

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHESCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DE SCIENCES ET TECHNOLOGIES

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

N° :



DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE

FILIERE : GENIE ELECTRIQUE

OPTION : AUTOMATIQUE ET SYSTEMES

Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique

Par :

KOURICHE Saad

HADJI Fouad

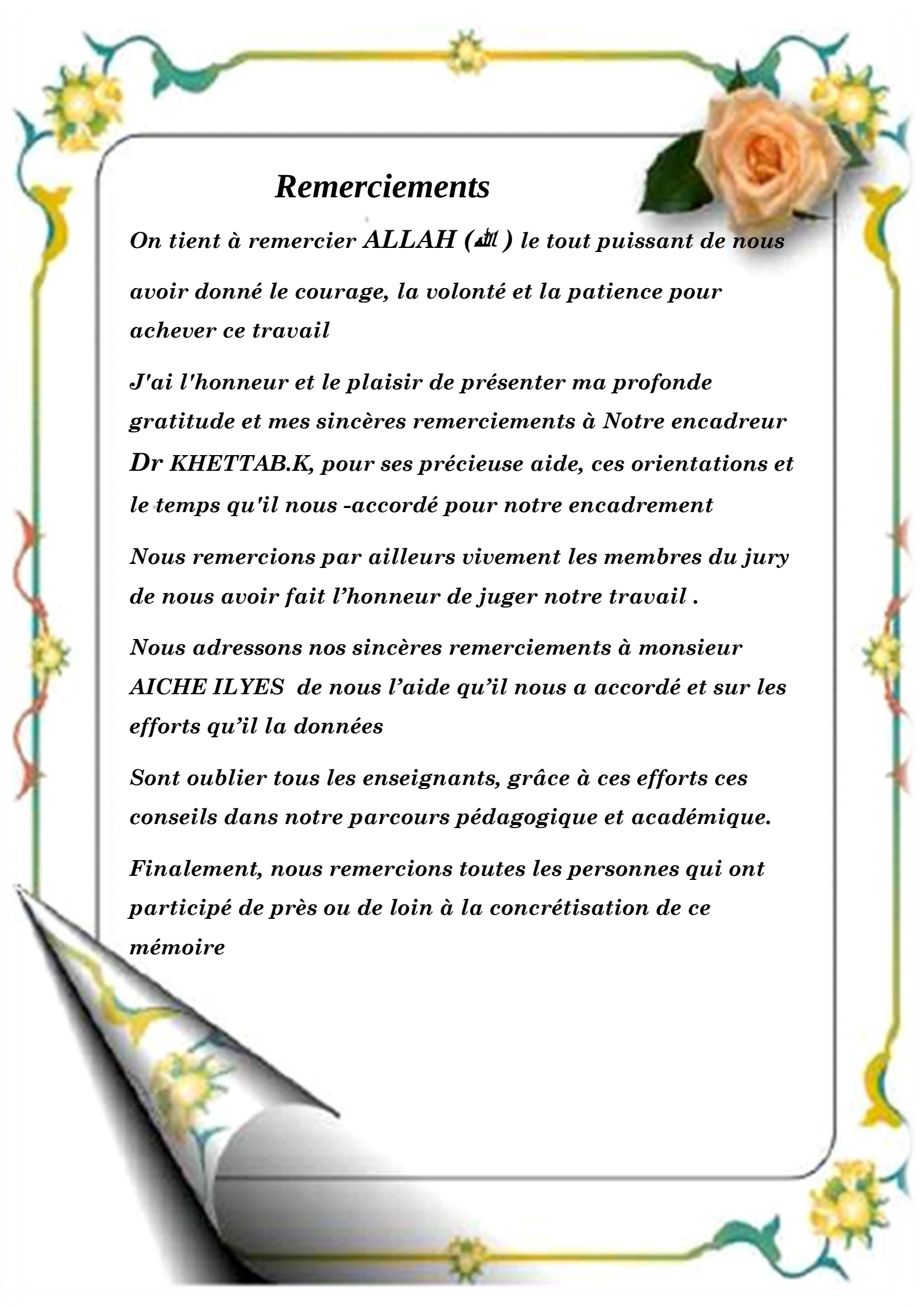
Intitulé

STABILISATION ET COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE
TYPE-2 D'UNE CLASSE DE SYSTEMES NON LINEAIRES

Soutenu devant le jury composé de:

Dr. IDIR Abdelhakim	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Président
Dr. Khatir KHETTAB	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Rapporteur
Dr. Abdelouaheb BOUKHALFA	Université Mohamed Boudiaf - M'sila	Examineur

Année universitaire : 2019/ 2020



Remerciements

On tient à remercier ALLAH (ﷻ) le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté et la patience pour achever ce travail

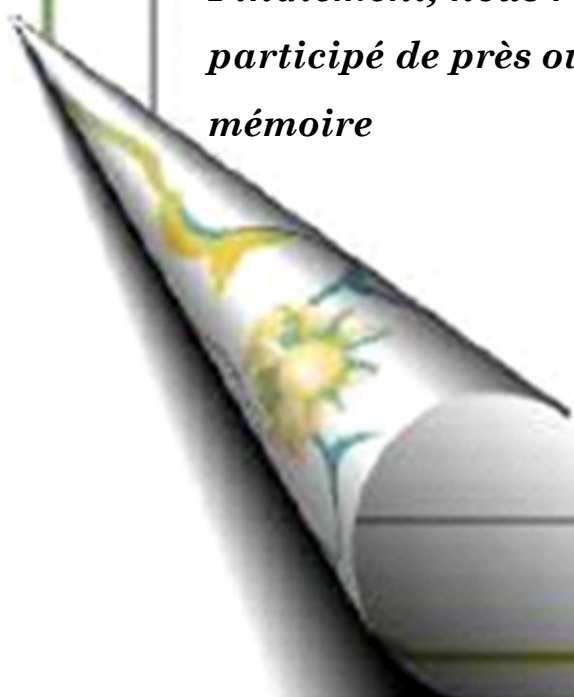
J'ai l'honneur et le plaisir de présenter ma profonde gratitude et mes sincères remerciements à Notre encadreur Dr KHETTAB.K, pour ses précieuse aide, ces orientations et le temps qu'il nous -accordé pour notre encadrement

Nous remercions par ailleurs vivement les membres du jury de nous avoir fait l'honneur de juger notre travail .

Nous adressons nos sincères remerciements à monsieur AICHE ILYES de nous l'aide qu'il nous a accordé et sur les efforts qu'il la données

Sont oublier tous les enseignants, grâce à ces efforts ces conseils dans notre parcours pédagogique et académique.

Finalement, nous remercions toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la concrétisation de ce mémoire



Dédicace

À la mémoire de mon père ALLAH yerahmou

Ce travail est dédié à mon père, décédé trop tôt, qui m'a toujours poussé et motivé dans mes études. J'espère que, du monde qui est sien maintenant, il apprécie cet humble geste comme preuve de reconnaissance de la part d'un fils qui a toujours prié pour le salut de son âme. Puisse Allah, le Tout Puissant, l'avoir en sa sainte miséricorde.

À ma très chère mère

Autant de phrases aussi expressives soient-elles ne sauraient montrer le degré d'amour et d'affection que j'éprouve pour toi. Tu m'as comblé avec ta tendresse et affection tout au long de mon parcours. Tu n'as cessé de me soutenir et de m'encourager durant toutes les années de mes études. Qu'ALLAH te protège et te donne la santé,

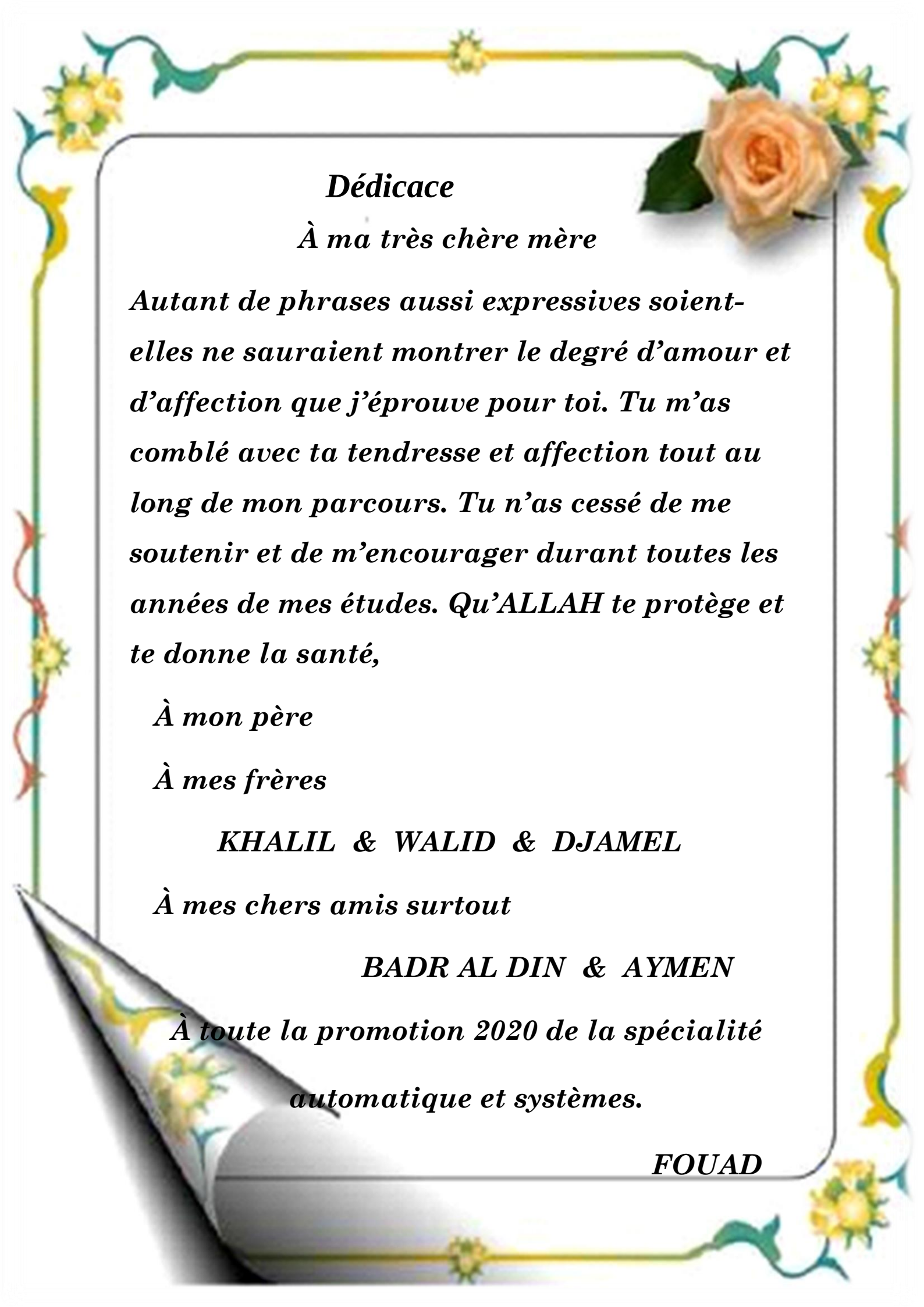
À mes frères ABD ELMADJID et SAIF ELDINNE et tous mes sœurs

À mes chers amis surtout ILYES ,NOUCHA et SALAH

À Mes cousins BOUDJAMAA, DAHA et TAYEB

À toute la promotion 2020 de la spécialité automatique et systèmes.

SAAD



Dédicace

À ma très chère mère

Autant de phrases aussi expressives soient-elles ne sauraient montrer le degré d'amour et d'affection que j'éprouve pour toi. Tu m'as comblé avec ta tendresse et affection tout au long de mon parcours. Tu n'as cessé de me soutenir et de m'encourager durant toutes les années de mes études. Qu'ALLAH te protège et te donne la santé,

À mon père

À mes frères

KHALIL & WALID & DJAMEL

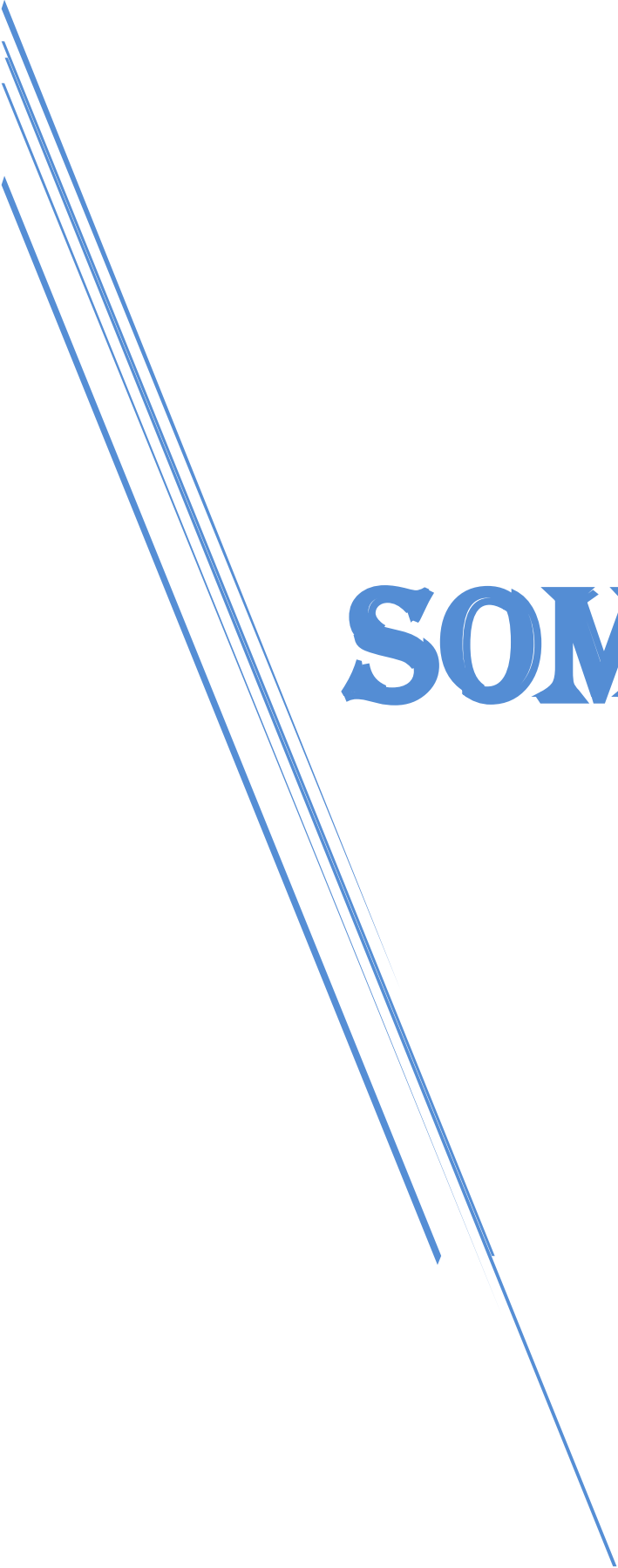
À mes chers amis surtout

BADR AL DIN & AYMEN

*À toute la promotion 2020 de la spécialité
automatique et systèmes.*

FOUAD





SOMMAIRE

contenu	page
Liste des figures	IV
Introduction générale	1

CHAPITRE I

Théorie de commande par logique floue

I.1 INTRODUCTION	5
I.2 LA LOGIQUE FLOUE TYPE-1	5
I.2.1 CONCEPT DE BASE	5
I.2.1.1 FONCTION D'APPARTENANCE TYPE-1	5
I.2.1.2 UNIVERS DE DISCOURS	6
I.2.1.3 ENSEMBLES FLOUES TYPE-1	7
I.2.2 OPERATIONS SUR LES ENSEMBLES FLOUS	7
I.2.3 CARACTERISTIQUES DES SOUS-ENSEMBLES FLOUS TYPE-1	7
I.2.4 VARIABLE LINGUISTIQUE TYPE-1	8
I.2.5 COMMANDE PAR LOGIQUE FLOUE	9
I.2.5.1 REGLAGE ET COMMANDE PAR LOGIQUE FLOUE	9
I.2.5.2 STRUCTURE D'UN REGULATEUR FLOU TYPE-1	10
I.2.5.2.1 LA FUZZIFICATION	11
I.2.5.2.2 MOTEUR D'INFERENCE	11
I.2.5.2.2.1 LES METHODES D'INFERENCE	11
I.2.5.2.3 DEFUZZIFICATION	11
I.2.5.3 TYPES DE REGULATEURS FLOUS	12
I.2.5.3.1 REGULATEUR DE TYPE MAMDANI	13
I.2.5.3.2 REGULATEUR TYPE TAKAGI-SUGENO	13
I.3 LA LOGIQUE FLOUE TYPE-2	13
I.3.1 DEFINITIONS ET TERMINOLOGIE DE LA LOGIQUE FLOUE TYPE-2	14
I.3.2 TYPES D'ENSEMBLES FLOUS TYPE-2	15
I.3.2.1 ENSEMBLE FLOU TYPE-2 GAUSSIEN	15
I.3.2.2 ENSEMBLE FLOU TYPE-2 TRIANGULAIRE	16
I.3.2.3 ENSEMBLE FLOU TYPE-2 INTERVALLE	16
I.3.3 STRUCTURE D'UN SYSTEME FLOU TYPE-2	16
I.3.3.1 FUZZIFICATION	17
I.3.3.2 BASE DES REGLES	17
I.3.3.3 INFERENCE	17
I.3.3.4 REDUCTION DE TYPE ET DEFUZZIFICATION	17
I.4 CONCLUSION	18

CHAPITRE II

Stabilité de la commande adaptative floue type-2

II.1 INTRODUCTION	19
II.2 COMMANDE ADAPTATIVE	19
II.3 LA COMMANDE ADAPTATIVE FLOUS	20
II.4. STABILITE DES SYSTEME DYNAMIQUES	21
II.5 METHODES D'OBTENTION DES LOIS D'ADAPTATION	21
II.5.1 METHODE DIRECT DE LYAPUNOV	21
II.5.2 METHODE INDIRECT DE LYAPUNOV	22
II.6 PROBLEMATIQUE ET CONCEPTION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE	23
II.6.1 L'OBJECTIF DE LA COMMANDE	24
II.6.2 COMMANDE DE SUPERVISION	28
II.6.3 LOIS D'ADAPTATION DES PARAMETRES DU REGULATEUR FLOU	29
II.7 EXEMPLE DE SIMULATION	31
II.7.1 DESCRIPTION DU PENDULE INVERSE	31
II.7.2 REGULATEUR FLOU TYPE-1	32
II.7.3 REGULATEUR FLOU TYPE-2.	36
II.8 CONCLUSION	38

CHAPITRE III

Commande Hybride Adaptative floue type-2 des Systèmes fractionnaires par mode glissant

III.1 INTRODUCTION	39
III.2 SYSTEMES D'ORDRE FRACTIONNAIRE	40
III.2.1 QUELQUES FONCTION UTILISEES DANS LE CALCUL FRACTIONNAIRE	40
III.2.1.1 LA FONCTION GAMMA	40
III.2.1.2 FONCTION DE MITTAG-LEFFLER	41
III.2.2 OPERATOINS DE DERIVATION ET D'INTEGRATION D'ORDRE FRACTIONNAIRE	41
III.2.2.1 DEFINITION MATHEMATIQUE	41
III.2.3 DERIVATION NON ENTIERE	42
III.2.3.1 DEFINITION DE GRUNWALD-LETNIKOV	42
III.2.3.2 DEFINITION DE RIEMANN-LIOUVILLE(RL)	42
III.2.3.3 DEFINITION DE CAPUTO	42
III.2.4 INTEGRATION NON ENTIERE	43
III.2.4.1 DEFINITION	43
III.3 LE CHAOS	43
III.3.1 DEFINITION ET PROPRIETES	43
III.3.2 SYSTEME CAOTHIQUES	44

III.3.3 CARACTRISATION DES CHAOS	44
III.3.4 SYNCHRONISATION	45
III.3.5 SYSTEME CHAOTIQUE FRACTIONNAIRE DE DUFFING-HOLMES	45
III.4 COMMANDE PAR MODE GLISSANT	46
III.4.1 DEFINITION	47
III.4.2 SYNTHESE DE COMMANDE PAR MODE GLISSANT	47
III.4.2.1 CHOIX DE LA SURFACE DE GLISEMENT	47
III.4.2.2 CONDITION D'EXISTENCE DE MODE GLISSANT (ATTRACTIVITE)	47
III.4.3 PHENOMENE DE RETICENCE (CHATTERING)	48
III.4.4 REGULATEUR PI FLOU	49
III.5 PROBLEMATIQUE ET CONCEPTION DE LA COMMANDE INTELLIGENTE HYBRIDE PAR MODE GLISSANT	49
III.5.1 CONCEPTION DE SYSTEME FLOU UTILISE	50
III.5.2 L'OBJECTIF DE LA COMMANDE	50
III.5.3 ANALYSE DE LA STABILITE	54
III.6 EXEMPLE DE SIMULATION	55
III.7 CONCLUSION	59

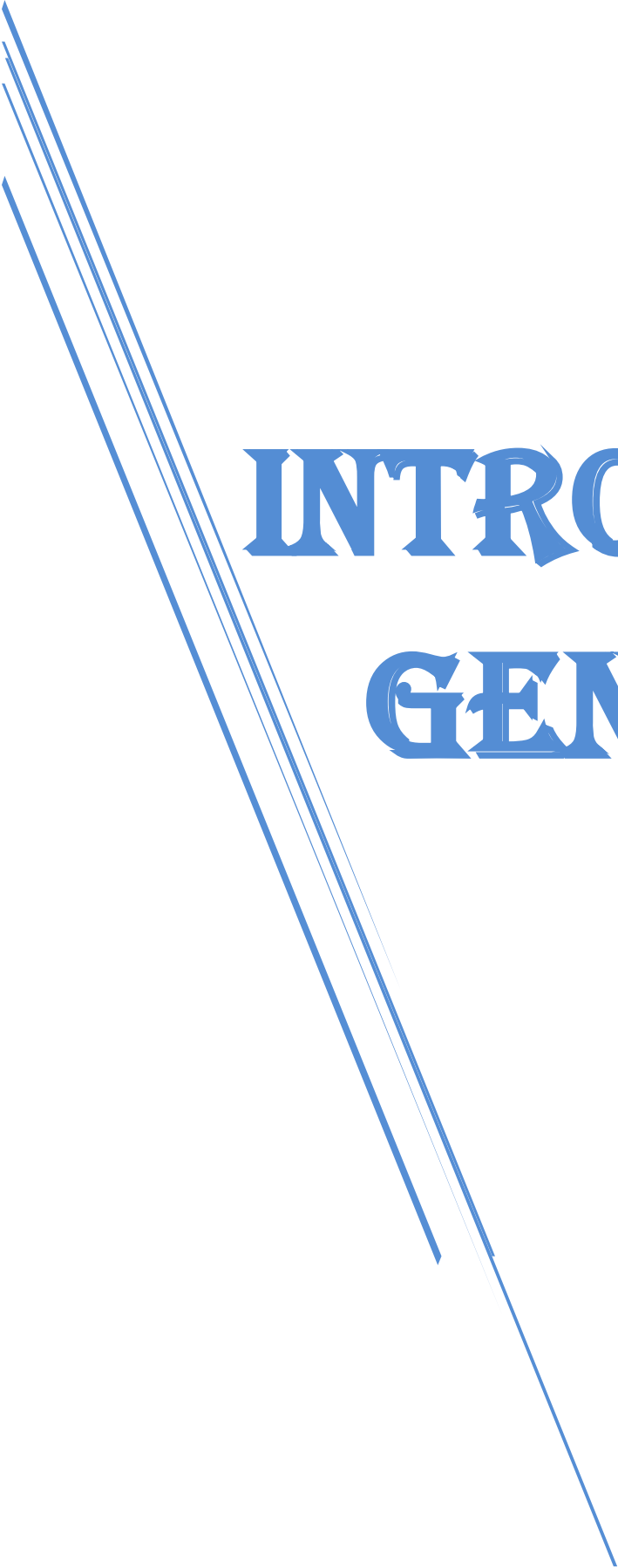


LISTE DES FIGUERES

LISTE DES FIGURES ET TABLEAUX

figures	page
Figure (I.1) : ensembles flous type-1	7
Figure (I.2) : fonction d'appartenance type-1	8
Figure (I.3) : Variable linguistique type-1	9
Figure (I.4) : Schéma synoptique d'un régulateur flou de vitesse	10
Figure (I.5) : Schéma synoptique générale d'un Régulateur flou type-1	10
Figure (I.6) : méthode du centre de maximum	12
Figure (I.7) : méthode du centre de gravité	12
Figure (I.8) : Représentation schématique d'un ensemble flou type-2 gaussien	15
Figure (I.9) : Structure d'un système flou type-2, avec ses deux sorties : la sortie défuzzifiée l'ensemble de type réduit.	16
Figure (II.1) : principe des systèmes de commande adaptative.	20
Figure (II.2) : Commande adaptative floue directe.	20
Figure (II.3) : Commande adaptative floue indirecte	21
Figure (II.4) : Structure de la commande proposée.	26
Figure (II.5) : Schéma de synthèse de la commande adaptative floue indirecte	30
Figure (II.6) : structure d'un pendule inverse.	31
Figure (II.7) : Fonctions d'appartenances floues type-1.	32
Figure (II.8) Variation de la position angulaire (rad) en fonction du temps	33
Figure (II.9) Variation de la vitesse angulaire (rad/s) en fonction du temps	33
Figure (II.10) Variation de la commande globale $u(t)$ en fonction du temps	34
Figure (II.11) Variation de l'erreur de poursuite en fonction du temps	34
Figure (II.12) Variation de la position angulaire (rad) en fonction du temps	35
Figure (II.13) la variation de la vitesse angulaire (rad/s) en fonction du temps	35
Figure (II.14) Variation de la commande globale $u(t)$ en fonction du temps	35
Figure (II.15) Variation de l'erreur de poursuite en fonction du temps	36
Figure (II.16) : Fonctions d'appartenances floues type-2.	36
Figure (II.17) la variation de la position angulaire (rad) en fonction du temps	37
Figure (II.18) la variation de la vitesse angulaire (rad/s) en fonction du temps	37
Figure (II.19) Variation de la commande globale $u(t)$ en fonction du temps	38
Figure III.1. Trajectoire de phase dans le plan (x-y) du système Duffing d'ordre entier.	46
Figure III.2. Trajectoire de phase (attractrice) dans le plan (x-y) du système de Duffing ordre fractionnaire	46
Figure (III.3) : Attractivité de la surface.	48
Figure (III.4) : Mode de glissement avec réticence	49
Figure (III.5) : Performance de synchronisation du signal de référence et de réponse	56
Figure (III.6) : Plan de phase de synchronisation des systèmes avec commande indirecte u_i	56
Figure (III.7) : Trajectoires de sortie et référence : (a)-l'état x_1 et y_1 ; (b)-l'état x_2 et y_2	57
Figure (III.8) : Signal : (a)- de la surface $s(t)$; (b): de la commande u_i .	58
Figure (III.9) : Errors - (a): $Error_{e_1}$, (b): $Error_{e_2}$	59

tableaux	page
Tableau (I.1) : les formes les plus utilisées de la fonction d'appartenance type-1	7
Tableau (I.2) : Les opérateurs de base sur les sous ensemble floue type-1	8



INTRODUCTION GENERALE

Introduction

L'automatique a été définie comme étant une science qui utilise des méthodes théoriques et des moyens technologiques pour la conception et la construction de systèmes automatisés. Fondée sur la notion de contre réaction, son objectif principal est de synthétiser des correcteurs afin d'assurer au système un certain niveau de performance. Le plus souvent, le comportement d'un système est évalué à l'aide d'une quantité mesurée par un capteur, c'est donc une sortie du système. La réalisation de cette tâche fait intervenir trois étapes essentielles. La première est la modélisation qui consiste à déterminer les relations mathématiques liant les différentes variables constituant le système. Une fois établi le modèle, il est ensuite nécessaire d'analyser son comportement et d'établir ses propriétés : C'est la phase d'analyse. Une fois l'analyse effectuée, vient enfin la phase de commande dont le rôle est de déterminer le correcteur permettant d'y remédier aux insuffisances des performances du système. Dans le cas des systèmes linéaires et non linéaires d'ordre entier temps invariant, plusieurs travaux portant sur la stabilité et la stabilisation ont été publiés et différents correcteurs ont été implantés avec succès sur ces systèmes. On peut citer les correcteurs PID, les correcteurs à structure variable, les correcteurs H^∞ , commande par mode glissant, etc. Ces différentes commandes ont été étendues au cas des systèmes constants ou variables. Or, beaucoup de systèmes dynamiques peuvent être mieux modélisés par un modèle dynamique non entier, basé sur la notion de différentiation ou d'intégration d'ordre non entier appelée également dérivation et intégration fractionnaires. Il est donc légitime de s'intéresser à ces systèmes en vue de leur synthétiser des commandes adéquates pour rendre compte de leur comportement [1].

