

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT ELECTRONIQUE
N° :2017 /ME/05/97/482



DOMAINE : ACADIMIQUE
FILIERE : ELECTRONIQUE
OPTION : MICRO-ELECTRONIQUE

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Par: Nasri omar

Intitulé

Etude théorique et numérique d'une structure
périodique pour l'isolation phonique

Soutenu devant le jury composé de:

Dr . Bouchama Idris	Université M'sila	Président
Dr . Kahlouche Ahmed	Université M'sila	Rapporteur
Dr . Garah Messaoud	Université M'sila	Examineur

Année universitaire : 2016 /2017

REMERCIEMENTS

*Au terme de ce travail, nous adressons nos remerciements les plus sincères à notre encadreur Dr : **Ahmed KAHLOUCHE**, pour nous avoir permis de bénéficier de son grand savoir dans la matière, pour sa disponibilité, sa pédagogie, ses compétences, sa modestie et son aide précieuse tout au long de ce projet même pendant les moments les plus difficiles. Vraiment merci pour une qualité d'encadrement si sérieuse et si consistante ...*

J'exprime mes profonds remerciements à monsieur le président de jury d'avoir accepté de présider le jury de ce travail. Je remercie également tous les membres de jury, qui m'ont fait l'honneur d'être membres à ce jury.

Je remercie tous les enseignants de département d'électronique et les personnels administratifs et techniques, qui ont contribué de près ou de loin à notre formation durant ces cinq années.

Je tiens à remercier tout particulièrement ceux qui sont très chers: nos parents, nos amis, nos frères...

Nasri omar

Listes des Figures	iv
Liste des Tableaux	v
INTRODUCTION GENERALE	
INTRODUCTION GÉNÉRALE	2
CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS	
INTRODUCTION	
I.1 LES CRISTAUX PHONONIQUE	5
I.1.1. DEFINITION	5
I.1.2 HISTORIQUE ET CONCEPT	6
I.1.3. OMPARAISON ENTRE CRISTAUX PHONOIQUES ET PHOTONIQUES	8
I.2 DIFFERENTS TYPES DES CRISTAUX PHONONIQUES	10
I.2.1 STRUCTURES PERIODIQUE UNIDIMENSIONNELLE (1D)	10
I.2.2 STRUCTURES PERIODIQUE UNIDIMENSIONNELLE (2D)	10
I.2.3 STRUCTURES PERIODIQUE UNIDIMENSIONNELLE (3D)	11
I.3. DIFFERENTS TYPES DES RESEAUX CRISTAUX PHONONIQUES (2D)	11
I. 3.1. RESEAU CARRE	12
I.3.2. RESEAU TRIANGULAIRE	13
I.3.3. RESEAU HEXAGONAL	13
I.4 RESEAU DIRECT ET RESEAU RECIPROQUE	14
I.4 .1.RESEAU DIRECT	14
I.4.2. RESEAU RECEPROQUE	15
I.4.3. ZONE DE BROUILLON	16
I.4.4. DIAGRAMME DE BANDE	16
I.4.5 .PARAMETRES D'INFLUENCE SUR LA BONDE INTERDITE	17
a. topologie réseaux	17
b. La fraction volumique (facteur de remplissage)	18
d. Le contraste de vitesse	18
I.5 CREATION DES DEFALT DANS LES CRISTAUX PHONONIQUE	19
I.5.2.CRISTAL AVEC DEFALTS PONTOCULES	18
I.5.2.CRISTAL AVEC DEFALTS LINEAIRES	18
CONCLUSION	20

CHAPITRE II : PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS UN MILIEU ELASTIQUE

	INTRODUCTION	22
II.1	ONDES ACOUSTIQUE ET ELASTIQUE	23
	II.1.1 ONDE LONGITUDINALE	23
	II. 1.2 ONDES TRANSVERSALES	24
	II .1.3 ONDES LATERALES	24
	II.1.4. ONDES DE SURFACE	24
	II.1.4. ONDES DE RAYLEIGH	25
	a. Interface vide / solide	25
	b. Interface liquide /solide	25
	II.1.5 .ONDES DE STONELEY	26
II.2	PARAMETRES ELASTIQUES	26
	II .2.1 RELATION ENTRE CONTRAINTES ET EFORMATIONS	26
	II .2.3 LOIS DE SNELL-DESCARTES	27
	II .2.4 ANGLES CRITIQUES	28
	II.2.5 IMPEDANCE ACOUSTIQUE	29
	II .2.6. COEFFICIENT DE REFLEXION	29
II.3	CONSTANTES ELASTIQUES	30
	II .3.1. MODULE DE YOUNG	30
	II.3.2. MODULE DE CISAILLEMENT	31
	II.3.3 . MODULE DE POISSON	32
	II.3.4. MODULE DE COMPRESSIBILITE	33
	CONCLUSION	34
	<i>Chapitre III : Méthodes numériques pour résoudre les équations de propagation</i>	
	INTRODUCTION	36
III	EQUATIONS DE PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES	37
III.1	Formulation générale	37
	III.1.1. Equations de mouvement	37
	III.1.2. CONDITIONS AUX LIMITES	38
	III.1.2.1.CONDITIONS AUX LIMITES LIBRES ET FIXES	39
	III.1.2.2.CONDITIONS AUX LIMITES PÉRIODIQUES	39
III.2	CAS DES SYSTEMES ISOTROPES FINIS OU SEMI-INFINIS	40
III.3	CAS DES SYSTEMES ISOTROPES INFINIS: ONDES DE VOLUME	40
III.4	LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION EN ONDES PLANES	41

	III.4.1. PRINCIPE DE DÉCOMPOSITION EN ONDES PLANES	42
	III.4.2. Convergence	45
	III .4.3. AVANTAGES ET INCONVENIENTS	46
III.5	METHODE FDTD (finites differences time domain)	46
	III.5.1. PRINCIPE DE LA METHODE FDTD	47
	III.5.2. APPLICATION DE FDTD POUR LE CALCUL DES BANDES	48
	III.5.3. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION	48
	III.5.4. CONDITIONS AUX LIMITES PML	50
	III.5.5. COEFFICIENT DE TRANSMISSION	50
	III.5.6. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE FDTD	51
III.6	LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	51
	III.6.1. PRINCIPE GENERAL	52
	III.6.2. FORMULATION VARIATIONELLE OU FORME FAIBLE	52
	III.6.3. MAILLAGE, FONCTIONS DE FORME ET RESOLUTION	53
	III.6.4. CONVERGENCE	53
III.7	METHODE DE DIFFUSION MULTIPLE	54
	CONCLUSION	54
	<i>CHAPITRE IV : RESULTAS DE SIMULATION ET DISCUSSION</i>	
	INTRODUCTION	56
IV.1	PREMIERE STRUCTURE (Niobate de lithium)	56
	IV.1.1. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES	57
	IV.1.2. INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUE	62
IV.2	DEUXIEME STRUCTURE (Silicium)	65
	IV.2.1. EFFET DES PARAMETRES GEOMETRIQUES	67
	IV.2.2. EFFET DES PARAMETRES PHYSIQUES	71
	CONCLUSION	75
	CONCLUSION GÉNÉRALE	77

Liste des figures

Figure	Titre	Page
Figure I.1	: Cristaux phononiques constitués de répétitions périodiques d'inclusions de matériau B dans une matrice en matériau A. (a) CP tridimensionnel, (a') CP bidimensionnel à ondes de volume, (b) CP à ondes de surface et (c) CP à ondes de Lamb	6
Figure I.2	: Structure de bandes pour un cristal phononique consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel	7
Figure I.3	: Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere, qui a servi de support à la première démonstration expérimentale de bandes interdites pour les ondes élastiques	8
Figure I.4	: Exemples de structures périodiques	10
Figure I.5	: structure 2D : (a) structure carré (b) structure triangulaire (c) hexagonal	11
Figure I.6	: Exemples de structures 3D : structure cubique (a), tas de bois (b), structure multicouches (c), opales ou opales inversées (d)	9
Figure I.7	: Représentation schématique d'un cristal phononique 2D : Réseau carré ou réseau triangulaire	11
Figure I.8	: Représentation : a) d'un réseau carré, b) son réseau réciproque, c) de sa zone de Brillouin	13
Figure I.9	: Représentation : a) d'un réseau triangulaire, (b) de son réseau réciproque, (c) et de sa zone de Brillouin	13
Figure I.10	: Représentation schématique : a) d'un réseau hexagonal, b) de son réseau réciproque, c) et de sa zone de Brillouin	14
Figure I.11	: Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de cylindres disposés de réseau carré	14
Figure I.12	: Vecteur de base et maille élémentaire de Wigner-Seitz (zone grise) dans le réseau direct.	15
Figure I.13	: représentation à réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin associée	16
Figure II.1	: Domaines fréquentiels des ondes acoustiques	23
Figure II.2	: Représentation Schématique d'un solide traversé par une onde	23

longitudinale

Figure II.3	: Représentation schématique d'une onde transverse	24
Figure II. 4	: Illustration schématique des rayons incidents, réfléchi et transmis à travers l'interface liquide-solide	28
Figure II.5	: un schéma qui nous montre l'angle critique	28
Figure II.6	: Coefficient de réflexion $R(\theta)$ de la structure eau / Si_3N_4	30
Figure II.7	: Schéma du principe de cisaillement	31
Figure II.8	: Schéma de principe du coefficient de poisson	33
Figure III.1	: (a) Cristal phononique tridimensionnel constitué de deux matériaux isotropes : A (en marron transparent) et B (en bleu). (b) La cellule unité de périodicité de la structure phononique	42
Figure III.2	: (a) Structure périodique bidimensionnelle, (b) Zone de Brillouin hachurée dans le réseau réciproque	44
Figure III.3	: Exemple de spectre de transmission dans un cristal phononique bidimensionnel pour un vecteur d'onde fixé	48
Figure III.4	: Cristal phononique 2D constitué de cylindres en aluminium disposés Périodiquement suivant un réseau carré dans une matrice d'époxy	49
Figure III.5	: Le modèle adopté pour le calcul du coefficient de transmission du cristal phononique de la figure III.4	49
Figure III.6	: Coefficient de transmission des ondes planes en fonction de fréquences pour une structure à CP2D composée de cylindres d'acier dans une matrice d'époxy	50
Figure IV.1	: Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de cylindres disposés en réseau périodique carré.	57
Figure IV.2	: (a) Cellule élémentaire, (b) Première zone de Brioullin	57
Figure IV.3	: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $a= 3.6\text{mm}$, (b) Pour $a= 3\text{mm}$	58
figure IV.4	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la période du réseau carré « a ».	59
Figure IV.5	: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $r= 1.41\text{ mm}$, (b) Pour $r= 1.49\text{ mm}$.	60
Figure IV.6	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de surface cercle	61

Figure IV.7	: Variations de la largeur de la bande phononique ouverte en fonction de la fraction de remplissage	62
Figure IV.8	Variations des propriétés des bandes phononiques Pour (a)VL= 6250 m/s (b) Pour VL= 7750 m /s	62
Figure IV.9	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation	63
Figure IV.10	Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $\rho= 800 \text{ Kg/m}^3$ (b) Pour $\rho= 950 \text{ Kg/m}^3$	64
Figure IV.11	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du contraste dans la masse volumique en Kg/m^3	65
Figure IV.12	: Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de cylindres disposés en réseau périodique carré	66
Figure IV.13	Diagramme de bandes dans e cas d'un cristal phononique 2D.	67
Figure IV.14	: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $a= 3.2 \text{ mm}$, (b) Pour $a3.9 \text{ mm}$.	64
Figure IV.15	: Variations des propriétés des bandes phononiques En fonction de la période du réseau carré « a »	68
Figure IV.16	: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $r= 1.4 \text{ mm}$, (b) Pour $r= 1.4 7\text{mm}$	69
Figure IV.17	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de surface cercle	70
Figure IV.18	: Variations de la largeur de la bande phononique ouverte en fonction de la fraction de remplissage	71
Figure IV.19	: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $V= 4750 \text{ m/s}$ (b) Pour $V= 5500 \text{ m /s}$	72
Figure IV.19	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation	73
Figure IV.20	: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D : (a) Pour $\rho= 800 \text{ Kg/m}^3$ (b) Pour $\rho= 950 \text{ Kg/m}^3$	70
Figure IV.21	: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du contraste dans la masse volumique en Kg/m^3	74

Liste des tableaux

Tableau	Titre	Page
Tableau I.1	: Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes	9
Tableau II.1	: Valeurs des modules de Young et de cisaillement	32
Tableau II.2	: donne la valeur du coefficient de poisson pour quelque matériaux	33
Tableau III.1	: Notation de Voigt	38
Tableau IV.1	: Constantes élastiques des matériaux utilisés Niobat et lithium	57
Tableau IV.2	: Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes	58
Tableau IV.3	: Influence du rayon des inclusions « r » sur les propriétés des bandes phononiques interdites	60
Tableau IV.4	: Influence de la masse volumique sur les propriétés des bandes	64
Tableau IV.5	: Constantes élastiques des matériaux utilisés(Silicium)	68
Tableau IV.6	: Influence du rayon des inclusions « a » sur les propriétés des bandes phononiques interdites	70
Tableau IV.7	: Influence du rayon des inclusions « r » sur les propriétés des bandes phononiques interdites	70
Tableau IV.8	: Influence de la masse volumique sur les propriétés des bandes(Silicium)	74

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Les cristaux phononiques ont suscité un intérêt croissant ces dernières années. Le double intérêt, fondamental et technologique, a aussi bien attiré théoriciens que les expérimentateurs. La conception de matériaux possédant des propriétés que l'on ne rencontre pas dans la nature ainsi que la compréhension des phénomènes entrant en jeu, représentent un challenge intéressant. Les développements réalisés dans le domaine des cristaux photoniques avec des ondes optiques ont permis de les transposer aux cristaux phononiques avec des ondes acoustiques. Plus récemment le développement des méta-matériaux optiques a permis l'émergence des méta-matériaux acoustiques [1].

Les cristaux phononiques sont des structures périodiques de l'espace qui présentent des bandes interdites de fréquence dans toute la direction de l'espace pour une onde acoustique incidente de fréquence dans toutes les directions de l'espace pour une onde acoustique incidente. Les premières réalisations sont des inclusions solides dans une matrice fluide ou solide. Les mécanismes permettant l'existence ou non de bandes interdites ont été largement étudiés. Ces bandes interdites sont dues aux diffractions dites de Bragg à cause de la périodicité du cristal phononique. L'existence de ces bandes interdites a permis d'envisager le guidage d'ondes dans ces structures. Le mémoire est constitué de quatre chapitres dont trois chapitres sont théoriques et un quatrième qui sera consacré pour les résultats de simulation.

Le premier chapitre comporte des définitions des notions de cristaux phononiques en particulier les cristaux phononiques bidimensionnels. Dans ce chapitre, nous présentons en premier lieu un bref historique sur ces nouvelles structures. Puis, nous présentons les fondements théoriques et le principe de base de ces matériaux. Ensuite, nous terminerons avec une comparaison entre les cristaux phononiques, électroniques et photoniques.

Dans le second chapitre, nous sommes intéressés à donner quelques rappels et notions fondamentales des ondes élastiques et acoustiques, ainsi que leur propagation dans les solides homogènes.

Dans le troisième chapitre, nous décrivons les différentes méthodes théoriques utilisées généralement pour l'étude et la modélisation des structures périodiques notamment les phononiques 2D. La méthode de développement en ondes planes est introduite en détail dans ce travail. Alors, il existe, d'autres méthodes théoriques disponibles dans la littérature pour traiter le comportement des ondes élastiques dans ce type de structures périodiques.

Quant au quatrième chapitre, il est entièrement dédié à l'étude de l'influence des paramètres physiques et géométriques sur les conditions d'ouverture des bandes phononiques.

D'autres part, nous avons simulé l'influence des paramètres r , a , le facteur de remplissage, la vitesse de propagation et la masse volumique sur les propriétés des bandes interdites ouvertes dans deux structures ; la première est une structure connectée à base de Niobate de lithium. Alors que, la seconde est une structure connectée à base de silicium. Enfin, nous terminerons ce mémoire par une conclusion générale.

CHAPITRE I

**GENERALITES SUR LES CRISTAUX
PHONONIQUES BIDIMENSIONNELS**

INTRODUCTION

Durant ces vingt dernières années, la propagation des ondes acoustiques/élastiques dans de nouvelles structures artificielles élastiquement périodiques, appelés cristaux phononiques (CP), a suscité un intérêt croissant et des progrès importants. Ceci de par la "nouvelle physique" liée à la présence plutôt de trois modes propagatifs acoustiques au lieu de deux dans les cristaux photoniques, et compte tenu des multiples applications potentielles auxquelles ils peuvent donner lieu. Les cristaux photoniques sont des milieux "composites», constitués d'un arrangement périodique de matériaux ayant des propriétés élastiques et/ou des densités différentes. Les nombreuses études menées sur les CP se sont soldées par la mise en évidence de plusieurs de leurs propriétés acoustiques remarquables. Ces dernières résultent de leur caractère dispersif particulier aux ondes acoustiques/élastiques, qui dépend fortement du choix des matériaux constituant le cristal ainsi que son "design" et sa conception, c'est-à-dire l'agencement et l'espace ment entre ses éléments constitutifs. La principale propriété de ces milieux périodiques, qui a tant attiré les chercheurs, est la possibilité d'existence d'intervalles de fréquences où le cristal photonique se comporte comme une barrière pour les ondes acoustiques/élastiques.

Ces intervalles de fréquence sont appelés bandes interdites phononiques, par analogie avec les bandes interdites des électrons dans les semi-conducteurs, ou encore celles des cristaux photoniques [1].

I.1. LES CRISTAUX PHONONIQUE

I.1.1. DEFINITION

Les cristaux phononique sont des matériaux composite macroscopique présentant une périodicité spatial dans une ou plusieurs directions de l'espace .En tant que tels, ils sont capable de bloquer la propagation acoustique dans certaines directions et gamme de fréquence, par le biais de réflexions de Bragg ou par le phénomène de résonance local des éléments mis en réseau .On parle alors de bande de fréquence interdite, que l'on abrège le plus souvent en «bande interdite ».

Ce nom a été choisi par analogie avec les cristaux photonique, des structures similaire mais agissant sur la lumière. Du point de vue quantique, un phonon est une vibration élastique élémentaire d'un morceau de matière, tout comme le photon est une particule élémentaire de lumière .L'idée du cristal phononique est de fabriquer un matériau artificiel structuré périodiquement, par exemple par assemblage d'au moins deux matériaux différent

intuitivement, plus les propriétés acoustique des matériaux mis en jeu sont contrastées plus les phénomènes d'interférence d'onde sont importants[3].

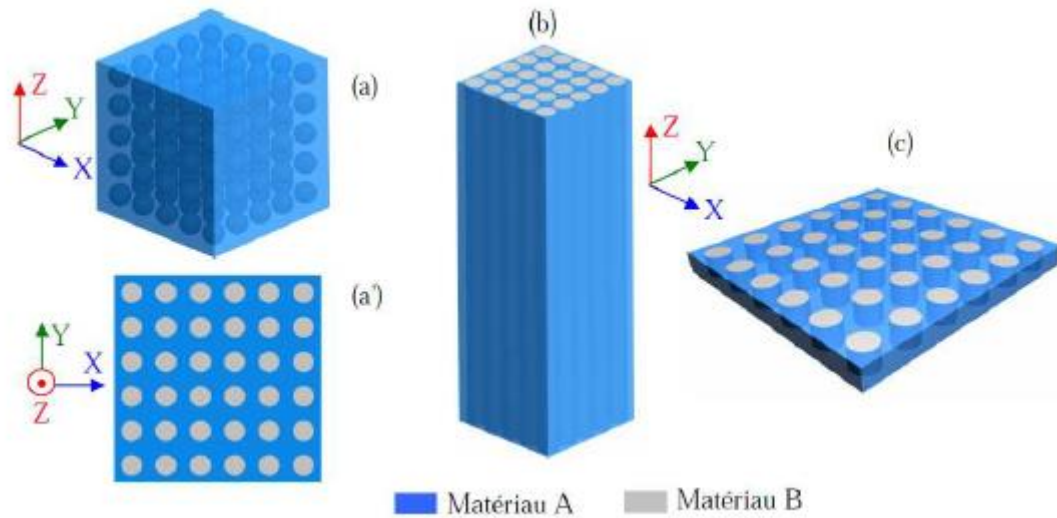


Figure 1.1 : Cristaux phononiques constitués de répétitions périodiques d'inclusions de matériau B dans une matrice en matériau A. (a) CP tridimensionnel, (a') CP bidimensionnel à ondes de volume, (b) CP à ondes de surface et (c) CP à ondes de Lamb[2]

I.1.2 HISTORIQUE ET CONCEPT

A partir des années 1970 et pour des raisons aussi fondamentales qu'appliquées, les structures périodiques acoustiques sont apparues. On peut citer par exemple les travaux de L. P. Solie[4.3] sur les filtres à ondes de surface, ceux de J. D. Achenbach[5.3] concernant le calcul des relations de dispersion de matériaux possédant des inclusions sphériques périodiques ou encore ceux de V. Narayanamurti [6.3] relatifs à des filtres phononiques utilisant des super réseaux en arséniure de gallium (AsGa). Au début des années 1990, devenues de plus en plus intéressantes par la communauté des opticiens pour des matériaux composites formés des structures périodiques de diffuseurs diélectriques ; appelées cristaux photoniques. Les cristaux phononiques forment alors une nouvelle voie dans le domaine des ondes acoustiques et élastiques qui reçoit un grand intérêt depuis 20 ans[7].

Le concept de cristal phononique, bi ou tridimensionnel permettant l'ouverture de bandes interdites pour les ondes élastiques, a été introduit de façon quasiment simultanée par Kushwaha et al.[8] D'une part, et Economou et Sigalas[9] d'autre part en 1993. Du point de vue d'application, les cristaux phononiques ont été utilisés en plusieurs systèmes : structures antivibratoires ou encore transducteurs. D'autres applications évidentes sont rapidement envisagées : systèmes d'isolation phonique[10.11] structures parasismiques[12], filtrage et traitement du signal acoustique. S.M. Kushwaha publie un article présentant le calcul de la

structure de bandes d'un matériau composite périodique constitué de cylindres de nickel dans une matrice d'aluminium. Il met ainsi en évidence, pour la première fois, un matériau composite présentant une bande interdite absolue pour les ondes transverses, c'est-à-dire capable de bloquer la propagation des ondes incidentes quelle que soit leur direction[13].

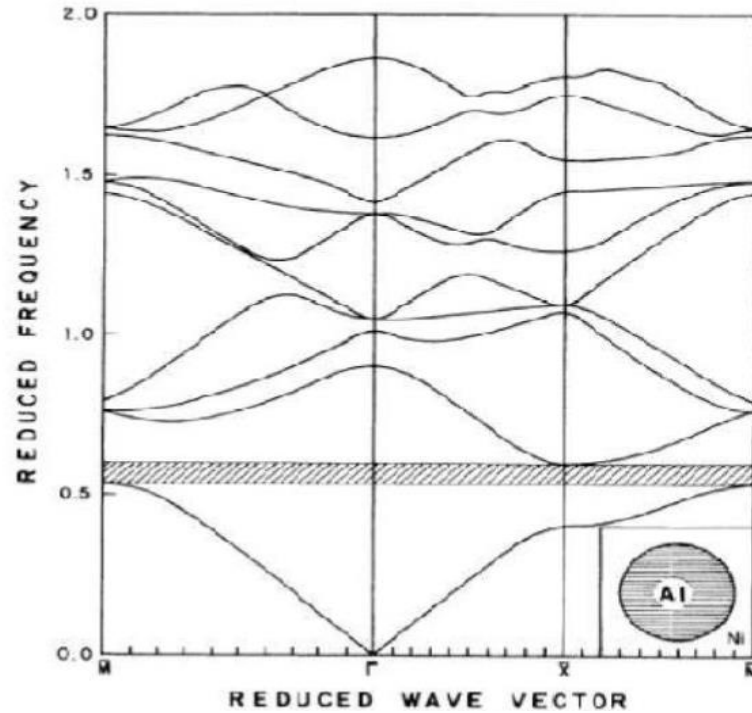


Figure I.2 : Structure de bandes pour un cristal phononique consistant en un arrangement de tiges d'aluminium dans une matrice de nickel

Les premières mesures ont été réalisées sur une structure objectivement non prévue pour cela, puisqu'il s'agit d'une sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere exposée dans les jardins de la Juan March Fondation à Madrid. Cette sculpture (figure I.3), constituée de cylindres d'acier de 2,9 cm de diamètre répartis selon un réseau carré simple de pas 10 cm, présente des bandes interdites pour les ondes sonores entre 1,7 KHz et 2,4 kHz. Ces atténuations du signal sont reliées à la diffraction sur les plans cristallographiques.



