الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة محمد بوضياف - المسيلة
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير – جامعة المسيلة
Faculty of Economics, Commercial and Management Sciences – University of Msila

مطبوعة دروس في مقياس:
الإحصــــاء 1
(محاضرات وتطبيقات)

موجهة لطلبة:

-- السنة الأولى جذع مشترك.
-- ميدان: العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير.

من إعداد الدكتور:
بن الطاهر محمد لمين
أستاذ محاضر بـ قسم علوم التسيير

السنة الجامعية: 2025 / 2026

مـقـدمـــــة

تندرج هذه المطبوعة البيداغوجية ضمن متطلبات التكوين الجامعي لطلبة السنة الأولى جذع مشترك في ميدان العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، وقد أُعدّت وفق البرنامج الرسمي لمقياس الإحصاء (1): الإحصاء الوصفي، المعتمد من طرف وزارة التعليم العالي والبحث العلمي.

وقد جاءت هذه المطبوعة ثمرةً لخبرة بيداغوجية متراكمة في تدريس هذا المقياس، وتهدف إلى دعم الدروس النظرية المقدّمة في المحاضرات، وتوفير مرجع بيداغوجي مساعد يسهّل على الطلبة فهم المفاهيم الأساسية للإحصاء الوصفي، ويعزز قدرتهم على الربط بين الجانب النظري والتطبيقي.

واعتمد في إعداد هذه المطبوعة على منهجية علمية واضحة، تقوم على التدرّج في عرض المفاهيم الإحصائية، مع تبسيط الشرح وتدعيمه بالأمثلة التطبيقية المناسبة لمستوى الطلبة، بما يضمن تحقيق الأهداف البيداغوجية للمقياس. كما تم تنظيم محتواها في سبعة فصول أساسية متسلسلة ومنسجمة مع مفردات البرنامج المعتمد.

ويُعدّ علم الإحصاء من الأدوات الأساسية في تكوين الطالب الجامعي، لما له من دور محوري في دراسة الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، وتحليل البيانات الكمية بأسلوب علمي ومنهجي، بما يساعد على الفهم السليم للواقع واتخاذ القرارات المبنية على أسس علمية دقيقة.

ولا يدّعي هذا العمل الإتيان بجديد من الناحية العلمية، وإنما يهدف إلى تقديم محتوى بيداغوجي منظم ومبسّط، يتماشى مع متطلبات التكوين الجامعي، ويستجيب لحاجات الطلبة البيداغوجية.

وفي الأخير، ونظرًا لأن كل عمل بشري لا يخلو من نقائص، فإننا نرحّب بكل ملاحظة أو اقتراح من شأنه تحسين هذه المطبوعة وتطويرها مستقبلًا، بما يخدم مصلحة الطالب ويُسهم في الارتقاء بالعملية التعليمية.

والله وليّ التوفيق.

الفهرس العام

المحور الأول

المفاهيم الأساسية في الإحصاء

تمهيد:

يُعَدّ الإحصاء أحد أهم الركائز العلمية في ميادين العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير، والعلوم الاجتماعية عمومًا. فهو الأداة التي تُمكّن الباحث من **فهم الظواهر الكمية** وتحويلها من مجرد معلومات مبعثرة إلى **معارف علمية مُنظّمة** تُستخدم لاتخاذ القرار، التنبؤ، التخطيط، وتقييم الأداء.

ظهر الإحصاء بوصفه نشاطًا بشريًا قديمًا، حين بدأت المجتمعات في **إحصاء السكان**، وتقدير الثروات الزراعية، وتحديد الموارد المالية للدول. ومع تطور العلوم، اتسعت وظائف الإحصاء، فلم يعد مجرد "عدّ" للأشياء، بل أصبح **منهجًا علميًا** يقوم على جمع البيانات، تنظيمها، تحليلها، واستنتاج النتائج منها بطريقة دقيقة وموضوعية.

اليوم، يُعتَبر الإحصاء لغة العلم الحديثة، فهو يستعمل في كل الميادين تقريبًا:

- في الاقتصاد لتنبؤ معدلات النمو والتضخم.
- في التسيير لتحليل المبيعات واتخاذ القرارات.
- في الصحة لدراسة انتشار الأمراض.
- في علم الاجتماع لقياس الظواهر الاجتماعية.

ومن هنا تبرز أهمية الإحصاء كأداة **لفهم الواقع واتخاذ القرارات السليمة**.

1- مفهوم الاحصاء :

1-1.التعريف اللغوي:

كلمة **الإحصاء** مأخوذة من الفعل العربي أحصى – يُحصي – إحصاءً، أي" عدَّ الأشياء وعددها وعدّها بدقة"، وفي القرآن الكريم قوله تعالى:

"وأحصى كلَّ شيءٍ عددًا " (الجن28 :) .وهذا يدل على **الإحاطة الدقيقة** بالشيء من حيث كميته وعدده.

وفي اللغة الأجنبية، كلمة **Statistics** كما ذكرنا سابقًا، مشتقة من Status اللاتينية أي" الحالة"، مما يعكس اهتمامها الأول بدراسة أوضاع الدولة كمجموعة من الحالات والظواهر القابلة للقياس.

1-2.التعريف الاصطلاحي العلمي:

نظرًا لتعدد مجالات الإحصاء، ظهرت عدة تعريفات له، نورد أهمها:

ا-التعريف التقليدي (الوصفي):

الإحصاء هو العلم الذي يهتم **بجمع البيانات وتنظيمها وعرضها وتحليلها** لاستخلاص معلومات تساعد على الفهم الجيد للظواهر).عبد الحميد، سامي. "الإحصاء الوصفي". القاهرة: جامعة عين شمس، 2017(.

ب- التعريف الحديث (الاستدلالي):

الإحصاء هو مجموعة الأساليب العلمية التي تسمح بـ**استنتاج خصائص مجتمع معين** من خلال دراسة **عينة ممثلة**).

ج- تعريف اقتصادي:

الإحصاء هو أداة تحليل كمية تساعد متخذي القرار الاقتصادي على تفسير البيانات المتعلقة بالإنتاج، الأسعار، الاستهلاك، الموارد، الأسواق... إلخ.

د- تعريف إداري:

الإحصاء هو وسيلة تساعد المدراء على تقييم الأداء، مراقبة الجودة، تحليل المخاطر، وقياس المردودية.

ه- تعريف اجتماعي:

الإحصاء هو منهج لدراسة الظواهر الاجتماعية مثل الفقر، البطالة، الهجرة، التركيبة السكانية.

من خلال سرد التعاريف السابقة يمكن اعطاء التعريف الشامل التالي :**"الإحصاء هو علم جمع البيانات وتنظيمها وتحليلها وعرضها وتفسيرها، لدراسة مختلف الظواهر الاقتصادية او الادارية او الاجتماعية ، بهدف اتخاذ قرارات مبنية على أسس علمية".**

2- أهمية الإحصاء:

تنبع أهمية الإحصاء من قدرته على تحويل المعلومات غير المفهومة إلى **معطيات قابلة للتحليل والتفسير** .ويمكن تلخيص الحاجة إليه في النقاط التالية:

- تقدير نسب النجاح والرسوب.
- مقارنة الأسعار.
- حساب معدلات الاستهلاك، الرواتب، الوقت.
- تقييم أداء المؤسسة.
- اتخاذ القرارات بناءً على بيانات وليس على الانطباعات.
- التنبؤ بالأسواق.

- تحديد الاتجاهات الاقتصادية.
- تحليل الرأي العام.
- دراسة الظواهر السكانية.
- قياس الفوارق الاجتماعية.
- معالجة البيانات.
- استخراج النتائج وعرضها بطرق علمية.

3- مصطلحات أساسية في الإحصاء :

3-1. المجتمع الإحصائي:وهو مجموعة كل الأفراد أو الوحدات التي يرغب الباحث في دراستها،**مثل** كل طلبة جامعة المسيلة.

3-1-1.أنواع المجتمعات الإحصائية:

ا-مجتمع محدود:(Fini) يمكن حصر جميع عناصره وعدّها بسهولة،**مثل** جميع الطلبة المسجلين في السنة الأولى اقتصاد في جامعة المسيلة (عدد معروف ومحدود).

ب-مجتمع غير محدود:(Infini) يصعب أو يستحيل حصر جميع عناصره،مثل عدد الحشرات في غابة، أو عدد الزوار لموقع إلكتروني بمرور الوقت.

3-2. العيّنةSample :وهي مجموعة صغيرة تُختار من المجتمع الإحصائي لتمثيله،**مثل** اختيار 200 طالب من أجل دراسة رضا الطلبة.

3-3.الوحدة الإحصائيةStatistical Unit :وهي العنصر الذي تُسجل عليه البيانات،**مثل** الطالب، الموظف، المؤسسة.

3-4. البياناتData : هي جميع المعلومات المجمّعة حول الوحدات الإحصائية **مثل** أعمار الطلبة، الدخل الشهري، عدد الساعات.

3-5. المتغيرVariable :هو صفة تتغير من فرد لآخر ويمكن قياسها أو ملاحظتها **مثل:**الدخل، الطول، الجنس، التخصص..

وسيتم توسعته اكثر في العناصر القادمة نظرا لأهميته في الاحصاء.

3-6. الخصائص أو المعالمParameters ::قيم عددية" مقياس " تصف المجتمع وليس العينة.

أمثلة:

- متوسط دخل سكان الجزائر هو "معلم."

- نسبة البطالة في دولة معيّنة تعتبر "معلم".

ملاحظة: نرمز للمعالم بحروف يونانية مثل :: μ، σ، π.

3-7. الإحصاءاتStatistics : قيم عددية " مقياس " تصف العيّنة **مثل**:متوسط أعمار عينة من 100 طالب = "إحصاء".

ملاحظة: ترمز عادة للإحصاءات بالحروف اللاتينية :: $\bar{x}$، s، $\hat{p}$

3-8. التكرارFrequency: هو عدد المرات التي تتكرر فيها قيمة معينة **مثل**:إذا 12 طالب حصلوا على النقطة 20/12 فإن تكرارها = 12.

3-9. التكرار النسبيRelative Frequency: هو نسبة التكرار إلى حجم العينة **مثل** :12طالب من أصل 60 ⟵ التكرار النسبي = 20%.

3-10. التوزيع التكراريFrequency Distribution: وهو جدول يبين القيم المختلفة لمتغير ما وعدد تكرارها.

مثال:جدول يبين عدد الطلبة حسب النقاط:

C_i	f_i	X_i	f_i^{+}	f_i^{-}
]4 - 0]	15	2	15	160
]8 - 4]	40	6	55	145
]12 - 8]	56	10	111	105
]16 - 12]	39	14	150	49
]20 - 16]	10	18	160	10
$\sum$	160			

4- المتغيرات الإحصائية :

تحتلّ المتغيرات الإحصائية مكانة محورية في العمل الاحصائي و التحليل الكمي، لأنها **الأساس الذي تُبنى عليه العملية الإحصائية من بدايتها إلى نهايتها** .فالبيانات ليست سوى "قيم متغيرات"، والجداول ليست سوى "تنظيم لهذه القيم"، والرسوم البيانية ليست سوى "تمثيل بصري لهذه القيم". أمّا المقاييس مثل المتوسط والانحراف المعياري فهي مجرد عمليات تُطبَّق على المتغيرات،بمعنى آخر:المتغير هو قلب الإحصاء، والفهم العميق له شرط أساسي لإتقان جميع المحاور اللاحقة.

المتغير الإحصائي هو":صفة أو خاصية تتغير قيمتها من وحدة إلى أخرى داخل المجتمع الإحصائي، ويمكن ملاحظتها أو قياسها أو تصنيفها بطرق منهجية".

ويشير مصطلح "التغير" هنا إلى إمكانية اختلاف القيمة من فرد لآخر. لو لم تكن الخاصية متغيرة لاستُبعِدت من الدراسة.

✔**أمثلة توضيحية:**

- **الدخل** يختلف من شخص لآخر→ متغير.
- **العمر** يختلف من فرد لآخر→ متغير.
- **الوزن** يختلف → متغير.
- **رقم بطاقة الهوية** لا يختلف في المعنى، هو مجرد ترميز→ ليس متغيرًا إحصائيًا بمعناه العلمي.

1-4. اهمية معرفة نوع المتغير المدروس: لها اهمية بالغة لأن نوع المتغير:

- **يحدد طريقة جمع البيانات:** سؤال مفتوح؟ سؤال مغلق؟ قياس؟ عدّ؟ اختيار؟
- **يحدد نوع المقاييس الممكن حسابها:** مثل الوسط والانحراف والمنوال.
- **يحدد نوع التمثيل البياني المناسب:** مثل الأعمدة، الدائرة، المدرج التكراري.
- **يحدد نوع النموذج الإحصائي المستخدم:** معامل الارتباط، الانحدار، كاي تربيع...
- **يسمح باختيار الاختبار المناسب في الإحصاء الاستدلالي:**بدون معرفة نوع المتغير **يستحيل** تطبيق أي تقنية تحليلية بشكل صحيح.

2-4. تصنيف للمتغيرات: تنقسم المتغيرات إلى:

1-2-4- المتغيرات النوعية(Qualitative Variables)

هي تلك التي تعبّر عن خصائص وصفية **لا يمكن قياسها رقمياً بشكل مباشر وتنقسم الى:**

أ – المتغيرات النوعية الاسمية(Nominal) :لا يوجد ترتيب منطقي بين قيمها **مثل:**

- نوع الهاتف: (سامسونغ – آيفون – هواوي – نوكيا – أوبو).
- مكان السكن: (شرق – غرب – شمال – جنوب).
- الحالة المهنية: (طالب – موظف – متقاعد – بطّال)

خصائصها:

- تستخدم للتصنيف فقط.

- يمكن حساب **المنوال فقط** كأداة من أدوات النزعة المركزية.
- التمثيل البياني المناسب: اعمدة بيانية و دوائر النسبية.
- لا يمكن حساب متوسط أو انحراف."الا بعد الترميز او اعطاء اوزان"

ب- . المتغيرات النوعية الترتيبية(Ordinal) :تحتوي على **فئات مرتبة منطقيًا** لكن الفروق بينها غير متساوية **مثل:**

- الرضا الوظيفي: (منخفض – متوسط – مرتفع – مرتفع جدًا).
- التقدير الأكاديمي: (مقبول – جيد – جيد جدًا – ممتاز)

خصائصها:

- لها ترتيب طبيعي.
- يمكن حساب **الوسيط والمنوال**.
- لا يمكن حساب المتوسط الحسابي بدقة علمية رغم أن البعض يقوم بالترميز العددي.

4-2-2- المتغيرات الكمية(Quantitative Variables) :هي التي تُقاس عدديًا وتقبل العمليات الحسابية، وهي بدورها تنقسم إلى:

ا- المتغيرات الكمية المتقطعة(Discrete) : ناتجة عن **عدّ**، لذا تأخذ **قيمًا صحيحة فقط مثل:**

- عدد الزبائن الذين دخلوا متجرًا خلال يوم.
- عدد سيارات الشركة.
- عدد الطلبة في قسم.
- عدد الاتصالات في مركز خدمة.

الخصائص:

- عدد القيم محدود أو قابل للحصر .
- تأخذ قيم صحيحة فقط
- القيم تكون منفصلة وغير مستمرة.

ب- المتغيرات الكمية المتصلة(Continuous) :ناتجة عن **قياس** ويمكن أن تأخذ عددًا لا نهائيًا من القيم، بما فيها الأعداد العشرية **مثل:**

- الدخل الدقيق للفرد (دينار).
- وزن المنتجات.

- الزمن اللازم لإنجاز مهمة.
- درجة الحرارة اليومية.
- معدل استهلاك الوقود.

الخصائص:

- عدد القيم لا محدود.
- يمكن تحويله إلى فئات عند التمثيل (دخول–خروج، فترات زمنية، فئات الدخل...).

3-4. المتغيرات في البحث العلمي

في البحوث الأكاديمية:

- **المتغير المستقل:(Independent Variable)** العامل المسبّب أو المؤثر.
- **المتغير التابع:(Dependent Variable)** النتيجة التي نريد تفسيرها.
- **المتغيرات الضابطة:**لضبط التأثيرات الجانبية.

مثال :

دراسة أثر **الدخل** (متغير مستقل) على **الاستهلاك** (متغير تابع) مع ضبط: العمر، المستوى التعليمي، عدد الأطفال...

5- مصادر جمع البيانات الإحصائية:

تُعدّ عملية **جمع البيانات الإحصائية (Data Collection)** المرحلة الأكثر حساسية في العمل الإحصائي، لأنّها تمثّل الأساس الذي تُبنى عليه المراحل اللاحقة من تنظيم وتحليل وتفسير. فأي خطأ في هذه المرحلة سينعكس سلبًا على النتائج والاستنتاجات النهائية مهما بلغت دقة التحليل الرياضي.

لذلك، فإن الباحث الإحصائي مطالب باتباع **منهجية علمية دقيقة ومنظّمة** عند جمع بياناته، تبدأ من تحديد **هدف الدراسة** و**المجتمع الإحصائي**، ثم اختيار **مصدر البيانات المناسب**، وأخيرًا التأكد من **جودة المعلومات** ودقتها واتساقها.

1-5. مفهوم جمع البيانات الإحصائية:

يقصد بعملية جمع البيانات الإحصائية تلك المرحلة التي يقوم فيها الباحث بـ **تجميع المعلومات المتعلقة بظاهرة معينة**، سواء كانت اقتصادية، اجتماعية، أو طبيعية، من مصادر مختلفة، بهدف دراستها وتحليلها لاستخلاص خصائصها.

فجمع البيانات الإحصائية يعني":عملية منهجية تهدف إلى الحصول على معطيات كمية أو نوعية تعبّر عن الظاهرة المدروسة، باستخدام أدوات محددة وأساليب علمية تضمن صدقها ودقتها".

2-5.-تصنيف البيانات حسب مصدرها:

يمكن تقسيم البيانات الإحصائية حسب مصدرها إلى **نوعين أساسيين واخر مدمج بينهما**:

1-2-5. البيانات الأولية(Primary or Field Data) :

هي تلك البيانات التي **يتم جمعها مباشرة من الميدان** من طرف الباحث أو الجهة المكلفة بالدراسة.

بمعنى أنها **حديثة النشأة** ولم يسبق أن جُمعت من قبل لغرض آخر.

ا- خصائصها:

- حديثة ودقيقة لأنها تُجمع خصيصًا لغرض البحث.
- تسمح بالتحكم في طريقة القياس والتصميم.
- تعطي معلومات معمقة وتفصيلية حسب الحاجة.

ب-عيوبها:

- مكلفة من حيث المال والوقت.
- تتطلب تخطيطًا دقيقًا وفريقًا ميدانيًا مدرّبًا.
- عرضة لأخطاء الجمع والتسجيل إذا لم تكن هناك رقابة جيدة.

ج-ادوات جمع البيانات الأولية:

الاستبيان:(Questionnaire) أداة مكتوبة تحتوي على مجموعة من الأسئلة المنظمة، يجيب عنها الأفراد المدروسون.

المقابلة:(Interview) حوار مباشر بين الباحث والمبحوث، يتم فيه طرح الأسئلة شفهيًا وتسجيل الإجابات.

الملاحظة:(Observation) تتمثل في تسجيل الظواهر كما تحدث في الواقع دون تدخل الباحث.

التجربة:(Experiment) أسلوب يعتمد على **ضبط الظروف** التي تحدث فيها الظاهرة ودراسة تأثير المتغيرات.

2-2-5. البيانات الثانوية(Secondary or Historical Data) :

هي البيانات التي **تم جمعها سابقًا** من قبل أفراد أو مؤسسات لأغراض أخرى، ويعاد استخدامها في دراسة جديدة لأهداف مختلفة.

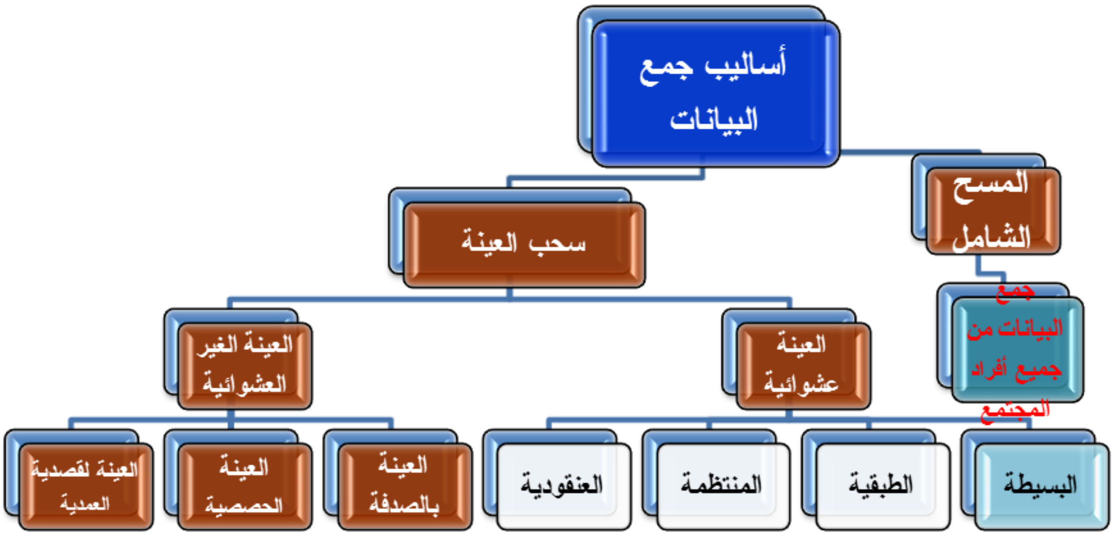
ا -خصائصها:

- سهلة الحصول، قليلة التكلفة.
- مفيدة في الدراسات المقارنة أو التاريخية.
- غالبًا ما تكون متاحة في المكاتب والمكتبات والإحصاءات الرسمية.

ب- عيوبها:

- قد تكون قديمة أو غير محدّثة.
- طريقة جمعها قد لا تتوافق مع أهداف الدراسة الجديدة.
- تحتاج إلى تحقق من المصداقية والدقة.

6. اساليب جمع البيانات:



عند القيام بدراسة إحصائية لظاهرة معينة يتطلب الأمر جمع بيانات ومعلومات عن وحدات المجتمع قيد الدراسة، ويتم جمع البيانات الإحصائية من الميدان باستخدام إحدى الطريقتين:

1-6. طريقة الحصر(المسح)الشامل: يتم من خلالها تجميع البيانات من جميع المفردات التي تكون المجتمع الإحصائي كما هو الحال في التعداد العام للسكان، وتعتبر هذه الطريقة من أفضل طرق جمع البيانات وذلك لأنها تعطي بيانات كاملة حول المشكلة التي تهم الباحث ،وتوفر هذه الطريقة معلومات دقيقة إذا توفرت شروط البحث العلمي، غير أنه من عيوبها ارتفاع التكاليف لكون عملية الحصر الشامل تتطلب وسائل مادية وبشرية ضخمة وتحتاج إلى وقت أطول وكلما كان حجم المجتمع كبيرا كلما كان احتمال الخطأ كبيرا، وتستخدم هذه الطريقة إذا كان المطلوب الحصول على بيانات على مستوى عال من الدقة كما هو الحال في التعدادات العامة المتعلقة بالسكان، الزراعة أو الاقتصاد، لذلك فهو في غالب الأحيان من مهمة الحكومات.

يعد المسح الشامل أدق طريقة للحصول على معلومات حول المجتمع، لأنه يشمل جميع الوحدات، لكنه مكلف ويستغرق وقتاً طويلاً.

2-6. طريقة المعاينة: تستخدم هذه الطريقة إذا كان من الصعوبة إجراء الدراسة على كافة أفراد المجتمع أو يمكن الاكتفاء بمعلومات عن جزء من المجتمع بدلا من المجتمع ككل ،ويتم اختيار جزء (عينة) من عناصر المجتمع قيد الدراسة بأسلوب علمي سليم، وبتحليل بيانات العينة إحصائيا يمكن تعميم نتائجها على المجتمع ككل، مع ملاحظة أن نتائج العينة المختارة تكون قريبة من حقائق المجتمع كلما زاد حجم العينة وكلما تم إتباع الأسلوب العلمي السليم في اختيارها.

ومن بين الأسباب التي تدعوا لإتباع طريقة المعاينة نذكر ما يلي:

- توفير المال والجهد والوقت اللازم لإجراء البحث.
- صعوبة إجراء الحصر الشامل بسبب طبيعة المجتمع، فقد يكون المجتمع غير محدود أو كبير جدا أو يتألف من وحدات ثمينة أو خطيرة أو ما شابه ذلك.

إن الهدف من المعاينة هو الوصول إلى استنتاج عن المجتمع الذي اختيرت منه العينة، وإن الخطوة الأولى في أخذ العينات هي تحديد حجم العينة، ثم البحث عن إطار المعاينة الذي سنسحب منه العينة.

