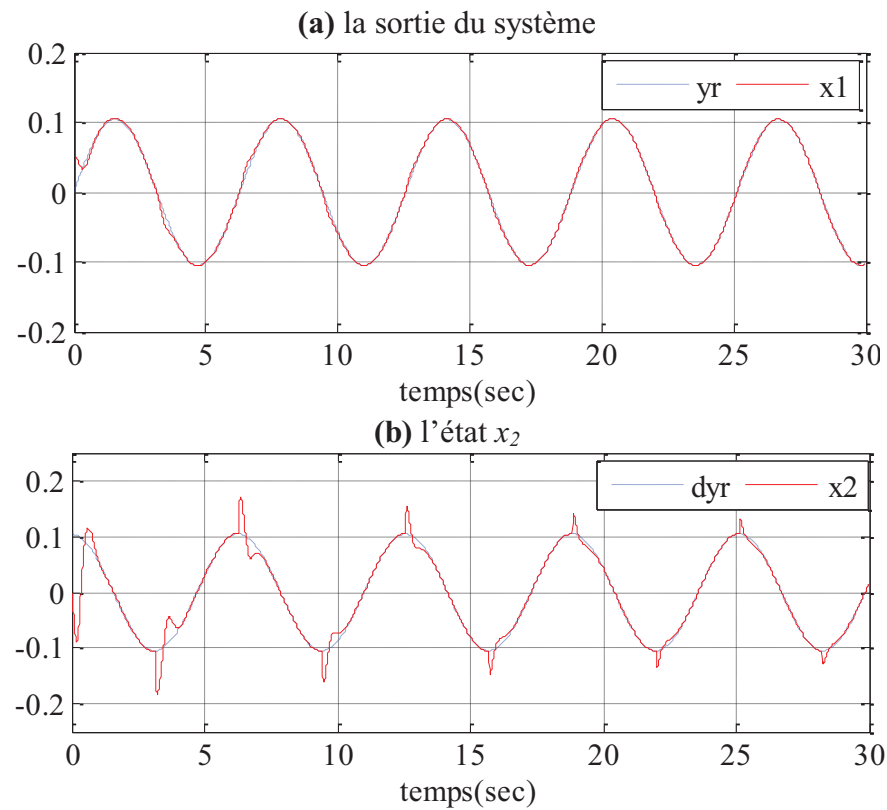


Figure 3.7 Résultats de simulation de l'exemple 2.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 1 avec une période de $2\pi(s)$.



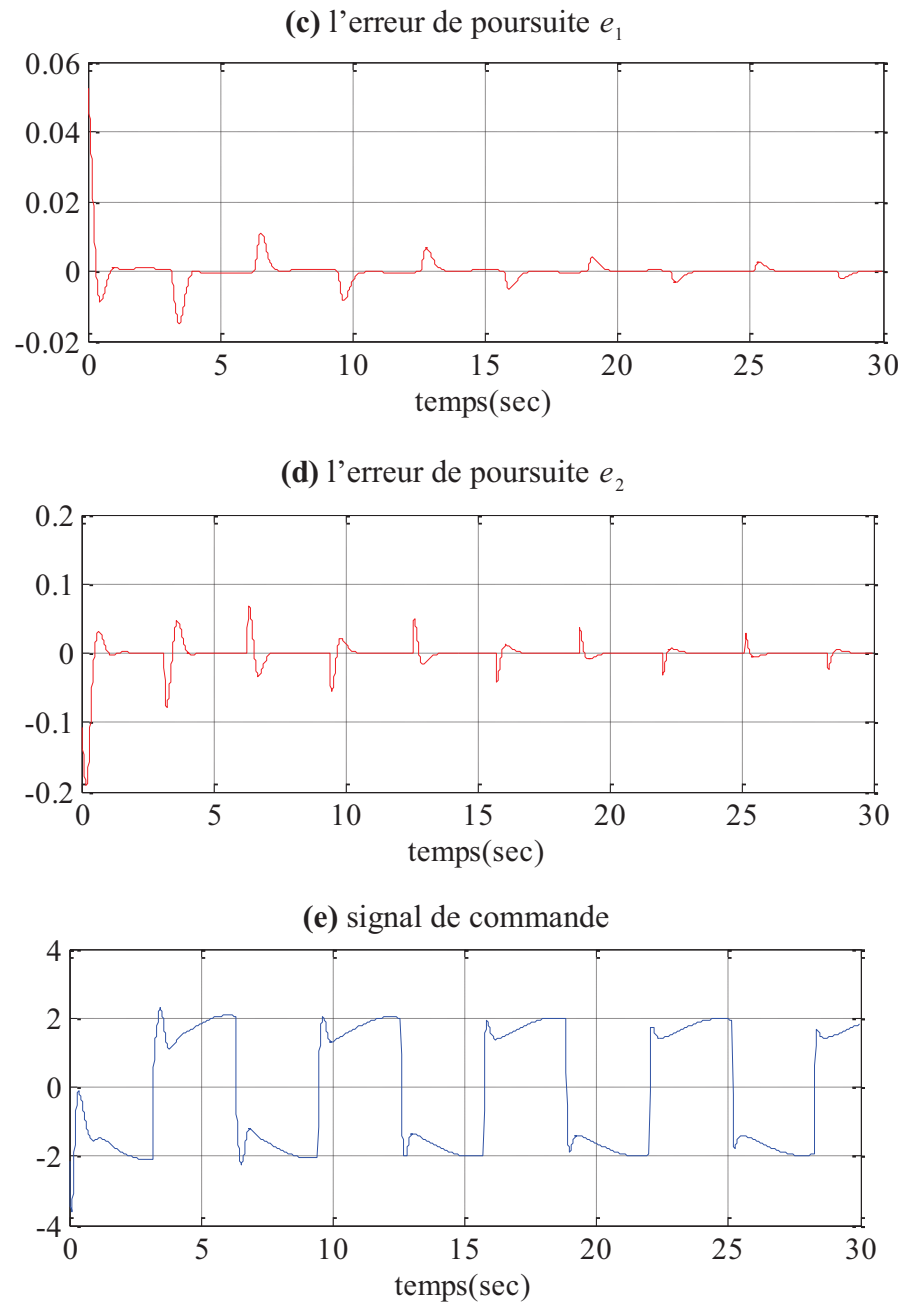
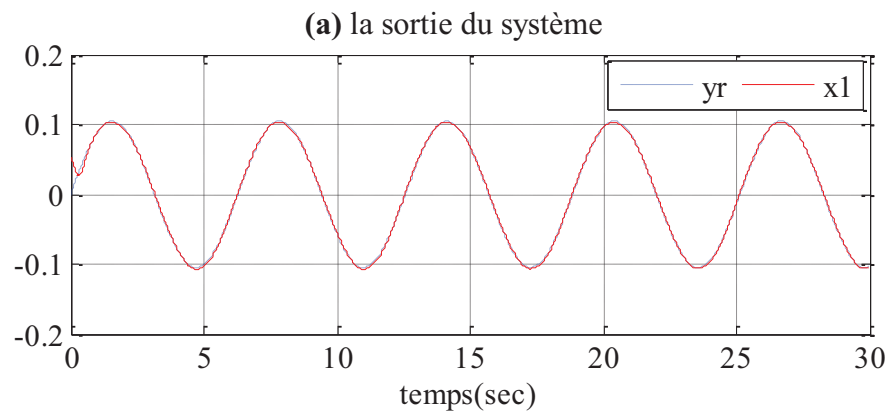


Figure 3.8 Résultats de simulation de l'exemple 2 avec une perturbation de signal carré.

- avec $d(t) = 0.5\sin(2t)$.



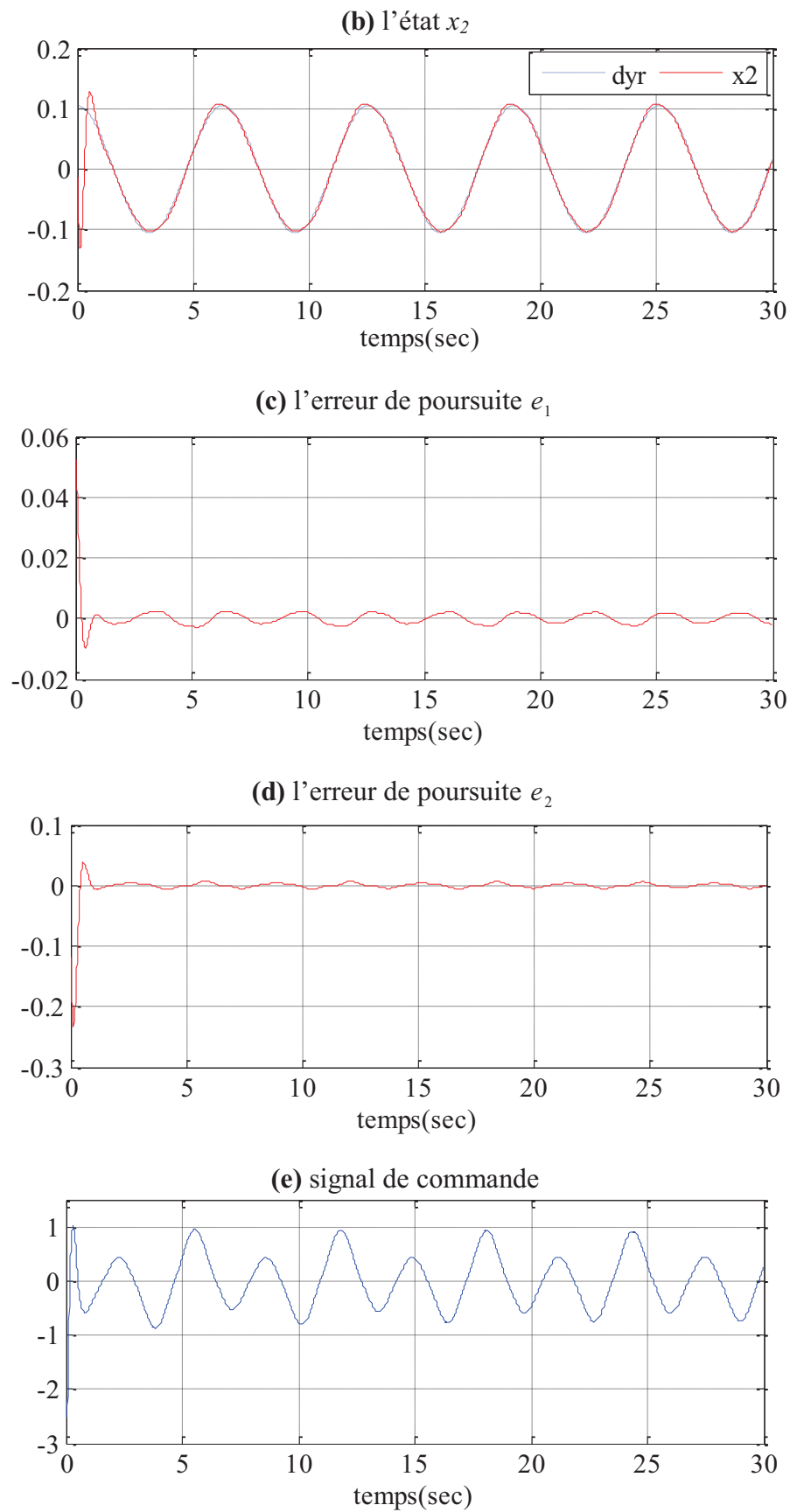


Figure 3.9 Résultats de simulation de l'exemple 2 avec une perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- De la figure 3.7, la poursuite de la trajectoire désirée est assurée, avec précision.
- Le phénomène de chattering est éliminé.
- D'après les figures 3.8-3.9, en présence des perturbations externes, la commande reste efficace où les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, une commande adaptative floue par mode glissant a été proposée pour une classe des systèmes SISO non linéaires inconnus. Au début, la commande glissante a été introduite ensuite proposée en utilisant la stratégie de commande adaptative floue. En outre, les paramètres de la commande PI peuvent être réglés en ligne par la loi d'adaptation. Le phénomène de chattering dans la commande glissante a été éliminé et la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro est assurée. Le système en boucle fermée est stable dans le sens de Lyapunov. La méthode proposée a été appliquée pour commander deux systèmes non linéaires affine et non affine de suivre une trajectoire de référence. Les résultats de simulation ont montrés que la commande proposée peut atteindre les performances souhaités.