Figure I.3 : Sculpture minimaliste de l'artiste Eusebio Sempere, qui a servi de support à la première démonstration expérimentale de bandes interdites pour les ondes élastiques [14].

I.1.3. COMPARAISON ENTRE CRISTAUX PHONONIQUES ET PHOTONIQUES

Les cristaux phononiques tels qu'ils sont définies auparavant, sont des structures périodiques. Cependant, il y a de fortes analogies entre la propagation des électrons dans les cristaux ordinaires et les ondes électromagnétiques et élastiques dans les cristaux photoniques et phononiques respectivement. Les propriétés fondamentales régissant la propagation des ondes électriques, électromagnétiques et élastiques dans les structures périodiques tridimensionnelles isotropes sont résumées sur le tableau I.1 [15].

propriétés	Cristal <i>électronique</i>	Cristal <i>photonique</i>	Cristal <i>phononique</i>
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques.	Composé de deux matériaux élastiques.
Paramètres	Constantes universelles nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants.	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constantes de maille	1-5Å (microscopique)	0.1µm -1cm (mésoscopiques ou macroscopiques)	mésoscopiques ou macroscopiques
Ondes	De Broglie (électron) ψ	Électromagnétiques ou lumineuses (photon) E.B	Vibration ou sonores (phonon) u
Polarisation	Spin (haut et bas)	Transversale : $\nabla \cdot D = 0$ $\nabla \cdot E \neq 0$	Trans. Longit : $\nabla \cdot u \neq 0$ $\nabla \times u \neq 0$
Équation différentielle	$\left(-\frac{\hbar}{2m}\right) \nabla^2 \psi + v(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 E - \nabla(\nabla E) = \frac{\varepsilon(r)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \right] \right)$ milieu isotrope
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (electron)	$w = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} k$ (photons)	$w = c_{t,i} k$ (phonons)
Bandes interdite	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'état électronique possible.	Augmente avec $ \varepsilon_a - \varepsilon_b $; pas de photons, pas de lumière.	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $; pas de vibration, pas de son
Gamme spectrale	Ondes radio, micro-ondes, optiques, rayons X	Micro-ondes, optique	$w \leq qq \text{ GHz}$

Tableau I.1 : Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes

La propagation des ondes électromagnétiques et/ou élastiques acoustiques dans les matériaux composites a fait l'objet d'une attention particulière. Ces derniers en l'occurrence les cristaux photoniques et phononiques respectivement, existent naturellement, ou sont fabriqués artificiellement. Ils montrent une grande variété d'intérêt de propriétés physiques, à la fois sur le plan de la recherche fondamentales et celui de la recherche appliquée.

Les propriétés des cristaux phononiques et photoniques sont comparables, toute fois il existe une certaine nuance entre eux. Les cristaux photoniques peuvent être caractérisés par deux paramètres indépendants, à savoir le rapport de la fraction diélectrique et la fraction volumique occupée par un de ces composants ; alors pour les cristaux phononiques plusieurs paramètres peuvent déterminer la propagation des ondes élastiques ou acoustiques ; le rapport des vitesses transversales et longitudinales, leurs densités, la fraction volumique ou facteur de remplissage. Dans les deux cas la propagation des ondes électromagnétiques / élastiques dépend de la topologie des réseaux cristallins [15].

I.2 .DIFFERENTS TYPES DES CRISTAUX PHONONIQUES

Les structures à bandes interdites phononiques sont constituées disposées périodiquement suivant une, deux trois dimensions (voir figure I.4)

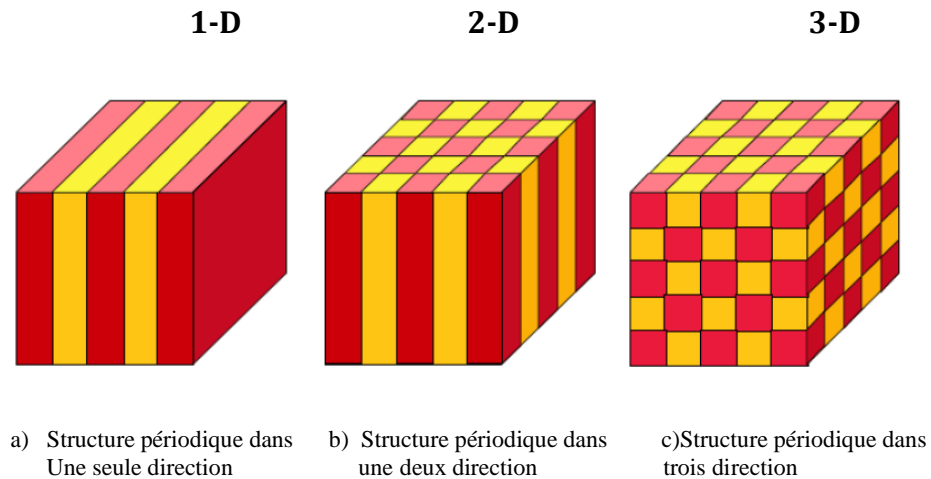


Figure I.4 :Exemples de structures périodiques

I.2.1. Structures périodique unidimensionnelle (1D)

Les structures 1D sont les plus anciennes, elles ont été déjà longtemps étudiées et utilisées comme miroirs diélectrique ou filtres optique elles consistent en une alternance de plane diélectrique d'épaisseur $\lambda/4$ ou λ représente la longueur d'onde du rayonnement guidé (figure I.4 (1D)). Les bandes interdites de cette structure, appelée également miroir de Bragg, sont sensibles à l'angle d'incidence de l'onde. Ainsi pour obtenir un control des bandes interdites quel que soit l'angle d'incidence, il faut étendre la périodicité de la structure à 2 voire 3 dimensions.

I.2.2. Structures périodique bidimensionnelle (2D)

Les structures 2D sont des cristaux dont la permittivité diélectrique est périodique dans les deux dimensions et reste invariante dans la troisième dimension (figure I.4 (2D)). Elles se

inclusions / air ou cylindre d'Air / matrice hôte, on peut distinguer deux types de structures périodiques bidimensionnelles :

- Les structures dites «connectées» : Dans ces structures les propriétés acoustiques telles que la masse volumique et vitesse de propagation dans les diffuseurs/ inclusions (motif élémentaire) sont inférieures à celles dans la matrice élastique. Cette structure est constituée par exemple de cylindre d'airs percés dans la matrice hôte.
- Les structures dites «déconnectées» : Dans ce cas, les diffuseurs ou les inclusions ont des propriétés acoustiques supérieures à celles de la matrice. Elles sont constituées de tiges élastiques alignées périodiquement dans l'air par exemple.

Dans le cas d'un cristal phononique bidimensionnel, les inclusions sont des cylindres de section quelconque que l'on peut disposer par exemple suivant un réseau carré ou triangulaire (figure I.7). Les inclusions peuvent aussi être composées d'un matériau différent de celui de la matrice qui peut être de simples trous. L'essentiel est que la diffusion (l'interférence) des ondes acoustiques et/ou élastiques sur ces inclusions soit très efficace [14].

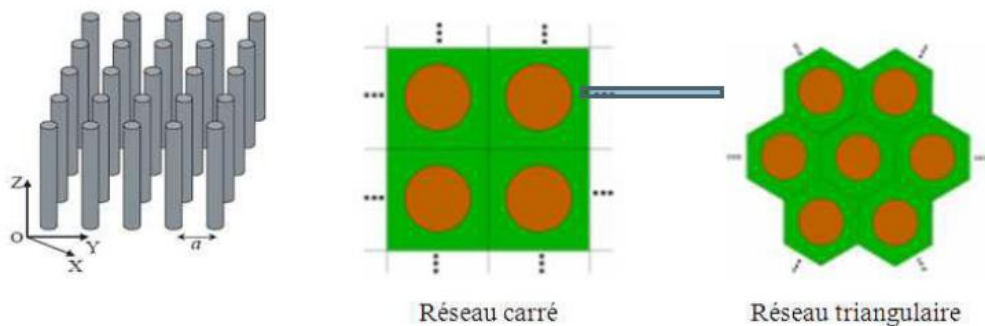


Figure I.7 : Représentation schématique d'un cristal phononique 2D :

Réseau carré ou réseau triangulaire

I.3.1. RESEAU CARRE

Les nœuds du réseau sont situés sur un carré de côté « a » (Figure I.8.a). Il a été montré que ce type de réseau est très sensible à l'angle d'incidence et à la polarisation de l'onde incidente. Il est ainsi difficile d'obtenir une bande interdite totale, c'est-à-dire une bande interdite qui empêche la propagation quelle que soit la polarisation. La figure I.8 (b) et (c) représentent le réseau réciproque et la zone de Brillouin respectivement.

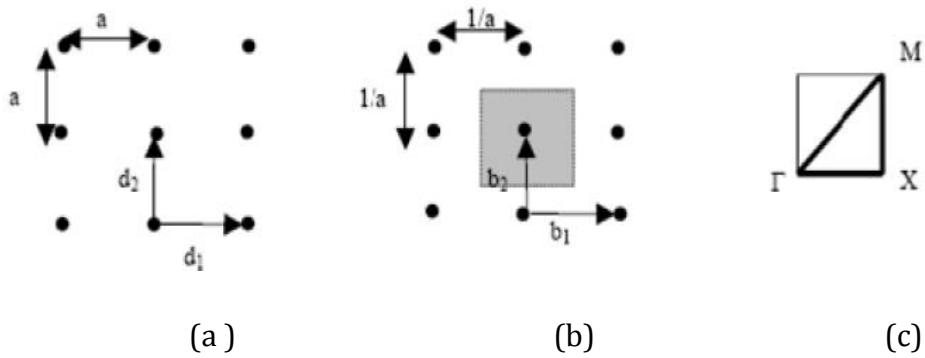


Figure I.8 : Représentation : a) d'un réseau carré, b) son réseau réciproque, c) de sa zone de Brillouin

I.3.2. RESEAU TRIANGULAIRE

Le réseau triangulaire, est le réseau 2D de plus haute symétrie dès lors que l'on se limite à un seul « atome » par maille. La zone de Brillouin est un hexagone. Chaque nœud du réseau est espacé de son proche voisin d'une même distance « a » (Figure I.9.b). Cette structure est moins sensible à l'angle d'incidence que le réseau carré mais la bande interdite complète reste difficile à obtenir. La zone de Brillouin pour ce type de réseaux est un hexagone comme il est montré sur la figure I.9 (c).

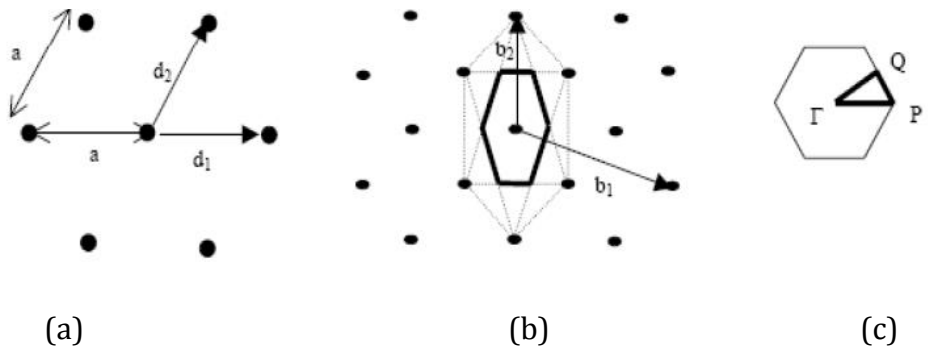


Figure I.9 : Représentation : a) d'un réseau triangulaire, (b) de son réseau réciproque,(c) et de sa zone de Brillouin

I.3.3. RESEAU HEXAGONAL

Dans cette structure tous les nœuds sont identiques et espacés de "a", elle est similaire à la structure d'un réseau triangulaire sauf que le nœud du centre est enlevé. Parmi ces structures, on trouve la structure cristalline du graphite (figure I.10.a).La zone de Brillouin pour ce type de réseaux est un hexagone comme il est montré sur la figure I.10 (c).

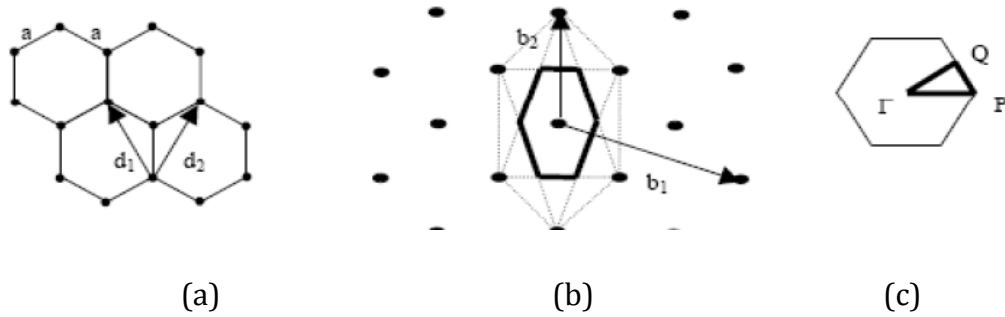


Figure I.10: Représentation schématique : a) d'un réseau hexagonal, b) de son réseau réciproque, c) et de sa zone de Brillouin

On distingue plusieurs classes de cristaux phononiques selon la nature physique des constituants, tels que les composites solide/solide (respectivement fluide/fluide) dont tous les constituants sont des solides (respectivement fluides) et les composites mixtes formés à la fois de solides et de fluides [15].

I.4. RESEAU DIRECT ET RESEAU RECIPROQUE

I.4.1. RESEAU DIRECT

D'un point de vue géométrique, chaque éléments du réseau illustré sur la figure I.11 peut être a l'aide de deux vecteurs de base \vec{d}_1 et \vec{d}_2 . De plus, réseau considéré étant à géométrie carré, ces deux vecteurs définissent une base orthogonale dont les normes sont égales au paramètre de maille L.

$$\|\vec{d}_1\| = \|\vec{d}_2\| = L \tag{I.1}$$

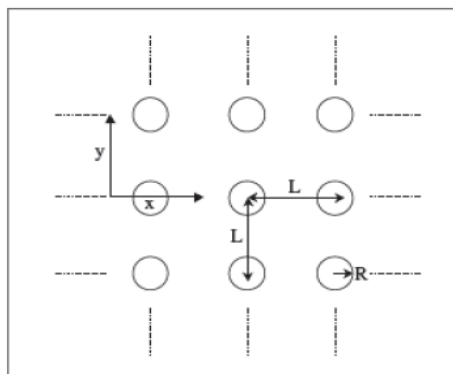


Figure I.11. Cristal phononique a deux dimensions constitue D'un ensemble de cylindres dispose de réseau carré

La géométrie ce cristal est entièrement définie par le rayon R des cylindre et le paramétré de L du réseau. Ces deux vecteurs de base sont représentés sur la figure I.8 en fixant pour origine arbitraire le centre d'un cylindre. L'ensemble des positions des centres des cylindres est direct par les vecteurs D_{l_1,l_2} . Ces vecteurs sont définis par la relation.

$$D_{l_1,l_2} = l_1 \vec{d}_1 = l_2 \vec{d}_2 \tag{I.2}$$

Ou l_1 et l_2 sont des entiers relatifs les vecteurs D désignant les positions du centre des cylindres dans réseau direct.

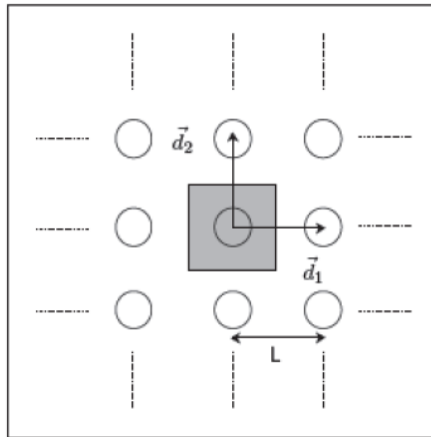


Figure I.12 : Vecteur de base et maille élémentaire de Wing-Seits (zone grisee) dans le réseau direct.

Pour décrire totalement ce réseau direct, il suffit de connaître la géométrie complète d'une maille élémentaire. A partir de celle-ci l'ensemble du réseau est décrit par l'intermédiaire de la relation (I.2). Une exemple de maille élémentaire est représenté en zone grisée sur la figure I.12 [3].

I.4.2. RESEAU RECIPROQUE

A toute structure cristalline est associée deux réseaux : le réseau direct et le réseau réciproque. Une figure de diffraction d'un cristal est une carte du réseau réciproque du cristal. Quand nous faisons subir la même rotation au réseau direct et au réseau réciproque si $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sont les vecteurs primitifs du réseau cristallin, un nœud de ce réseau est repéré par un vecteur \vec{r} tel que :

$$\vec{r} = u\vec{a} + v\vec{b} + w\vec{c} \tag{I.3}$$

Et si $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ sont les vecteurs primitifs du réseau réciproque, un nœud de ce réseau est repéré par un vecteur \vec{G} tel que

$$\vec{G} = h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C} \tag{I.4}$$

On u, v, w sont les coordonnées d'un nœud du réseaux direct et h, k, l les indice de Maille définissants un nœud du réseau réciproque .les deux réseau sont relies par les définitions suivantes :

$$\vec{a} \cdot \vec{A} = 2\pi \quad \vec{b} \cdot \vec{B} = 2\pi \quad \text{et} \quad \vec{c} \cdot \vec{C} = 2\pi$$

$$\vec{A} = \frac{2\pi}{V} (\vec{b} \times \vec{c}) \quad , \vec{B} = \frac{2\pi}{V} (\vec{c} \times \vec{a}) \quad \text{et} \quad \vec{C} = \frac{2\pi}{V} (\vec{a} \times \vec{b}) \quad \text{avec} \quad V = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

Le facteur 2π n'est pas utilisé par les cristallographe mais il est pratique en physique du solide les vecteurs du réseau cristallin (direct) ont les dimensions d'une [longueur] ;les vecteurs du réseaux réciproque ont dimensions [longueur]⁻¹ [2].

I.4.3.Zone de Brillouin

La zone de Brillouin irréductible dans l'espace réciproque est l'équivalent de la cellule élémentaire pour un réseau de bravais dans l'espace réel .on peut y définir une cellule élémentaire correspondant les ponts de hautes symétries réciproque .Chaque point de l'espace contenu dans cette zone de Brillouin irréductible est donc plus proche du nœud d'un réseau que des autres nœuds .Pour illustrer simplement cet aspect ,la figure I.13 représente la zone de Brillouin irréductible pour un réseau carré de période a.

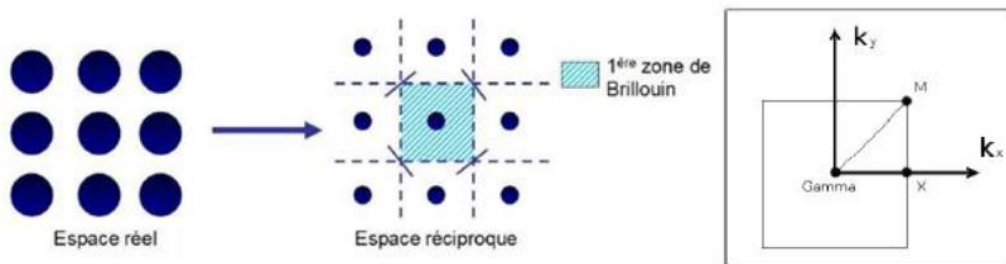


Figure I.13 : représentation a réseau carré dans l'espace réel et l'espace réciproque avec la première zone de Brillouin associe

I.4.4. DIAGRAMME DE BANDE

Les diagrammes de bandes sont parmi les outils les plus utilisés pour illustrer les propriétés de propagation d'une onde acoustique ou élastique au sein des cristaux. Il s'agit

fait d'une représentation de la relation de dispersion entre la fréquence de l'onde ω et le vecteur de propagation k . Dans le cas des structures unidimensionnelles, l'ensemble des diffuseurs est réparti de façon périodique, les ondes sont très fortement diffusées d'un obstacle à l'autre. Elles interfèrent de manière constructive ou destructive suivant la fréquence de l'onde incidente. Par conséquent, une bande interdite apparaît quand les ondes diffusées s'interfèrent d'une façon destructive dans la direction de propagation de l'onde incidente.

Un cristal unidimensionnel n'a pas de bande interdite complète parce que ses propriétés élastiques sont périodiques dans une direction. Lorsque le vecteur d'onde se forme perpendiculairement à la direction de propagation, il ne sera pas traduit, alors il n'y aura pas de bande interdite dans cette direction. En effet, le mécanisme régissant la constitution de bande interdite dans un cristal 1D est basé sur les réflexions de Bragg en raison de la périodicité ou sur le phénomène de résonance locale des éléments mis en réseaux. Le cas des structures périodiques à une dimension ne présente qu'un intérêt réduit pour les applications. On réalise alors des structures périodiques à 2D et 3D [3].

I.4.5. PARAMETRES D'INFLUENCE SUR LA BANDE INTERDITE

Pour ouvrir une bande interdite dans le plan ou l'espace, toutes les bandes interdites unidirectionnelles doivent se recouvrir au moins partiellement sur la première zone de Brillouin. Le recouvrement sera maximal si les bandes interdites sont centrées à des énergies proches. La situation la plus favorable est celle où la zone de Brillouin est la plus isotrope possible. Les réseaux qui s'en rapprochent le plus sont le réseau triangulaire à deux dimensions et le réseau cubique à faces centrées à trois dimensions. Les paramètres ayant une influence significative sur la largeur et la position des bandes interdites sont : la topologie du réseau, le contraste de vitesse, la densité et la fraction volumique des inclusions.

a. La topologie du réseau

En effet, les propriétés des bandes ouvertes, notamment la position et la largeur des bandes interdites phononiques dépendent fortement de la symétrie et de la forme du diffuseur ainsi que de son orientation. Cette dépendance est une caractéristique commune aux cristaux phononiques et photoniques. L'effet de la forme et de la symétrie des diffuseurs sur le gap phononique d'un cristal phononique bidimensionnel a été étudié récemment par Kuang et Par ailleurs, les cristaux phononiques peuvent être façonnés suivant plusieurs réseaux ; hexagonaux, triangulaires et carrés. Les diffuseurs prennent aussi des formes multiples notamment hexagones, cercles, triangles et carrés.....etc.

b. La fraction volumique (facteur de remplissage)

Le nombre et la largeur des bandes d'arrêt dépend aussi du taux de remplissage, c'est-à-dire de la fraction volumique des inclusions dans le cristal phononique. La bande d'arrêt la plus basse apparaît pour des facteurs de remplissage faibles. D'autres bandes apparaissent pour des facteurs de remplissage suffisants, puis disparaît pour des remplissages trop élevés ou très faibles. Cela peut être expliqué par le fait que, si le remplissage est égal à 0, on a un matériau homogène, qui ne permet donc pas d'obtenir des bandes d'arrêt. Si on introduit petit à petit un autre matériau dans la matrice on voit apparaître une bande, due au contraste des matériaux. Lorsqu'on continue à augmenter le remplissage on passe progressivement à un système où les rôles sont inversés et où ce qui était auparavant la matrice devient les inclusions, et où celle-ci finit même par disparaître pour que le milieu se ramène un milieu homogène correspondant au matériau constituant les inclusions d'origine.

c. Le contraste dans la masse volumique

Les bandes interdites apparaissent plus facilement lorsque les matériaux en présence présentent un contraste de densités et un contraste de constants élastiques important. En effet, la courbe présente une bande d'arrêt plus large lorsque l'on augmente le contraste de densités ou celui des constantes élastiques, avec un maximum de la largeur lorsque ces deux contrastes sont au maximum. Ce résultat généralise l'observation faite sur des miroirs de Bragg mono dimensionnels où la largeur du miroir augmente lorsque le contraste d'impédances acoustiques (donc de constantes élastiques et de densités) entre les matériaux constituant le miroir augmente. Dans le cas monodimensionnel, ceci s'explique par une augmentation du coefficient de réflexion des ondes à chaque interface. Pour un cristal phononique, l'effet obtenu est une plus forte réflexion des ondes à l'interface entre les inclusions et la matrice, ce qui augmente leur diffusivité et diminue la transmission directe des ondes à travers les inclusions.

d. Le contraste de vitesse

Des inclusions présentant une vitesse acoustique moins importante que celle de la matrice favorisent l'ouverture de bandes interdites. Une explication possible à ce phénomène, toujours utilisant l'idée de trajets multiples des ondes dans les cristaux, est que suite aux diffusions des ondes sur les inclusions, celles-ci subissent des réflexions multiples entre ces inclusions avant de pouvoir interférer avec les ondes ayant suivi un trajet direct à travers les

inclusions. Ceci n'est possible que si les ondes subissant une propagation directe sont ralenties par rapport à celles se propageant sur des trajets plus longs dans la matrice [16].