Les méthodes classiques de l'automatique ont été largement appliquées dans de nombreux problèmes de régulation industrielle. Cependant, la plupart des systèmes physiques présentent des non-linéarités, un retard important et leurs paramètres sont souvent mal connus et/ou variables dans le temps (systèmes incertain). Pour la commande de telles classes de systèmes, les méthodes conventionnelles de l'automatique ont montré leurs limites en termes de stabilisation et performances. Suite aux développements des calculateurs numériques, les automaticiens commencent à s'intéresser aux nouvelles approches de commande telles que la commande adaptative, la commande prédictive, la commande robuste, ainsi que les techniques basées sur l'intelligence artificielle par exemple la commande par logique floue [2].

Calcul d'ordre fractionnaire et la synchronisation du chaos

Depuis les premiers travaux des dérivées d'ordre fractionnaire il y'a quelques siècles, la théorie du calcul fractionnaire a été développée dans la plupart du temps par des mathématiciens. Dans les dernières décennies un intérêt considérable a été porté au calcul fractionnaire par l'application de ces concepts dans différents domaines de la physique et de l'ingénierie. Beaucoup de systèmes physiques ont affiché un comportement dynamique d'ordre fractionnaire, tels que les systèmes viscoélastiques, la polarisation électrode électrolyte, polarisation d'interfaces, le comportement cardiaque. C'est seulement dans les dernières années que l'on peut trouver un progrès signifiant de travaux théoriques qui peuvent servir comme fondation dans la théorie des systèmes et la théorie de la commande [3].

De nos jours, beaucoup des systèmes différentiels d'ordre fractionnaire se comportent chaotiquement, comme le système de *Chua*, le système de *Duffing-Holmes*, le système de Lü, le système de Chen, le réseau neurologique cellulaire [4].

Le problème de synchronisation des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire a été étudié la première fois par Deng et Li qui ont effectué la synchronisation dans le cas du système fractionnaire de Lü. Après, ils ont étudié la synchronisation de chaos du système de Chen avec un ordre fractionnaire d'une façon différente. Des contrôleurs flous et des réseaux neurologiques sont généralement considérés applicables aux systèmes qui sont mathématiquement mal comprises et où les opérateurs humains expérimentés sont disponibles pour fournir un principe de base qualitatif [5].

Commande adaptative

La commande adaptative est une technique qui remonte aux années 1950, lorsque les automaticiens se sont aperçus qu'un contrôleur à paramètres fixes, n'est pas toujours capable d'assurer les performances souhaitées dans le cas où les caractéristiques du système variaient au cours du temps. L'idée consiste à ajuster en permanence les paramètres du contrôleur afin de faire tendre l'erreur de poursuite de la trajectoire vers zéro. Plusieurs schémas de commande ont été utilisés tes que la commande adaptative directe, commande adaptative indirecte, commande adaptative à modèle de référence, ..., etc [6].

Dans l'approche de commande adaptative indirecte ou explicite le contrôleur est calculé après avoir estimé les paramètres du système. Dans cette approche on considère que le bloc d'identification est parfait et que les paramètres estimés représentent les vraies valeurs du système. Pour l'approche de commande adaptative directe ou implicite le contrôleur est calculé sans avoir recours au bloc identification.

Commande adaptative floue-type1et floue-type2

La logique floue classique appelée aujourd'hui logique floue type-1 a été généralisée vers une nouvelle logique floue type-2. La logique floue type-2 est très efficace dans les circonstances où il est très difficile de déterminer des fonctions d'appartenance exactes pour un système flou, par conséquent, cette nouvelle logique va nous permettre d'incorporer des incertitudes dans les règles, ce qui va agir positivement sur la sortie du système considéré [7]

Il s'agit de combiner la logique floue avec une loi de commande adaptative afin de concevoir une structure de commande stable et robuste pour une classe de systèmes non linéaires.

Après la formulation du problème, nous allons montrer d'une manière constructive la procédure de développement d'un contrôleur adaptatif flou permettant au système d'atteindre les objectifs désirés. La performance des lois de commande développées, sera mise en évidence à travers leur application à des systèmes mono-entrée mono-sortie SISO non linéaires chaotiques d'ordre fractionnaire [8].

Commande par mode de glissant

La commande par mode glissant (SMC) est une méthodologie de commande robuste pour les systèmes linéaires et non linéaires en raison de sa robustesse aux changements des paramètres, des perturbations externes et de la dynamique non modélisée, le principal inconvénient de cette approche est la fréquence de commutation élevée (chattering), le phénomène de chattering n'est pas souhaitable car il peut exciter les modes non modélisés à haute fréquence dans le système de contrôle non linéaire [9].

Organisation et présentation de la mémoire

Ce mémoire est organisé comme suit :

- **Le premier chapitre** : Le premier chapitre est divisé en deux parties la première sera consacrée à introduire des certains fondements théoriques et notions de base de la logique et

des systèmes flous de type-1. Le deuxième, présente a été généralisée vers une nouvelle logique floue appelée logique floue type-2, cette dernière est très efficace dans les circonstances où il est très difficile de déterminer des fonctions d'appartenance exactes pour un système flou, par conséquent, cette nouvelle logique nous permet de incorporer des incertitudes dans les règles, ce qui va agir sur la sortie du système considéré. Et la structure générale d'un contrôleur flou type-1 et type-2 avec les différents modèles utilisés dans sa conception.

- **Le deuxième chapitre** on présente la commande adaptative avec ses différentes structures directe et indirecte et présente la commande adaptative floue avec ses différentes structures, ainsi que les méthodologies de construction des lois d'adaptation. Cette commande est utilisée pour commander une classe des systèmes non linéaires SISO en utilisant la technique de linéarisation entrée-sortie. L'exemple du pendule Inversé est mis en œuvre pour tester la validité de ce contrôleur proposé.
- **Le troisième chapitre** présente une base théorique du calcul fractionnaire nécessaire pour le développement de ce chapitre qui suit. Et les principales propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaire sont répertoriées.

On propose ici, un nouvel critère de stabilité de Lyapunov incorporé par un algorithme hybride adaptatif flou avec l'utilisation de la commande par mode glissant (SMC) par l'intégration de la commande PI fractionnaire pour le but d'éliminer le phénomène de chattering.

Enfin, une conclusion générale résume les principaux résultats de cette mémoire et suggère les perspectives futures de ce travail de recherche.

CHAPITRE I
THEORIE DE
COMMANDE PAR
LOGIQUE FLOUE

Chapitre 1

Théorie de commande par logique floue

I.1 INTRODUCTION

La logique floue a été introduite par le professeur Lotfi Zadeh en 1965 comme une généralisation de la logique binaire. L'intérêt de la logique floue réside dans sa capacité à traiter l'imprécis, l'incertain et le vague. Elle est issue de la capacité de l'homme à décider et agir de façon pertinente malgré le flou des connaissances disponibles. En effet, la logique floue a été introduite pour approcher le raisonnement humain à l'aide d'une représentation Adéquate des connaissances. [10]

En automatique, la majorité des approches de la commande non linéaire exige la disponibilité d'un modèle mathématique du système, et ceci n'est pas toujours réalisable à cause de l'imprécision et l'incertitude liées aux paramètres mal connus, difficilement identifiables et des dynamiques négligées. D'autre part, les performances assurées seront directement liées à l'exactitude du modèle utilisé. Par conséquent, les automaticiens sont confrontés au problème de définir un modèle mathématique précis sachant que les systèmes deviennent de plus en plus complexes, les méthodes de modélisation traditionnelles s'avèrent souvent incapables de représenter le comportement global d'un système. L'utilisation des contrôleurs basés sur l'expertise humaine peut être une alternative à la commande de ce type de systèmes. Parmi ces approches, nous distinguons celles utilisant la commande par logique floue.

Dans ce chapitre nous introduisons, dans la première partie, les concepts de base d'un système flou type-1, ainsi que la conception des contrôleurs flous type-1.

Ensuite ; Dans la seconde partie, nous intéressons au système floue type-2 ainsi que ces contrôleurs afin montrer la différence entre les deux types de systèmes et de régulateurs flous

I.2 LA LOGIQUE FLOUE TYPE-1

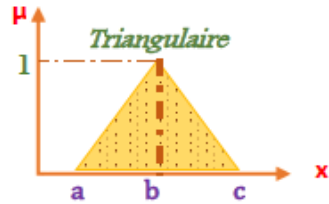
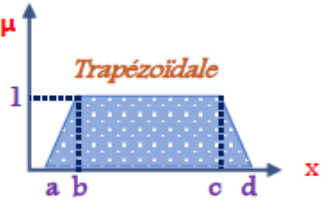
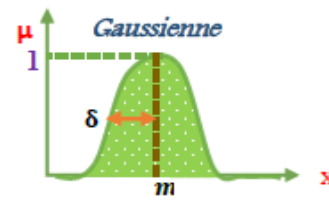
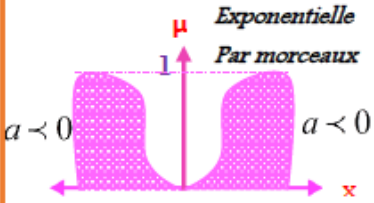
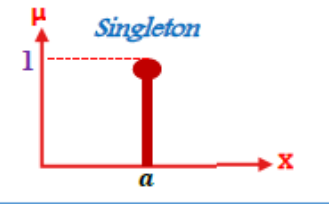
I.2.1 CONCEPT DE BASE

I.2.1.1 FONCTION D'APPARTENANCE TYPE-1

Une définition des variables linguistiques type-1 à l'aide des fonctions d'appartenance type-1 est nécessaire dans le but de traiter des déductions floues par ordinateur.

Dans ce contexte, est attribuée à chaque valeur de la variable linguistique type-1 une fonction d'appartenance type-1, dont la valeur varie entre 0 et 1. Le plus souvent, nous utilisons des fonctions d'appartenance de type triangulaire ou trapézoïdale ou gaussienne

Tableau (I.1) : les formes les plus utilisées de la fonction d'appartenance type-1

Fonction	La Forme Algébrique	Forme
 <u>Triangulaire</u>	$u(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$	
 <u>Trapézoïdale</u>	$u(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$	
 <u>Gaussienne</u>	$u(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\delta^2}\right)$	
 <u>Sigmoïdale</u>	$u(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x-c))}$	
 <u>Singleton</u>	$\mu_A(x) = \begin{cases} m & \text{pour } x = a \\ 0 & \text{pour } x \neq a \end{cases}$	

I.2.1.2 UNIVERS DE DISCOURS

L'univers de discours représente l'ensemble de référence ou le domaine de la variation de la variable linguistique

I.2.1.3 ENSEMBLES FLOUES TYPE-1

Soient U l'univers du discours.
 A : un sous-ensemble de U

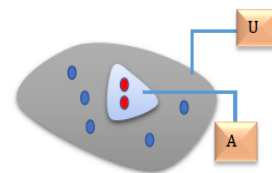


Figure (I.1) : ensembles flous type-1

I.2.2 OPERATIONS SUR LES ENSEMBLES FLOUS

A et B deux ensembles flous dans U ayant respectivement μ_A , μ_B comme fonctions d'appartenance. L'union, l'intersection et la complémentarité des ensembles flous sont définies à l'aide de leur fonction d'appartenance.

Tableau (I.2) : Les opérateurs de base sur les sous ensemble floue type-1

Opérateur	Forme Algébrique	Schéma Significatif
▪ Intersection	$\forall x \in X$ $\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$	
▪ Union	$\forall x \in X$ $\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$	
▪ Complément	$\forall x \in X$ $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$	

I.2.3 CARACTERISTIQUES DES SOUS-ENSEMBLES FLOUS TYPE-1

On peut décrire les caractéristiques d'une fonction d'appartenance type-1 qui représente un sous-ensemble A sur un univers de discours U par [11] :

- **Son support :** Qu'est l'ensemble des éléments de U qui appartiennent au moins un peu à A . il est défini par :

$$\text{supp}(A) = \{x \in U / \mu_A(x) > 0\} \quad \text{I.1}$$

Un ensemble flou dont le support est un singleton flou dans U avec $\mu_A(x) = 1$ est appelé « singleton flou ».

- **Sa hauteur :** qui est sa plus grande valeur prise par sa fonction d'appartenance. Elle est définie par :

$$h(x) = \sup_{x \in U} \mu_A(x) \quad \text{I.2}$$

- **Son noyau :** qui est l'ensemble des éléments de U pour lesquels la fonction d'appartenance de A vaut 1. Il est défini par :

$$\text{noy}(A) = \{x \in U / \mu_A(x) = 1\} \quad \text{I.3}$$

Lorsque le noyau est réduit à un point, celui-ci est appelé « valeur modale ». Pour le triangle, elle correspond à la valeur du sommet.

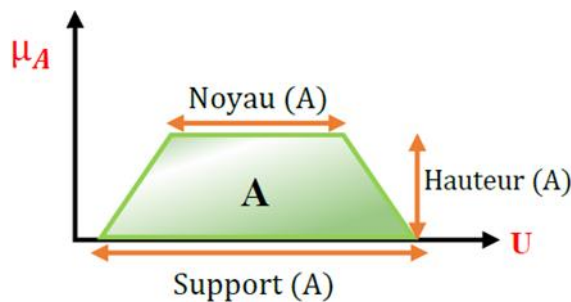


Figure (I.2) : fonction d'appartenance type-1

I.2.4 VARIABLE LINGUISTIQUE TYPE-1

Les variables linguistiques sont des variables non numériques sert à modéliser les connaissances imprécises ou vagues d'une variable dont sa valeur précise peut être inconnue.

Elles décrivent les états (ou les situations) des phénomènes (ou des procédés) par des mots ou des phrases ou des expressions dans un langage naturel ou artificiel, par exemple :

Quelque, peu, beaucoup, froid, chaud, tiède, etc.

Une variable linguistique type-1 est définie par un triplet $(V, \cdot)$ où V représente une variable classique (vitesse, température,) définie sur l'univers de discours U . Tv désigne les sous-ensembles flous repérés par leur label A_i : on écrit ainsi

$$T_v = (A_1, A_2, \dots, A_N) \quad \text{I.4}$$

Une variable linguistique peut être représentée graphiquement, comme dans la figure (I.3)

μ_A : Degré D'appartenance

U : Univers de Discours

A : Variable linguistique :

$A_1 ; A_2 ; A_3 ; A_4$: Valeurs Linguistiques

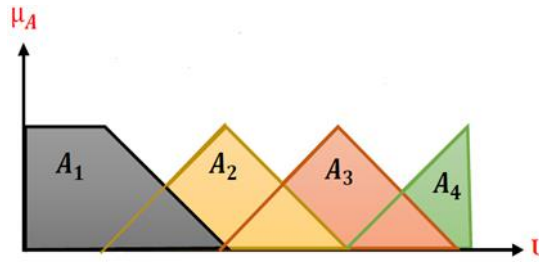


Figure (I.3) : Variable linguistique type-1

I.2.5 COMMANDE PAR LOGIQUE FLOUE

I.2.5.1 REGLAGE ET COMMANDE PAR LOGIQUE FLOUE

La commande par logique floue est en pleine expansion. En effet, cette méthode permet d'obtenir une loi de réglage souvent très efficace sans devoir faire des modélisations approfondies. Par opposition à un régulateur standard ou à un régulateur à contre-réaction d'état, le régulateur par logique flou (RLF) ne traite pas une relation mathématique bien définie, mais utilise des inférences avec plusieurs règles, se basant sur des variables linguistiques. Par des inférences avec plusieurs règles, il est possible de tenir compte des expériences acquises par les opérateurs d'un processus technique [12].

Le contrôle par logique flou est chargé de calculer à chaque instant la commande réelle R_s (non flou) à appliquer au système afin de réaliser l'objectif de contrôle qui est l'annulation de l'erreur de réglage $e(k) = I_{\text{ref}}(k) - y(k)$ (la sortie mesurée-la référence).

Dans le Figure (I.4) nous notons :

- e : l'erreur, elle est définie par la différence entre la consigne et la grandeur à réguler.
- de : la dérivée de l'erreur

La sortie du régulateur est donnée par :

- $R_s(k) = R_s(k-1) + dR_s(k)$

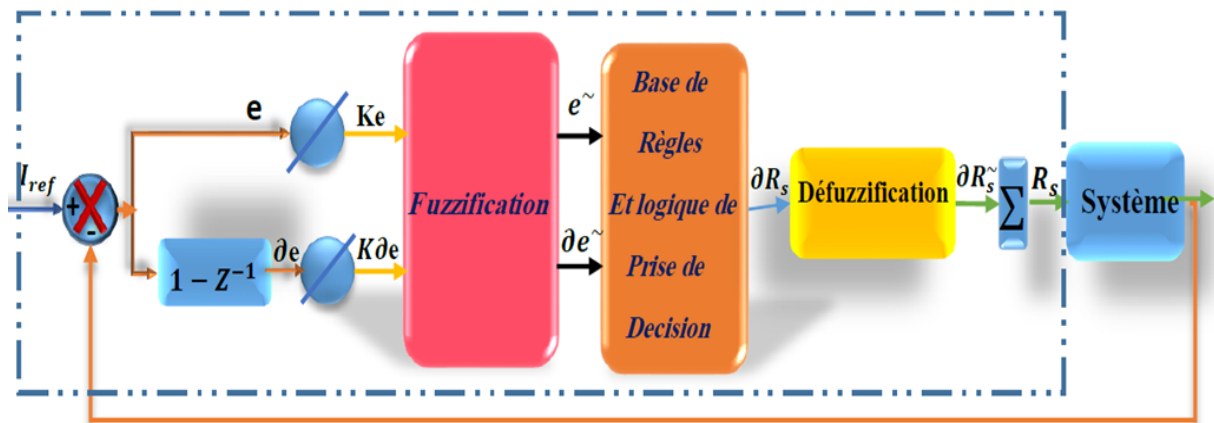


Figure (I.4) : Schéma synoptique d'un régulateur flou de vitesse

I.2.5.2 STRUCTURE D'UN REGULATEUR FLOU TYPE-1

Un système flou est un système à base de connaissance particulière composé de quatre modules principaux, (fig. I.5)

- ✚ Interface de Fuzzification.
- ✚ Base de Connaissances
- ✚ Moteur D'inférence
- ✚ Interface de Défuzzification

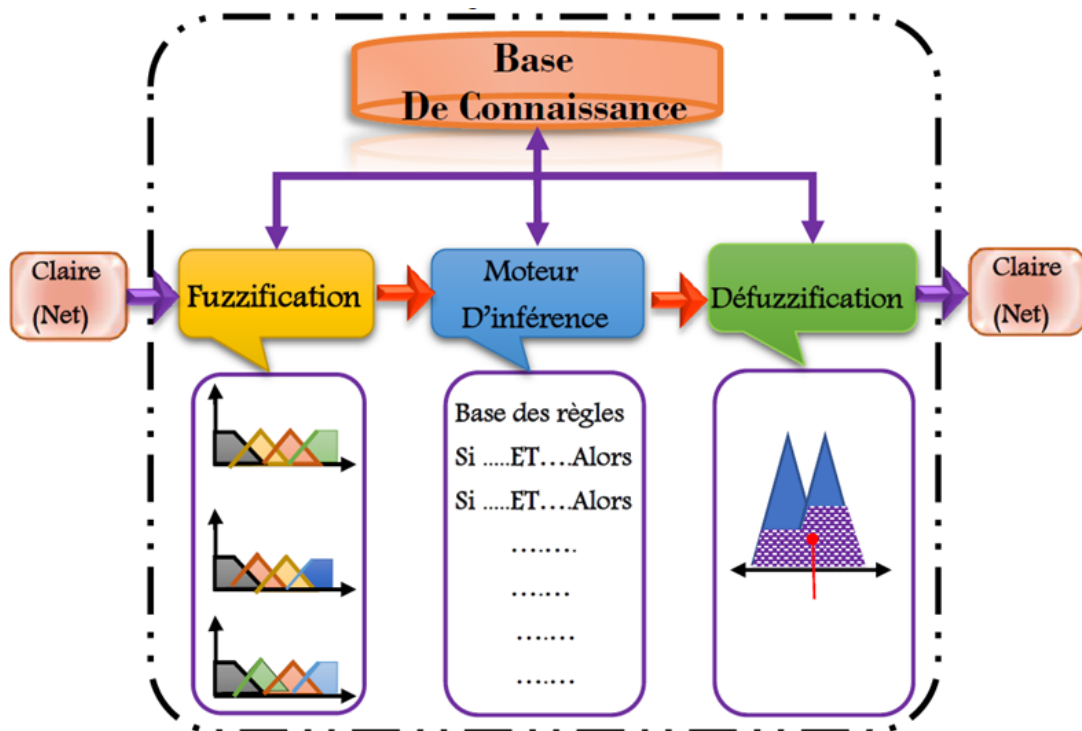


Figure (I.5) : Schéma synoptique générale d'un Régulateur flou type-1

I.2.5.2.1 LA FUZZIFICATION [13]

La fuzzification est le premier traitement qui entre en compte dans la structure d'un contrôle régi par logique floue, durant cette phase les informations issues du système sont tout d'abord normalisées. Ensuite, les données normalisées sont transformées en qualifications linguistiques. Les entrées dans un système flou sont en général mesurées à l'aide d'organes de mesures qui sont le plus souvent de type analogique. Étant donné que, l'implémentation du système flou se fait toujours en numérique, il faut d'abord convertir les entrées analogiques en digital, puis on procède à la fuzzification. L'adaptation des entrées permet de garantir l'appartenance de celles-ci à l'univers de discours choisi. La dernière étape de fuzzification est la génération des degrés d'appartenance à chaque valeur linguistique définie par sa fonction d'appartenance.

I.2.5.2.2 MOTEUR D'INFERENCE

I.2.5.2.2.1 LES METHODES D'INFERENCE

C'est le mécanisme de décision. Il permet à partir d'un fait observé de la base des règles floues une décision en exploitant le raisonnement approximatif. Dans les inférences de régulateur par logique floue interviennent les opérateurs ET et OU. L'opérateur ET s'applique aux variables à l'intérieur d'une règle tandis que l'opérateur OU lie les différentes règles [9].

Il existe plusieurs méthodes pour réaliser ces opérateurs dans une inférence et qui s'appliquent aux fonctions d'appartenance à savoir :

-  **Max-Min (Mamdani)**
-  **somme-Prod (sugeno, Mamdani)**
-  **Méthode Max-Produit (Larsan)**

I.2.5.2.3 DEFUZZIFICATION

Le résultat de l'inférence en utilisant une des méthodes d'implication floue, comme Max-min, est une valeur floue. Cette information ne peut être utilisée directement. Une transformation doit être prévue à la sortie du bloc d'inférence pour la convertir en grandeur fixe, cette transformation étant connue par le terme défuzzification (concrétisation). Plusieurs méthodes de défuzzification existent en logique floue, les plus utilisées sont les deux suivantes [14]

➤ La méthode du centre de maximum

Dans cette méthode, la valeur de sortie est estimée par l'abscisse du point correspondant au centre de l'intervalle pour lequel la fonction d'appartenance est maximale

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n h_A(x_i) * x_i}{\sum_{i=1}^n h_A(x_i)} \quad \text{I.5}$$

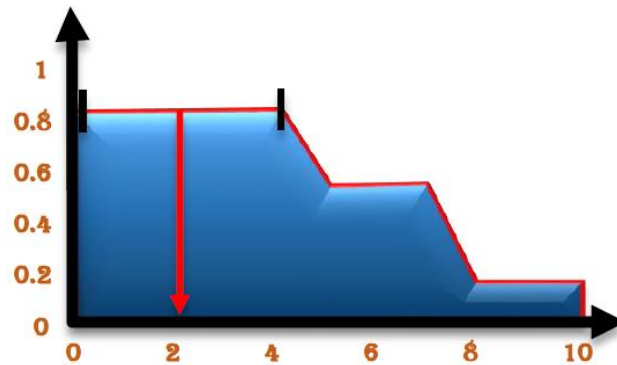


Figure (I.6) : méthode du centre de maximum

➤ La méthode du centre de gravité

La défuzzification par centre de gravité consiste à calculer l'abscisse du centre de gravité de la fonction d'appartenance

$$u = \frac{\sum_{i=1}^n x_i v_i}{\sum_{i=1}^n v_i} \quad \text{I.6}$$

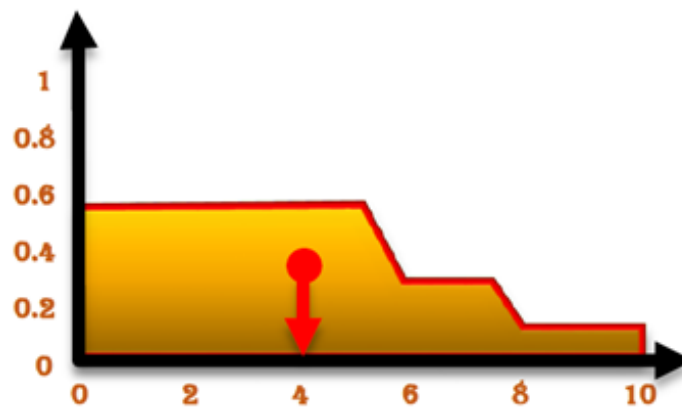


Figure (I.7) : méthode du centre de gravité

I.2.5.3 TYPES DE REGULATEURS FLOUS

Le système d'inférence floue est composé de la base des règles, de la base de données (les Paramètres des fonctions d'appartenance) et du raisonnement flou. Il existe deux types de systèmes d'inférence floue :

I.2.5.3.1 REGULATEUR DE TYPE MAMDANI [15]

MAMDANI est le premier qui utilise la logique floue pour la synthèse de commande. Il utilise le minimum comme opérateur de jonction et l'implication pour représenter le graphe flou associé à chaque règle et l'opérateur maximum pour l'agrégation, dans la règle i :

Si x_1 est A_1 et ... et x_n est A_n **Alors** y est B^i

B^i : Ensembles flous, et forment en général une partition de l'univers de sortie.