Chapitre 4

Commande adaptative
floue à base d'observateur avec
une direction de commande inconnue

Chapitre 4

Commande adaptative floue à base d'observateur avec une direction de commande inconnue

4.1 Introduction

Dans les chapitres 2 et 3, plusieurs schémas de commande adaptative floue ont été développés pour les systèmes non linéaires incertains. Une hypothèse essentielle dans ces systèmes de commande, c'est que le vecteur d'état est supposé être disponible pour la mesure. Mais cette exigence de mesure est plus une exception qu'une règle dans la pratique d'ingénierie. C'est pourquoi les commandes basées sur des observateurs sont les plus utilisées.

L'objectif de ce chapitre est la conception de commande adaptative floue basée sur un observateur pour une classe des systèmes SISO non linéaires avec un signe de gain de commande inconnu et qui comprennent :

- ✓ Un observateur d'état, pour observer le vecteur d'erreur de poursuite, du fait que les états du système ne sont pas disponibles pour la mesure.
- ✓ Un système adaptatif flou, pour rapprocher les non-linéarités inconnues.
- ✓ Et une fonction Nussbaum, pour parer à la direction inconnue de la commande.

4.2 Position du problème

Considérons le système dynamique non linéaire SISO décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u + d(t), \\ y = x. \end{cases} \quad (4.1)$$

ou encore,

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t)] \\ y = C^T \underline{x}. \end{cases} \quad (4.2)$$

où,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

avec, $\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ est le vecteur des états non mesurés et $y \in R$ est la sortie mesurée. $u \in R$ est l'entrée de commande du système. $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont des fonctions non linéaires continues inconnues, $d(t)$ présente la perturbation externe. Notez qu'il est facile de vérifier que la paire (A, B) est contrôlable et la paire (C^T, A) est observable.

L'objectif de conception consiste à déterminer une loi de commande u pour orienter la sortie du système vers le signal de référence y_r , tout en assurant la bornitude de tous les signaux impliqués dans le système en boucle fermée.

Hypothèse 4.1: Le signe de gain de la commande $g(\underline{x})$ est inconnu, il existe deux constantes positives inconnues g_1 et g_0 de telle sorte que: $0 < g_0 \leq |g(\underline{x})| \leq g_1$ [19].

Hypothèse 4.2: Il existe une constante positive inconnue d^* de telle sorte que $|d(t)| \leq d^*$.

Hypothèse 4.3: Les signaux de référence $y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}$ et $y_r^{(n)}$ sont supposés être continus et bornés.

Les remarques suivantes permettent de motiver les hypothèses ci-dessus par rapport à la structure de conception envisagée :

Remarque 4.1 : De nombreux systèmes pratiques peuvent être exprimés ou transformés dans la forme (4.1) tels que: le pendule inversé, oscillateur de duffing, systèmes chaotiques, servomoteur à induction, et bien d'autres. Il est intéressant de noter que la propriété $0 < g_0 \leq |g(\underline{x})|$ garantit la contrôlabilité du système (4.1).

Remarque 4.2 : Dans le cas où le système à commander est non affine, de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(\underline{x}, u) + d(t), \\ y = x, \end{cases}$$

L'hypothèse 4.1 peut être supposé, où $g(\underline{x}) = \frac{\partial f(\underline{x}, u)}{\partial u}$. Et pour continuer l'analyse et la conception de la commande stabilisante, le théorème de la valeur moyenne de la section 1.4.1 est appliqué sur le système non affine ci-dessus, pour le transformer en système affine, c.à.d. $f(\underline{x}, u) = f(\underline{x}) + g(\underline{x}, u^*)u$, ce problème a été aussi rencontré dans les chapitres 2 et 3.

Soit le vecteur de signal de référence $\underline{y}_r$ défini comme suit:

$$\underline{y}_r = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]^T.$$

Et le vecteur d'erreur de poursuite :

$$\underline{e} = \underline{y}_r - \underline{x} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T.$$

Le fait que $\dot{\underline{y}}_r = A\underline{y}_r + B y_r^{(n)}$, l'équation d'état suivante est obtenue :

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A\underline{e} + B [y_r^{(n)} - f(\underline{x}) - g(\underline{x})u - d(t)], \\ e_1 = C^T \underline{e}. \end{cases} \quad (4.4)$$

Basé sur l'approche de la linéarisation par retour d'état, où les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ sont connus, $d(t) = 0$ et l'état $\underline{x}$ est disponible pour la mesure, la commande idéale peut être choisie comme suit:

$$u = u^* = \frac{1}{g(\underline{x})} [-f(\underline{x}) + y_r^{(n)} + k_c^T \underline{e}], \quad (4.5)$$

où $k_c = [k_{c1}, k_{c2}, \dots, k_{cn}]^T \in R^n$ est le vecteur de gain de retour d'état, choisi de telle sorte que le polynôme caractéristique de $(A - Bk_c^T)$ est Hurwitz (stable).

En substituant (4.5) dans (4.4),

$$e^{(n)} + k_c^T \underline{e} = e^{(n)} + k_{cn} e^{(n-1)} + \dots + k_{c1} e = 0. \quad (4.6)$$

Ce qui implique, $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$.

Cependant, de les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x})$ ne sont pas connues et le vecteur d'état $\underline{x}$ n'est pas disponible pour la mesure, la commande idéale (4.5) ne peut pas être implémentée. Pour surmonter ces problèmes, les solutions proposées par la suite de ce chapitre sont:

- ✓ Le système adaptatif flou de chapitres 2 et 3 utilisé pour approximer les fonctions inconnues non linéaires,
- ✓ Une fonction de Nussbaum pour estimer le signe de $g(\underline{x})$, cette solution a été aussi utilisée dans le chapitre 2.
- ✓ Un observateur d'état pour estimer le vecteur d'erreur de poursuite.

4.3 Conception de la commande adaptative floue à base d'observateur

Pour estimer le vecteur d'erreur de poursuite $\underline{e}$, l'observateur qui suit est proposé :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\hat{e}}} = A_c \underline{\hat{e}} + k_o \tilde{e}_1, \\ \hat{e}_1 = C^T \underline{\hat{e}}, \end{cases} \quad (4.7)$$

où $A_c = A - Bk_c^T$, $\tilde{e}_1 = e_1 - \hat{e}_1 = \hat{y} - y$, $\hat{e} = \underline{y}_r - \hat{\underline{x}}$, avec $\hat{\underline{x}}$ est l'estimation de vecteur d'état $\underline{x}$ et $\underline{\hat{e}}$ est l'estimation de vecteur d'erreur de poursuite $\underline{e}$. $k_o = [k_{o1}, k_{o2}, \dots, k_{on}]^T \in R^n$ est le vecteur de gain d'observateur à être choisi de telle sorte que le polynôme caractéristique $(A_c - k_o C^T)$ est Hurwitz, le vecteur k_c a été défini précédemment.

Soit le vecteur d'erreur d'observation défini comme suite :

$$\underline{\tilde{e}} = \underline{e} - \underline{\hat{e}} = [\tilde{e}_1, \tilde{e}_2, \dots, \tilde{e}_n]^T$$

En soustrayant (4.7) à partir de (4.4), la dynamique de l'erreur d'observation est :

$$\begin{cases} \dot{\underline{\tilde{e}}} = A_o \underline{\tilde{e}} + B [f_1(\underline{x}_v) - g(\underline{x})u - d(t)], \\ \tilde{e}_1 = C^T \underline{\tilde{e}}, \end{cases} \quad (4.8)$$

avec $A_o = A_c - k_o C^T$, $f_1(\underline{x}_v) = f(\underline{x}) + v$, ou $\underline{x}_v = [\underline{x}^T, v]^T$ et $v = y_r^{(n)} + k_c^T \underline{e}$.

La fonction non linéaire inconnue $f_1(\underline{x}_v)$ peut être approximée, sur un ensemble compact $\Omega_{\underline{x}}$, par le système flou de la forme (1.20) comme suit:

$$\hat{f}_1(\underline{x}_v, \theta) = \theta^T \xi(\underline{x}_v), \quad (4.9)$$

où $\xi(\underline{x}_v)$ est le vecteur de fonctions floues de base fixé a priori par le concepteur et θ est le vecteur de paramètre ajustable du système flou.

La valeur optimale de θ est défini comme suit:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} \left[\sup_{x \in \Omega_x} |f_1(x_v) - \hat{f}_1(x_v, \theta)| \right]. \quad (4.10)$$

La valeur optimale de θ (c.à.d. θ^*) est introduite uniquement à des besoins d'analyse, et sa valeur n'est pas nécessaire lors de la mise en œuvre du contrôleur.

L'erreur d'estimation du paramètre est :

$$\tilde{\theta} = \theta - \theta^* \quad (4.11)$$

L'erreur d'approximation floue :

$$\delta_0(x_v) = f_1(x_v) - \hat{f}_1(x_v, \theta^*) \quad (4.12)$$

$$\text{où } \hat{f}_1(x_v, \theta^*) = \theta^{*T} \xi(x_v).$$

Comme dans la littérature [19,20], l'erreur d'approximation floue est supposée bornée pour tout $x \in \Omega_x$, c-à-d. $|\delta_0(x_v)| \leq \bar{\delta}_0$, $\forall x \in \Omega_x$, où $\bar{\delta}_0$ est une constante inconnue.

Comme le vecteur d'entrée $x_v = [x^T, \nu]^T$ n'est pas disponible pour la mesure, le système flou (4.9) utilisé pour approximer $f_1(x_v)$ est remplacé par le système flou suivant :

$$\hat{f}_1(\hat{x}_v, \theta) = \theta^T \xi(\hat{x}_v), \quad (4.13)$$

Le vecteur observé de $x_v = [x^T, \nu]^T$ est $\hat{x}_v = [\hat{x}^T, \hat{\nu}]^T = [\hat{x}^T, k_c^T \hat{e} + y_r^{(n)}]^T$.

De (4.11), (4.12) et (4.13),

$$\begin{aligned} f_1(x_v) &= f_1(x_v) - \hat{f}_1(x_v, \theta^*) + \hat{f}_1(x_v, \theta^*) - \hat{f}_1(\hat{x}_v, \theta^*) + \hat{f}_1(\hat{x}_v, \theta^*) \\ &= \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) + \delta_0(x_v) + [\theta^{*T} \xi(x_v) - \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v)] \\ &= \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) + \delta_1(x_v, \hat{x}_v), \end{aligned} \quad (4.14)$$

où $\delta_1(x_v, \hat{x}_v) = \delta_0(x_v) + [\theta^{*T} \xi(x_v) - \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v)]$ est l'erreur d'approximation.

Notez que $\delta_1(x_v, \hat{x}_v)$ a une limite supérieure, c.à-d. $|\delta_1(x_v, \hat{x}_v)| \leq \bar{\delta}_1$ avec $\bar{\delta}_1$ est une constante positif inconnue [19,20].

En substituant (4.14) dans (4.8) :

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A_o \underline{e} + B \left[\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - g(\underline{x})u + \delta_1(\underline{x}_v, \hat{x}_v) - d(t) \right] \\ \tilde{e}_1 = C^T \underline{e}, \end{cases} \quad (4.15)$$

avec $\delta_2 = \delta_1(\underline{x}_v, \hat{x}_v) - d(t)$, (4.15) deviens :

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}} = A_o \underline{e} + B \left[\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - g(\underline{x})u + \delta_2 \right] \\ \tilde{e}_1 = C^T \underline{e}, \end{cases} \quad (4.16)$$

Puisque $\delta_1(\underline{x}_v, \hat{x}_v)$ et $d(t) \in L_\infty$, donc la limite supérieure de δ_2 existe aussi, c.à.d. $|\delta_2| \leq \bar{\delta}_2$ avec $\bar{\delta}_2$ est une constante positive inconnue.

La dynamique (4.16) peut être exprimée dans le domaine fréquentiel en utilisant la notation mixte (c.à.d. temps-fréquence) :

$$\tilde{e}_1 = H(S) \left[\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - g(\underline{x})u + \delta_2 \right], \quad (4.17)$$

où $H(S)$ est la fonction de transfert stable de (4.16).