I.5. CREATION DES DEFAUTS DANS LES CRISTAUX PHONONIQUE 2D

Défauts correspondent aux régions microscopiques d'un cristal dans lesquelles un atome est entouré de proches voisins situés en des positions différentes de celles observées dans un cristal parfait.

I.5.1. CRISTAL AVEC DEFAUTS PONCTUELS

L'étude des cavités ou de plusieurs cavités couplées commence un peu plus tard pour les cristaux phononiques. La première étude remonte à 1997, quand étudie théoriquement la possibilité d'obtenir les modes de résonance d'un défaut grâce à la méthode des super cellules. Une étude expérimentale est menée en 2001 : Wu et al étudient l'impact d'un défaut volontaire placé dans un réseau d'inclusion rempli d'eau dans du mercure. En 2003, une étude plus complète est menée avec des piliers d'acier immergés dans de l'eau avec plusieurs cavités séparés par quelques inclusions, ce qui a permis de mettre en évidence expérimentalement le couplage entre deux cavités, similairement aux cristaux photoniques. Par la suite, en 2004 utilisent la méthode des super cellules pour calculer les modes de résonance de deux cavités couplées. D'autres publications abordent ce thème en utilisant des configurations plus sophistiquées : en 2008, Miyashita étudie les plectre de transmission sur une série périodique de cavités ; en 2009, Sánchez-Pérez et al utilisent des algorithmes itératifs, pour optimiser les bandes interdites et le confinement des ondes dans les cavités. L'obtention de cavité à haut facteur de qualité est aussi un enjeu d'importance : la durée de vie phononique dans ce type de cavité est élevée ce qui permet d'exalter les effets de couplages avec les phonons.

I.5.2. CRISTAL AVEC DEFAUTS LINEAIRES

Les premières études portant sur les défauts linéaires ont commencé quasiment simultanément aux études des cavités ponctuelles. La possibilité de guider l'onde dans les cristaux phononiques a bien entendu fait l'objet d'un grand nombre de publications. Les guides phononiques sont introduits en 1999, lorsque] étudie théoriquement le guidage d'une onde acoustique dans un coude à 90°. Un résultat de cette étude fait état de la perte de confinement de l'onde lors du changement de direction du guide. De ce fait, beaucoup de travaux cherchent à optimiser la transmission de l'onde en présence d'un coude. En particulier, étudient expérimentalement l'impact de divers coudes sur la transmission

acoustique. L'application de la méthode des super cellules, a permis d'établir les modes de résonance des systèmes plus à même de transmettre l'onde. De là, des travaux d'optimisation ont été effectués afin d'améliorer les coefficients de transmission dans les guides d'onde, par exemple en modifiant la largeur des guides, ou sur la modification des inclusions voisines des coudes [6].

CONCLUSION

Les cristaux phononiques sont des structures périodiques présentant des propriétés acoustiques très intéressantes. Ils sont le sujet de nombreux travaux de recherche et suscitent beaucoup d'intérêt dans le cadre de l'isolation sonore par exemple. En effet, cette périodicité est à l'origine de plusieurs propriétés intéressantes comme par exemple l'ouverture d'une bande photonique interdite interdisant la propagation des ondes acoustiques. C'est cette propriété qui nous intéresse et que nous voulons mettre en évidence, étudier et utiliser.

Tout d'abord, nous avons présenté les cristaux phononiques en commençant par quelques concepts fondamentaux : tels que les différentes classes des cristaux phononiques ainsi que les différentes familles des réseaux cristallins en cristaux 2D. Puis, nous avons expliqué les diagrammes de bandes, permettant de décrire les différents modes présents dans les structures périodiques et de faire apparaître les bandes d'arrêt des cristaux phononiques.

Chapitre II

**PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES
DANS UN MILIEU ELASTIQUE**

INTRODUCTION

La rupture des conditions d'équilibre d'un milieu crée une perturbation ultrasonore de faible amplitude qui se propage en ondes linéaires élastiques. Ce sont donc des ondes de la matière qui n'existent que dans les milieux fluides ou solides contrairement aux ondes électromagnétiques qui se propagent aussi dans le vide. Parmi les ondes élastiques, les ultrasons occupant une bonne partie, se propagent par vibration de la matière, autrement dit par déplacement des particules et ont des fréquences comprises dans la gamme [1MHz-quelques GHz]. La description de ces ondes acoustiques fait intervenir les paramètres fondamentaux de la matière : vitesse, fréquence, vecteur d'onde, élasticité, viscosité, structure (matériau massif, couche mince, empilement de couches) etc... [19].

II.1. Ondes acoustiques et élastiques

Les ondes acoustiques et élastiques font partie de notre expérience quotidienne et de notre Environnement le plus immédiat. Les ondes sonores se propagent dans l'atmosphère. Elles véhiculent la parole humaine et nous informent sur ce qui nous entoure. Les ondes acoustiques sont utilisées dans des domaines aussi bien diversifiés tels que l'imagerie échographique du corps humain, la détection et la localisation d'objets sous-marins (le sonar), l'étude des séismes...etc.

Nos téléphones portables et nos télévisions comportent des filtres électroniques exploitant des ondes acoustiques à haute fréquence dans des cristaux synthétiques exotiques. Toutes les ondes acoustiques sont composées de vibrations progressives des atomes composant le milieu de propagation; donc elles ne se propagent que dans des milieux matériels: gaz, liquide, ou solide. Notons que dans ce dernier cas, les atomes sont contraints de rester en moyenne autour de leur position d'équilibre, et l'onde se propage en mettant en mouvement une succession de plans cristallins; on parle alors d'ondes élastiques.

Dans le cas des ondes sonores dans l'air, ou des ondes acoustiques dans l'eau, les atomes du fluide ne sont pas assujettis à rester en une position donnée de l'espace, mais l'onde représente toujours un mouvement collectif communiquant d'atome en atome dans une direction donnée.

Le schéma ci-dessous indique les principales applications des ondes sonores, acoustiques et élastiques en fonction de la fréquence des signaux employés [15].

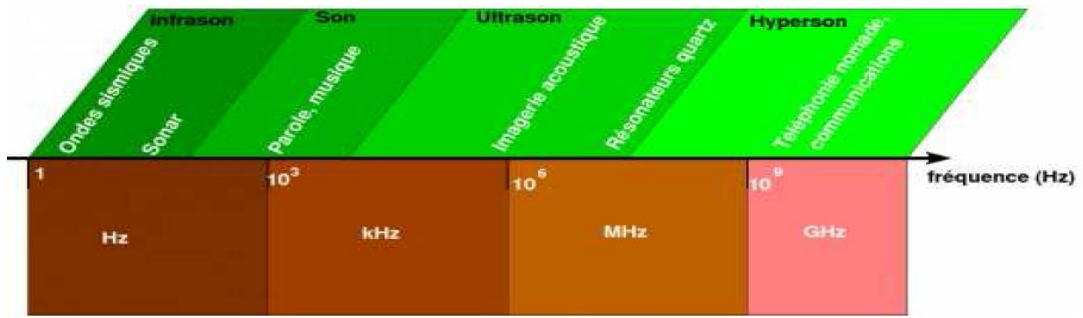


Figure II.1 Domaines fréquentiels des ondes acoustiques

II .1.1. ONDES LONGITUDINALES

Les ondes ultrasonores longitudinales encore appelées ondes de compression, sont caractérisées par un déplacement des particules parallèle à la direction de propagation c'est-à-dire par une polarisation colinéaire au vecteur d'onde (fig. II -2). Le passage d'une onde longitudinale plane entraîne une variation de la distance entre les plans parallèles contenant les particules si bien que le volume occupé par un nombre donné de particules varie. Ce sont des ondes de volume. Elles se propagent normalement dans les solides, les liquides et les gaz. Cependant, compte tenu des fréquences très élevées utilisées dans le contrôle non destructif, l'atténuation de ces ondes est extrêmement élevée dans les gaz. Ainsi, les ondes longitudinales ne se propagent réellement que dans les solides et les liquides. [19].

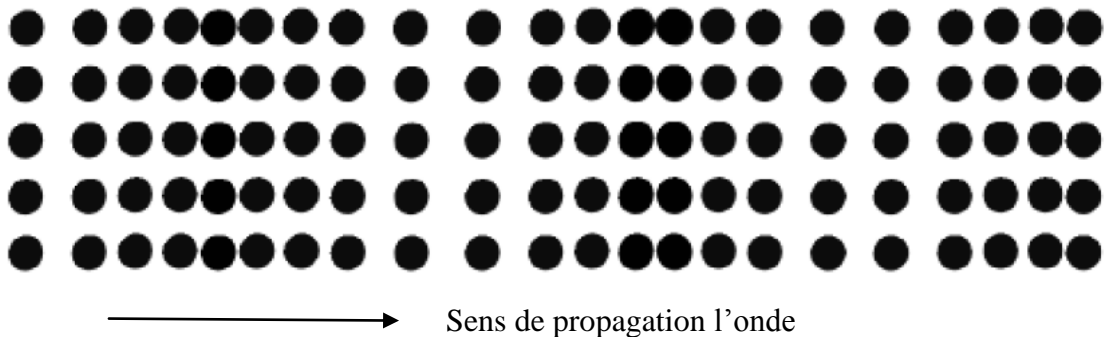


Figure II.2 : Représentation Schématique d'un solide traversé par une onde longitudinale

II .1.2. ONDES TRANSVERSALES

Les ondes élastiques et acoustiques transversales, plus communément appelées aussi ondes de cisaillement. Ce type d'ondes sont composées de déplacements perpendiculaires à la direction de propagation. Par conséquent le glissement des plans parallèles ne donne lieu à aucune variation de volume puisque les distances entre les plans sont conservées. Si ces vibrations se font infiniment dans toutes les directions contenues dans ce plan, l'onde transversale est dite polarisée. Autrement dit, elles sont caractérisées par une polarisation perpendiculaire au vecteur d'onde ou tout simplement, les particules oscillent de part et d'autre de la droite de leur position initiale. Les ondes transversales ne se propagent que dans

les solides ou dans les liquides visqueux. La figure II.3 représente le schéma d'un solide traversé par une onde transversale [15].

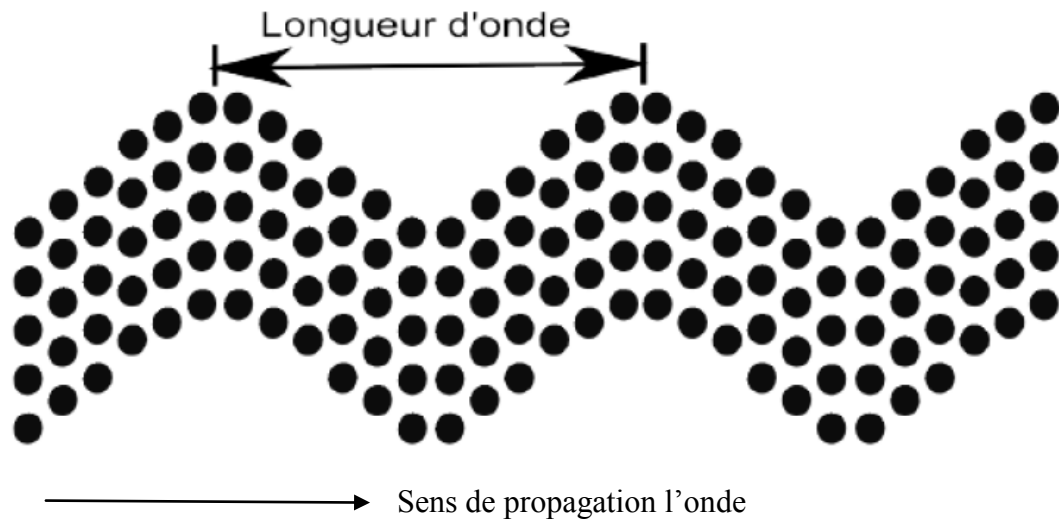


Figure II.3. Représentation schématique d'une onde transversale

II.1.3. ONDES LATÉRALES

En plus de ces modes de surfaces, il existe d'autres types d'ondes qui se propagent à travers une interface entre deux milieux, mais dont les amplitudes ne sont pas exponentiellement inéhomogène. Cependant, ces ondes sont connues sous le nom d'ondes latérales, se propagent avec des vitesses égales à celles des vitesses en volume dans le milieu, ainsi, représentent des ondes de volume dans le milieu de n'importe quel côté de l'interface avec des vitesses longitudinales V_L ou transversales V_T [18].

II.1.4. ONDES DE SURFACE

Les ondes acoustiques ou élastiques de surface se trouvent à la frontière plane d'un milieu semi-infini. Dans ce type d'onde l'amplitude décroît exponentiellement avec la Profondeur et n'affecte donc le substrat que sur une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde. Les ondes de surface n'affectent que les particules d'un matériau qui se trouve à proximité immédiate de sa surface de séparation avec l'air ou avec un autre milieu. Les ondes de surface se propagent, généralement, sur une épaisseur correspondante à une longueur d'onde. Dans un milieu donné, les vitesses de propagation des ondes acoustiques de surface sont toujours inférieures à celles des ondes de volume. Cela est dû au fait que les particules qui se trouvent à la surface libre ne subissent les forces de cohésion élastiques que d'un seul côté, alors que les ondes de volume affectent des particules qui sont entourées de tous les côtés dans le milieu. Ces ondes de surface sont très complexes et les vibrations des particules peuvent être diverses [18].

II.1.4. ONDES DE RAYLEIGH

L'existence d'une onde sur la surface libre plane d'un milieu semi-infini a été découverte par Lord Rayleigh en 1885, ce type d'onde est connu sous le nom d'onde de Rayleigh. Ce mode d'ondes acoustiques de surface est constitué par la superposition des ondes longitudinale et transversale se propageant le long de la surface libre avec une vitesse de phase commune. Selon la nature de l'interface, vide/solide ou liquide/solide, les ondes qui s'y propagent sont appelées ondes de Rayleigh ou ondes de Rayleigh généralisées.

Les ondes de Rayleigh ont reçu un intérêt considérable grâce à leur utilité pour la détection des défauts de surface dans le test ultrasonique non destructif des matériaux. En plus, elles ont été employées dans la construction des lignes à retard électromécaniques utilisées pour les radars et les systèmes de télécommunication.

a. Interface vide / solide

L'onde de Rayleigh est particulièrement typique à l'acoustique, car elle dépend de la capacité du milieu à supporter les contraintes longitudinale et transversale. Cette onde se propage à la surface d'un solide semi-infini, limité par le vide dans lequel l'amplitude de déplacement des ondes dans le matériau est plus grande à la surface libre puis décroît exponentiellement en s'éloignant de cette surface. Par conséquent, l'énergie mécanique transportée par l'onde est concentrée dans une région de l'ordre de la longueur d'onde en profondeur au-dessous de l'interface vide/solide. Contrairement à l'onde de volume qui s'étale comme le carré de l'inverse de la profondeur de la pénétration, l'onde de surface qui se trouve à une distance loin de son point de génération est dominante à toutes autres ondes de volume puisque son intensité s'étale comme l'inverse de la profondeur de pénétration.

b. Interface liquide /solide

Du fait que les ondes acoustiques ne se propagent plus dans l'air, ce dernier est remplacé par un liquide. Dans ce cas les ondes se propageant dans une structure liquide/solide, sont des ondes de Rayleigh généralisées. Ces ondes réémettent de l'énergie dans le liquide et génèrent par conséquent des ondes qui se propagent à l'angle critique de Rayleigh (définie par la loi de Snell). Et comme les ondes de Rayleigh sont des ondes de surfaces, elles peuvent réagir avec le liquide sur de grandes distances. Ainsi, le couplage des ondes acoustiques dans le liquide peut être plus fort que dans le cas des ondes de volume dans un solide. Par conséquent, les ondes de fuite de Rayleigh jouent un rôle très important dans le contraste de la microscopie acoustique des solides, ce qui nécessite l'utilisation d'un liquide de couplage.

II.1.5. ONDES DE STONELEY

Entre deux milieux élastiques semi-infinis, ils peuvent exister à l'interface des ondes de type de Rayleigh généralisées comme l'a montré Stoneley en 1924, ces ondes sont souvent connues comme ondes de Stoneley. Les ondes de Rayleigh généralisées apparaissent toujours sur l'interface liquide-solide, cependant elles peuvent ne pas exister sur l'interface entre deux solides comme dans le cas des ondes de Stoneley. Donc elles n'existent que sous certaines conditions, par exemple la vitesse de l'onde transversale dans la couche mince doit être inférieure à la vitesse de l'onde transversale dans le substrat [14].

II .2 . PARAMETRES ELASTIQUES

La notion de rigidité est d'origine mécanique et c'est d'abord par leurs propriétés élastiques que les matériaux ont été sélectionnés, étudiés et utilisés par l'homme. Les corps réels sont susceptibles de se déformer, c'est-à-dire de changer leurs forme et dimensions. Les déformations des corps sont le résultat de l'action des forces extérieures. Par définition, un corps est élastique s'il retrouve son état initial lorsque les forces extérieures sont supprimées. Ce retour à l'état de départ est l'œuvre des contraintes internes.

Les contraintes et les déformations s'annulent simultanément au repos. Un matériau ne peut être élastique que dans un domaine limité, au-delà duquel il subit une déformation plastique [14].

II .2.1 .RELATION ENTRE CONTRAINTES ET DEFORMATIONS

L'état élastique d'un solide peut être caractérisé d'une part par les déformations qui résultent des modifications des positions relatives des particules, soumises à des déplacements sous l'action des forces extérieures et d'autre part, par les contraintes qui apparaissent dans un solide déformé sous la forme de tensions élastiques qui tendent à le ramener dans son état de repos et assurent l'équilibre de la matière. Ces contraintes se transmettent de proche en proche par les forces de liaison entre atomes [14].

Les relations qui existent entre contrainte et déformation pour un milieu donné et à l'intérieur de la limite élastique, peuvent différer selon l'intensité des déformations. Dans l'approximation des petits déplacements, les composantes du tenseur d'ordre deux de déformations et de contraintes sont respectivement ε_{ij} et σ_{ij} . La loi de proportionnalité entre contraintes et déformations énoncée par Hooke pour les déformations assez faibles est linéaire et s'écrit :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{II .1})$$

où les coefficients C_{ijkl} sont les composantes d'un tenseur de rang quatre appelé tenseur des rigidités élastiques. Le nombre de constantes indépendantes caractérisant un solide dépend des propriétés de symétrie de ce dernier. Dans le cas le plus général des matériaux il existe vingt et une constantes élastiques C_{ijkl} indépendantes [18].

II.2.3. LOIS DE SNELL-DESCARTES

En optique, les ondes électromagnétiques se propagent en ligne droite. Les directions de propagation des ondes planes sont données par la loi de Snell et l'amplitude de ces ondes par les équations de Fresnel. Lorsque un faisceau incident rencontre une interface entre deux milieux caractérisés par des vitesses de propagation respectives V_1 et V_2 , une partie de son énergie est transmise, l'autre est réfléchi. Les faisceaux incident (d'angle θ_i), réfléchi (d'angle θ_r) et transmis (ou réfracté d'angle θ_t) ont des directions déterminées par les lois de Snell-Descartes : (i) les faisceaux réfléchi et réfracté sont contenus dans le plan d'incidence formé par le faisceau incident et (ii) les angles de réfraction sont déterminés par la relation

$$\sin\theta_i / V_1 = \sin\theta_r / V_1 = \sin\theta_t / V_2 \quad (\text{II -2})$$

Des relations analogues existent aussi pour les ondes acoustiques dans les solides. Par conséquent, l'élasticité et l'optique sont deux disciplines qui se complètent.

Lors du passage des ondes élastiques à travers une interface liquide- solide, la réfraction se fait sur deux directions : La première, par rapport à l'interface, représente la direction de l'onde longitudinale et la seconde celle de l'onde transversale. Donc il y a possibilité de changement de mode vibratoire. Dans le cas d'une interface entre deux milieux ayant des propriétés acoustiques différentes, la vitesse de la particule et la contrainte doivent être continues en tout point de la frontière. Par exemple, dans le cas de l'interface liquide / solide (fig II - 4), les lois de Snell-Descartes s'écrivent :

$$\sin\theta / V_{\text{liq}} = \sin\theta_L / V_L = \sin\theta_T / V_T \quad (\text{II -3})$$

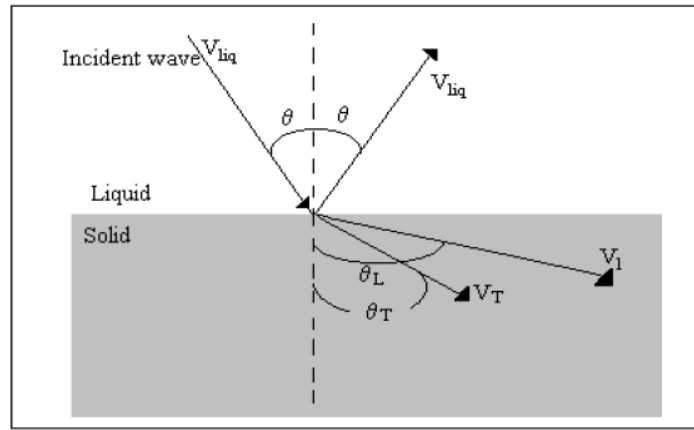


Figure II .4 : Illustration schématique des rayons incidents, réfléchis et transmis à travers l’interface liquide-solide [18]

II .2.4.ANGLES CRITIQUES

Maintenant que nous connaissons le phénomène qu’est la réflexion totale interne, il faut le décortiquer en détail. En effet, nous savons que lorsqu’il y a un cas de réfraction d’un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent, il peut y avoir une réflexion totale interne si l’angle réfracté est supérieur à 90° , mais comment savoir cette limite ? Comment savoir si le rayon sera réfléchi ou réfracté ? Heureusement, il existe une façon de connaître la réponse à cette question. Il s’agit de l’angle critique. En fait, l’angle critique est l’angle d’incidence qui correspond à un angle réfracté de 90° . Il s’agit donc de la limite entre la réfraction et la réflexion totale interne. Effectivement, avec cet angle, nous pouvons savoir à partir de quel angle d’incidence le rayon sera réfléchi au lieu d’être réfracté. Voici la figure (II.5) qui nous montre l’angle critique.

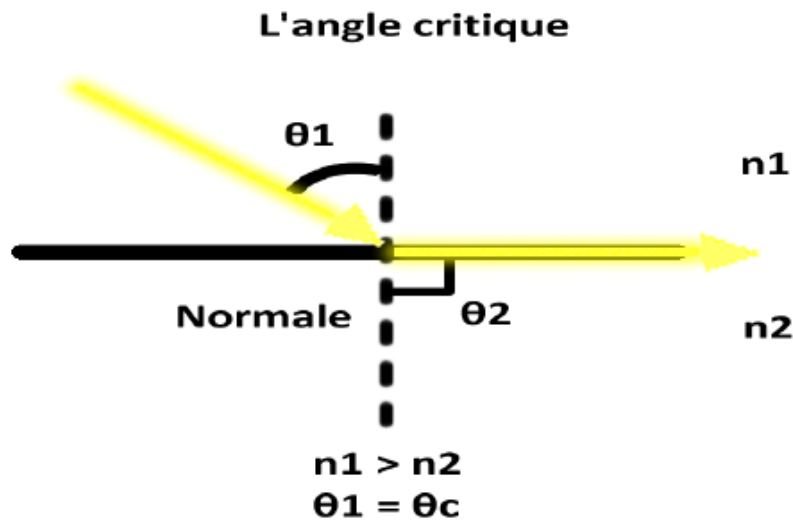


Figure II.5 : un schéma qui nous montre l’angle critique [20]

n_1 = Indice de réfraction du milieu d'où vient le rayon

n_2 = Indice de réfraction du milieu où va le rayon

De plus, l'angle critique est une mesure très complète, car il prend aussi en compte l'écart entre l'indice de réfraction des deux milieux. En effet, l'angle critique est calculé à partir de la loi de la réfraction. En fait, à partir de cette loi, on peut le trouver en déduisant certaines variables. On sait, par exemple, qu'il s'agit de l'angle d'incidence qui donne un angle réfracté de 90° . Donc, nous pouvons déduire que la formule aura un angle de réfraction de 90° . Par la suite, nous connaissons aussi l'indice de réfraction des milieux donc il reste à isoler l'angle d'incidence soit notre angle critique [20].