I.2.5.3.2 REGULATEUR DE TYPE TAKAGI-SUGENO

Ce modèle possède la particularité de ne pas avoir une conclusion floue mais plutôt une fonction des entrées. La règle R_i pour un vecteur d'entrée x de dimension n est de la forme.

Si x_1 est X_1^i et ... et x_n est X_n^i **Alors** y est $G_i(x)$

Si G_i est linéaire d'ordre un, elle sera de la forme :

$$G_i(x) = \sum_{j=1}^n a_j^i x_j + b^i \quad \text{I.7}$$

Pour notre travail, nous avons opté pour un régulateur de type **Takagi-Sugeno**.

I.3 LA LOGIQUE FLOUE TYPE-2

La notion des ensembles flous de type-2 a été proposée par Lotfi Zadeh [16] comme extension aux ensembles flous types-1. Un ensemble flou type-2 est caractérisé par une fonction d'appartenance, c.-à-d. la valeur d'appartenance de chaque élément de l'ensemble est un nombre flou dans $[0,1]$. Les ensembles flous type-2 est utilisés dans les situations où l'incertitude se présente (par exemple l'incertitude sur la forme des fonctions d'appartenance). L'avantage principal de la logique floue type-2 par rapport à la logique floue type-1 est sa capacité de prendre en compte les incertitudes linguistiques et numériques.

I.3.1 DEFINITIONS ET TERMINOLOGIE DE LA LOGIQUE FLOUE TYPE-2

DEFINITION(1) :

Un ensemble flou type -2, noté $\tilde{A}$ dans un univers de discours x est caractérisé par une fonction d'appartenance tridimensionnelle, notée $\mu_{\tilde{A}}(x)$, telle que :

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{\mu_x \mid \mu_x[0, 1] \rightarrow [0, 1]\} \quad \text{I.8}$$

DEFINITION(2) :

Le domaine de la fonction d'appartenance secondaire est appelé appartenance primaire de x noté j_x tel que $j_x \subseteq [0, 1] \quad \forall x \in X$

DEFINITION(3) :

A chaque valeur de x , notée $x = x'$, le plan bidimensionnel dont les axes sont u et $\mu_{\tilde{A}}(x', u)$ est appelé tranche verticale (vertical slice) de $\mu_{\tilde{A}}(x', u)$

Donc pour $x \in X$ et $\forall u \in j_{x'} \subseteq [0, 1]$, on a :

$$\mu_{\tilde{A}}(x = x', u) = \mu_{\tilde{A}}(x') = \int_{u \in j_{x'}} f_{x'}(u)/u \quad \text{I.9}$$

Où $0 \leq f_{x'}(u) \leq 1$

DEFINITION(4) :

L'incertitude dans une logique floue type-2 A est représentée par une région bornée appelée FOU «Footprint Of Uncertainty ». C'est l'union de toutes les appartenances primaires :

$$\text{FOU}(\tilde{A}) = \bigcup_{x \in X} j_x \quad \text{I.10}$$

DEFINITION(5) :

Les fonctions d'appartenance supérieure et inférieure sont des fonctions d'appartenance de type-1 représentant les frontières du FOU d'un ensemble flou de type-2.

La fonction d'appartenance supérieure sera notée $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$, et la fonction d'appartenance inférieure sera notée $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ pour $x \in X$, alors nous avons :

$$\begin{aligned} \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x) &= \text{FOU}(\tilde{A}) & \forall x \in X \\ \underline{\mu}_{\tilde{A}}(x) &= \text{FOU}(\tilde{A}) & \forall x \in X \end{aligned} \quad \text{I.11}$$

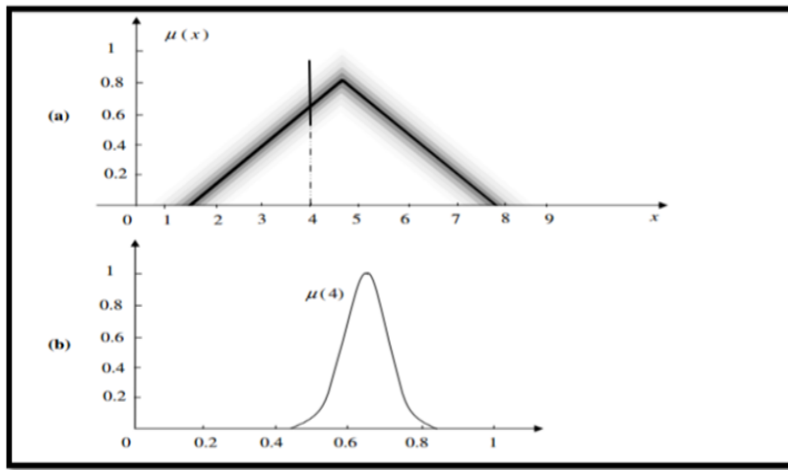
DEFINITION(6) [17] :

Un ensemble flou type-2 intervalle est un ensemble flou type-2 dont toutes les fonctions d'appartenance secondaires sont des ensembles type-1 de formes intervalles, c.-à-d.

$$f_x(x) = 1 \forall u \in j_x \subseteq [0, 1], \forall u \in X \quad \text{I.12}$$

Les ensembles flous type-2 intervalle reflètent l'uniformité de l'incertitude au niveau de la fonction d'appartenance primaire, ce type de fonctions d'appartenance est le plus souvent utilisé dans les systèmes flous type-2- Notons que ce type de fonctions d'appartenance est représenté seulement par ses domaines (intervalles), qui peuvent être exprimés entre des bornes de gauches et de droite $[l, r]$ ou par leurs centres et largeurs, $[c - s, c + s]$ où

$$c = (l + r)/2 \quad \text{et} \quad s = (r - l)/2.$$



(a) Appartenance première.

(b) Appartenance secondaire

Figure (I.8) : Représentation schématique d'un ensemble flou type-2 gaussien

I.3.2 TYPES D'ENSEMBLES FLOUS TYPE-2

Selon la forme de l'appartenance primaire, on distingue principalement trois sortes d'ensembles flous type-2 : intervalle, Gaussienne, et triangulaire.

I.3.2.1 ENSEMBLE FLOU TYPE-2 GAUSSIEN

Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 gaussien dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[0, 1]$. Notons qu'il n'est pas nécessaire que la fonction d'appartenance principale soit aussi Gaussienne.

I.3.2.2 ENSEMBLE FLOU TYPE-2 TRIANGULAIRE

Le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble flou type-1 triangulaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[0,1]$

I.3.2.3 ENSEMBLE FLOU TYPE-2 INTERVALLE

Dans ce type d'ensembles, le degré d'appartenance de chaque point est un ensemble ordinaire dont le domaine de définition est inclus dans l'intervalle $[0, 1]$. Dans ce cas, toutes les appartenances secondaires sont égales à 1. Notant que malgré que chaque degré d'un ensemble type-2 intervalle soit un ensemble ordinaire, l'ensemble lui-même est de type 2, parce que les degrés d'appartenance sont des ensembles et pas des nombres ordinaires.

I.3.3 STRUCTURE D'UN SYSTEME FLOU TYPE-2

Un contrôleur flou classique est composé d'une interface de fuzzification, une base de règles, un système d'inférence et une interface de défuzzification. La structure du contrôleur flou type-2 est similaire à celui classique avec la particularité de l'utilisation d'un réducteur de type pour convertir les ensembles flous type-2 à la sortie du système d'inférence en ensembles flous type-1 avant la phase de défuzzification. Ses différentes opérations sont illustrées sur la figure suivante :

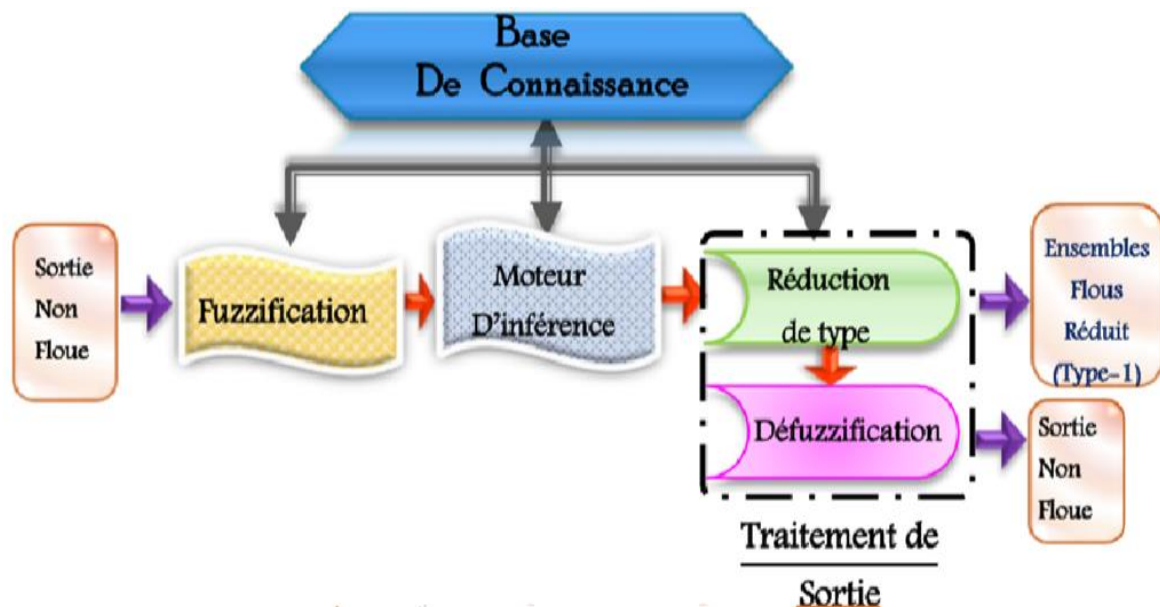


Figure (I.9) : Structure d'un système flou type-2, avec ses deux sorties : la sortie défuzzifiée l'ensemble de type réduit.

I.3.3.1 FUZZIFICATION

Dans notre mémoire la fuzzification de type gaussien sera utilisée, en d'autres termes, l'entrée floue est un point singulier possédant une valeur d'appartenance unitaire.

I.3.3.2 BASE DES REGLES

La structure des règles reste exactement là même dans le cas des SFT-1. La même règle dans un SFT-2 à la forme suivante :

$$\ll R^l : \text{si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^l \text{ et..et } \tilde{F}_p^l, \text{ALORS } y \text{ est } \tilde{G}^l \gg$$

Où les x_i sont des entrées, $\tilde{F}_i^l$ sont des ensembles antécédents ($i = 1 \dots p$), y est la sortie, et $\tilde{G}^l$ est l'ensemble conséquent.

I.3.3.3 INFERENCE

La différence entre le type-1 et le type-2 réside seulement dans la nature des fonctions d'appartenance, donc la structure des règles dans le cas du type-2 va rester exactement la même. La seule différence étant que quelques (ou toutes) les fonctions d'appartenance seront de type-2. L'opérateur ET est interprété par le produit algébrique et Alors par le produit. Il n'est pas nécessaire que toutes les fonctions d'appartenance des prémisses et des conséquences soient de type-2. Il suffit qu'une seule fonction d'appartenance dans une prémisse ou dans une conséquence soit de type-2 pour que tout le système le soit aussi [7].

I.3.3.4 REDUCTION DE TYPE ET DEFUZZIFICATION

Pour obtenir une sortie ordinaire (non floue) du système flou type-2, nous devons déffuzifier l'ensemble de type réduit [18]

Nous allons transformer l'ensemble flou type-2 en ensemble flou type-1 utilisant la méthode des centres d'ensembles, Pour faire la réduction, nous avons utilisé la relation suivante [19] :

$$(c^1, \dots, c^M, E^1, \dots, E^M)Y = \int_{c^1} \dots \int_{c^M} \int_{E^1} \dots \int_{E^M} \mathbf{1} \left/ \frac{\sum_{j=1}^M \tilde{v}^j e^j}{\sum_{j=1}^M e^j} \right. = [c_L, c_R] \quad \text{I.13}$$

Où :

Y : L'ensemble de type réduit caractérisé par ses deux points : à gauche y_l et à droite y_r ;

$\tilde{c}^j$: Un élément de l'intervalle type-2 $\tilde{c}^j = [c_L^j, c_R^j]$;

e^j : Un élément de l'intervalle d'activation $E^j = [\underline{e}^j, \bar{e}^j]$;

Le type réduit par (I.14) sera déterminé par le point le plus à droite et celui le plus à gauche, y_l et y_r respectivement.

En appliquant le centre de gravité au type réduit, la sortie non floue sera donnée par :

$$Y = \frac{y_l + y_r}{2} \quad \text{I.14}$$

y_l Peut-être écrit comme un vecteur de fonctions à base floue (FBF) :

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^M c_l^j e_l^j}{\sum_{j=1}^M e_l^j} = \sum_{j=1}^M c_l^j \xi_l^j = \underline{c}_l^T \underline{\xi}_l(\underline{x}) \quad \text{I.15}$$

Où :

e_l^j est le degré d'activation (soit $\underline{e}^j$ ou $\bar{e}^j$), $\underline{\xi}_l(\underline{x}) = [\xi_l^1, \dots, \xi_l^M]$ et $\underline{c}_l^T = [c_l^1, \dots, c_l^M]$ est la conclusion de système flou type-2.

Donc :

$$\xi_l^1 = \frac{e_l^j}{\sum_{j=1}^M e_l^j} \quad \text{I.16}$$

De la même façon, on trouve :

$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^M c_r^j e_r^j}{\sum_{j=1}^M e_r^j} = \sum_{j=1}^M c_r^j \xi_r^j = \underline{c}_r^T \underline{\xi}_r(\underline{x}) \quad \text{I.17}$$

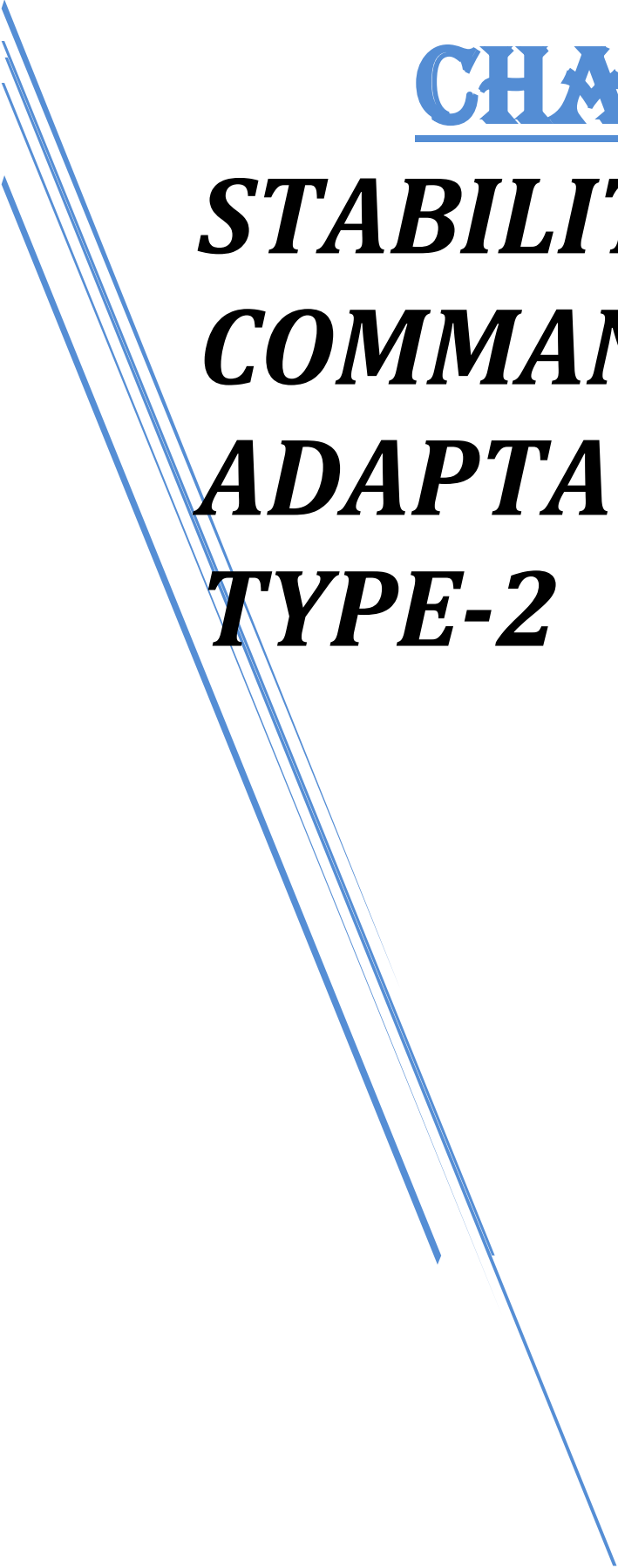
$$\xi_r^1 = \frac{e_r^j}{\sum_{j=1}^M e_r^j} \quad \text{I.18}$$

Finalement, (I.14) peut être réécrite :

$$Y = \frac{\underline{c}_l^T \underline{\xi}_l + \underline{c}_r^T \underline{\xi}_r}{2} \quad \text{I.19}$$

I.4 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux sections principales de contrôle, la commande par la logique floue type-1 et 2, d'où nous avons présenté la théorie de la logique floue type-1 et type-2 avec les concepts de base sur la théorie des ensembles flous. Nous avons donné un aperçu général sur la commande par la logique floue et les contrôleurs flous. Cette méthodologie de commande qui utilise la fuzzification, l'inférence, la défuzzification et les fonctions d'appartenance.



CHAPITRE II

STABILITE DE LA COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE TYPE-2

Chapitre 2

Stabilité de la commande adaptative floue type-2

II.1 INTRODUCTION

La commande adaptative a débuté principalement dans les années 50s, comme solution pour contrôler les processus fonctionnant sous des conditions et environnements variables dans le temps. Dans les années 60s, plusieurs contributions de la théorie de commande ont été introduites dans le développement de la commande adaptative, comme par exemple l'analyse dans l'espace d'état, théorie de stabilité, théorie de la commande stochastique et programmation dynamique. Au début des années 70s, les différentes méthodes d'estimation ont été introduites dans la commande adaptative [20].

Il y a Plusieurs techniques sont utilisées pour commander les systèmes non linéaires, on cite la technique de linéarisation entrée-sortie. Cette technique consiste à trouver une relation linéaire entre l'entrée Et la sortie du système en utilisant le retour d'état et changement de variables d'état. Pour éliminer les non linéarités, une connaissance du modèle du système est exigée. Quand aucun ne modèle Mathématique n'est disponible, mais on dispose en contrepartie de descriptions linguistiques, concernant le fonctionnement de ces systèmes de descriptions linguistiques, concernant le fonctionnement de ces systèmes, fournies par opérateurs humains qualifiés.

La commande floue adaptative comporte deux termes, floue et adaptative. Le terme flou présenté par un régulateur (FLC, Fuzzy Logic Controller). Le deuxième terme adaptatif, dont le rôle est l'adaptation des paramètres du régulateur flou au cours du fonctionnement. La technique de commande adaptative repose sur les critères de stabilité du système à commander, les changements paramétriques du système et les perturbations externes qui influent sur le fonctionnement requis [21].

Depuis sa naissance la commande adaptative floue est basée essentiellement sur deux approches : La première dite directe et la deuxième dite indirect.

Dans ces deux approches, les lois d'adaptations des paramètres ajustables (conclusion des règles floues) sont extraites de l'étude de la stabilité en utilisant la méthode de Lyapunov.

II.2 COMMANDE ADAPTATIVE

La commande adaptative est un ensemble de techniques utilisées pour l'ajustement automatique en ligne des paramètres du régulateur afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances quand les paramètres du procédé à commander variant dans le temps ou inconnus.

Les paramètres du régulateur sont adaptés de manière à poursuivre le système dans son évolution

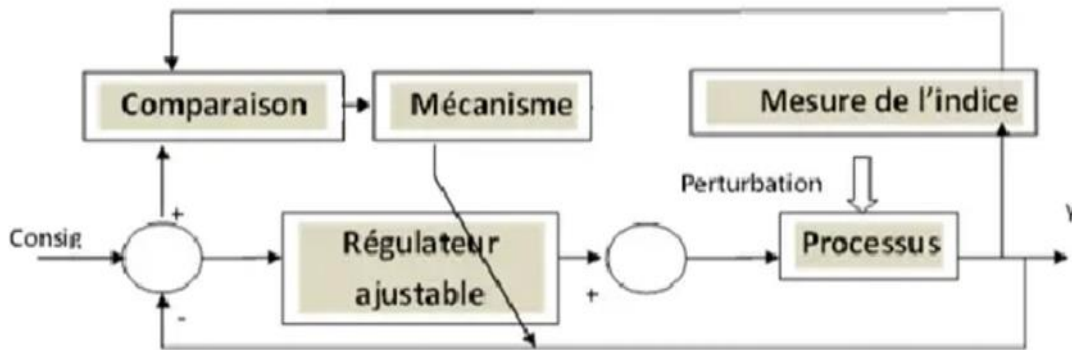


Figure (II.1) : principe des systèmes de commande adaptative.

II.3LA COMMANDE ADAPTATIVE FLOUS [22]

Dans la commande adaptative par les systèmes flous on distingue deux types de commandes :

✓ La commande adaptative floue directe :

Dans ce type, la loi de commande est directement approximée par un ou plusieurs systèmes flous à conclusion constante, les lois d'adaptations sont choisies de telles sortes que le système atteigne les performances désirées et ils sont déduits de l'étude de stabilité via la méthode de Lyapunov.

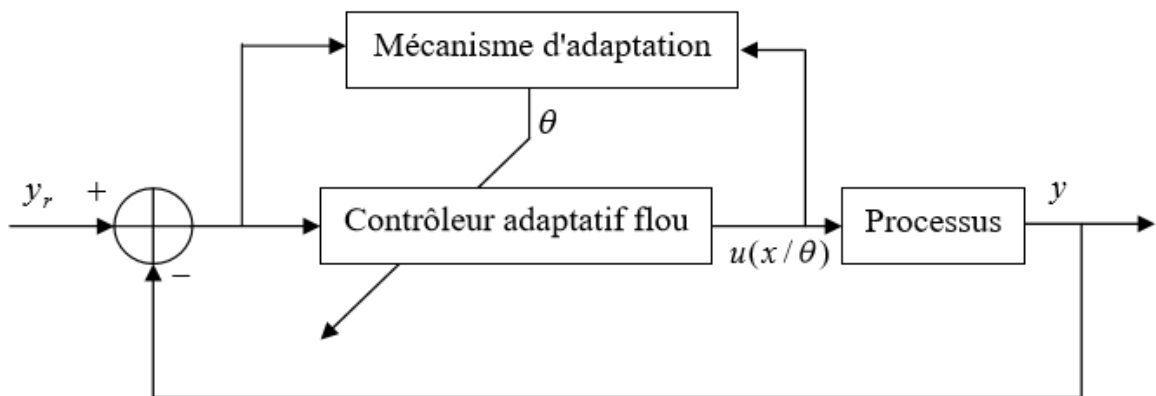


Figure (II.2) : Commande adaptative floue directe.

- ✓ **La commande adaptative floue indirecte :** Dans ce type, pour calculer la loi de commande, on approxime d'abord le model du processus par deux systèmes flous adaptatifs. Les lois d'adaptation sont déduites directement à travers l'étude de la stabilité via la méthode de Lyapunov.

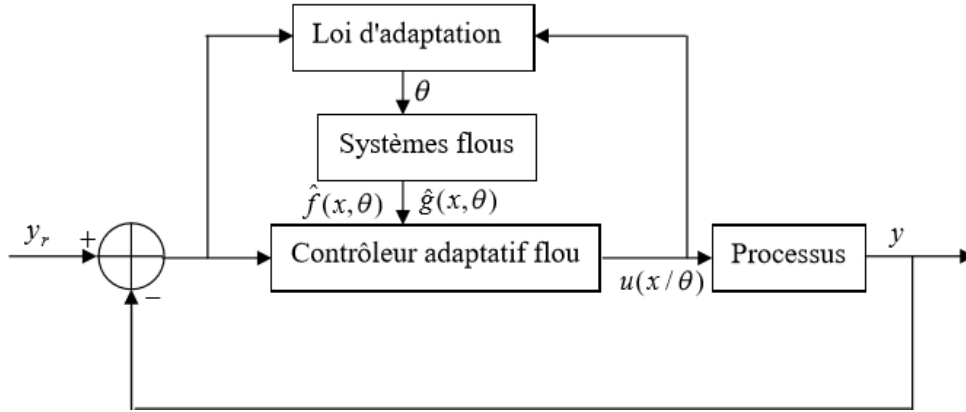


Figure (II.3) : Commande adaptative floue indirecte

II.4.STABILITE DES SYSTEME DYNAMIQUES

La notion de stabilité d'un système dynamique caractérise le comportement de ses trajectoires autour son point d'équilibre, c'est à dire, la capacité à revenir à sa position d'équilibre lorsqu' il est ponctuellement écarté. L'analyse de la stabilité d'un système dynamique permet donc d'étudier l'évolution de ses trajectoires d'état lorsque l'état initial est proche d'un point d'équilibre. Dans la littérature, plusieurs approches ont été proposées : les méthodes d'analyse qualitative, les méthodes géométriques, la théorie d'hyperstabilité de Popov, la théorie de Lyapunov, les versions floues des LMI (Linear Matrix Inequalities). La stabilité au sens de Lyapunov est une théorie générale valable pour toute équation différentielle [23].

II.5 METHODES D'OBTENTION DES LOIS D'ADAPTATION

Parmi les méthodes utilisées pour la détermination des lois d'adaptation, on cite la méthode de Lyapunov.

II.5.1METHODE DIRECT DE LYAPUNOV

La méthode directe de Lyapunov permet d'analyser la stabilité d'un système autour de son point d'équilibre sans le résoudre explicitement. L'étude de la stabilité des systèmes différentiels $\dot{x} = f(x, t)$ est énoncée par le théorème suivant :

Théorème II.1 :

Soit $V(x, t): \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ une fonction continue de classe $\mathcal{C}^1$. La fonction V est dite fonction de Lyapunov si elle satisfait les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \forall t \in \mathbb{R}^+, \forall x \in \mathbb{R}^n, x \neq 0: V(x, t) &> 0. \\ \forall t \in \mathbb{R}^+, V(0, t) &= 0. \\ \forall t \in \mathbb{R}^+, \lim_{x \rightarrow \infty} V(x, t) &= \infty \end{aligned} \quad \text{II.1}$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est définie par :

$$\dot{V}(x, t) = \frac{\partial V}{\partial t}(x, t) + \left[\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) \right]^T f(x, t) \quad \text{II.2}$$

Où $\left[\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) \right] = \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}(x, t) \quad \dots \quad \frac{\partial V}{\partial x_n}(x, t) \right]^T$ est le gradient de $\frac{V(x, t)}{x}$.