Puisque la dynamique d'erreur d'observation (4.17) n'est pas SPR selon [1] (voir la section 1.4.3), un filtre passe-bas $T(S)$ a été introduit de telle sorte que $\bar{H}(S) = H(S)T^{-1}(S)$ soit SPR:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1 &= H(S)T^{-1}(S) \left[T(S)\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - T(S)g(\underline{x})u + T(S)\delta_2 \right] \\ &= \bar{H}(S) \left[\theta^{*T} \xi_f(\hat{x}_v) - T(S)g(\underline{x})u + \delta_{2f} \right] \\ &= \bar{H}(S) \left[\theta^{*T} \xi_f(\hat{x}_v) + \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - T(S)g(\underline{x})u + \delta_{2f} \right] \\ &= \bar{H}(S) \left[\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - T(S)g(\underline{x})u + \delta_3 \right], \end{aligned} \quad (4.18)$$

où,

$$\begin{aligned} \xi_f(\hat{x}_v) &= T(S)\xi(\hat{x}_v), \\ \theta^{*T} \xi_f(\hat{x}_v) &= T(S)\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) = \theta^{*T} T(S)\xi(\hat{x}_v), \\ \delta_{2f} &= T(S)\delta_2, \\ \delta_3 &= \theta^{*T} \xi_f(\hat{x}_v) - \theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) + \delta_{2f}, \end{aligned}$$

$T(S)$ est un filtre SPR.

Puisque δ_2 , $\xi(\hat{x}_v)$ et $\theta^* \in L_\infty$ et $T(S)$ est un filtre stable, alors le terme δ_3 peut également être borné comme suit :

$$|\delta_3| \leq \bar{\delta}_3,$$

où $\bar{\delta}_3$ est une constante positive inconnue.

De (4.18), il est clair que la présence du terme filtré $T(S)g(\underline{x})u$ dans la sortie de la dynamique d'erreur d'observation rend la conception du système de contrôle très difficile. Pour faciliter cette tâche, l'hypothèse suivante est faite [19].

Hypothèse 4.4: L'inégalité suivante est vérifiée:

$$|g(\underline{x})u - T(S)g(\underline{x})u| \leq \lambda^* |u - u_f|, \quad (4.19)$$

où λ^* est une constante positive inconnue et $u_f = T(S)u$

L'entrée de commande pour le système (4.1) peut être déterminée selon [19] comme suite:

$$u = N(\varsigma) \left(-\theta^T \xi(\hat{x}_v) - \rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) \right) \quad (4.20)$$

avec

$$N(\varsigma) = \varsigma^2 \cos(\varsigma) \quad (4.21)$$

$$\dot{\varsigma} = e_{m1} \left(\theta^T \xi(\hat{x}_v) + \rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) \right) \quad (4.22)$$

$$\dot{\theta} = -\gamma_1 \sigma_1 \theta + \gamma_1 e_{m1} \xi(\hat{x}_v) \quad (4.23)$$

$$\dot{\rho} = -\gamma_2 \sigma_2 \rho + \gamma_2 e_{m1} \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) \quad (4.24)$$

où γ_1 , γ_2 , σ_1 , σ_2 et ε_1 sont des constantes positives de conception, ρ est l'estimée de $\rho^* = \bar{\delta}_3$ et $\tanh(\cdot)$ représente la fonction tangente hyperbolique.

Une nouvelle erreur e_{m1} , appelée l'erreur modifiée, est définie par :

$$e_{m1} = \tilde{e}_1 + e_{a1} \quad (4.25)$$

où e_{a1} est appelée l'erreur auxiliaire, elle est générée par la dynamique suivante:

$$e_{a1} = \bar{H}(S) \left(-\lambda(u - u_f) \tanh((u - u_f)e_{m1}/\varepsilon_2) \right), \quad (4.26)$$

avec

$$\dot{\lambda} = -\gamma_3 \sigma_3 \lambda + \gamma_3 e_{m1} (u - u_f) \tanh((u - u_f)e_{m1}/\varepsilon_2), \quad (4.27)$$

où γ_3 , σ_3 et ε_2 sont des constantes positives de conception et λ est l'estimée de λ^* .

De (4.18), (4.25) et (4.26), la dynamique de l'erreur modifiée e_{m1} peut être exprimée comme suit:

$$\begin{aligned} e_{m1} &= \bar{H}(S) \left(\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - T(S)g(\underline{x})u - \lambda(u - u_f) \tanh((u - u_f)e_{m1}/\varepsilon_2) + \delta_3 \right) \\ &= \bar{H}(S) \left(\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - g(\underline{x})u - \Delta_u + \delta_3 \right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

où $\Delta_u = g(\underline{x})u - T(S)g(\underline{x})u - \lambda(u - u_f) \tanh((u - u_f)e_{m1}/\varepsilon_2)$

Remplaçant (4.20) dans (4.28) :

$$\begin{aligned} e_{m1} &= \bar{H}(S) \left[-\tilde{\theta}^T \xi(\hat{x}_v) - \rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \left(\theta^T \xi(\hat{x}_v) + \rho \tanh(em1/\varepsilon_1) \right) \right. \\ &\quad \left. + \Delta_u + \delta_3 \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

où $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$.

La dynamique de l'erreur modifiée (4.29) en espace d'état est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\underline{e}}_m = \bar{A}_o \underline{e}_m + \bar{B} \left[-\tilde{\theta}^T \xi(\hat{x}_v) - \rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \left(\theta^T \xi(\hat{x}_v) + \rho \tanh(em1/\varepsilon_1) \right) \right. \\ \quad \left. + \Delta_u + \delta_3 \right] \\ e_{m1} = \bar{C}^T \underline{e}_m \end{cases} \quad (4.30)$$

où $\underline{e}_{m1} = [e_{m1}, e_{m2}, \dots, e_{mn}]^T$ et $(\bar{A}_o \in R^{n \times n}, \bar{B} \in R^n, \bar{C} \in R^n)$ est la réalisation minimale de l'état de $\bar{H}(S) = H(S)Y^{-1}(S) = \bar{C}^T (sI - A_o)^{-1} \bar{B}$, avec $\bar{C} = [0, \dots, 1]^T$.

Comme $\bar{H}(S)$ est SPR, l'équation suivante est vérifiée [19]:

$$\begin{cases} \bar{A}_o^T P + P \bar{A}_o = -Q < 0, \\ P \bar{B} = \alpha \bar{C}, \end{cases} \quad (4.31)$$

où α est une constante positive de conception, $P = P^T > 0$ et $Q = Q^T > 0$. Noter que les équations matricielles (4.31) et la dynamique (4.32) seront utilisées dans l'analyse de stabilité.

Pour résumer, la figure 4.1 montre le schéma de la commande adaptative floue à base d'observateur proposé.

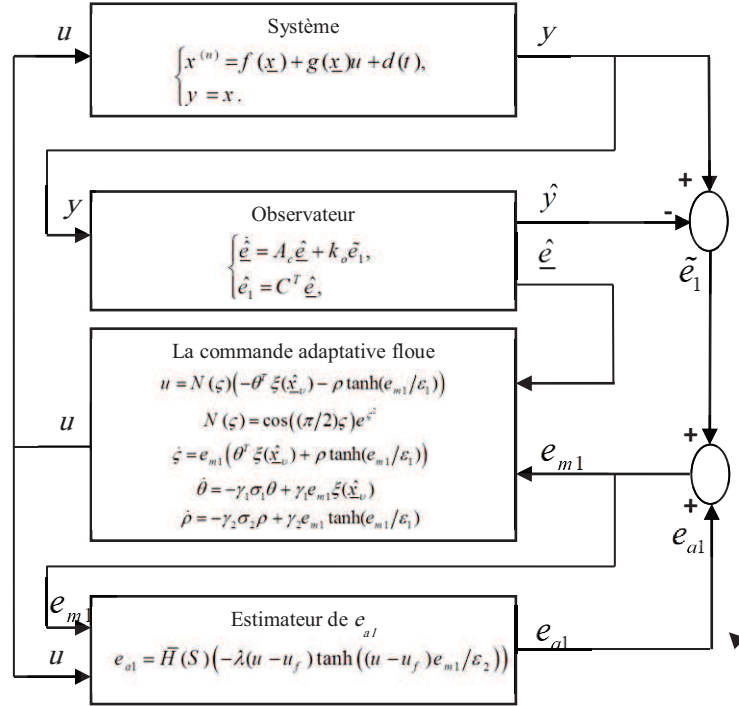


Figure 4.1 Schéma de la commande adaptative floue à base d'observateur.

4.4 Analyse de la stabilité

Théorème 4.1 : [19] Le système (4.1) est considéré sous les hypothèses 1-4 et l'observateur (4.7). La commande adaptative floue définie par (20) - (27), garantit les propriétés suivantes:

1. Tous les signaux dans le système en boucle fermée sont bornés, c.à.d. $\underline{e}_m$, $\underline{e}_{m1}$, e_{al} , $\tilde{e}_1$, $\tilde{e}$, $\hat{e}$, $\underline{e}$, θ , et $u \in L_\infty$.

2. L'erreur de poursuite reste dans un ensemble compact Ω_e spécifié comme suit:

$$\Omega_e = \{e_1 \mid |e_1| \leq \kappa\},$$

où κ est une constante positive.

Preuve du théorème 4.1 : Soit la fonction candidate de Lyapunov définie comme suit :

$$V = \frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T P \underline{e}_m + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\rho}^2 + \frac{1}{2\gamma_3} \tilde{\lambda}^2 \quad (4.32)$$

La dérivée temporelle de V est :

$$\dot{V} = \frac{1}{2\alpha} \dot{\underline{e}}_m^T P \underline{e}_m + \frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T P \dot{\underline{e}}_m + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\theta} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\rho} \dot{\rho} + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\lambda} \dot{\lambda} \quad (4.33)$$

où $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$

En utilisant (4.30) et (4.31), (4.33) devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T Q \underline{e}_m + e_{m1} \left[-\tilde{\theta}^T \xi(\hat{x}_v) - \rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) (\theta^T \xi(\hat{x}_v) \right. \\ & \left. + \rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1)) + \Delta_u + \delta_3 \right] + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}^T \dot{\theta} + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\rho} \dot{\rho} + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\lambda} \dot{\lambda} \end{aligned} \quad (4.34)$$

L'évaluation de (4.34) avec l'utilisation de (4.22) et (4.23), permet d'obtenir,

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T Q \underline{e}_m + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} - \sigma_1 \tilde{\theta}^T \theta + e_{m1} \left[-\rho \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) + \Delta_u + \delta_3 \right] \\ & + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\rho} \dot{\rho} + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\lambda} \dot{\lambda} \end{aligned} \quad (4.35)$$

En utilisant la propriété suivante agréable à l'égard de la fonction $\tanh(\cdot)$ [19]:

$$0 \leq |z| - z \tanh(z/\varepsilon) \leq \bar{\varepsilon} = 0.2785\varepsilon,$$

Les inégalités suivantes sont obtenues :

$$\begin{aligned} e_{m1} \delta_3 - \rho e_{m1} \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) & \leq \rho^* |e_{m1}| - \rho e_{m1} \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) \\ & \leq \rho^* \bar{\varepsilon}_1 - \tilde{\rho} e_{m1} \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1), \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} e_{m1} \Delta_u & \leq \lambda^* |u - u_f| |e_{m1}| - \lambda (u - u_f) e_{m1} \tanh((u - u_f) e_{m1}/\varepsilon_2) \\ & \leq \lambda^* \bar{\varepsilon}_2 - \tilde{\lambda} (u - u_f) e_{m1} \tanh((u - u_f) e_{m1}/\varepsilon_2), \end{aligned} \quad (4.37)$$

où $\bar{\varepsilon}_1 = 0.2785\varepsilon_1$ et $\bar{\varepsilon}_2 = 0.2785\varepsilon_2$.