II.2.5. IMPEDANCE ACOUSTIQUE

Lors de la propagation des ondes ultrasonores, les particules subissent un déplacement vibratoire sinusoïdal autour de leur position de repos. Par conséquent leur densité varie en faisant apparaître des régions plus dense et d'autres moins dense qu'à l'état de repos. Le rapport de ces suppressions et dépressions par la célérité acoustique définit la notion d'impédance. Lorsqu'une onde acoustique est incidente sur une surface plane avec un angle θ par rapport à la normale, chaque rayon réfracté obéit à la loi de Snell : $\sin\theta/V = \text{constante}$. Dans ce cas l'impédance Z sera exprimée par :

$$Z = \rho V / \cos \theta \quad (\text{II.3})$$

où ρ représente la densité et V est la vitesse de propagation de l'onde dans ce milieu.

En incidence normale cette impédance devient :

$$Z = \rho V \quad (\text{II.4})$$

Sa valeur est d'autant plus importante que le milieu est solide. Elle s'exprime en rayl, avec $1 \text{ rayl} = 1 \text{ kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ [18].

II.2.6. COEFFICIENT DE REFLEXION

Le rapport de l'intensité du faisceau réfléchi à celle du faisceau incident représente le coefficient de réflexion. Le coefficient de réflexion est une fonction complexe qui montre des fluctuations à la fois au niveau de l'amplitude et de la phase. Son étude dépend des conditions aux limites à l'interface liquide-solide (impédance Z , densité ρ , angle d'incidence θ , et les vitesses des différents modes de propagation).

Notons que la réflexion totale représentée par une amplitude égale à l'unité s'obtient à partir de l'angle critique correspondant aux ondes transversales. La figure II.6 illustre

schématiquement la variation du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence de Si₃N₄ [3].

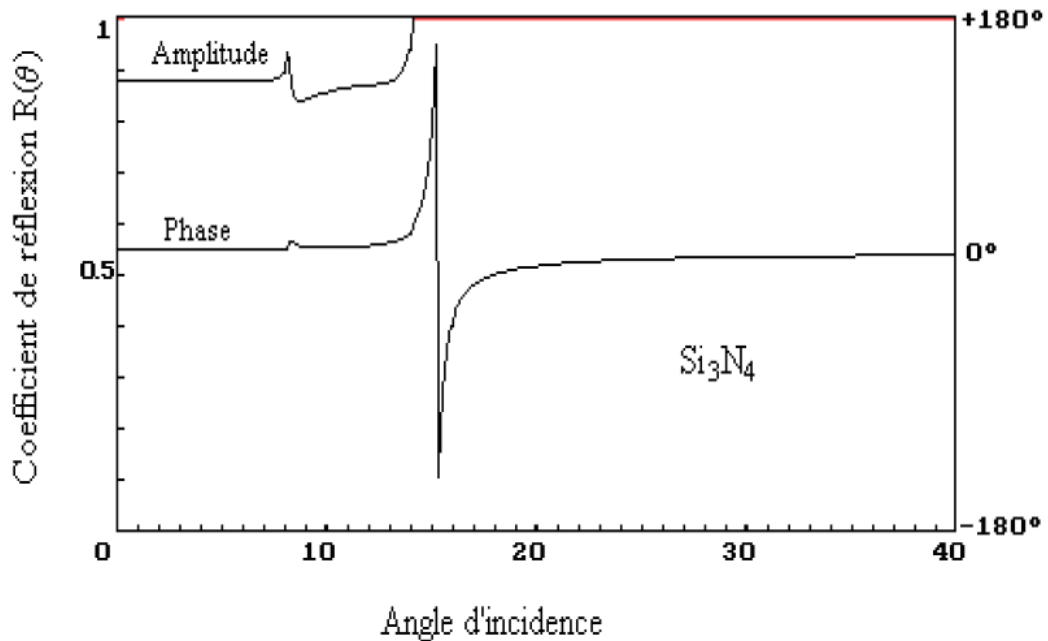


Figure II.6 : Coefficient de réflexion $R(\theta)$ de la structure eau / Si₃N₄[14].

II .3. CONSTANTES ELASTIQUES

Les constantes élastiques appelés communément modules élastiques. Le modules élastiques expriment l'aptitude du matériau à se déformer élastiquement sous l'effet d'une contrainte. Ces modules sont généralement définis comme le rapport entre la variation de pression et la variation des dimensions du matériau soumis à cette pression. On peut citer les quatre modules suivants :

II .3.1. MODULE DE YOUNG

Le module de Young ou module d'élasticité (longitudinale) ou encore module de traction est la constante qui relie la contrainte détraction (ou de compression) et le début de la déformation d'un matériau élastique isotrope. Ce module caractérise la rigidité de la matière. A contrainte égale, un matériau ayant un module d'élasticité élevé subira une déformation plus faible qu'un matériau ayant un module d'élasticité plus petit. Il existe plusieurs moyens pour calculer le module de Young, la plus simple moyenne consiste à réaliser un essai de traction et enregistrer la courbe contrainte, $\sigma = f(\text{déformation}, \epsilon)$. La pente de la courbe dans sa partie linéaire représente le module de Young E tels que :

$$E = \sigma / \epsilon \quad (\text{II .5})$$

- σ est la contrainte (en unité de pression) ;
- E est le module de Young (en unité de pression) ;
- ε est l'allongement relatif, ou déformation (adimensionnel).

La vitesse des vibrations longitudinales V_L dépend du module de Young et de la densité ou la masse volumique du matériau élastique [13].

$$V_L = (E/\rho)^{1/2} \quad (\text{II.6})$$

II.3.2. MODULE DE CISAILLEMENT

En résistance des matériaux, le module de cisaillement (en anglais: shear modulus), aussi appelé module de glissement, module de Coulomb ou second coefficient de Lamé, est une grandeur physique intrinsèque à chaque matériau et qui intervient dans la caractérisation des déformations causées par des efforts de cisaillement. Le cisaillement ou glissement a lieu lorsque les forces extérieures provoquent un déplacement de deux sections planes parallèles, l'une par rapport à l'autre, la distance entre elles demeurant inchangée. Si le matériau est sollicité non plus en tension - compression, mais en cisaillement, le coefficient de proportionnalité entre l'effet et la déformation est désigné par G , « module de cisaillement ». Par conséquent, G est une mesure de la résistance de cisaillement d'un matériau (dans sa limite élastique) par unité de contrainte (Figure II.7) [18].

$$G = (F \cdot l) / (A \cdot \Delta x) \quad (\text{II.7})$$

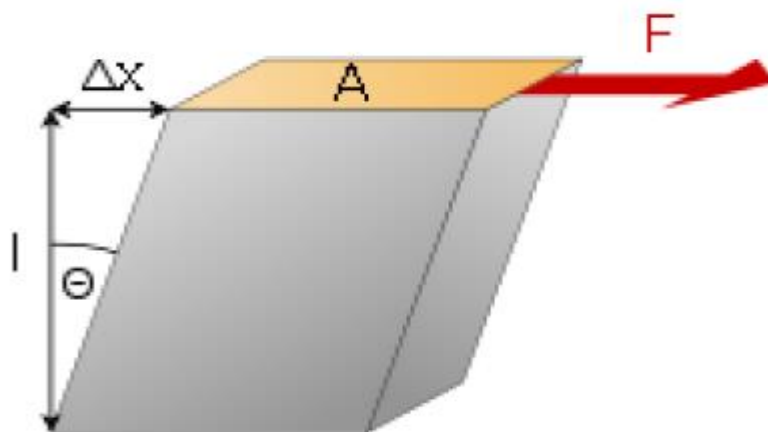


Figure II.7 : Schéma du principe de cisaillement

Le module de cisaillement a la dimension d'une contrainte et est généralement exprimé en GPa (Gégapascals). Dans le cas de matériaux isotropes, il est relié au module d'élasticité E et au coefficient de Poisson ν par l'expression.

$$G = E/2(1 + \nu) \quad (\text{II -8})$$

Le tableau suivant donne les valeurs du module de Young et de cisaillement pour quelques matériaux

Matériau	E(GPa)	G(GPa)
Métaux	30-130	10-150
oxydes	140-380	50-150
Plastique	28-40	10-15
Verre	60-75	25-35
Céramique	350-450	100-200

Tableau II.1 : Valeurs des modules de Young et de cisaillement [14]

II.3.3. MODULE DE POISSON

Le coefficient de Poisson fait partie des constantes élastiques. Le module de Poisson est une grandeur adimensionnelle qui permet de caractériser la contraction de la matière perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué. Il est défini par l'opposé du rapport de la déformation latérale (contraction vers l'intérieur du cube) à la déformation longitudinale. La valeur du coefficient de Poisson est comprise entre 0 et 0,5. Les valeurs expérimentales obtenues pour un matériau quelconque sont souvent voisines de 0,3. Il faut signaler l'existence de matériaux à coefficient de Poisson voisin de zéro, et on a même pu réaliser artificiellement des matériaux à coefficient de Poisson négatif (on parle alors parfois de matériaux aux étiques). Le coefficient de poisson est donné par :

$$\nu = \frac{\text{contraction transversale unitaire}}{\text{allongement axial unitaire}} = \frac{(l-l_0)/l_0}{(L-L_0)/L_0} \quad (\text{II -8})$$

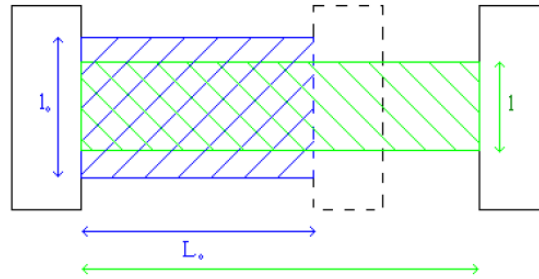


Figure II. 8: Schéma de principe du coefficient de poisson

Matériau	Coefficient de poisson
Silicium	0.17
Cuivre (Cu)	0.33
Fer (Fe)	0.21-0.259
Verre	0.18-0.3
Acier de construction	0.27-0.30
Aluminium(Al)	0.346

Le tableau II.2 : donne la valeur du coefficient de poisson pour quelque matériaux.

II.3.4. MODULE DE COMPRESSIBILITE

La compressibilité est une caractéristique d'un corps, définissant sa variation relative de volume sous l'effet d'une pression appliquée. C'est une valeur très grande pour les gaz, faible pour les liquides et très faible pour les solides usuels. Le module de compressibilité est l'inverse du module d'élasticité cubique. On l'appelle également coefficient de compressibilité. La compressibilité est défini comme :

$$x = -1/V(dV/dP) \quad (\text{II -9})$$

Où :

V est le volume du corps et P la pression appliquée (en Pa). La compressibilité x s'exprime donc en Pa⁻¹. La variation de volume avec la pression étant le plus souvent négative, cette définition rend alors la compressibilité x positive.

Notons aussi que les quatre modules élastiques E, G, x , et ν permettent de donner les résultats d'élasticité du matériau, et sont reliés entre eux, dans le cas d'un matériau isotrope, par les relations suivantes [18] :

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 \quad (\text{II -10})$$

Et

$$x = 3\left(\frac{3}{E} - \frac{1}{G}\right) \quad (\text{II -11})$$

CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, nous avons donné les notions de base sur l'élasticité des matériaux élastiques, en définissant les paramètres élastiques des matériaux sur lesquels on se basant pour le choix et l'utilisation des matériaux. D'autre part, nous avons rappelé quelques définitions sur les différents constantes élastiques caractérisant ces milieux ; tels que le module de Young, le module de cisaillement, le coefficient de poisson et le module de compressibilité.

Par ailleurs, nous sommes intéressés aux propriétés principales des différents types d'ondes acoustiques et élastiques ainsi que les paramètres caractéristiques de propagation de ces ondes dans un milieu élastique.

Chapitre III

METHODES NUMERIQUES POUR
RESOUDRE LES EQUATIONS DE
PROPAGATION

INTRODUCTION

Avec l'augmentation de la " soif " des scientifiques pour trouver des réponses à d'innombrables questions sur les comportements des systèmes et phénomènes physiques devenant de plus en plus complexes, il est devenu nécessaire de les " prédire " ou de les appréhender en développant des modèles rigoureux les plus réalistes possibles. Cette "prédiction" est basée sur des équations mathématiques dont la recherche de solutions a tant suscité et suscite encore une grande préoccupation de la part des scientifiques. A ce propos, on peut citer l'exemple des équations régissant le champ électromagnétique établies par James Clerk Maxwell au 19^{ème} siècle; elles sont devenues depuis lors les équations de base pour décrire les comportements de tous les systèmes électroniques, optiques et optoélectroniques quelle que soit leur complexité. Par conséquent, plusieurs méthodes et techniques numériques ont été développées, mais elles avaient montré aussitôt leurs limites faute de moyens de calcul, laissant ainsi plus de place aux études analytiques. C'est durant ces trente dernières années que l'intérêt des chercheurs pour ces méthodes de calcul s'est accru avec le développement des ordinateurs et l'augmentation des capacités des calculateurs. Les méthodes numériques se sont ainsi développées, au moment où d'autres ont vu le jour, permettant de la sorte de traiter des problèmes ayant des géométries de plus en plus complexes. Les études numériques ont finalement englobé la quasi-totalité des domaines scientifiques.

Dans le domaine de propagation des ondes, la simulation numérique a longtemps été appliquée en électromagnétisme pour la résolution des équations de Maxwell, pour d'innombrables systèmes complexes. Parmi ces derniers, les cristaux photoniques qui ont fait l'objet d'une large application de méthodes numériques pour l'étude de leur comportement ondulatoire. On peut citer par exemple la méthode de décomposition en ondes planes appelée : *PWE (Plane Wave Expansion)*, très utilisée pour le calcul de structures de bandes, et fondée sur le développement en série de Fourier. D'autres méthodes, basées aussi sur l'approche de décomposition, ont été développées, dont celle de Kohn-Korringa-Rostocker (KKR), la méthode *TMM (The Transfer Matrix Method)*, la *MST (Multiple scattering Theory)* et la décomposition en ondelettes plus récemment. D'autres algorithmes basés sur d'autres approches de calcul ont été utilisés, comme la méthode des différences finies résolues dans le temps, appelée *FDTD (Finite Difference Time Domain)*, et celle des éléments finis (*Finite Elements Method*) qui utilise une base de fonctions définies sur un maillage du domaine de résolution.

Durant les deux dernières décennies, certaines de ces méthodes, en l'occurrence la *PWE*, la *MST*, la *FDTD*, les éléments finis, ont été appliquées à l'étude théorique de la propagation des ondes

élastiques/acoustiques dans les cristaux phononiques (CP). Dans ce cas, la propagation des ondes est régie par les équations de la mécanique classique. Les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes numériques ont été pris en compte suivant la nature du système étudié [2].

III. EQUATIONS DE PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES

III.1. Formulation générale

III.1.1. Equations de mouvement

La propagation des ondes élastiques/acoustiques dans les solides est décrite par deux champs d'équations de base : l'équation reliant le tenseur de déformation au champ de déplacement $\mathbf{S} = \nabla_S \mathbf{u}$ et l'équation du mouvement. $\nabla \cdot \mathbf{T} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2}$. Cette dernière exprime le comportement vibratoire propre d'un milieu libre de toute interaction extérieure, où les forces d'inertie et celles de rappel élastique agissent sur les particules du milieu pour donner lieu aux mouvements d'oscillation. À ces deux équations, on ajoute la loi de Hooke $\mathbf{T} = \mathbf{c} : \mathbf{S}$ reliant le tenseur des contraintes à celui des déformations, permettant ainsi d'établir le lien entre les forces élastiques de rappel et la déformation du matériau au moyen des constantes élastiques du milieu. Un système d'équations en \mathbf{T} , \mathbf{S} et \mathbf{u} est ainsi défini.

$$\begin{cases} \mathbf{S} = \nabla_S \mathbf{u} & \text{(III. 1)} \\ \nabla \cdot \mathbf{T} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} & \text{(III. 2)} \\ \mathbf{T} = \mathbf{c} : \mathbf{S} & \text{(III. 3)} \end{cases}$$

où \mathbf{T} et \mathbf{S} représentent respectivement les tenseurs des contraintes et des déformations, \mathbf{u} le vecteur champ de déplacement, et \mathbf{c} le tenseur de rigidité élastique (*stiffness tensor*) regroupant les constantes élastiques du milieu.

Le produit désigné par les deux points ":" (*double dot product*) signifie que les deux tenseurs \mathbf{T} et \mathbf{S} sont liés par la relation suivante:

$$T_{ij} = \sum_{k,l} c_{ijkl} S_{kl}$$

L'expression $\mathbf{S} = \nabla_S \mathbf{u}$ implique $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ avec $(i,j,k,l) \in (x,y,z)^4, x,y,z$

étant les trois directions du repère cartésien dans l'espace tridimensionnel.

Le système décrit par les équations (III.1), (III.2) et (III.3) peut aussi être écrit sous la forme :

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \sum_{j,k,l} \frac{\partial}{\partial x_j} (c_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l})$$

Ces équations peuvent encore être simplifiées par les symétries des tenseurs **T** et **S**, à savoir $c_{ijkl} = c_{jikl}$, $c_{ijkl} = c_{jilk}$ et $c_{ijkl} = c_{klij}$ en utilisant la notation de Voigt pour le tenseur de rigidité élastique et celui des contraintes $c_{ijkl} = c_{IJ}$ et $T_{ij} = T_I$

<i>ij, kl</i>	<i>xx</i>	<i>yy</i>	<i>zz</i>	<i>yz, zy</i>	<i>xz, zx</i>	<i>xy, yx</i>
<i>I,J</i>	1	2	3	4	5	6

Tableau III.1: Notation de Voigt

On obtient ainsi:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial T_6}{\partial y} + \frac{\partial T_5}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial T_6}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial y} + \frac{\partial T_4}{\partial z} \\ \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial T_5}{\partial x} + \frac{\partial T_4}{\partial y} + \frac{\partial T_3}{\partial z} \end{array} \right. \text{ avec } \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial u_x / \partial x \\ \partial u_y / \partial y \\ \partial u_z / \partial z \\ \partial u_y / \partial z + \partial u_z / \partial y \\ \partial u_x / \partial z + \partial u_z / \partial x \\ \partial u_y / \partial x + \partial u_x / \partial y \end{bmatrix} \quad \text{(III.4)}$$

Dans un milieu isotrope par exemple, le tenseur élastique se présente sous la forme

$$c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix} \quad \text{avec } c_{44} = (C_{11} - C_{12})/2$$

En analyse numérique, la résolution de ces équations permet de simuler le comportement élastique d'un milieu solide quelconque, et donc sa réponse aux différentes sollicitations extérieures qu'il subit, notamment les excitations générant des ondes acoustiques ou l'astiques.

III.1.2. CONDITIONS AUX LIMITES

Dans une étude numérique, le CP constitue le domaine de résolution des équations (III.4). Celui-ci présente des interfaces et des frontières de différents types, qu'il faut définir en termes de comportement élastique et traduire en équations. Ainsi, des équations de conditions aux limites

sur les champs de déplacement \mathbf{u} et des contraintes \mathbf{T} sont exprimées sur ces frontières selon leur nature qui peut être libre, fixe, ou présenter une propriété de périodicité.

III.1.2.1.CONDITIONS AUX LIMITES LIBRES ET FIXES

Les conditions aux limites libres ou fixes, sur une ou plusieurs frontières du domaine étudié, doivent être exprimées et jointes aux équations de propagation (III.4). Une surface libre ne subit aucune contrainte en aucun de ses points. Par exemple, dans un milieu présentant une Surface plane libre située en $z = z_1$ et dont la normale \mathbf{n}_z est suivant la direction de l'axe (OZ) du repère cartésien, la condition aux limites libres s'exprime par :

C'est-à-dire

$$\mathbf{T} \Big|_{z=z_1} \cdot \mathbf{n}_z = 0$$

Ou, avec la notation de Voigt :

$$T_{xz} \Big|_{z=z_1} = T_{yz} \Big|_{z=z_1} = T_{zz} \Big|_{z=z_1} = 0$$

$$T_5 \Big|_{z=z_1} = T_4 \Big|_{z=z_1} = T_3 \Big|_{z=z_1} = 0$$

En ce qui concerne une surface fixe, aucun déplacement n'est possible pour les particules du milieu la constituant. La condition aux limites s'exprime dans ce cas par un champ de déplacement nul $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, c'est-à-dire $u_x = u_y = u_z = 0$ en tout point de cette surface.

III.1.2.2.CONDITIONS AUX LIMITES PÉRIODIQUES

Les conditions aux limites périodiques ont été élaborées afin de modéliser des systèmes périodiques très larges, supposés infinis. Le principe consiste à réduire le domaine de résolution à un élément de périodicité constituant *une cellule unité* qui sera le nouveau domaine d'étude. Les conditions aux limites périodiques sont introduites sur les frontières de cette cellule suivant les directions de périodicité afin d'exprimer le fait que les propriétés de l'onde acoustique à l'entrée sont les mêmes qu'à la sortie de la cellule, avec un déphasage bien déterminé. Le système simulé est ainsi théoriquement infini. En termes d'équations, une formulation donnée par le théorème de Bloch-Floquet permet d'exprimer ce comportement périodique sur le champ de déplacement et les contraintes, s'agissant des problèmes traitant de la propagation des ondes. Ainsi, pour un domaine périodique infini, l'étude se fait sur une cellule unité en écrivant les conditions périodiques suivantes:

$$u_I(\vec{X} + \vec{a}) = e^{-i\vec{k} \cdot \vec{a}} u_I(\vec{X}) \quad \text{et} \quad T_J(\vec{X} + \vec{a}) = e^{-i\vec{k} \cdot \vec{a}} T_J(\vec{X})$$

Ou u_i et T_j sont respectivement le champ de déplacement et les contraintes, \vec{a} le vecteur de périodicité de la structure étudiée, \vec{k} le vecteur d'onde et $\vec{X}(x, y, z,)$ le vecteur coordonnés dans le repère cartésien.

Nous aurons l'occasion de voir en détail l'utilisation de ces conditions périodiques dans les différentes méthodes de calculs présentées dans ce chapitre. Mais d'abord, intéressons nous à quelques cas de systèmes classiques dans les quels différents types d'ondes élastiques/acoustiques classiques se propagent.

III.2. CAS DES SYSTEMES ISOTROPES FINIS OU SEMI-INFINIS : ONDES DE LAMB ET DE SURFACE.

Dans le cas des structures phononiques à milieux isotropes présentant des conditions aux limites (périodiques, libres ou fixes) et/ou des interfaces dans les trois directions de l'espace, les composantes du champ de déplacement sont couplées. Les équations (III.4) se ramènent dans ce cas à :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Ces équations, s'ajoutent les conditions aux limites.

Les propriétés des modes de propagation acoustiques ou élastiques changent en fonction de la configuration des paramètres géométriques et physiques du CP, des types de conditions aux limites, et des dimensions de la structure comparées aux longueurs d'ondes des modes qui s'y propagent. Les ondes de Lamb, par exemple, se propagent dans une plaque d'épaisseur finie. Ces ondes ont des longueurs d'onde de l'ordre de l'épaisseur de la plaque et sont guidées parallèlement aux surfaces de celle-ci ar contre, dans le cas de systèmes en plaque à épaisseur large devant la longueur d'onde, ou dans le cas de systèmes semi infinis présentant une surface libre, des ondes desurfaces peuvent exister. Celles-ci se propagent au niveau de la surface libre avec des vitesses plus faibles que celles des ondes de volume.

III.3. CAS DES SYSTEMES ISOTROPES INFINIS: ONDES DE VOLUME

Pour un système homogène isotrope infini et sans interface dans une direction de l'espace, l'onde élastique se propage sans rencontrer d'obstacle. Elle garde ainsi ses propriétés physiques tout au long de son parcours dans cette direction.