Définition II.1

Le système défini par l'équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ est dit asymptotiquement stable si et seulement si

$$\dot{V}(x, t) \leq 0. \quad \text{II.3}$$

Définition II.2

Le système défini par l'équation différentielle $\dot{x} = f(x, t)$ est dit asymptotiquement stable s'il existe des constantes $\alpha, \beta, \gamma, \rho \geq 0$ telles que :

$$\alpha \|x\|^\rho \leq V(x, t) \leq \beta \|x\|^\rho \quad \text{II.4}$$

$$\dot{V}(x, t) \leq -\gamma V(x, t) \quad \text{II.5}$$

II.5.2 METHODE INDIRECTE DE LYAPUNOV

Application à l'automatique dans le cas d'un système libre

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x} = Ax(t) \quad \text{II.6}$$

Il s'agit d'un système libre (pas de commande sur ce système la matrice B est nulle), on considère une fonction de Lyapunov quadratique $V(x) = x^T P x$, alors

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = x^T A^T P x + x^T P A x = x^T (A^T P + P A) x \quad \text{II.7}$$

Théorème II.2

Une condition nécessaire et satisfaisante pour que un système $\dot{x} = Ax(t)$ soit asymptotiquement stable (ou les valeurs propres de A sont à parties réelles négatives) est que $\forall Q = Q^T > 0$, il existe une matrice symétrique et définie positive P, solution unique de l'équation de Lyapunov

$$A^T P + P A + Q = 0 \quad \text{II.8}$$

Application à l'automatique dans le cas général :

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante :

$$A x(t) + B u(t) \quad \text{II.9}$$

On considère une fonction candidate de Lyapunov quadratique $V(X) = x^T P x$, alors

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} = (x^T A^T + u^T B^T) P x + x^T P (A x + B u) \\ &= x^T (A^T P + P A) x + u^T B^T P x + x^T P B u\end{aligned}\quad \text{II.10}$$

Soi la loi $u(t) = -R^{-1} B^T P x(t)$ qui stabilise le système par retour d'état et minimise le critère $J = \int_0^\infty x^T Q x + u^T R u dt$, par le Hamiltonien, alors

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= x^T (A^T P + P A) x + x^T P^T B R^{-1} B^T P x + x^T P B R^{-1} B^T P x \\ &= x^T (A^T P + P A - (P^T B R^{-1} + P B R^{-1}) B^T P) x\end{aligned}\quad \text{II.11}$$

$$P^T = P \text{ alors}$$

$$\dot{V}(x) = x^T (A^T P + P A - 2 P B R^{-1} B^T P) x \quad \text{II.12}$$

Théorème II.3

Une condition nécessaire et satisfaisante pour que un système

$$\dot{x} = A x(t) + B u(t) \quad \text{II.13}$$

Soit asymptotiquement stable est que $\forall Q = Q^T > 0$ et $R > 0$, il existe solution unique P de L'équation de Riccati, symétrique et définie positive

$$A^T + P A - 2 P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad \text{II.14}$$

Une autre forme de l'équation de Riccati est comme suit :

$$A^T P + P A - 2 P B \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\rho^2} \right) B^T P + Q \quad \text{II.15}$$

Avec $Q = Q^T > 0$ et $\frac{1}{r} - \frac{1}{2\rho^2} \geq 0$ où r est une constante positive et ρ représente un niveau d'atténuation donné. Cette équation est utilisé généralement dans la robustification par H^∞ .

II.6 PROBLÉMATIQUE ET CONCEPTION DE LA COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE

On considère une classe de systèmes non linéaires d'ordre n SISO, affine en la commande, d'écrite par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, & i = 1, \dots, n-1 \\ \dot{x}_n = f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad \text{II.16}$$

Où, f et g sont des fonctions continues inconnues

II.6.1L'OBJECTIF DE LA COMMANDE

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre un signal de référence borné donné y_d , sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés. Comme dans [24].

Les hypothèses suivantes sont considérées

Hypothèses II.1 :

Le gain de commande de $g(\underline{x}, t)$ est différent de zéro pour tout x et de signe connu. Sans perte de généralité, il est supposé que $g(\underline{x}, t) > 0$.

Hypothèses II.2 :

Le vecteur d'état $\underline{x}$ est mesurable

Hypothèses II.3 :

La trajectoire désirée $y_d(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues, continues et bornées.

$$e = y_d - x_1 \quad \text{II.17}$$

Hypothèse II.4 :

La limite supérieure de la perturbation $d(t)$ est D , c'est-à-dire $|d(t)| \leq D$ avec D est une constante positive inconnue.

Si l'on définit l'erreur de poursuite par $e = y_d - x_1 = -x_1$, le fait d'assurer sa convergence asymptotique équivaut à satisfaire l'équation suivante [25]

$$\ddot{e} + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0 \quad \text{II.18}$$

Où les coefficients k_2 et k_1 sont calculés de telle sorte que le polynôme $s^2 + k_2 s + k_1$ ait des racines à partie réelle négative

La deuxième dérivée de l'erreur de poursuite est donnée par :

$$\ddot{e} = -\ddot{x}_1 = -f(\underline{x}, t) - g(\underline{x}, t)u \quad \text{II.19}$$

En substituant (II. 18) dans (II. 19), on trouve :

$$-f(\underline{x}, t) - g(\underline{x}, t)u + y_d + k_2 \dot{e} + k_1 e = 0 \quad \text{II.20}$$

D'où l'on peut déduire la loi de commande

$$u = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} [-f(\underline{x}, t) + y_d + k_2 \dot{e} + k_1 e] \quad \text{II.21}$$

Cette loi peut être donnée par la forme contractée suivante :

$$\underline{u} = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} [-f(\underline{x}, t) + y_d + \underline{k}^T \underline{e}] \quad \text{II.22}$$

Avec $\underline{k} = [k_1, k_2]^T$ et $\underline{e} = [e, \dot{e}]^T$

Si les fonctions f et g sont connues avec de perturbation externe $d(t)$ nulle, alors la loi de commande a la forme suivante [26] :

$$\underline{u} = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} [-f(\underline{x}, t) + y_d + \underline{k}^T \underline{e}] \quad \text{II.23}$$

Si $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont inconnues, on les approxime par les systèmes flous, de la forme :

Cependant, $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont inconnues et la perturbation externe $d(t) = 0$, On remplace $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ par les systèmes flous $f(\underline{x}|\underline{\theta}_f)$ et $g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)$ spécifiés comme :

$$\begin{aligned} f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) &= \xi^T(\underline{x}) \underline{\theta}_f \\ g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) &= \xi^T(\underline{x}) \underline{\theta}_g \end{aligned} \quad \text{II.24}$$

Dans ce chapitre, nous allons, utiliser la logique floue type-2 pour obtenir des estimations de $(\underline{x}, t)$ et $(\underline{x}, t)$

Remarque II.1

Dans le cas du type-2, les ensembles de sortie sont des ensembles de type-2, donc nous devons utiliser des versions étendues des méthodes de déffuzification de type-1 appelées la réduction de type. Cette opération va transformer l'ensemble flou type-2 résultant en un ensemble flou type-1 appelé ensemble type réduit.

. Parmi les méthodes de réduction de type utilisées on cite :

- ❖ La réduction de type par le centre de gravité.
- ❖ La réduction de type par la hauteur.
- ❖ La réduction de type par le centre des ensembles.

Dans ce travail en utilisent la méthode du centre des ensembles

Alors :

$$\begin{aligned} f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) &= \frac{1}{2} [\xi_r^T \xi_l^T] [\underline{\theta}_{fr} \underline{\theta}_{fl}] \\ g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) &= \frac{1}{2} [\xi_r^T \xi_l^T] [\underline{\theta}_{gr} \underline{\theta}_{gl}] \end{aligned} \quad \text{II.25}$$

Ou : $\xi_r = [\xi_r^1, \xi_r^2, \dots, \xi_r^m]^T$ et $\xi_l = [\xi_l^1, \xi_l^2, \dots, \xi_l^m]^T$,

$$\underline{\theta}_r = [\underline{\theta}_{1r}, \underline{\theta}_{2r}, \dots, \underline{\theta}_{mr}]^T \text{ et } \underline{\theta}_l = [\underline{\theta}_{1l}, \underline{\theta}_{2l}, \dots, \underline{\theta}_{ml}]^T$$

Tel que, les formes compactes de $f(\underline{x}|\underline{\theta}_f)$ et $g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)$ deviennent :

$$f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) = \xi^T(\underline{x})\underline{\theta}_f \quad \text{II.26}$$

$$g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) = \xi^T(\underline{x})\underline{\theta}_g$$

$\underline{\theta} = [\underline{\theta}_1, \underline{\theta}_2, \dots, \underline{\theta}_m]^T$ est le vecteur des paramètres ajustés par des lois d'adaptation sur la base d'un critère de stabilité de Lyapunov. et $\xi = [\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^m]^T$ le vecteur de fonctions de base floue (FBF) de base supposé convenablement fixé en avance par l'utilisateur.

Par conséquent, l'effort de contrôle qui en résulte peut-être obtenu comme [27].

$$u_c = \frac{1}{g(\underline{x}|\underline{\theta}_g)} [-f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) + y_d + \underline{k}^T \underline{e}] \quad \text{II.27}$$

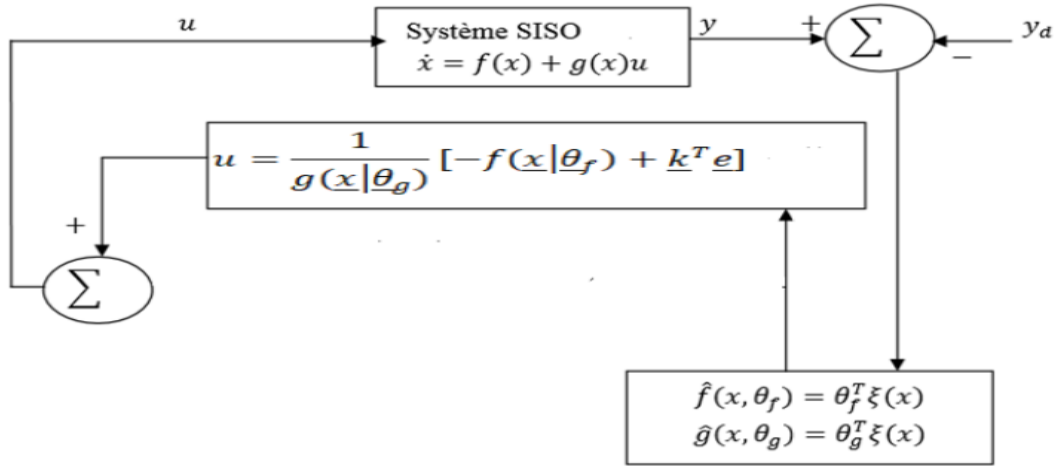


Figure (II.4) : Structure de la commande proposée.

Les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ peuvent être exprimées en fonction des approximations floues de la manière suivante :

On a, L'erreur d'approximation est donnée par :

$$\varepsilon = \delta_f + \delta_g u \quad \text{II.28}$$

Tel que :

$$\delta_f = \xi^T(x)\underline{\theta}_f^* - f(x) \quad \text{II.29}$$

$$\delta_g = \xi^T(x)\underline{\theta}_g^* - g(x)$$

Et $\underline{\theta}_f^*, \underline{\theta}_g^*$ sont les paramètres optimaux d'approximation

L'estimation des paramètres optimaux $\underline{\theta}_f^*$ et $\underline{\theta}_g^*$ est donnée par :

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_f^* &= \arg \min_{\underline{\theta}_f \in \Omega_f} \left[\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} |f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t)| \right] \\ \underline{\theta}_g^* &= \arg \min_{\underline{\theta}_g \in \Omega_g} \left[\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} |g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) - g(\underline{x}, t)| \right]\end{aligned}\quad \text{II.30}$$

Où Ω_f, Ω_g et Ω_x et sont des ensembles de contraintes pour $\underline{\theta}_f, \underline{\theta}_g$ et $\underline{x}$ respectivement et elles sont définies par

$$\begin{aligned}\Omega_f &= \{\underline{\theta}_f \mid \|\underline{\theta}_f\| \leq M_f\} \\ \Omega_g &= \{\underline{\theta}_g \mid \|\underline{\theta}_g\| \leq M_g\} \\ \Omega_x &= \{\underline{x} \mid \|\underline{x}\| \leq M_x\}\end{aligned}\quad \text{II.31}$$

Où M_f, M_g et M_x sont des constantes positives par le concepteur.

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$\underline{w} = \left\{ \left(f(\underline{x}|\underline{\theta}_f^*) - f(\underline{x}, t) + \left(g(\underline{x}|\underline{\theta}_g^*) - g(\underline{x}, t) \right) \underline{u}_c \right) \right\} \quad \text{II.32}$$

En appliquant (II, 25) à ((II, 12), l'équation de l'erreur suivante est obtenue

$$\underline{e}^{(n)} = \left(f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t) \right) + \left(g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) - g(\underline{x}, t) \right) \underline{u}_c - \underline{k}^T \underline{e} \quad \text{II.33}$$

Et sous la forme matricielle :

$$\underline{\dot{e}} = \underline{A} \underline{e} + \underline{b} \left[f(\underline{x}|\underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t) + \left(g(\underline{x}|\underline{\theta}_g) - g(\underline{x}, t) \right) \underline{u}_c \right] \quad \text{II.34}$$

$$\text{Avec : } \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & -k_4 & \cdots & -k_{-(n-1)} & -k_n \end{bmatrix} \text{ et } \underline{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

La matrice A étant stable, pour une matrice Q symétrique définie positive, on lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive, donnée par :

$$\underline{P}^T \underline{A} + \underline{P} \underline{A} = -\underline{Q} \quad \text{II.35}$$

Où Q est une matrice arbitraire définie positive d'ordre $(n \times n)$,

On a L'équation de Lyapunov est :

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} \quad \text{II.36}$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est :

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \dot{\underline{e}}^T P \underline{e} + \frac{1}{2} \underline{e}^T P \dot{\underline{e}} \quad \text{II.37}$$

Donc on utilisant (II, 35) et (II, 36) dans (II, 38) on obtient :

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B \left[f(\underline{x}|\theta_f) - f(\underline{x}, t) + (g(\underline{x}|\theta_g) - g(\underline{x}, t)) u_c \right] \quad \text{II.38}$$

Pour que $x_i = y_d^{i-1} - e^{i-1}$ soit borné, nous exigeons que V soit bornée, ce qui signifie que $V \leq 0$ lorsque $V > \tilde{V}$, Cependant, de (II.38) on constate qu'il est très difficile de concevoir u_c tel que le dernier terme de (II.38) soit inférieur à zéro.

II.6.2 COMMANDE DE SUPERVISION

Pour résoudre le problème de construction de la loi de commande, un autre terme du commande u_s est ajouté à la commande u_c , alors la loi de commande globale est donné par

$$u = u_c + u_s \quad \text{II.39}$$

Le but du terme additionnel u_s est de forcer $\dot{V} \leq 0$ quand $V \geq \tilde{V}$ et en reprenant le calcul, on obtient.

$$\dot{\underline{e}} = A \underline{e} + B \left[f(\underline{x}|\theta_f) - f(\underline{x}, t) + (g(\underline{x}|\theta_g) - g(\underline{x}, t)) u_c - g(\underline{x}) u_s \right] \quad \text{II.40}$$

En utilisant (II, 41) et (II, 36), $\dot{V}$ devient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T P B \left[f(\underline{x}|\theta_f) - f(\underline{x}, t) + (g(\underline{x}|\theta_g) - g(\underline{x}, t)) u_c - g(\underline{x}) u_s \right] \\ &\leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + |\underline{e}^T P B| [|f(\underline{x}|\theta_f)| + |f(\underline{x}, t)| + (|g(\underline{x}|\theta_g)| + |g(\underline{x}, t)|) u_c - \underline{e}^T P B g(\underline{x}) u_s] \end{aligned} \quad \text{II.41}$$

Supposition [24]

On suppose qu'il existe des fonctions $f^U(x)$, $g^U(x)$ et $g_L(x)$ tels que $\forall x \in U_c$

$$|f(x)| \leq f^U(x) < \infty \text{ et } 0 < g_L(x) \leq g(x) \leq g^U(x) < \infty \quad \text{II.42}$$

Le terme u_s est choisi comme suit :

$$u_s = I_1^* \text{sgn}(\underline{e}^T P B) \frac{1}{g_L(x)} [|f(\underline{x}|\theta_f)| + f^U(x) + |g(\underline{x}|\theta_g) u_c| + |g^U(x) u_c|] \quad \text{II.43}$$

Ou $I_1^* = 1$ si $V > \tilde{V}$, sinon $I_1^* = 0$ si $V \leq \tilde{V}$ et $\text{sgn}(y) = 1(-1)$ si $y \geq 0(\leq 0)$.

En substituant (II.42) dans (II.43) et en considérant le cas $V \geq \tilde{V} (I_1^* = 1)$, on obtient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + |\underline{e}^T P B| \left[|\hat{f}| + |f| + |\hat{g} u_c| + |g u_c| - \frac{g}{g_l} (|\hat{f}| + f^U + |\hat{g} u_c| + |g^U u_c|) \right] \leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} \leq 0 \quad \text{II.44}$$

II.6.3 LOIS D'ADAPTATION DES PARAMETRES DU REGULATEUR FLOU

On a l'estimation des paramètres optimaux $\underline{\theta}_f^*$ et $\underline{\theta}_g^*$ est donnée par :

$$\underline{\theta}_f^* = \arg \min_{\underline{\theta}_f \in \Omega_f} \left[\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} |f(\underline{x} | \underline{\theta}_f) - f(\underline{x}, t)| \right] \quad \text{II.45}$$

$$\underline{\theta}_g^* = \arg \min_{\underline{\theta}_g \in \Omega_g} \left[\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} |g(\underline{x} | \underline{\theta}_g) - g(\underline{x}, t)| \right] \quad \text{II.46}$$

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$w = \left\{ \left(f(\underline{x} | \underline{\theta}_f^*) - f(\underline{x}, t) + \left(g(\underline{x} | \underline{\theta}_g^*) - g(\underline{x}, t) \right) u_c \right) \right\} \quad \text{II.47}$$

On peut alors l'équation dynamique de l'erreur (II.41) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{\underline{e}} = A \underline{e} - B g(x) u_s + B \left[f(\underline{x} | \underline{\theta}_f) - f(\underline{x} | \underline{\theta}_f^*) + \left(g(\underline{x} | \underline{\theta}_g) - g(\underline{x} | \underline{\theta}_g^*) \right) u_c + w \right] \quad \text{II.48}$$

Si $\phi_f = \underline{\theta}_f - \underline{\theta}_f^*$ et $\phi_g = \underline{\theta}_g - \underline{\theta}_g^*$, (II, 46) peut-être réécrite comme

$$\dot{\underline{e}} = A \underline{e} - B g(x) u_s + B w + B [\phi_f^T \xi(x) + \phi_g^T \xi(x) u_c] \quad \text{II.49}$$

Soit la fonction candidate de Lyapunov V définie par :

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T P \underline{e} + \frac{1}{2\gamma_1} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2\gamma_2} \phi_g^T \phi_g \quad \text{II.50}$$

Avec γ_1 et γ_2 sont des constantes positives, sachant que $\dot{\phi}_f = \dot{\theta}_f - \dot{\theta}_f^*$, $\dot{\phi}_g = \dot{\theta}_g - \dot{\theta}_g^*$, en utilisant (II, 47) et (II, 36), la dérivée de V par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} - g(x) \underline{e}^T P B u_s + \underline{e}^T P B w + \frac{1}{\gamma_1} \phi_f^T [\dot{\theta}_f + \gamma_1 \underline{e}^T P B \xi(x)] \\ & + \frac{1}{\gamma_2} \phi_g^T [\dot{\theta}_g + \gamma_2 \underline{e}^T P B \xi(x) u_c] \end{aligned} \quad \text{II.51}$$

A partir (II.43) et $g(x) > 0$ on a $g(x)e^T P B u_s \geq 0$, et si on choisit les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_f = -\gamma_1 e^T P B \xi(x) \quad (II.52)$$

$$\dot{\theta}_g = -\gamma_2 e^T P B \xi(x) u_c$$

Alors (II.47) devient :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B w \quad (II.53)$$

Le terme $e^T P B w$ est de l'ordre de l'erreur minimale d'approximation, alors on a $\dot{V} \leq 0$. Le schéma synoptique de la commande adaptative floue est donné par la figure (II.4).

Le problème final est de concevoir θ_f et θ_g dans les ensembles Ω_f (II.31) et Ω_g (II.32), respectivement. Si on garde $\theta_f \in \Omega_f$ et $\theta_g \in \Omega_g$, alors u_c (II.25) et u_s (II.43) seront bornées parce que dans ce cas $\hat{f}$ est borné, $\hat{g} > 0$ et e est borné grâce à la commande de supervision.

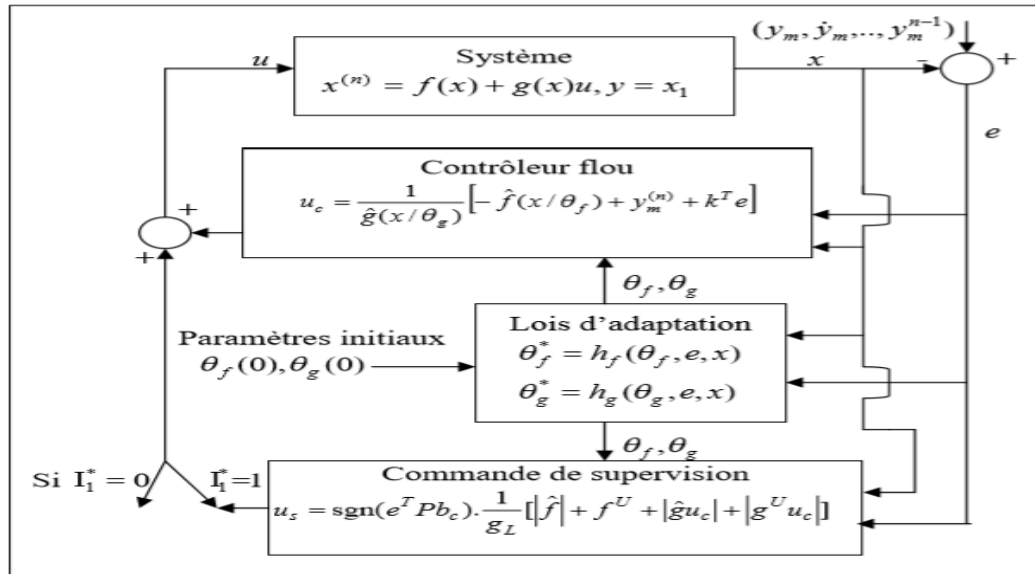


Figure (II.5) : Schéma de synthèse de la commande adaptative floue indirecte

Pour s'assurer que θ_f et θ_g sont dans ses ensembles Ω_f (II.31) et Ω_g (II.32), on utilise l'algorithme de la projection, tel que les vecteurs de paramètres restent à l'intérieur des domaines contraints [25]

$$\dot{\theta}_f = \begin{cases} -\gamma_1 e^T P B \xi(x) SI & \begin{cases} |\theta_f| < M_f \text{ ou } |\theta_f| = M_f \text{ et } e^T P B \theta_f^T \xi(x) \geq 0 \\ |\theta_f| = M_f \text{ et } e^T P B \theta_f^T \xi(x) < 0 \end{cases} \\ P\{-\gamma_1 e^T P B \xi(x)\} SI & \end{cases} \quad (II.54)$$

Où l'opérateur de projection $P\{\cdot\}$ est défini comme suite :

$$P\{-\gamma_1 e^T P B \xi(x)\} = -\gamma_1 e^T P B \xi(x) + \gamma_1 e^T P B \frac{\theta_f \theta_f^T \xi(x)}{|\theta_f|^2} \quad \text{II.55}$$

La loi d'adaptation du vecteur de paramètre θ_g est donnée par :

Si un élément θ_{gi} de θ_g est égal à, en utilisant

$$\theta_{gi} = \begin{cases} -\gamma_1 e^T P B \xi_i(x) u_c & \text{Si } e^T P B \xi_i(x) u_c < 0 \\ 0 & \text{Si } e^T P B \xi_i(x) u_c \geq 0 \end{cases} \quad \text{II.56}$$

II.7 EXEMPLE DE SIMULATION

Dans cette application, on utilise notre contrôleur adaptatif flou pour commander un pendule inversé dans le but de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire de référence sinusoïdale.

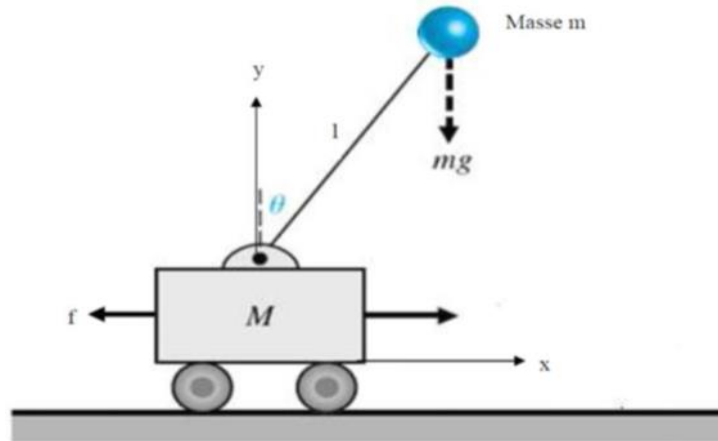


Figure (II.6) : structure d'un pendule inverse.