De (4.36) et (4.37), (4.35) peut être réécrite comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T Q \underline{e}_m + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} - \sigma_1 \tilde{\theta}^T \theta + \rho^* \bar{\varepsilon}_1 - \tilde{\rho} e_{m1} \tanh(e_{m1}/\varepsilon_1) + \lambda^* \bar{\varepsilon}_2 \\ & - \tilde{\lambda} (u - u_f) e_{m1} \tanh((u - u_f) e_{m1}/\varepsilon_2) + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\rho} \dot{\rho} + \frac{1}{\gamma_3} \tilde{\lambda} \dot{\lambda} \end{aligned} \quad (4.38)$$

En remplaçant (4.24) et (4.27) dans (4.38), (4.39) peut être obtenue :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T Q \underline{e}_m + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} - \sigma_1 \tilde{\theta}^T \theta - \sigma_2 \tilde{\rho} \rho - \sigma_3 \tilde{\lambda} \lambda + \lambda^* \bar{\varepsilon}_2 + \rho^* \bar{\varepsilon}_1 \quad (4.39)$$

Comme les inégalités suivantes sont valables:

$$\begin{aligned} -\sigma_1 \tilde{\theta}^T \theta & \leq -\frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 + \frac{\sigma_1}{2} \|\theta^*\|^2 \\ -\sigma_2 \tilde{\rho} \rho & \leq -\frac{\sigma_2}{2} \tilde{\rho}^2 + \frac{\sigma_2}{2} \rho^{*2} \end{aligned}$$

$$-\sigma_3 \tilde{\lambda} \lambda \leq -\frac{\sigma_3}{2} \tilde{\lambda}^2 + \frac{\sigma_3}{2} \lambda^{*2}$$

L'inégalité (4.39) peut être écrite comme suit:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2\alpha} \underline{e}_m^T Q \underline{e}_m + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} - \frac{\sigma_1}{2} \|\tilde{\theta}\|^2 - \frac{\sigma_2}{2} \tilde{\rho}^2 - \frac{\sigma_3}{2} \tilde{\lambda}^2 + \varphi \quad (4.40)$$

où $\varphi = (\sigma_1/2) \|\theta^*\|^2 + (\sigma_2/2) \rho^{*2} + (\sigma_3/2) \lambda^{*2} + \lambda^* \bar{e}_2 + \rho^* \bar{e}_1$.

Soit $\mu = \min \{ \lambda_{\min}(Q)/\lambda_{\max}(P), \gamma_1 \sigma_1, \gamma_2 \sigma_2, \gamma_3 \sigma_3 \}$, donc (4.40) peut être réécrite comme suit:

$$\dot{V} \leq -\mu V + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} + \varphi \quad (4.41)$$

où $\lambda_{\min}(Q)$ désigne la plus petite valeur propre de Q , et $\lambda_{\max}(P)$ la plus grande valeur propre de P .

En multipliant (4.41) par $e^{\mu t}$,

$$\begin{aligned} \dot{V} e^{\mu t} &\leq -\mu V e^{\mu t} + (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} e^{\mu t} + \varphi e^{\mu t} \\ \frac{d}{dt} (V e^{\mu t}) &\leq (1 + g(\underline{x})N(\varsigma)) \dot{\varsigma} e^{\mu t} + \varphi e^{\mu t} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Avec l'intégration de (4.42) sur $[0, t]$, il résulte que,

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\varphi}{\mu} + \left(V(0) - \frac{\varphi}{\mu} \right) e^{-\mu t} + e^{-\mu t} \int_0^t [1 + g(\underline{x})N(\varsigma)] \dot{\varsigma} e^{\mu \tau} d\tau \quad (4.43)$$

ou encore (4.43) peut être réécrite comme suite,

$$0 \leq V(t) \leq \beta^* + e^{-\mu t} \int_0^t [1 + g(\underline{x})N(\varsigma)] \dot{\varsigma} e^{\mu \tau} d\tau \quad (4.44)$$

avec $\beta^* = \varphi/\mu + V(0)$.

D'après Lemme 1.3 (voir section 1.4.2), il est conclue à partir de (4.44) que $V(t)$, $\varsigma(t)$ et $\int_0^t [1 + g(\underline{x})N(\varsigma)] \dot{\varsigma} d\tau$ sont tous bornées sur $[0, t_f]$. La bornitude de θ, ρ, λ et $\underline{e}_m$ sur $[0, t_f]$ suit celle de $V(t)$. De la bornitude de θ, ρ et ς , la bornitude de u est garantie. Comme $u \in L_\infty$ et $T(s)$ est un filtre stable, aussi $u_f \in L_\infty$. De (4.16), puisque le terme $[\theta^{*T} \xi(\hat{x}_v) - g(\underline{x})u + \delta_2]$ est borné et A_o est stable, il est facile de montrer que le vecteur d'erreur d'observation $\tilde{e}$ est également bornée. Parce que $e_{a1} = e_{m1} - \tilde{e}_1$, et de la bornitude de

$\tilde{e}_1$ et e_{m1} , e_{a1} est bornée. de (4.7), la bornitude de $\hat{e}$ suit celle de $\tilde{e}_1$. Comme $\tilde{e}$ et $\hat{e}$ sont bornées, alors le vecteur d'erreur de poursuite $\underline{e}$ est également bornée (c.à.d. $\underline{e} \in L_\infty$).

D'après les conclusions précédentes, il est conclu que tous les signaux dans le système en boucle fermée sont bornées sur $[0, \infty[$.

Soit $\left| e^{-\mu t} \int_0^t [1 + g(\underline{x})N(\zeta)] \dot{\zeta} e^{\mu \tau} d\tau \right| \leq \bar{c}_1$. L'inégalité (4.43) devient :

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\varphi}{\mu} + \left(V(0) - \frac{\varphi}{\mu} \right) e^{-\mu t} + \bar{c}_1$$

$$|e_{m1}| \leq \|e_m\| \leq \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_{\min}(P)}} \sqrt{\frac{\varphi}{\mu} + \left(V(0) - \frac{\varphi}{\mu} \right) e^{-\mu t} + \bar{c}_1} \quad (4.45)$$

Soit $\bar{c}_2 \geq |e_{a1}|$ et $\bar{c}_3$ la borne supérieure de $|\hat{e}_1|$. Alors, à partir de (4.45), la borne supérieure de $|e_1|$ est obtenu comme suit:

$$\begin{aligned} |e_1| &\leq |\tilde{e}_1| + |\hat{e}_1| \\ &\leq |e_{m1}| + |e_{a1}| + |\hat{e}_1| \\ &\leq \bar{c}_3 + \bar{c}_2 + \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_{\min}(P)}} \sqrt{\frac{\varphi}{\mu} + \bar{c}_1} \\ &\leq \kappa \end{aligned} \quad (4.46)$$

où $\kappa = \bar{c}_3 + \bar{c}_2 + \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda_{\min}(P)}} \sqrt{\frac{\varphi}{\mu} + \bar{c}_1}$.

4.5 Résultats de simulation

La simulation est effectuée pour montrer l'efficacité de la commande proposée. Deux problèmes de contrôle sont considérés à cet effet. Le premier concerne un oscillateur de duffing, tandis que le second est le système non affine de chapitres 2 et 3.

4.5.1 Exemple 1 : Oscillateur de duffing

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats de simulation démontrant les performances de la commande proposée appliquée à un oscillateur de duffing.

L'équation de Duffing décrit l'effet de ressort observée dans de nombreux systèmes mécaniques ou d'un pendule se déplaçant dans un milieu visqueux.

Ce système chaotique peut être décrit comme [19] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -P_1 x_2 - P_2 x_1 - P_3 x_1^3 + q \cos(\varpi t), \end{cases} \quad (4.47)$$

où $\underline{x} = [x, \dot{x}]^T = [x_1, x_2]^T$ est le vecteur d'état, p_1, p_2, p_3 et q sont des constantes positives, t est la variable de temps, et ϖ est la fréquence. Selon le choix de ces constantes, il est connu que les solutions de (4.47) ont un comportement périodique, presque périodique et chaotique. Un comportement typique chaotique de l'équation de Duffing incontrôlée peut être obtenu avec :

$$p_1 = 0.4, \quad p_2 = -1.1, \quad p_3 = 1, \quad q = 2.1 \quad \text{et} \quad \varpi = 1.8$$

L'équation de Duffing contrôlée peut être écrite comme suit:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d(t)), \\ y &= [1 \quad 0] \underline{x}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

où $f(\underline{x}) = -P_1 x_2 - P_2 x_1 - P_3 x_1^3 + q \cos(\varpi t)$ et $g(\underline{x}) = 1$. $d(t)$ présente la perturbation externe.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie de système y de suivre un signal de référence $y_r = \sin(t)$, il est à noter que la fonction $f(\underline{x})$ et le gain de commande $g(\underline{x})$ sont supposés être inconnus par le contrôleur et uniquement la sortie y du système est mesurable. En fait, le modèle (4.48) n'est requis que pour la simulation.

Le vecteur de gain d'observateur et le vecteur de gain par retour d'état sont choisis respectivement comme suit: $k_o = [40, 400]^T$ et $k_c^T = [4, 4]$. Il faut choisir le filtre SPR $T(S)$ de sorte que $\bar{H}(S) = H(S)T^{-1}(S) = (1/(S^2 + 44S + 564))T^{-1}(S)$ soit également SPR. Le filtre $T(S)$ est choisi comme suit:

$$T(S) = \frac{1}{S + 8.2383}.$$

Les paramètres de conception sont choisis comme suit: $\gamma_1 = 500, \gamma_2 = 20, \gamma_3 = 4, \sigma_1 = 10^{-4}, \sigma_2 = 10^{-5}, \sigma_3 = 10^{-4}, \varepsilon_1 = 0.0125$ et $\varepsilon_2 = 0.1$.

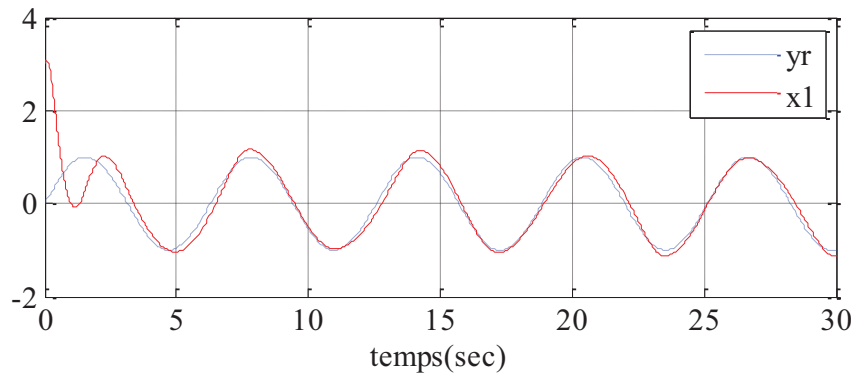
Pour chaque variable des entrées du système $\theta^T \xi(\hat{x}_v)$, on définit trois fonctions d'appartenance de type gaussienne uniformément distribuée sur les intervalles $[-2,2]$ pour $\hat{x}_1$, $[-3,3]$ pour $\hat{x}_2$ et $[-5,5]$ pour $\hat{v}$.

Les conditions initiales sont choisies comme suit : $\underline{x}(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [3, 2]^T$
 $\hat{\underline{e}}(0) = [\hat{e}_1(0), \hat{e}_2(0)]^T = [2, -2]^T$, $\rho(0) = 10$, $\lambda(0) = 0.5$ et $\theta_i(0) = 0$.

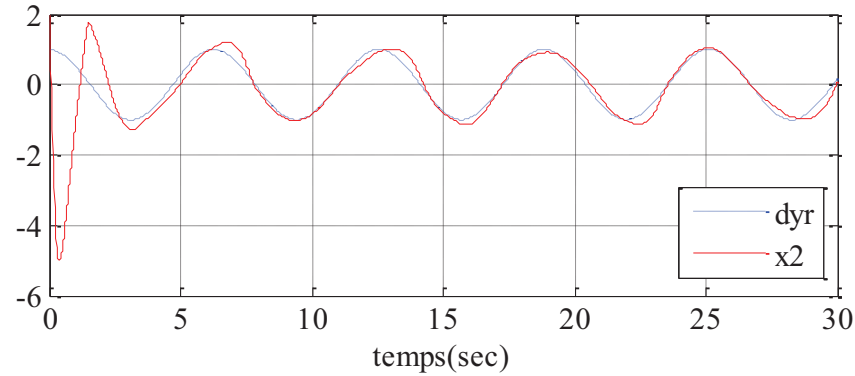
Les résultats de simulation sont présentés sur les figures 4.2-4.4

- Sans perturbation $d(t)=0$.