Si l'on considère, par exemple, un milieu isotrope infini dans la direction Z de l'espace, le champ de déplacement des modes qui se propagent dans ce milieu est invariant suivant la direction Z: $\mathbf{u}(x, y, z)$. Au niveau des équations, les termes de dérivées partielles suivant z seront donc nuls, et partant le système (III.5) se ramène à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.6})$$

Ainsi, dans le cas où la direction de propagation de l'onde est dans le plan (X,Y), perpendiculaire à la direction Z, le couplage se fait entre les modes ayant une polarisation dans le plan de propagation.. Ces modes sont appelés modes plan (*In plane modes*). Par contre, les modes dont le champ de déplacement est suivant la direction Z, sont hors du plan (X,Y) (*out of plane*); ce sont des modes de volume dans ce cas bien précis. Leur vitesse est Constante, valant

$$c_t = \sqrt{c_{44}/\rho}.$$

Nous aurons l'occasion d'illustrer les propriétés de ces différents types d'ondes à travers les calculs des structures de bandes et des champs de déplacement dans les études de structures phoniques que nous aborderons par la suite. Pour le moment, intéressons-nous d'abord aux différentes méthodes de modélisation existantes, qui permettent d'accomplir ces calculs.

III.4. LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION EN ONDES PLANES (*PLANE WAVE EXPANSSION*)

La décomposition en ondes planes, communément appelée PWE, est sans doute la méthode la plus utilisée par la communauté scientifique travaillant dans les domaines de la photonique et la phonique, où les systèmes étudiés sont généralement périodiques. L'une de ses premières applications a été son utilisation pour obtenir les états d'énergie électroniques dans les cristaux métalliques périodiques. Elle a été ensuite largement utilisée en photonique. Puis en phonique pour le calcul des structures de bandes.

Dans le domaine de la phonique, du fait de la périodicité des structures étudiées, le

champ de déplacement et les paramètres d'élasticité sont décomposés en ondes planes périodiques suivant les directions de la périodicité du CP. Le théorème de Bloch est appliqué afin de ramener l'étude au niveau d'une cellule constituant l'élément de périodicité du système en exprimant les conditions aux limites périodiques. Le système d'équations de mouvement est ensuite développé et ramené à un problème classique de recherche de valeurs propres. Ce dernier permet de calculer les modes de propagation des ondes et de tracer la structure de bandes.

Durant les deux dernières décennies, la PWE a largement montré son efficacité dans le calcul des structures de bandes phononiques pour différents types de systèmes : structures bidimensionnelles solides composites ou solide-air, CP à une ou deux dimensions, constitués d'une plaque avec inclusions périodiques, pour la propagation d'ondes de Lamb-, systèmes présentant un ou plusieurs défauts, ainsi que le guidage des ondes dans des systèmes finis. La PWE a aussi fait ses preuves dans l'étude des milieux anisotropes ou dispersifs pour les ondes de surfaces, ainsi que les milieux piézoélectriques. Elle a également été modifiée et améliorée afin de calculer la structure de bandes complexes pour les ondes évanescentes [2]

III.4.1. PRINCIPE DE DÉCOMPOSITION EN ONDES PLANES

Afin de décrire au mieux le principe de la PWE, nous traiterons un exemple de CP pour développer les équations de mouvement. Nous partirons d'une structure composite tridimensionnelle formée par une répétition cubique de deux matériaux : A et B, avec les périodes a_x, a_y, a_z , respectivement suivant les trois directions X, Y et Z de l'espace (figure III.1). On désigne les vecteurs unitaires du repère cartésien (O,X,Y,Z) par \vec{e}_x, \vec{e}_y et \vec{e}_z

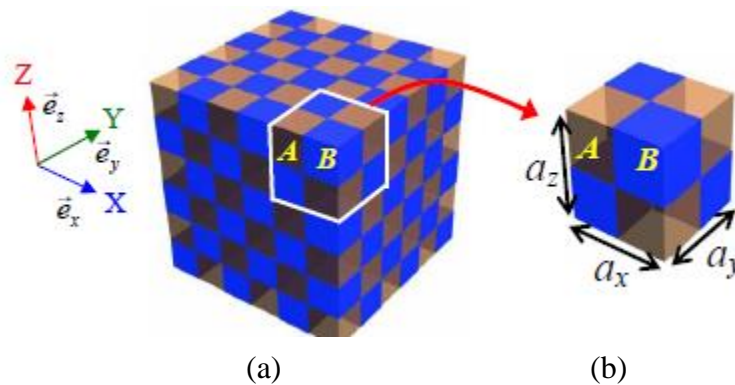


Figure III.1: (a) Cristal phononique tridimensionnel constitué de deux matériaux isotropes A (en marron transparent) et B (en bleu). (b) La cellule unitaire de périodicité de la structure phononique.

En considérant les milieux A et B isotropes, on commence d'abord par écrire sous forme fréquentielle les équations de mouvement (III.5) en posant $u_i = u_i(x, y, z)e^{j\omega t}$ pour une onde plane se propageant dans le CP; on obtient :

$$\begin{cases} -\rho\omega^2 u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ -\rho\omega^2 u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ -\rho\omega^2 u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

Puisque nous sommes en présence d'un milieu composite, les constantes élastiques dépendent de la position spatiale dans le cristal. On a donc :

$$\rho = \rho(\vec{r}) \text{ et } c_{ij} = c_{ij}(\vec{r}) \text{ pour } (i, j) \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}^2$$

Ensuite, à partir de la structure de notre cristal, on définit l'espace réciproque correspondant, dont la base est notée $(\vec{b}_x, \vec{b}_y, \vec{b}_z)$ avec:

$$\vec{b}_x = 2\pi \frac{\vec{a}_y \times \vec{a}_z}{\vec{a}_x \cdot (\vec{a}_y \times \vec{a}_z)} \quad \vec{b}_y = 2\pi \frac{\vec{a}_x \times \vec{a}_z}{\vec{a}_y \cdot (\vec{a}_z \times \vec{a}_x)} \quad \vec{b}_z = 2\pi \frac{\vec{a}_x \times \vec{a}_y}{\vec{a}_z \cdot (\vec{a}_x \times \vec{a}_y)}$$

Dans notre cas de structure cubique :

$$\vec{b}_x = \frac{2\pi}{a_x} \vec{e}_x \quad \vec{b}_y = \frac{2\pi}{a_y} \vec{e}_y \quad \text{et} \quad \vec{b}_z = \frac{2\pi}{a_z} \vec{e}_z$$

La position de chaque point du réseau réciproque est repérée par :

$$\vec{G} = m_1 \vec{b}_x + m_2 \vec{b}_y + m_3 \vec{b}_z = m_1 \frac{2\pi}{a_x} \vec{e}_x + m_2 \frac{2\pi}{a_y} \vec{e}_y + m_3 \frac{2\pi}{a_z} \vec{e}_z$$

$$\text{Avec } (m_i)_{i \in \{x, y, z\}} \in \mathbb{Z}^3$$

Les vecteurs de base de ce réseau réciproque interviendront par la suite dans les fonctions de base de décomposition de Fourier des constantes élastiques et du champ de déplacement suivant la périodicité du CP.

Par ailleurs, du fait de la périodicité de la structure suivant les trois directions X, Y et Z de l'espace, le théorème de Bloch peut être appliqué à la fonction inconnue u_i :

$$u_i(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{r}} u_{i,\vec{k}}(\vec{r})$$

$\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$ étant le vecteur d'onde de l'onde solution à notre système d'équations (III.7).

i est le nombre complexe, La fonction $u_{i,\vec{k}}$ est périodique suivant la variable \vec{r}

$$u_{i,\vec{k}}(\vec{r} + \vec{a}_i) = u_{i,\vec{k}}(\vec{r})$$

$$\text{et } i \in \{x, y, z\} \quad \text{et} \quad x_x = x, \quad x_y = y \quad \text{et} \quad x_z = z$$

L'étude de la fonction $u_{i,\vec{k}}$ peut donc se ramener aux domaines $U_{\vec{a}} = [0, a_x] \times [0, a_y] \times [0, a_z]$ et $\left[-\frac{\pi}{a_x}, \frac{\pi}{a_x}\right] \times \left[-\frac{\pi}{a_y}, \frac{\pi}{a_y}\right] \times \left[-\frac{\pi}{a_z}, \frac{\pi}{a_z}\right]$ respectivement pour la variable $\vec{r} (x, y, z)$ le vecteur D'onde \vec{k} . Par conséquent, le domaine de résolution se réduit à une cellule du CP définie par l'intervalle $U_{\vec{a}}$ (voir figure III.1(b)). L'intervalle auquel se restreint le vecteur d'onde \vec{k} dans l'espace réciproque, à savoir $U_{\vec{k}}$, est appelé la première Zone de Brillouin. Le calcul de la structure de est appelé la première Zone de Brillouin. Le calcul de la structure de bandes phononiques dans l'espace réciproque se limitera donc aux limites de cette zone. La zone de Brillouin est définie comme étant une unité de l'espace réciproque qui peut être déterminée géométriquement comme suit : on repère d'abord un point du réseau réciproque et on le relie à ses premiers points voisins les plus proches. Ensuite, on trace les médiatrices des segments formées par ces derniers et le point considéré. La zone délimitée par ces médiatrices définit la première zone de Brillouin. Un exemple est présenté dans la figure III.2 pour une structure périodique bidimensionnelle.

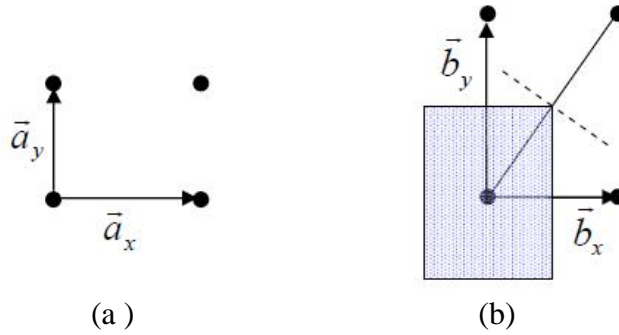


Figure III.2: (a) Structure périodique bidimensionnelle, (b) Zone de Brillouin hachurée dans le réseau réciproque

La fonction définie par :

$$u_i(\vec{r}) = e^{-i\vec{k}\vec{r}} u_{i,\vec{k}}(\vec{r})$$

est solution du système (III.7) quel que soit $\vec{k} \in U_{\vec{k}}$

Du fait de leur périodicité suivant les trois directions de l'espace, les fonctions constantes élastiques, densité du cristal et champ de déplacement $u_{i,\vec{k}}$, peuvent être décomposées dans la base en exponentielle de Fourier exprimée dans l'espace réciproque

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \rho_{\vec{G}} e^{i\vec{G}\vec{r}} \quad \text{et} \quad c_{ij}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} c_{ij,k} e^{i\vec{G}\vec{r}} \quad \text{pour } (i,j) \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}^2 \quad \text{(III. 9)}$$

$$u_{i,\vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} u_{i,\vec{k},\vec{G}} e^{i\vec{G}\vec{r}} \text{ pour } i \in \{x,y,z\} \text{ et donc } u_i(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} u_{i,\vec{k},\vec{G}} e^{i(\vec{G}+\vec{k})\vec{r}} \quad (\text{III.10})$$

Les expressions (III.9) et (III.10) sont reportées dans l'équation (III.11) pour obtenir finalement un Problème matriciel en valeurs propres ω^2 de la forme.

$$\omega^2 A \vec{U}_{\vec{G}} = B(\vec{k}) \vec{U}_{\vec{G}} \quad (\text{III.10})$$

Les matrices A et B sont connues et dépendent des coefficients de Fourier, des constantes la stiques, de la densité et du vecteur d'onde \vec{k} . La résolution du problème en valeurs propres (III.10) permet d'obtenir les modes ω et les champs de déplacement $U_{\vec{G}}$: associés à chaque valeur du vecteur d'onde \vec{k} , et ainsi tracer la structure de bandes du CP dans la première zone de Brillouin.

III.4.2. Convergence

La convergence des calculs dépend fortement de la décomposition des paramètres d'élasticité et de densité, ainsi que du champ solution ($u_{i,\vec{k}}(\vec{r})$) dans la base de Fourier. Prenant comme exemple de CP celui de la figure (III.1), la décomposition de Fourier se fait sur la base exponentielle en utilisant l'espace réciproque :

$$u_i(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} u_{i,\vec{k},\vec{G}} e^{i(\vec{k}+\vec{G})\vec{r}} \quad (\text{III.11})$$

$$\vec{G} = m_1 \vec{b}_x + m_2 \vec{b}_y + m_3 \vec{b}_z$$

et la somme se fait infiniment sur les entiers relatifs m_j . En calcul numérique, ces sommes doivent être limitées en choisissant le bon nombre d'éléments de la base de Fourier permettant de se rapprocher le plus possible de la solution. Notons (N_j) , $j \in \{x,y,z\}$ trois entiers naturels supérieurs à 1 et prenons les valeurs de \vec{G} telles que $-N_j \leq m_j \leq N_j$ avec $j \in \{x,y,z\}$. Le nombre d'éléments de la sommation (III.12) dans la base de Fourier est alors égale à

$$N = (2N_x + 1)(2N_y + 1)(2N_z + 1)$$

Plus (N_j) , $j \in \{x,y,z\}$ sont grands, meilleure est l'approximation de la solution.

Le principe de la PWE repose sur la décomposition des fonctions étudiées dans la base de Fourier. Certes, la méthode est efficace pour le calcul des modes élastiques mais, elle présente certaines limites suivant le cas étudié, que plusieurs chercheurs ont pu contourner par des

transformations. Pour un nombre fixé d'ondes planes de décomposition, la méthode perd sa précision pour le calcul des modes à haute fréquences. Elle est donc plus adaptée pour déterminer les premiers modes dans la structure de bandes, car la convergence y est vite atteinte. De plus, la méthode requiert rapidement beaucoup de temps et de mémoire des machines de calcul pour traiter des problèmes nécessitant un grand nombre d'ondes planes de décomposition pour une bonne convergence. Enfin, la PWE peut poser des problèmes de stabilité quant au calcul des structures de bandes pour des systèmes phononiques faisant intervenir des interfaces à fort contraste élastique, ou des interfaces [2]

III.4.3 AVANTAGES ET INCONVENIENTS

Les décompositions de cette méthode sont des solutions exactes. La méthode est particulièrement bien adaptée au problème des solutions modales. Les problèmes de grande taille peuvent être résolus en utilisant des techniques itératives, comme la méthode du gradient conjugué.

Que ce soit pour le problème aux valeurs propres normal ou généralisé, un petit nombre seulement d'indices de bande dans le diagramme est nécessaire, reposant souvent sur les côtés de la zone de Brillouin. Ceci correspond aux solutions des modes propres en utilisant des techniques itératives et non à la diagonalisation de toute la matrice.

Il arrive que de faux modes apparaissent. Les problèmes de grande taille s'exécutent en, la méthode PWE est assez consommatrice à la fois de temps et d'espace mémoire.

Parmi les alternatives figurent la méthode spectrale et les méthodes utilisant FDTD qui sont plus simples et plus indépendants du modèle [14].

III.5 .METHODE FDTD (finites differences time domain)

Durant ces dernières décennies, les scientifiques ont développé une méthode numérique permettant la résolution de problèmes physiques dans le temps basée sur les différences finies (appelée souvent par son acronyme FDTD).

La FDTD a été mise en place dans les années soixante pour étudier les phénomènes régis par des équations différentielles impliquant le temps. Elle permet de suivre l'évolution des événements physiques depuis l'instant initial jusqu'à l'état permanent en passant par le régime transitoire. Il n'y a donc pas d'inversion de matrice ou de recherche de valeurs propres comme dans le cas de la PWE. De plus, l'approche temporelle qu'offre la FDTD la rend adaptée même aux phénomènes non linéaires et non stationnaires.

Offrant davantage de facilité dans sa compréhension et dans l'écriture de son algorithme, la FDTD est largement utilisée dans les études relatives à la mécanique des matériaux ainsi qu'à la propagation des ondes. Dans le domaine de la phononique, elle se rapproche plus de la réalité car elle offre la possibilité de générer une excitation (source) dans un CP et de suivre dans le temps le comportement de l'onde et son interaction avec le CP, ce qui permet d'y étudier sa transmission. Ainsi, elle a été appliquée en 2000 par Sigalas et Garcia pour déterminer le coefficient de transmission dans une structure phononique tridimensionnelle. Ils ont montré qu'en plus de ses résultats concordant parfaitement avec ceux de la PWE dans la détermination des bandes interdites, la FDTD dépasse les limites de la PWE car elle permet l'étude de systèmes phononiques impliquant des éléments fluides (où la vitesse transverse est nulle) dans une matrice solide. La FDTD a de surcroît montré son efficacité pour différents types de systèmes périodiques solide-solide, solide-liquide et solide-vide [2].

En plus du calcul du coefficient de transmission, Myashita et Inoue [21] se sont intéressés au guidage d'ondes élastiques dans un cristal sonique fini. Ils ont ainsi construit une structure artificielle finie et ont montré l'efficacité de la FDTD dans l'analyse de propagation d'ondes élastiques dans ce type de système. D'autres études de transmission, de confinement d'ondes et de guidage ont pu être réalisées par la suite en recourant à la FDTD. On peut citer par exemple les travaux de Khelif et al [22,23] et ceux de Pennec et al [24] sur des structures phononiques présentant des défauts avec des guides d'ondes simples et coudés, ou ayant des défauts de cavité pour des systèmes infinis à inclusions cylindriques périodiques. Heisch et al [25] ont pu mettre en place un algorithme FDTD pour le calcul de structures de bandes, donnant des résultats qui concordent avec ceux de la PWE. De leur côté, Sun et al [26] se sont intéressés au guidage des ondes acoustiques de surface dans un CP bidimensionnel en utilisant des milieux absorbants appelées PML (Perfectly Matched Layer). Nous aurons l'occasion de revenir sur les propriétés de ce type de milieux par la suite.

III.5.1. PRINCIPE DE LA METHODE FDTD

A partir des équations de mouvement qui régissent la propagation des ondes acoustique dans un milieu élastique quelconque, la FDTD permet de rapprocher les solutions champ de déplacement et contraintes en se basant sur un développement en différences finies des dérivées partielles qui interviennent dans les équations en question. Ces différences finies reposent sur une discrétisation dans l'espace (pour les dérivées spatiales) et une autre temporelle (relative aux

dérivées temporelles), lesquelles discrétisations doivent être bien choisies afin d'assurer la convergence des fonctions inconnues recherchées.

III.5.2. APPLICATION DE FDTD POUR LE CALCUL DES BANDES

La première étape dans la résolution des équations de mouvement consiste à isoler une cellule de périodicité de la structure phononique en appliquant la condition périodique de Bloch, introduite en FDTD par Hsieh et al [19]. Si le calcul de structure de bandes dans la PWE et la FEM se ramène à la résolution d'un problème matriciel de recherche de valeurs propres, l'approche adoptée dans la FDTD est bien différente.

En effet, dans le calcul des courbes de dispersion par la FDTD, les modes de vibration de la structure phononique sont déterminés pour chaque valeur de k . Pour se faire, une source d'excitation à large bande fréquentielle est introduite à un endroit de la cellule. Une onde acoustique est ainsi générée par cette source et se propage dans la cellule unité en conformément aux conditions de Bloch. Après plusieurs itérations temporelles, les modes de vibration de la cellule apparaissent. En relevant les valeurs du champ de déplacement en fonction du temps sur un point de la cellule, les modes peuvent être obtenus à partir des pics de résonance du spectre du champ de déplacement. La figure III.3 montre un exemple de spectre de champ de déplacement pour une structure phononique bidimensionnelle infinie, avec des pics de modes longitudinaux, calculé par transformée de Fourier. Les valeurs des fréquences des pics sont ainsi relevées pour chaque valeur du vecteur d'onde, ce qui permet de déterminer la structure de bandes du CP [2].

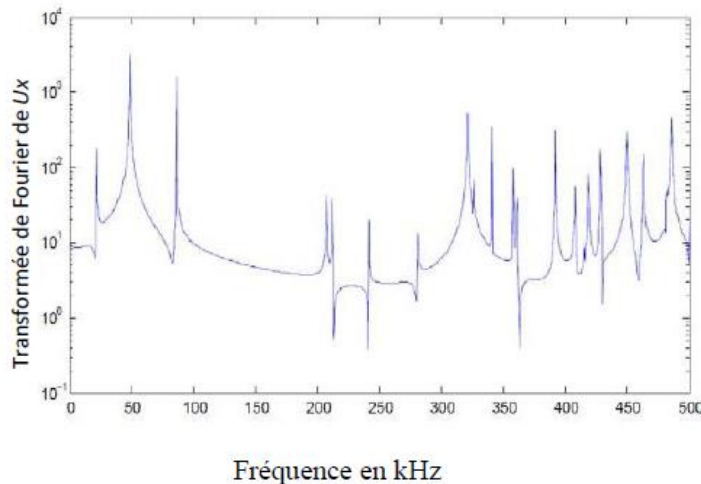


Figure III.3: Exemple de spectre de transmission dans un cristal phononique bidimensionnel pour un vecteur d'onde fixé [2].

III.5.3. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION

En acoustique, la transmission est la capacité de l'onde acoustique à traverser une structure périodique à une fréquence donnée. Elle se calcule en mettant en place une source générant des ondes acoustiques à large bande de fréquences, puis en va enregistrer les valeurs de champ de déplacement en fonction du temps. Afin de comprendre le processus de calcul du Coefficient de transmission, nous prendrons l'exemple du cristal phononique 2D de la figure III.4 ci-dessous. Le cristal est formé de cylindres en aluminium arrangés dans une matrice d'époxy suivant une périodicité carrée dans les deux directions X et Y de l'espace et infiniment longs suivant l'axe Z [2].

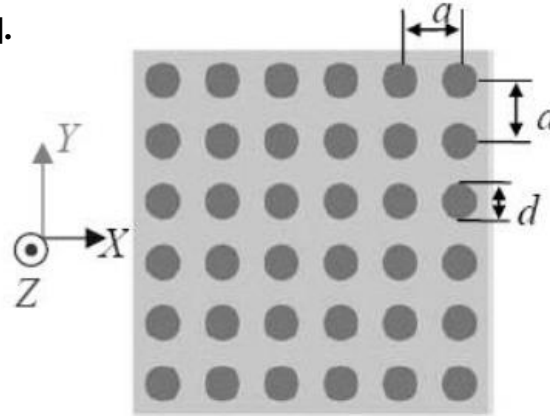


Figure III.4 : Cristal phononique 2D constitué de cylindres en aluminium disposés Périodiquement suivant un réseau carré dans une matrice d'époxy

Pour calculer le coefficient de transmission, on commence d'abord par choisir une direction de propagation qui définira l'arrangement des cylindres vus par l'onde élastique afin d'étudier sa transmission dans cette direction. Ensuite, une rangée de cylindres suffisamment nombreux est choisie afin d'avoir une bonne interaction entre l'onde et la structure. A tout cela, les conditions aux limites périodiques sont ajoutées sur les frontières dont la normale est perpendiculaire à la direction de propagation. Des domaines absorbants (PML) sont aussi joints aux frontières perpendiculaires à la direction de propagation afin d'éliminer les phénomènes de réflexion de l'onde sur les bords (figure III.5) [2].

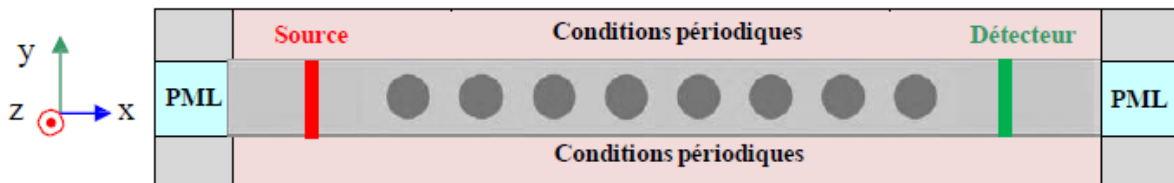


Figure III.5: Le modèle adopté pour le calcul du coefficient de transmission du cristal phononique de la figure III.4

Dans l'exemple présenté ci-dessus, la direction de propagation choisie est suivant X et les domaines absorbants utilisés sont de type PML. Avant de continuer le calcul du coefficient de transmission, nous allons présenter brièvement ce type de condition absorbante.

III.5.4. CONDITIONS AUX LIMITES PML (PERFECTLY MATCHED LAYER)

En simulation numérique, les domaines conçus ne peuvent pas être infinis, donc, il est nécessaire de placer des couches absorbantes aux frontières du domaine étudié PML (**Perfectly Matched Layer**). L'objectif est de pouvoir empêcher l'onde de se réfléchir au niveau de ces frontières. Les ondes passent ainsi l'interface entre le domaine Non PML et le domaine PML et sont absorbées au niveau de ce dernier [2].