II.7.1 DESCRIPTION DU PENDULE INVERSE [28]

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{M+m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m} \right)} + \frac{\frac{\cos x_1}{M+m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m} \right)} u \end{cases} \quad \text{II.57}$$

L'objectif du contrôleur est de forcer l'angle du pendule " θ " à suivre la trajectoire désirée définie par : $y_d(t) = \frac{\pi}{6} \sin(t)$

Pour appliquer cette méthode, nous avons d'abord besoin de déterminer les limites f^U , g^U et g_L , pour ce système nous avons :

Si nous imposons que $|x_1| \leq \frac{\pi}{6}$, alors :

$$|f(x_1, x_2)| = \left| \frac{g \sin x_1 - \frac{m l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{M+m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m} \right)} \right| \leq \frac{9.8 + \frac{0.025}{1.1} x_2^2}{\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1}} = 15.78 + 0.0366 x_2^2 = f^U(x_1, x_2) \quad \text{II.58}$$

$$|g(x_1, x_2)| = \left| \frac{\frac{\cos x_1}{M+m}}{l \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2 x_1}{M+m} \right)} \right| \geq \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{1.1 \left(\frac{2}{3} - \frac{0.05}{1.1} \cos^2 \frac{\pi}{6} \right)} = 1.12 = g^U(x_1, x_2) \quad \text{II.59}$$

Le choix des paramètres du régulateur : $K_1 = 2$, $K_2 = 2$ et $Q = \text{diag}(10, 10)$ par conséquent :

$$P = \begin{pmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{II.60}$$

II.7.2 REGULATEUR FLOU TYPE-1

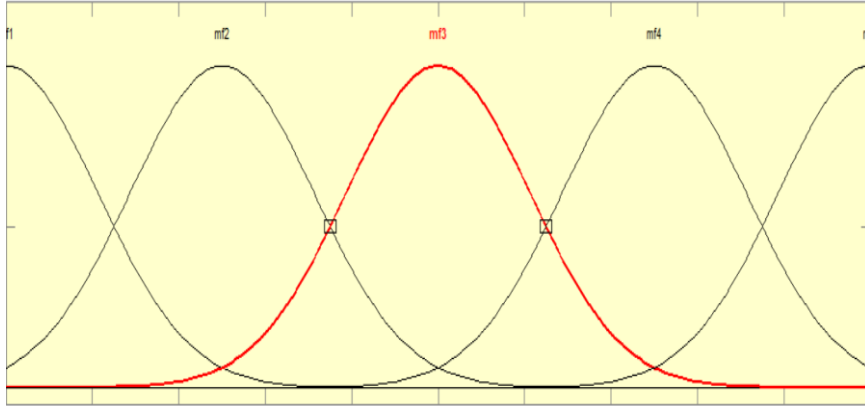


Figure (II.7) : Fonctions d'appartenances floues type-1.

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24} \right)^2 \right]$$

$$\mu_{F_i^2}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24} \right)^2 \right]$$

$$\mu_{F_i^3}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24} \right)^2 \right]$$

$$\mu_{F_i^4}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24} \right)^2 \right]$$

$$\mu_{F_i^5}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/24} \right)^2 \right]$$

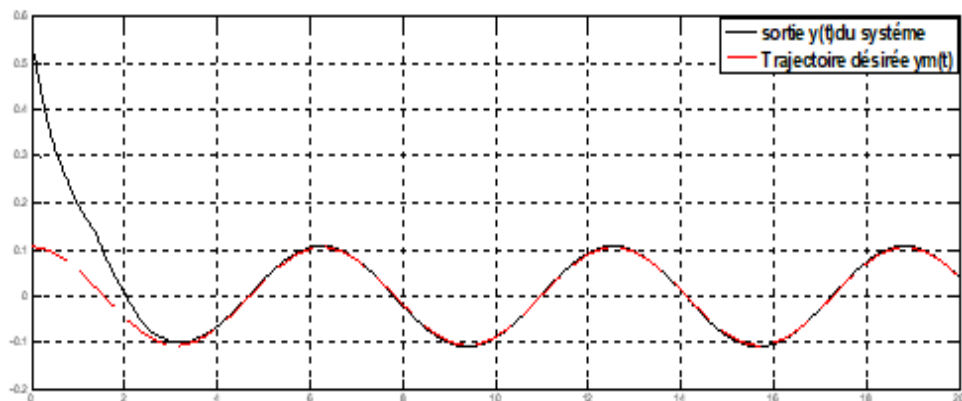


Figure (II.8) Variation de la position angulaire (rad) en fonction du temps

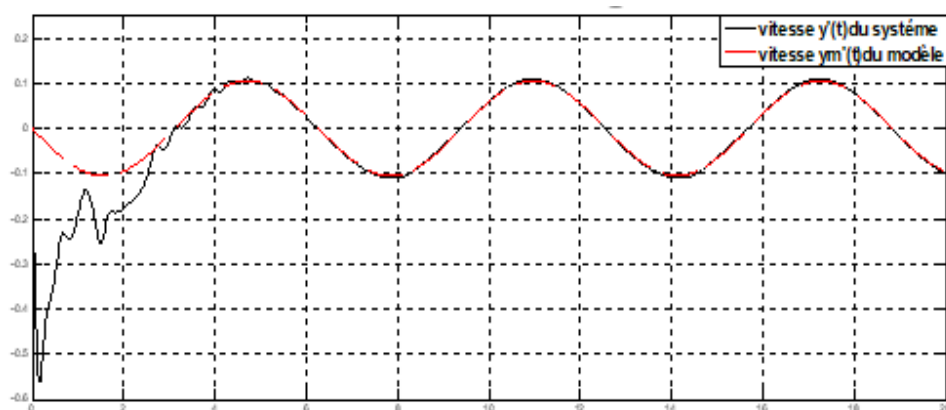


Figure (II.9) Variation de la vitesse angulaire (rad/s) en fonction du temps

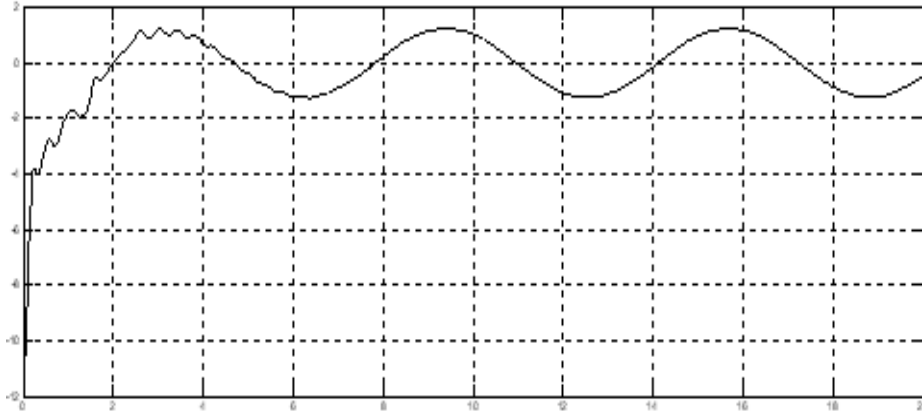


Figure (II.10) Variation de la commande globale $u(t)$ en fonction du temps

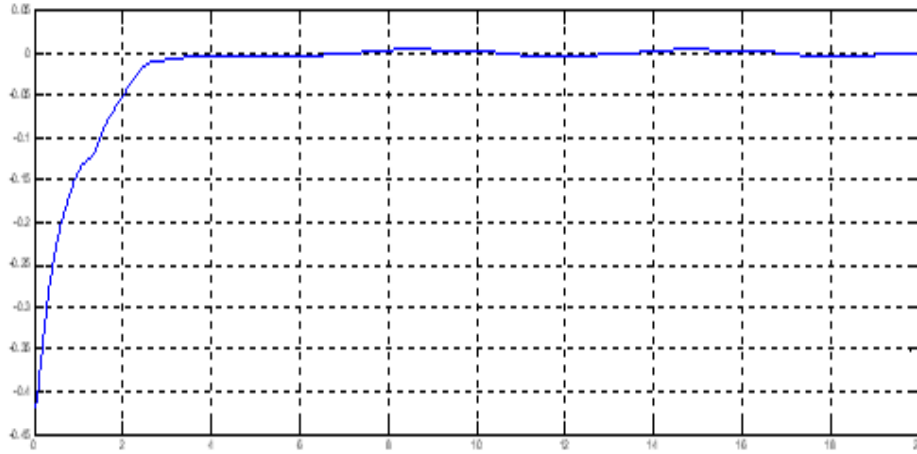


Figure (II.11) Variation de l'erreur de poursuite en fonction du temps

Les figures (II.8, II.9, II.10) représente les résultats de la réponse de notre système en position, en vitesse et en commande à une entrée de référence $y_m(t) = [\pi/30\sin(t), \pi/30\cos(t)]^T$ et une condition initiale $\underline{x}(0) = [\pi/6, 0]^T$.

On a La commande de supervision $u_s(t)$ n'est pas activée, c.-à-d., que $u(t) = u_c(t)$

Pour illustrer l'activation de la commande de supervision $u_s(t)$, nous allons maintenant changer la condition initiale à $\underline{x}(0) = [\pi/18, 0]^T$

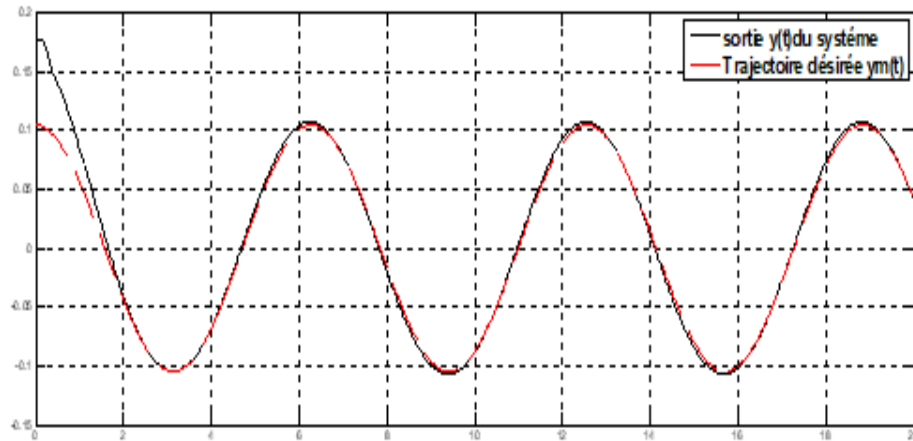


Figure (II.12) Variation de la position angulaire (rad) en fonction du temps

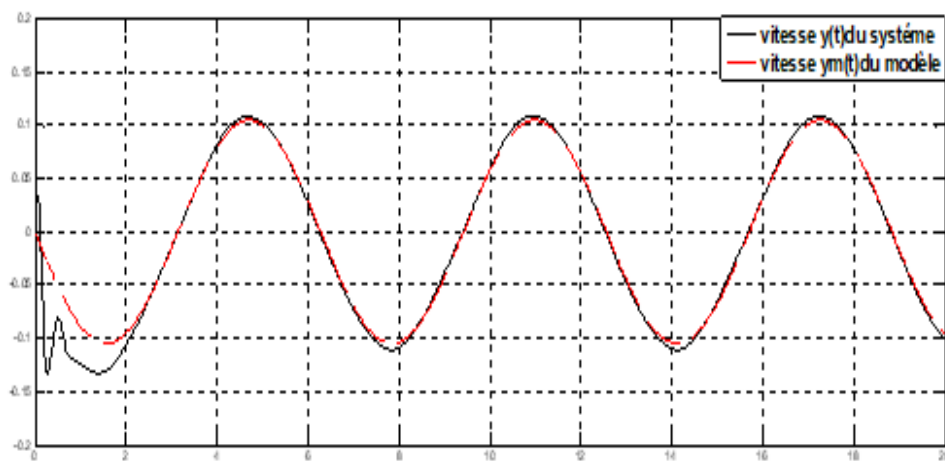


Figure (II.13) la variation de la vitesse angulaire (rad/s) en fonction du temps

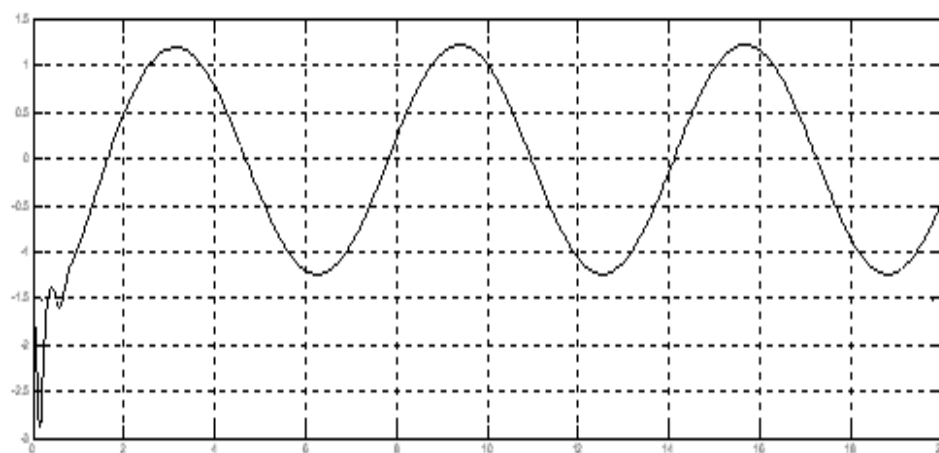


Figure (II.14) Variation de la commande globale $u(t)$ en fonction du temps

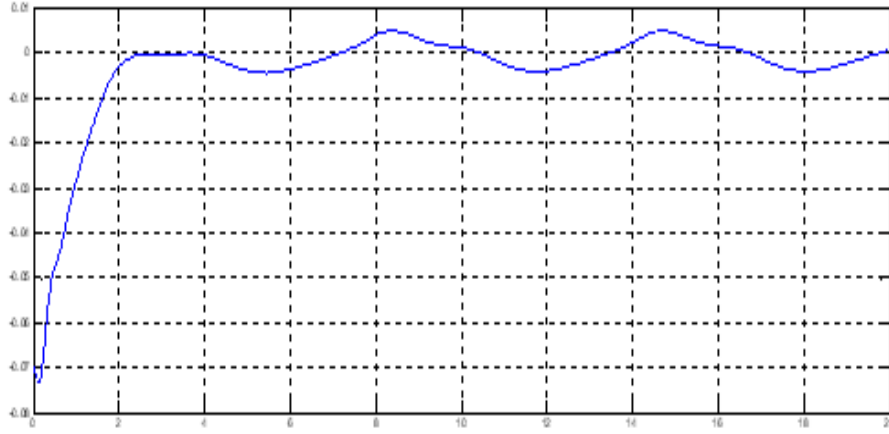


Figure (II.15) Variation de l'erreur de poursuite en fonction du temps

II.7.3 REGULATEUR FLOU TYPE-2.

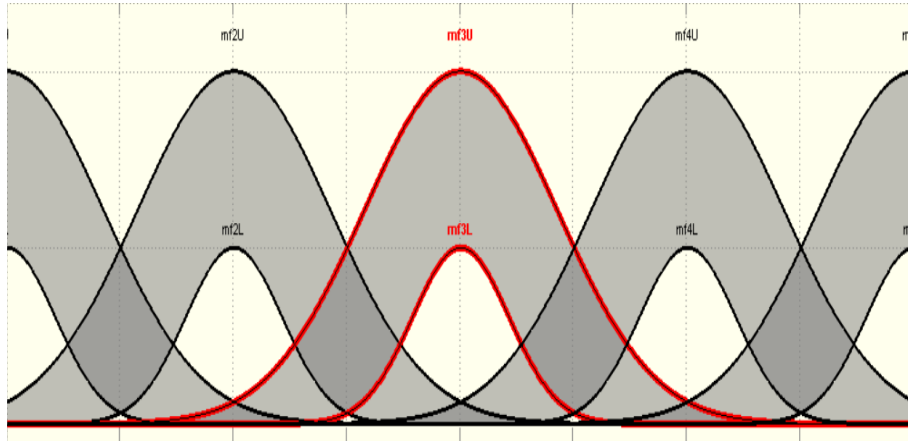


Figure (II.16) : Fonctions d'appartenances floues type-2.

Les fonctions d'appartenance sont données mathématiquement par :

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_{F_i^1}(x_i) &= \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/20} \right)^2 \right], \underline{\mu}_{F_i^1}(x_i) = 0.8 \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/6}{\pi/20} \right)^2 \right] \\ \bar{\mu}_{F_i^2}(x_i) &= \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/12}{\pi/20} \right)^2 \right], \underline{\mu}_{F_i^2}(x_i) = 0.8 \exp \left[- \left(\frac{x_i + \pi/12}{\pi/30} \right)^2 \right] \\ \bar{\mu}_{F_i^3}(x_i) &= \exp \left[- \left(\frac{x_i}{\pi/20} \right)^2 \right], \underline{\mu}_{F_i^3}(x_i) = 0.8 \exp \left[- \left(\frac{x_i}{\pi/30} \right)^2 \right]\end{aligned}$$

$$\bar{\mu}_{F_i^4}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i - \pi/12}{\pi/20} \right)^2 \right], \underline{\mu}_{F_i^4}(x_i) = 0.8 \exp \left[- \left(\frac{x_i - \pi/12}{\pi/30} \right)^2 \right]$$

$$\bar{\mu}_{F_i^5}(x_i) = \exp \left[- \left(\frac{x_i - \pi/6}{\pi/20} \right)^2 \right], \underline{\mu}_{F_i^5}(x_i) = 0.8 \exp \left[- \left(\frac{x_i - \pi/6}{\pi/20} \right)^2 \right]$$

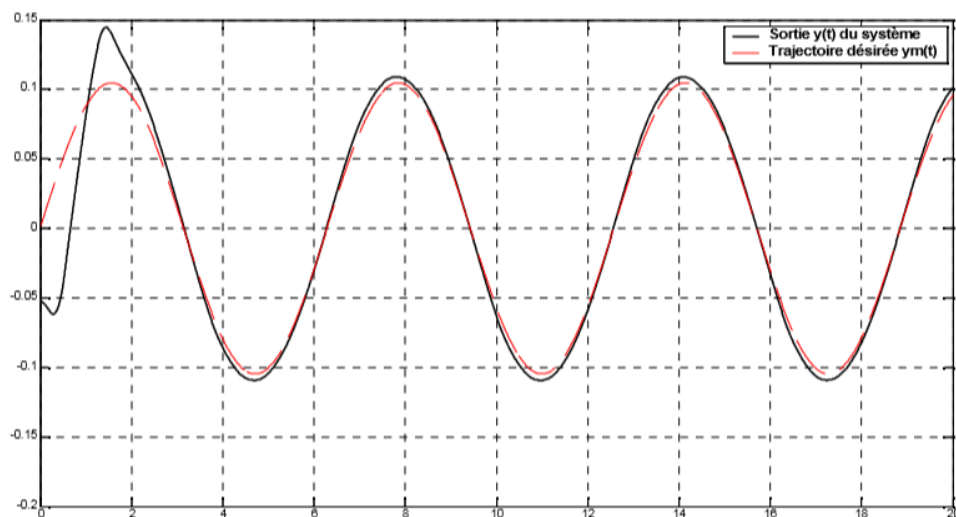


Figure (II.17) la variation de la position angulaire (rad) en fonction du temps

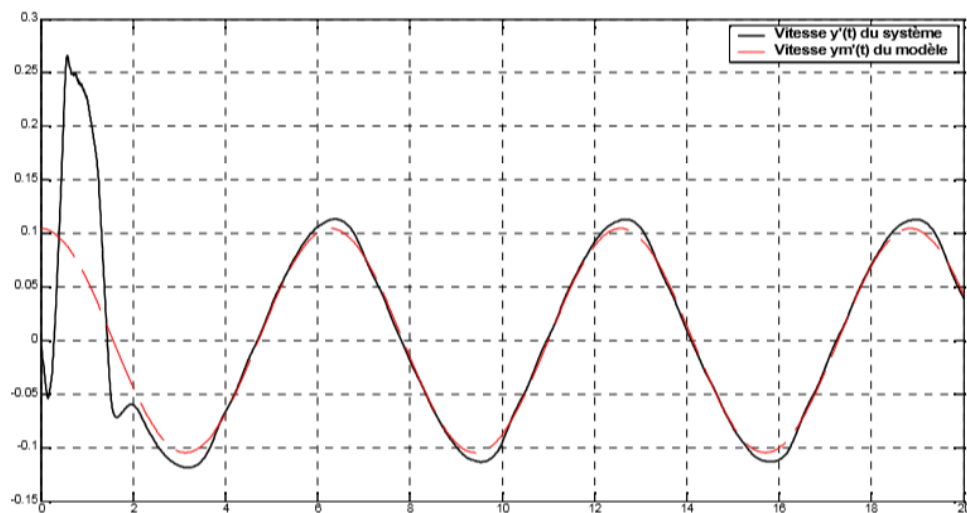


Figure (II.18) la variation de la vitesse angulaire (rad/s) en fonction du temps

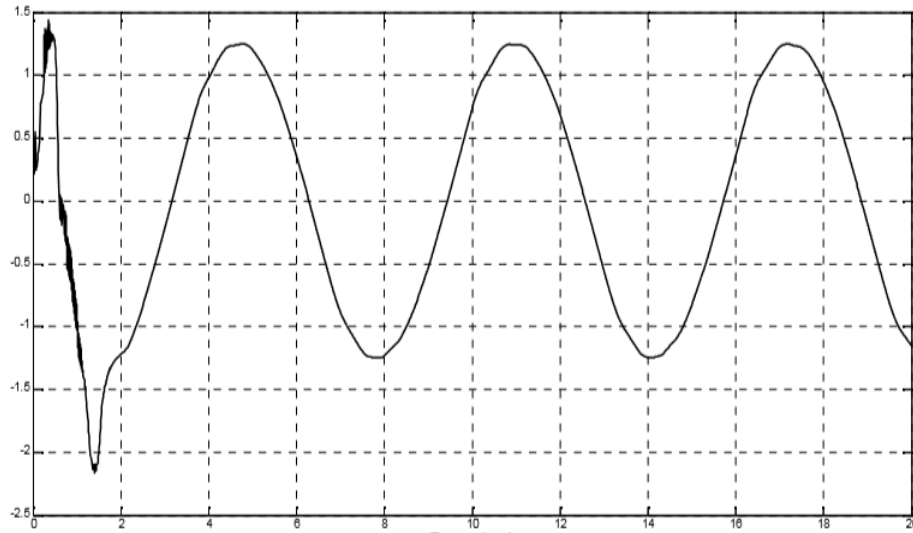


Figure (II.19) Variation de la commande globale $u(t)$ en fonction du temps

II.8 CONCLUSION

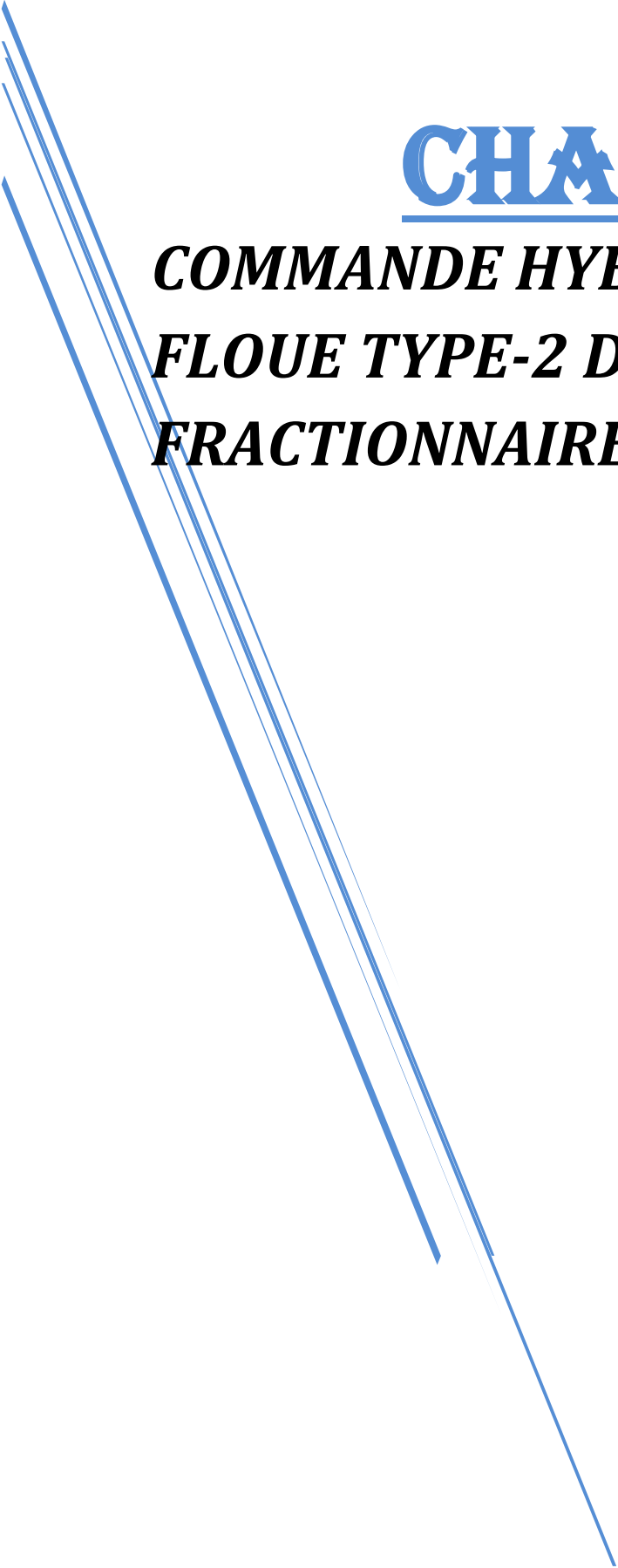
Dans ce chapitre, nous avons focalisé notre travail sur la commande adaptative floue type-2 des systèmes non linéaires, nous avons donné un aperçu général sur la commande adaptative

L'objectif de ce travail était de présenter les éléments de base nécessaire à la conception d'une commande adaptative floue, à savoir, la commande adaptative floue type-2 d'un système non linéaire, nous avons construit une loi de commande adaptative indirecte par les systèmes flous type-2.

L'utilisation des systèmes flous est pour l'approximation des dynamiques inconnues des systèmes non linéaires dans certains cas (notre cas est : approches indirectes).

Les lois de commande synthétisées dans ce chapitre n'exigent pas la connaissance du modèle dynamique du système, de plus elles garantissent la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée, avec la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro, en plus elle évite le problème où la loi de commande n'est pas définie.

Pour illustrer les performances de poursuite du contrôleur proposée, nous avons considéré un exemple de simulation (pendule inversé). Les résultats de simulation obtenus montrent leur efficacité dans la commande des systèmes non linéaire.



CHAPITRE III

COMMANDE HYBRIDE ADAPTATIVE FLOUE TYPE-2 DES SYSTEMES FRACTIONNAIRES PAR MODE GLISSANT

Chapitre 3

Commande Hybride Adaptative floue type-2 des Systèmes fractionnaires par mode glissant

III.1 INTRODUCTION

Dans le cas du calcul ordinaire (ordre entier), la dérivée d'ordre n ou la dérivée $n^{\text{ème}}$ d'une fonction $f(x)$, à savoir $D^n f(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n}$, est bien définie lorsque n est un entier positif. En 1695 L'hôpital demanda à Leibniz quel sens pourrait-on attribuer à $D^n f(x)$ si n était une fraction. Depuis ce temps, le calcul fractionnaire a attiré l'attention de nombreux mathématiciens de renommée tels qu'Euler, Laplace, Fourier, Abel, Riemann, et Laurent. De nombreuses définitions.

Ont été alors données sur la dérivation et l'intégrale d'ordre non entier ou fractionnaire [1]. L'une des applications importantes du calcul fractionnaire est la théorie du chaos. Cette partie est ainsi dédiée à l'étude des systèmes chaotiques fractionnaires, dont les propriétés intrinsèques peuvent être utilisées dans les schémas de synchronisation. Une étude sur le chaos dépassant largement le cadre de ce chapitre, nous nous contenterons de définir brièvement la notion de chaos et présenter le concept des systèmes chaotiques fractionnaires à partir de l'exemple du système fractionnaire de Duffing-Holmes [29].