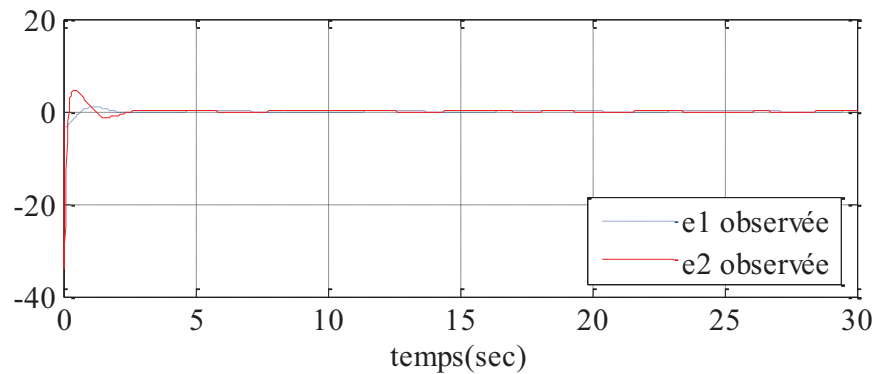
(a) la sortie du système



(b) l'état x_2



(c) les erreurs observées de poursuite $\hat{e}_1$ et $\hat{e}_2$



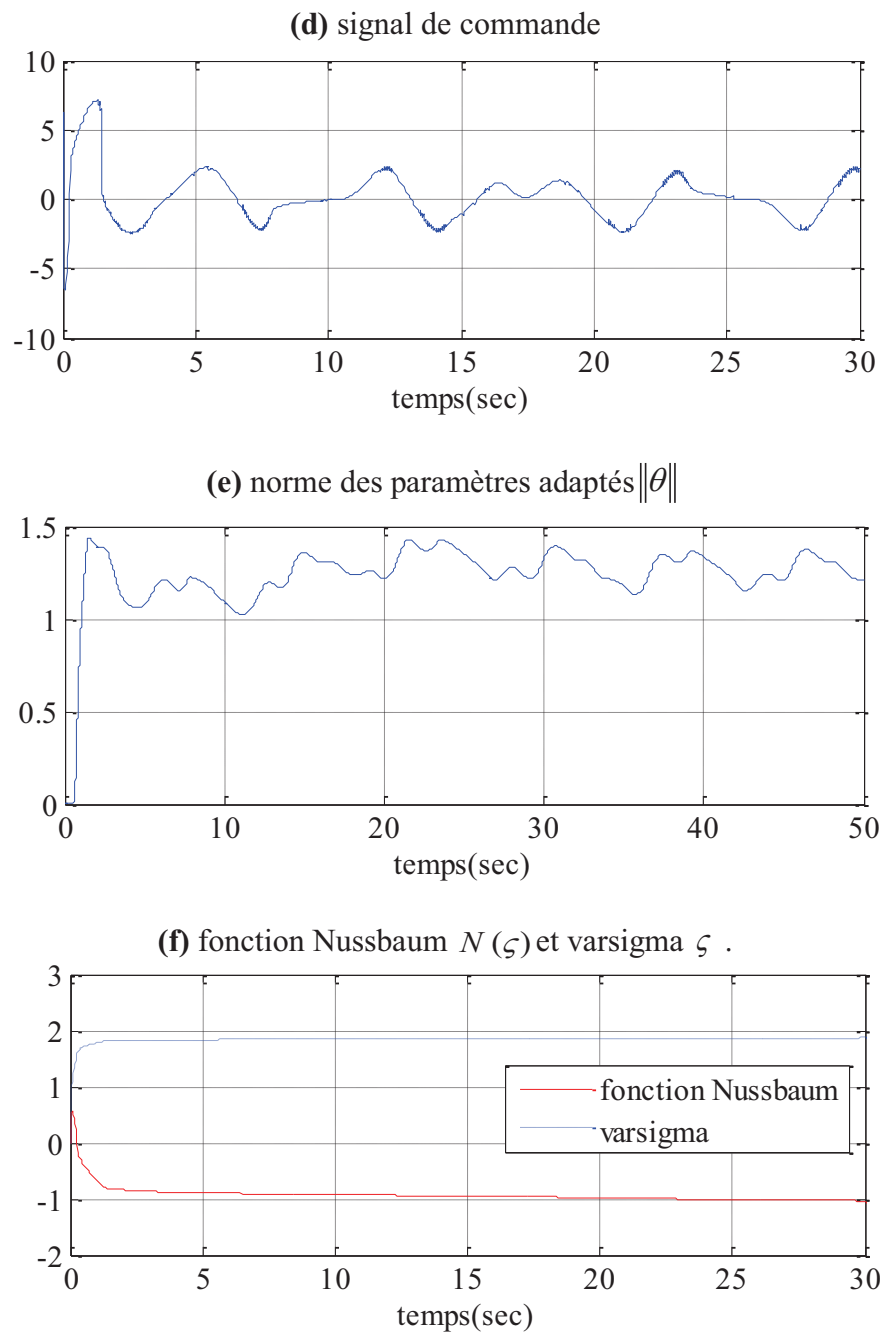
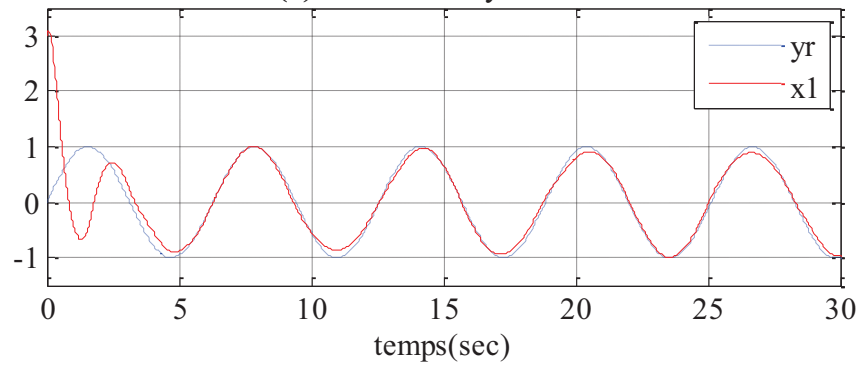
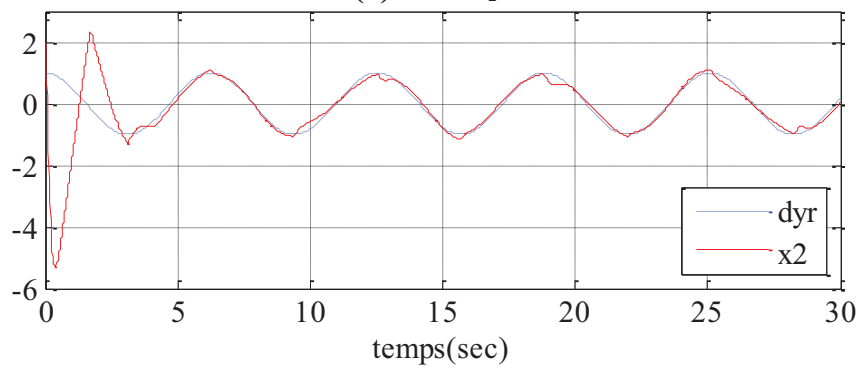
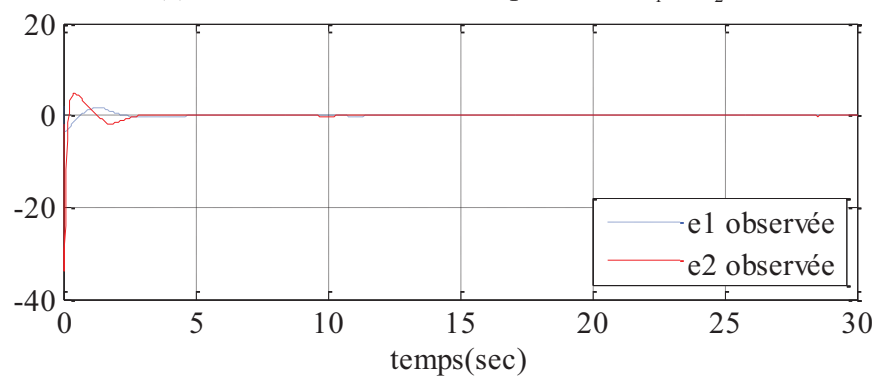


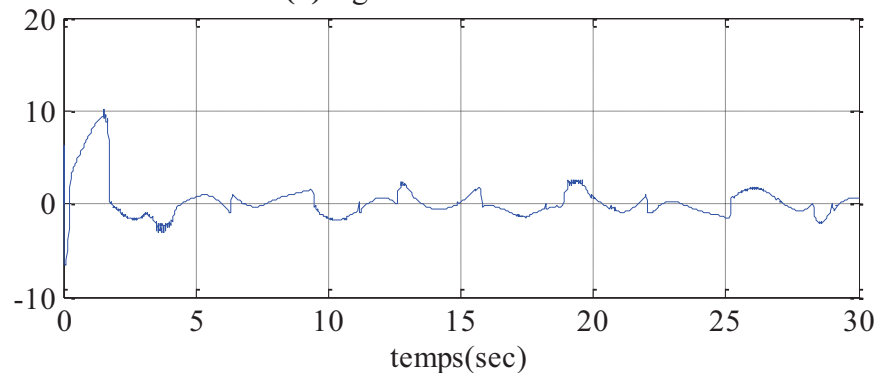
Figure 4.2 Résultats de simulation de l'exemple 1.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 1.5 avec une période de $2\pi(s)$.

(a) la sortie du système

(b) l'état x_2 (c) les erreurs observées de poursuite $\hat{e}_1$ et $\hat{e}_2$ 

(d) signal de commande



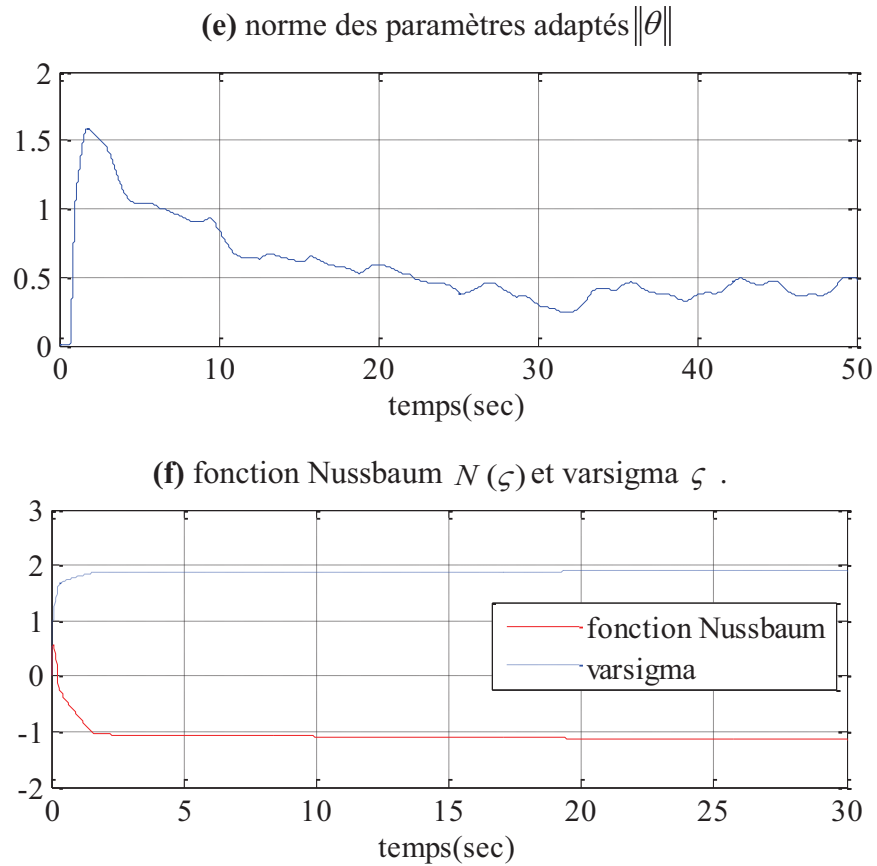
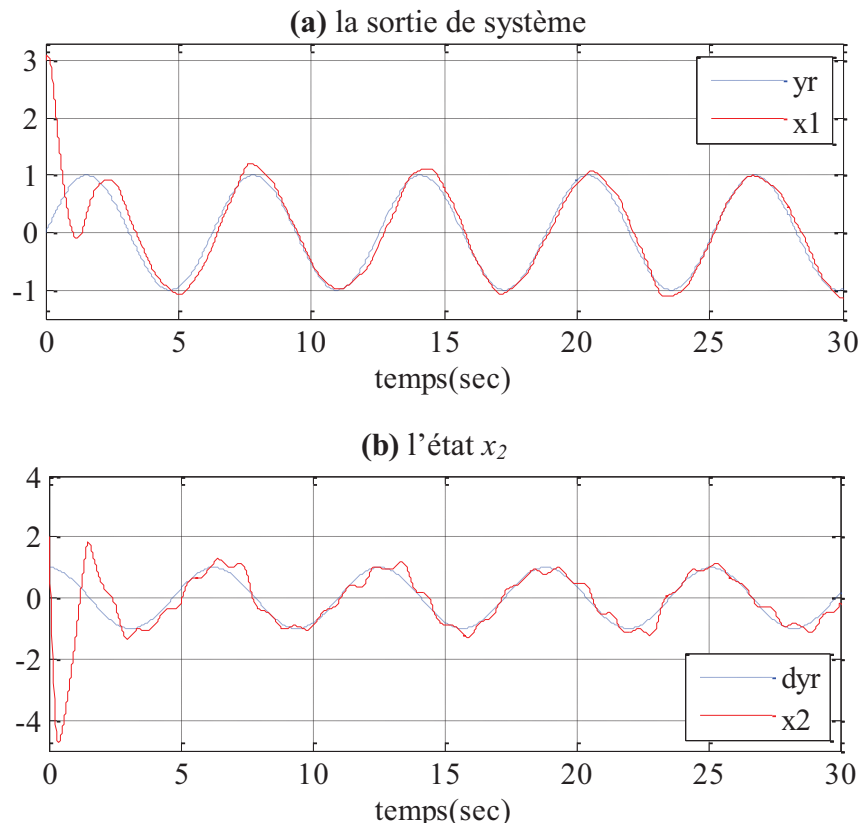


Figure 4.3 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal carré.