III.5.5. COEFFICIENT DE TRANSMISSION

Une fois que les domaines de propagation de l'onde sont bien définis, que les conditions aux limites périodiques sont introduites et les domaines PML définis aussi, une excitation de l'onde acoustique à large spectre est produite au niveau de la source. Au fur et à mesure de l'avancement des itérations temporelles, cette onde traverse le CP, puis elle est interceptée au niveau du détecteur. A ce niveau, l'évolution temporelle du champ de déplacement est enregistrée en fonction du temps, et le spectre du signal est calculé par transformée de Fourier, ce qui permet de tracer le coefficient de transmission en fonction de la fréquence.

La figure III.4 présente un exemple de résultat de calcul du coefficient de transmission pour des ondes planes. Elle révèle la présence de deux principales bandes interdites phononiques situées aux intervalles de fréquences [90kHz, 210kHz] et [224 kHz, 257 kHz] [2].

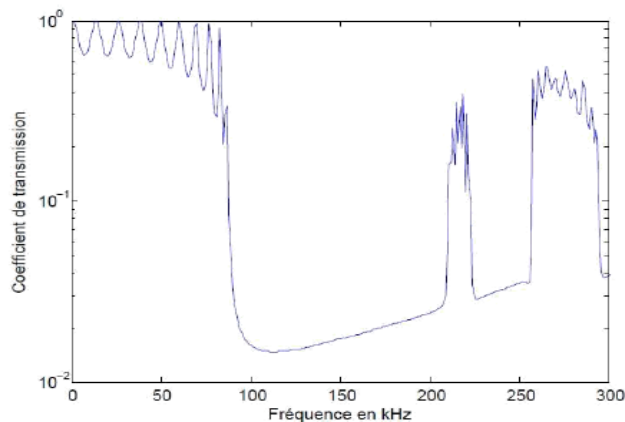


Figure III.6: Coefficient de transmission des ondes planes en fonction de fréquences pour une structure à CP2D composée de cylindres d'acier dans une matrice d'époxy [2].

III.5.6. AVANTAGES ET LIMITATIONS DE LA METHODE FDTD

D'opérations arithmétiques mises en œuvre à chaque itération est faible. Elle met en jeu, des concepts et des outils de résolutions élémentaires, cette méthode permet de :

- Obtenir en une seule simulation des informations temporelles et spectrales sur une structure.
- Offrir la possibilité d'obtenir la distribution du champ à différents temps.
- Modéliser des structures aux géométries complexes dont les matériaux peuvent être anisotropes ou inhomogènes.

La méthode FDTD nécessite l'utilisation d'une grille cartésienne ; cela entraîne des difficultés pour faire des La méthode FDTD est relativement simple à mettre en œuvre et rapide puisque le nombre raffinements locaux. En particulier, les géométries courbées doivent être approchées par des courbes en escalier. La FDTD possède des limitations telles que :

- Le schéma de Yee impose une discrétisation en mailles régulières.
- Il faut des longueurs d'arêtes entre $\lambda /16$ et $\lambda /20$ pour avoir la convergence en maillage.
- Il est difficile de prendre en compte des matériaux dispersifs.

Les conditions aux limites approchées introduisent une approximation qui peut avoir une influence sur la précision du calcul.

- La FDTD étant un schéma explicite, le pas temporel maximal est relié au pas spatial par une condition de stabilité.

- Le pas de maillage et par conséquent le pas sur le temps sont liés à la plus petite longueur d'onde λ considérée. Un maillage typique aura au moins 10 mailles par longueur d'onde pour garantir une précision acceptable sur la solution. Donc, pour traiter un objet de taille 100λ , il faudra un maillage $1000 \times 1000 \times 1000$, soit 6 milliards d'inconnues scalaires, d'où un coût mémoire très important sur de gros maillages.

Le principal inconvénient de la FDTD est qu'elle nécessite de longs temps de calculs et un espace mémoire important, en particulier pour les calculs 3D [2].

III.6. LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis, appelée aussi FEM (*Finit Element Method*), est largement utilisé dans la simulation numérique pour la résolution des équations aux dérivées partielles, décrivant les phénomènes physiques. Cette technique est utilisée au départ dans les problèmes liés aux structures mécaniques lesquels nécessitent la recherche des solutions de contraintes et de déformations dans un milieu élastique. Elle est appliquée aussi dans le cas de l'étude de la propagation des ondes acoustiques / élastiques dans les cristaux phononiques. Parmi

ses applications en phononique est le calcul des courbes de dispersion d'un cristal phononique 2D formé d'inclusions cylindriques dans une plaque [27]. L'ouverture de bandes interdites ainsi que le guidage des ondes élastiques dans ces structures à inclusions ont été aussi étudiés par Djafari-Rouhani *et al* [28] en utilisant la méthode des éléments finis. T. Chen et T-T. Wu [29] se sont intéressés aussi aux structures de bandes et au guidage des ondes élastiques, mais dans un nouveau type de CP constitué de cylindres déposés périodiquement sur une plaque d'aluminium. Dans toutes ces études, la FEM a montré son efficacité en termes de convergence et de temps de calcul, comparée à la PWE, notamment dans le cas des plaques finies.

III.6.1. PRINCIPE GENERAL

La méthode des éléments finis est adaptée pour résoudre presque tous les types d'équations aux dérivées partielles régissant un problème physique quelconque, en particulier les équations relatives à la propagation des ondes élastiques. Pour une onde acoustique ou élastique se propageant dans un milieu cubique ou isotrope, les équations de propagation s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} -\rho\omega^2 u_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ -\rho\omega^2 u_y = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial y} + c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{12} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ -\rho\omega^2 u_z = \frac{\partial}{\partial x} \left(c_{44} \frac{\partial u_x}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{44} \frac{\partial u_y}{\partial z} + c_{44} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(c_{12} \frac{\partial u_x}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial u_y}{\partial y} + c_{11} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

ce système d'équations sont ajoutées les conditions aux limites qui contraignent les solutions recherchées [1].

III.6.2. FORMULATION VARIATIONNELLE OU FORME FAIBLE

Afin de décrire plus aisément la méthode des éléments finis, nous partirons d'une formulation plus générale en écrivant le système (III.2) plutôt sous la forme suivante :

$$-\nabla \cdot (C\nabla u) = \omega^2 u \quad (\text{III.13})$$

En principe de la méthode des éléments finis peut se résumer comme suit :

- L'écriture sous la forme variationnelle : les équations aux dérivées partielles sont écrites sous une forme variationnelle vérifiée pour des fonctions test appartenant à un espace Vectoriel bien défini.
- La discrétisation : la solution du problème variationnel est décomposée dans la base d'un

espace vectoriel de dimension finie. Les éléments de cette base sont appelés les fonctions de forme. La formulation variationnelle du problème est ensuite exprimée en fonction des fonctions de forme de l'espace, et le système est finalement écrit sous forme matricielle. La résolution du système matriciel permet d'obtenir la fonction solution du problème [2].

III. 6.3. MAILLAGE, FONCTIONS DE FORME ET RESOLUTION

La résolution du problème se fait dans un espace V de fonction bien défini à dimension infinie. Pour le calcul numérique, l'étape suivante consiste à choisir un sous-espace vectoriel de travail, de dimension finie N , inclus dans V . L'espace d'approximation V_N est construit par la mise en place d'un maillage du domaine. Le maillage est un découpage du domaine de résolution W en un nombre fini de sous domaines disjoints deux à deux et définis par des points appelés noeuds. Les bords de ces sous domaines définissent un réseau de frontières liant ces noeuds dans tout le domaine compact W [2].

III.6.4. CONVERGENCE

La convergence de la solution dépend de la construction de l'espace d'approximation V_N . Plus la dimension N de ce dernier est grande, plus l'espace de décomposition est grand, et meilleure est l'interpolation de la solution qui se rapproche de la solution recherchée sur V . Au niveau du maillage, l'augmentation des éléments de la base de l'espace V implique un plus grand nombre de noeuds, et donc des sous domaines du maillage car, au moins une fonction de forme (élément de base de V_N) est associée à chaque noeud. En somme, plus le maillage n'est fin et bien distribué dans le domaine, mieux la solution est approchée.

Par ailleurs, le maillage est d'une importance capitale dans la méthode des éléments finis. En effet, le choix de la forme des sous-domaines du maillage ainsi que les fonctions de forme sont déterminants dans le degré d'approximation souhaité pour la solution recherchée.

Aussi, il est très utile de prédire la forme et les variations de la fonction solution afin de déterminer le maillage le plus adapté pour mieux l'approcher. D'un autre côté, plus le nombre d'éléments du maillage est grand, plus le temps nécessaire au calcul de la solution est long, du fait de l'augmentation du nombre de fonctions de forme, et par conséquent des matrices de rigidité et de masse. Malgré cela, cette méthode reste, dans beaucoup de configurations, plus efficace et rapide comparée à d'autres méthodes [2].

III.7. METHODE DE DIFFUSION MULTIPLE

La méthode de diffusion multiple (**MSM**) découla de la méthode Koring- Kohn-Rostoker (**KKR**), développée initialement pour le calcul de la structure électronique des solides. Le succès de cette méthode réside dans le calcul des structures de bandes électroniques et électromagnétiques. Son application a été étendue à des problèmes acoustiques ou élastiques, pour calculer les structures de bande phononique. Elle est également susceptible de calculer la transmission de ces ondes dans les matériaux composites à structure périodiques et aléatoires ; ce qui n'est pas le cas pour la méthode de développement en ondes planes, alors que la MSM semble être numériquement efficace.

Dans un système périodique ou aléatoire formé de tiges (diffuseurs), par exemple, parallèles à une direction donnée, de section quelconque (circulaire, carré, rectangulaire, elliptique...) insérées dans une matrice, l'onde incidente sur chaque diffuseur est la somme des ondes diffusées par tous les autres diffuseurs. D'où l'appellation diffusion multiple. Dans ce qui suit nous détaillons la méthode sur laquelle s'appuiera ce travail, éventuellement la méthode de développement en ondes planes (**PWE**) [2].

CONCLUSION

Les méthodes PWE, MSM, FEM, FDTD sont devenues des outils incontournables pour simuler le comportement mécanique des structures à cristaux phononiques lors d'une propagation d'onde acoustique dans un milieu élastique. Ainsi, à partir des équations de mouvement élastique, elles ont permis aux chercheurs d'accéder aux calculs des courbes de dispersion de ces systèmes ainsi que leurs coefficients de transmission d'onde acoustique / élastique. Chacune de ces méthodes numériques, ayant une formulation différente, présente des avantages et des inconvénients, et est plus ou moins adaptée à l'étude de tel ou tel autre système. Ainsi, le choix de la méthode de calcul se base essentiellement sur son degré de complexité et d'adéquation avec le système étudié, et dépend du comportement physique que l'on envisage d'observer, des objectifs fixés, et enfin des moyens de calculs.

Chapitre IV

**RESULTATS DE SIMULATIONS ET
DISCUSSIONS**

INTRODUCTION

Dans la plupart des cas l'intérêt d'un cristal phononique provient de sa capacité à interdire la propagation des ondes acoustiques ou élastiques. Il est donc hautement désirable de travailler avec un cristal qui présente la bande interdite la plus complète possible.

La création des défauts dans le cas des cristaux phononiques bidimensionnels s'effectue, soit par une modification locale des propriétés élastiques ou un changement de taille d'un motif du cristal (d'une inclusion), soit par le déplacement d'un de ces inclusions (défaut interstitiel), ou par l'insertion d'un diffuseur de propriétés élastiques différentes (dopant), ou encore par l'absence de l'un des motifs (défaut lacunaire).

Présence d'un défaut ponctuel peut conduire à l'existence de niveaux discrets d'énergies dans une bande interdite.

IV.1. PREMIERE STRUCTURE (à base de Niobate de lithium)

Pour étudier les propriétés notamment la largeur et la location des bandes interdites phononique souvertes. Nous avons considéré un cristal phononique 2D à réseau carré formé par des inclusions d'air percés dans une matrice de Niobate de lithium (LiNbO_3) comme il est représenté sur la figure IV.1.

Les figures IV.2(a) et (b) illustrent la cellule élémentaire et la première zone de Brillouin. Dans la structure considérée, le rayon des inclusions est $r = 1.44 \text{ mm}$, la période du réseau (le paramètre de maille) est $a = 3 \text{ mm}$.

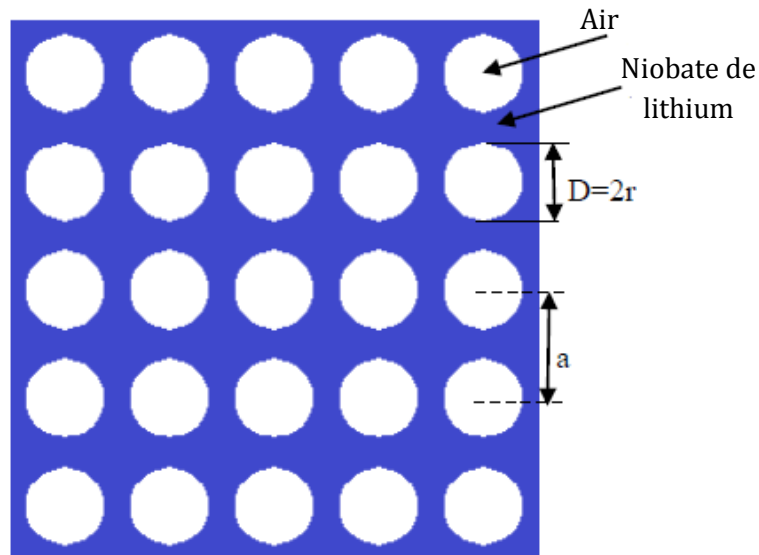


Figure IV.1 : Cristal phononique à deux dimensions constitué d'un ensemble de cylindres disposés en réseau périodique carré.

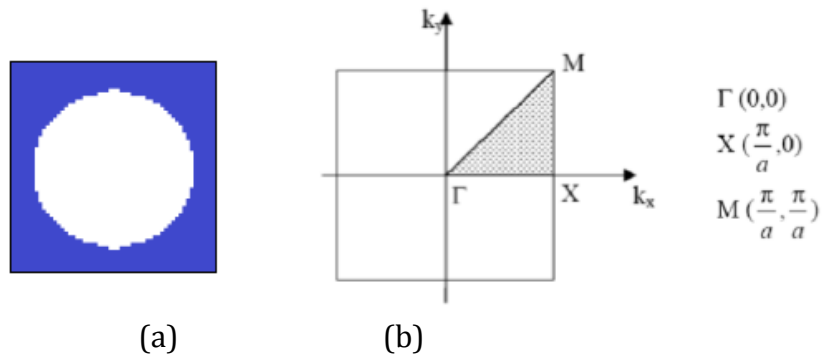


Figure IV.2 : (a) Cellule élémentaire, (b) Première zone de Brillouin

Les constantes d'élasticité de la matrice et des inclusions constituant du cristal 2D sont illustrées par le tableau IV.1

Matériau/constante	Niobatedelithium	Air
Masse volumique (Kg/m³)	4674	1.3
Module de Young (GPa)	170	0.001
Vitesse longitudinale (m/s)	6574	343
Vitesse transversale (m/s)	4030	0

Tableau IV.1 : Constantes élastiques des matériaux utilisés

En utilisant un code écrit en Matlab de la méthode des ondes planes PWE, nous avons obtenu le diagramme de bandes illustré sur la figure IV.3.

IV.1.1. INFLUENCE DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Il est intéressant d'étudier l'influence des paramètres géométriques sur les variations de la bande interdite phononique avant de passer à la réalisation d'une telle application; c'est à dire: l'effet du rayon des inclusions d'air « r » et l'effet de la période a du réseau.

a. Influence de la période du réseau :

Pour étudier l'influence de la période « a » sur la bande interdite photonique, nous avons considérés la structure décrite précédemment où le diamètre des inclusions d'air est $D=2.88\text{mm}$ puis on fait varier la période tout en gardant les mêmes valeurs des paramètres élastiques pour les deux matériaux du cristal phononique. La figure IV.3 donne le diagramme de bande pour deux valeurs de la période.

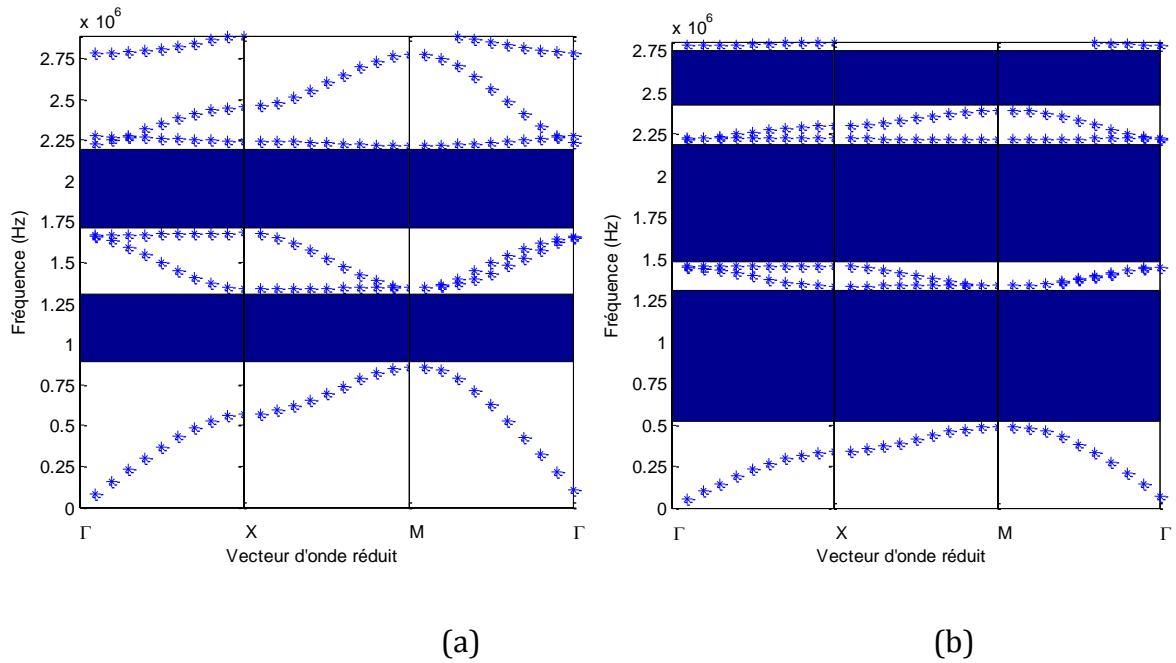


Figure IV.3 : Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $a= 3.0$ mm, (b) Pour $a= 3.1$ mm

Le tableau IV.2 représente les variations de la fréquence inférieure, de la fréquence supérieure, de la fréquence centrale et de la largeur de la première bande interdite.

Période en(mm)	f_{inf} (HZ)	f_{sup} (HZ)	f_c (HZ)	Δf (HZ)
2.95	1.03E+06	1.34E+06	1.18E+06	3.07E+05
2.98	9.32E+05	1.34E+06	1.13E+06	4.06E+05
3	8.60E+05	1.34E+06	1.10E+06	4.77E+05
3.02	7.86E+05	1.34E+06	1.06E+06	5.52E+05
3.04	7.09E+05	1.34E+06	1.02E+06	6.28E+05
3.06	6.33E+05	1.34E+06	9.85E+05	7.05E+05
3.08	5.60E+05	1.34E+06	9.49E+05	7.78E+05
3.1	4.90E+05	1.34E+06	9.14E+05	8.48E+05
3.12	426280.4236	1337721.126	8.82E+05	9.11E+05
3.15	342313.7233	1337716.748	8.40E+05	9.95E+05

Tableau IV.2 : Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes

Sur la figure IV.4, nous avons tracé les variations de la largeur, la fréquence inférieure, la limite supérieure et la fréquence centrale de la première bande interdite. Les courbes de la figure IV.4 montrent bien que plus la période augmente, la largeur augmente.

Alors que la fréquence supérieure reste constante, cependant, la fréquence centrale et la fréquence inférieure diminuent.

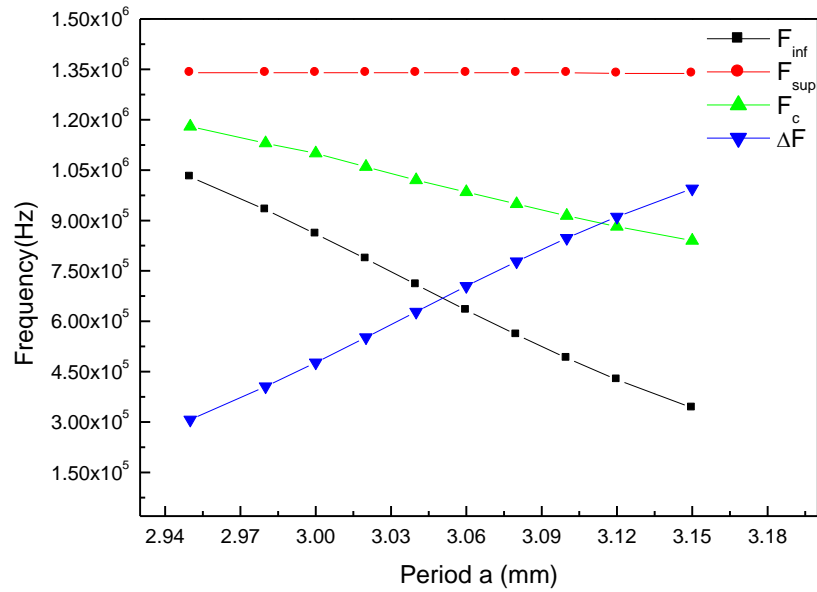


Figure IV.4 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la période du réseau carré « a »

b. Influence du rayon des inclusions

Pour voir l’influence du rayon « r » des inclusions d’air sur les caractéristiques des bandes phonique ouvertes, on va fixer d’abord les propriétés physiques des deux matériaux et la période du réseau à la valeur (a=3 mm). Ensuite, on va effectuer une série de simulations en changeant le rayon r des inclusions d’air. Puis, en utilisant le même code de la méthode des ondes planesPWE après modification on va calculer les bandes interdites ouvertes pour chaque valeur du rayon r.

La figure IV.5, illustre le diagramme des bandes pour deux valeurs du rayon des inclusions d’air.

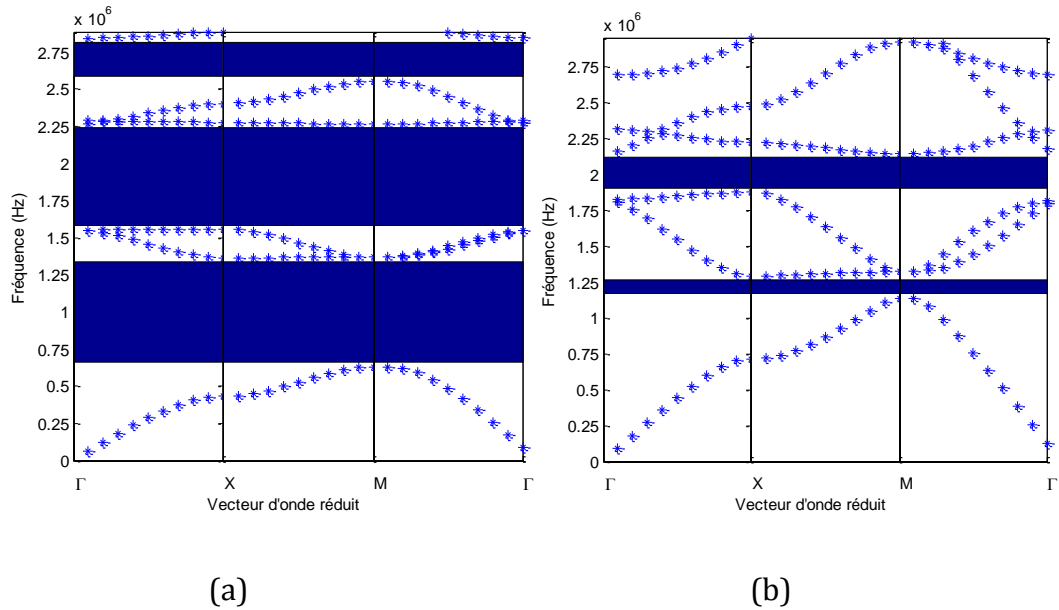


Figure IV.5: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $r= 1.41$ mm, (b) Pour $r= 1.49$ mm

Le tableau IV.3, représente les propriétés de la première bande interdite ouverte ainsi que la longueur d'onde centrale de la structure connectée étudiée.