3-6. طرق او اساليب المعاينة:

1-3-6. المعاينة العشوائية:

وينتج عنها عينات عشوائية والتي تضمن أن يكون لكل عنصر فرصة متساوية للاختيار، مما يقلل التحيز.وهي انواع كالتالي:

ا. العينة العشوائية البسيطة: يعتمد هذا النوع من العينات عندما يكون مجتمع الدراسة صغير الحجم ومتجانس الخصائص بالنسبة للصفة أو الصفات محل الدراسة. وتقوم هذه الطريقة على إتاحة فرص متساوية لجميع مفردات المجتمع للدخول في العينة، معتمدةً على الصدفة البحتة في عملية الاختيار. يتم الاختيار يدويًا من خلال بطاقات متماثلة بالحجم واللون، أو باستخدام جداول الأرقام العشوائية، أو عبر الحاسب الآلي. لتنفيذ ذلك بشكل دقيق، يتطلب الأمر وضع قائمة محددة وشاملة بمفردات المجتمع تُعرف باسم "الإطار". لا يمكن إجراء الاختيار العشوائي إلا من بين المفردات المدرجة في هذا الإطار.

تتميز هذه الطريقة بأن لكل مجموعة فرعية حجمها مساوٍ للحجم المطلوب من المجتمع الإحصائي فرصة متساوية للاختيار كعينة .ويتم تنفيذ ذلك كالتالي:

- **طريقة الأرقام العشوائية** :(Random Numbers) نُسند لكل عنصر من المجتمع رقماً متسلسلاً يبدأ من صفر وينتهي بـ (حجم المجتمعN) .يكون عدد المنازل في الأرقام مساويًا لعدد المنازل في N بأكمله. فعلى سبيل المثال، إذا كان حجم المجتمع 900 فرداً، فإن الأرقام المخصصة لهم ستكون 001 و 002وحتى .900باستخدام جدول الأرقام العشوائية المتوفر في ملحق رقم (01) ، يتم قراءة الأعمدة بشكل رأسي بحيث يكون عدد المنازل موازياً لعدد المنازل المحدد أعلاه .إذا كان الرقم الذي تقرأه موجود ضمن الأرقام المسلسلة، يتم قبوله كعنصر في العينة، وإذا كان غير ذلك يُرفض ويستمر البحث حتى الحصول على العدد المطلوب من أفراد العينة .يمكن اعتماد طريقتين في عملية السحب :

*- السحب بدون إرجاع :يُرفض أي عدد أُختير مسبقاً .

*- السحب مع الإرجاع: يُسمح باختيار عنصر أكثر من مرة .

مثال تطبيقي :لنفترض أننا نحتاج إلى عينة عشوائية بسيطة حجمها 5 طلاب من أصل 676 طالباً مسجلين في مساق الإحصاء 03. بما أن حجم المجتمع ثلاث خانات، فإننا نُسند للطلبة أرقاماً متسلسلة تبدأ بـ 001 وتنتهي بـ 676. عند قراءة الجدول، ولنقل أننا اخترنا الصفحة الأولى والعمود الخامس والسطر الثالث، تكون الأرقام المستخرجة447 :، 848، 216، 984،

233، 796، 108، .536ومن هنا، تصبح العينة النهائية هي الطلبة ذوو الأرقام: 447، 216، 233، 108، و536، حيث تم استبعاد الأرقام غير المنتمية للمجتمع مثل: 848، 984، و796.

- **طريقة القصاصات الورقية:** حيث يتم كتابة اسم أو رقم كل المفردات على قصاصات ورقية وخلطها في صندوق، ثم سحب الحجم الم ارد سحبه من المفردات، مثال إذا أردنا سحب عينة من مجتمع الموظفين نكتب أسماءهم في قصاصات ورقية وخلطها جيدا ثم سحب حجم العينة المراد سحبه .

ب- العينة المنتظمة: وهي في هذه الطريقة نختار العنصر على فترات متساوية مفردات المجتمع ، وتتم باتباع الخطوات التالية :

1- تعريف وتحديد وترتيب مفردات المجتمع المدروس

2- قياس المدى(اكبر قيمة – اقل قيمة .

3- تحديد طول الفترة (المدى / حجم العينة).

4- اختيار رقم عشوائي في حدود المسافة التي حصلنا عليه "الفئة الاولى ".

5- البدء من هذا الرقم واختيار الافراد على مسافات متساوية حتى نحصل على العدد كامل .

لنفترض ان المجتمع يتكون من 500 فرد واردنا اختيار عينة 50 فردا فإننا نقسم عدد مفردات المجتمع على حجم العينة أي 500 ÷ 50 = 10 .وذلك لتحديد طول الفترة بين كل فرد والذي يليه . وهي في هذه الحالة 10 ثم نختار بطريقة عشوائية رقما بين 1 و 10 من الفئة الاولى لنبدأ منه اختيار العينة . مثال : لو فرضنا ان الرقم هو 4 فان ارقام افراد العينة تكون 7 ، 17 ، 27 ، 37 ، 47 ، 57 ......497 حتى يتجمع لدينا 50 فردا .

ج- العينة الطبقية: نلجأ إلى هذه الطريقة في حالة وجود مجتمعات تتميز بتباين نوعيات مفرداتها "مجتمع غير متجانس". ويتم اختيار عينة عشوائية بسيطة بعد تقسيم مجتمع الدراسة إلى مجموعات أو طبقات (غير متداخلة) لكل مجموعة أو طبقة منها خصائص أو مميزات معينة تتميز بها عن بقية الطبقات الأخرى، **اي** تقسيم المجتمع إلى طبقات متجانسة ثم اختيار عينة عشوائية من كل طبقة بحيث تمثل الطبقة في العينة بنفس نسبة تواجدها في المجتمع.

مثال تطبيقي :دراسة رضا الطلاب، تقسيمهم حسب السنة الدراسية، ثم اختيار عينة من كل سنة.

إذا كان عدد الطلاب في قسم علوم التسيير بجامعة المسيلة موزعًا على ثلاث سنوات كالتالي: السنة الا ولى: 200، السنة الثانية : 300، السنة الثالثة: 500، نريد اختيار 100 طالب كعينة طبقية. كم طالبًا نختار من كل سنة؟

د- **العينة العنقودية:** في حالة المجتمعات الكبيرة والمتجانسة والمترامية الاطراف "في نطاق جغرافي واسع " نلجأ لهذا النوع ذلك من خلال وتقسيمه إلى اقسام جزئية صغرى، حتى يتم اختيار عينة خاصة للدراسة والبحث والاختبار.

ففي **المرحلة الأولى** :يتم تقسيم مجتمع الدراسة الأصلي إلى شرائح أو فئات بحسب معيار معين. ومن ثم يتم اختيار شريحة أكثر بطريقة عشوائية.

وفي **المرحلة الثانية** :يتم تقسيم الشرائح التي وقع عليها الاختيار في المرحلة السابقة إلى شرائح أو فئات جزئية أخرى، ثم يتم الوصول إلى الشريحة النهائية التي يقوم بالاختيار منها وبشكل عشوائي عدد مفردات العينة المطلوبة.

مثال تطبيقي : يريد أحد الباحثين دراسة العلاقة بين مستوى دخل الفرد في الجزائر ومستوى ادخاره، فإذا تقرر استخدام العينة العنقودية لاختيار عينة الدراسة، فقد يتم تقسيم الجمهورية إلى محافظات، ثم يتم اختيار محافظة أو أكثر منها وبشكل عشوائي. وعلى افتراض أنه وقع الاختيار هنا على ولاية المسيلة، ففي هذه الحالة يجري استبعاد باقي الولايات الأخرى من الدخول في العينة لاحقا، أي: تنحصر عينة الباحث في الولاية المختارة و هكذا الى ان يصل الى حجم العينة الممكن دراستها، حيث يتم اختيار العينة المطلوبة من هذه الولاية بطريقة العينة العشوائية البسيطة أو المنتظمة..

وتشبه هذه الطريقة ما يسمى بالطريقة أو العينة الجغرافية أو عينة المساحة التي تنبني على اختيار مكان معين للدراسة والبحث، وإجراء الاستبيان، وجمع المعلومات المطلوبة.

2-3-6.المعاينة غير العشوائية:

يقصد بالعينات التحكمية تلك العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفقاً لمعايير يحددها الباحث ويعتقد انها ستؤدى إلى الحصول علي عينة تحقق أهداف الدراسة وهي انواع كالتالي:

ا- **العينة القصدية:** في هذا النوع، يعتمد الباحث بشكل رئيسي على مهارته وخبرته لاختيار عينة يرى أنها الأكثر ملاءمة لموضوع الدراسة بناءً على معايير محددة مسبقًا .ويتم التركيز على انتقاء أفراد ينتمون إلى فئة معينة تعكس القضية قيد البحث. وتُستخدم هذه الطريقة عادة لدراسة تحديد الآراء حول موضوعات أو تحديات معينة .فعلى سبيل المثال، إذا كان الباحث

مهتمًا بمعرفة الصعوبات التي يواجهها طلاب المدارس الثانوية في التعامل مع برمجيات الحاسوب، فقد يختار مجموعة معينة من أحد الصفوف الدراسية الثانوية لتقييم آرائهم .مع ذلك، تُثير هذه الطريقة إشكاليات مرتبطة بمحدودية القدرة على شمولية النتائج لجميع أفراد المجتمع المستهدف.؟

ب- **العينة الحصصية:** تعتمد هذه العينة على حصة معينة من المجتمع الأصلي. بمعنى أن الباحث يختار نسبة معينة تمثل المجتمع الأصلي في مختلف خصائصه الكمية والكيفية. وغالبا ما تكون هذه الحصة مئوية. وفي هذا الإطار، مقياس هذه الفئة هو الاعتماد على معيار الحصة (Quota) من فئة معينة، " شأنها العينة الطبقية؛ إلا أن عملية اختيار العينة الحصصية لا تكون عشوائية؛ بل تترك فيها الحرية للباحث كي يتمكن من تحديد الحصة التي يرغب فيها داخل كل فئة من الفئات؛ وتساعد هذه التقنية على التخفيف من مشاق البحث وتكاليفه؛ خاصة عندما يتعلق الأمر بمجتمعات أصلية كبيرة الحجم، لأن العينة الحصصية تعتمد على اختيار أفراد العينة من بين الجماعات أو الفئات ذات الخصائص المعينة، وذلك بنسبة الحجم العددي لهذه الجماعات.

ويعني هذا أن العينة الحصصية تعتمد على معيار الحصة أو النسبة المئوية في رصد البيانات والمعطيات والمعلومات البحثية.

ج- **العينة العرضية:** يعتمد اختيار هذه العينة على تفاعل الباحث مع الأشخاص المتاحين أو القريبين منه، دون التقيد بمنهجية علمية دقيقة. فعلى سبيل المثال، إذا أراد الباحث دراسة التحديات التي تواجه طلاب كلية الطب، فقد يقتصر على توزيع استبانة على طلاب الفصل الذي يقوم بتدريسه فقط .بيد أن النتائج الناتجة عن هذه العينة غالبًا ما تكون محصورة في حدود دائرة الدراسة، وليست صالحة للتعميم الشامل على بقية طلاب الكلية.

- مزايا وعيوب كل نوع:

نوع العينة	المزايا	العيوب
عشوائية بسيطة	غير متحيزة، سهلة	قد لا تمثل المجتمع الكبير
منتظمة	سهلة، سريعة	قد يحدث تحيز إذا كان هناك نمط
طبقية	دقيقة، تقلل الخطأ	معقدة، تحتاج بيانات دقيقة
عنقودية	مناسبة للمجتمعات الكبيرة	أقل دقة، خطأ أعلى
قصدية	سريعة، مناسبة للخبراء	متحيزة، لا تمثل المجتمع كله

حصصية	تمثل الفئات	اختيار الأفراد متحيز
عرضية	سهلة وسريعة جدًا	تمثل المجتمع ضعيف جدًا، تحيز كبير

7- فروع علم الإحصاء الأساسية:

ينقسم علم الإحصاء إلى فرعين رئيسيين متكاملين:

7-1. الإحصاء الوصفي(Descriptive Statistics) :

هو الفرع الذي يهتم بتجميع وتنظيم وتبويب البيانات، وعرضها بطريقة تساعد على فهمها وتفسيرها، **دون محاولة تعميم النتائج أو استنتاج علاقات خارج حدود البيانات المتوفرة.**

الهدف: **تلخيص البيانات المعقدة في** مؤشرات عددية ورسوم بيانية **تمكّن الباحث من وصف الظاهرة بدقة.**

أهم أدوات الإحصاء الوصفي:

- **تنظيم البيانات** :من خلال الجداول التكرارية والفئات.
- **العرض البياني** :عبر الرسوم والأعمدة والمدرجات التكرارية.
- **مقاييس النزعة المركزية** :مثل المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
- **مقاييس التشتت** :مثل المدى والانحراف المعياري.
- **مقاييس الشكل** :مثل الالتواء (Skewness) والتفلطح.(Kurtosis)

مثال تطبيقي:

لو أرادت مؤسسة معرفة معدل أعمار موظفيها، يمكنها استخدام الإحصاء الوصفي لحساب المتوسط والوسيط ورسم توزيع الأعمار .لكنها لا تستطيع عبره التنبؤ أو التعميم خارج البيانات الموجودة، لأن هدفه وصفي فقط.

خلاصة:الإحصاء الوصفي = وصف الظاهرة الحالية بلغة الأرقام دون استنتاج عام.

7-2. الإحصاء الاستدلالي(Inferential Statistics) :

هو الفرع الذي يهدف إلى استخلاص استنتاجات وتعميمات عن المجتمع الإحصائي انطلاقًا من عينة ممثلة باستخدام أساليب رياضية قائمة على نظرية الاحتمال.

الهدف: التنبؤ بخصائص المجتمع، واختبار الفرضيات العلمية، وبناء النماذج الرياضية التي تفسّر العلاقات بين المتغيرات.

- أدوات الإحصاء الاستدلالي:

- **التقدير الإحصائي:(Estimation)** :تقدير المتوسط أو النسبة في المجتمع بناءً على عينة.
- **اختبارات الفرضيات:(Hypothesis Testing)** :فحص الفرضيات العلمية مثل" :هل ارتفع متوسط الدخل بعد الإصلاح الاقتصادي؟"
- **تحليل الارتباط والانحدار:(Correlation & Regression)** :قياس العلاقة بين متغيرين) مثل الدخل والاستهلاك.(
- **فواصل الثقة:(Confidence Intervals)** :تقدير المدى الذي يحتمل أن تقع فيه قيمة المعلمة الحقيقية.

الإحصاء الاستدلالي = استنتاج عن المجتمع من خلال العينة ← باستخدام الاحتمالات.

العلاقة بين الإحصاء الوصفي والاستدلالي

المقارنة	الإحصاء الوصفي	الإحصاء الاستدلالي
الهدف	وصف الظاهرة الحالية	تعميم النتائج على المجتمع
الأداة	الجداول، الرسوم، المقاييس	الاحتمالات، الفرضيات، فواصل الثقة
نوع البيانات	بيانات كاملة) تعداد(	بيانات جزئية) عينة(
المخرجات	معلومات مباشرة	استنتاجات وتنبؤات
أمثلة	متوسط دخل العمال	اختبار فرضية حول زيادة الدخل

إذن، الوصفي هو الخطوة الأولى، والاستدلالي هو الخطوة المتقدمة التي تبني على نتائجه.

خلاصة :

من خلال هذا المحور، نصل إلى أن **الإحصاء الوصفي هو نقطة البداية لكل دراسة علمية كمية**.

فهو يُقدّم الإطار المفاهيمي والمنهجي الذي يُبنى عليه التحليل الاستدلالي لاحقًا.

وقد تعلّمنا أن:

- الإحصاء علم ومنهج وأداة في آنٍ واحد.
- جمع البيانات بدقة يحدّد مصداقية النتائج.
- المفاهيم الأساسية(المجتمع، العينة، المتغير...) هي أسس العمل الإحصائي.
- نوع البيانات يوجّه الباحث نحو الطريقة التحليلية المناسبة.
- الإحصاء هو لغة القرار العلمي في البحث والإدارة والاقتصاد.

المحور الثاني

التوزيعات والجداول التكرارية

تمهيد:

تُعدّ عملية **تنظيم البيانات في جداول تكرارية** من أهم الخطوات في الإحصاء الوصفي، لأنها تمكّن الباحث من الانتقال من **بيانات خام غير مرتبة** إلى **معلومات منظمة** يمكن تحليلها وفهمها بسهولة.

فالبيانات الخام (Raw Data) كما تُجمع من الميدان تكون عادةً كثيرة ومبعثرة، ولا يمكن استجيد أي معنى منها ما لم تُرتّب وتُنظَّم في جداول تبيّن عدد مرات تكرار القيم أو الفئات.

إذا قمنا مثلا بجمع علامات 100 طالب في مادة الإحصاء، فسيكون لدينا 100 رقم، من الصعب جدًا تحليلها كما هي، لكن عند تنظيمها في جدول تكراري يبيّن عدد الطلبة في كل فئة من لعلامات، يصبح من السهل معرفة أين يتركز الأداء الدراسي (هل في الوسط- الأعلى- الأدنى).

1- مفهوم التوزيع التكراري :

هو طريقة لتنظيم البيانات الإحصائية بحيث تُظهر عدد مرات تكرار كل قيمة أو فئة من القيم.

بعبارة أخرى: "التوزيع التكراري هو جدول يبيّن كيف تتوزع القيم المختلفة لمتغير إحصائي بين أفراد المجتمع أو العينة".

ويُستخدم مصطلح **التكرار (Fréquence)** للدلالة على عدد المرات التي تتكرر فيها قيمة أو فئة معينة.

2- أنواع التكرار: الجدول التالي يلخص انواع التكرارات في الاحصاء.

الرمز	**المصطلح**	**التوضيح**
f_i	التكرار المطلق .	عدد المرات التي ظهرت فيها القيمة X_i
f_i/n	التكرار النسبي .	نسبة التكرار المطلق إلى العدد الكلي
F_i	التكرار المتجمع الصاعد	مجموع التكرارات حتى فئة معينة
F'_i	التكرار المتجمع النازل	مجموع التكرارات ابتداءً من فئة معينة نزولًا

مثال تطبيقي(01):لدينا البيانات التالية تمثل عدد الكتب المقروءة من طرف 10 طلاب خلال شهر 3 – 5 – 4 – 2 – 3 – 5 – 3 – 4 – 3 – 2:

نلاحظ أن القيم تتكرر، فنقوم بعدّ كل قيمة:

عدد الكتب(X)	التكرار(f)	التكرار النسبي(f/n)	التكرار النسبي%
2	2	2/10 = 0.2	20%
3	4	4/10 = 0.4	40%
4	2	2/10 = 0.2	20%
5	2	2/10 = 0.2	20%
المجموع	**10**	**1.00**	**100%**

هذا الجدول يُسمى **جدول توزيع تكراري للقيم المفردة" الغير مبوبة".**

3- أهمية التوزيعات التكرارية: أهمية الجداول التكرارية تتجلى في:

- **تبسيط البيانات الكثيرة** :تحويل مئات الأرقام إلى جدول مختصر وواضح.
- **كشف الأنماط والاتجاهات** :تحديد أين تتركز القيم (في الوسط أم في الأطراف.(
- **التحضير للتحليل الإحصائي** :مثل حساب المتوسط والانحراف المعياري.
- **التمثيل البياني** :فهي الأساس في بناء الأعمدة والمدرجات والمنحنيات التكرارية.

4- انواع التوزيعات التكرارية :تختلف طريقة إعداد الجدول التكراري حسب نوع البيانات:

- إذا كانت **نوعية (Qualitatives)** نستخدم فئات وصفية.
- إذا كانت **كمية (Quantitatives)** نستخدم القيم الرقمية أو الفئات العددية.

ولهذا نقسمها إلى قسمين رئيسيين:

1-4. التوزيعات التكرارية للبيانات النوعية:هو جدول يُظهر عدد المرات (أو النسب المئوية) التي تظهر فيها كل فئة من فئات الصفة النوعية.ويُستخدم عادةً في البيانات الوصفية مثل "الجنس"، "الحالة الاجتماعية"، "القطاع الاقتصادي"، "المهنة"، إلخ.

- خطوات إعداد الجدول:

1. تحديد فئات الصفة (مثل ذكر/أنثى).
2. عدّ عدد الأفراد في كل فئة (التكرار المطلق).
3. حساب النسبة المئوية لكل فئة (التكرار النسبي)
4. التحقق من أن مجموع التكرارات = العدد الكلي، ومجموع النسب = 100.%

مثال تطبيقي(02):في استبيان شمل 20 طالبًا حول "الجنس"، كانت النتائج كالآتي:

12ذكور، 8 إناث.

المطلوب: تشكيل جدول التكراري للبيانات؟

الحل :

الجنس	التكرار(f)	التكرار النسبي(f/n)	التكرار النسبي%
ذكر	12	12/20 = 0.6	60%
أنثى	8	8/20 = 0.4	40%
المجموع	**20**	**1.00**	**100%**

التحليل: معظم مفردات العينة أي (60%) من الذكور، والباقي للإناث.

مثال تطبيقي(03): (صفة رتبية):

تم تصنيف رضا 15 طالبًا عن تدريس مادة الإحصاء إلى 3 مستويات:

- ضعيف (4 طلاب).
- متوسط (7 طلاب).
- مرتفع (4 طلاب).

مستوى الرضا	f	f/n	%
ضعيف	4	0.27	27%
متوسط	7	0.47	47%
مرتفع	4	0.27	27%
المجموع	**15**	**1.00**	**100%**

الملاحظة:أغلب الطلبة (47%) لديهم رضا متوسط، مما يشير إلى مستوى تدريس جيد ولكن قابل لتحسين.

2-4. التوزيعات التكرارية للبيانات الكمية:

1-2-4. البيانات الغير المبوبة: تُستخدم عندما تكون البيانات قليلة ومكررة بشكل محدود، حيث يمكن إدراج كل قيمة على حدة في الجدول دون الحاجة إلى تقسيمها إلى فئات.

مثال تطبيقي(04)لدينا أعمار 8 موظفين في شركة22:، 24، 24، 25، 26، 26، 27، 30

نحسب تكرار كل عمر:

العمر(X)	التكرار(f)	f/n	%
22	1	0.125	12.5%
24	2	0.25	25%
25	1	0.125	12.5%
26	2	0.25	25%
27	1	0.125	12.5%
30	1	0.125	12.5%
المجموع	**8**	**1.00**	**100%**

هذا هو جدول التوزيع التكراري للقيم المفردة نلاحظ أن العمر الأكثر تكرارًا هو 24 و26

2-2-4. البيانات المبوبة "المجمعة في فئات":

عندما تكون البيانات كثيرة ومتناثرة، يُصبح من الضروري **تقسيمها إلى فئات**،بحيث يُظهر الجدول عدد التكرارات داخل كل فئة.

ا-خطوات إعداد جدول الفئات:

اولا:-تحديد عدد الفئات:(k) غالبًا بين 5 و 15حسب حجم البيانات.يمكن استعمال قاعدة Sturges:

$$k = 1 + 3.322\log(n)$$

ثانيا- حساب المدى:

$$R = X_{max} - X_{min}$$

ثالثا: تحديد طول الفئة(H) : وهو حاصل قسمة المدى على عدد الفئات.

$$H = \frac{R}{k} = \frac{X_{max} - X_{min}}{k}$$

رابعا: تحديد حدود الفئات: نبدأ من أصغر قيمة ونضيف طول الفئة H

خامسا: عدّ التكرارات داخل كل فئة.

سادسا: حساب التكرارات النسبية والمتجمعة.وهي كالتالي:

3-2-4- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد:

أ- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد المطلق $F_i^{\uparrow}$:

$$N_k^{\uparrow} = f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \sum_{i=1}^{k} f_i$$

ب- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد النسبي $F_i^{\uparrow}$:

$$F_i^{\uparrow} = \frac{f_i^{\uparrow}}{\sum f_i}$$

ج- التوزيـع التكـراري التجميعـي الصـاعد النسـبي المئـوي $F_i^{\uparrow}\%$: $F_i^{\uparrow}\% = \frac{f_i^{\uparrow}}{\sum f_i} \times 100$

- **ملاحظة:** التكرار المتجمع الصاعد المطلق الأول يساوي دائما التكرار المطلق الأول، والتكرار المتجمع الصاعد المطلق الأخير يساوي دائما مجموع التكرارات.

