

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de M'sila
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique
Département de l'Informatique



Mémoire de fin d'études
Pour l'obtention de Diplôme de **Master** en Informatique

Option : Système d'information avancée

Thème :

**Résolution d'un problème de sac à dos multi-objectif
en variables binaire par la méthode de
séparation et évaluation.**

Réalisé par :

DRIF khawla

Encadré par :

Mr. GASMI Abdel kader

M. BOUAMAMA Salim

Promotion: 2010/2011

Résumé

Ce travail porte sur la résolution exacte d'un problème d'optimisation combinatoire multi-objectif. Nous cherchons à poser une généralisation des procédures de séparation et évaluation, populaires dans le cadre mono-objectif mais presque absentes en multi-objectif. Notre étude s'appuie sur le problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variables binaires. Ce dernier est un classique de l'optimisation combinatoire, présent comme sous problème dans de nombreux problèmes d'optimisation.

Mots-clés: optimisation combinatoire multi-objectif, problème de sac à dos unidimensionnel en variables binaires, résolution exacte, procédure de séparation et évaluation.

Abstract

The purpose of this work is the exact solution of a problem from the field of multi-criteria combinatorial optimization. Our goal is a generalization of the branch and bound procedures, popular in the mono-criteria case but almost non-existent in the multi-criteria case. Our work is based on the one-dimensional multi-criteria knapsack problem with binary variables, a classic from combinatorial optimization, found as a sub problem in many optimization problems.

Keywords: multi-objective combinatorial optimization, one-dimensional binary knapsack problem, exact resolution, branch and bound.

TABLES DE MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I L'optimisation combinatoire et le problème de sac à dos	
1.1 INTRODUCTION.....	4
1.2 OPTIMISATION COMBINATOIRE.....	4
1.2.1 Problème d'optimisation.....	4
1.2.2 Problème d'optimisation combinatoire	5
1.2.3 Problème d'optimisation combinatoire multi objectif.....	5
1.2.4 Problème d'optimisation combinatoire mono/multi-objectif.....	8
1.2.5 Problèmes d'optimisation célèbres	9
1.2.5.1 Le problème du sac à dos (knapsack).....	9
1.2.5.2 Planification de tâches indépendantes.....	10
1.2.5.3 Problème du voyageur de commerce.....	10
1.2.5.4 Problème SAT.....	10
1.3 PROBLEME DE SAC Á DOS « KNAPSACK PROBLEM ».....	11
1.3.1 Historique.....	11
1.3.2 Définition.....	11
1.3.3 Problème du sac à dos classique (KP).....	12
1.3.4 Variantes autour du problème.....	14
1.3.4.1 Variables continues.....	14
1.3.4.2 Sac à dos multi-dimensionnel.....	14
1.3.4.3 Sac à dos multi-objectif.....	15

1.3.5	Quelques Types de problème de sac à dos.....	15
1.3.5.1	Sac à dos multiple en variable 0-1	15
1.3.5.2	Sac à dos multidimensionnel à choix multiples.....	16
1.3.5.3	Le problème du sac à dos quadratique.....	17
1.3.6	Méthodes de résolution.....	17
1.3.6.1	Méthode approchée.....	18
1.3.6.1	Méthode exacte.....	18
1.3.7	Exemple pratique.....	19
1.4	CONCLUSION.....	23
CHAPITRE II Les méthodes de résolution d'un problème d'optimisation		
2.1	INTRODUCTION.....	24
2.2	METHODE DE RESOLUTION.....	24
2.2.1	Méthodes approchées.....	26
2.2.1.1	Les méthodes heuristiques.....	26
2.2.1.2	La recherche Tabou.....	27
2.2.1.3	Les Algorithmes Génétiques.....	28
2.2.2	Calcul de bornes supérieures.....	29
2.2.3	Les méthodes exactes.....	30
2.2.3.1	Méthode par séparation et évaluation branch and bound.....	31
2.2.3.2	Méthode de la programmation dynamique.....	34
2.3	CONCLUSION.....	36

CHAPITRE III La résolution de sac à dos multi-objectif par la séparation et évaluation