On peut généraliser les opérateurs d'intégration et de différentiation dans une seule opération fondamentale ${}_a D_t^\alpha$ où a et t sont les limites de l'opération. L'opération intégral-différentiel continue est définie comme suit :

$${}_a D_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad \text{III.1}$$

Dans ce chapitre, nous allons étudier une nouvelle stratégie de commande hybride adaptative floue par la technique de commande glissante a été proposée pour assurer la stabilité et des performances constantes des systèmes non linéaires incertains chaotiques d'ordre fractionnaire.

Puis, une commande proportionnelle intégrale PI^λ -fractionnaire est considérée en combinant avec la commande adaptative floue par mode de glissement pour une classe des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire non linéaires inconnus, afin d'éviter le phénomène de chattering et d'offrir une bonne performance de l'état en régime transitoire et permanent ; en outre, on applique la théorie de la synthèse de Lyapunov pour assurer que tous les signaux sont

bornés, ainsi que la poursuite de la sortie du système et de référence avec les incertitudes des perturbations[30]

III.2 SYSTEMES D'ORDRE FRACTIONNAIRE

III.2.1 QUELQUES FONCTIONS UTILISEES DANS LE CALCUL FRACTIONNAIRE[1]

Dans cette section, nous présenterons deux fonctions qui sont très utilisées et qui permettent en général de fournir des solutions aux problèmes du calcul fractionnaire. Il s'agit de la fonction Gamma d'Euler et de la fonction de Mittag-Leffler.

III.2.1.1 LA FONCTION GAMMA

L'une des fonctions de base utilisée dans le calcul fractionnaire est la fonction Gamma d'Euler. Son interprétation est simplement la généralisation du factoriel $n(n!)$ et elle permet à n de prendre des valeurs non entières.

La définition intégrale de la fonction Gamma est donnée par

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \quad z > 0 \quad \text{III.2}$$

Elle est plus souvent utilisée même si elle est restreinte aux valeurs positives de z . L'intégration par partie de (1.2) conduit à la relation de récurrence suivante

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z) \quad \text{III.3}$$

Puisque $\Gamma(1) = 1$, en utilisant la relation (1.3), nous obtenons pour $z = 1, 2, 3 \dots$

$$\begin{aligned} \Gamma(2) &= 1. \Gamma(1) = 1! \\ \Gamma(3) &= 2. \Gamma(2) = 2! \\ \Gamma(4) &= 3. \Gamma(3) = 3! \end{aligned} \quad \text{III.4}$$

⋮

$$\Gamma(n + 1) = n. \Gamma(n) = n. (n - 1)! = n!$$

L'autre propriété importante de la fonction Gamma est qu'elle possède des pôles simples pour $z = 0, -1, -2, -3, \dots$

Son expression est :

$$\Gamma(z) = \varphi(z) + \frac{(-1)^0}{0!} \frac{1}{0+z} + \frac{(-1)^1}{1!} \frac{1}{1+z} + \frac{(-1)^2}{2!} \frac{1}{2+z} + \dots \quad \text{III.5}$$

Avec : $\varphi(z) = \int_1^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$

Ceci signifie que pour des valeurs entières négatives, la fonction Gamma tend asymptotiquement vers l'infini.

III.2.1.2 FONCTION DE MITTAG-LEFFLER

La fonction de Mittag-Leffler est une fonction importante dans le monde du calcul fractionnaire. Son rôle est analogue à celui joué par la fonction exponentielle dans le cas du calcul entier.

La définition standard de cette fonction à un paramètre est donnée par :

$$E_{\alpha}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)} (\alpha > 0) \quad \text{III.6}$$

La fonction exponentielle usuelle correspond pour une valeur de $\alpha = 1$

$$E_1(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k + 1)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z \quad \text{III.7}$$

Il est aussi courant de représenter la fonction de Mittag-Leffler avec deux paramètres α et β , comme suit :

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)} (\alpha > 0, \beta > 0) \quad \text{III.8}$$

Cette fonction a été introduite par R.P. Agarwal et Erdelyi en 1953-1954[20]

III.2.2 OPERATOINS DE DERIVATION ET D' INTEGRATION D'ORDRE FRACTIONNAIRE

III.2.2.1 DEFINITION MATHEMATIQUE

Le calcul fractionnaire est une généralisation de l'intégration et de la différentiation à l'opérateur fondamental d'ordre non entier ${}_a D_t^{\alpha}$ ou a et t sont des limites de l'opération. L'opérateur intègre-différentiel continu est défini comme [31] :

$${}_a D_t^{\alpha} = \begin{cases} \frac{d^{\alpha}}{dt^{\alpha}} & \alpha > 0 \\ 1 & \alpha = 0 \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \alpha < 0 \end{cases} \quad \text{III.9}$$

Où α est l'ordre de l'opération, généralement, $\alpha \in R$ Les définitions utilisées pour la diffère-intégral d'ordre fractionnaire général sont la définition de Grunwald-Letnikov (GL), la définition de Riemann Liouville(RL) et la définition de Caputo.

III.2.3 DERIVATION NON ENTIERE

III.2.3.1 DEFINITION DE GRUNWALD-LETNIKOV

Une des définitions les plus rencontrées de la dérivée d'ordre fractionnaire est appelée définition de Grünwald-Letnikov [31], donnée par :

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{{}_a d_t^\alpha f(t)}{dt^\alpha} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{k=0}^N (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(t - kh) \quad \text{III.10}$$

Cette définition provient de la généralisation aux ordres fractionnaires de la formule donnant la dérivée d'ordre entier supérieur n d'une fonction continue (t), soit :

$$D^n f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^N (-1)^k \binom{n}{k} f(t - kh) \quad n, N \in \mathbb{N} \quad \text{III.11}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n - k)!}$$

Sous la condition que les dérivées $f^{(k)}(t) (k = 1, 2, \dots, m + 1)$ sont continués dans $[t_0, t]$ avec $vm \leq \Re(\alpha) \leq m + 1$, la définition de Grünwald-Letnikov peut être aussi donnée par

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \sum_{k=0}^m \frac{f^{(k)}(a)(t - a)^{-\alpha+k}}{\Gamma(-\alpha + k + 1)} + \frac{1}{\Gamma(-\alpha + m + 1)} \int_a^t (t - \tau)^{m-\alpha} f^{m+1}(\tau) d\tau \quad \text{III.12}$$

Où $\Gamma(\alpha)$ est la fonction de gamma généralisée aux nombres fractionnaires

III.2.3.2 DEFINITION DE RIEMANN-LIOUVILLE(RL)

Une autre définition très utilisée de la dérivée d'ordre fractionnaire est appelée définition de Riemann-Liouville, soient $\alpha \in \mathbf{R}^+$ avec $R(\alpha) > 0$, n un entier positif $t_0 \in \mathbf{R}$ et f une fonction Localement intégrable définie sur $[t_0, \infty)$. La dérivée d'ordre α de f de borne inférieure t_0 est définie par [31] :

$${}_{t_0}^{RL} D_t^\alpha f(t) \triangleq \frac{d^n}{dt^n} \left({}_{t_0} I_t^{(n-\alpha)} f(t) \right) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t (t - \tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad \text{III.13}$$

Avec $(n - 1) < \alpha < n$

III.2.3.3 DEFINITION DE CAPUTO

Caputo a reformulé la définition de la dérivée d'ordre fractionnaire comme suit [31] :

$${}_t^c D_t^\alpha f(t) \triangleq I^{n-\alpha} D^n f(t) = \frac{1}{\Gamma(n - \alpha)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha-n+1}} d\tau \quad \text{III.14}$$

Où $n - 1 < \alpha < n, n \in \mathbf{N}$

Pour t_0 , entre les deux définitions (III, 13) et (III, 14) il existe les relations suivantes :

$${}^{RL}D^\alpha f(t) = {}^CD^\alpha f(t) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{t^{k-\alpha}}{\Gamma(k-\alpha+1)} f^{(k)}(0^+) \quad \text{III.15}$$

$${}^{RL}D^\alpha \left(f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!} \right) = {}^CD^\alpha f(t)$$

III.2.4 INTEGRATION NON ENTIERE

III.2.4.1 DEFINITION

Soit $\alpha \in R^+$ et f une fonction localement intégrable définie sur $[t_0, \infty)$. L'intégrale d'ordre α de f de borne inférieure t_0 définie par

$${}_{t_0}I_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_{t_0}^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad \text{III.16}$$

Est appelée intégrale d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville. Avec $\Gamma(\alpha)$ la fonction Gamma d'Euler

Quand on s'intéresse aux systèmes dynamiques, la fonction $f(t)$ est une fonction causale, alors l'intégrale d'ordre non entier est définie comme suit :

$${}_0I_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad t > 0, \alpha \in R^+ \quad \text{III.17}$$

Dans (III, 17), nous pouvons voir que l'intégrale d'ordre fractionnaire peut être exprimée sous forme de produit de convolution de la forme suivante

$${}_0I_t^\alpha f(t) = \varphi_\alpha(t) * f(t), \quad \alpha \in R^+ \quad \text{III.18}$$

Avec

$$\varphi_\alpha(t) = \frac{t_+^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \alpha \in R^+ \text{ et } t_+^{\alpha-1} = 0 \text{ pour } t < 0; t_+^{\alpha-1} = t^{\alpha-1} \text{ pour } t \geq 0$$

III.3 LE CHAOS

III.3.1 DEFINITION ET PROPRIETES[32]

Le terme chaos a été introduit avec sa signification actuelle en 1976 par Jim Yorke, un mathématicien de l'université du Maryland, mais le début des études du chaos peut être imputé à Henri Poincaré au début du XXe siècle, puis elles ont été ressuscitées en 1961 par le météorologue américain Edward Lorenz, professeur de mathématiques au MIT (Massachusetts Institute of Technology) qui est considéré après ses recherches sur le chaos, en tant que père

officiel. Et depuis, ce concept a envahi beaucoup de domaines qu'ils soient physiques, mathématiques, politiques ou religieux.

III.3.2 SYSTEME CAOTHIQUES

Un système dynamique est dit chaotique si une portion « significative » de son espace des phases présente simultanément les caractéristiques suivantes :

- A. un système chaotique est un système déterministe.
- B. il exhibe une extrême sensibilité aux conditions initiales.
- C. il présente un comportement asymptotique apériodique.
- D. une forte récurrence.

La présence de ces deux propriétés entraîne un comportement extrêmement désordonné qualifié à juste titre de « chaotique ». Les systèmes chaotiques s'opposent notamment aux systèmes intégrables de la mécanique classique, qui furent longtemps les symboles d'une régularité toute puissante en physique théorique.

III.3.3 CARACTRISATION DES CHAOS[33]

Il est très délicat de définir ce qu'est un système chaotique, étant donné qu'il n'existe pas une définition précise. En pratique, on peut dire qu'un système chaotique a un comportement borné en régime permanent qui ne correspond pas à un point d'équilibre, qu'il n'est ni périodique, ni quasi-périodique. Parmi les caractéristiques principales permettant d'évoquer un comportement chaotique.

En général, les trajectoires d'un système dynamique chaotique sont attirées vers un attracteur étrange. Ce dernier est caractérisé par :

- A. Un volume nul.
- B. Une séparation exponentiellement rapide de trajectoires initialement proches.
- C. Une dimension souvent fractale (non entière) caractérisant le concept de système chaotique fractionnaire.

La naissance d'un attracteur étrange est liée à l'existence de deux processus, à savoir l'étirement, responsable de l'instabilité et de la sensibilité aux conditions initiales, et le repliement, responsable du côté étrange, fractal de l'attracteur.

En pratique, la vérification de quelques propriétés d'un système dynamique suffit pour pouvoir le considérer comme chaotique :

- Vérifier la sensibilité aux conditions initiales.
- Tracer les trajectoires des états et leur spectre de puissance.
- Tracer différents attracteurs.
- Tracer un diagramme de bifurcations.

III.3.4 SYNCHRONISATION

La synchronisation est un phénomène qui caractérise de nombreux systèmes non-linéaires. La synchronisation de deux systèmes dynamiques signifie que chaque système évolue en suivant le comportement de l'autre système. Rappelons qu'un système chaotique est un système déterministe, extrêmement sensible aux conditions initiales. Par conséquent, Typiquement, deux trajectoires issues de deux conditions initiales arbitrairement proches l'une de l'autre divergent exponentiellement avec le temps. Il s'ensuit que deux systèmes chaotiques ne peuvent synchroniser (sauf si les conditions initiales sont exactement les mêmes, ce qui est physiquement et numériquement impossible). A première vue, parler de synchronisation pour des systèmes chaotiques semble donc être surprenant, et on peut penser que le chaos est incontrôlable. Cependant, des recherches récentes ont montré que l'on pouvait synchroniser deux systèmes chaotiques en les couplant. Ce résultat s'applique dans plusieurs domaines, par exemple pour augmenter la puissance des lasers, synchroniser les sorties d'un circuit électrique, contrôler les oscillations de réactions chimiques, et coder les messages électroniques afin de sécuriser les communications.

III.3.5 SYSTEME CHAOTIQUE FRACTIONNAIRE DE DUFFING-HOLMES

L'oscillateur de *Duffing*, introduit en 1918 par G. *Duffing*, avec une rigidité linéaire négative, d'amortissement et d'excitation périodique est souvent écrit sous la forme [34] :

$$x''(t) - x(t) + \alpha x'(t) + x^3(t) = \delta \cos(\omega t) \quad \text{III.19}$$

Pour obtenir le système de Duffing d'ordre fractionnaire, l'équation (III,19) peut être réécrite sous la forme d'un système de premier ordre des équations différentielles autonomes sous la forme :

$$\begin{cases} {}_0D_t^{a_1} x(t) = y(t) \\ {}_0D_t^{a_1} x(t) = x(t) - x^3(t) - \alpha y(t) + \delta \cos(\omega t) \end{cases} \quad \text{III.20}$$

Une solution numérique du système de *Duffing* d'ordre fractionnaire (III, 21), sous la forme suivant :

$$\begin{cases} x(t_k) = y(t_{k-1})h^{a_1} - \sum_{j=v}^k c_j^{(a_1)} x(t_{k-j}) \\ y(t_k) = \left(x(t) - x^3(t_k) - \alpha y(t_{k-1}) + \delta \cos(\omega t_k) \right) h^{a_2} - \sum_{j=v}^k c_j^{(a_2)} y(t_{k-j}) \end{cases} \quad \text{III.22}$$

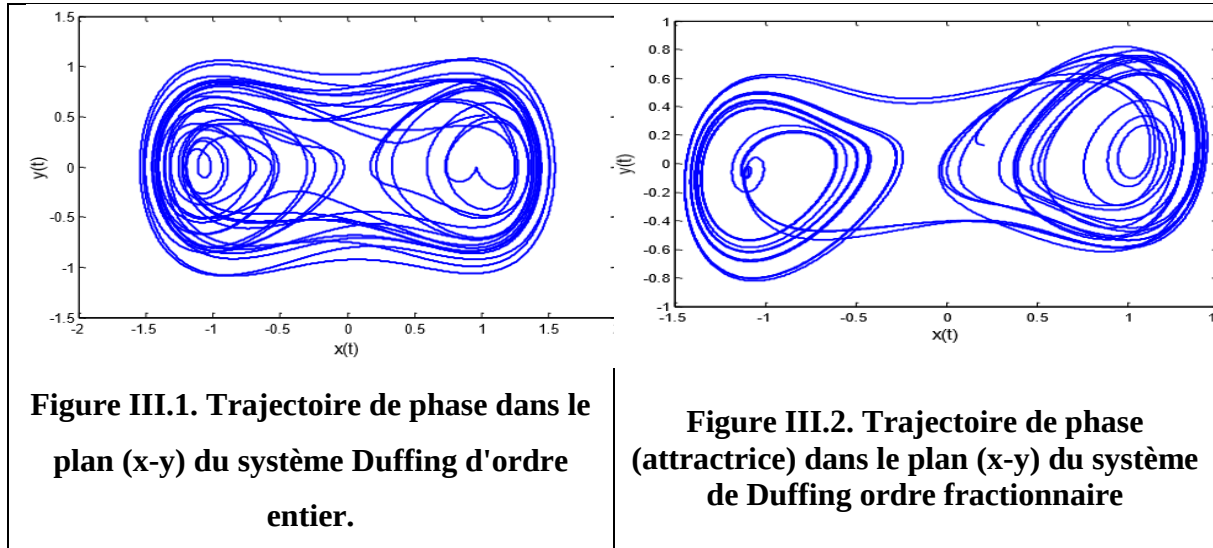
Ou α_1, α_2 sont de deux ordres fractionnaires et α, δ, ω sont des paramètres du système

Ou T_{sim} est le temps de simulation, $k=1,2,3,..,N$, pour $N=[T_{sim}/h]$ et $(x(0), y(0))$ est le point de départ (conditions initiales) [34].

Dans la figure (III.1) est représenté attracteur chaotique du système Duffing d'ordre entier(III, 19)

Pour les paramètres suivants $\alpha = 0.15$, $\delta = 0.3$, $\omega = 1$ avec les conditions initiales

($x(0) = 0.21$, $y(0) = 0.13$) Pour la simulation temps $T_{sim} = 200s$ et pas de temps $h=0.005$



Dans la figure (III.2) est représenté à double attracteur chaotique du système Duffing d'ordre fractionnaire (III.21) pour les paramètres suivants $\alpha=0.15$, $\delta=0.3$, $\omega=1$ avec les conditions initiales ($x(0)=0.21$, $y(0)=0.13$) pour la simulation temps $T_{sim}=200s$ et pas de temps $h=0.005$

Remarque III. 1

On remarque à partir des résultats de simulation que le chaos est assez réduit dans le cas fractionnaire (fig.III.2) par rapport au cas entier (fig.III.1).

III.4COMMANDE PAR MODE GLISSANT

Etant un cas particulier de la commande à structure variable, la commande par mode glissant (CMG) a été largement utilisée dans la littérature. Ce succès est dû à sa simplicité de mise en œuvre et à sa robustesse vis à vis des variations paramétriques et des perturbations externes. La conception de cette commande est basée sur trois étapes dont la première consiste à choisir la surface de glissement qui représente la dynamique désirée. La deuxième établit la condition d'existence du mode de glissement (attractivité) et la dernière étape détermine la loi de commande qui aura pour rôle de garantir le maintien et le glissement le long des trajectoires du système sur cette surface.

III.4.1 DEFINITION

La technique de mode glissant consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement [13].

III.4.2 SYNTHÈSE DE COMMANDE PAR MODE GLISSANT

La synthèse de la commande par modes glissants se fait en trois étapes :

- ✓ Choix de la surface de glissement
- ✓ Etablir la condition de convergence
- ✓ Déterminer la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y demeurer.

III.4.2.1 CHOIX DE LA SURFACE DE GLISEMENT

Soit le système non linéaire SISO, affine en entrée, défini par

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad \text{III.23}$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}$ est la commande, et f et g sont des fonctions non linéaire

Supposition III. 1: la fonction $g(x)$ est supposée non nulle ($g(x) \neq 0$), on définit dans $\mathbb{R}$ la surface de glissement ou de commutation notée S défini par :

$$S = \{x \in \mathbb{R}^n : s(t, x) = 0\} \quad \text{III.24}$$

Avec s la fonction décrivant la surface de glissement

Remarque III. 2

On dit qu'il existe un régime glissant idéal sur S s'il existe un temps fini t_s tel que la solution de (III, 22) satisfasse $s(t, x) = 0$ pour $t \geq t_s$.

III.4.2.2 CONDITION D'EXISTENCE DE MODE GLISSANT (ATTRACTIVITE)

Les conditions de convergence permettent à la dynamique du système, dans le plan de phase, de converger vers la surface de glissement, nous citons deux conditions :

- **La condition directe de commutation :**

C'est la première condition de convergence, elle est sous la forme :

$$\dot{s}(x) \cdot s(x) < 0 \quad \text{III.25}$$

Dans cette condition, il faut introduire pour $s(x)$ et sa dérivée $\dot{s}(x)$, les valeurs justes à gauches et à droites de commutation. Elle est équivalente à exiger à $s(x)$ de changer de signe lorsqu'on passe d'un côté à l'autre de la droite. Ceci s'exprime par :

$$\text{sign } \dot{s}(x, V_{\max}) = -\text{sign } \dot{s}(x, V_{\min}) \quad \text{III.26}$$

La fonction de Lyapunov :

L'étude de l'existence du mode de glissement est basée sur la méthode de Lyapunov, afin de garantir l'attractivité de la surface $s(t, x) = 0$, ce qui peut être traduit mathématiquement par [23] : $s\dot{s} < 0$

Cette condition indique que les trajectoires des systèmes convergent asymptotiquement vers la surface de glissement $s(t, x) = 0$, puis restent dans un voisinage de cette surface comme le présente la figure III.3.

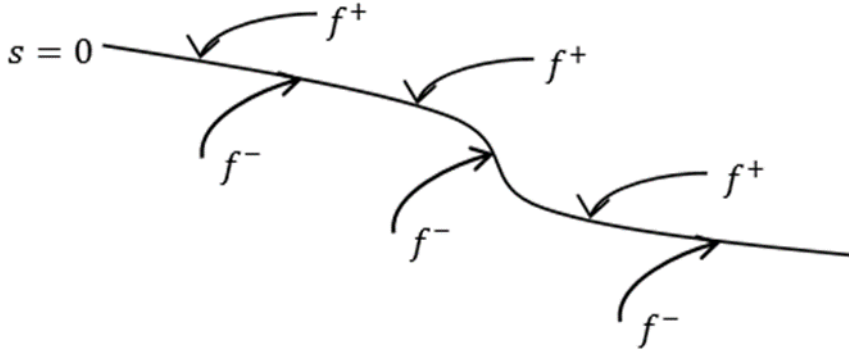


Figure (III.3) : Attractivité de la surface.

Remarque III. 3

Pour une convergence en temps fini, la condition (I.27) qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de η -attractivité et donnée dans [23].

$$s\dot{s} < -\eta|s| \quad \text{III.27}$$

III.4.3 PHENOMENE DE RETICENCE (CHATTERING)

En effet, le terme discontinu de la commande par mode glissant excite de fortes oscillations autour de la surface (voir la figure III.4), qui entraînent l'apparition de ce qu'on appelle "réticence" ou "broutement" connu en anglais sous le nom de "chattering".

Ce phénomène est indésirable en commande, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il ajoute au spectre de la commande des composantes hautes fréquences qu'on a pas tenu en compte lors de la modélisation. Ces dernières peuvent détériorer les performances du système et même conduire à son instabilité [23]. La réticence implique également

d'importantes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leur usure rapide, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique.

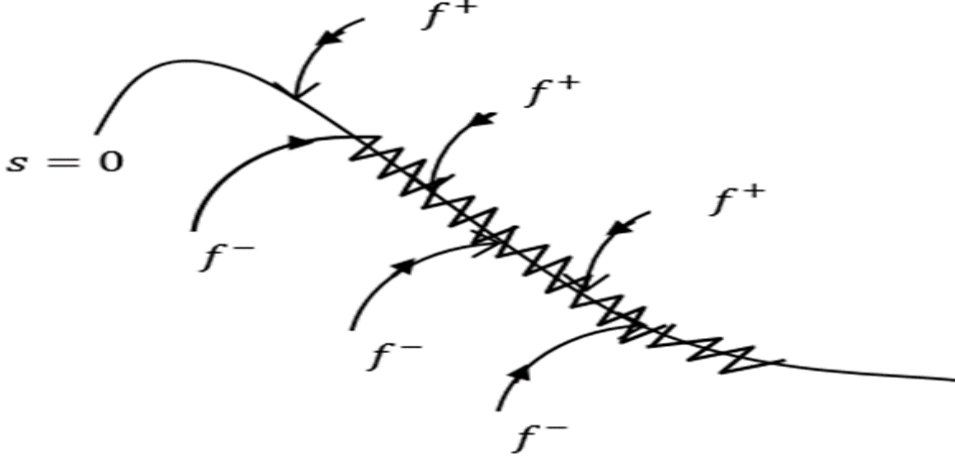


Figure (III.4) : Mode de glissement avec réticence

III.4.4 REGULATEUR PI FLOU

Le terme discontinu est remplacé par un régulateur PI flou comme suit

$$u_s = k * \text{sgn}(s) = K_p s + K_i(s)dt \quad s = \theta_h^T \xi(z) \quad \text{III.28}$$

Où $\theta_h = [K_p, K_i]^T$ est le vecteur des paramètres ajustables, $\xi(z)$ est le vecteur de fonction floue de base avec $z = [z_1, z_2]^T$, telle que $z_1 = s$ et $\dot{z}_2 = s$

III.5 PROBLEMATIQUE ET CONCEPTION DE LA COMMANDE INTELLIGENTE HYBRIDE PAR MODE GLISSANT

Dans cette section et avant l'application de la commande par mode glissant, nous étudions la commande hybride adaptative floue type-2 des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire incertains, c.-à-d., pour forcer la trajectoire de sortie qui est obtenue par l'algorithme proposé du système de réponse à suivre la trajectoire du système de référence [35].

On considère le système chaotique d'ordre fractionnaire comme suit

$$\begin{aligned} x^{(n\alpha)} &= f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u + d(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad \text{III.29}$$

Où $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [x, x^\alpha, x^{2\alpha}, \dots, x^{((n-1)\alpha)}]^T$ est le vecteur d'état de ce système,

$f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont des fonctions non linéaires et inconnues, $d(t)$ est la perturbation externe donnée bornée, $|d(t)| \leq D$, et $u(t)$ est l'entrée de commande.

III.5.1 CONCEPTION DE SYSTEME FLOU UTILISE

Dans la conception de notre contrôleur on va utiliser la logique floue type-2 par un régulateur de type Takagi-Sugeno.

Dans le cas d'un système flou type-2 intervalle la propriété d'approximation universelle reste valable, avec une phase supplémentaire celle de la réduction de type pour le calcul de l'estimée u_{f2} . Des fonctions d'appartenance primaires gaussiennes avec une moyenne incertaine et des singletons de type-2 sont utilisés pour déterminer les fonctions d'appartenance des prémisses et des conséquents, respectivement. La réduction de type est réalisée par la méthode des centres des ensembles. L'ensemble de sortie (ensemble type réduit) est donné par la relation similaire comme suit :

$$(C^1, \dots, C^M, E^1, \dots, E^M)Y = \int_{C^1} \dots \int_{C^M} \dots \int_{E^1} \dots \int_{E^M} \frac{1}{\frac{\sum_{j=1}^M \tilde{c}^j e^j}{\sum_{j=1}^M e^j}} = [C_L, C_R]$$

Pour calculer les sorties du système flou type-2 u_{f2} , on doit passer par l'étape de défuzzification qui détermine la sortie numérique correspondante aux ensembles type réduit. Puisque le système utilisé est de type intervalle, la défuzzification revient à calculer la moyenne de y_l et y_r comme

$$u_{f2} = \frac{y_r + y_l}{2}$$

y_l et y_r sont obtenus par (I.15) et (I.17) respectivement

III.5.2 L'OBJECTIF DE LA COMMANDE

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système $\mathbf{y}$ à suivre un signal de référence borné $\mathbf{y}_d$, sous la contrainte que tous les signaux impliqués doivent être bornés.