4-2-4 التوزيع التكراري التجميعي النازل:

ا- التوزيع التكراري التجميعي النازل المطلق $F_i^{\downarrow}$:

$$N_k^{\downarrow} = f - f_1 - \cdots - f_{k-1} = f - \sum_{i=1}^{k-1} f_i$$

ب- التوزيع التكراري التجميعي النازل النسبي $F_i^{\downarrow}$: $F_i^{\downarrow} = \frac{f_i^{\downarrow}}{\sum f_i}$

ج- التوزيع التكراري التجميعي النازل النسبي المئوي $F_i^{\downarrow}\%$:

$$F_i^{\downarrow}\% = \frac{f_i^{\downarrow}}{\sum f_i} \times 100$$

- **ملاحظة:** التكرار المتجمع النازل المطلق الأول يساوي دائما مجموع التكرارات، والتكرار المتجمع النازل الأخير يساوي دائما التكرار المطلق الأخير.

مثال تطبيقي(05)لدينا بيانات تمثل رواتب 20 موظفًا (بالدينار الجزائري):

45، 50، 55، 60، 62، 63، 64، 65، 67، 68، 70، 72، 73، 74، 75، 78، 80، 82، 83، 85.

1-تحديد عدد الفئات:(k)

$$K = 1 + 3.322\log(n) = 1 + 3.322\log(20)$$
$$= 1 + 3.322 \times 1.301 = 5.32 \approx 5$$

2- حساب المدى : $R = X_{max} - X_{min} = 85 - 45 = 40$

3- تحديد طول الفئة:(H) $H = \frac{R}{k} = \frac{40}{5} = 8$

4- تحديد حدود الفئات:(Bornes) نبدأ من أصغر قيمة ونضيف طول الفئة H.

45–52، 53–60، 61–68 ، 69–76، 77–84، 85–92

5- عدّ التكرارات داخل كل فئة.

الفئة	f	f/n	%
45 – 52	2	0.10	10%
53 – 60	2	0.10	10%
61 – 68	6	0.30	30%
69 – 76	5	0.25	25%
77 – 84	4	0.20	20%
85 – 92	1	0.05	5%
المجموع	**20**	**1.00**	**100%**

التحليل:نلاحظ أن معظم الأجور (55%) تقع بين 61 و76 ألف دج، أي أن هذه الفئة تمثل المركز الرئيسي لتوزيع الأجور في المؤسسة.

مثال تطبيقي(06)بالعودة إلى بيانات المثال1، أحسب كلا من:

$f_i^{\uparrow}$، $f_i^{\downarrow}$، $F_i^{\uparrow}$، $F_i^{\downarrow}$ ، $F_i^{\uparrow}\%$، $F_i^{\downarrow}\%$ ، ثم فسر كلا من: $f_2^{\uparrow}$، $f_5^{\downarrow}$، $F_2^{\uparrow}\%$، $F_5^{\downarrow}\%$

عدد الغرف X_i	عدد المساكن X_i	$f_i^{\uparrow}$	$f_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}\%$	$F_i^{\downarrow}\%$
1	1	1	50	0,02	1	2	100
2	8	9	49	0,18	0,98	18	98
3	13	22	41	0,44	0,82	44	82
4	13	35	28	0,70	0,56	70	56
5	6	41	15	0,82	0,30	82	30
6	4	45	9	0,90	0,18	90	18
7	3	48	5	0,96	0,10	96	10
8	2	50	2	1	0,04	100	4
المجموع	50	/	/	/	/	/	/

الشرح:

$\boldsymbol{f_2^{\uparrow} = 9}$: هناك 9 مساكن من بين 50 مسكنا عدد الغرف فيها أقل أو يساوي 2.

$\boldsymbol{f_5^{\downarrow} = 15}$: هناك 15 مسكنا من بين 50 مسكنا عدد الغرف فيها أكبر أو يساوي 5.

$\boldsymbol{F_2^{\uparrow}\% = 18\%}$: هناك 18% من المساكن عدد الغرف فيها أقل أو يساوي 2.

$\mathbf{F_5^{\downarrow}\% = 30\%}$: هناك 30% من المساكن عدد الغرف فيها أكبر أو يساوي 5.

ملاحظات ختامية على الجداول التكرارية

- مجموع التكرارات = عدد المفردات الكلي.
- مجموع النسب المئوية = 100.%
- يمكن تحويل التكرار النسبي إلى زاوية في الرسم الدائري بضربه × 360°.
- الفئة التي تمتلك أكبر تكرار تُسمى **الفئة المنوالية**.**(Modal Class)**

مثال تطبيقي(07)فيما يلي بيانات عينة من تقديرات النجاح ل 40 طالب من فوج في قسم علوم التسيير.

ممتاز	جيد	جيد جدا	جيد	جيد جدا	جيد	متوسط	جيد
جيد جدا	ممتاز	جيد جدا	متوسط	جيد	جيد جدا	ضعيف	جيد جدا
متوسط	جيد جدا	ممتاز	جيد	جيد جدا	جيد جدا	متوسط	جيد
جيد جدا	جيد	جيد جدا	ممتاز	ضعيف	متوسط	ضعيف	متوسط
جيد	جيد جدا	متوسط	ضعيف	ممتاز	جيد جدا	متوسط	جيد

المطلوب:

1- ما هو نوع المتغير؟

2- كون التوزيع التكراري النسبي؟ علق على النتائج؟

الحل:

1- لدينا درجات النجاح :ممتاز – جيد – جيد جدا – متوسط – ضعيف (**متغير وصفي رتبي)**

.لعرض البيانات في شكل جدول تكراري ، يتم إتباع الآتي:

- تكوين جدول تفريغ البيانات:

وهو جدول يحتوي على علامات إحصائية، كل علامة تعبر عن تكرار للمجموعة التي درجات الطلبة ، وكل خمس علامات تكون حزمة إحصائية، كما هو مبين بالجدول التالي:

جدول تفريغ البيانات.

الدرجة	العلامات الإحصائية	عدد الطلبة)التكرارات)
ممتاز	/////	5
جيد جدا	///// ///// ///	13
جيد	///// /////	10
متوسط	///// ///	8
ضعيف	////	4
Sum	40	40

·الجدول التالي لتوزيع التكراري تقديرات النجاح ل 40 طالب من فوج في قسم علوم التسيير.

الدرجة	التكرار(f)	التكرار النسبي(f/n)	التكرار النسبي %
ممتاز	5	0.125 =40/5	12.5%
جيد جدا	13	0.325=40/13	32.5%
جيد	10	0.25=40/10	25%
متوسط	8	0.2=40/8	20%
ضعيف	4	0.1=40/4	10%
Sum	40	1	%100

خلاصة:

في ختـام هـذا العـرض حـول التوزيعـات التكراريـة، يتضح أن التوزيـع التكـراري يمثـل أداة أساسـية لفهـم البيانـات الإحصائية وتحليلها بشكل منهجي. فهـو لا يقتصـر على تقـديم أرقـام وحسـب، بـل يسـاعد الباحـث على التعـرف على أنمـاط البيانـات، تحديـد أكثر القـيم تكـرارًا، وفهـم طبيعـة التشـتت والانحـراف في العينـة المدروسـة. كمـا يسـهل التوزيـع التكـراري عمليـة العرض البياني وتحويل المعلومات المعقدة إلى شكل بصري واضح يسهل تفسيره.

بالتـالي، يُعـد التوزيـع التكـراري خطـوة أولى ومحوريـة لأي تحليـل إحصـائي، سـواء في الدراسـات الاقتصـادية، التجاريـة، أو العلـوم الاجتماعيـة، لمـا يـوفره مـن قاعـدة صـلبة لفهـم البيانـات واتخاذ القرارات المبنية على معلومات دقيقة وموثوقة.

المحور الثالث

التمثيل البياني للتوزيعات

تمهيد:

يمثّل **العرض البياني (Représentation Graphique)** أحد أهم أدوات الإحصاء الوصفي، لأنه يمكّن الباحث من **تصوّر البيانات بشكل بصري سريع وواضح**، ويُسهّل اكتشاف الاتجاهات العامة، والفروقات بين الفئات، وشكل توزيع القيم.

فالجدول التكراري يُظهر الأرقام فقط، لكن الرسم البياني **يُحوّل الأرقام إلى صورة بصرية** يمكن قراءتها بسهولة حتى من طرف غير المتخصصين.

يقول الإحصائي الفرنسي"Bertillon: الرسم البياني هو لغة الإحصاء التي يفهمها الجميع".

لذلك أصبحت الرسوم البيانية عنصرًا أساسيًا في التقارير الإدارية، والمشروعات الاقتصادية، والأبحاث العلمية، وحتى في وسائل الإعلام، لأنها تجمع بين **الدقة الكمية والجاذبية البصرية**.

1-القواعد العامة للعروض البيانية:

قبل الشروع في أنواع التمثيلات، يجب مراعاة جملة من القواعد المنهجية:

ا-اختيار نوع الرسم المناسب لطبيعة البيانات:

- بيانات نوعية ← أعمدة أو دوائر.
- بيانات كمية ← مدرجات أو مضلعات او منحنى.

ب-إظهار جميع الفئات أو القيم دون حذف أو دمج عشوائي.

ج-توحيد مقياس المحورين X) و (Yلضمان التناسب البصري الصحيح.

د-كتابة العناوين بوضوح) عنوان الرسم، المحاور، وحدة القياس، مصدر البيانات.

ه-تجنّب الزخرفة المفرطة التي تشتت الانتباه عن المعلومات الجوهرية.

2- انواع التمثيلات البيانية للتوزيعات:

2-1. الأعمدة البسيطة : الرسم بالأعمدة هو أبسط أشكال العرض البياني، ويُستخدم لتمثيل **البيانات النوعية أو الكمية المنفصلة**. يمثل كل عمود فئة واحدة، ويكون ارتفاعه متناسبًا مع تكرارها أو نسبتها المئوية.

2-1-1. **خطوات الإنشاء:**

1. تحديد الفئات أو القيم على **المحور الأفقي.(X)**
2. تمثيل التكرار أو النسبة على **المحور الرأسي.(Y)**

3. رسم أعمدة متساوية العرض ومتباعدة قليلاً.

4. كتابة القيم أو النسب على كل عمود عند الحاجة.

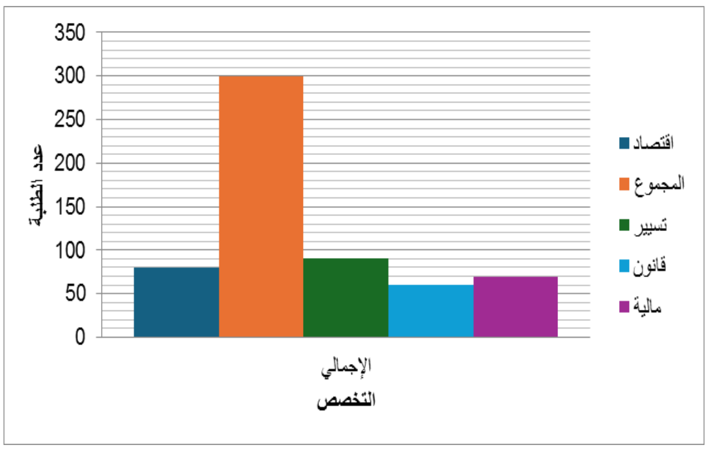
مثال تطبيقي(08): الجدول التالي يبيّن عدد الطلبة في أربعة تخصصات جامعية:

التخصص	اقتصاد	قانون	تسيير	مالية
عدد الطلبة	80	60	90	70

يُرسم على محور X التخصص، وعلى محور Y عدد الطلبة.

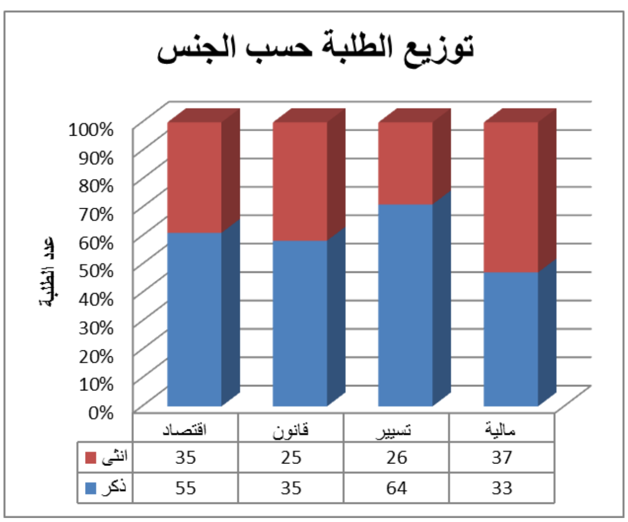
سيكون العمود الأعلى لتخصص تسيير(90) ، يليه اقتصاد(80) ، ثم مالية(70) ، وأخيرًا قانون.(60)

التحليل: التمثيل يوضح مباشرة أن تخصص" تسيير "هو الأكثر تسجيلًا بنسبة 30% من إجمالي الطلبة.



2-1-2. **أنواع أخرى من الأعمدة:**

ا- أعمدة مزدوجة :(Barres Doubles) لتمثيل فئتين لكل مجموعة (مثل ذكور/إناث).

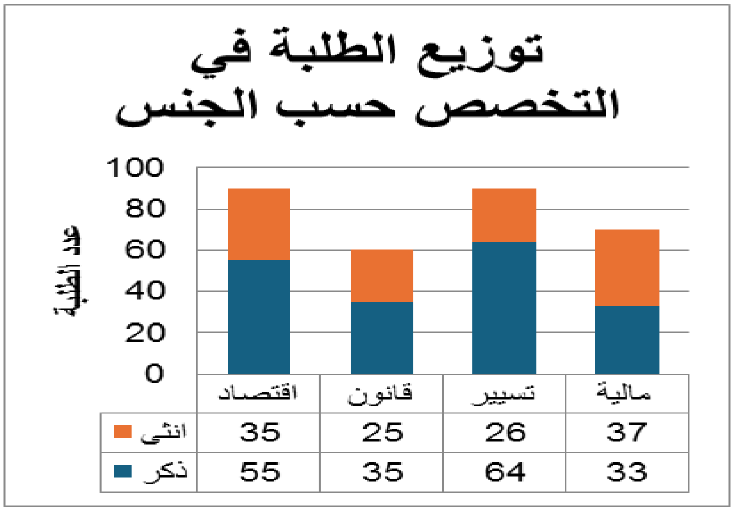


التخصص	الجنس	
اقتصاد	ذكر	55
	انثى	35
قانون	ذكر	35
	انثى	25
تسيير	ذكر	64
	انثى	26
مالية	ذكر	33
	انثى	37

ب- أعمدة مركبة :(Barres Combinées) لعرض بيانات متعددة داخل نفس العمود.

بالرجوع لمثال السابق لتكن التخصصات موزعة حسب الجنس كمايلي:

التخصص	الجنس	
اقتصاد	ذكر	55
	انثى	35
قانون	ذكر	35
	انثى	25
تسيير	ذكر	64
	انثى	26
مالية	ذكر	33
	انثى	37

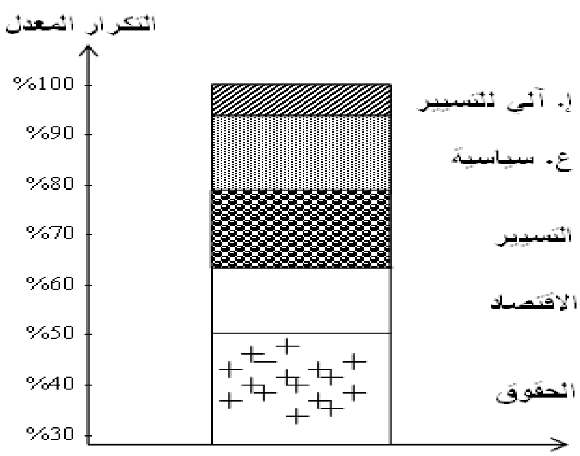


ج- أعمدة العمود المجزأ Diagrammes en Barres:

مثال تطبيقي(09) : أعرض بيانات المثال السابق باستخدام العمود المجزأ.

الحل: لرسم هذا العمود نقوم بحساب النسبة المئوية المقابلة لكل تكرار فيكون ارتفاع المستطيل100%.

القسم	عدد الطلبة
الحقوق	30
الاقتصاد	25
التسيير	20
ع.سياسية	15
إ. آلي تسيير	10
المجموع	%100



2-2. القطاعات الدائرية(Diagramme Circulaire / Pie Chart) :

التعريف:الرسم بالقطاعات الدائرية يُستخدم عادةً لتمثيل **النِّسَب المئوية لفئات نوعية**.

تمثل الدائرة الكاملة (360°) المجموع الكلي، وتُقسّم إلى قطاعات تتناسب مع نسب كل فئة.

-2-1**خطوات الإنشاء:**

- حساب النسبة المئوية لكل فئة$100 \times \frac{\text{حجم الفئة}}{\text{العدد الاجمالي}} =$ النسبة المئوية .

- تحويل النسبة إلى زاوية$360 \times \frac{\text{المئوية النسبة}}{100} =$ الفئة زاوية:

- رسم دائرة وتقسيمها حسب الزوايا المحسوبة.

مثال تطبيقي(10) :في استبيان حول الحالة الاجتماعية لـ40 موظفًا، كانت النتائج:

المطلوب: مثل هاته الاحصائيات ي دوابر نسبية؟

الحل: 1-حساب النسب المئوية:

حساب النسبة للأعزب:$50\% = 100 \times \frac{20}{40} = 100 \times \frac{\text{حجم الفئة}}{\text{العدد الاجمالي}} =$ النسبة المئوية

حساب النسبة للمتزوج :$40\% = 100 \times \frac{16}{40} = 100 \times \frac{\text{حجم الفئة}}{\text{العدد الاجمالي}} =$ النسبة المئوية

حساب النسبة للمطلق:$10\% = 100 \times \frac{4}{40} = 100 \times \frac{\text{حجم الفئة}}{\text{العدد الاجمالي}} =$ النسبة المئوية

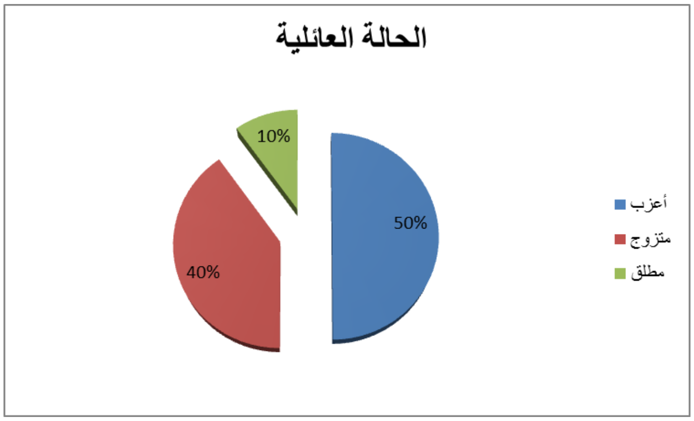
2-تحويل النسبة إلى زاوية$360 \times \frac{\text{المئوية النسبة}}{100} =$ الفئة زاوية:

حساب الزاوية للأعزب :$180 = 360 \times \frac{50}{100} = 360 \times \frac{\text{المئوية النسبة}}{100} =$ الفئة زاوية

حساب الزاوية للمتزوج :$144 = 360 \times \frac{40}{100} = 360 \times \frac{\text{المئوية النسبة}}{100} =$ الفئة زاوية

حساب الزاوية للمطلق :$36 = 360 \times \frac{10}{100} = 360 \times \frac{\text{المئوية النسبة}}{100} =$ الفئة زاوية

نسبة	العدد	الحالة
50%	20	أعزب
40%	16	متزوج
10%	4	مطلق



التحليل:القطاع الأكبر (نصف الدائرة) يمثل العزاب واقلها المطلقين.

3-2. **المدرج التكراري(Histogramme)** : هو رسم بياني يُستخدم لتمثيل **البيانات الكمية المستمرة أو المجمعة في فئات**، ويتكوّن من أعمدة متلاصقة) بدون فراغات (تعكس التوزيع العددي للقيم.

يُعتبر المدرج التكراري **الأساس لكل الرسوم الإحصائية الخاصة بالمتغيرات العددية**.

خصائص المدرج التكراري:

- الأعمدة متلاصقة للدلالة على تتابع القيم.
- قاعدة كل عمود تمثل حدود الفئة، وارتفاعه يمثل التكرار.
- المساحة الكلية تحت الأعمدة تمثل المجموع الكلي للتكرارات.

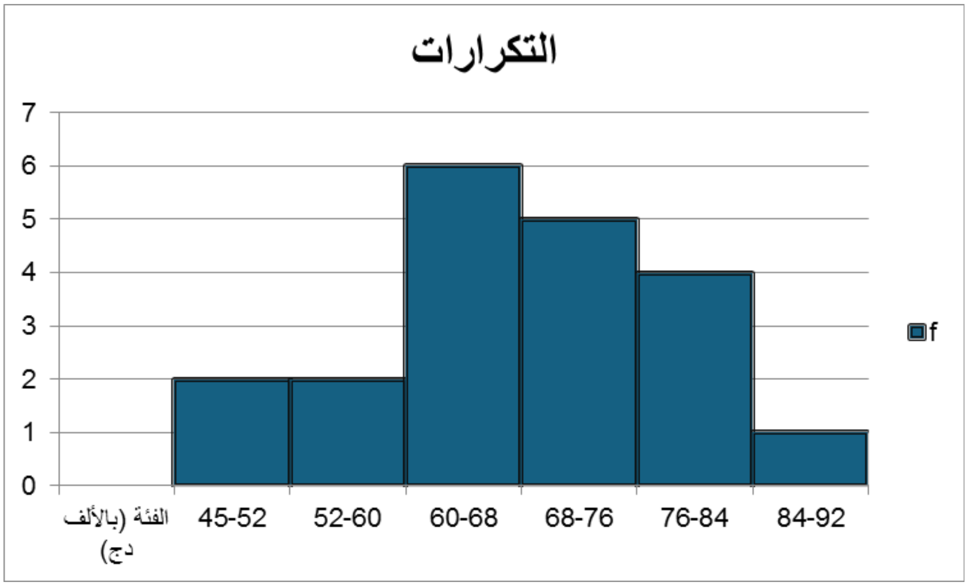
مثال تطبيقي(11):

اليك جدول اجور عمال في احدى الشركات : ارسم المدرج التكراري لها؟

85-92	77-84	69-76	61-68	53-60	45-52	الفئة (بالألف دج)
1	4	5	6	2	2	f

نرسم الأعمدة بحيث:

- المحور الأفقي :الفئات(بالأجور).
- المحور الرأسي :التكرارات.
- العمود الثالث (61-68) هو الأعلى لأنه يحوي أكبر تكرار.(6)



يبيّن الرسم أن الأجور تتركز بين 61 و 76ألف دج، أي أن التوزيع متمركز حول هذه الفئة.

4-2. المضلع التكراري:هو خط مكسّر يربط **نقاط تمثل منتصف كل فئة** على المدرج التكراري، ويُستخدم لتوضيح شكل التوزيع بطريقة أكثر سلاسة من الأعمدة.

خطوات الإنشاء:

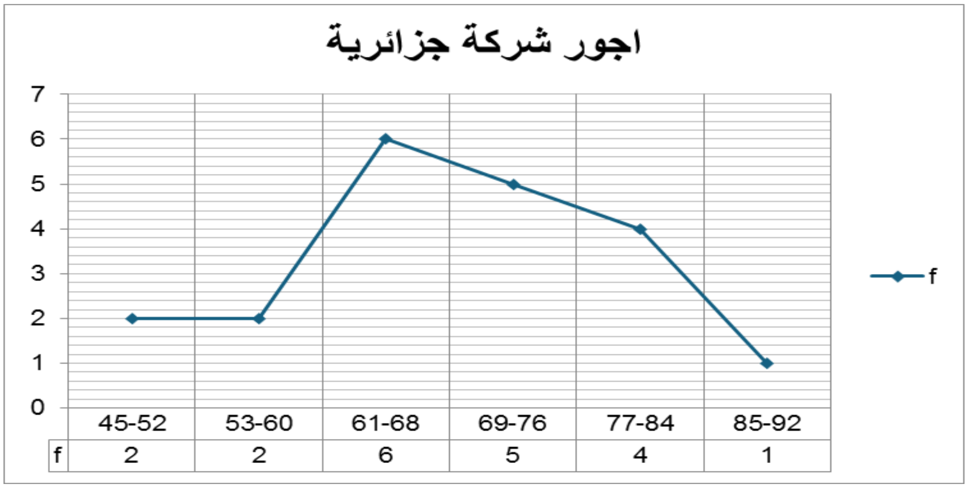
1. تحديد **منتصف كل فئة**:(X_i) $$X_i = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$
2. تمثيل النقاط.(X_i, f_i)
3. ربط النقاط بخطوط مستقيمة.
4. يمكن إغلاق الشكل بربط النقطة الأولى والأخيرة بمحور X.