3.1 INTRODUCTION.....	37
3.2 LE PROBLEME DE SAC À DOS MULTI-OBJECTIF.....	37
3.3 LE CADRE DES PSE.....	37
3.3.1 La procédure de séparation et évaluation pour le sac à dos multi-objectif.....	38
3.3.2 Exemple de résolution d'un problème de sac à dos.....	40
3.3.2.1 Cas de mono-objectif.....	40
3.3.2.1 Cas de multi-objectif.....	42
3.4 MISE EN ŒUVRE	45
3.5 CONCLUSION.....	52
CONCLUSION GENERALE.....	53
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	54

INTRODUCTION GENERALE

L'optimisation combinatoire est un domaine intensivement étudié en raison de son potentiel d'application à de nombreux problèmes rencontrés dans des situations réelles. Les recherches dans ce domaine sont long temps restées confinées aux situations où un unique objectif est à optimiser. Cependant, de nombreux cas réels nécessitent l'optimisation simultanée de plusieurs objectifs conflictuels. Bien que des travaux sur le sujet aient été publiés au moins de puis les années 1970, l'intérêt de la communauté scientifique pour l'optimisation combinatoire multi-objectif n'apparaît réellement qu'à partir des années 1990. Ce regain d'intérêt trouve son origine dans le développement de nombreuses méta-heuristiques multi-objectifs, appliquées avec succès à des problèmes d'optimisation complexes. En fait, la résolution exacte de problèmes d'optimisation combinatoire multi-objectifs est intrinsèquement difficile, tant d'un point de vue théorique que pratique. En effet, ils sont tous NP-complet sous NP-difficiles, P-complets et intraitables, même lorsque la version mono-objectif du problème appartient à la classe de complexité P. De plus, la plupart des méthodes de résolution exacte pour les problèmes d'optimisation combinatoires multi-objectifs sont souvent limitées au cas bi-objectif.

Les méthodes de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire peuvent être classées en deux catégories : les méthodes exactes qui garantissent l'optimalité de la solution et les méthodes approchées qui perdent en optimalité pour gagner en efficacité. Le principe de base d'un algorithme exact consiste en général à énumérer l'ensemble des solutions de l'espace de recherche de façon implicite. Cependant, ce type d'algorithme ne permet de résoudre que des

problèmes de taille modérée. Autrement, le temps de calcul risque d'augmenter exponentiellement avec la taille du problème. Les méthodes approchées constituent une alternative intéressante pour la résolution des problèmes d'optimisation de grande taille si l'optimalité n'est pas primordiale. Parmi ces méthodes nous citons les méthodes gloutonnes, les heuristiques et les méta-heuristiques représentées essentiellement par les méthodes de voisinage tel que le recuit simulé, la recherche tabou et les algorithmes évolutifs tels que les algorithmes génétiques. Notons qu'il existe d'autres méthodes de résolution combinant des algorithmes approchés et des méthodes exactes. Ces méthodes, appelées méthodes hybrides, représentent un outil assez puissant pour résoudre les problèmes combinatoires.

L'objectif du travail présenté dans ce mémoire est de proposer la résolution exacte de problèmes d'optimisation combinatoire multi-objectif. En particulier, la résolution par la méthode de séparation et évaluation « branch and bound » de problème de sac à dos multi-objectif. Notre travail comporte trois chapitres, chapitre s'appuie sur le problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variables binaires. Ce dernier est un classique de l'optimisation combinatoire, présent comme sous problème dans de nombreux problèmes d'optimisation.

Plus précisément, Dans la première chapitre, nous allons nous intéresser aux l'introduction des notions de l'optimisation combinatoire, nous présentons le domaine de l'optimisation combinatoire multi-objectif et pose les principales définitions et propriétés. Nous traitons aussi dans ce chapitre le problème de sac à dos et nous décrivons quelques types de ce problème et nous détaillons le multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variables binaires et en fin on propose quelques méthodes utilisées pour sa résolution et un exemple simple.

Le deuxième chapitre nous présenterons les méthodes de résolution d'un problème d'optimisation combinatoire, en particulier le problème de sac à dos.

Tout d'abord nous présenterons quelques méthodes de résolution des problèmes multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variable binaire (noté 01MOKP), Nous commençons par les méthodes approchée comme la recherche tabou puis on détaille la procédure de séparation et évaluation comme un exemple des méthodes exactes.

