

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

Universite

M'sila

Sommaire



FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : Mathématiques Appliquées

SUJET

**Solution numérique d'un problème d'écoulement dans
un canal**

Présentée par :
Salhi Affef

Dirigé par :
Mr. Gasmi Abdelkader

2012/2013

Sommaire

0.1	Introduction	6
1	Généralités sur la mécanique des fluides	7
1.1	Introduction:	8
1.2	Description d'écoulement d'un fluide :	10
1.2.1	Description de Lagrange:	10
1.2.2	Description d'Euler:	12
1.3	Equations de Navier-Stocks:	14
1.3.1	Equation de continuité:	14
1.3.2	Equation de quantité de mouvement:	18
1.4	Généralité sur le débit:	19
1.5	Ecoulement bidimensionnel, irrotationnel et stationnaire d'un fluide parfait incompressible:	21
1.5.1	Ecoulement incompressible-Fonction de courant	21
1.5.2	Ecoulement irrotationnel-potentiel de vitesse:	22
1.5.3	Equation différentielles des fonctions ϕ et ψ :	23
1.6	Utilisation de la théorie de la variable complexe:	24
2	Résolution numérique d'un problème d'écoulement d'un fluide visqueux incompressible à travers d'un orifice par la technique d'homotopie	

	REMERCIEMENTS	
(HPM) .		26
2.1 Introduction:		27
2.2 Position du problème:		27
2.3 la technique de résolution numérique d'homotopie (HPM):		29
2.3.1 Principe de la méthode:		29
2.4 Application de la méthode (HPM) sur le problème posé (l'équation de Navier-Stockes):		32
2.5 Application de la méthode (HPM) sur le problème de poisson:		35

intermédiaire, l'une aide à la fois présente et fructueuse en me facilitant l'accès à des documents ; sans lui, ce travail n'aurait jamais pu aboutir.

J'exprime mes profuses et sincères gratitude à toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail, et qui m'ont encouragé, soutenu tout au long de ce travail.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à mes parents, Collègues et amis, qui m'ont toujours soutenu et encouragé au cours de la réalisation de ce modeste mémoire.

0.1 Introduction

La mécanique des fluides est une discipline ancienne, d'applications très variées et encore en pleine évolution. Il convient de toujours garder à l'esprit que l'évolution

de cette discipline a eu deux moteurs, fortement imbriqués :

- l'explication des phénomènes naturels : les vagues, le vent, la force de résistance sur un corps en mouvement dans l'air ou l'eau, l'aspiration d'une cheminée, le mouvement des bulles, la chute d'objets léger (les feuilles des arbres), les vibrations provoquées par un écoulement. . .

- l'exploitation des fluides à des fins pratiques : fabrication d'embarcations, pompage de puits, adduction d'eau, application "énergétiques" (moulins à eau ou à vent)

La mécanique des fluides a cet avantage qu'elle fait partie de notre quotidien, et il est toujours bon d'appréhender un écoulement de fluide tout d'abord avec sa seule

intuition. Les équations de la mécanique des fluides ont une structure mathématique complexe, et doivent être vues comme un ultime recours pour décrire ou quantifier

un phénomène, là où l'intuition s'arrête. Elles ne sont pas la mécanique des fluides, elles la décrivent.

Dans ce travail on s'intéresse à un problème de mécanique de fluide, il s'agit de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible à travers d'un obstacle (orifice). L'écoulement est gouverné par les équations de Navier-stockes bidimensionnel. Notre travail consiste en la résolution des ces équations par une nouvelle technique numérique dite Homotopie (HPM). Pour ce faire, nous allons présenter les points suivants :

- Dans le premier chapitre : une introduction à la mécanique des fluides et les équations générales de mouvement.

- Dans le deuxième : présentation du problème posé avec le principe général de la méthode numérique d'HPM, en suite la résolution proprement dite

Bibliographie

Conclusion:

dans ce travail, nous avons traité un problème de mécanique des fluides résolvant les équations de Navier-Stokes par la méthode de HPM. La solution trouvée est la même solution trouvée par l'application de la méthode de décomposition présentée dans l'article de Greenspan[9].

La méthode d'homotopie a été utilisée pour le cas non homogène du problème de Poisson avec les conditions initiales. On peut conclure que, l'application de la méthode d'HPM décrite dans la section précédente est très pratique et donne de bons résultats analytiques. En effet ; elle est souvent utilisée en comparaison avec les méthodes rationnelles. En fait, si le problème est non linéaire ; cette méthode n'a pas besoin d'une linéarisation ou perturbation.

[4] R. D. Mindlin, *Éléments de Dynamique des fluides*, Paris, 2003.

[5] Charles E. Sogge, *Mathématiques de la physique : l'hydrodynamique et ses applications à l'hydroaérodynamique à surface libre et aux écoulements incompressibles*, version 1.3 de 28 janvier 2005.

[6] Vincent Vignat, *Mécanique des fluides et transferts I* (version 4.1 19-1-2007).

[7] J. Boussinesq, *Cours d'hydrodynamique* (G.P.I.) - Chapitre 1, 1906.

[8] Marc Desautels, *Écoulements stationnaires*, Renault.

[9] Gustaf Greenspan, *l'effet de la tension de surface sur le coefficient de traînée d'un jet sessile*.

[10] Patrick Le Quére, *Hydrogène-Purview, Méthodes numériques pour les écoulements incompressibles*.

Bibliographie

- [1] Donald Greenspan. *Numerical studies of viscous, Incompressible flow through an orifice for arbitrary reynolds number* , May 1968.
- [2] M.McClellan. *Programming orifice flow*, May 1968.
- [3] J.Roussel. Cours de Mécanique des fluides , C.P.I.2-Chem.St2,2005-2006.
- [4] R.Rey-Professeur. *Cinématique et Dynamique des fluides, Paris.2008.*
- [5] Christophe Ancey. *Notes de cours l'hydrodynamique et ses applications à l'hydraulique à surface libre ou en charge*, lausanne. version 1.8 du 28 janvier 2005 .
- [6] V.legat,G.Winckelmans. *Mécanique des fluides et transferts I.* (version 4.4 19-1-2007).
- [7] J.Roussel. *Cours de mécanique des fluides*,C.P.I.2-Chem.I.St2: 2005-2006 .
- [8] Marc Demoulin. *Ecoulements instationnaires* ,Renault .
- [9] Gasmi Abdelkader. *l'effet de la tension de sur le coefficient de contraction d'un jet*.Setif .
- [10] Patrik le Quéré et Bérengère Podvin. *Methodes numériques pour les écoulement incompressibles.2010* .

- [12] Jean-Marc-Brun. *Mecanique des fluides*, August 8, 2008.
- [13] Gorlier Philippe et Gabriel Germain . *La viscosite et sa mesure*, 1998 .
- [14] Marc Rabaud. *Ecoulement aux grands echelles*. Paris sud ,version du 12 decembre 2007 .
- [15] Christophe Ancey. *Hydrodynamique et ses applications à surface libre ou en charge*, version 1.8 du 28 janvier 2005 .
- [16] Vincent Guinot, Bernard Cappelaere. *Méthodes numériques appliquées (résolution numérique des équations différentielles de l'ingénieur*, .2005-2006.
- [17] Jean Gosse. *Mecanique des fluides* .
- [18] Jean Gosse. *Mecanique des fluides*.
- [19] Jean Pierre Brossard. *Mecanique générale*.Lyon.
- [20] Olivier Louisanard . *Mecanique des fluides* ,.1.2-décembre . 2008 .