مثال تطبيقي(12): ارسم المضلع التكراري للبيانات التالية:

الفئة	45-52	53-60	61-68	69-76	77-84	85-92
f	2	2	6	5	4	1

يُرسم المضلع بربط النقاط التالية:

$(48.5,2) \longrightarrow (56.5,2) \longrightarrow (64.5,6) \longrightarrow (72.5,5) \longrightarrow (80.5,4) \longrightarrow (88.5,1)$



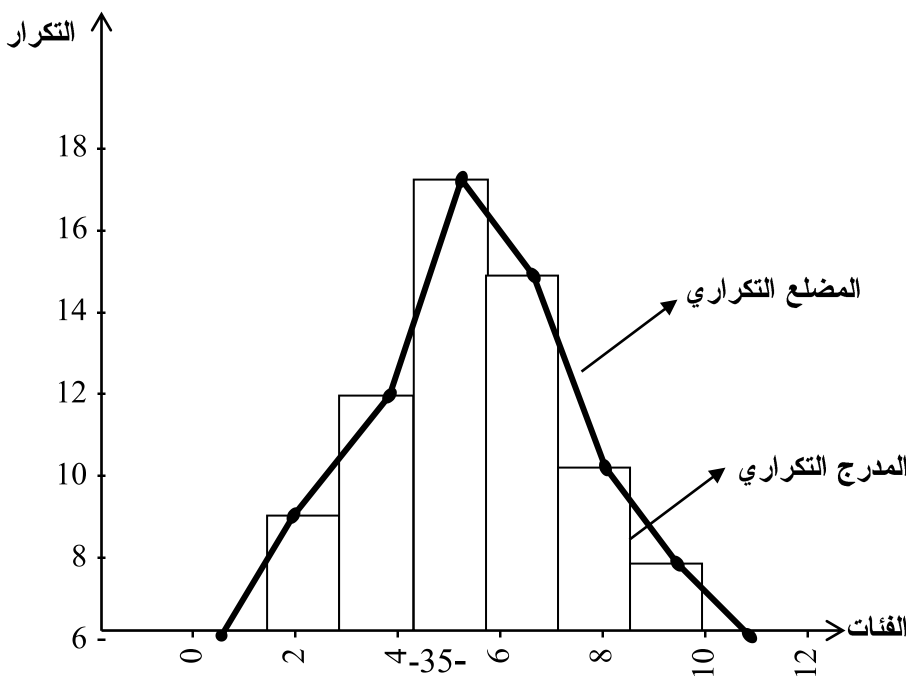
التحليل:يبيّن المنحنى أن التوزيع يأخذ شكلًا قريبًا من الجرس ،مما يعني أن أغلب الأجور متوسطة، مع قلة في الأطراف الدنيا والعليا.

مثال تطبيقي(13):

ليكن التوزيع التكراري الآتي، أرسم المدرج التكراري والمضلع التكراري؟.

الفئة	4 – 2	6 – 4	8 – 6	10 – 8	12 – 10	14 – 12	**المجموع**
التكرار	4	8	16	12	6	2	48

<u>الحل</u>



ملاحظة: الخط المنكسر يمثل المضلع التكراري، حيث أن المساحة التي تقع تحت المضلع التكراري تساوي المساحة التي تقع تحت المدرج التكراري، وحتى نحافظ على المساحة التي تقع أسفل هذا المضلع، نفترض أن لهذا التوزيع فئات إحداهما في بدايته والأخرى في نهايته تكرار كل منهما يساوي صفر، بحيث ننطلق في رسم المضلع من مركز الفئة الافتراضية الأولى (الفئة ما قبل الأولى)، وننتهي عند مركز الفئة الافتراضية الأخيرة.

5-2. المنحنى المتجمع الصاعد:

هو منحنى يُستخدم لتمثيل **التكرارات المتجمعة** ويُظهر النسبة التراكمية للأفراد الذين تقل قيمهم عن حد معين.

هو عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المدروس. ولرسم القطع المستقيمة المقابلة لقيم المتغير المدروس.

مثال تطبيقي(14): اليك البيانات التالية : مثل بيانيا التكرار المتجمع الصاعد؟

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد.

X_i	f_i	$F_i \nearrow$	$F_i \swarrow$
0	6	6	125
1	9	15	119
2	10	25	110
3	14	39	100
4	16	55	86
5	20	75	70
6	25	100	50
7	15	115	25
8	10	125	10
المجموع	**125**		

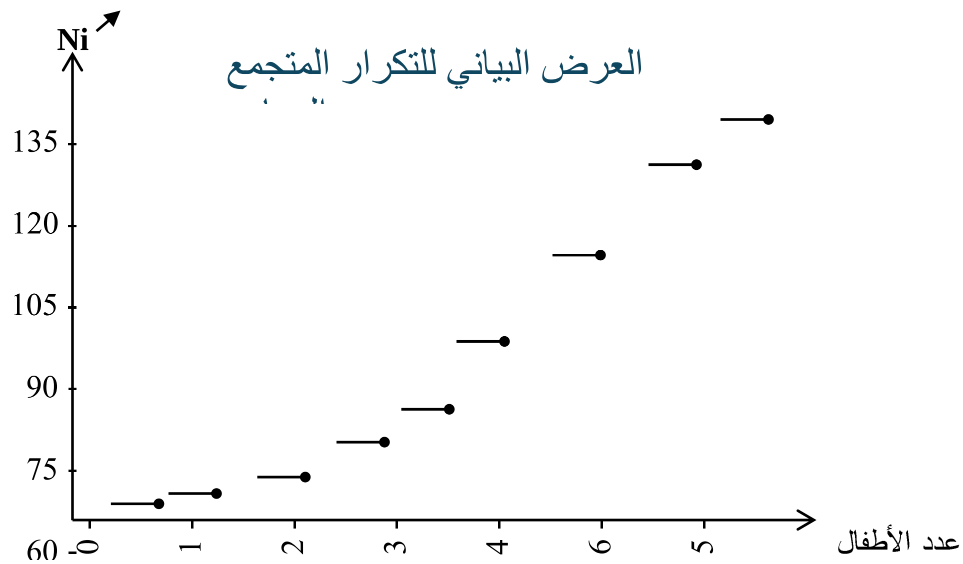
لرسم القطعة المستقيمة المقابلة للقيمة 2 والتي يساوي تكرارها المتجمع الصاعد 25، نرسم قطعة مستقيمة طولها 1 سم مثلا عند إحداثيات النقطة (2، 25) تبدأ من مستوى القيمة 2 لتنتهي عن مستوى القيمة 1.

مثال تطبيقي (13): من معطيات المثال السابق :مثل بيانات التكرار المتجمع الصاعد ؟

الحل:

نحسب التكرار المتجمع الصاعد كما يظهر في الجدول أعلاه.

نرسم القطع المستقيمة التي يمثل هذا العرض.



2-6. المنحنى المتجمع النازل(Ogive Décroissante)

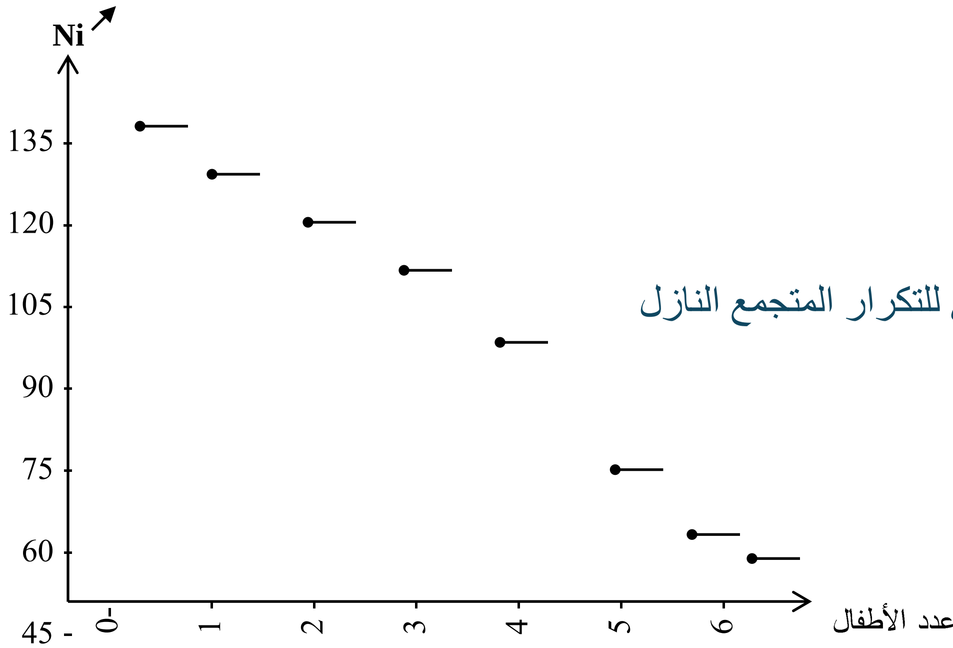
وهو عبارة عن قطع مستقيمة متنازلة حسب تنازل التكرارات المتجمعة النازلة، حيث القطعة المستقيمة الأولى تقابل مجموع التكرارات ناقص التكرار الأول مع القيمة الثانية للمتغير وهكذا ....

خطوات الإنشاء:

1. حساب التكرار المتجمع الصاعد لكل فئة.
2. تحديد حدود الفئات العليا على محور.X
3. رسم النقاط) الحد الأعلى للفئة، .F_i)
4. وصل النقاط بخط منحني أو مكسّر.

مثال تطبيقي (14): بالاعتماد على بينات المثال السابق :- مثل بيانات التكرار المتجمع النازل؟

الحل:



العرض البياني للتكرار المتجمع النازل

يبين كل من منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع النازل شدة أو ضعف تطور الظاهرة المدروسة عن مستوى معين من مجال الدراسة. إن فاصلة نقطة تقاطع المنحنيين تسمى بالوسيط.

مثال تطبيقي(15): اليك المعطيات التالية:

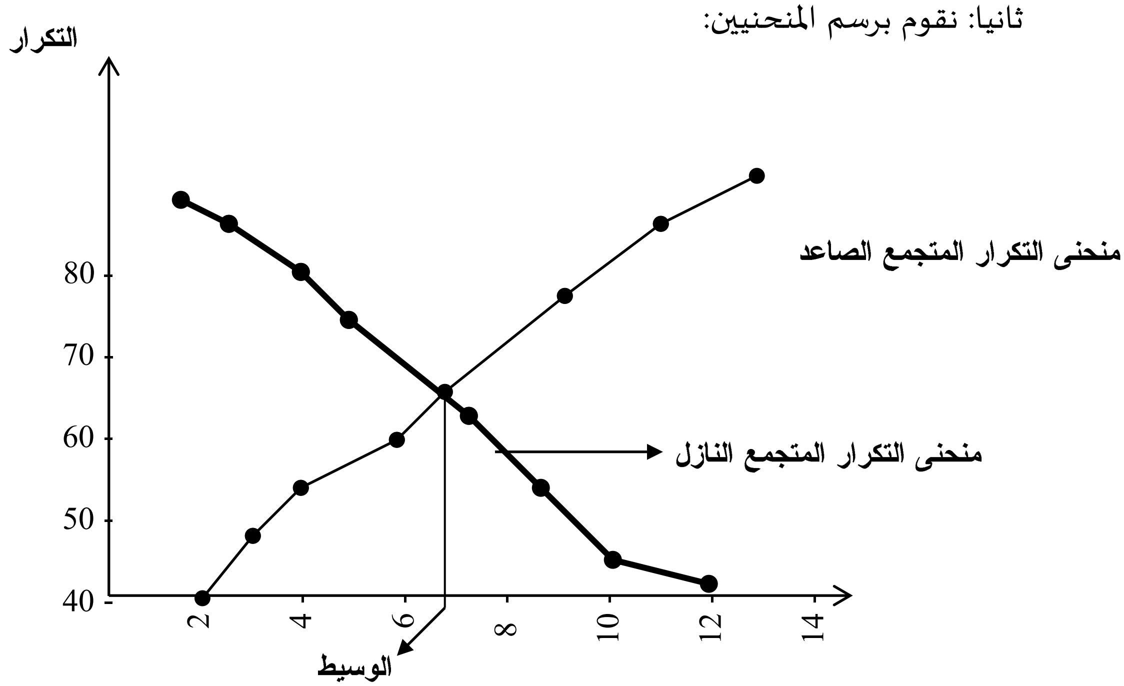
الفئة	4 – 2	6 – 4	8 – 6	10 – 8	12 – 10	14 – 12	16 – 14	المجموع
التكرار	4	9	12	16	18	10	6	75

- أرسم على نفس المعلم كل من منحنى التكرار المتجمع الصاعد ومنحنى التكرار المتجمع ؟

الفئة	fi	Fi↗	Fi↙
4 – 2	4	4	75
6 – 4	9	13	71
8 – 6	12	25	62
10 – 8	16	41	50
12 – 10	18	59	34
14 – 12	10	69	16
16 – 14	6	75	6
المجموع	75		

الحل: أولا نحسب كل من التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل.

ثانيا: نقوم برسم المنحنيين:



خلاصة:

العرض البياني ليس مجرد زخرفة للأرقام، بل هو **أداة تفسيرية بصرية** تسمح للباحث بفهم الشكل البنيوي للتوزيع.

- الأعمدة والدوائر :للبيانات النوعية.
- المدرجات والمضلعات والمنحنيات :للبيانات الكمية.
- المنحنيات المتجمعة :للتحليل التراكمي.
- المنحنيات السلسة :لفهم الشكل العام للتوزيع.

وبالتالي، فإن التمثيل البياني يشكل **الجسر بين الجداول الرقمية والتحليل الإحصائي**،وهو أداة ضرورية لكل باحث يسعى إلى إيصال نتائجه بطريقة علمية وواضحة.

المحور الرابع

مقاييس النزعة المركزية

تمهيد :

مقاييس النزعة المركزية هي أدوات إحصائية تُستخدم لتحديد القيمة التي تمثل" مركز "أو" نقطة التوازن " لمجموعة البيانات .تُستخدم هذه المقاييس لفهم البيانات بسرعة، والمقارنة بين مجموعات مختلفة، وتلعب دوراً أساسياً في التحليل الإحصائي.

1-.مفهوم مقاييس النزعة المركزية:

عند تنظيم البيانات وعرضها في جداول ورسوم بيانية، قد تكون لدينا صورة عامة عن شكل التوزيع، لكننا لا نزال نحتاج إلى **رقم واحد يلخّص هذا التوزيع** ويمثل مركزه أو القيمة النموذجية التي تتركز حولها بقية القيم. هذا الرقم يُسمى **مقياس النزعة المركزية**.

التعريف الأكاديمي:مقاييس النزعة المركزية هي مجموعة من القيم الإحصائية التي تُعبّر عن مركز تجمع البيانات ،أي القيمة التي تمثل خصائص أغلب المشاهدات في التوزيع.

ومن ثمّ، فهي تُستخدم لتقدير القيمة الممثلة أو النموذجية في مجموعة البيانات، وتساعد على **مقارنة** المجموعات المختلفة بسرعة ودقة.

2- أهمية مقاييس النزعة المركزية:

- تلخيص البيانات الكبيرة في قيمة واحدة يسهل تفسيرها.
- المقارنة بين مجموعات مختلفة من البيانات (كرواتب، معدلات، إنتاج...).
- التحليل الإحصائي المتقدم :إذ تُستخدم كمكوّن أساسي في حساب التشتت والانحراف والمعاملات الارتباطية.
- التطبيقات العملية :تُستخدم في الاقتصاد كمتوسط الدخل وفي التعليم كمتوسط العلامات وفي الطب كمتوسط الضغط أو العمر، والإدارة كمتوسط المبيعات أو الإنتاجية.

3- أنواع مقاييس النزعة المركزية:

تتعدد المقاييس التي يمكن أن نستخدمها لتحديد المركز في التوزيع، وأهمها ما يلي:

رقم	المقياس	التسمية الفرنسية	التسمية الإنجليزية	الرمز
1	المتوسط الحسابي	Moyenne Arithmétique	Arithmetic Mean	$\bar{X}$
2	الوسيط	Médiane	Median	Me

رقم	المقياس	التسمية الفرنسية	التسمية الإنجليزية	الرمز
3	المنوال	Mode	Mode	Mo
4	المتوسط الهندسي	Moyenne Géométrique	Geometric Mean	X_G
5	المتوسط التوافقي	Moyenne Harmonique	Harmonic Mean	X_H
6	المتوسط التربيعي	Moyenne Quadratique	Quadratic Mean	X_Q
7	المئينات والعشيرات والربيعات	Centiles, Déciles, Quartiles	Percentiles, Deciles, Quartiles	-

1-3. المتوسط الحسابي: هو مجموع القيم مقسومًا على عددها الكلي.يمثل القيمة التي لو استُبدلت بها جميع القيم لأبقت المجموع كما هو، وهو نوعان حسب نوع البيانات الى :

1-1-3. المتوسط الحسابي البسيط: "بيانات غير مبوبة" تكون على شكل سلسلة احصائية.

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

حيث:

- X_iالقيم الفردية.
- nعدد المفردات.

مثال تطبيقي(16): اليك درجات 5 طلاب في مادة الاقتصاد هي12:،14، 16، 10، 18 .

- احسب المتوسط الحسابي لدرجات الطلبة؟

الحل: لدينا: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{12+14+16+10+18}{5} = \frac{70}{5} = 14$

إذًا المتوسط الحسابي **14** = **نقطة**.تمثل هذه القيمة المعدل العام للعينة.

2-1-3. المتوسط الحسابي المرجّح:" بيانات مبوبة" :تكون على شكل فئات.و يستخدم عندما تختلف أهمية القيم (مثل اختلاف أوزان المواد الدراسية أو الحصص الإنتاجية).

وصيغته: $\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$

حيث:

- X_i: القيم.

- f_i:الأوزان أو التكرارات.

مثال تطبيقي(17):مستويات الإنتاج (بالوحدات) لثلاثة عمال خلال أسبوع:

العامل	الإنتاج(X)	عدد الأيام(f)	f_iX_i
أ	50	2	10
ب	60	3	180
ج	80	5	400
$\sum$		10	680

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i} = \frac{(50 \times 2) + (60 \times 3) + (80 \times 5)}{2 + 3 + 5} = \frac{100 + 180 + 400}{10} = 68$$

المتوسط المرجّح **68** = **وحدة**.أي أن العامل النموذجي ينتج نحو 68 وحدة يوميًا.

3-1-3- خصائص المتوسط الحسابي:

- يتأثر بالقيم المتطرفة مثل وجود قيمة كبيرة جدًا.
- مجموع الفروق بين القيم والمتوسط = صفر.
- يمكن استخدامه في العمليات الجبرية والتحليل الرياضي.
- يصلح للبيانات الكمية فقط.

-متى يُستخدم؟

- عند وجود بيانات كمية متجانسة.
- عندما تكون القيم الدقيقة متاحة لكل مفردة.
- في التحليل الاقتصادي والمالي والإداري.

4-1-3. مشتقات المتوسط الحسابي:

اولا: المتوسط الهندسي: المتوسط الهندسي هو نوع من المتوسطات يُستخدم عندما تكون القيم مضاعفات أو نسبًا) مثل معدلات النمو، أو التغير النسبي، أو الفوائد المركبة.(يُعبّر عن القيمة النموذجية للسلاسل المتضاعفة هندسيًا.

التعريف الرياضي:المتوسط الهندسي لمجموعة قيم موجبة $X_1, X_2, \ldots, X_n$ هو الجذر النوني لجداء القيم:

$$X_G = \sqrt[n]{X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n} = (\prod_{i=1}^{n} X_i)^{1/n}$$

مثال تطبيقي(18): نسبة النمو في الإنتاج خلال ثلاث سنوات كانت10% :،20% ،15% أي1.10 :،1.20 ، 1.15

$$X_G = \sqrt[3]{1.10 \times 1.20 \times 1.15} = \sqrt[3]{1.518} = 1.147$$

أي أن المتوسط الهندسي لمعدل النمو**1.147** ≈ أي أن معدل النمو السنوي النموذجي.**14.7%** =

- **خصائص المتوسط الهندسي:**

- يُستخدم فقط للقيم الموجبة.
- أقل من المتوسط الحسابي إذا كانت القيم مختلفة.
- مناسب لقياس المتوسط في النسب والمؤشرات الاقتصادية) النمو، التضخم، الفوائد.(
- يعبر عن معدل تغير" فعلي "عبر فترات زمنية متتابعة.

ثانيا: المتوسط التوافقي: :يُستخدم المتوسط التوافقي عندما تكون القيم مرتبطة بـ معدلات أو سرعات أو وحدات في المقام) مثل المسافة/الزمن، الإنتاج/الوقت...).

الصيغة: $$X_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{X_i}}$$

مثال تطبيقي (19): سيارة تسير بسرعة 60 كم/س في طريق الذهاب، و 40كم/س في طريق العودة.

ما متوسط السرعة الكلي؟

$$X_H = \frac{2}{\frac{1}{60}+\frac{1}{40}} = \frac{2}{\frac{100}{2400}} = \frac{2\times 2400}{100} = 48$$

إذًا متوسط السرعة **48** = **كم/س**.

- **ملاحظة**: لو استخدمنا المتوسط الحسابي 50 = 2/(60+40) = كم/س سيكون أكبر من المتوسط التوافقي، وهذا يثبت أن التوافقي أدق في هذه الحالات.

- **خصائص المتوسط التوافقي:**

- يُستخدم في المعدلات التي تتعلق بالزمن أو المعدلات العكسية.
- دائمًا أقل من المتوسط الحسابي والهندسي لنفس البيانات.
- يُفيد في تحليل الإنتاجية، السرعات، الكثافات، إلخ.

ثالثا: المتوسط التربيعي: هو نوع من المتوسطات يُستخدم عندما تكون القيم سالبة وموجبة،ويُعبّر عن المقدار المتوسط لمربعات القيم.

الصيغة:

$$X_Q = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}}$$

مثال تطبيقي(20) : لدينا القيم2 :،4 ،6

-احسب المتوسط التوافقي لها؟

$$X_Q = \sqrt{\frac{2^2+4^2+6^2}{3}} = \sqrt{\frac{4+16+36}{3}} = \sqrt{18.67} = 4.32$$

المتوسط التربيعي **4.32** =

ملاحظة: $X_Q \geq X_G \geq X_H$ دائمًا.

أي أن التربيعي هو الأكبر، ثم الهندسي، ثم التوافقي.

-**استخداماته:**

- في الفيزياء :لحساب القيمة الفعالة للتيار الكهربائي.
- في الإحصاء :عند التعامل مع القيم ذات التباين الكبير.
- في الرياضيات :كأداة لتحليل البيانات المنحرفة.

3-2. :الوسيط :الوسيط هو القيمة التي تقسّم مجموعة البيانات إلى نصفين متساويين، بحيث يكون **نصف** القيم أصغر منها، والنصف الآخر أكبر منها.

أي أنه مقياس" الموقع الوسطي "الذي لا يتأثر بالقيم الشاذة.

حساب الوسيط: ويتم حساب الوسيط وفق الحالتين التاليتين:

3-2-1 . الحالة الأولى:" البيانات غير المبوبة": لحساب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة نتبع الخطوات التالية:

1- ترتيب القيم تصاعديا.

2- تحديد رتبة الوسيط والوسيط، وهذه المرحلة مرتبطة بحالتين:

- في حالة عدد البيانات فردي: (رتبة الوسيط = $\frac{n+1}{2}$)، والوسيط هو القيمة صاحبة الرتبة ($\frac{n+1}{2}$).
- في حالة عدد القيم زوجي: الوسيط يقع بين القيمة رقم ($\frac{n}{2}$) والقيمة رقم ($\frac{n}{2}$ +1)، ثم يحسب الوسيط كما يلي: (القيمة رقم ($\frac{n}{2}$) + القيمة رقم ($\frac{n}{2}$ +1))\2 .

$$Me = X_{\frac{n+1}{2}}$$ إذا كان n فرديًا

$$Me = \frac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}$$ إذا كان n زوجيًا

مثال تطبيقي(21): اليك القيم التالي: 16 12 8 12 10 14. اوجد الوسيط؟

الحل: - نرتب القيم تصاعدية : 8 :،10، 12، 14، 16

- رتبة الوسيط : بما ان عدد القيم 5 = (فردي) فان رتبة الوسيط هي 3 = 2/(1+5)

. الوسيط = القيمة رقم3 وهو 12

3-2-2. الحالة الثانية :البيانات المبوبة في فئات

لحساب الوسيط من البيانات المبوبة في جدول توزيع تكراري نتبع الخطوات التالية:

- نكون جدول التكرار المتجمع الصاعد و النازل ، ثم نحدد ترتيب الوسيط من العلاقة : $C_1 = \frac{\sum fi}{2}$

- نوجد قيمة الوسيط من العلاقة الآتية : $Me = L + \frac{C_1 - C_2}{C_3} \cdot h$

بحيث:

L: الحد الأدنى للفئة الوسيطية. h: طول الفئة . C1: رتبة الوسيط المحدد سابقا.