Le troisième chapitre est consacré aux méthodes de résolution du problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variable binaires. Nous présentons le contexte dans lequel vont s'inscrire nos travaux de recherche. Ces travaux s'articulent essentiellement autour de la résolution du problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variable binaires par la méthode de séparation et évaluation. Cette famille de problèmes a suscité et suscite encore un intérêt majeur pour la communauté des chercheurs, dans le domaine de la recherche opérationnelle. La généralisation des PSE au cas multi-objectif n'est pas triviale. Ainsi, bien qu'elles soient parmi les algorithmes les plus performants pour le problème mono-objectif de sac à dos. Nous aussi présentons l'implémentation de la résolution de problème de bi-objectif sac à dos unidimensionnel en variable binaires (01MOKP) par la procédure de séparation et évaluation on utilise le langage C++ (Microsoft Visual C++ 2008 Express Edition).

Nous terminons ce mémoire en présentant nos conclusions générales et perspectives de recherche.

CONCLUSION GENERALE

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire à la résolution exacte de problèmes d'optimisation combinatoire multi-objectifs. L'objectif de notre travail portait sur l'étude de schémas de résolution dans le cas multi-objectif.

Notre étude s'appuie sur le problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variables binaires. Ce dernier étant un problème classique de l'optimisation combinatoire, présent en tant que sous problème dans de nombreux problèmes d'optimisation, il nous permet d'obtenir un bon indicateur des performances minimales pouvant être attendues d'une méthode de résolution générale.

Notre première contribution porte sur ce problème en particulier. Les principes fonctions de ce dernier et les différents types.

La deuxième contribution porte sur les méthodes de résolution de problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variable binaire et nous étudions la méthode de séparation et évaluation pour ce problème et l'implémentation de la résolution de ce problème par cette méthode on utilisant le langage c++.

À notre connaissance, il n'existe pas à ce jour de procédures de séparation et évaluation présentées dans la littérature pour des problèmes seyant plus de deux objectifs.

Comme perspectives, nous proposons, en premier lieu, l'utilisation de procédure de séparation et évaluation pour de plus de deux objectifs. En second lieu, d'améliorer le temps d'exécution.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1.1] : Isabelle Devarenne , *Etude en recherche locale adaptative pour l'optimisation combinatoire*, Thèse doctorat, Université de technologie de Belfort-Monbéliard, 2007.
- [1.2] : V. Pareto, *Cours d'économie*, Rouge, Lausanne, switzerland, 1896.
- [1.3] : R.M. Karp, *Reducibility among combinatorial problems*, Springer, 2004.
- [1.4] : J.M.Alliot, T.Schiex, P.Brisset, F.Gracia *Intelligence artificielle et l'information théorique*, Edition Cépadués, 2002.
- [1.5] : Elghazali Talbi, *Méta heuristique pour l'optimisation*
- [1.6] : http://interstices.info/jcms/c_19213/le-probleme-du-sac-a-dos.
- [1.7] : G.B. Dantzig, *Discrete variable extremum problems*, Operations research.
- [1.8] : P.C. Gilmore, R.E. Gomory, *A linear programming approach to the cultring stock problem parti ii*, Operations research.
- [1.9] : M. Savel Sbergh, *A branch and Algorithm for the generalized assignement problem*, Operation research.
- [1.10] : D.PISINGER, Where are the hard knapsack problems? Computers & Operations Research,2005
- [1.11] : M.EHRGOTT et X.GANDIBLEUX. *A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization*. ORSpektrum , 2000
- [1.12] : D. Pisinger, H. Kellerer, U. Pferschy. *Knapsack problems*. Springer, 2004.
- [1.13] : Julien Jorge, *Nouvelle propositions pour la résolution exacte du sac à dos multi-objectif unidimensionnel en variable binaires (thèse doctorale)*, Université de Nantes, 2010.
- [1.14] : Mohamed Esseghir Lalami et al, *Une heuristique pour le problème du sac à dos multiple en variables 0-1*, Université de Toulouse.