Rayon en (mm)	f_{inf} (HZ)	f_{sup} (HZ)	f_c (HZ)	Δf (HZ)
1.4	5.55E+05	1.38E+06	9.65E+05	8.21E+05
1.41	6.32E+05	1.37E+06	9.99E+05	7.34E+05
1.42	7.10E+05	1.36E+06	1.03E+06	6.46E+05
1.43	7.87E+05	1.35E+06	1.07E+06	5.60E+05
1.44	8.60E+05	1.34E+06	1.10E+06	4.77E+05
1.45	9.28E+05	1.33E+06	1.13E+06	4.01E+05
1.46	9.89E+05	1.32E+06	1.15E+06	3.30E+05
1.47	1.04E+06	1.31E+06	1.18E+06	2.67E+05
1.48	1092780.216	1301612.149	1.20E+06	2.09E+05
1.49	1136522.897	1292887.291	1.21E+06	1.56E+05
1.5	1175825.894	1284282.654	1.23E+06	1.08E+05

Tableau IV.3 : Influence du rayon des inclusions «r » sur les propriétés des bandes phononiques interdites.

Sur la figure IV.6, nous avons reporté les résultats obtenus concernant la variation de la largeur et la position de la première bande en fonction du diamètre des inclusions pour différentes valeurs du rayon. On peut constater d'une part, que la largeur des bandes diminue. Alors que la fréquence supérieure, la fréquence centrale et la fréquence inférieure augmentent avec le rayon.

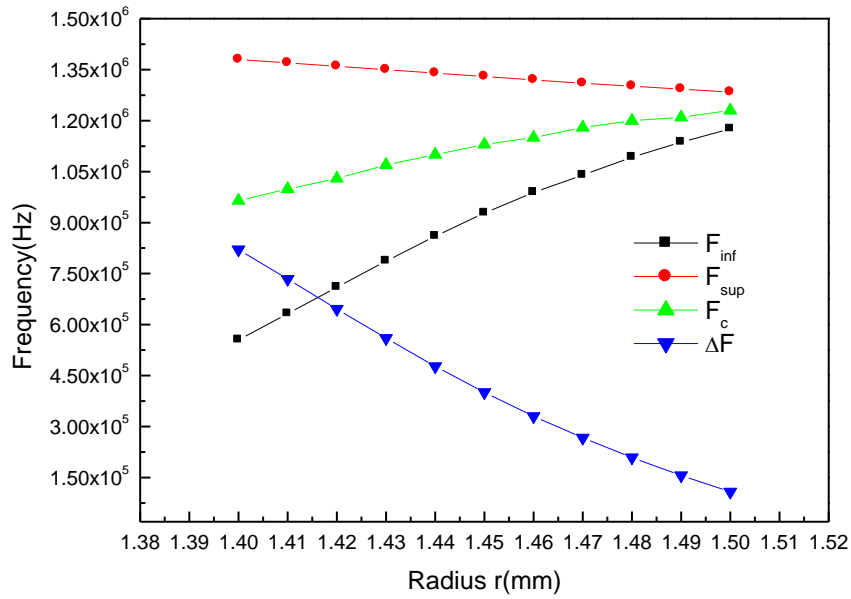


Figure IV.6 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de surface cercle

c. Influence de la fraction de remplissage

Le calcul des diagrammes de bande vus précédemment nous renseigne sur les propriétés (la position et la largeur) des bandes interdites phononiques. Cependant, pour une structure donnée, on peut définir un facteur appelé facteur de remplissage ou fraction de remplissage. Cette dernière représente le rapport entre la surface occupée par l’inclusion sur la surface de la cellule élémentaire. Pour la structure carré de côté a ce facteur de remplissage est donné par :

$$ff = \pi.r^2/a^2.$$

La figure IV.7, représente les variations des bandes ouvertes en fonction du facteur de remplissage pour la structure considérée. D’après les résultats obtenus on remarque que l’ouverture des bandes interdites est réalisée pour des facteurs de remplissages déterminés ; il est compris entre 0.42 et 0.72.

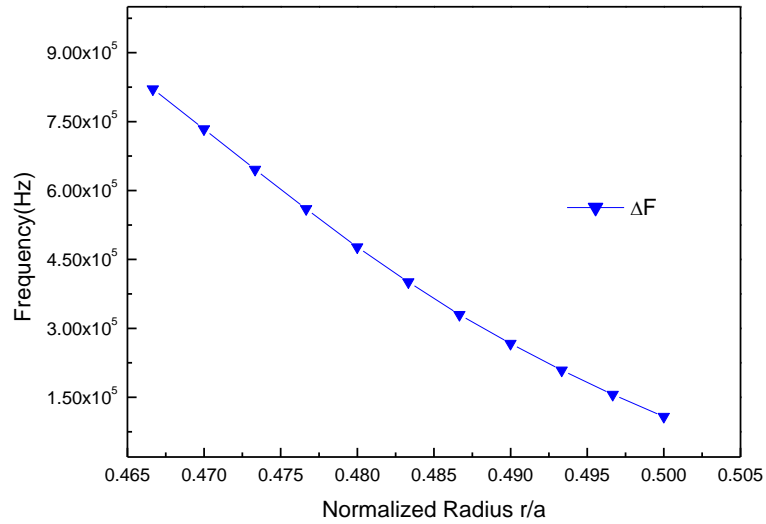


Figure IV.7 : Variations de la largeur de la bande phononique ouverte en fonction de la fraction de remplissage

IV.1.2. INFLUENCE DES PARAMETRES PHYSIQUES

a. Influence de la vitesse de propagation

Pour étudier l’influence du contraste dans la vitesse de propagation des ondes sonores dans un cristal phononique 2D, il est nécessaire de fixer les autres paramètres géométriques et la masse volumiques. Ensuite, nous avons réalisé une série de simulation en utilisant le même code pour différents matériaux de matrice c'est-à-dire pour différentes vitesse de propagation longitudinale V_L (m/s). La figure IV.8, illustre le diagramme des bandes pour deux valeurs de la vitesse de propagation.

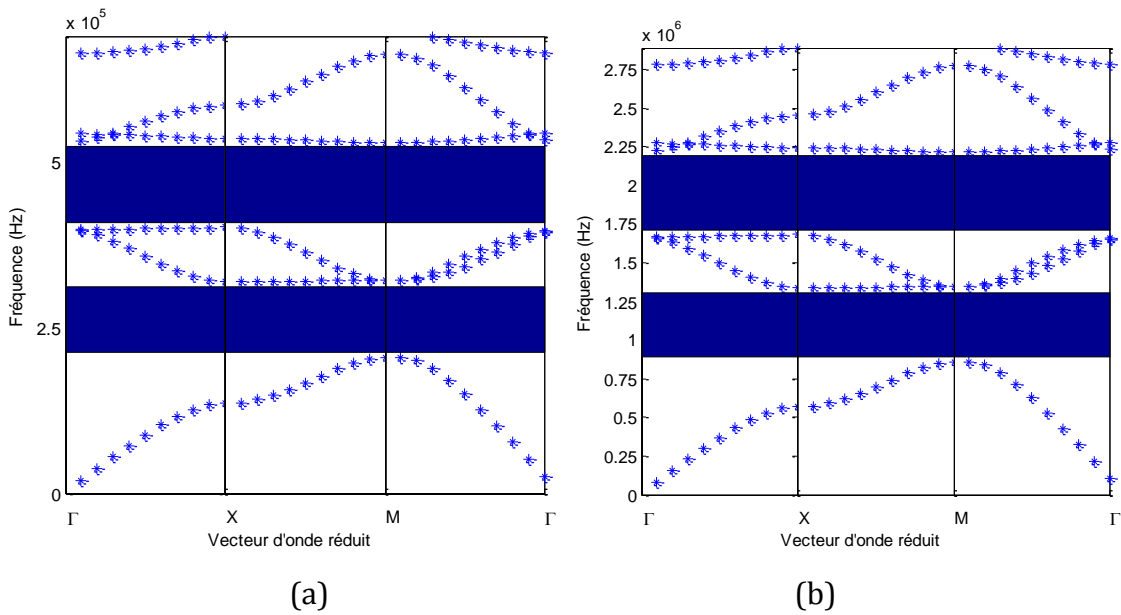


Figure IV.8: Diagramme de bandes dans le cas d’un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $\Delta V_L= 1000$ m/s (b) Pour $\Delta V_L= 6000$ m /s

Sur la figure IV.9, nous avons reporté les variations de la bande interdite phononique en fonction de la vitesse de propagation longitudinale de la matrice. Ces résultats sont obtenus en modifiant le même code en Matlab de la méthode des ondes planes PWE. D'après les courbes, on peut conclure que plus la vitesse de propagation augmente, les fréquences limites supérieure, inférieure et la fréquence centrale f_c augmentent.

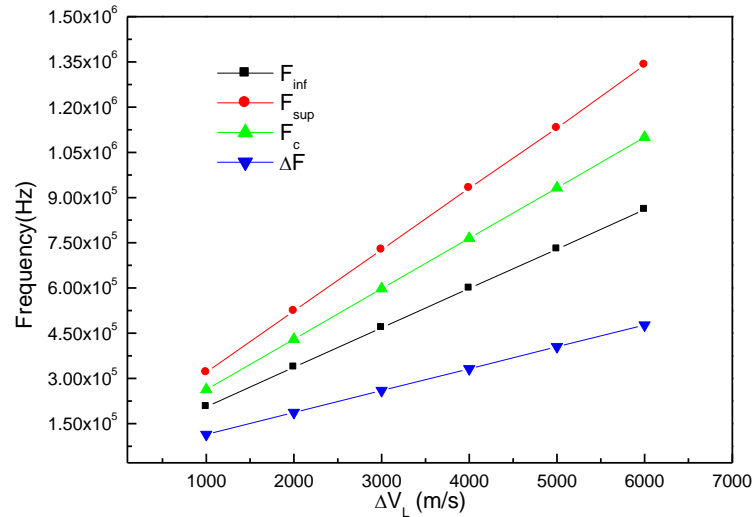


Figure IV.9 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation.

b. Influence de la masse volumique

De la même façon que dans le paragraphe précédent, pour étudier l'influence du contraste dans la masse volumique défini par ($\rho_{inclusion} / \rho_{matrice}$) ou ($\rho_{inclusion} - \rho_{matrice}$) nous avons fixé tout d'abord les paramètres géométriques (la période $a=3$ mm et le rayon $r=1.44$ mm) et la vitesse de propagation dans la matrice. Ensuite, nous avons appliqué le même code pour différents matériaux de masse volumique $\rho_{inclusion}$ et $\rho_{matrice}$.

Les différents résultats que nous avons obtenus sont reportés dans le tableau IV.4.

$\Delta\rho$ (kg/m ³)	f_{inf} (HZ)	f_{sup} (HZ)	f_c (HZ)	Δf (HZ)
4000	1132026.822	1312222.866	1.22E+06	1.80E+05
4100	1.11E+06	1.32E+06	1.21E+06	2.09E+05
4200	1.08E+06	1.32E+06	1.20E+06	2.42E+05
4300	1.04E+06	1.32E+06	1.18E+06	2.79E+05
4400	1.01E+06	1.33E+06	1.17E+06	3.21E+05
4500	9.61E+05	1.33E+06	1.15E+06	3.70E+05
4600	9.08E+05	1.33E+06	1.12E+06	4.27E+05

Tableau IV.4 : Influence de la masse volumique sur les propriétés des bandes

La figure IV.10 illustre les propriétés de la bande phononique ouverte en fonction du

contraste dans la masse volumique entre les deux constituants du cristal phononique 2D.

D’après les résultats obtenus, il est clair que le contraste joue un rôle important sur les propriétés de la bande ouverte (limite inférieure, limite supérieure et largeur de la bande).

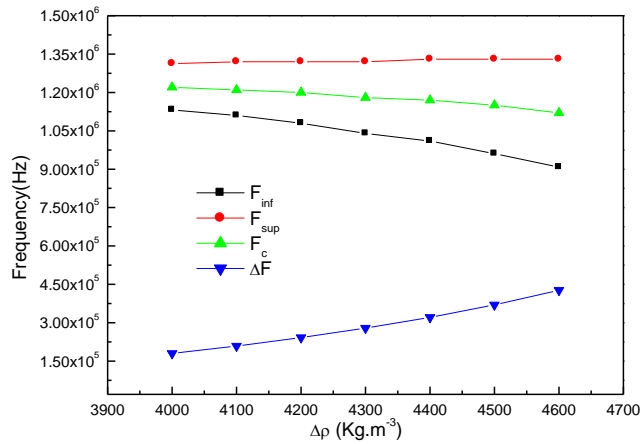


Figure IV.10: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du contraste dans la masse volumique en Kg/m³

IV.2. DEUXIEME STRUCTURE (à base de Silicium)

Dans cette section on va étudier une seconde structure à bandes interdites phononiques de type connectée.. La structure considérée dans ce cas est un cristal phononique bidimensionnels à réseau carré, composée de trous d’air plongés dans une matrice de silicium. La figure IV.11 montre le schéma en dessus de la structure considérée.

Dans la structure considérée, le rayon des inclusions est $r = 1.44$ mm, la période du réseau (le paramètre de maille) est $a = 3$ mm.

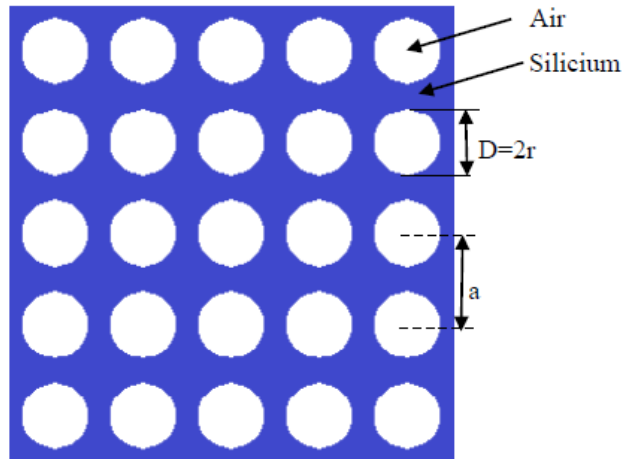


Figure IV.11: Cristal phononique à deux dimensions constitué d’un ensemble de cylindres disposés en réseau périodique carré.

Les constantes d’élasticité de la matrice et des inclusions d’air constituant le cristal sont illustrées dans le tableau IV.5.

Matériau/constante	Silicium	Air
Masse volumique (Kg/m ³)	2333	1.3
Module de Young (GPa)	107	0.0001
Vitesse longitudinale (m/s)	5844	343
Vitesse transversale (m/s)	3500	0

Tableau IV.5: Constantes élastiques des matériaux constituant le cristal phononique 2D

En utilisant un code de la méthode des ondes planes PWE écrit en Matlab, nous avons obtenu le diagramme de bandes illustré sur la figure IV.9. D'après ce diagramme, il est clair que le cristal phononique 2D considéré présente quatre bandes interdites dans la gamme des fréquences d'ultrasons; la première située entre 0.7570 et 1.1891 Mhz, la seconde entre 1.5015 et 1.9738 Mhz et la troisième bande s'étend entre 2.5848 et 2.7176 Mhz.

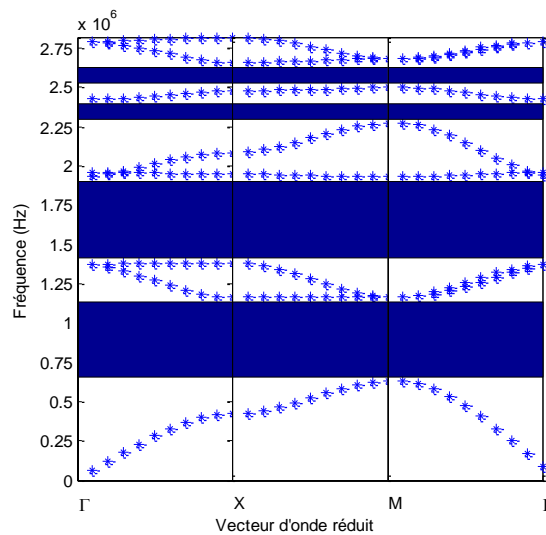


Figure IV.12: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D.

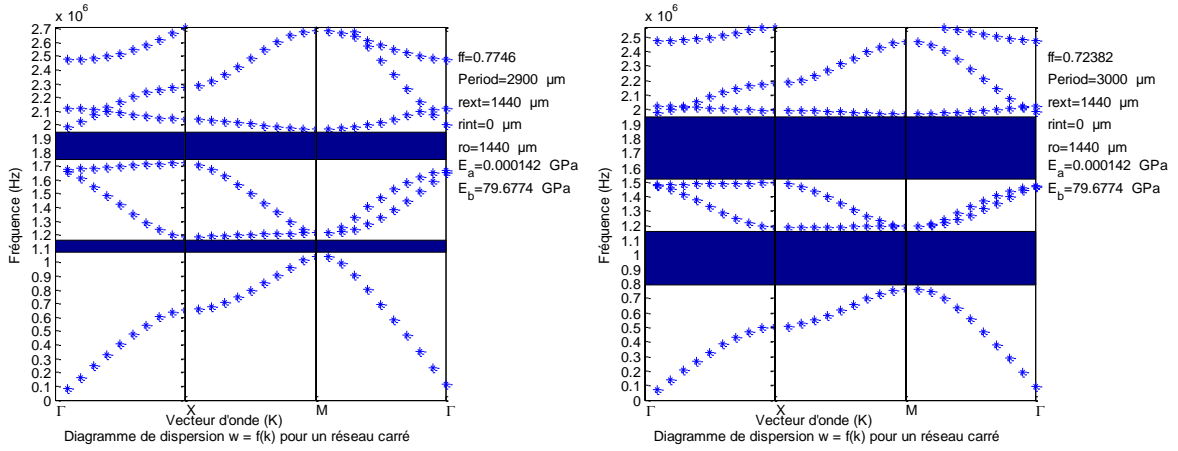
IV.2.1. EFFET DES PARAMETRES GEOMETRIQUES

Avant de passer à une application, il est nécessaire d'étudier l'effet des paramètres géométriques et physiques sur les variations de la bande interdite phononique. Dans ce qui suit on va étudier l'effet du rayon des inclusions d'air « r » et l'influence de la période du réseau « a » sur les caractéristiques des bandes ouvertes.

a. effet de la période du réseau

Pour étudier l'influence de la période « a » sur la bande interdite photonique, nous avons fixé le diamètre des inclusions d'air ($r=1.44$ mm) de la structure considérée, puis on fait

varier la période tout en gardant les mêmes valeurs des paramètres élastiques pour les deux matériaux du cristal phononique. La figure IV.13 donne le diagramme de bande pour deux valeurs de la période $a=2.9$ mm et $a=3$ mm.



(a) (b)

Figure IV.13: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $a= 2.9$ mm, (b) Pour $a=3.1$ mm.

Les calculs de la fréquence inférieure, supérieure, centrale et la largeur de la première bande interdite sont donnés dans le tableau IV.6 .

Période en (mm)	f_{inf} (HZ)	f_{sup} (HZ)	f_c (HZ)	Δf (HZ)
2.9	1.04E+06	1.19E+06	1.12E+06	1.45E+05
2.92	9.96E+05	1.19E+06	1.09E+06	1.93E+05
2.95	9.17E+05	1.19E+06	1.05E+06	2.72E+05
2.98	8.29E+05	1.19E+06	1.01E+06	3.60E+05
3	7.66E+05	1.19E+06	9.77E+05	4.24E+05
3.02	6.99E+05	1.19E+06	9.44E+05	4.90E+05
3.05	5.98E+05	1.19E+06	8.93E+05	5.91E+05
3.08	4.99E+05	1.19E+06	8.44E+05	6.90E+05
3.1	437476.5005	1189126.365	8.13E+05	7.52E+05

Tableau IV.6: Influence de la période du réseau « a » sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes

Sur la figure IV.14, nous avons présenté les variations de la largeur, la fréquence inférieure, la limite supérieure et la fréquence centrale de la première bande interdite. D'après les courbes de la figure IV.14 on peut constater que plus la période augmente, la largeur, la limite supérieure, la limite inférieure et la fréquence centrale sont inversement proportionnels avec la période.

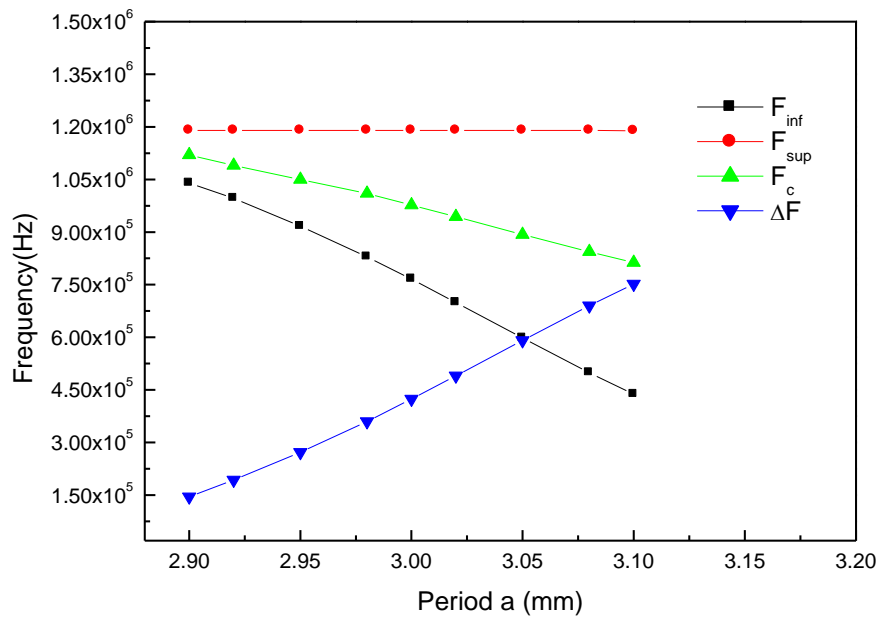


Figure IV.14: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la période du réseau carré « a »

b. Influence du rayon des inclusions

Pour voir l'influence du paramètre « r » sur les caractéristiques des bandes phononiques ouvertes, on va fixer d'abord la période du réseau à la valeur $a=3$ mm. Ensuite, on va changer le rayon r des inclusions. Puis, en utilisant le même code concernant la méthode des ondes planes PWE après modification, nous avons calculé les bandes interdites ouvertes pour chaque valeur du rayon r. Sur la figure IV.15, nous avons illustré le diagramme des bandes pour deux valeurs du rayon $r=1.4$ mm et $r=1.47$ mm.

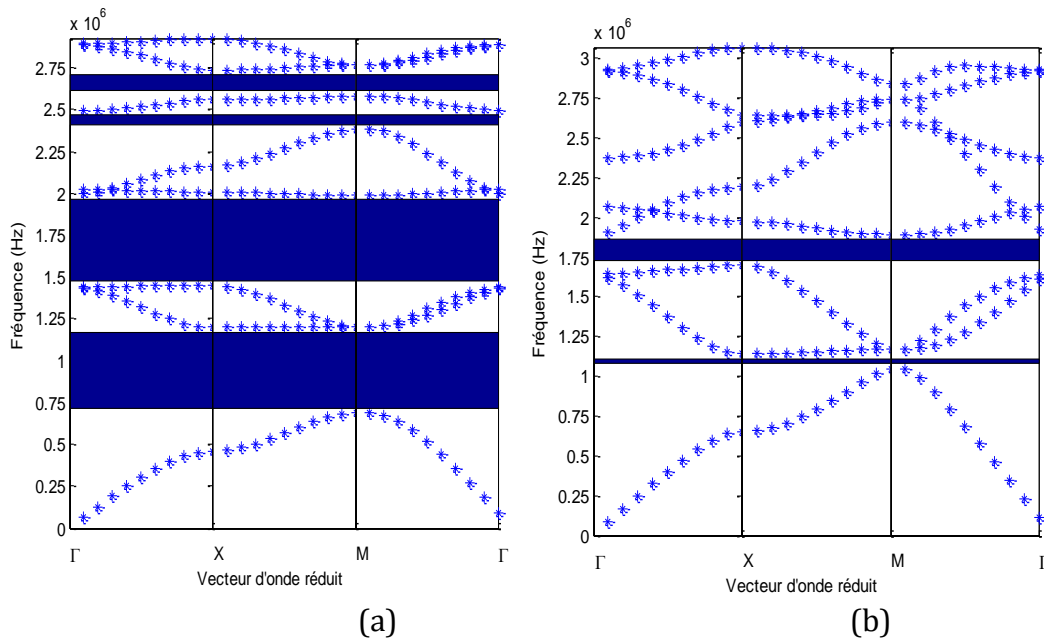


Figure IV.15: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $r= 1.40$ mm, (b) Pour $r= 1.47$ mm

Le tableau IV.7, représente les propriétés de la première bande interdite ouverte ainsi que la fréquence centrale de la structure étudiée.