- avec $d(t) = 1.5 \sin(2\pi t)$.



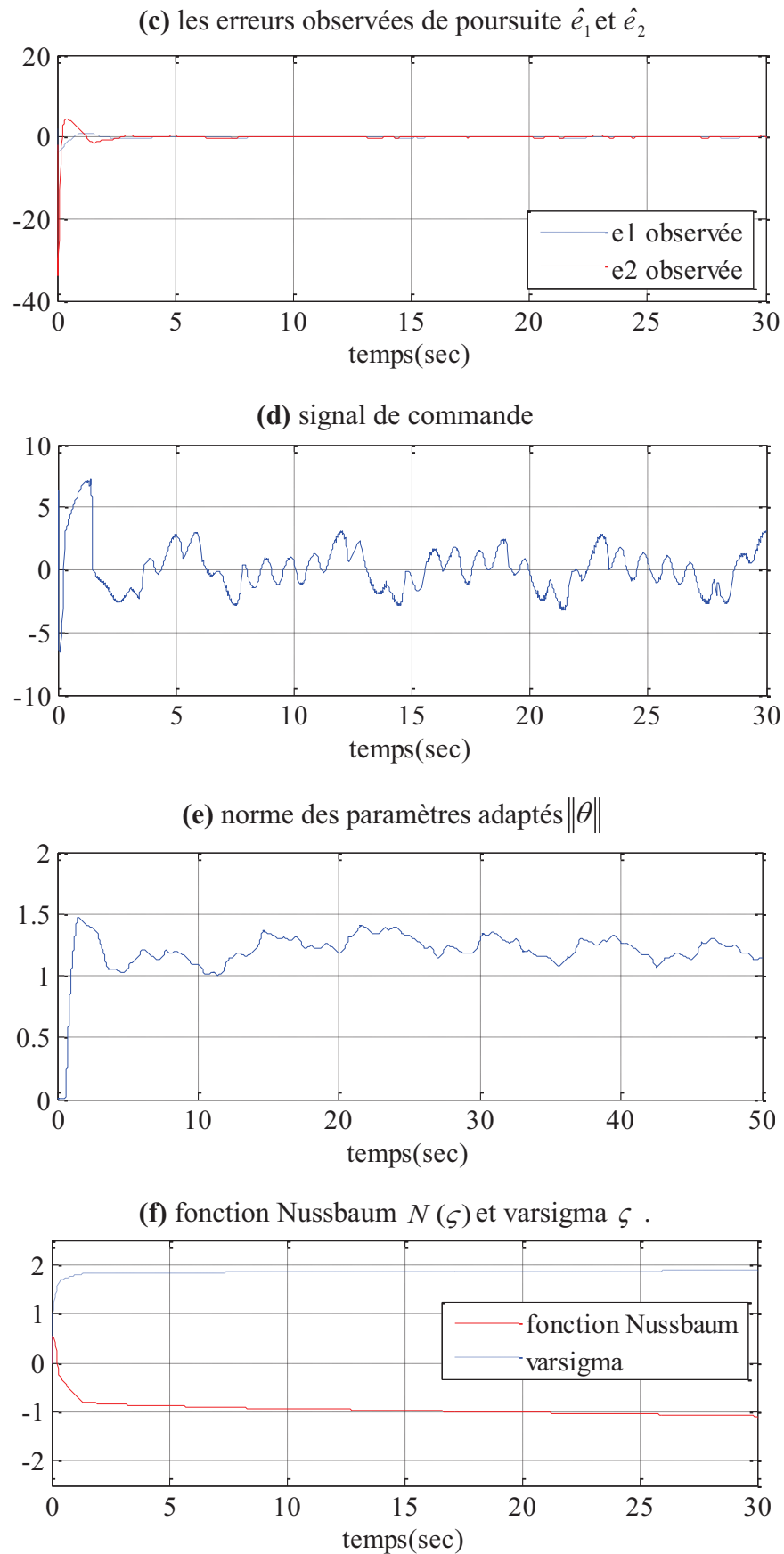


Figure 4.4 Résultats de simulation de l'exemple 1 avec une perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- La figures 4.2 montre que la sortie x_I suit efficacement sa référence $y_r = \sin(t)$, de même en présence de perturbation et des dynamiques inconnues dans les figures 4.3-4.4
- Nous pouvons voir malgré l'apparition d'un pic dans la phase transitoire, les erreurs estimées convergent asymptotiquement vers zéro. La commande u est bornée, mais dans l'évolution du signal, la commande exhibe un pic important pendant la période transitoire.
- Les paramètres θ et la fonction de Nussbaum sont bornés, comme les figures de simulation ont illustrées.

4.5.2 Exemple 2 : Système non affine

Nous appliquons la commande proposée au système non affine donné dans le chapitre 2, pour le but que la sortie y du système poursuit un signal de référence $y_r = \sin(t)$.

Les fonctions $f(\underline{x})$ et $g(\underline{x}) = f(\underline{x}, u)/u$ supposées être inconnues par le contrôleur et seule la sortie y du système est disponible pour la mesure.

avec $k_o = [40, 400]^T$ et $k_c^T = [4, 4]$. Le filtre $T(S)$ choisi est : $T(S) = 1/(S + 8.2383)$.

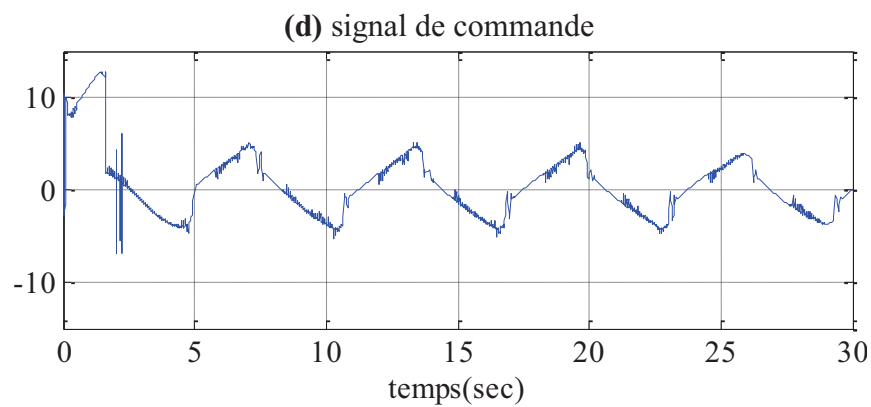
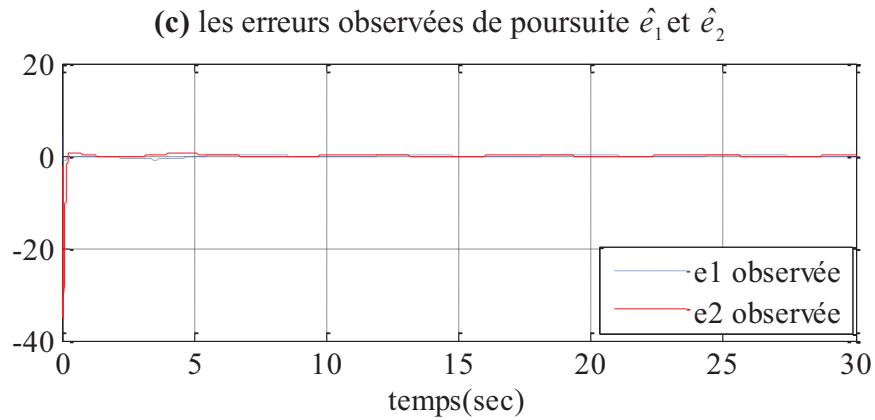
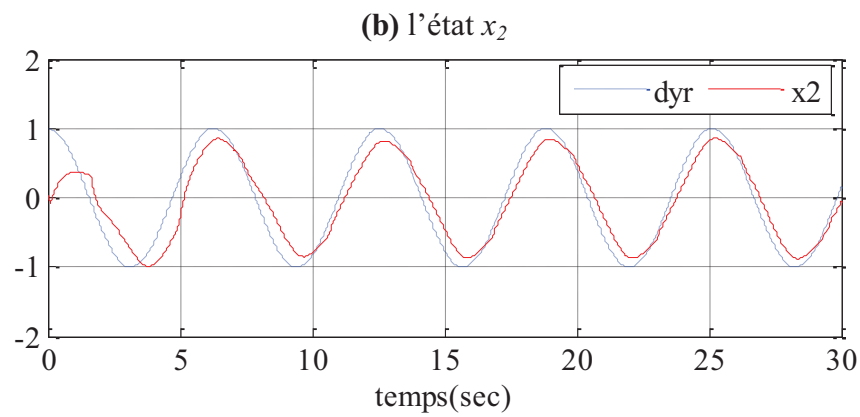
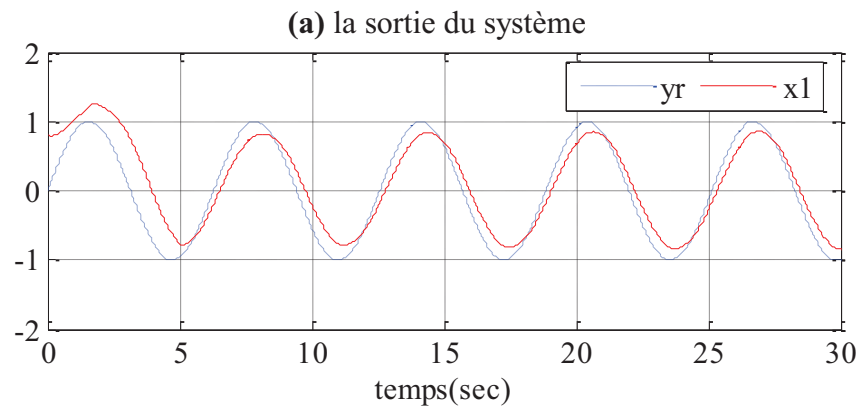
Les paramètres de conception sont: $\gamma_1 = 500, \gamma_2 = 20, \gamma_3 = 4, \sigma_1 = 10^{-4}, \sigma_2 = 10^{-5}, \sigma_3 = 10^{-4}, \varepsilon_1 = 0.0125$ et $\varepsilon_2 = 0.1$.

Pour chaque variable des entrées du système adaptatif flou on définit trois fonctions d'appartenance de type gaussienne uniformément distribuée sur les intervalles $[-2, 2]$ pour $\hat{x}_1$, $[-3, 3]$ pour $\hat{x}_2$ et $[-5, 5]$ pour $\hat{v}$.

Les conditions initiales: $\underline{x}(0) = [x_1(0), x_2(0)]^T = [0.8, 0]^T$, $\hat{\underline{e}}(0) = [\hat{e}_1(0), \hat{e}_2(0)]^T = [4.4, -2]^T$, $\rho(0) = 10, \lambda(0) = 0.5$ et $\theta_i(0) = 0$.

Les résultats de simulation sont présentés dans les figures 4.5-4.7

- Sans perturbation $d(t)=0$.