Pour commencer, le signal de référence $\mathbf{y}_d$ et le vecteur d'erreur $\mathbf{e}$ sont définis comme,

$$\mathbf{y}_d = [\mathbf{y}_d, \mathbf{y}_d^\alpha, \dots, \mathbf{y}_d^{(n-1)\alpha}]^T \in \mathbf{R}^n \quad \text{III.30}$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}_d - \mathbf{y} = [\mathbf{e}, \mathbf{e}^\alpha, \dots, \mathbf{e}^{(n-1)\alpha}]^T \in \mathbf{R}^n, \mathbf{e}^{(i\alpha)} = \mathbf{y}_d^{(i\alpha)} - \mathbf{y}^{(i\alpha)}$$

En général, dans l'espace d'état de l'erreur la surface de glissement est définie par

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = -(\mathbf{k}\mathbf{e}) = -(\mathbf{k}_1 \mathbf{e} + \mathbf{k}_2 \mathbf{e}^\alpha + \dots + \mathbf{k}_{n-1} \mathbf{e}^{(n-2)\alpha} + \mathbf{e}^{(n-1)\alpha}) \quad \text{III.31}$$

Où $\mathbf{k} = [\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_{n-1}, \mathbf{1}] \in \mathbf{R}^n$ où les k_i sont toutes des réelles et sont choisies de telle sorte que $\mathbf{h}(r) = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i r^{(i-1)}$, $\mathbf{k}_n = \mathbf{1}$ est un polynôme Hurwitz où r est l'opérateur de Laplace.

Le problème de poursuite sera considéré comme le vecteur d'état d'erreur $\mathbf{e}$ qui reste sur la surface de glissement $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t)$ pour tout $\mathbf{x} \geq 0$. Le processus de commande en mode glissant peut être classé en deux phases, la phase approchante avec $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) \neq \mathbf{0}$ et la phase de glissement avec $\mathbf{s}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{0}$ pour l'erreur initiale ($\mathbf{e}(0) = \mathbf{0}$). Afin de garantir que

III.32

la trajectoire du vecteur d'état d'erreur $\underline{e}$ se traduira à partir de la phase approchante de la phase de glissement, la condition suffisante

$$s(\underline{x}, t)\dot{s}(\underline{x}, t) \leq -\eta$$

où $\eta > 0$

Doit être satisfaite

Deux types de lois de commande doit être tirés séparément pour ces deux phases décrites ci-dessus. Dans la phase de glissement, elle implique $s(\underline{x}, t) = 0$ et $s^\alpha(\underline{x}, t) = 0$

Afin de forcer la dynamique du système à rester sur la surface de glissement, la commande équivalente $\bar{u}$ peut être calculée comme suit

Si $f(\underline{x}, t)$ et $g(\underline{x}, t)$ sont connues avec la perturbation externe nulle, c.à.d. $d(t) = 0$, en prenant la dérivée de la surface de glissement par rapport au temps, nous obtenons

$$\begin{aligned} s^\alpha &= -\left(\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{i\alpha} + e^{n\alpha}\right) = -\left(\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{i\alpha} + y_d^{n\alpha} - y^{n\alpha}\right) \\ &= -\left(\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{i\alpha} - f(\underline{x}, t) - g(\underline{x}, t)\bar{u}\right) - y_d^{n\alpha} \\ s^\alpha &= -\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{i\alpha} + f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)\bar{u} - y_d^{n\alpha} = 0 \end{aligned} \quad \text{III.33}$$

Par conséquent, la commande équivalente peut être obtenue comme

$$\bar{u} = \frac{1}{g(\underline{x}, t)} \left(\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{i\alpha} - f(\underline{x}, t) + y_d^{n\alpha} \right) \quad \text{III.34}$$

Au contraire, dans la phase approchante, $s(\underline{x}, t)$ un type s'approche de contrôle u_{sw} (en anglais, switching-type control) doit être ajouté afin de satisfaire à la condition suffisante (III, 30) et la commande par mode de glissement complète sera exprimée comme

$$u = \bar{u} - u_{sw}, \quad u_{sw} = \psi_h \text{sgn}(s) \quad \text{III.35}$$

Où $\psi_h \geq \eta > 0$

De plus, la commande PI^λ adaptatif fractionnaire avec $\lambda = \alpha$ a été utilisée pour éviter le problème de phénomène de chattering. L'entrée et la sortie du régulateur PI^λ est sous la forme suivante [35]

$$u_{pi} = h(s|\underline{\theta}_h) = \underline{\theta}_{h1} z_1 + \underline{\theta}_{h2} z_2 \quad \text{III.36}$$

Où $\mathbf{z}_1 = \mathbf{s}$ et $\mathbf{z}_2 = \mathbf{s}^\alpha$, $\underline{\theta}_{h_1}$ et $\underline{\theta}_{h_2}$ sont les gains de commande à concevoir. L'équation (III, 34) peut être réécrite comme

$$\mathbf{u}_{pi} = h(\mathbf{s} | \underline{\theta}_h) = \frac{\mathbf{h}_r + \mathbf{h}_l}{2} = \frac{1}{2}(\theta_{hr}\xi_{hr}^T + \theta_{hl}\xi_{hl}^T) = \underline{\theta}_h \xi^T(\mathbf{s}) \quad \text{III.37}$$

où $\xi^T(\mathbf{s}) = [\mathbf{s}, \mathbf{s}^\alpha] \in \mathbb{R}^2$ et $\underline{\theta}_h = [\underline{\theta}_{h_1}, \underline{\theta}_{h_2}]^T \in \mathbb{R}^2$ est un vecteur des paramètres réglables.

La loi de commande indirecte résultante, qui comprenne un système flou type-2 pour approximer les fonctions inconnues $\mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}})$, $\mathbf{g}(\underline{\mathbf{x}})$ et un régulateur PI^λ adaptatif fractionnaire qui permet d'atténuer le chattering et améliorer les performances, est le suivant

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{\frac{1}{2}(\theta_{gr}\xi_{gr}^T + \theta_{gl}\xi_{gl}^T)} \left(\sum_{i=1}^{n-1} k_i e^{i\alpha} + y_d^{n\alpha} - \frac{1}{2}(\theta_{fr}\xi_{fr}^T + \theta_{fl}\xi_{fl}^T) - \frac{1}{2}(\theta_{hr}\xi_{hr}^T + \theta_{hl}\xi_{hl}^T) \right) \quad \text{III.38}$$

Pour éviter le problème chattering on remplace la commande de commutation $\mathbf{u}_{ap}$ par l'action du contrôleur PI où l'état est à l'intérieur d'une couche limitée $\mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}}, t) < \emptyset$ l'action de commande est maintenu à la valeur saturée lorsque l'état est en dehors de la couche limite.

Par conséquent, $(h(\underline{\mathbf{s}} | \underline{\theta}_h)) = \mathbf{D} + \psi_h + \omega_{max}$ lorsque $\mathbf{s}(\underline{\mathbf{x}}, t)$ se situe en dehors de la couche limite c.-à-d. $|\mathbf{s}(\underline{\mathbf{x}}, t)| \geq \emptyset$ où $\emptyset$ est l'épaisseur de cette couche

Pour obtenir la commande de mode de glissement, les fonctions $\mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}}, t)$ et $\mathbf{g}(\underline{\mathbf{x}}, t)$ du système et le paramètre de commutation ψ_h doivent connues à l'avance.

Cependant, $\mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}}, t)$ et $\mathbf{g}(\underline{\mathbf{x}}, t)$ sont inconnues et la perturbation externe $\mathbf{d}(t)$, l'effort de la commande idéale (III, 32) ne peuvent pas être mise en œuvre (n'est pas réalisable). Nous remplaçons $\mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}}, t)$, $\mathbf{g}(\underline{\mathbf{x}}, t)$ et $\mathbf{u}_{sw}$ par les systèmes flous type-2 $\mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\theta}_f)$, $\mathbf{g}(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\theta}_g)$ et $h(\underline{\mathbf{s}} | \underline{\theta}_h)$ sous les formes spécifiés comme [36]

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\theta}_f) &= \frac{\mathbf{f}_r + \mathbf{f}_l}{2} = \frac{1}{2}(\theta_{fr}\xi_{fr}^T + \theta_{fl}\xi_{fl}^T) = \xi^T(\underline{\mathbf{x}}) \underline{\theta}_f \\ \mathbf{g}(\underline{\mathbf{x}} | \underline{\theta}_g) &= \frac{\mathbf{g}_r + \mathbf{g}_l}{2} = \frac{1}{2}(\theta_{gr}\xi_{gr}^T + \theta_{gl}\xi_{gl}^T) = \xi^T(\underline{\mathbf{x}}) \underline{\theta}_g \\ h(\underline{\mathbf{s}} | \underline{\theta}_h) &= \frac{\mathbf{h}_r + \mathbf{h}_l}{2} = \frac{1}{2}(\theta_{hr}\xi_{hr}^T + \theta_{hl}\xi_{hl}^T) = \xi^T(\mathbf{s}) \underline{\theta}_h \end{aligned} \quad \text{III.39}$$

Avec $\underline{\theta}_f = [\theta_{fr} \theta_{fl}]$, $\underline{\theta}_g = [\theta_{gr} \theta_{gl}]$, $\underline{\theta}_h = [\theta_{hr} \theta_{hl}]$

Ici, les fonctions floues type-2 de base $\xi^T(\underline{\mathbf{x}})$ et $\xi^T(\mathbf{s})$ dépendent des fonctions d'appartenance floues et est censé être fixées, tandis que $\underline{\theta}_f$ et $\underline{\theta}_g$ sont réglés par les lois d'adaptations qui sont basées sur le critère de stabilité de Lyapunov.

Par conséquent, selon la connaissance du système et la connaissance de la commande, une commande hybride adaptative floue type-2 peut être construite en incorporant à la fois la description floue et les règles de commande floue à l'aide d'un facteur de pondération pour combiner la commande adaptative floue indirecte et la commande adaptative floue directe. En se basant sur le compromis entre la connaissance du système et celle de la commande, le facteur de pondération $\alpha \in [0, 1]$ peut être ajusté. Par conséquent, la loi de commande hybride globale est exprimée comme [35], [36]

$$u_c = \alpha u_i + (1 - \alpha) u_d \quad \text{III.40}$$

Où le régulateur adaptatif indirect u_i est donné par (III, 38) et le régulateur adaptatif direct u_d donné comme suit :

$$u_d(\underline{x}) = u_D(\underline{x}|\underline{\theta}_D) - \frac{h(s|\underline{\theta}_h)}{g(\underline{x}, t)} \quad \text{III.41}$$

Où $u_D(\underline{x}|\underline{\theta}_D)$ est obtenue par un système flou spécifié comme

$$u_D(\underline{x}|\underline{\theta}_D) = \xi^T(\underline{x})\underline{\theta}_D \quad \text{III.42}$$

En utilisant (III, 41), (III, 42) l'équation de la surface de glissement (III, 33) peut être réécrite comme

$$\begin{aligned} s^\alpha = & \omega + a[f(\underline{x}|\theta_f^*) - f(\underline{x}, t)] + a[g(\underline{x}|\theta_g^*) - g(\underline{x}, t)]u_i - (1 - a)h(s|\theta_h^*) \\ & - ah(s|\theta_h) - (1 - a)g(\underline{x})[u_D(\underline{x}|\theta_D^*) - u_D(\underline{x}|\underline{\theta}_D)] \\ & + ah(s|\theta_h^*) - ah(s|\theta_h) + (1 - a)h(s|\theta_h^*) - (1 - a)h(s|\theta_h) \\ & + d(t) \end{aligned} \quad \text{III.43}$$

Où les erreurs d'approximation minimale sont définies comme

$$\begin{aligned} \omega = & a[f(\underline{x}, t) - f(\underline{x}|\theta_f^*)] + a[g(\underline{x}, t) - g(\underline{x}|\theta_g^*)]u_i \\ & + (1 - a)[u_D(\underline{x}|\theta_D^*) - u_D(\underline{x}|\underline{\theta}_D)] \end{aligned} \quad \text{III.44}$$

Si $\tilde{\theta}_f = \theta_f - \theta_f^*$, $\tilde{\theta}_g = \theta_g - \theta_g^*$, $\tilde{\theta}_h = \theta_h - \theta_h^*$ et $\tilde{\theta}_D = \theta_D - \theta_D^*$, nous avons

$$\begin{aligned} s^\alpha = & \omega - (1 - a)h(s|\theta_h^*) - a\tilde{\theta}_h^* \xi^T(s) - a\tilde{\theta}_f^* \xi^T(s) - a\tilde{\theta}_h^* \xi^T(s)u_i \\ & + (1 - a)g(\underline{x})\tilde{\theta}_D^* \xi^T(\underline{x}) - ah(s|\theta_h^*) - (1 - a)\tilde{\theta}_h^* \xi^T(s) + d(t) \end{aligned} \quad \text{III.45}$$

III.5.3 ANALYSE DE LA STABILITE

Théorème III.1

Considérons le système SISO chaotique non linéaire d'ordre fractionnaire (III, 29) avec une entrée de commande (III, 40), si les lois d'adaptation floues type-2 sont choisies comme

$$\theta_f^\alpha = r_1 s \xi(\underline{x}), \theta_g^\alpha = r_2 s \xi(\underline{x}) u_i, \theta_D^\alpha = -r_3 s g(\underline{x}) \xi(\underline{x}), \theta_h^\alpha = r_4 s \xi(\underline{x}) \quad \text{III.48}$$

Où $r_i > 0, i = 1, 2, 3, 4$ Ensuite, le schéma d'adaptation global garantit la stabilité globale du système en boucle fermée résultant dans le sens où tous les signaux impliqués sont uniformément bornées et l'erreur de poursuite convergera vers zéro asymptotiquement

Preuve - Afin d'analyser la stabilité en boucle fermée, la fonction de Lyapunov est choisie comme

$$V = \frac{1}{2} s^2 + \frac{a}{2r_1} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{a}{2r_2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g + \frac{a}{2r_4} \tilde{\theta}_h^T \tilde{\theta}_h + \frac{(1-a)}{2r_3} \tilde{\theta}_D^T \tilde{\theta}_D + \frac{(1-a)}{2r_4} \tilde{\theta}_h^T \tilde{\theta}_h \quad \text{III.49}$$

En prenant la dérivée (III, 49) par rapport au temps, nous obtenons

$$\begin{aligned} V^\alpha &= s s^\alpha + \frac{a}{r_1} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f^\alpha + \frac{a}{r_2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g^\alpha + \frac{a}{r_4} \tilde{\theta}_h^T \tilde{\theta}_h^\alpha + \frac{(1-a)}{r_3} \tilde{\theta}_D^T \tilde{\theta}_D^\alpha + \frac{(1-a)}{4} \tilde{\theta}_h^T \tilde{\theta}_h^\alpha \\ &= -(1-a)sh(s|\underline{\theta}_h^*) + s\omega - as\tilde{\theta}_h^T \xi(s) - as\tilde{\theta}_f^T \xi(s) - as\tilde{\theta}_g^T \xi(s)u_i \\ &\quad + (1-a)sg(x)\tilde{\theta}_D^T \xi(\underline{x}) - ash(s|\underline{\theta}_h^*) - (1-a)s\tilde{\theta}_h^T \xi(s) + sd(t) \\ &\quad + \frac{a}{r_1} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f^\alpha + \frac{a}{r_2} \tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g^\alpha + \frac{a}{r_4} \tilde{\theta}_h^T \tilde{\theta}_h^\alpha + \frac{(1-a)}{r_3} \tilde{\theta}_D^T \tilde{\theta}_D^\alpha + \frac{(1-a)}{r_4} \tilde{\theta}_h^T \tilde{\theta}_h^\alpha \\ &\leq \frac{a}{r_1} \tilde{\theta}_f^T (\tilde{\theta}_f^\alpha - r_1 s \xi(\underline{x})) \\ &\quad + \frac{a}{r_2} \tilde{\theta}_g^T (\tilde{\theta}_g^\alpha - r_1 s \xi(\underline{x})u_i) + \frac{a}{r_4} \tilde{\theta}_h^T (\tilde{\theta}_h^\alpha - r_4 s \xi(s)) \\ &\quad - as(D + \eta)sgn(s) + sd(t) + s\omega \frac{(1-a)}{r_3} \tilde{\theta}_D^T (\tilde{\theta}_D^\alpha r_3 sg(x)\xi(\underline{x})) \\ &\quad - (1-a)s(D + \psi_h)sgn(s) \end{aligned} \quad \text{III.50}$$

Avec le compensateur robuste u_{ap} et les lois d'adaptations floues sont données(III, 48), et après une simple manipulation, nous avons

$$V^\alpha = s\omega - s\psi_h \text{sgn}(s) = s\omega - |s|\psi_h \quad \text{III.51}$$

Par l'utilisation du corollaire du lemme de *Barbalat*, nous avons $\lim_{t \rightarrow \infty} |s(\underline{x}, t)| = 0$.

Alors $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$. La preuve est complète [29].

III.6 EXEMPLE DE SIMULATION

On considère deux systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire de gyro comme suit,

Le premier est un système de référence donné comme

$$\begin{cases} D^\alpha y_1 = y_2 \\ D^\alpha y_2 = -\frac{100}{4}y_1 + \frac{1}{12}y_1^3 - 0.5y_2 - 0.05y_2^3 + \sin(y_1) + 35.5 \sin(2t)y_1 - \frac{1}{6}x_1^3 + d(t) \end{cases}$$

Le second est le système réponse (de commande)

$$\begin{cases} D^\alpha y_1 = x_2 \\ D^\alpha y_2 = -\frac{100}{4}x_1 + \frac{1}{12}x_1^3 - 0.7x_2 - 0.08x_2^3 + \sin(x_1) + 33 \sin(2t)x_1 - \frac{1}{6}x_1^3 \\ \quad - 0.1 \sin(x_1) + d(t) + u(t) \end{cases}$$

Dans cette partie, on applique la stratégie de la commande hybride adaptative floue par mode glissant pour la commande et la synchronisation des deux différents systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire de gyro.

Où la perturbation externe donnée comme $d(t) = 0.1 \sin(t)$

Les conditions initiales sont choisies comme suit $\underline{y}(0) = [0.25 \ 0.25]^T$ et $\underline{x}(0) = [0.2 \ 0.2]^T$

respectivement. On considère dans ce cas l'ordre fractionnaire , Pour les autres constantes de conception sont fixées comme suit $r_1 = 200, r_2 = 40, r_3 = 100, r_3 = 10, \eta = 0.7$ le pas $h = 0.001$, et $\alpha = 0.98$.

- ❖ Le cas de la commande par mode glissant et l'existence de Chattering (broutement

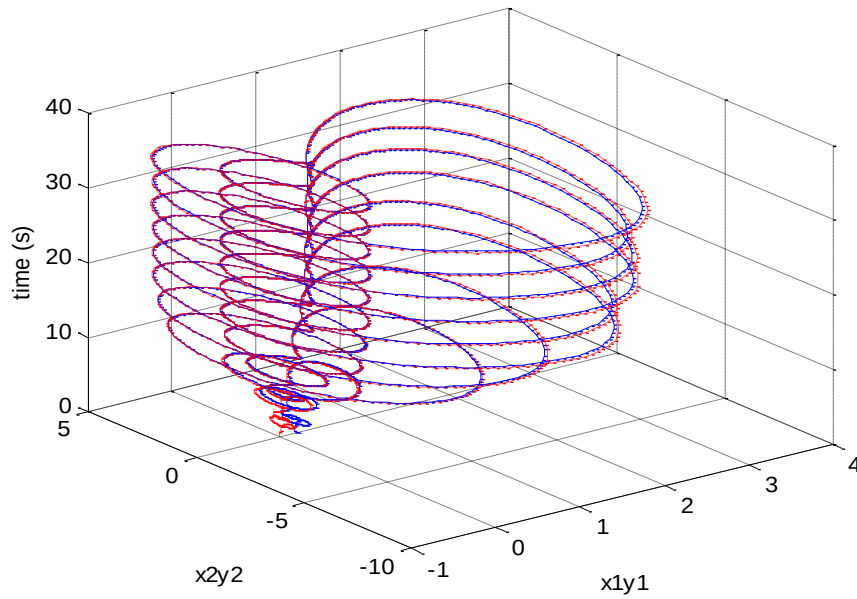


Figure (III.5) : Performance de synchronisation du signal de référence et de réponse

- ❖ Le cas d'élimination de chattering par l'utilisation de la commande indirecte u_i avec le régulateur PI-fractionnaire

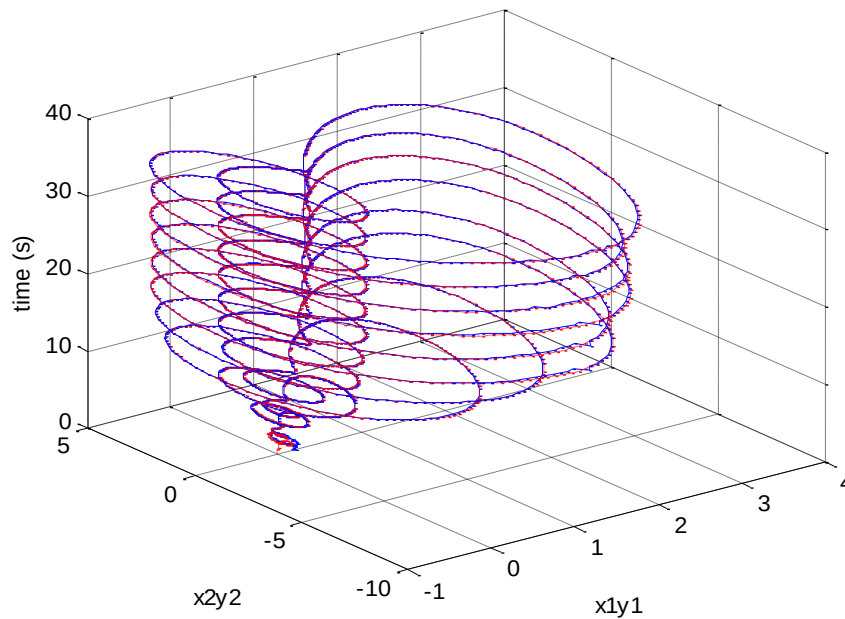
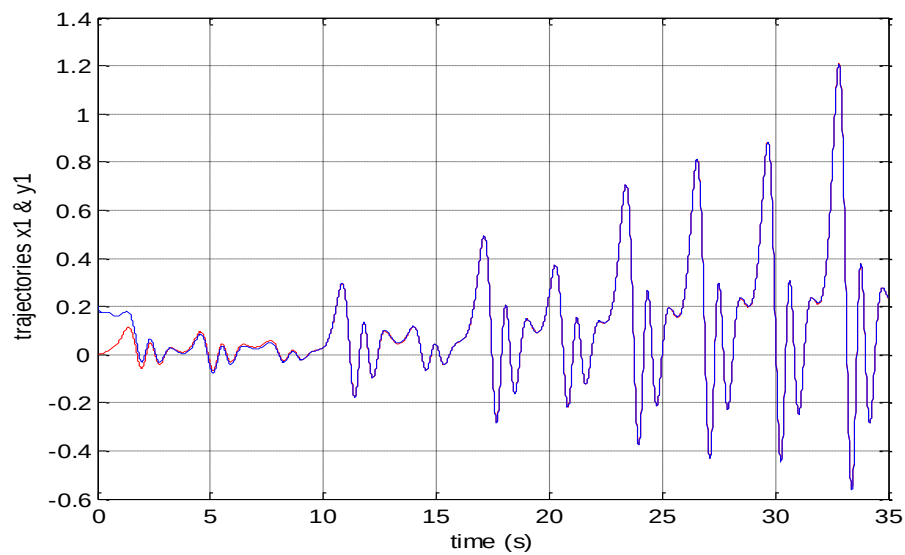
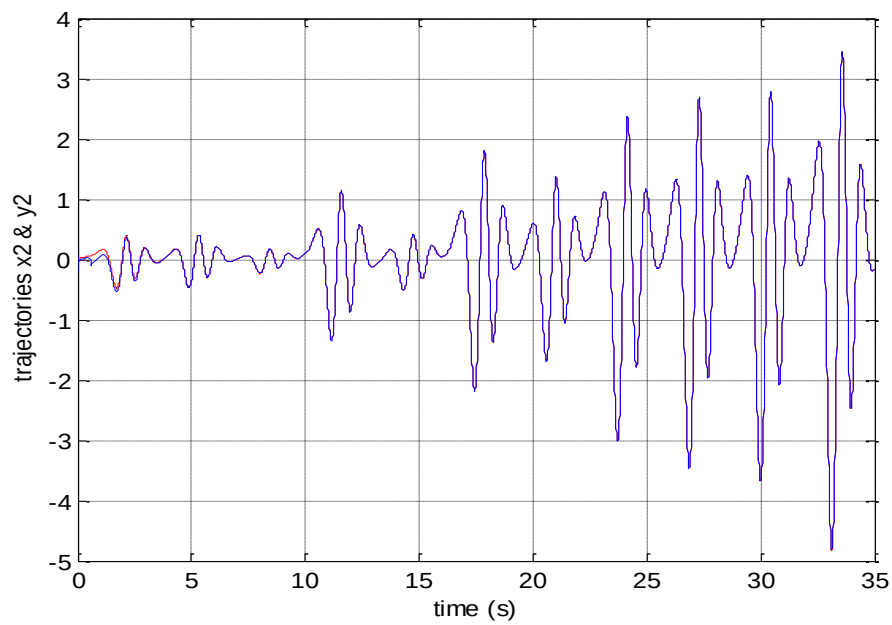


Figure (III.6) : Plan de phase de synchronisation des systèmes avec commande indirecte u_i

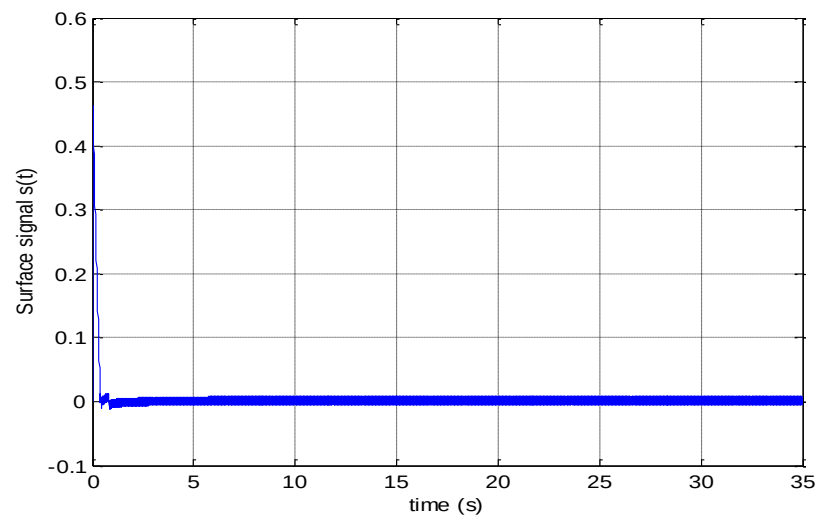


(a)