C2: التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية. C3: تكرار الفئة الوسيطية.

ملاحظة: العلاقة السابقة تستخدم في حالة استعمال التكرار المتجمع الصاعد.

مثال تطبيقي(22): فيما يلي توزيع 50 بقرة حسب احتياجاتها اليومية من الغذاء الجاف بالكيلوغرام:

الاحتياجات اليومية	4.5-1.5	7.5-4.5	10.5-7.5	13.5-10.5	16.5 -13.5
عدد الأبقار	4	12	19	10	5

المطلوب: أحسب الكمية الوسيطة لاحتياجات الأبقار اليومية من الغذاء.

الحل: نضع الجدول التالي كملخص للعمليات الحسابية:

ت م الصاعد	(X_i) مراكز الفئات	التكرارات (f_i)	الفئات
4	3	4	1.5 - 4.5
16	6	12	4.5 - 7.5
35	9	19	7.5 - 10.5
45	12	10	10.5 - 13.5
50	15	5	13.5 - 16.5
/	/	50	

نحدد ترتيب الوسيط من العلاقة: $C_1 = \frac{\sum fi}{2} = \frac{50}{2} = 25$

من C1 في التكرار المتجمع الصاعد نجد أن الوسيط موجود ضمن الفئة [7,5-10,5] تسمى بالفئة الوسيطية.

- L: الحد الأدنى للفئة الوسيطية= 7.5
- h: طول الفئة = 3
- C2: التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية=16
- C3: تكرار الفئة الوسيطية= 19

نحسب قيمة الوسيط: $Me = L + \frac{C_1 - C_2}{C_3} \cdot h = 7.5 + \frac{25-16}{19} \cdot 3 = 8.921\ Kg$

ويلاحظ أن قيمة الوسيط لا بد وأن تقع داخل حدود فئة الوسيط، أي لا تقل عن بداية فئة الوسيط ولا تزيد عن نهايتها.

3-2-3. خصائص الوسيط:

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة.
- يُستخدم مع البيانات النوعية الرتبية أو الكمية.
- يُفيد في تحليل الدخول أو الأجور أو المداخيل غير المتجانسة.

4-2-3. مشتقات الوسيط:

هي **مقاييس موقع نسبي** تُستخدم لتقسيم التوزيع إلى أجزاء متساوية، كل جزء يحتوي على نفس النسبة من المفردات.

تُساعد في تحديد موقع القيم داخل التوزيع وليس فقط في مركزه.

اولا: الربيعات(Quartiles / Quartiles Q1, Q2, Q3) تقسم البيانات إلى **أربعة أجزاء متساوية**:

- **Q1** الحد الذي يفصل أول 25% من القيم.
- **Q2** يساوي الوسيط.(50%)
- **Q3** الحد الذي يفصل 75% من القيم.

ا - الربيعات في حالة البيانات الغير المبوبة:لذلك يتم حسابه كما فى حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الثالث Q3 هو (3 n / 4) .

مثال تطبيقي(23) : لدينا 10 قيم مرتبة: 10، 12، 14، 16، 18، 20، 22، 24، 26، 28.

$$Q1 = X_{\frac{n+1}{4}} = X_{2.75} \approx 13.5$$
$$Q2 = X_{\frac{n+1}{2}} = X_{5.5} = 19$$
$$Q3 = X_{\frac{3(n+1)}{4}} = X_{8.25} \approx 25$$

إذًا: Q1 = 13.5 Q2 = 19 Q3 = 25

التحليل: 50%من القيم تقع بين 13.5 و25.

ب-الربيعات في حالة البيانات المبوبة:

الربيع الأول Q1: ويسمى كذلك بالربيع الأدنى وهو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث ربع عدد البيانات أقل منه وثلاثة أرباع البيانات أكبر منه وترتيب الربيع الأول هو $\frac{\sum fin}{4}$ ويحسب كالتالي:

$$Q_k = L + \left(\frac{\frac{\sum fin}{4} - F_c}{f_k}\right) \times h$$

الربيع الثالث Q3: ويسمى كذلك الربيع الأعلى وهو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين بحيث ثلاثة أرباع عدد البيانات أقل منه وربع عدد البيانات أكبر منه وترتيب الربيع الثالث هو $\frac{3\sum fin}{4}$.

ويحسب كالتالي: $Q_k = L + \left(\frac{\frac{3\sum fin}{4} - F_c}{f_k}\right) \times h$

وواضح أن الربيع الثاني هو نفسه الوسيط .

ثانيا: العشيرات :(Déciles / D1, D2, ..., D9): تقسم البيانات إلى **عشرة أجزاء متساوية**،بحيث يحتوي كل جزء على 10% من المفردات.

ا - العشير في حالة البيانات الغير المبوبة: يتم حسابه كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب العشير D_k هو (k n / 10) .

ب-العشير في حالة البيانات المبوبة: يتم حسابه كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الفئة العشيرية هو (k n / 10) . حيث $k = 1,2,...,9$

$$D_k = L + \left(\frac{k \times \frac{n}{10} - F_c}{f_k}\right) \times c$$

ثالثا:المئينات(Centiles / Percentiles P1, P2, ..., P99) : تقسم البيانات إلى **مئة جزء متساوٍية**

ويُستخدم المئين رقم P_k لتحديد النسبة المئوية للمفردات الأقل من قيمة معينة.

ا - المئوي في حالة البيانات الغير المبوبة: يتم حسابه كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب العشير P_k هو (k n / 100) .

ب- المئوي في حالة البيانات المبوبة: يتم حسابه كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الفئة المئوية هو (k n / 100) . حيث $k = 1,2,...,99$

$$P_k = L + \left(\frac{k \times \frac{n}{100} - F_c}{f_p}\right) \times c$$

مثال تطبيقي(24) : إذا كان $P_{90} = 72$ ، فهذا يعني أن **90% من الأفراد حصلوا على أقل من 72.**

التمييز بين هذه المقاييس:

المقياس	عدد الأجزاء	النسبة التي يفصلها	الرمز
الربيعات	4	25%	Q1, Q2, Q3
العشيرات	10	10%	D1 ... D9
المئينات	100	1%	P1 ... P99

أهمية هذه المقاييس:

- تُحدّد موقع القيم داخل التوزيع بدقة.
- تُستخدم لتحديد الانحرافات في الدخل، الدرجات، الأجور.
- تُفيد في رسم منحنيات التوزيع التراكمي.
- تُستخدم في الإحصاء التطبيقي والتربوي لتصنيف النتائج) المتفوقون، المتوسطون، المتأخرون.(

3-3. المنوال(Le Mode / Mode) : المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا في مجموعة البيانات،أي القيمة التي تمثل الفئة الأكثر شيوعًا أو تكرارًا.

حساب المنوال: يتم حساب المنوال وفق الحالتين التاليتين:

3-3-1. الحالة الأولى :بيانات غير مبوبة

مثال تطبيقي(25): اوجد المنوال من القيم التالية:4، 4، 5، 6، 6، 6، 7

القيمة الأكثر تكرارًا إذن المنوال هو 6

3-3-2. الحالة الثانية :بيانات مبوبة في فئات:الفئة المنوالية هي التي تقابل اكبر تكرار ويمكن ان يكون هناك اكثر من منوال واحد .

نستخدم المعادلة:

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2}\right) \times h$$

حيث:

$$\Delta_1 = f_i - f_{i-1} \qquad \Delta_2 = (f_i - f_{i+1})$$

- L: الحد الأدنى للفئة المنوالية.
- f_i: تكرار الفئة المنوالية.
- f_{i-1}: تكرار الفئة السابقة.
- f_{i+1}: تكرار الفئة اللاحقة.
- h طول الفئة.

مثال تطبيقي(26): فيما يلي توزيع 30 أسرة حسب الإنفاق الاستهلاكي الشهري لها بالألف دينار والمطلوب منوال الانفاق الشهري للأسرة.

الفئة	أكتوبر-19	20-29	30-39	40-49
f	3	5	8	4

الفئة المنوالية 30-39 $L = 30, f_i = 8, f_{i-1} = 5, f_{i+1} = 4, h = 10$

$$Mo = 30 + \left(\frac{8-5}{(8-5)+(8-4)}\right) \times 10 = 30 + \frac{3}{7} \times 10 = 34.3$$

المنوال**34.3** ≈ =

خلاصة :

مقاييس النزعة المركزية هي أدوات رياضية وإحصائية تهدف إلى:

- تلخيص البيانات في قيم نموذجية.
- تحديد مركز التوزيع.
- مقارنة مجموعات مختلفة بسهولة.

القاعدة العامة:

$$X_Q \geq \bar{X} \geq Me \geq Mo \geq X_H$$

أي أن ترتيب هذه المقاييس من الأكبر إلى الأصغر يتبع درجة تأثير القيم المتطرفة.

المحور الخامس

مقاييس التشتت

تمهيد :

عند مقارنة مجموعتين من البيانات، يمكن الاستعانة بالتوزيع التكراري أو المنحنى التكراري، بالإضافة إلى بعض مقاييس النزعة المركزية مثل الوسط الحسابي، الوسيط، والمنوال. ومع ذلك، فإن الاعتماد على هذه الطرق بمفردها لا يكفي لإجراء مقارنة دقيقة. فقد تتساوى مقاييس النزعة المركزية للمجموعتين مع وجود اختلاف كبير فيما بينهما من حيث مدى تقارب وتشتت البيانات أو كيفية توزيع القيم حول مقياس النزعة المركزية.

لذلك، لجأ الإحصائيون إلى استخدام أدوات إضافية تعرف بمقاييس التشتت، والتي تهدف إلى قياس مدى تجانس أو انتشار البيانات حول الوسط الحسابي. وتُعد هذه المقاييس فعّالة في إجراء مقارنات أكثر دقة بين مجموعتين أو أكثر من البيانات.

في هذا السياق، سيركز هذا المحور على دراسة مقاييس التشتت وطرق استخدامها.

1- مفهوم التشتت(Dispersion) : يشير مفهوم التشتت إلى تحليل مدى قرب أو تباعد قيم الظاهرة عن بعضها البعض أو عن وسطها الحسابي. فإذا كانت القيم متقاربة وقريبة من الوسط الحسابي، تُظهر الظاهرة تجانساً. أما إذا كانت القيم متباعدة وبعيدة عن الوسط الحسابي، فهذا يدل على تشتت الظاهرة وعدم تجانسها

ومنه .يُقصد بالتشتت **مدى انتشار القيم أو تباعدها** عن مركزها (عادةً المتوسط الحسابي).

يفيد التشتت في:

- معرفة مدى **تجانس** البيانات
- مقارنة مجموعات مختلفة
- اكتشاف **الاختلافات الداخلية** داخل المجموعة
- تقييم **استقرار المتوسط**
- تحديد وجود **قيم شاذةOutliers**

كلما كان التشتت قليلًا كانت القيم متقاربة، وكلما كان مرتفعًا كانت القيم منتشرة حول المتوسط

2- انواع مقاييس التشتت: ويقاس تشتت البيانات بعدة مقاييس منها:

1-2. المدى(Range) :

1-1-2 . المدى لمجموعة من البيانات "سلسلة احصائية" :هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لها ويرمز له بالرمز R.

المدى= أكبر قيمة – أصغر قيمة $R = X_{\max} - X_{\min}.$

مثال تطبيقي(27) : اوجد المدى القيم8, 10, 12, 15, 20, 25, 30:

$$R = 30 - 8 = 22$$

2-1-2. المدى للبيانات المبوبة "فئات" : المدى للتوزيعات التكرارية فيحسب بعدة طرق منها:

المدى = مركز الفئة الأخيرة – مركز الفئة الأولى $R = X_n - X_1$

- يعطي فكرة سريعة عن تشتت البيانات
- حساس للقيم الشاذة

مثال تطبيقي(28) : :اليك البيانات التالية احسب المدى؟

X_i	f_i	الفئة
11	5	10-12
13	18	12-14
15	12	14-16
17	5	16-15

$$R = 17 - 11 = 6$$

المدى يعطي فكرة تقريبية عن تشتت الفئات، لكنه لا يعكس توزيع البيانات داخل الفئات

2-2. المدى الربيعي :وهو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الاول.

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

يمتاز بأنه **لا يتأثر بالقيم الشاذة** لأنه يعتمد على الربيعات (مقاييس مقاومة)

مثال تطبيقي(29) : اليك القائمة مرتّبة:5, 7, 8, 10, 12, 15, 20, 22, 25

-احسب المدى المطلق و المدى الربيعي ؟

$$Q_1 = 8, \quad Q_3 = 20$$
$$IQR = 20 - 8 = 12$$

2-3. الانحراف المتوسط : ويعرف الانحراف المتوسط بأنه المتوسط الحسابي للقيم المطلقة لانحرافات القيم عن متوسطها الحسابي، وسوف نرمز للانحراف المتوسط في دراستنا بالرمز MD وعليه

إذا كانت لدينا القيم التالية: $X_1, X_2, X_3, X_4 .... X_N$ فإن الانحراف المتوسط لها هو:

2-3-1. في حالة البيانات الغير المبوبة: $MD = \frac{\sum|x_i - \bar{x}|}{n}$

2-3-2. في حالة البيانات المبوبة: $MD = \frac{\sum f_i|x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$

مثال تطبيقي(30) : اليك القيم التالية: 4, 7, 9, 10, 12

-احسب الانحراف المتوسط؟

$$\bar{x} = \frac{4+7+9+10+12}{5} = 8.4$$

$$Md = \frac{|X_1 - \overline{X}| + |X_2 - \overline{X}| + |X_3 - \overline{X}| + ... + |X_n - \overline{X}|}{n}$$

$$= \frac{|4_1 - 8.4| + |7_2 - 8.4| + |9_3 - 8.4| + ... + |12_n - 12.4|}{5}$$

$$MD = \frac{4.4 + 1.4 + 0.6 + 1.6 + 3.6}{5} = 2.32$$

مثال تطبيقي(31) : أوجد تشتت البيانات المبوبة في جدول التوزيع التكراري الآتي باستخدام الانحراف المتوسط؟

الفئة	2-0	4-2	6-4	8-6	المجموع
التكرار	2	3	4	3	12

<u>الحل:</u>

$f_i\|X_i - \overline{X}\|$	$\|X_I - \overline{X}\|$	f_iX_i	X_i	التكرار	الفئة
6.66	3.33	2	1	2	0-2
4	1.33	9	3	3	2-4
2.68	0.67	20	5	4	4-6
8.01	2.67	21	7	3	6-8
21.35		52		12	المجموع

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i} = \frac{25}{12} = 4.33$$

$$MD = \frac{\sum f_i \left| X_i - \overline{X} \right|}{\sum f_i} = \frac{21.35}{12} = 1.78$$

ويعتبر الانحراف المتوسط أفضل من سابقه (المدى) لأنه أقل تأثر بالقيم المتطرفة غير أنه لا يستعمل بشكل واسع بسبب اعتماده على القيمة المطلقة لانحرافات القيم عن متوسطها الحسابي.

خواص الانحراف المتوسط:

- يعتمد في حسابه على جميع القيم وليس على القيمة الكبرى والصغرى فقط.
- لا يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.
- يتأثر بالقيم المتطرفة، لأن انحرافها عن المتوسط الحسابي يكون كبيرا.

2-4. التباين:(Variance): عبارة عن المتوسط الحسابي لمربعات الانحرافات عن المتوسط الحسابي الحقيقي للظاهرة الإحصائية، و يحسب وفقا لحالتين:

2-4-1- حالة البيانات غير المبوبة:): يحسب من خلال العلاقة التالية:

$$V(x) = \frac{\sum (Xi - \bar{X})^2}{n}$$

مثال تطبيقي(32) :: لتكن القيم التالية 50، 70، 60، 80، 90 احسب التباين؟

نحدد أولا المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n} = \frac{50+70+60+80+90}{5} = 70$ ثم نحسب التباين:

$$V(x) = \frac{\sum (Xi - \bar{X})^2}{n}$$

$$= \frac{(50-70)^2 + (70-70)^2 + (60-70)^2 + (80-70)^2 + (90-70)^2}{5}$$

$$= \frac{1000}{5} = 200$$

2-4-2. حالة البيانات المبوبة: يحب من العلاقة التالية:

$$V(X) = \frac{\sum (Xi - \bar{X})^2 . fi}{\sum fi}$$

مثال تطبيقي(33) :الجدول التالي يبين توزيع دخل 40 موظف حسب مداخيلهم الشهرية .

- أحسب تباين دخل الموظف لهذه العينة؟

فئات الدخل	32-34	34-36	36-38	38-40	40-42	42-44
عدد الموظفين	4	7	13	10	5	1

الحل: لديانا التباين يحسب بالعلاقة التالية: $V(X)=\frac{\sum(Xi-\bar{X})^2.fi}{\sum fi}$

ولذا سنكون الجدول للحسابات كمايلي :

C الفئات	fi	Xi	$fi\times Xi$	$(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi-\bar{X})^2\times fi$
32-34	4	33	132	19,36	**77,44**
34-36	7	35	245	5,76	**40,32**
36-38	13	37	481	0,16	**2,08**
38-40	10	39	390	2,56	**25,6**
40-42	5	41	205	12,96	**64,8**
42-44	1	43	43	31,36	**31,36**
	40	/	**1496**	/	**241,6**

المتوسط الحسابي : $\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}Xi.fi}{\sum_{1}^{n}fi}=\frac{1496}{40}=37.4$

التباين : $V(X)=\frac{\sum(Xi-\bar{X})^2.fi}{\sum fi}=\frac{241.6}{40}=6.04$

5-2. الانحراف المعياري : هو الجذر التربيعي للتباين:

$$S=\sqrt{V(x)}=\sqrt{\frac{\sum(Xi-\bar{X})^2.fi}{\sum fi}}$$

من معطيات المثال السابق نجد : $V(x)=6.67\Rightarrow S=\sqrt{6.67}=2.58$

6-2. معامل الاختلاف(CV)

إذا كانت الظواهر من صفات مختلفة أو إذا كانت متوسطاتها متباعدة، فإن المقارنة اعتمادا على الانحراف المعياري ستكون غير منطقية وغير واقعية، ولهذا السبب وجدت مقاييس أخرى سميت مقاييس التشتت النسبي تعتمد على تمييز البيانات وتقيس التشتت كنسبة مئوية للمتوسط، أهم هذه المقاييس هو معامل الاختلاف.

ويحسب حسب العلاقة التالية:

$$CV = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$$

- **مثال تطبيقي(34)**: اليك المعطيات التالية: $\bar{x} = 40$ $S = 10,$ احسب معامل الاختلاف؟

$$\text{CV} = \frac{10}{40} \times 100 = 25\%$$

كلما كان CV كبيرًا كانت البيانات أكثر تشتتًا.او نقول اقل تجانسا.

- **تشتت قليل** ⇐ القيم متقاربة ⇐ تجانس كبير
- **تشتت كبير** ⇐ القيم منتشرة ⇐ اختلاف واضح
- **CVالمرتفع** يدل على عدم الاستقرار
- التباين والانحراف المعياري الأفضل في التحليل الرياضي
- IQRأفضل عند وجود قيم شاذة

مثال شامل: لتكن لدينا بيانات التالية المطلوب :

1-احسب المتوسط؟

2-احسب التباين واستنتج الانحراف المعياري؟

3-احسب معامل الاختلاف؟

50-60	40-50	30-40	20-30	20-10	الفئات C
6	7	9	5	3	

الحل: لحساب الانحراف المتوسط والتبيان نستعن بالجدول التالي:

الفئات C	Xi	fi	$fi \times Xi$	$Xi - \bar{X}$	$(Xi - \bar{X})^2$	$(Xi - \bar{X})^2 \times fi$
10-20	15	3	45	-20.5	420.25	1260.75
20-30	25	5	75	-10.5	110.25	551.25
30-40	35	9	341	-0.5	0.25	2.25
40-50	45	7	239	9.5	90.25	631.75
50-60	55	6	356	19.5	380.25	2281.5
المجموع			1065			4727.5

1- حساب المتوسط:

$$\sum fi \times Xi = 3 \times 15 + 5 \times 25 + 9 \times 35 + 7 \times 45 + 6 \times 55 = 1065$$

$$\bar{x} = 1065/30 = 35.5$$

2- حساب التباين والانحراف المعياري:

$$V(x) = \frac{4727.5}{30-1} = \frac{4727.5}{29} = 163.02$$

$$S = \sqrt{163.02} = 12.77$$

3- حساب معامل الاختلاف:

$$CV = \frac{12.77}{35.5} \times 100 = 36\%$$

خلاصة:

تُعد مقاييس التشتت من أهم الأدوات الإحصائية التي تساعد الباحث على فهم مدى تباين البيانات حول متوسطها. فهي تكشف عن درجة التجانس أو التشتت في العينة، مما يتيح معرفة مدى موثوقية المتوسط كمؤشر مركزي. تشمل هذه المقاييس مثل المجال، التباين، والانحراف المعياري، وكل منها يوفر زاوية مختلفة لفهم توزيع البيانات.

من خلال تحليل مقاييس التشتت، يمكن اتخاذ قرارات أكثر دقة في مجالات متعددة مثل الاقتصاد، الإدارة، والبحوث العلمية، إذ تساعد هذه المقاييس على تقييم المخاطر، مقارنة المجموعات، والتخطيط الاستراتيجي المبني على معلومات دقيقة.

المحور السادس

مقاييس الشكل

تمهيد:

بعد أن درسنا المقاييس النزعة المركزية (المتوسط، الوسيط، المنوال)، ومقاييس التشتت(المدى، الانحراف المتوسط، التباين، الانحراف المعياري، معامل الاختلاف)، ننتقل الآن في هذا المحور الى مقاييس **الشكل العام للتوزيع الإحصائي**، والتي تهدف إلى تحليل شكل توزيع البيانات، وتكمل مقاييس النزعة المركزية و التشتت، وهي تهتم بقياس شكل التوزيع من الناحيتين التاليتين:

- **الالتواء** : يقيس درجة تميل البيانات نحو جهة معينة ، يمين أو يسار او تتحقق من ان التوزيع المتناظر.

- **التفلطح** : يقيس مدى ارتفاع أو انخفاض الذروة في توزيع البيانات مقارنة بالتوزيع الطبيعي.

هذه المقاييس تزوّدنا بمعلومات عميقة جدًا لا تكشفها المقاييس السابقة، مثل:

- هل البيانات منحازة لليمين أم اليسار؟
- هل أغلب البيانات صغيرة أم كبيرة؟
- هل التوزيع حاد أم مسطح؟
- هل توجد قيم متطرفة؟
- هل البيانات أقرب إلى التوزيع الطبيعي أم بعيدة عنه؟

1- الالتواء :

الالتواء هو مقياس يحدد اتجاه ودرجة انحراف التوزيع الإحصائي عن التماثل، فإذا كان التوزيع متماثلًا فان: المتوسط = الوسيط = المنوال.

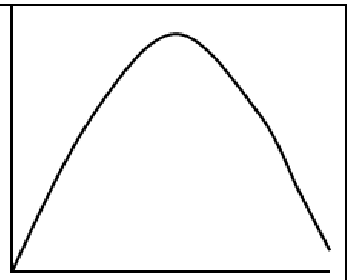
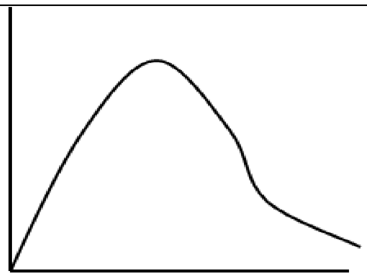
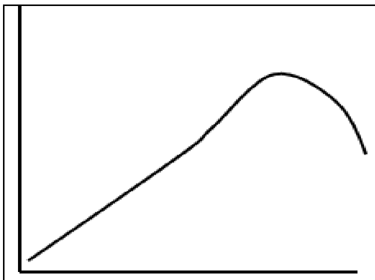
ولكن معظم البيانات في الواقع **غير متماثلة**.

2- أنواع الالتواء:

يعتبر منحنى التوزيع التكراري المعتدل هاما جدا في الدراسات والتحليلات الإحصائية. إن هذا المنحنى الذي تتساوى عنده مقاييس النزعة المركزية الثلاث $\left(\overline{X}=Me=M0\right)$ نظري ونادر الوقوع، فالمنحنيات التي نحصل عليها عادة تكون ملتوية ناحية اليمين أو ناحية اليسار أو قريبة من الاعتدال .