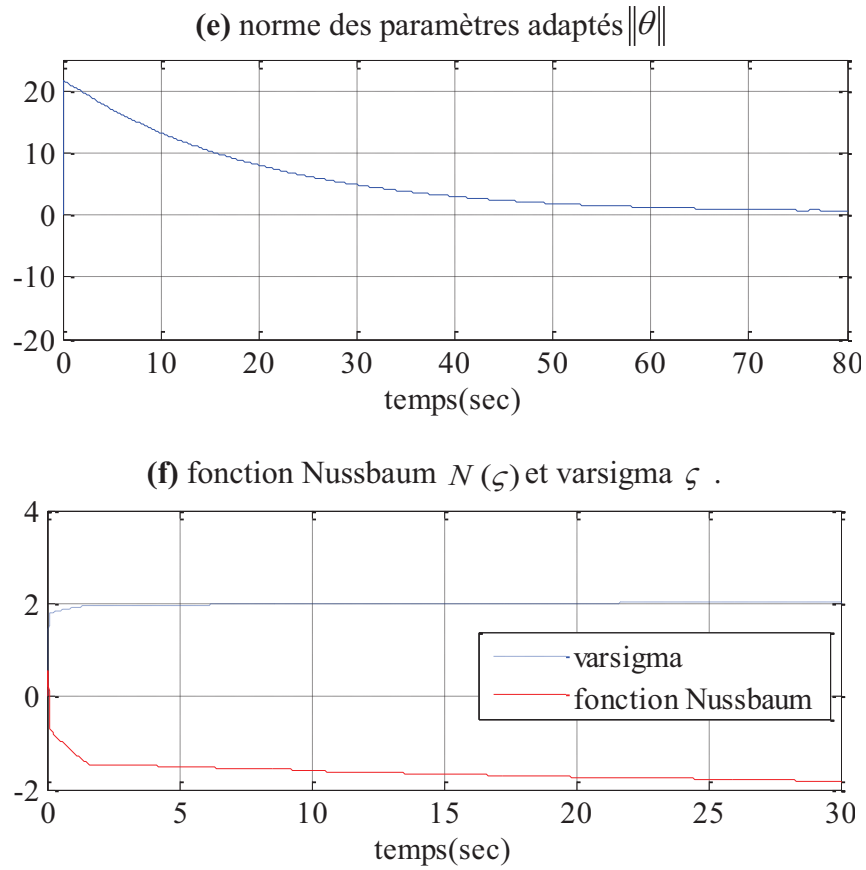
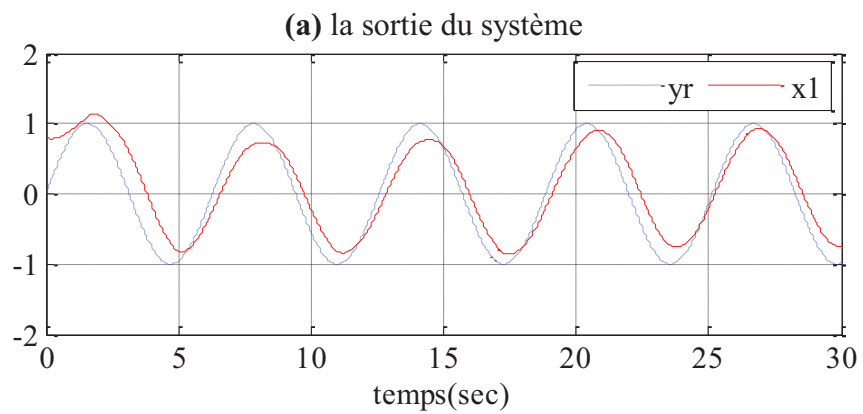
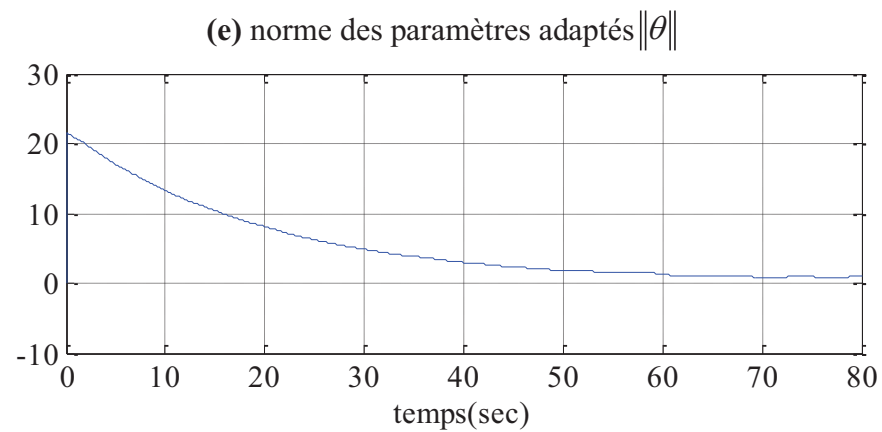
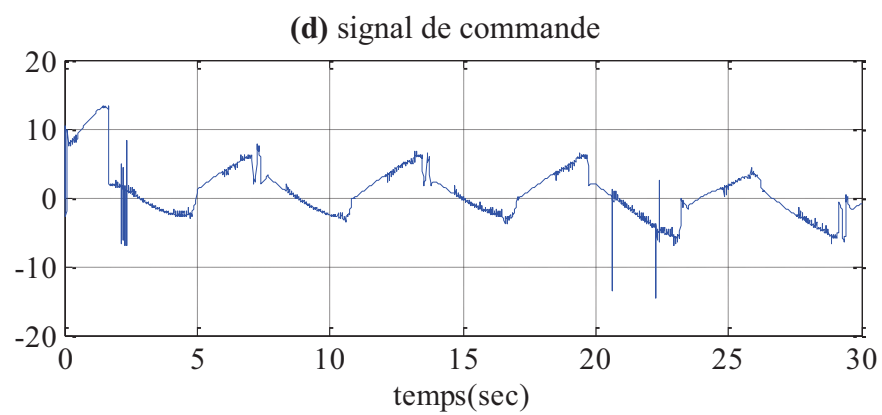
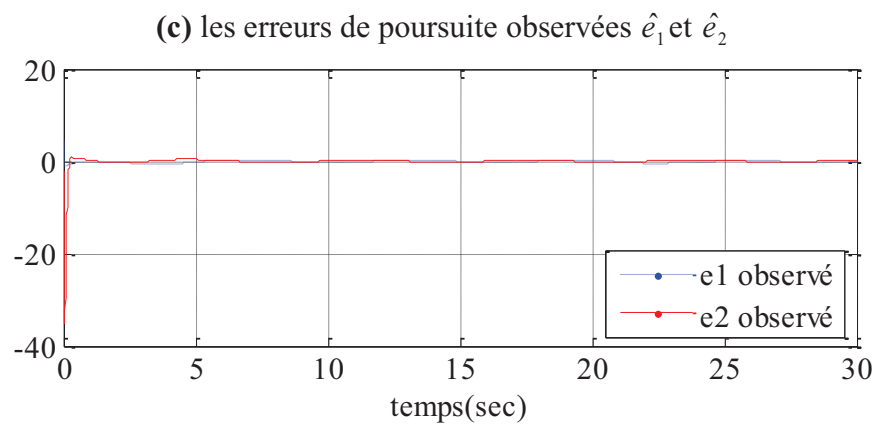
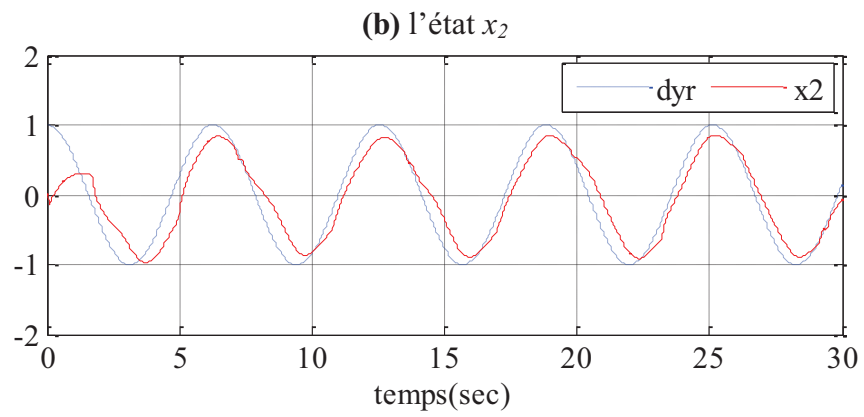


Figure 4.5 Résultats de simulation de l'exemple 2.

- $d(t)$ est un signal carré ayant une amplitude de ± 0.5 avec une période de $2\pi(s)$.





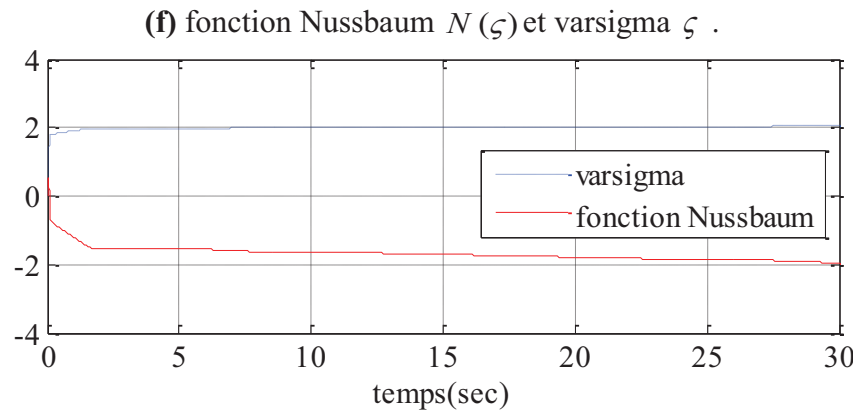
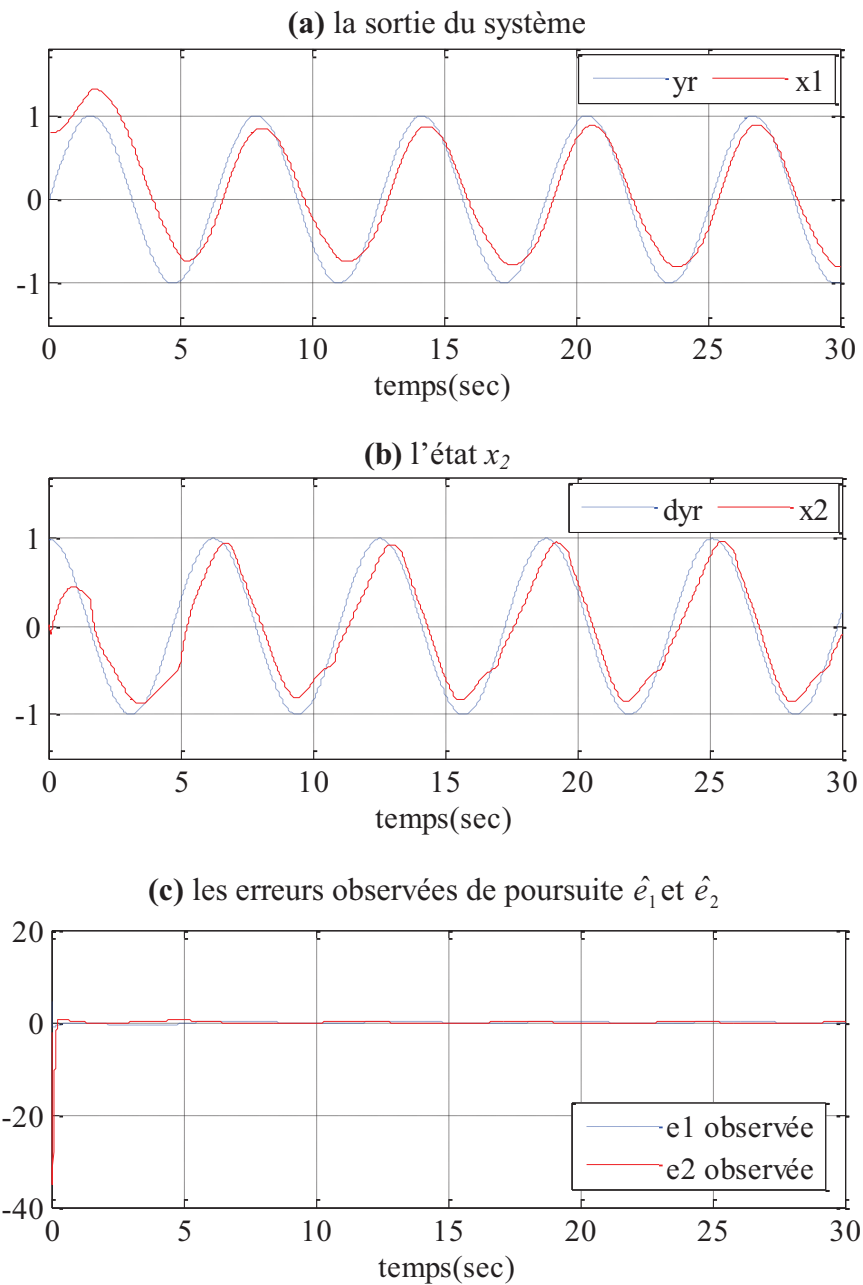


Figure 4.6 Résultats de simulation de l'exemple 2 avec une perturbation de signal carré.