- [1.15] : Igor Crévits et al, *Heuristiques itératives hybrides pour le sac à dos multidimensionnel à choix multiples*, Université de Valenciennes.
- [1.16] : S.Khan, K.F.Li, E.G.Manning et M.Akbar. *Solving the knapsack problem for adaptive multi-media systems. Studia Informatica*, Special Issue on Combinatorial Problems, 2002.
- [1.17] : M.Hifi, M.Michrafy et A.Sbihi. *Heuristic algorithms for the multiple-choice multidimensional knapsack problem*. Journal of the Operational Research Society.
- [1.18] : Mohamed Elhavedh OULD AHMED MOUNIR, *Contribution à la résolution du sac-à-dos à contraintes disjonctives (thèse doctorale)*, Université de PICARDIE JULES 2009.
- [1.19] : GalloG, HammerP. Land Simeone B. *Quadratic knapsack problems*, Mathematical Programming Study, 1980.
- [1.20] : <http://wwwens.ugac.ca/~rebaine/8INF806/NPcompletudecours.pdf>.
- [2.1] : E-G. Talbi, *Metaheuristics: from design to implementation*, Wiley, 2009.
- [2.2] : N.CHERFI, *Méthodes de résolution hybrides pour les problèmes de type Knapsack (thèses doctorale)*, l'Université ParisI, 2008.
- [2.3] : C. WILBAUT, *heuristiques hybrides pour la résolution de problèmes en variables 0-1 mixte (thèse doctorale)*, université de Valenciennes et du hainaut-combrésis, 2006.
- [2.4] : A. SBIHI, *Les méthodes hybrides en optimisation combinatoire: algorithmes exacts et heuristiques (thèse doctorale)*, Université Paris-I Panthéon-Sorbonne, 1992.
- [2.5] : S.Martello, P.Toth , *Knapsack problem :Algorithmes and computer implementation*, wiley, england, 1990.
- [2.6] : P.J. Kolesar, *A branch and bound algorithm for the knapsack problem*, Management Science, 1967.
- [2.7] : H. Greenberg and R.L. Hegerich, *A branch search algorithm for the knapsack Problem*, Management Science, 1970.

- [2.8] : E. Horowitz and S. Sahni, *Computing partitions with applications to the knapsack problem*, Journal of ACM.
- [2.9] : Abdul-Rasak T.S, *Machine scheduling problems : a branch and bound approach*, PHD thesis, University of Keel, 1987.
- [2.10] : Helde H. and Karp R.M, *A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems*. SIAM, 1962.
- [2.11] : Lawler E. L, *On Scheduling Problems with Defferal Costs*. Management Sci, 1964.
- [2.12] : HEMMAK Allaoua, *Résolution d'un problème d'ordonnancement sur une machine avec date échue commune par la programmation dynamique et la relaxation lagrangienne*, thèse Magister, Université de M'sila, 2007.
- [3.1] : M.EHRGOTT et X.GANDIBLEUX, *A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization*, OR Spektrum, 2000.

ملخص

هذا العمل يعالج الحلول التامة لمشكلة من مشاكل التحسين التوفيقي متعدد المهام. درسنا عموما في إجراء الفصل والتممين، مشهور في الصنف أحادي المهمة لكن يكاد يندم في الصنف متعدد المهام. دراستنا طبقت على مشكل الحامل متعدد المهام أحادي السعة بمتغيرين. هذا الأخير هو نوع كلاسيكي للتحسين التوفيقي.

كلمات المفتاح: التحسين التوفيقي متعدد المهام، مشكلة الحامل أحادي السعة بمتغيرين، الحلول التامة، إجراء الفصل والتممين.

Résumé

Ce travail porte sur la solution exacte d'un problème d'optimisation combinatoire multi-objectif. Nous cherchons à poser une généralisation des procédures de séparation et évaluation, populaires dans le cadre mono-objectif mais presque absentes en multi-objectif. Notre étude s'appuie sur le problème multi-objectif de sac à dos unidimensionnel en variables binaires. Ce dernier est un classique de l'optimisation combinatoire, présent comme sous problème dans de nombreux problèmes d'optimisation.

Mots-clés: optimisation combinatoire multi-objectif, problème de sac à dos unidimensionnel en variables binaires, résolution exacte, procédure de séparation et évaluation.

Abstract

The purpose of this work is the exact resolution of a problem from the field of multi-criteria combinatorial optimization. Our goal is a generalization of the branch and bound procedures, popular in the mono-criteria case but almost non-existent in the multi-criteria case. Our work is based on the one-dimensional multi-criteria knapsack problem with binary variables, a classic from combinatorial optimization, found as a sub problem in many optimization problems.

Keywords: multi-objective combinatorial optimization, one-dimensional binary knapsack problem, exact resolution, branch and bound.