فقد عرفنا عند دراستنا لمقاييس النزعة المركزية أن التوزيعات الإحصائية يمكن أن تأخذ أحد الأشكال التالية حسب العلاقة بين المقاييس الثلاث:

الالتواء المعتدل	الالتواء الموجب	الالتواء سالب

		
توزيع متناظر $\overline{X}$ =Me =M0	التواء ناحية اليمين Mo<Me< $\overline{X}$	التواء ناحية اليسار Mo>Me> $\overline{X}$
الالتواء الموجب ويتميز بـ: -ذيل التوزيع أطول على اليمين -وجود قيم كبيرة متطرفة	الالتواء السالب ويتميز بـ: ذيل التوزيع على اليسار وجود قيم صغيرة جدًا	الالتواء الصفري ويتميز بـ: تماثل كامل شكل جرس طبيعي

مثال تطبيقي(35): الجدول التكراري التالي يعرض توزيع 100 عامل في مزرعة حسب الأجر اليومي:

فئات الأجر	70 . 50	90-70	110-90	130-110	-130	170-150	190 . 170
عدد العمال	8	15	28	20	15	8	6

.**المطلوب**: حساب الوسط والوسيط والمنوال ، بيان شكل توزيع الأجور من ناحية الالتواء في هذه المزرعة.

الحل: نستخدم الجدول الملخص للعمليات الحسابية كما يلي:

الفئاتC	التكراراتf	مراكز الفئاتX	$Xi.fi$	f^{+}	f^{-}
50 – 70	8	60	480	8	100
70 – 90	15	80	1200	23	92
90 – 110	28	100	2800	51	77
110 – 130	20	120	2400	71	49
130 – 150	15	140	2100	86	29
150 – 170	8	160	1280	94	14
170 – 190	6	180	1080	100	6
	100	/	11340	/	/

1-**المتوسط**: $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi.fi}{\sum_{1}^{n} fi} = \frac{11340}{100} = 113,4$

2-**الوسيط**: نحتاج للتكرار المتجمع الصاعد

نحدد ترتيب الوسيط من العلاقة : $C1 = \frac{\sum fi}{2} = 100/2 = 50$

الوسيط موجود ضمن الفئة [90-110[، L الحد الأدنى للفئة الوسيطية=90 ، h : طول الفئة=20.

C2: التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية=23، C3: تكرار الفئة الوسيطية=28.

- نوجد قيمة الوسيط من العلاقة الآتية :

$$Me = L + \frac{C1-C2}{C3}.h = 90 + \frac{50-23}{28}.20 = 109,28$$

3- **المنوال**:

نحدد الفئة ذات الأكبر تكرارا وهي [90-110[، L الحد الأدنى للفئة المنوالية=90 ، h : طول الفئة=20.

$\Delta1$: الفرق بين أكبر تكرار و السابق له=28-15 =13 ، $\Delta2$: الفرق بين أكبر تكرار و اللاحق له=28-20=8

$$Mo = L + \frac{\Delta1}{\Delta1 + \Delta2}.h = 90 + \frac{13}{13 + 8}.20 = 102,38$$

بما ان : الوسط > الوسيط > المنوال أي:

$$Mo = 102,38 < ME = 109,28 < \bar{X} = 113,4$$

فان التوزيع مائل إلى اليمين (موجب الالتواء).

3- **.الصيغ الرياضية للالتواء** :

ويمكننا ان نتعرف على شكل الالتواء باستخدام احدى الصيغ الرياضية التالية

1-3- صيغة بيرسون الأولى Pearson Mode Skewness:

$$Sk_1 = \frac{\bar{X} - Mo}{s}$$

2-3- صيغة بيرسون الثانية Pearson Median Skewness :

$$Sk_2 = 3\frac{\bar{X} - Md}{s}$$

ويحدد شكل التوزيع وفق مايلي:

اذا كان Sk_1 او $Sk_2 = 0$ فان التوزيع توزيع متماثل

ذا كان Sk_1 او $Sk_2 > 0$ التوزيع مائل لليمين "موجب الالتواء"

ذا كان $0 < Sk_2$ او Sk_1 0 التوزيع مائل لليسار "سالب الالتواء"

تابع للمثال تطبيقي(36): من المثال السابق، حدد شكل التوزيع باستخدام معامل بيرسون للالتواء.

الفئات	f	x	$Xi.fi$	$Xi-\bar{X}$	$(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi-\bar{X})^2 \times fi$
50 – 70	8	60	480	-53,4	2851,56	22812,48
70 – 90	15	80	1200	-33,4	1115,56	16733,4
90 – 110	28	100	2800	-13,4	179,56	5027,68
110 – 130	20	120	2400	6,6	43,56	871,2
130 – 150	15	140	2100	26,6	707,56	10613,4
150 – 170	8	160	1280	46,6	2171,56	17372,48
170 – 190	6	180	1080	66,6	4435,56	26613,36
	100	/	11340			100044

1. شكل التوزيع باستخدام معامل بيرسون:

لدينا الانحراف المعياري :

$$\sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{\frac{\sum(Xi-\bar{X})^2.fi}{\sum fi}} = \sqrt{\frac{100044}{100}} = 31,62$$

معامل بيرسون $Sk = \frac{3(\bar{X}-Me)}{\sigma} = \frac{3(113,4-109,28)}{31,62} = 0,39$

بما أن هذا المعامل موجب فإن التوزيع مائل لليمين (موجب الإلتواء) .

3-3. معامل الالتواء العزمي" معامل فيشر": كما يمكن معرف شكل التوزيع من ناحية الالتواء بالاستخدام العزم الثالث m_3وتعد أدق صيغة.

-الصيغة العامة Sk في حالة البيانات الغير مبوبة: $Sk_F = \frac{m_3}{(s)^3} = \frac{\sum(X_i-\bar{X})^3/n}{(s)^3}$

- الصيغة العامة Sk في حالة البيانات مبوبة: $Sk_F = \frac{m_3}{(s)^3} = \frac{\sum(X_i-\bar{X})^3.\boldsymbol{fi}/\sum fi}{(s)^3}$

ويحدد شكل التوزيع وفق ما يلي:

-اذا كان $Sk_F = 0$ فان التوزيع توزيع متماثل.

-اذا كان $Sk_F > 0$ التوزيع مائل لليمين "موجب الالتواء".

-اذا كان $Sk_F < 0$ التوزيع مائل لليسار "سالب الالتواء".

مثال تطبيقي(37): اليك قيم التالية 30 - 12 - 10 - 9 - 8 - 6 - 5:

$$\bar{X} = 11.43$$
$$Md = 9$$
$$s = 8.54$$

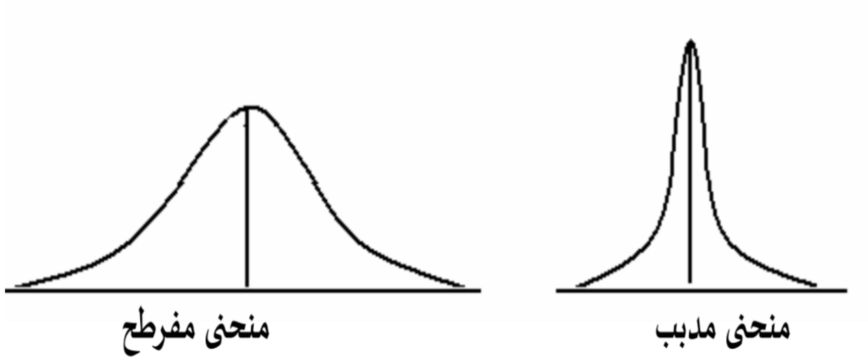
نستخدم صيغة بيرسون الثانية:

$$Sk_2 = 3\frac{11.43 - 9}{8.54} = 0.85$$

النتيجة:التوزيع مائل لليمين(موجب الالتواء).

4- التفلطح(Kurtosis)

عند تمثيل التوزيع التكراري في شكل منحنى تكراري ، قد يكون هذا المنحنى منبسط ، أو مدبب ، فعندما يتركز عدد أكبر من القيم بالقرب من منتصف المنحنى، ويقل في طرفيه، يكون المنحنى مدببا ، وعندما يتركز عدد أكبر على طرفي المنحنى ، ويقل بالقرب من المنتصف يكون المنحنى مفرطحا ، أو منبسطا، ويظهر ذلك من الشكل التالي:



4-1.تعريف التفلطح:

التفلطح يقيس درجة حدّة أو استواء قمة التوزيع مقارنة بالتوزيع الطبيعي.

4-1-1. معامل بيرسون للتفلطح: ويمكن قياس التفرطح باستخدام عدد من الطرق،ومنها طريقة العزوم ،حيث يحسب معامل التفرطح(K) بتطبيق المعادلة التالي:

ا- في حالة البيانات الغير مبوبة : $K = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^4/n}{S^4}$

ب- في حالة البيانات المبوبة : $K=\dfrac{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^4 fi)}{\sum fi}}{S^4}$

حيث s هو الانحراف ، المقدار المعياري هو العزم الرابع حول الوسط ،ومعامل التفلطح في التوزيع الطبيعي يساوي 3، ومن ثم يمكن وصف منحنى التوزيع من حيث التفلطح ، والتدبب كما يلي:

- . إذا كان k= 3 كان منحنى التوزيع معتدلا. .
- . إذا كان k> 3 كان منحنى التوزيع مدببا. .
- . إذا كان k< 3 كان منحنى التوزيع منبسطا(مفرطحا).

4-1-2. معامل fisher للتفلطح : وهو عبارة عن معامل بيرسون مطروحا منه 3.

$$F_2 = k-3 = \frac{\mu_4}{s^2} - 3$$

والحالات الممكنة هي:

- منحنى التوزيع معتدل التفلطح $F_2 = 0$
- منحنى التوزيع معتدل التفلطح $F_2 > 0$
- منحنى التوزيع متفلطح $F_2 < 0$

مثال تطبيقي(38): اليك القيم التالية : 4،:4، 5، 5، 6، 6، 6، 30 .

- ما هو شكل التوزيع من ناحية التفلطح؟

الحل:

لمعرفة شكل التفلطح نقوم بحساب كعامل التفلطح العزمي : $K=\frac{\sum(X-\bar{X})^4/n}{s^4}$

لذلك:

-حساب المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{4+4+5+5+6+6+6+30}{8} = \frac{66}{8} = 8.25$$

- -الانحراف المعياري:

X	$Xi-\bar{X}$	$(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi-\bar{X})^4$
4	-4.25	18.06	326.47
4	-4.25	18.06	326.47

X	$Xi-\bar{X}$	$(Xi-\bar{X})^2$	$(Xi-\bar{X})^4$
5	-3.25	10.56	111.55
5	-3.25	10.56	111.55
6	-2.25	5.06	25.62
6	-2.25	5.06	25.62
6	-2.25	5.06	25.62
30	21.75	473.06	223792.43
		545	224745.33

مجموع الأس الرابع: $\sum(X-\bar{X})^4 = 224745.33$

الانحراف المعياري: $s^2 = \frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}$ $s^2 = \frac{545}{7} = 77.86$

$$s = 8.82$$

-حساب التفلطح باستخدام معامل بيرسون : $K = \frac{\sum(X-\bar{X})^4/n}{s^4}$

$$s^4 = (8.82)^4 = 6040$$

$$K = \frac{224745.33/8}{6040}$$

$$K = \frac{28093.17}{6040} = 4.65$$

-حساب التفلطح باستخدام معامل فيشر:

$$K = \frac{\sum(X-\bar{X})^4/n}{s^4} - 3$$

$$s^4 = (8.82)^4 = 6040$$

$$K = \frac{224745.33/8}{6040} - 3$$

$$K = \frac{28093.17}{6040} - 3 = 4.65 - 3 = 1.65$$

✔النتيجة: K = 1.65 اكبر من 3 فان التوزيع ذو تفلطح موجب قوي قمة حادة وذيل طويل.

خلاصة:

تُعد مقاييس الشكل من الأدوات الإحصائية المهمة التي تتيح للباحثين فهم طبيعة توزيع البيانات بشكل أعمق من خلال تحليل **الالتواء (Skewness)** و**التفلطح** .**(Kurtosis)** فهي تساعد في التعرف على مدى تماثل التوزيع أو ميله نحو جانب معين، وكذلك مدى تركيز البيانات حول المتوسط أو انتشارها عند الذيلين.

باستخدام مقاييس الشكل، يمكن تفسير خصائص البيانات بشكل أدق، واتخاذ قرارات أفضل في التحليل الاقتصادي والتجاري والاجتماعي، حيث توضح هذه المقاييس طبيعة البيانات وتساعد في اختيار الأساليب الإحصائية الأنسب لمعالجتها.

المحور السابع

مقاييس التمركز

تمهيد:

تعد العدالة في توزيع الموارد الاقتصادية من أهم القضايا التي تشغل صانعي السياسات والباحثين في العلوم الاقتصادية والاجتماعية. ولتقييم هذا التفاوت وفهم أبعاده، ظهرت مقاييس التمركز او "مقاييس العدالة في التوزيع" كأدوات كمية تُستخدم لتحليل توزيع الدخل أو الثروة بين أفراد المجتمع، وتحديد درجة تركيزها أو انتشارها. من أبرز هذه المقاييس: "معامل جيني، منحنى لورينز، نسب الفجوة، ومؤشرات أخرى مثل Theil وAtkinson"، فهي إذن تجيب على سؤالين:

1- هل هناك فوارق أو تمركز في توزيع هذه الثروة على مختلف فئات المجتمع الإحصائي؛

2- إذا كانت هناك فوارق فبكم تقدر، أي إعطاء تقييما كميا لهذه الفوارق والحكم عليها هل هي فوارق كبيرة، كبيرة جدا أو معتدلة (يتم ذلك بواسطة نسبة كما سنبين لاحقا).

1- تعريف مقاييس التمركز:

مقاييس العدالة في التوزيع هي أدوات إحصائية تستخدم لتقييم مدى إنصاف توزيع الموارد الاقتصادية أو الدخل بين أفراد المجتمع.

مقاييس التمركز او " العدالة في التوزيع" ليست مجرد أدوات رياضية، بل هي إطار مفاهيمي متكامل يجمع بين الاقتصاد، الإحصاء، والفلسفة الاجتماعية .وهي تسمح بتحديد مستوى العدالة أو التفاوت، تقييم سياسات الدولة، وفهم طبيعة توزيع الموارد بشكل موضوعي وقابل للمقارنة بين المجتمعات والفترات الزمنية.

- تهدف هذه المقاييس إلى تحديد درجة التفاوت أو التركز الاقتصادي، أي مدى تركيز الدخل أو الثروة في أيدي فئات محددة مقابل الآخرين.
- يمكن أن تُستخدم لقياس العدالة الاجتماعية والاقتصادية في توزيع الموارد، وليست فقط لمقارنة الأرقام بل لتحليل الهياكل الاقتصادية.

2-خصائص مقاييس التمركز:

- **قياسية** :توفر قيمة رقمية تعكس مستوى التفاوت (مثل معامل جيني بين 0 و1.(
- **قابلة للمقارنة** :يمكن مقارنة التفاوت بين الدول أو بين فترات زمنية مختلفة.
- **حساسة للتوزيع** :تعكس التغيرات في دخل الأفراد أو الطبقات الاجتماعية المختلفة.
- **مرئية** :يمكن تمثيلها بصريًا باستخدام منحنى لورينز لتوضيح مستوى العدالة أو التفاوت.

- **أساس للتحليل الاقتصادي والسياسي** :تساعد في تقييم أثر السياسات الاقتصادية والاجتماعية على توزيع الدخل.

3- أهمية مقاييس التمركز:

- **تحديد درجة العدالة الاقتصادية والاجتماعية** :تقييم مدى توزيع الدخل والثروة بشكل عادل.
- **توجيه السياسات الاقتصادية** :مثل الضرائب، الدعم الاجتماعي، وبرامج إعادة التوزيع.
- **قياس أثر التنمية الاقتصادية** :تحديد مدى استفادة جميع فئات المجتمع من النمو الاقتصادي.
- **التخطيط الاستراتيجي** :يساعد في اتخاذ قرارات اقتصادية واجتماعية قائمة على بيانات كمية دقيقة.

4- انواع مقاييس التمركز:

1-4. المعايير العددية(Quantitative Measures)

-معامل جيني:(Gini Coefficient)

- الأكثر استخدامًا.
- يتراوح بين 0 (تساوي كامل) و1 (أقصى تفاوت.)

-مؤشر:Theil : يقيس التفاوت مع التركيز على الفئات الأكثر حرمانًا.

- مؤشر:Atkinson :يعطي وزنًا أكبر للفئات الأكثر فقراً، ويُظهر أثر السياسات على العدالة.

-نسب الفجوة:(Decile/Quintile Ratios) :مقارنة نصيب الأغنى بالنسبة للفقراء (مثل 10% الأغنى إلى 10% الأفقر.)

2-4. المعايير البصرية(Visual Measures)

-منحنى لورينز:(Lorenz Curve)

- يمثل توزيع الدخل أو الثروة بصريًا.
- كلما ابتعد المنحنى عن خط المساواة (45°)، زاد التفاوت.

5- الاستخدامات العملية(Applications)

- تحليل التفاوت الاقتصادي والاجتماعي داخل الدولة.
- تقييم فعالية برامج إعادة توزيع الدخل أو الضرائب.

- مقارنة العدالة الاقتصادية بين الدول أو المناطق المختلفة.
- دعم اتخاذ قرارات تنموية لتقليل الفجوات الطبقية.

في هذا المحور سوف نركز في دراستنا لمقاييس التمركز على الطريقتين التاليتين :

- **طريقة بيانية**: بواسطة مربع جيني للتمركز؛

- **طريقة حسابية**: بواسطة معامل جيني للتمركز I_{Gini}

نعرض الطريقتين من خلال المثال التالي:

مثال تطبيقي(39): الجدول التالي يبين الدخل الشهري لــ 43 أسرة بالدينار الجزائري:

الدخل الشهري	15000-20000	20000-25000	25000-30000	30000-35000	35000-40000	40000-45000
عدد الأسر	7	6	12	8	9	8

المطلوب: دراسة قضية التمركز.

الحــل: لدراسة التمركز نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: إنشاء جدول التوزيع التكراري الخاص بالتمركز (تحضير الحسابات)

1- حساب التكرار النسبي $n_i = \frac{f_i}{\sum f_i x_i}$

2- حساب التكرار النسبي المتجمع الصاعد $N_i^{\uparrow}$

3- حساب مراكز الفئات X_i

4- حساب المقادير: $f_i \times X_i$

5- حساب النسب: $s_i = \frac{f_i\, x_i}{\sum f_i x_i}$

6- حساب النسبة المتجمعة الصاعدة $S_i^{\uparrow}$ بنفس طريقة حساب التكرار النسبي المتجمع الصاعد $N_i^{\uparrow}$

7- مقارنة بعض القيم لـ: s_i و n_i ، وإعطاء قراءتها الإقتصادية (بالخصوص الفئتين الأولى والأخيرة).

بالرجوع لمعطيات المثال1، نجد:

الدخل الشهري	x_i	f_i	n_i	$N_i^{\uparrow}$.	$f_i\ x_i$	s_i	$S_i^{\uparrow}$.
15000-20000	17500	7	0.14	0.14	122500	0.0803	0.080
20000-25000	22500	6	0.12	0.26	135000	0.0885	0.169
25000-30000	27500	12	0.24	0.5	330000	0.2164	0.385
30000-35000	32500	8	0.16	0.66	260000	0.1705	0.555
35000-40000	37500	9	0.18	0.84	337500	0.2213	0.777
40000-45000	42500	8	0.16	1	340000	0.2230	1.000
		50	1	3.4	1525000	1	

مقارنة بعض القيم لـ: s_i و n_i :

- الفئة الأولى: 14% من الأسر يحصلون فقط على 4,73% من الدخل الشهري الإجمالي.

- الفئة الأخيرة: 18,6% من الأسر يحصلون لوحدهم على 27,76% من الدخل الشهري الإجمالي.

* نلاحظ أن هناك فوارق في توزيع الدخل الشهري الإجمالي.

الخطوة الثانية: دراسة التمركز بيانيا (مربع جيني)

لرسم مربع جيني نتبع الخطوات التالية:

1- نرسم مربع طول ضلعه 100 ملم موجه على معلم متعامد ومتجانس.

2- تمثل على محور الفواصل $N_i^{\uparrow}$ و على محور التراتيب $S_i^{\uparrow}$.

3- تعيين المثلث *ABC* على المربع (أنظر الشكل (1)).

4- ننقل النقاط ($N_i^{\uparrow}$، $S_i^{\uparrow}$) إلى الشكل، مثلا النقطة الأولى (0,1163 ، 0,0473).

5- نربط بين النقاط بمنحنى منكسر.

6- نعرف بعض المفاهيم على الشكل (خط العدالة المطلقة، منحنى لورونز، منطقة التمركز، المساحات خارج منطقة التمركز).

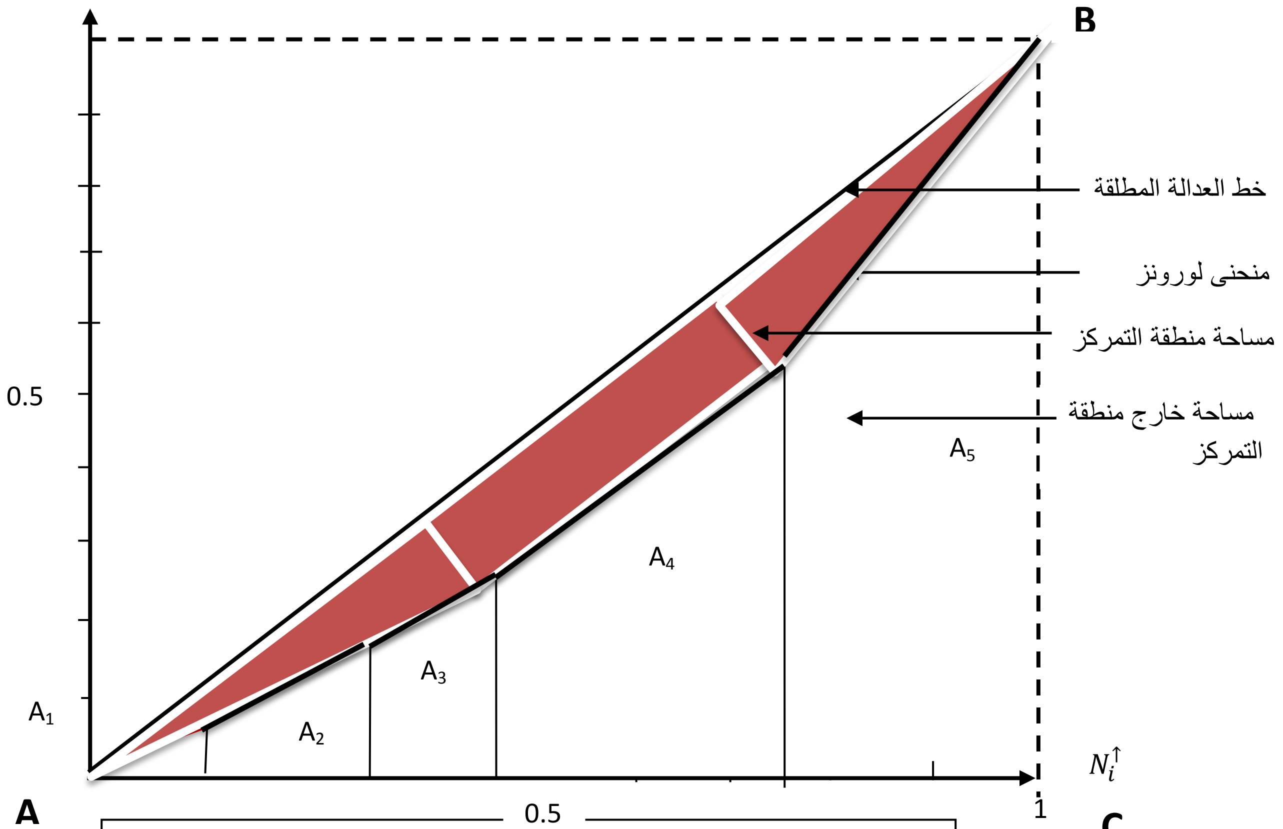
إن شكل منحنى لورونز يأخذ الحالات التالية:

- إذا انطبق منحنى لورونز على المنصف (*AB*) – خط العدالة (تنعدم مساحة التمركز) – فإننا نقول أن توزيع الثروة عادل تماما (إنعدام التمركز).

- إذا انطبق منحنى لورونز على المثلث (*ABC*)(مساحة التمركز تساوي مساحة المثلث) فإننا نقول أن توزيع الثروة جائر تماما (تمركز كلي).

- كلما اقترب منحنى لورونز من خط العدالة (AB)(كانت مساحة التمركز صغيرة مقارنة بمساحة المثلث ABC) كلما كان التوزيع التكراري أكثر عدالة، وكلما ابتعد منحنى لورونز من خط العدالة (AB) (كانت مساحة التمركز كبيرة مقارنة بمساحة المثلث ABC) كلما كان التوزيع التكراري أقل عدالة.