- $d(t) = 0.5 \sin(2t)$.



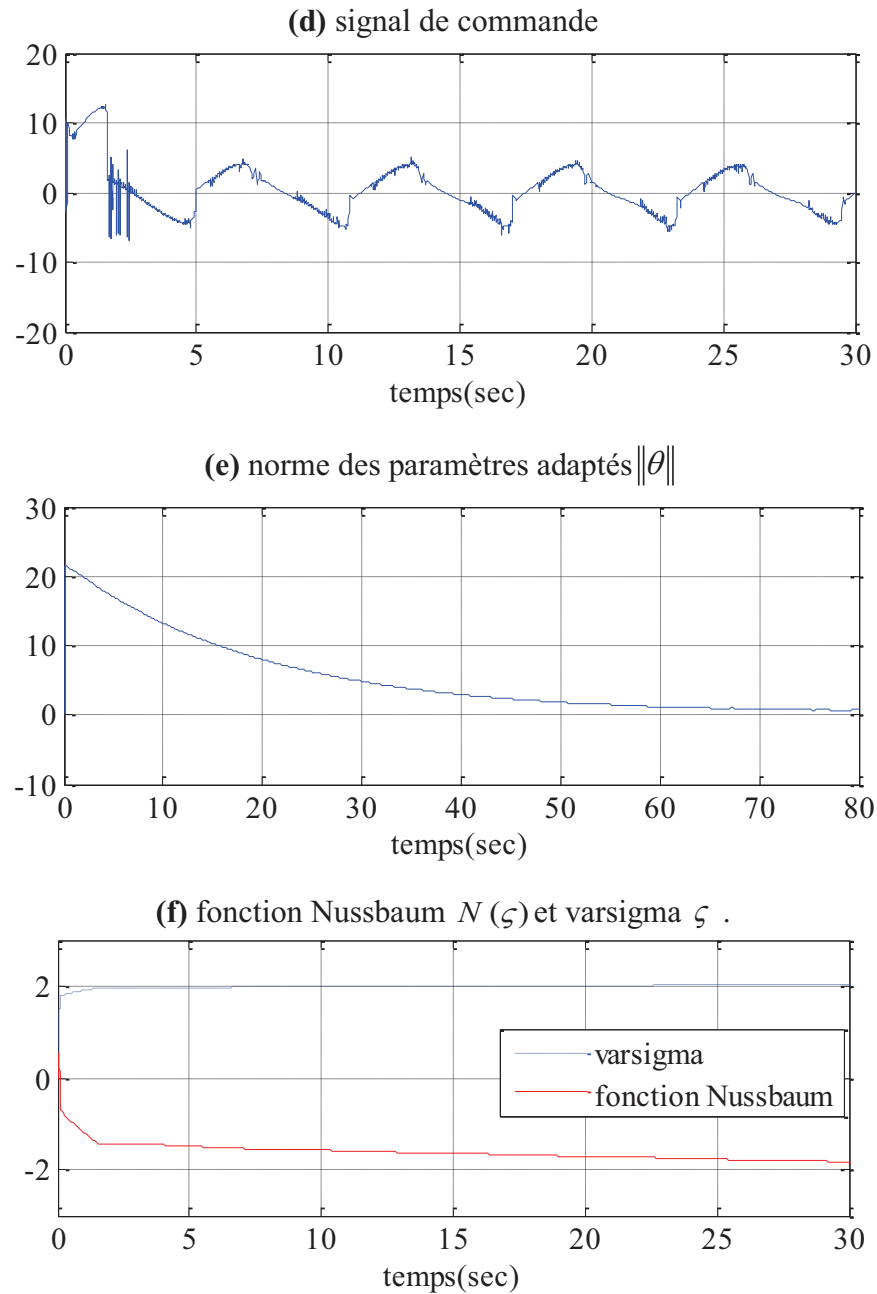


Figure 4.7 Résultats de simulation de l'exemple 2 avec une perturbation de signal sinusoïdal.

Commentaires sur les résultats

- De la figures 4.5, la sortie x_l suit la référence $y_r = \sin(t)$, mais pas avec précision. Notant que les erreurs estimées sont bornés.
- Tous les signaux dans le système sont bornés.
- La commande u exhibe un pic important pendant la période transitoire.
- Dans les figures 4.6-4.7, et en présence de perturbation, le système poursuit la trajectoire désirée avec une erreur bornée.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une commande adaptative floue basée sur un observateur pour une classe de systèmes SISO non linéaires avec le signe de gain de commande inconnu a été présentée. Dans la conception de la commande, ni la mesure des états du système, ni la connaissance des non-linéarités sont nécessaires. En effet, un observateur a été construit pour estimer le vecteur d'erreur de poursuite et un système adaptatif flou a été utilisé pour approximer les non-linéarités du système. Pour faire face au problème du gain de commande avec signe inconnu, la solution proposée dans le chapitre 2 (la fonction de Nussbaum) a été à nouveau utilisée. Avec la condition SPR et la théorie de Lyapunov, la stabilité du système en boucle fermée a été démontrée. Les résultats de simulation ont été signalés à souligner les performances de la commande proposée.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail dans ce mémoire porte essentiellement sur le développement de stratégies de commande adaptative utilisant les systèmes flous pour les systèmes non linéaires SISO avec des non linéarités inconnues. Le facteur commun de toutes les techniques de commande proposées est l'utilisation des systèmes flous pour l'approximation des dynamiques inconnues des systèmes dans certains cas. La stabilité et la robustesse de toutes les structures de commande sont étudiées par l'approche de Lyapunov. L'avantage de ces stratégies est leur simplicité de mise en œuvre car, aucune information sur le comportement dynamique du système n'est nécessaire pour l'implantation de la loi de commande. De plus, ces approches peuvent incorporer dans le contrôleur toute information mathématique ou linguistique concernant le système.

Dans le premier chapitre, une recherche bibliographique a été faite dont le but d'étudier les systèmes flous et les outils mathématiques de synthèse et d'analyse nécessaires pour la conception des structures de commande développées dans ce mémoire.

Dans le deuxième chapitre, deux approches de commande adaptative floue sont proposées. Pour la première, où le signe de gain de la commande est supposé connu, a donné des bons résultats, ce que n'empêche pas de citer ses inconvénients. Cette approche utilise un algorithme de projection pour garder les paramètres estimés dans une région prédéfinie par l'utilisateur. En général, la détermination de telle région est très difficile. Notant que la supposition que le signe de gain de commande est connu n'est pas réaliste en pratique. La deuxième approche a résolu ces problèmes, où la technique de Nussbaum a été utilisée pour estimer le signe de gain de commande. Cette approche a répondu avec efficacité face aux systèmes non affines, avec l'utilisation du théorème de la valeur moyenne pour convertir le système non affine en système affine lors de la conception de la commande. Les résultats de simulation effectuée sur un pendule inversé et un système non affine ont montré la capacité de cette approche proposée pour la commande en poursuite des systèmes non linéaires SISO à dynamique inconnue.

Dans le troisième chapitre, et toujours en utilisant la stratégie de la commande adaptative floue, une commande par mode glissant a été conçue. Les résultats de simulation concernant la commande d'un pendule inversé de suivre une trajectoire désirée sont satisfaisants, mais avec l'apparition de chattering dans le signal de commande, qui est un effet indésirable. Pour éliminer ce problème, un régulateur PI adaptatif a été ajouté. Pour tester cette approche, on a considéré le pendule inversé et un système non affine. Les résultats de simulation ont vérifiés l'analyse théorique.

Dans le quatrième chapitre, une commande adaptative floue à base d'observateur est conçue. Ni la mesure de l'état ni la connaissance du signe de gain de commande n'ont été exigées. Pour estimer l'état, un observateur d'erreur a été considéré. De plus, un seul système flou a été employé pour estimer les non-linéarités du système et une fonction de Nussbaum pour estimer la direction de la commande. Dans la conception de ce contrôleur, la condition SPR a été employée. Nous avons montré numériquement les performances des deux approches de commande développées sur deux systèmes non linéaires à savoir : un système chaotique et un système non affine.

A l'issue de ce travail, des nouvelles perspectives de recherche parmi lesquelles nous citons:

- L'extension des approches adaptatives floues, développées dans ce mémoire, à des systèmes MIMO.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] J.E. Slotine, W. Li, « Applied nonlinear control », Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [2] A. Boulkroune, « Commande floue adaptative avec et sans observateur des systèmes non linéaires incertains », thèse de Doctorat, ENP, Algérie, 2009.
- [3] L.X. Wang, « Fuzzy systems are universal approximators », IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1163–1170, San Diego, 1992.
- [4] L.X. Wang, « A Course in Fuzzy System and Control », Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1997.
- [5] L.X. Wang, « Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems », IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 1, pp. 146–155, 1993.
- [6] L.X. Wang, « Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems », Proc. 31st Conf. Dec. Contr., pp. 2511-2516, 1992.
- [7] S. Labiod, « Contribution à la commande adaptative floue des systèmes non linéaires », thèse de Doctorat, ENP, Algérie, 2004.
- [8] A. Debiche, A. Smati, « Commande non linéaire adaptative avec observateurs d'état d'une MAS alimentée en courant », Mémoire d'ingénieur, Université de M'sila, Algérie, 2005.
- [9] R.D. Nussbaum, « Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control », Systems & Control Letters, vol.3, no. 5, pp. 243–246, 1983.
- [10] Y.J. Liu, S.C. Tong, W. Wang, « Adaptive fuzzy output tracking control for a class of uncertain nonlinear systems », Fuzzy Sets and Systems, vol. 160, pp. 2727-2754, 2009.

- [11] A. Boulkroune, M. Msaad, H. Chekrib, « Design of a fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear time-delay systems with unknown actuator nonlinearities and unknown control direction », *Information sciences*, vol. 180, pp. 5041–5059, 2010.
- [12] J-X. Xu, R. Yan, « Iterative learning control design without a priori knowledge of the control direction », *Automatica*, vol. 40, pp. 1803 – 1809, 2004.
- [13] L.X. Wang, « Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking », *IEEE Trans on systems, Man. Cybern-Part B*, vol. 36, no. 5, October 1996.
- [14] H.F. Ho, Y.K. Wong, A.B. Rad, « Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for nonlinear SISO systems », *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 17, pp. 1199–1210, 2009.
- [15] Yan-Jun Liu, Zhi-Feng Wang, « Adaptive fuzzy controller design of nonlinear systems with unknown gain sign », *Nonlinear Dyn*, vol. 58, pp. 687–695, 2009.
- [16] http://en.wikipedia.org/wiki/Young%27s_inequality
- [17] J. Wang, A.B. Rad, P.T. Chan, « Indirect adaptive fuzzy sliding mode control: Part I- fuzzy switching », *Fuzzy Sets Systems*, vol. 122, pp. 21–30, 2001.
- [18] A. Dechoucha, T. Djedidi, « Commande par Mode de Glissement par Imposition des Pôles d'une Machine à Induction Linéarisée par Orientation du Flux », *Mémoire d'ingénieur*, Université de M'sila, Algérie , 2005.
- [19] A. Boulkroune, M. M'saad, « On the design of observer-based fuzzy adaptive controller for nonlinear systems with unknown control gain sign », *Fuzzy Sets and Systems*, Article dans la presse, 2011.
- [20] A. Boulkroune, M. Tadjine, M. M'saad, M. Farza, « How to design a fuzzy adaptive control based on observers for uncertain affine nonlinear systems », *Fuzzy Sets Systems*, vol. 159, pp. 926–948, 2008.