Rayon (mm)	f_{inf} (HZ)	f_{sup} (HZ)	f_c (HZ)	Δf (HZ)
1.36	2.67E+05	1.26E+06	7.63E+05	9.92E+05
1.38	3.69E+05	1.24E+06	8.05E+05	8.72E+05
1.4	4.95E+05	1.22E+06	8.59E+05	7.28E+05
1.42	6.33E+05	1.21E+06	9.19E+05	5.73E+05
1.44	7.66E+05	1.19E+06	9.77E+05	4.24E+05
1.46	8.80E+05	1.17E+06	1.03E+06	2.93E+05
1.48	9.72E+05	1.16E+06	1.06E+06	1.85E+05
1.49	1.15E+06	1.19E+06	1.17E+06	3.98E+04
1.5	1045613.378	1141642.654	1.09E+06	9.60E+04

Tableau IV.7: Influence du rayon des inclusions «r» sur les propriétés des bandes phononiques ouvertes

Sur la figure IV.16, nous avons reporté les résultats obtenus concernant la variation de la largeur et la position de la première bande en fonction du diamètre des inclusions pour différentes valeurs du rayon. Il est clair que les bandes ouvertes se déplacent vers les fréquences supérieures. Par contre, la largeur des bandes est inversement proportionnelle au rayon des inclusions.

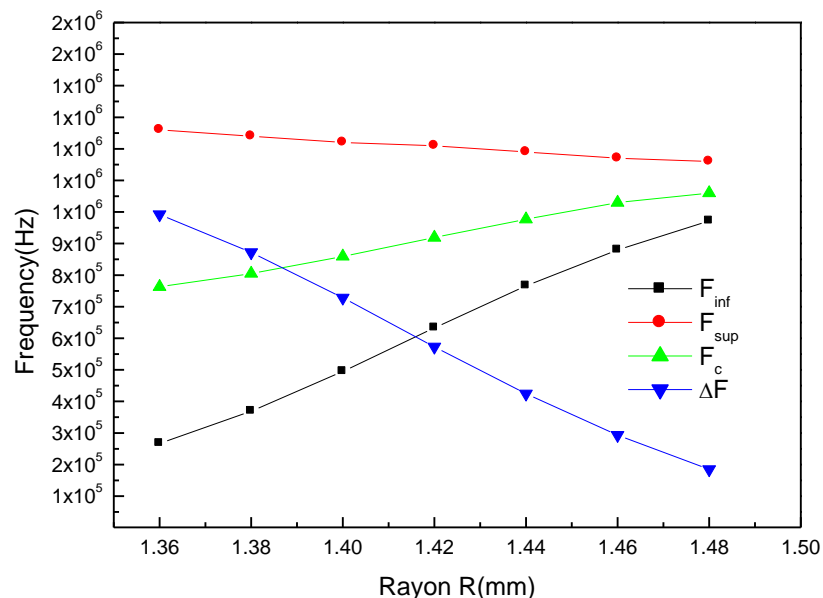


Figure IV.16: Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction du rayon « r » des inclusions de surface cercle

c. Influence de la fraction de remplissage

En pratique, il est préférable de travailler avec le facteur de remplissage au lieu des paramètres géométriques individuellement. Cependant, pour une structure donnée, on peut définir un facteur de remplissage comme étant le rapport entre la surface occupée par l'inclusion sur la surface de la cellule élémentaire. Ce facteur de remplissage pour une structure carrée de côté a est donné par :

$$ff = \pi \cdot \frac{r^2}{a^2}$$

La figure IV.17, représente les variations des bandes ouvertes en fonction du facteur de remplissage pour la structure considérée. D'après les résultats obtenus, on peut constater que l'ouverture des bandes interdites phononiques est réalisée pour des facteurs de remplissages compris entre 0.68 et 0.76.

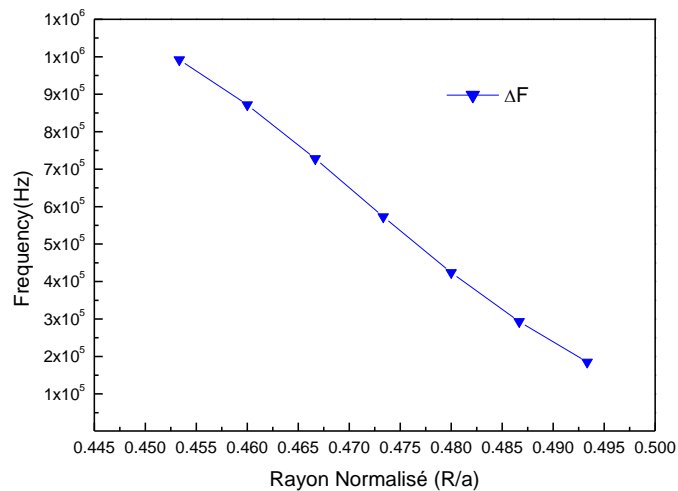


Figure IV.17: Variations de la largeur de la bande phononique ouverte en fonction de la fraction de remplissage.

IV.2.2. EFFET DES PARAMETRES PHYSIQUES

a. Influence de la vitesse de propagation

Pour étudier l'influence du contraste dans la vitesse de propagation des ondes sonores dans un cristal phononique 2D, il est nécessaire de fixer tout d'abord les autres paramètres géométriques et physiques. Ensuite, pour différents matériaux en tant que matrice, dont la vitesse de propagation longitudinale V_L (m/s) soit différente dans chacune matrice, nous avons simulé le diagramme de bande en utilisant le même code. La figure IV.18 donne le diagramme de bande pour deux vitesses longitudinales.

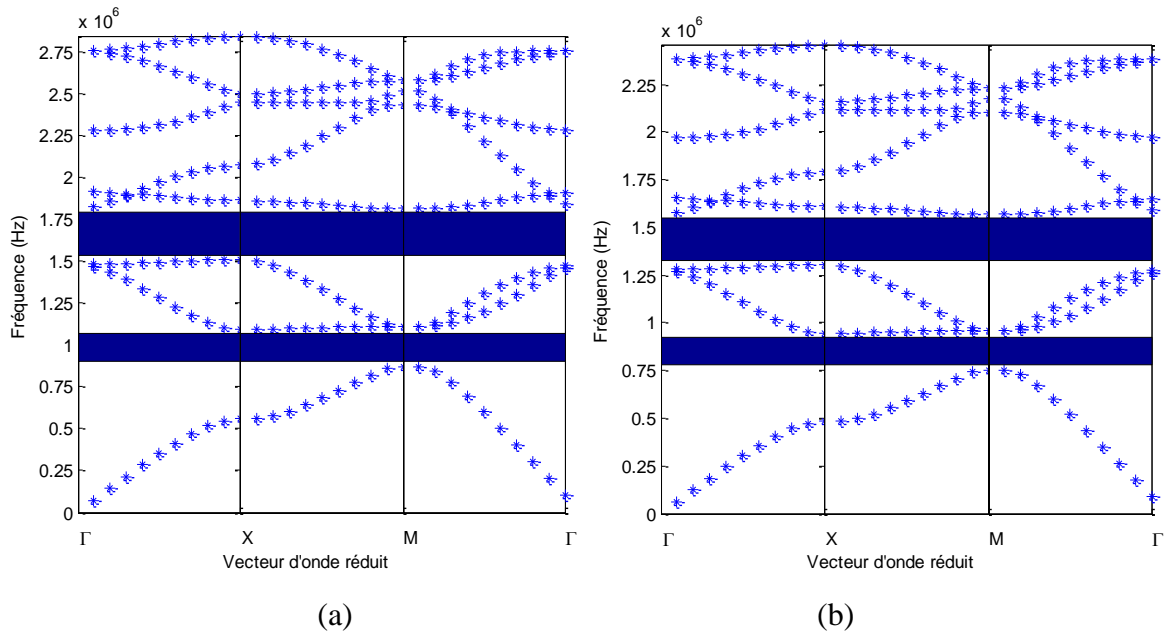


Figure IV.18: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $V= 4750$ m/s (b) Pour $V= 5500$ m/s

Sur la figure IV.19, nous avons reporté les variations de la bande interdite phononique en fonction de la vitesse de propagation longitudinale. Ces résultats sont obtenus en modifiant le même code en Matlab de la méthode des ondes planes PWE. D'après les courbes, on peut conclure que plus la vitesse de propagation augmente, les fréquences limites supérieures, inférieures et la fréquence centrale ainsi que la largeur augmentent.

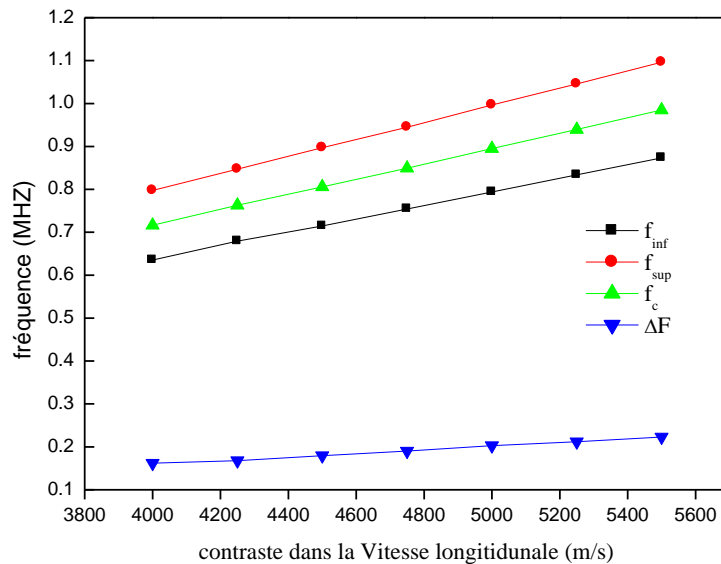


Figure IV.19 : Variations des propriétés des bandes phononiques en fonction de la vitesse de propagation

b. Influence de la masse volumique

De la même que dans la section IV.2, on définit le paramètre ($\rho_{inclusion} / \rho_{matrice}$) ou ($\rho_{inclusion} - \rho_{matrice}$) qui représente le rapport entre la masse volumique ou le contraste dans la masse volumique entre les inclusions et la matrice. Les autres caractéristiques géométriques des matériaux restent inchangées. Dans cette section, nous avons repris la structure connectée composée par des inclusions d'air dans une matrice de silicium. Ensuite, en gardant les paramètres géométriques ($a=3$ mm et le rayon $r=1.44$ mm) et en appliquant ce modèle pour différents matériaux de masse volumique ρ inclusion pour les inclusions et ρ matrice nous avons obtenus les mesures; Les différentes valeurs (limite inférieure, limite supérieure et largeur de la bande) sont obtenues après des modifications apportées au code en matlab de la méthode PWE.

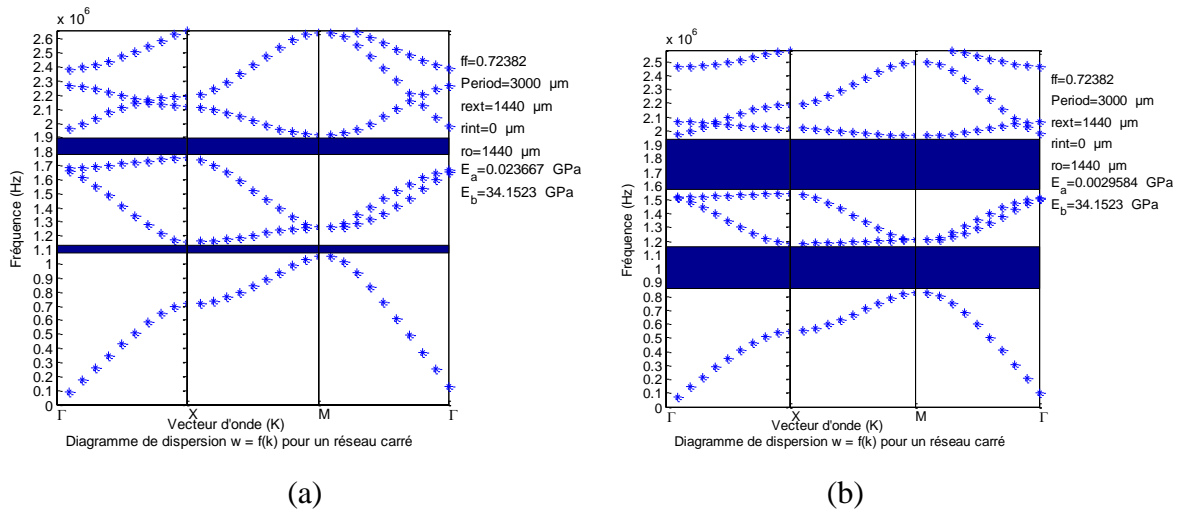


Figure IV.20: Diagramme de bandes dans le cas d'un cristal phononique 2D :
 (a) Pour $\Delta\rho= 800\text{Kg/m}^3$ (b) Pour $\Delta\rho= 950 \text{ Kg/m}^3$

$\Delta\rho$ (Kg/m3)	Δf (Hz)	F_{inf} (Hz)	F_{sup} (Hz)	F_c (Hz)
800	104503.7064	1053590.628	1158094.334	1105842.481
825	127601.9927	1034231.373	1161833.366	1098032.369
850	153642.911	1011973.467	1165616.378	1088794.923
875	482850.1454	686593.6186	1169443.764	928018.6913
900	217031.1589	956284.6242	1173315.783	1064800.204
925	256150.1069	921082.3602	1177232.467	1049157.414
950	856126.9306	1194339.89	338212.9594	1025233.41
975	356832.2144	828364.8898	1185197.104	1006780.997

Tableau IV.8: Influence du contraste dans la masse volumique.

Le tableau IV.8 illustre les propriétés de la bande phononique ouverte en fonction du contraste dans la masse volumique entre les deux matériaux du cristal phononique 2D. D'après les résultats obtenus, il est clair que le contraste joue un rôle important sur les propriétés de la bande ouverte.

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons eu l'occasion d'étudier la possibilité d'ouverture des bandes interdites dans le domaine fréquentiel des ondes acoustiques autour deux matériaux. Nous nous sommes intéressés à l'influence des paramètres géométriques notamment la période, le rayon et le facteur de remplissage d'une part et d'autre part des paramètres physiques en particulier la masse volumique et la vitesse de propagation longitudinale.

Les différents calculs des bandes interdites pour le modèle d'un cristal phononique 2D démontrent que pour obtenir une bande interdite autour d'une fréquence donnée, il est nécessaire de régler les paramètres géométriques, il faut bien choisir les constituants du cristal et d'autre part, il faut bien choisir la topologie du cristal phononique notamment le type du réseau et la forme des inclusions.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

En structurant périodiquement la matière, il est possible d'empêcher les ondes acoustique ou élastique de se propager dans certaines directions et gammes de fréquence. Ces réseaux périodiques constitués de matériaux composites sont qualifiés de cristaux phononiques. Ceux-ci ont fait de ce domaine de recherche un champ d'exploration exponentielle et en évolution permanente. Un grand nombre de structures périodiques a été étudié et des approches théoriques variées ont été employées. Toutes ont mis en évidence l'existence de propriétés physiques telles que la présence de bandes interdites, des bandes de fréquences où aucune propagation d'onde n'est permise dans ces structures. Cela offre de nombreuses applications allant de l'isolation acoustique au filtrage et traitement du signal en passant par les guides.

Dans ce travail, nous avons étudié et simulé la propagation des ondes acoustiques et élastiques à base de cristaux phononiques bidimensionnels en utilisant la méthode des ondes planes; nous avons considéré deux structures connectées à base de deux matériaux le Niobate de lithium et le Silicium.

En premier lieu, nous avons étudié l'influence des paramètres géométriques (le rayon des inclusions et la période du réseau) sur la largeur et la position des bandes interdites phononiques. Les simulations réalisées ont montré clairement l'ouverture des bandes interdites en fréquence au voisinage de 1 MHz. D'autre part, les variations de ces bandes interdites dépendent fortement de la topologie des structures.

En second lieu, nous avons simulé l'influence des constantes élastiques représentées par le contraste dans la masse volumique des constituants et la vitesse longitudinale sur les propriétés des bandes interdites phononiques. Les différents résultats de simulation ont montré clairement que la largeur et la position des bandes interdites sont liées au contraste de la vitesse longitudinale et au contraste de la masse volumique.

- [1] Hocine larbi «cristaux phononique et matemateriaux aux domaines du guidage -filtre et de l'isolation phonique », docteur deb l'université Lille 2 sciences et technologies 2011
- [2] M. oudich, « Contribution à l'étude des cristaux phononiques à résonance locale dans les régimes sonique et hypersonique : approches théorique et expérimentale », Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 4 novembre 2011 .
- [3] A. bougressi, mémoire de magister, université mouloud mammeri de tizi-ouzou, Application du concept des réseaux acoustiques à bandes interdites pour l'isolation sismique d'un site», Année 2013 .
- [4]Solie , L,P«surface acoustic wave reflective dot array (RDA) »,Applied physics letters ,vol 28,no. 8,(1976),pp420-422.
- [5]Achenbach .J .D et kitachara ,M , « Harmonique waves in a solid witha périodic dustribution of spherical cavities » the journal of the Acoustical society of America vol .81.no.3,(1987),pp.595-598.
- [6]Narayanamurti ,v .,stormer ,H.L, chin ,M ,A, Gossard, A.c et wiegmann ,W., «selective transmission .of high .fréquence phonons by -a- superlattice the "dielectric " phonon .filtre ,physical Review letters ,vol. 43,no27 ;(1974) , 2012-2016
- [7] Kushwaha, M.S., Halevi, P., Dobrzynski, L. et Djafari-Rouhani, B., "Acoustic band structure of periodic elastic composites", Phys. Rev. Lett. 71, 2022–2025 (1993).
- [8]Jaffre, T., "Caractérisation des matériaux à bande interdite électromagnétique multi-périodiques et leurs applications aux antennes", Thèse de doctorat - Université de Limoges, (2005).
- [9] Ho, K.M., Chan, C.T. et Soukoulis, C. M., Phys. Rev . Lett. 65, 3152, 1990.
- [10] Van Der Biest, F., "Diffusion multiple et renversement du temps ultrasonore dans des milieux périodiques et désordonnés ", Thèse de doctorat - Université de Paris 7, (Janvier 2006).

- [11] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, S. Ballandras, and V. Laude, "Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap.
- [12] D. A. Sinclair, D. A. Smith, Dark Field Acoustic Microscopy, Electron. Lett. 16, (1980)
- [13] Kushwaha, M.S., Halevi, P., Dobrzynski, L. et Djafari-Rouhani, B., "Acoustic band structure of periodic elastic composites", Phys. Rev. Lett. 71, 2022–2025 (1993).
- [14] W. HERIZ « Etude théorique de la propagation des ondes acoustique dans une membrane à cristal phononique bidimensionnels» mémoire de master université m'sila
- [15] S. kheffache, mémoire de magister, université mouloud mammeri, tizi-ouzou, «propagation d'ondes élastiques dans les cristaux phononiques bidimensionnels», 2011.
- [16] M. GORISSE, «Réalisation de filtres RF à base de cristaux phononiques, » docteur de l'université de Grenoble, 17 Novembre 2011.
- [17] Ecole doctorale :Sciences Pour l'Ingénieur (SPI),Equipe de recherche, Laboratoire Institut d'Electronique, de Micro-Electronique et de Nanotechnologie/Département d'Opto-Acousto-Electronique (IEMN/DOAE)
«Couplages acousto-optiques dans les cristaux photoniques et phononiques».
- [18] S. Bouhedja, doctorat d'état en physique, université mentouri constantine, «étude des vitesses des ondes de surface et de l'atténuation du mode de rayleigh via un capteur fonctionnant en champ noir » .
- [19] R. Houwink, Elasticity Plasticity and structure of matter, Cambridge University Press, London, (1971) .
- [20] sites.google.com/site/larefraction/upcoming-seminars.html .

- [21] T. Miyashita, and C. Inoue, Jpn. J. Appl. Phys. 40, 3488 (2001).
- [22] A. Khelif, B. Djafari-Rouhani, V. Laude, and M. Solal, J. Appl. Phys. 94, 7944 (2003)
- [23] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, Appl. Phys. Lett. 84, 4400 (2004).
- [24] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, and H. Larabi, Appl. Phys. Lett. 87, 261912 (2005).
- [25] P-F. Heisch, T-T. Wu, and J-H Sun, Trans. Ultrason. Ferro- electr. Freq. Control 53, 148 (2006).
- [26] J-H. Sun, and T-T. Wu, Phys. Rev. B 74, 174305 (2006).
- [27] A Khelif, B. Aoubiza, S. Mohammadi, A. Adibi, and V. Laude, Phys. Rev. E 74, 46610 (2006).
- [28] B. Djafari-Rouhani, J. O. Vasseur, A. C. Hladky-Hennion, P. Deymier, F. Duval, B. Dubus, and Y. Pennec, Photonics and Nanostruct. Fundament. and Applic. 6, 32 (2008).
- [29] T-C. Wu, T-T. Wu, and J-C Hsu, Phys. Rev. B 79, 104306 (2009)

ملخص :

إن انتشار الموجات في المواد المركبة، المختلة أو الدورية ، هو موضوع واسع جدا حيث تتقاطع عنده العديد من التخصصات الفيزيائية. إن البلورات الفونونية (خصوصا) هي أجسام صناعية دورية (أحادية ، ثنائية أو ثلاثية البعد) تتكون على الأقل من مادتين مرنتين. في الواقع و في شروط معينة، هذه المواد تتميز بظهور عصب من الترددات التي تحظر على الموجات المرنة و الصوتية الإنتشار في بعض الإتجاهات ونطاقات الترددات.

إن هذا العمل يهدف إلي دراسة انتشار الموجات الصوتية في المواد البلورية الفونونية ثنائية الأبعاد. لكن و قبل إنجاز وظائف حقيقية للتحكم في انتشار الموجات الصوتية و المرنة يجب إجراء دراسة طوبوغرافية و برامترية للخلية الأساسية لشبكة بلورية مثالية 2D (مربعة الشكل) من أجل تحديد العوامل التي تؤثر على خصائص العصبية المحرمة. **كلمات المفتاحية :** البلورات الفونونية ثنائية الأبعاد ، العصبية المحرمة ، الموجات الصوتية و انتشار الموجة.

Résumé

La propagation des ondes dans les matériaux composites, désordonnés ou périodiques, est un sujet très général qui se trouve au confluent de nombreuses disciplines de la physique. En particulier, les cristaux phononiques, structures artificielles périodiques (1D, 2D ou 3D) formés d'au moins de deux matériaux élastiques. Ces matériaux présentent en effet sous certaines conditions des bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes élastiques ou acoustiques est interdite, dans certaines directions et gammes de fréquences.

L'objectif de ce travail est consacré à l'étude de la propagation des ondes acoustiques dans un cristal phononique bidimensionnels. Cependant, avant de réaliser de véritables fonctions pour contrôler la propagation des ondes acoustiques, il faut effectuer une étude topologique et paramétrique sur la cellule élémentaire d'un réseau carré 2D en vue de déterminer les différents paramètres ayant une influence significative sur la bande de fréquence interdite.

Mots clés : Cristal phononique 2D, bande interdite, ondes acoustiques et guidage d'ondes.

Abstract

The propagation of waves in composite materials, disordered or periodic, is a very broad subject that lies at the confluence of many disciplines of physics. In particular, the phononic crystals, periodic artificial structures (1D, 2D or 3D) formed from at least two elastic materials. These materials have indeed under certain conditions, of frequency bands for which the propagation of elastic or acoustic waves is prohibited in certain directions and frequency ranges. The aim of this work is to study the propagation of acoustic waves in a two-dimensional phononic crystal. However, before making real functions to control the propagation of acoustic waves, a topological and parametric study must be carried out on the elementary cell of a 2D square lattice in order to determine the various parameters having a significant influence on the forbidden band.

Keywords: Crystal phonon 2D, bandgap, acoustic waves and wave guiding