بالرجوع إلى المثال1، نقوم برسم مربع جيني كما يلي:



الشكل(1): مربع جيني لتوزيع 43 عامل حسب الأجر الشهري

***التعليق على الشكل:**

نراقب الشكل المحصل عليه بالعين المجردة، نلاحظ أن منحنى لورونز يقترب من خط العدالة وبالتالي فإن مساحة التمركز تبدو صغيرة مقارنة بمساحة المثلث ABC ومنه فإن التمركز يبدو ضعيفا أي أكثر عدالة.

الخطوة الثالثة: دراسة التمركز حسابيا (حساب معامل جيني للتمركز)

إن معامل جيني للتمركز هو عبارة عن حاصل قسمة مساحة التمركز (S) المحصورة بين منحنى لورونز و خط العدالة (AB) على مساحة المثلث (ABC)، ومنه:

- إذا كانت النسب نسبية فإن:

$$I_{Gini}=\frac{S}{\text{مساحة المثلث } ABC}=\frac{S}{1/2}=2S\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$S=\frac{1}{2}-(A_1+A_2+\cdots+A_K)$$

حيث A_1،A_2، ...،A_K تمثل مساحات أشباه المنحرف تحسب كلا منها وفق القاعدة التالية:

$$A_i=\frac{\text{القاعدة الصغرى}+\text{القاعدة الكبرى}}{2}\times\text{الإرتفاع}$$

$$S=\frac{1}{2}-\left(\frac{(S_1^{\uparrow}+0)\times n_1}{2}+\frac{(S_2^{\uparrow}+S_1^{\uparrow})n_2}{2}+\frac{(S_3^{\uparrow}+S_2^{\uparrow})n_3}{2}+\cdots\frac{(S_k^{\uparrow}+S_{k-1}^{\uparrow})n_k}{2}\right)$$

$$S=\frac{1}{2}-\left(\frac{(S_1^{\uparrow}+S_0^{\uparrow})n_1}{2}+\frac{(S_2^{\uparrow}+S_1^{\uparrow})n_2}{2}+\frac{(S_3^{\uparrow}+S_2^{\uparrow})n_3}{2}+\cdots\frac{(S_k^{\uparrow}+S_{k-1}^{\uparrow})n_k}{2}\right)$$

حيث: $S_0^{\uparrow}=0$

$$S=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}n_i(S_i^{\uparrow}+S_{i-1}^{\uparrow})$$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$$I_{Gini}=2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}n_i(S_i^{\uparrow}+S_{i-1}^{\uparrow})\right)$$

$$\boxed{I_{Gini}=1-\sum_{i=1}^{k}n_i(S_i^{\uparrow}+S_{i-1}^{\uparrow})}$$

وهي علاقة تقريبية لحساب هذا المعامل.

حيث أن:

n_i: تمثل التكرار النسبي، $S_i^{\uparrow}$: تمثل النسبة المتجمعة الصاعدة و $S_0^{\uparrow}=0$.

إن الحالات التي يأخذها معامل جيني للتمركز هي:

$I_{Gini}=0$: هذا يعني أن منحنى لورونز ينطبق على خط العدالة وبالتالي فالتوزيع عادل تماما.

$I_{Gini}=1$: هذا يعني أن منحنى لورونز ينطبق على المثلث (ABC) وبالتالي نقول أن التوزيع جائر تماما.

$I_{Gini} \leq 0,3$: هذا يعني أن منحنى لورونز قريب من خط العدالة، وبالتالي فالتوزيع أكثر عدالة.

$I_{Gini} > 0,3$: هذا يعني أن منحنى لورونز بعيد عن خط العدالة، وبالتالي فالتوزيع أقل عدالة.

ملاحظة: القيمة 0,3 هي قاعدة تطبيقية للحكم على قوة التمركز من اقتراح بعض الخبراء، كما يعتمد في بعض المراجع على معيار آخر وهو 0,2.

بالرجوع لمعطيات المثال نقوم بحساب معامل جيني كما يلي:

n_i	$S_i^{\uparrow}$	$S_i^{\uparrow} + S_{i-1}^{\uparrow}$	$n_i(S_i^{\uparrow} + S_{i-1}^{\uparrow})$
0.14	0.080	0.08	0.0112
0.12	0.169	0.249	0.02988
0.24	0.385	0.554	0.13296
0.16	0.555	0.94	0.1504
0.18	0.777	1.332	0.23976
0.16	1.000	1.777	0.28432
			0.5370

$$I_{Gini} = 1 - \sum_{i=1}^{k} n_i\left(S_i^{\uparrow} + S_{i-1}^{\uparrow}\right)$$

$$I_{Gini} = 1 - 0,5370$$

$$I_{Gini} = 0,463$$

بما أن معامل جيني للتمركز اكبر من 0,3 فإن توزيع الدخل الشهري للأسر اقل عدالة.

- **إذا كانت النسب مئوية فإن:** $I_{Gini} = \frac{S}{ABC} = \frac{S}{5000}$

$$S = 5000 - (A_1 + A_2 + \cdots + A_K)$$

وبإتباع الطريقة السابقة نحصل:

$$I_{Gini} = 1 - \frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{k} n_i\%(S_i^{\uparrow}\% + S_{i-1}^{\uparrow}\%)$$

مثال تطبيقي(40): الجدول التالي يعطينا توزيع السكان والدخل في الجزائر لخمس مجموعات من السكان حسب الترتيب التصاعدي للدخل، كل مجموعة تحتوي على 20% من إجمالي عدد السكان لسنة 1995.

	المجموعة 1	المجموعة 2	المجموعة 3	المجموعة 4	المجموعة 5	المجموع
نسبة السكان n_i	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1
نسبة الدخل s_i	0,07	0,116	0,161	0,227	0,426	1

المطلوب:

1- إذا علمت أن مساحة التمركز تقدر بـ 0,1646 ملم2، أدرس التمركز حسابيا.

2- في السنة نفسها أجريت دراسة مماثلة حول توزيع المداخيل بالبرازيل، وكانت مساحة خارج منطقة التمركز تقدر بـ 3646 ملم2، ما مدى عدالة توزيع المداخيل بهذا البلد.

الحل:

1- بما أن: $I_{Gini} = 2S = 2(0{,}1646) = 0{,}3292 > 0{,}3$ فإن الدخل بين مجموعات السكان في الجزائر أقل عدالة.

2- بما أن $I_{Gini} = \frac{S}{5000} = \frac{5000-S^*}{5000} = \frac{5000-3646}{5000} = 0{,}2708 < 0{,}3$ فإن المداخيل بين السكان بالبرازيل أكثر عدالة.

خلاصة:

في ختام هذا المحور المتعلق **بمقاييس التمركز (عدالة التوزيع)** ، يتبيّن أن هذه المقاييس تمثل أداة تحليلية أساسية لفهم الكيفية التي تتوزع بها الموارد أو الدخول أو الثروات داخل المجتمع، ولا تكتفي بوصف القيم المتوسطة أو درجة التشتت، بل تتجاوز ذلك إلى تقييم **مدى العدالة أو عدمها في التوزيع** .فهي تكشف عن الفوارق الكامنة بين الوحدات الإحصائية، وتُبرز مستويات التركز الاقتصادي والاجتماعي التي قد لا تظهر من خلال المقاييس الوصفية التقليدية.

كما تكتسب مقاييس التمركز، وعلى رأسها **منحنى لورنز ومعامل جيني**، أهمية خاصة في الدراسات الاقتصادية والاجتماعية، لكونها تتيح مقارنة أوضاع العدالة التوزيعية بين فترات زمنية مختلفة أو بين مجتمعات وقطاعات متعددة، مما يجعلها أدوات فعّالة في تقييم السياسات العمومية وبرامج إعادة التوزيع. وتُعد هذه المقاييس مؤشراً كمياً داعماً لاتخاذ القرار، خاصة في مجالات التخطيط الاقتصادي، ومحاربة الفقر، وتقليص الفوارق الاجتماعية.

وعليه، فإن الإحاطة بمقاييس التمركز وفهم خصائصها وحدود استخدامها يُعد أمراً ضرورياً للباحث والطالب على حد سواء، لما لها من دور محوري في تحليل الظواهر الاقتصادية والاجتماعية تحليلاً علمياً دقيقاً، وربط النتائج الإحصائية بالواقع العملي، بما يسهم في بناء تشخيص موضوعي لمستوى العدالة في التوزيع داخل المجتمع.

المحور الثامن

الارقام القياسية

تمهيد :

تُعدّ الأرقام القياسية من أهم أدوات **الإحصاء الاقتصادي**، إذ تُستعمل لقياس **التغير النسبي** الذي يطرأ على ظاهرة معينة عبر الزمن أو بين مكانين مختلفين.
وتبرز أهمية هذا المحور كمدخل أساسي لفهم كيفية **قياس تطور الأسعار**، **الكميات**، **القيم**، **مستوى المعيشة**، **التضخم** وغيرها من الظواهر الاقتصادية.

يهدف هذا المحور إلى:

- تمكين الطالب من **الفهم النظري العميق** لمفهوم الأرقام القياسية.
- إدراك **أهميتها العملية** في التحليل الاقتصادي.
- التمييز بينها وبين المفاهيم الإحصائية القريبة منها.

1- مفهوم الأرقام القياسية: الرقم القياسي هو مقياس إحصائي نسبي يُستخدم لقياس مقدار التغير الذي يطرأ على ظاهرة معينة خلال فترة زمنية معينة أو بين مكانين مختلفين، وذلك بالمقارنة مع فترة أو مكان مرجعي يُسمّى سنة الأساس.

تعريف أكاديمي أدق: الرقم القياسي هو **نسبة مئوية تعبّر** عن العلاقة بين قيمة ظاهرة اقتصادية في فترة المقارنة وقيمتها في فترة الأساس، ويُتخذ الرقم 100 أساسًا للمقارنة.

$$\text{القياسي الرقم} = \frac{\text{المقارنة فترة في الظاهرة قيمة}}{\text{الأساس فترة في الظاهرة قيمة}} \times 100$$

1-2.خصائص الأرقام القياسية: تتميز الأرقام القياسية بعدة خصائص أساسية:

- ✓ **مقياس نسبي وليس مطلقًا:** ⟵لا تعبّر عن القيمة الحقيقية للظاهرة، بل عن **مقدار التغير**.
- ✓ **تعتمد على سنة أساس:** ⟵بدون سنة أساس لا يمكن حساب رقم قياسي.
- ✓ **قابلة للمقارنة** ⟵تُستخدم للمقارنة عبر الزمن أو بين المناطق.
- ✓ **تعبر غالبًا كنسبة مئوية** ⟵سنة الأساس.100 =

مثال تطبيقي(41): إذا كان:

- سعر سلعة في سنة 100 = 2020 دج

- سعرها في سنة 2024 = 130 دج

فإن الرقم القياسي للسعر هو: $$I = \frac{130}{100} \times 100 = 130$$

التفسير: ارتفع سعر السلعة بنسبة **30%** مقارنة بسنة الأساس.

2- عناصر ومكوّنات الرقم القياسي: لا يمكن حساب أي رقم قياسي بطريقة صحيحة دون تحديد عناصره الأساسية، إذ إن هذه العناصر تمثل الإطار المرجعي الذي يُبنى عليه الرقم القياسي. وتكمن أهمية هذا المحور في أنه يشرح الأسس المنهجية التي تضمن دقة ومصداقية الأرقام القياسية.

1-2. سنة الأساس(Base Year)

سنة الأساس هي **السنة المرجعية** التي تُتخذ كنقطة انطلاق لقياس التغير في الظاهرة الاقتصادية، ويُعطى فيها الرقم القياسي القيمة.**100** : $$I_0 = 100$$

خصائص سنة الأساس الجيدة :حتى تكون سنة الأساس مناسبة، يجب أن تتوفر فيها الخصائص التالية:

1. سنة **عادية** (غير استثنائية).
2. تتميز بالاستقرار الاقتصادي.
3. تتوفر فيها بيانات دقيقة وكاملة.
4. قريبة نسبيًا من فترة المقارنة.

مثال تطبيقي(42):إذا اعتبرنا سنة 2020 سنة أساس:

- سعر الخبز في 2020 = 20 دج
- سعر الخبز في 2024 = 30 دج

$$I_{2024} = \frac{30}{20} \times 100 = 150$$

التفسير: ارتفع سعر الخبز بنسبة 50% مقارنة بسنة الأساس.2020 .

2-2. فترة المقارنة :

تعريف فترة المقارنة: فترة المقارنة هي **الفترة الزمنية** التي نريد معرفة مقدار التغير الذي طرأ فيها على الظاهرة مقارنة بسنة الأساس.

العلاقة بين سنة الأساس وفترة المقارنة

- سنة الأساس = مرجع ثابت
- فترة المقارنة = فترة التغير
- كلما ابتعدت فترة المقارنة زمنيًا عن سنة الأساس، زادت احتمالية **تشويه النتائج**

مثال تطبيقي(43): إذا كانت:

- سنة الأساس2019 =
- فترة المقارنة2023 =

وسعر سلعة:

- 100 = 2019دج
- 140 = 2023دج

$$I_{2023/2019} = 140$$

التفسير :السعر زاد بـ40%

3- أنواع الأرقام القياسية حسب الظاهرة المدروسة:

1-3. الرقم القياسي للأسعار: هو رقم قياسي يُستخدم لقياس **التغير في أسعار السلع أو الخدمات** بين فترة المقارنة وسنة الأساس.

ويحسب وفق العلاقة التالية:

$$I_p = \frac{P_1}{P_0} \times 100$$

مثال تطبيقي(44): (سلعة واحدة)

سعر القمح) دج(	السنة
40	2020سنة الأساس
60	2024

الحساب : $I_p = \frac{60}{40} \times 100 = 150$

التفسير: ارتفع سعر القمح بـ**50%** مقارنة بسنة الأساس.

مثال تطبيقي(45): (عدة سلع - تجميعي بسيط)

سعر2024	سعر2020	السلعة
30	20	خبز
35	25	حليب
120	90	زيت

$$I_p = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

$$I_p = \frac{30 + 35 + 120}{20 + 25 + 90} \times 100 = \frac{185}{135} \times 100 = 137.04$$

التفسير :ارتفاع عام للأسعار بـ**37.04%**

2-3. الرقم القياسي للكميات: يُستخدم لقياس **تغير الكميات المنتجة أو المستهلكة.**

ويحسب وفق العلاقة التالية:: $I_q = \frac{Q_1}{Q_0} \times 100$

مثال تطبيقي(46):

كمية الإنتاج	السنة
100	2021
130	2024

$$I_q = \frac{130}{100} \times 100 = 130$$

التفسير :زاد الإنتاج بـ**30%**

3-3. الرقم القياسي للقيم :يقيس التغير في **القيمة الإجمالية (السعر × الكمية)**.

ويحسب وفق العلاقة التالية:: $I_v = \frac{P_1Q_1}{P_0Q_0} \times 100$

مثال تطبيقي(47):

القيمة	الكمية	السعر	السنة
500	50	10	2020
900	60	15	2024

$$I_v = \frac{900}{500} \times 100 = 180$$

التفسير :القيمة ارتفعت بـ **80%** بسبب السعر والكمية معًا.

4- تصنيف الأرقام القياسية حسب طريقة الحساب.

الأرقام القياسية البسيطة: الأرقام القياسية البسيطة تُعدّ **الأساس الأولي** لفهم الأرقام القياسية المركبة والمرجحة لاحقًا.

وهي تعتمد على **المقارنة المباشرة** بين فترتين دون استعمال أوزان.

1-4 الرقم القياسي البسيط للأسعار: هو رقم قياسي يقيس **التغير النسبي في سعر سلعة واحدة** بين فترة المقارنة وسنة الأساس.

ويحسب وفق العلاقة التالية:: $I_p = \frac{P_1}{P_0} \times 100$

حيث:

- P_0: سعر السلعة في سنة الأساس
- P_1: سعر السلعة في سنة المقارنة

مثال تطبيقي(48):ارتفع سعر كيس السميد من 30 دج سنة 2020 إلى 45 دج سنة 2024.

المطلوب :حساب الرقم القياسي البسيط للأسعار وتفسيره؟

الجدول

السنة	السعر) دج(
) 2020سنة الأساس(	30
2024	45

الحساب :
$$I_p = \frac{45}{30} \times 100 = 150$$

التفسير الاقتصادي: سعر السميد ارتفع بـ **50%** مقارنة بسنة الأساس.

مثال تطبيقي(49):لدينا أسعار ثلاث سلع غذائية في سنتي 2021 و2024.

-احسب الرقم القياسي البسيط للأسعار لكل سلعة؟

الجدول

السلعة	السعر2021	السعر2024	الرقم القياسي
خبز	20	30	؟
حليب	25	35	؟
زيت	100	140	؟

الحساب

- الخبز: $$I = \frac{30}{20} \times 100 = 150$$
- الحليب: $$I = \frac{35}{25} \times 100 = 140$$
- الزيت: $$I = \frac{140}{100} \times 100 = 140$$

الجدول بعد الإكمال

السلعة	الرقم القياسي
خبز	150
حليب	140
زيت	140

أكبر ارتفاع سجّل في سعر الخبز.

2-4.الرقم القياسي البسيط للكميات: يقيس **التغير النسبي في كمية الإنتاج أو الاستهلاك** لسلعة واحدة بين فترتين.

ويحسب وفق العلاقة التالية: :

$$I_q = \frac{Q_1}{Q_0} \times 100$$

مثال تطبيقي(50):بلغ إنتاج مؤسسة ما من الإسمنت 2000 طن سنة2020 ، وارتفع إلى 2600 طن سنة.2024

-احسب الرقم القياسي البسيط للكميات؟

الجدول

السنة	الكمية) طن(
2020	2000
2024	2600

الحساب:

$$I_q = \frac{2600}{2000} \times 100 = 130$$

التفسير : الإنتاج زاد بـ **30%** مقارنة بسنة الأساس.

3-4. الرقم القياسي البسيط للقيم: يقيس التغير النسبي في **القيمة الإجمالية**) السعر × الكمية.(

ويحسب وفق العلاقة التالية:

$$I_v = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_0} \times 100$$

مثال تطبيقي(51):توفرت البيانات التالية حول مبيعات سلعة معينة خلال سنتي 2021 و.2024

-احسب الرقم القياسي البسيط للقيم وفسّره؟

الجدول التفصيلي

السنة	السعر(P)	الكمية(Q)	القيمة(P×Q)
2021	50	100	5000
2024	80	120	9600

الحساب : $I_v = \frac{9600}{5000} \times 100 = 192$

التفسير الاقتصادي: القيمة الإجمالية للمبيعات ارتفعت ب**92%** والسبب:

- ارتفاع السعر
- ارتفاع الكمية

4.4مقارنة بين الأرقام القياسية البسيطة

النوع	ما يقيسه	القانون
أسعار	تغير السعر	P_1/P_0
كميات	تغير الكمية	Q_1/Q_0
قيم	تغير القيمة	P_1Q_1/P_0Q_0

5- الأرقام القياسية المركبة غير المرجحة : عندما لا ندرس سلعة واحدة بل **عدة سلع في نفس الوقت**، فإن الأرقام القياسية البسيطة تصبح غير كافية.لهذا نلجأ إلى **الأرقام القياسية المركبة** التي تسمح بقياس التغير العام لمجموعة من السلع.

الرقم القياسي المركب غير الموزون هو مؤشر إحصائي يقيس **التغير النسبي العام** لمجموعة من السلع أو الظواهر بين فترتين، دون الأخذ بعين الاعتبار الأهمية النسبية لكل سلعة.

يوجد طريقتان أساسيتان لحساب الأرقام القياسية المركبة غير المرجحة :

1. طريقة المتوسط الحسابي للأرقام القياسية البسيطة.
2. طريقة الرقم القياسي التجميعي البسيط.

1-5. الطريقة الأولى :المتوسط الحسابي للأرقام القياسية البسيطة.

نحسب:

- الرقم القياسي البسيط لكل سلعة على حدة.
- ثم نأخذ المتوسط الحسابي لها.

ويحسب وفق العلاقة التالية: $I = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_i$

حيث:

- I_i: الرقم القياسي البسيط للسلعة i
- n: عدد السلع

مثال تطبيقي(52):توفرت البيانات التالية حول أسعار أربع سلع استهلاكية في سنتي) 2021 سنة الأساس (2024).

المطلوب :حساب الرقم القياسي المركب غير الموزون للأسعار باستعمال المتوسط الحسابي؟

الجدول :1 البيانات الأولية

السلعة	السعر$(P)_0$ 2021	السعر$(P)_1$ 2024
خبز	20	30
حليب	25	35
زيت	100	140
سكر	60	75

الجدول :2 حساب الأرقام القياسية البسيطة.

السلعة	P_1/P_0	الرقم القياسي I_i
خبز	30 / 20	150
حليب	35 / 25	140
زيت	140 / 100	140
سكر	75 / 60	125

الحساب النهائي: $$I=\frac{150+140+140+125}{4}=\frac{555}{4}=138.75$$

التفسير الاقتصادي:المستوى العام للأسعار ارتفع بـ **38.75%** مقارنة بسنة الأساس.

هذا المؤشر لا يميز بين سلعة أساسية وأخرى ثانوية.

2-5.الطريقة الثانية :الرقم القياسي التجميعي البسيط.

نقوم بـ:

- جمع أسعار جميع السلع في سنة المقارنة
- قسمة المجموع على مجموع الأسعار في سنة الأساس

ويحسب وفق العلاقة التالية: $I = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$

مثال تطبيقي(53):باستعمال نفس بيانات التمرين السابق، احسب الرقم القياسي المركب غير الموزون بطريقة التجميع البسيط.

الجدول التفصيلي

السلعة	P_0	P_1
خبز	20	30
حليب	25	35
زيت	100	140
سكر	60	75
المجموع	**205**	**280**

الحساب: $I = \frac{280}{205} \times 100 = 136.6$

التفسير: الأسعار ارتفعت في المتوسط ب**36.6%**

6- الأرقام القياسية المركبة المرجحة : في الواقع الاقتصادي، **ليست كل السلع متساوية فيالأهمية**.فالخبز والحليب يستهلكان بكثرة مقارنة بسلع أخرى، ولهذا لا يمكن إعطاؤها نفس الوزن.

لهذا السبب ظهرت **الأرقام القياسية المركبة المرجحة** التي:

- تأخذ بعين الاعتبار أهمية كل سلعة.
- تعتمد على الكميات (أو القيم) كأوزان.
- تعطي نتائج أقرب للواقع الاقتصادي.

الرقم القياسي المركب الموزون هو مؤشر إحصائي يقيس التغير النسبي العام لمجموعة من السلع بين فترتين، مع مراعاة **الأهمية النسبية لكل سلعة** باستخدام الأوزان.

- الوزن = مقدار الاستهلاك أو الإنتاج الكمية في سنة الأساس.
- أو الكمية في سنة المقارنة.

1-6الرقم القياسي لاسبير(Laspeyres) : يقيس التغير في الأسعار باستخدام **كميات سنة الأساس كأوزان**.

ويحسب وفق العلاقة التالية:
$$I_L = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

مثال تطبيقي(54):توفرت البيانات التالية حول أسعار وكميات أربع سلع في سنتي) 2021 سنة الأساس (و.2024)

المطلوب :حساب الرقم القياسي لاسبير للأسعار؟

الجدول التفصيلي

السلعة	P_0	Q_0	P_1	P_0Q_0	P_1Q_0
خبز	20	500	30	10000	15000
حليب	25	400	35	10000	14000
زيت	100	100	140	10000	14000
سكر	60	200	75	12000	15000
المجموع	-	-	-	**42000**	**58000**

الحساب:
$$I_L = \frac{58000}{42000} \times 100 = 138.1$$

التفسير الاقتصادي: المستوى العام للأسعار ارتفع بـ **38.1%** يعكس سلوك المستهلك في سنة الأساس

2-6. الرقم القياسي باش(Paasche) : يقيس التغير في الأسعار باستخدام **كميات سنة المقارنة كأوزان**.

ويحسب وفق العلاقة التالية:
$$I_P = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

مثال تطبيقي(55):

السلعة	$_0P$	$_1Q$	$_1P$	P_1Q_1	P_0Q_1
خبز	20	600	30	18000	12000
حليب	25	450	35	15750	11250
زيت	100	120	140	16800	12000
سكر	60	180	75	13500	10800
المجموع	-	-	-	**64050**	**46050**

الحساب:
$$I_P = \frac{64050}{46050} \times 100 = 139.1$$

التفسير: الأسعار ارتفعت بـ **39.1%** يعكس سلوك المستهلك في سنة المقارنة

3-6. الرقم القياسي فيشر(Fisher) : هو المتوسط الهندسي بين لاسبير وباش، ويُعد **أفضل مؤشر مركب موزون.**

ويحسب وفق العلاقة التالية:
$$I_F = \sqrt{I_L \times I_P}$$

مثال تطبيقي(56):من المعطيات السابقة نجد ان الرقم القياسي لفيشر:
$$\mathrm{I_F} = \sqrt{138.1 \times 139.1} \approx 138.6$$

التفسير: فيشر يعطي نتيجة وسطية ومتوازنة **يُعتبر المؤشر المثالي** في النظرية الاقتصادية

مثال تطبيقي(57):لدينا الرقم القياسي لأسعار الاستهلاك والأجور خلال ثلاث سنوات.

حلّل الوضع الاقتصادي للمستهلك؟

الجدول

السنة	CPI	الأجر الاسمي
2021	100	35,000
2022	115	40,000
2023	140	48,000

الحساب

- الأجر الحقيقي:2022 .
$$\frac{40,000}{115} \times 100 = 34,782$$

- الأجر الحقيقي:2023 . $\frac{48,000}{140} \times 100 = 34,285$

التحليل: رغم زيادة الأجور:

- القدرة الشرائية انخفضت
- التضخم أسرع من نمو الدخل

خلاصة:

في ختام محور الأرقام القياسية، يتضح أن هذه الأدوات الإحصائية تمثل وسيلة منهجية فعّالة لقياس التغيرات النسبية التي تطرأ على الظواهر الاقتصادية عبر الزمن أو بين فترات مختلفة، خاصة ما يتعلق بالأسعار، والكميات، والقيم. فهي تُمكّن من تحويل البيانات المتعددة والمتغيرة إلى مؤشرات رقمية مبسطة تساعد على فهم الاتجاه العام للتغير وتحليله بصورة دقيقة.

وتبرز أهمية الأرقام القياسية بوجه خاص في التحليل الاقتصادي الكلي والجزئي، حيث تُستخدم في قياس التضخم، ودراسة تطور تكاليف المعيشة، ومتابعة تغيرات الإنتاج والاستهلاك، كما تشكل أداة أساسية في تقييم الأداء الاقتصادي ومقارنة الأوضاع الاقتصادية بين الفترات الزمنية المختلفة. كما أن تنوع صيغها، بين الأرقام القياسية البسيطة والمركبة، يمنح الباحث مرونة في اختيار الصيغة الأنسب حسب طبيعة البيانات والهدف من الدراسة.

وعليه، فإن الإلمام بمفاهيم الأرقام القياسية وطرق حسابها وشروط اختيار سنة الأساس، إضافة إلى إدراك حدودها ومجالات استخدامها، يعد ضرورة علمية لطلبة العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، لما لها من دور محوري في تفسير الظواهر الاقتصادية وتحويل المعطيات الإحصائية إلى أدوات تحليلية داعمة لاتخاذ القرار الاقتصادي الرشيد.

المحور التاسع

الارتباط والانحدار

تمهيد:

فيما سبق تم عرض بعض المقاييس الإحصائية الوصفية، مثل مقاييس النزعة المركزية والتشتت، التي تُستعمل لوصف توزيع البيانات الخاصة بمتغير واحد وتحليل خصائصه الأساسية. غير أن هذا النوع من التحليل يبقى محدودًا عندما تكون الظاهرة محل الدراسة ناتجة عن تفاعل أكثر من متغير.

وانطلاقًا من ذلك، ننتقل إلى دراسة العلاقات بين المتغيرات، حيث يتم تناول العلاقة بين متغيرين من خلال تحليل الارتباط، الذي يهدف إلى قياس قوة واتجاه العلاقة بينهما دون افتراض علاقة سببية. أما في حالة الرغبة في دراسة أثر متغير على متغير آخر والتنبؤ بقيمه، فيتم الاعتماد على أسلوب تحليل الانحدار، الذي يسمح ببناء نموذج رياضي يفسر هذه العلاقة.

ويهدف هذا الفصل إلى توضيح مفاهيم الارتباط والانحدار وأهميتهما في التحليل الإحصائي، خاصة في الدراسات الاقتصادية والإدارية، لما لهما من دور أساسي في تفسير الظواهر ودعم عملية اتخاذ القرار.

1- مفهوم العلاقة والارتباط:

- **العلاقة :(Relationship)** هي وجود صلة أو تأثير متبادل بين متغيرين أو أكثر.
- **الارتباط :(Correlation)** هو مقياس إحصائي يُحدد **قوة** و**اتجاه** العلاقة الخطية بين متغيرين كميين.

1-2. المتغيرات في دراسة الارتباط:

في دراسة الارتباط، نتعامل مع مجموعتين من البيانات لمتغيرين على الأقل) نرمز لهما عادةً X و:(Y

- **المتغير المستقل** :X - **(Independent Variable)** المتغير الذي نفترض أنه يؤثر في المتغير الآخر.
- **المتغير التابع** :Y - **(Dependent Variable)** المتغير الذي نفترض أنه يتأثر بالتغيرات في المتغير المستقل.

1-3. أنواع الارتباط: يمكن تصنيف الارتباط بناءً على **الاتجاه** و**القوة**:

أ .حسب الاتجاه(Direction)

النوع	الوصف	مثال
ارتباط طردي (موجب)	زيادة في X تقابلها زيادة في Y ، ونقصان في Xيقابله نقصان في Y.	العلاقة بين ساعات الدراسة والدرجة المتحصل عليها.
ارتباط عكسي (سالب)	زيادة في X تقابلها نقصان في Y ، والعكس صحيح.	العلاقة بين أسعار السلعة والكمية المطلوبة منها.
ارتباط صفري (معدوم)	لا توجد علاقة خطية بين المتغيرين.	العلاقة بين طول الطالب ودرجة الحرارة في المدينة.

ب .حسب القوة(Strength)

تُقاس القوة بقيمة **معامل الارتباط** (r) التي تتراوح بين -1 و $+1$.

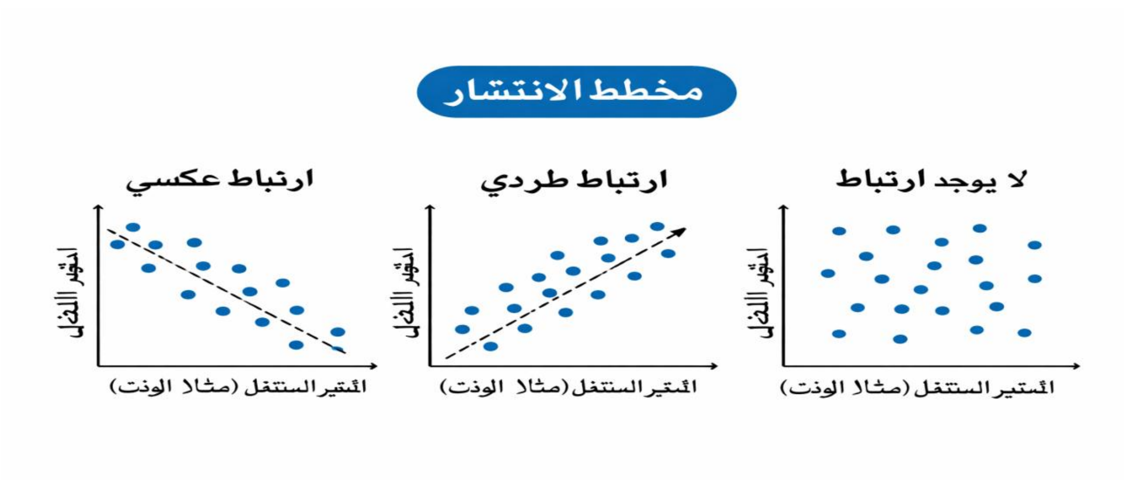
- **ارتباط تام** ($r = +1$: طردي تام (أو) $r = -1$ عكسي تام.)
- **ارتباط قوي**: r قريبة جداً من ± 1 (مثلاً. $0.7 \leq |r| < 1$):
- **ارتباط متوسط**: r في المنتصف (مثلاً. $0.4 \leq |r| < 0.7$):
- **ارتباط ضعيف**: r قريبة من الصفر (مثلاً. $0 < |r| < 0.4$):
- **ارتباط معدوم**. $r = 0$:

ارتباط عكسي					ارتباط طردي			
قوي جدا	قوي	متوسط	ضعيف		ضعيف	قوي	متوسط	قوي جدا
-1	-0.9	-0.7	-0.5	0	0.3	0.5	0.7	0.9

تام   معامل الرتباط   تام

4-1. مَخطط الانتشار(Scatter Plot)

- **تعريفه :**هو تمثيل بياني للنقاط المُعبرة عن أزواج القيم (X, Y) على مستوى إحداثي.
- **أهميته :**يُستخدم كخطوة أولى لـ:
- تحديد **وجود أو عدم وجود** علاقة خطية.
- تخمين **اتجاه** العلاقة (طردية، عكسية، أو معدومة)
- تخمين **شكل** العلاقة(خطية أو غير خطية).



5-1. مقاييس الارتباط:

1-5-1. معامل ارتباط بيرسون(Pearson's Correlation Coefficient)

يُستخدم لقياس قوة واتجاه العلاقة **الخطية** بين متغيرين كميين) مقاسين بمقياس فئوي أو نسبي.(

أ .صيغة معامل ارتباط بيرسون(r)

$$r = \frac{\sum(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X_i - \bar{X})^2 \sum(Y_i - \bar{Y})^2}}$$

أو صيغة الحساب المباشر $r = \frac{n\sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{\sqrt{[n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2][n\sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}}$:حيث:

- n: عدد المشاهدات (الأزواج).
- X_i, Y_i: قيمة المشاهدة رقم i للمتغيرين.
- $\bar{X}, \bar{Y}$: المتوسط الحسابي للمتغيرين.

2-5-1. معامل ارتباط سبيرمان للرتب(Spearman's Rank Correlation Coefficient - r)

يُستخدم لقياس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين مقاسين بمقياس **رتبي) ترتيبي(**، أو في حال وجود قيم متطرفة (Outliers) في البيانات الكمية.

أ .خطوات الحساب

1. رتب قيم المتغير X (تصاعدياً أو تنازلياً)
2. رتب قيم المتغير Y بنفس طريقة الترتيب.
3. احسب الفرق بين رتب المتغيرين. $d_i = \text{Rank}(X_i) - \text{Rank}(Y_i)$:
4. ربع الفروق. d_i^2:

ب .صيغة معامل ارتباط سبيرمان(r)

$$r = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

مثال تطبيقي(58): (بيرسون).

أُخذت بيانات عينة من 5 طلاب حول عدد ساعات الدراسة الأسبوعية (X) والدرجة المتحصل عليها في الاختبار (Y) من.(20

الطالب (i)	ساعات الدراسة (X)	الدرجة(Y)	X^2	Y^2	XY
1	5	10	25	100	50
2	8	15	64	225	120
3	4	8	16	64	32
4	10	18	100	324	180
5	3	7	9	49	21
المجموع	$\sum X = 30$	$\sum Y = 58$	$\sum X^2 = 214$	$\sum Y^2 = 762$	$\sum XY = 403$

الحل $n = 5$:

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$r = \frac{5(403) - (30)(58)}{\sqrt{[5(214) - (30)^2][5(762) - (58)^2]}}$$

$$r = \frac{2015 - 1740}{\sqrt{[1070 - 900][3810 - 3364]}}$$

$$r = \frac{275}{\sqrt{[170][446]}} = \frac{275}{\sqrt{75820}} \approx \frac{275}{275.35} \approx 0.9987$$

الاستنتاج :قيمة $r \approx 0.9987$ تُشير إلى وجود **ارتباط طردي(موجب قوي جداً)**يقترب من التام بين ساعات الدراسة والدرجة المتحصل عليها.

2- الانحدار الخطي البسيط

1-2. مفهوم الانحدار(Regression) : هو أسلوب إحصائي يهدف إلى دراسة العلاقة السببية بين متغيرين) أو أكثر (لإيجاد معادلة رياضية تسمح بـ تقدير قيمة المتغير التابع (Y) بمعلومية قيمة المتغير المستقل.(X)

2-2. نموذج الانحدار الخطي البسيط

نفترض أن العلاقة بين X و Y خطية، ويمكن التعبير عنها بالمعادلة التالية:

$$\widehat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i$$

حيث:

- $\widehat{Y}_i$: القيمة التقديرية(المُتنبأ بها) للمتغير التابع.
- b_0: **ثابت الانحدار (مقطع المحور**Y **)**، وهي قيمة $\widehat{Y}$ عندما $X = 0$.
- b_1: **معامل الانحدار(ميل الخط)**، ويُمثل مقدار التغير في Y لكل وحدة تغير واحدة في X.
- X_i: القيمة المعطاة للمتغير المستقل.

3-2. طريقة المربعات الصغرى(Least Squares Method)

تُستخدم هذه الطريقة لتقدير أفضل قيم لـ b_0 و b_1 التي تجعل مجموع مربعات الفروق بين القيم المُشاهدة (Y) والقيم المُقدرة ($\widehat{Y}$) أصغر ما يمكن.

أ .صيغ تقدير معاملات الانحدار:

- **معامل الانحدار** (b_1) : $$b_1 = \frac{n\sum XY-(\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2-(\sum X)^2}$$

لاحظ أن بسط هذه المعادلة ومقامها هو نفس بسط ومقام معامل بيرسون، مما يُسهّل الحسابات.(

- **ثابت الانحدار:**:(b_0) $b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$

حيث $\bar{X}$ و $\bar{Y}$ هما المتوسطات الحسابية.

4.جودة مطابقة النموذج(R^2 - Coefficient of Determination)

- **تعريفه** :هو مقياس يُحدد نسبة التباين في المتغير التابع (Y) الذي يمكن تفسيره أو تفسيره بسبب المتغير المستقل.(X)
- **قيمته** $R^2 = r^2$: في حالة الانحدار الخطي البسيط، وتتراوح بين 0 و1.
- **تفسيره** :إذا كانت) $R^2 = 0.9974$ من مثالنا السابق(، فهذا يعني أن **99.74%** من التغير الحاصل في الدرجات يُعزى إلى التغير في ساعات الدراسة.

مثال تطبيقي(59):باستخدام البيانات من المثال التطبيقي) ساعات الدراسة X والدرجة:(Y

$\sum XY = 403$	$\sum Y^2 = 762$	$\sum X^2 = 214$	$\sum Y = 58$	$\sum X = 30$	المجموع

المطلوب:

1. حساب معامل الانحدار (b_1) وثابت الانحدار.(b_0)
2. كتابة معادلة خط الانحدار.
3. التنبؤ بدرجة طالب درس 7 ساعات أسبوعياً.
4. حساب معامل التحديد.(R^2)

الحل:

1- حساب معاملات الانحدار:

- **حساب** b_1: نستخدم المقام والبسط من حساب بيرسون:
  - البسط $n\sum XY - (\sum X)(\sum Y) = 275$:
  - المقام $n\sum X^2 - (\sum X)^2 = 170$:

$$b_1 = \frac{275}{170} \approx 1.6176$$

التفسير :كل زيادة في ساعات الدراسة بمقدار ساعة واحدة، تؤدي إلى زيادة متوقعة في الدرجة بمقدار 1.6176 نقطة.

- **حساب** b_0: نحسب المتوسطات$\bar{X} = \frac{30}{5} = 6\,\bar{Y} = \frac{58}{5} = 11.6$:

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X} = 11.6 - (1.6176)(6)\; b_0 = 11.6 - 9.7056 \approx 1.8944$$

التفسير :القيمة المتوقعة للدرجة عندما تكون ساعات الدراسة صفر هي 1.8944 نقطة .(المقطع الصادي)

2-كتابة معادلة خط الانحدار: $\hat{Y} = 1.8944 + 1.6176X$

3- التنبؤ بدرجة طالب درس 7 ساعات:$(X = 7)$

$$\hat{Y} = 1.8944 + 1.6176(7)\; \hat{Y} = 1.8944 + 11.3232 \approx 13.2176$$

النتيجة :الدرجة المتوقعة لطالب يدرس 7 ساعات أسبوعياً هي حوالي **13.22** نقطة.

4.حساب معامل التحديد:(R^2)

سبق ووجدنا أن$r \approx 0.9987.\; R^2 = r^2 = (0.9987)^2 \approx 0.9974$

الاستنتاج :حوالي 99.74% من التباين في الدرجات يمكن تفسيره بواسطة ساعات الدراسة.

خلاصة:

في ختام محور الارتباط والانحدار، يتضح أن هذين الأسلوبين الإحصائيين يشكلان إطاراً تحليلياً متكاملاً لدراسة العلاقات بين المتغيرات الكمية، حيث يهدف الارتباط إلى قياس درجة وقوة واتجاه العلاقة بين المتغيرات، في حين يُعنى الانحدار بتحديد طبيعة هذه العلاقة وصياغتها في نموذج رياضي يسمح بالتفسير والتقدير والتنبؤ.

وقد أبرز هذا المحور أهمية الانتقال من الوصف الإحصائي إلى التحليل التفسيري، إذ لا يقتصر الاهتمام على معرفة وجود العلاقة من عدمها، بل يمتد إلى فهم تأثير المتغير المستقل في المتغير التابع، وتقدير مقدار هذا التأثير بدقة علمية. كما يُعد مخطط الانتشار أداة أساسية تمهيدية لفهم شكل العلاقة قبل حساب معاملات الارتباط أو تقدير نماذج الانحدار.

وعليه، فإن الإلمام بمفاهيم الارتباط والانحدار، وشروط تطبيقهما، وحدود تفسير نتائجهما، يُعد ضرورة منهجية في الدراسات الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، لما لهما من دور محوري في تحليل الظواهر الاقتصادية، ودعم اتخاذ القرار، وبناء نماذج كمية تساعد على التفسير والتنبؤ في ضوء معطيات واقعية.

الخاتمة

خاتمة:

في ختام هذه المطبوعة البيداغوجية، نكون قد سعينا إلى تقديم عرض منهجي ومنظم لمفاهيم الإحصاء الوصفي، وفق ما هو معتمد في البرنامج الرسمي لمقياس الإحصاء (1)، وبما يخدم الأهداف البيداغوجية المسطرة لتكوين طلبة السنة الأولى جذع مشترك في ميدان العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير.

وقد روعي في إعداد هذا العمل الجمع بين الدقة العلمية والبساطة في الطرح، مع التركيز على الجوانب التطبيقية المدعّمة بالأمثلة، قصد تمكين الطالب من اكتساب الأسس الإحصائية الضرورية لفهم الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، وتوظيف الأدوات الإحصائية توظيفًا سليمًا في دراسته الجامعية.

ولا يُعدّ هذا العمل سوى دعامة بيداغوجية مكمّلة للمحاضرات والأعمال الموجّهة، قابلة للتطوير والتحسين كلما دعت الحاجة إلى ذلك، بما يتماشى مع تطور البرامج البيداغوجية ومتطلبات التكوين الجامعي.

وإذ نضع هذه المطبوعة بين أيدي طلبتنا الأعزاء، نأمل أن تسهم في تحسين مستوى الفهم والاستيعاب لديهم، وأن تكون عونًا لهم في مسارهم الجامعي. كما نرحّب بكل ملاحظة أو اقتراح بنّاء من شأنه الارتقاء بهذا العمل وتطويره في طبعات لاحقة.

والله وليّ التوفيق والسداد.

المراجع والمصادر

أولًا: المراجع والكتب العربية

1. **عبد الحميد، عبد المجيد**: الإحصاء الوصفي: الأسس والتطبيقات. دار المسيرة للنشر والتوزيع، عمّان، 2015.
2. **زيدان، أحمد محمد**: مبادئ الإحصاء الوصفي والاستدلالي، دار الفكر العربي، القاهرة، 2014.
3. **خليل، محمد عبد الله**: الإحصاء التطبيقي لطلبة العلوم الاقتصادية، دار اليازوري العلمية، عمّان، 2016.
4. **العساف، صالح بن حمد**: المدخل إلى البحث في العلوم السلوكية، مكتبة العبيكان، الرياض، 2012.
5. **بن عيسى، عبد القادر**: محاضرات في الإحصاء الوصفي .جامعة الجزائر، مطبوعة جامعية، 2020.
6. **كرزابي، دنيا**: الإحصاء الوصفي – دروس وتمارين، جامعة تلمسان، مطبوعة بيداغوجية، 2021.

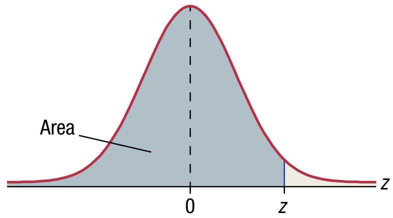
ثانيًا: المراجع والكتب الأجنبية

1. **Anderson, D. R., Sweeney, D. J., Williams, T. A.**Statistics for Business and Economics.Cengage Learning, 13th Edition, 2019.
2. **Newbold, P., Carlson, W., Thorne, B.**Statistics for Business and Economics.Pearson Education, 8th Edition, 2013.
3. **Levine, D. M., Stephan, D. F., Szabat, K. A.**Statistics for Managers Using Microsoft Excel.Pearson, 2017.
4. **Spiegel, M. R., Stephens, L. J.**Statistics.Schaum's Outline Series, McGraw-Hill.
5. **Gujarati, D. N., Porter, D. C.**Basic Econometrics.McGraw-Hill, 2009.

الملاحق

B Standard Normal Distribution

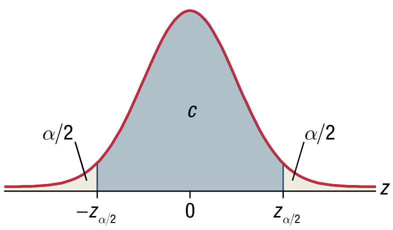
Numerical entries represent the probability that a standard normal random variable is between $-\infty$ and z where $z = \dfrac{x-\mu}{\sigma}$.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

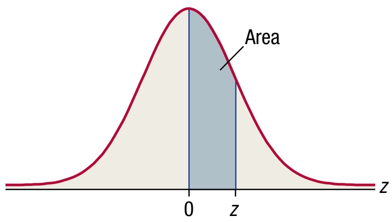
Critical Values of z

Level of Confidence, c	$\alpha = 1 - c$	$z_{\alpha/2}$
0.80	0.20	1.28
0.85	0.15	1.44
0.90	0.10	1.645
0.95	0.05	1.96
0.98	0.02	2.33
0.99	0.01	2.575



C Standard Normal Distribution

Numerical entries represent the probability that a standard normal random variable is between 0 and z where $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$.



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998

J Critical Values of the Pearson Correlation Coefficient

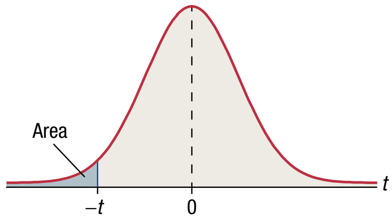
n	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.01$
4	0.950	0.990
5	0.878	0.959
6	0.811	0.917
7	0.754	0.875
8	0.707	0.834
9	0.666	0.798
10	0.632	0.765
11	0.602	0.735
12	0.576	0.708
13	0.553	0.684
14	0.532	0.661
15	0.514	0.641
16	0.497	0.623
17	0.482	0.606
18	0.468	0.590
19	0.456	0.575
20	0.444	0.561
21	0.433	0.549
22	0.423	0.537
23	0.413	0.526
24	0.404	0.515
25	0.396	0.505
26	0.388	0.496
27	0.381	0.487
28	0.374	0.479
29	0.367	0.471
30	0.361	0.463
35	0.334	0.430
40	0.312	0.403
45	0.294	0.380
50	0.279	0.361
55	0.266	0.345
60	0.254	0.330
65	0.244	0.317
70	0.235	0.306
75	0.227	0.296
80	0.220	0.286
85	0.213	0.278
90	0.207	0.270
95	0.202	0.268
100	0.197	0.256

Note: r is statistically significant if $|r|$ is greater than or equal to the value given in the table.

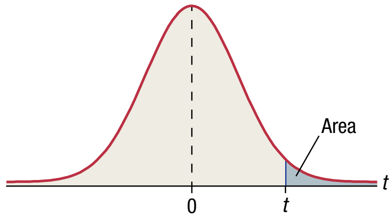
D Critical Values of *t*

	Area in One Tail				
	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
	Area in Two Tails				
df	**0.200**	**0.100**	**0.050**	**0.020**	**0.010**
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
31	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744
32	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738
34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
38	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
45	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690
50	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
55	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
70	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648
80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
90	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632
100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
300	1.284	1.650	1.968	2.339	2.592
400	1.284	1.649	1.966	2.336	2.588
500	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586
750	1.283	1.647	1.963	2.331	2.582
1000	1.282	1.646	1.962	2.330	2.581
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

Left Tail



Right Tail



Two Tails