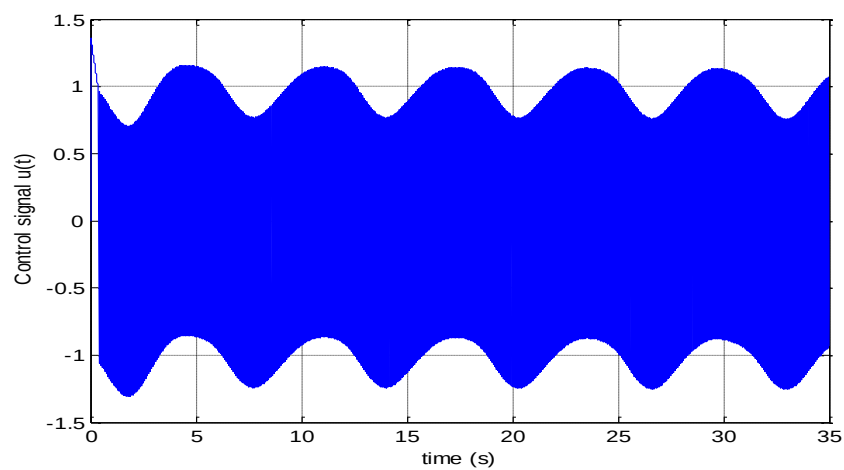


(b)

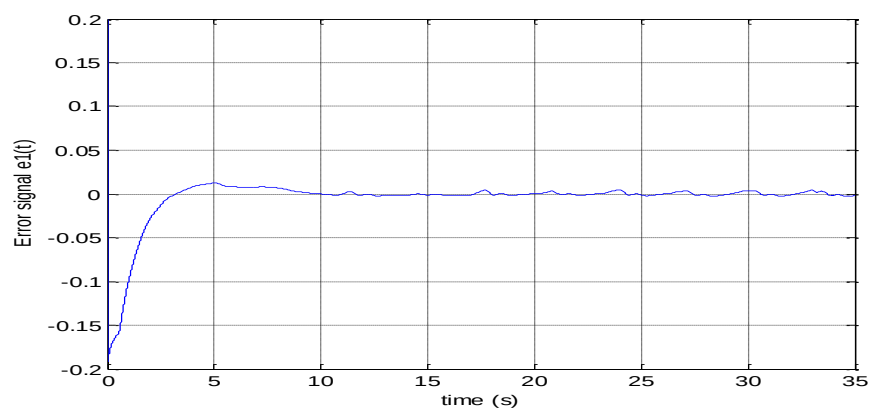
Figure (III.7) : Trajectoires de sortie et référence : **(a)**-l'état x_1 et y_1 ; **(b)**-l'état x_2 et y_2



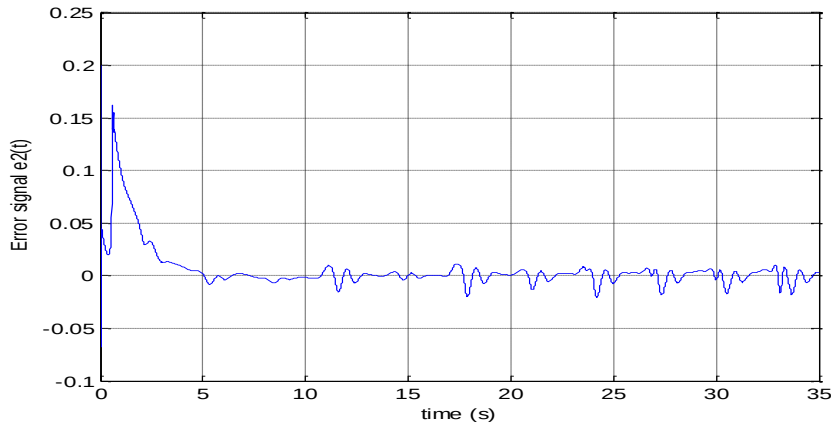
(a)



(b)

Figure (III.8) : Signal : (a)- de la surface $s(t)$; (b): de la commande u_i .

(a)



(b)

Figure (III.9) : Errors - (a): Error e_1 , (b): Error e_2

III.6.1 Commentaries des resultants

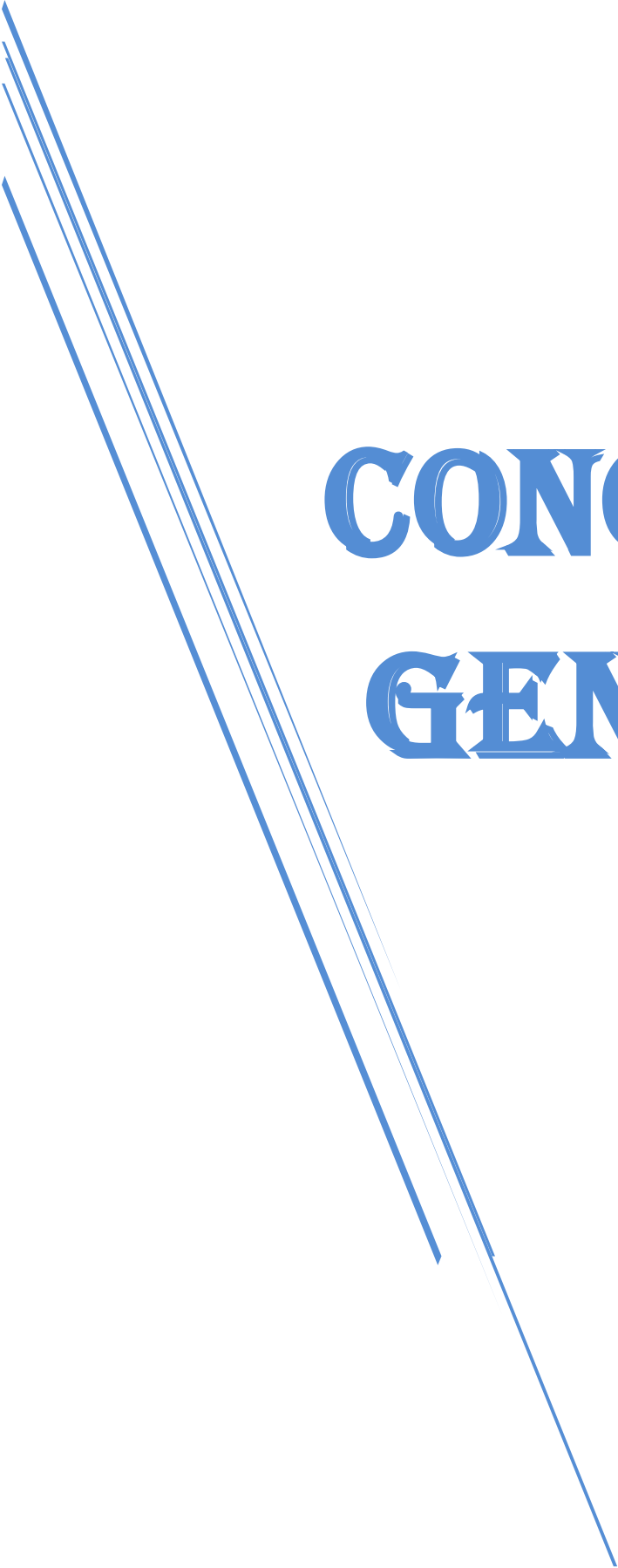
- ❖ La méthode proposée est efficace pour les systèmes chaotiques d'ordre fractionnaires
- ❖ On note que la poursuite de la trajectoire désirée soit assurée avec une précision bien définie (figures(III.5,III.6,III.7))
- ❖ Le phénomène de Chattering (FIG III.5) est éliminé par la commande proposée (FIG III.).

III.7 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons développé la structure de commande hybride intelligente adaptative floue par mode glissant basé sur l'approche de Lyapunov pour réaliser la performance de la poursuite des systèmes chaotiques d'ordre fractionnaire. Cette structure de commande est une combinaison de la commande floue type-2 dont les performances sont incontestables et la commande par mode glissant qui présente des propriétés de simplicité et d'invariance par rapport aux incertitudes et perturbations externes. Pour cette structure, l'utilisation d'un système flou de type-2 a permis d'améliorer les performances de poursuite, poursuivre une trajectoire désirée sont satisfaisants, mais avec le phénomène de chattering dans le signal de commande et le signal de surface, qui est un effet indésirable. Pour éliminer ce problème nous avons utilisé le régulateur PI^λ adaptatif fractionnaire pour éliminer ce broutement, L'approximation numérique des systèmes d'ordre fractionnaire est réalisée par la méthode Grünwald-Letnikov.

Le dispositif de la commande développée garantit la bornitude de tous les signaux dans la boucle fermée et la convergence de l'erreur de poursuite. Les résultats de simulation montrent les bonnes performances des trajectoires de poursuite de notre méthode proposée.

Un exemple de simulation de la synchronisation de chaos de système d'ordre fractionnaire de gyro est donné pour démontrer l'efficacité de la méthodologie proposée.



CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le développement d'un schéma de commande, doit assurer la stabilité et la robustesse, en présence de phénomènes perturbateurs de nature externe (influence de l'environnement), ou de nature interne (erreurs de modélisations ou approximations).

Les travaux présentés dans le cadre de cette mémoire concernent le développement de schémas de commande adaptative d'ordre entier et d'ordre non entier (fractionnaire) utilisant les systèmes flous pour les systèmes SISO non linéaires avec des non linéarités inconnues. Nous nous sommes intéressés particulièrement aux systèmes non linéaires dits chaotiques. Et le but principal de ce travail est de développer des lois de commande adaptatives floues type-2 par mode glissant stables et robustes pour réaliser la poursuite des systèmes non linéaires incertains et perturbés (systèmes chaotiques), avec l'élimination ou la diminution du phénomène de broutement.

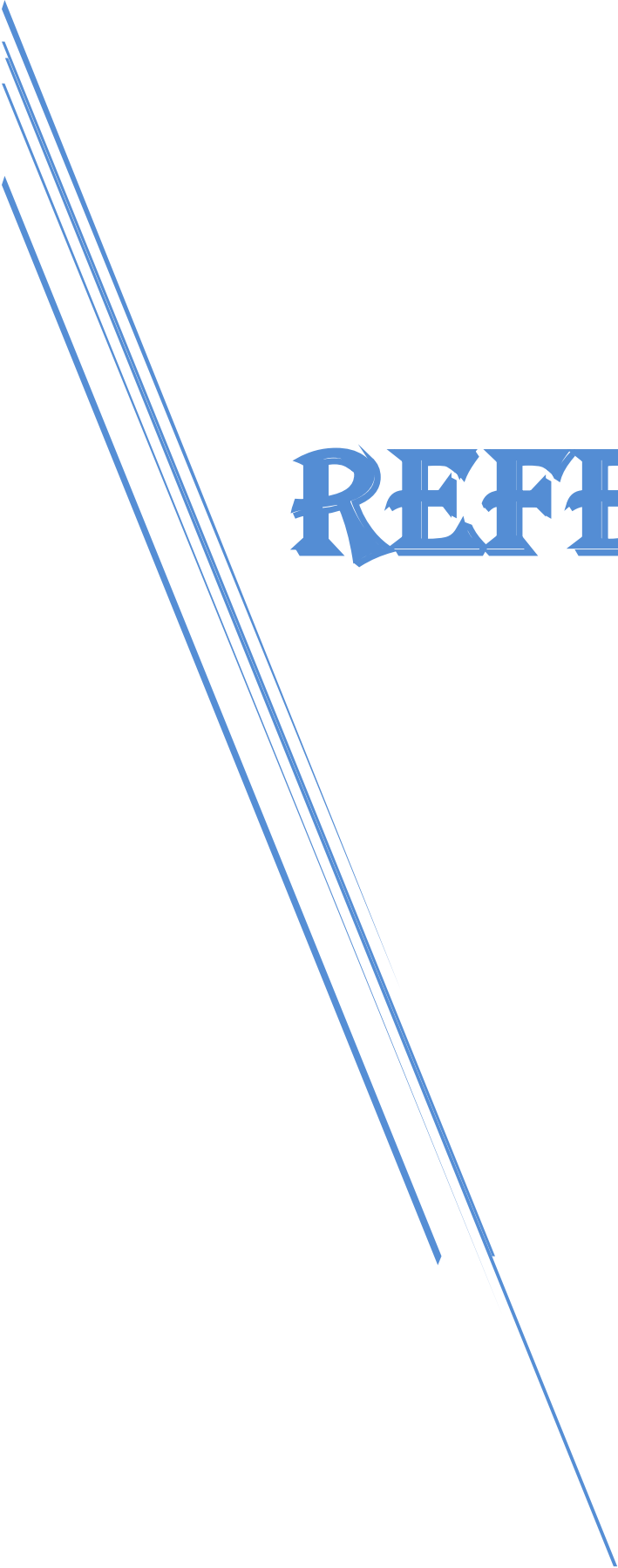
Pour atteindre cet objectif, nous avons commencé par présenter un rappel sur les principes de la logique floue type-1 et type-2 la Concepts de bases et Opérations sur les ensembles flous, l'architecture d'un système flou, nous avons explicité les différentes étapes de la conception du contrôleur flou, à savoir; la fuzzification, la base de connaissances, le moteur d'inférence et la défuzzification, ainsi que les deux types de régulateurs flous : de Takagi-Sugeno et de Mamdani. Après cela, nous avons présenté la structure de la commande adaptative avec ses deux type, direct et indirect, et construit une loi de commande adaptative indirecte par les systèmes flous type-2, La stabilité du système en boucle fermée est étudiée en utilisant l'approche de Lyapunov.. La mise en œuvre de cette commande est validée, sous l'environnement Matlab, par la simulation du fonctionnement d'un pendule inversé.

Ensuite, nous avons développé une approche adaptative floue type-2 par mode glissant pour la commande des systèmes non linéaires SISO d'ordre fractionnaire d'un système chaotique,

La contribution principale de ce travail est l'introduction d'un régulateur adaptatif d'ordre fractionnaire PI^λ pour éliminer le phénomène de chattering le contrôleur par mode glissant.

L'approche utilisée est basée sur la nouvelle généralisation de la méthode de Grünwald-Letnikov permettant de résoudre les équations d'ordre fractionnaire des systèmes chaotiques.

On a dans le cas du type-2, les ensembles de sortie sont des ensembles de type-2, donc nous devons utiliser des versions étendues des méthodes de déffuzification de type-1 appelées la réduction de type. Cette opération va transformer l'ensemble flou type-2 résultant en un ensemble flou type-1 appelé ensemble type réduit, la stabilité du système en boucle fermée est assurée en utilisant l'approche de Lyapunov. L'avantage de cette approche est sa simplicité de mise en œuvre car, aucune information sur le comportement dynamique du système n'est nécessaire pour l'implantation de la loi de commande, Les résultats de simulation, sous l'environnement Matlab, montrent de bonnes performances de poursuite en termes de rapidité de convergence, d'élimination du phénomène de broutement et de robustesse



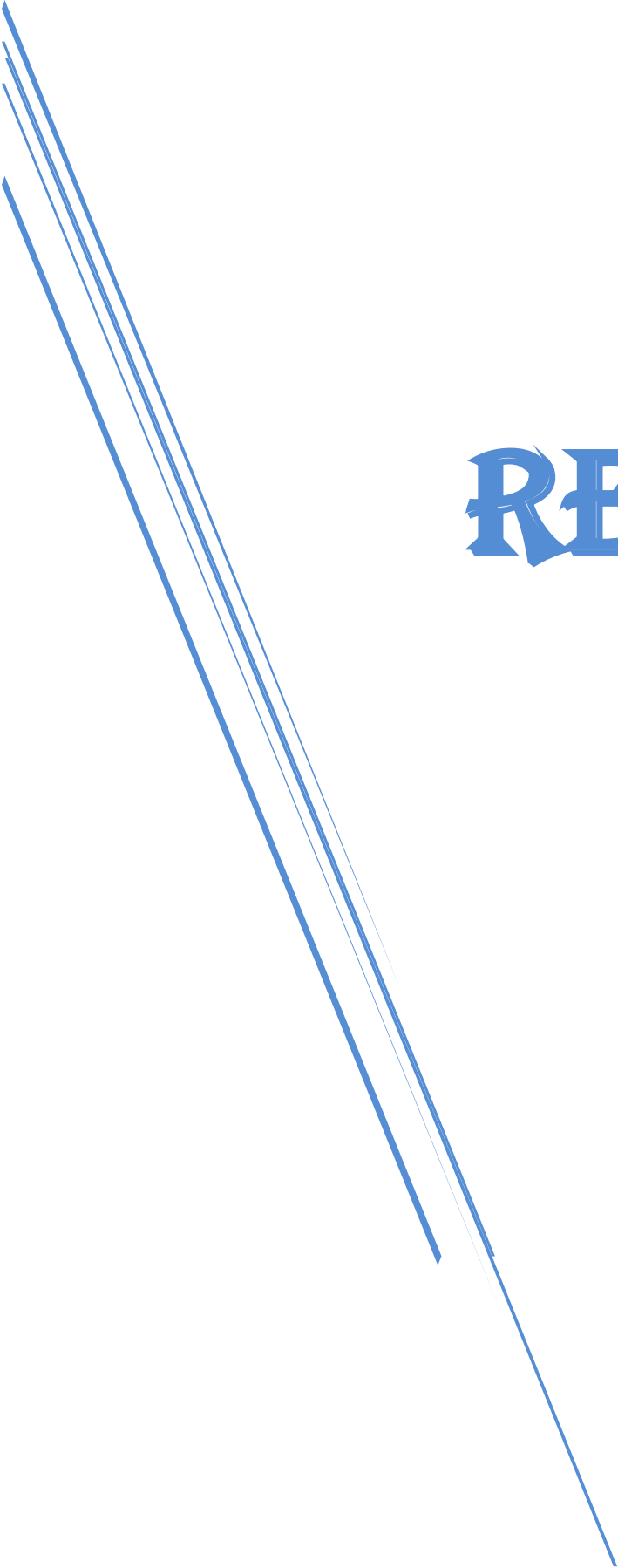
REFERENCES

REFERENCES

- [1] A. si Ammour « Contribution à la commande par mode glissant d'ordre fractionnaire », thèse de Doctorat, université de Tizi-Ouzou, Algérie, 2011
- [2] D. Aymen & K. Achref « Commande floue des machines électriques » Mémoire de Master, Université 8 Mai 1945 – Guelma, Algérie, 2018.
- [3] M. Charef « Commande d'ordre fractionnaire basée sur la “fractionalisation” des correcteurs classiques PID » Mémoire de Magister, Université de Constantine 1, 2014
- [4] Petráš. I, « A Note on the Fractional-Order Cellular Neural Networks » International Proceedings of the IEEE world congress on computational intelligence, international Joint conference on neural networks. 2006. p. 16– 21
- [5] L.X. Wang, «Fuzzy systems are universal approximators », IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp. 1163–1170, San Diego, 1992.
- [6] H. Abid, M. Chtourou, A. Toumi « Commande adaptative directe avec modèle de référence à base de modèle floue »La cinquième Conférence Internationale d'Electrotechnique et d'Automatique, 02-04 Mai 2008, Hammamet, Tunisie
- [7] E. nechadi « commande et stabilité d'un système electronergetique » thèse de doctorat Université de Sétif, Algérie,2013.
- [8] K. KHETTAB « Techniques avancées pour la synthèse et l'amélioration des performances des systèmes de commande adaptative d'ordre fractionnaire pour les processus incertains » Thèse de Doctorat, Université de Skikda, 2016.
- [9] S. Abd el moula & M. Abd el malek « Commande floue mode glissant application sur le système de grue 3D » Mémoire de Master, Université de Ouargla, Algérie,2016.
- [10] B. Hacene & Z. Khaled « Commande adaptative basée sur L'approximation floue pour une classe de systèmes non linéaires discrets » Mémoire de Master, Université de M'sila, Algérie,2016
- [11] T, Nesrine « Conception des Systèmes d'Inférence Floue par des Approches Hybrides Application pour la Commande et la Modélisation des Systèmes Non linéaires » Thèse de Doctorat, Université de Constantine 1, Algérie, 2014.
- [12] C, Djamel « commande d'un moteur asynchrone par logique floue » Mémoire de Master, Université de El-Oued, Algérie,2014
- [13] B. Siham & R. Meriem « Commande floue d'un moteur à courant continu à excitation séparée » Mémoire de Master, Université de Bejaia, Algérie,2012.

- [14] D, Salim « Logique floue et SMA Aide à la décision floue dans les systèmes multi-agents » Mémoire de Magister, Université de Constantine, Algérie, 2009
- [15] T. Moustafa & Z. Nouredine « modélisation et commande par la logique floue d'un moteur à courant continu sans balais » Mémoire de magister, Université de M'sila, Algérie, 2008
- [16] L.A. Zadeh, The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning, Information Sciences, Vol. 8, pp. 199-249, 1975.
- [17] L, Ibrahim « Commande par logique floue type-2 appliquée à la machine asynchrone », Mémoire de Master, Université de M'sila, 2016.
- [18] K. Chaffa « Structures d'Identification et de Commande des Systèmes Non Linéaires Basés sur les Techniques Floues » Thèse de Doctorat, Université de Batna, Algérie, 2006.
- [19] J.M. Mendel, Advances in Type-2 Fuzzy Sets and Systems, InformSci. 177:pp. 84–110, 2007.
- [20] H, Abdelhakim « Commande Adaptative Floue Type-2 d'un Bras Manipulateur », Mémoire de Magister, Université de Batna, Algérie, 2011.
- [21] L, Keltoum « Commande Robuste des Machines Asynchrones à Double Alimentation à Base des systèmes Flous Type Deux » Thèse de doctorat, Université de M'sila, 2017.
- [22] B, Abd Elhamid « Commande adaptative floue des système non linéaires » Mémoire de Magister, Université de Constantine 1, Algérie, 2014.
- [23] D.Sofiane « Contribution à la commande moderne des systèmes non linéaire multivariable non affine, Thèse de Doctorat, Université de Sétif, Algérie, 2013
- [24] Wang L.-X. “ Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Pendulum Tracking ”, IEEE Trans . on Systems ,Man and Cybernetics , Vol . 26,pp.677 691, 1996
- [25] K. Chaffa « Structures d'Identification et de Commande des Systèmes Non Linéaires Basés sur les Techniques Floues » Thèse de Doctorat, Université de Batna, Algérie, 2006.
- [26] Chi-H. W, Tsung-C. L, Tsu-T. L, Han-L. L, « Adaptive Hybrid Intelligent Control for Uncertain Nonlinear Dynamical Systems » IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, VOL. 32, NO. 5, OCTOBER 2002.
- [27] Tsung-C L, Chia-H K, « synchronization of uncertain fractional order chaotic systems: Adaptive fuzzy approach », ELSEVIER ISA Transactions 50 (2011) 548–556.

- [28] Slotine, J.J. and Li, W., “Applied Nonlinear Control”, Prentice-Hall. Inc., 1991.
- [29] B, Imadeddine « Commande Robuste Adaptative Floue des Systèmes d’Ordre Fractionnaire » Mémoire de Master, Université de M’sila, Algérie, 2013
- [30] R, Walid « Commande adaptative floue à base d’observateur des systèmes non linéaires incertains avec une direction de commande connue ou inconnue » Mémoire de Master, Université de M’sila, Algérie, 2011.
- [31] H, Rima « Commande adaptative floue par mode glissant des systèmes non linéaire d’ordre fractionnaire par la technique de Nussbaum » Mémoire de Master, université de M’sila, 2014
- [32] K, Ahmed Ridha « système chaotique pour la transmission de données » Mémoire de Magister, Université Mohamed Khider – Biskra, Algérie, 2013.
- [33] Ibrahima N’doye « Généralisation du lemme de Gronwall-Bellman pour la stabilisation des Systèmes fractionnaires », thèse de Doctorat, Ecole doctorale IAEM Lorraine, Maroc, 2011.
- [34] Petráš. I, « Fractional-Order Nonlinear Systems: Modeling, Analysis and Simulation Series: Nonlinear Physical Science », Springer, HEP. 2011.
- [35] Tsung-C. L, Chia-H. K, Valentina E. B, « Uncertain Fractional Order Chaotic Systems Tracking Design via Adaptive Hybrid Fuzzy Sliding Mode Control », Int. J. of Computers, Communications & Control, VI (2011), No. 3 (September), pp. 418-427
- [36] H.F. Ho, Y.K. Wong, A.B. Rad « Adaptive fuzzy sliding mode control with chattering elimination for non linear SISO systems », ELSEVIER Simulation Modelling Practice and Theory 17 (2009) 1199–1210



RESUME

RESUME

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la stabilisation et de la commande des systèmes non linéaires d'ordre entier et d'ordre non entier (fractionnaire).

L'objectif de ce travail porte sur l'utilisation des systèmes flous comme outils d'approximation des fonctions non linéaire, L'utilisation des systèmes flous est pour l'approximation des dynamiques inconnues des systèmes non linéaires, à travers ça nous avons développé une nouvelle structure de commande adaptative floue type-2 pour les systèmes d'ordre entier (Pendule Inversé), et aussi on présente des méthodes de commande hybride intelligente adaptative floue type-2 basées sur le mode glissant pour les systèmes non entier chaotiques d'ordre fractionnaire (système gyro) caractérisée par une précision dans le cas d'une poursuite et une réduction importante du phénomène de broutement, l'analyse de la stabilité des structures de commande proposées est effectuée par l'approche de Lyapunov, Les résultats de simulation obtenus sous l'environnement Matlab, ont montré l'efficacité et les performances des structures de commande développées.

Mots-clés :

Commande adaptative floue type-2, systèmes fractionnaires, systèmes chaotiques, Lyapunov, commande par mode glissant, système gyro

ملخص:

يندرج العمل المقدم في هذه الرسالة ضمن إطار التثبيت والتحكم في الأنظمة غير الخطية ذات الترتيب الكامل وغير النظام الكامل (الجزئي).

يتعلق الهدف من هذا العمل باستخدام الأنظمة الضبابية كأدوات لتقريب الوظائف غير الخطية ، واستخدام الأنظمة الضبابية هو لتقريب الديناميكيات غير المعروفة للأنظمة غير الخطية ، ومن خلال هذا قمنا بتطوير يتم تقديم هيكل تحكم غامض تكيفي جديد من النوع 2 لأنظمة ترتيب عدد صحيح (بندول مقلوب) ، وكذلك طرق تحكم هجينة تكيفية متكيفة تعتمد على الوضع المنزلق من النوع 2 للأنظمة الفوضوية غير الصحيحة للترتيب كسور (نظام جيروسكوبي) يتميز بالدقة في حالة التتبع وتقليل كبير لظاهرة التثيرة ، يتم إجراء تحليل ثبات هياكل التحكم المقترحة بواسطة نهج Lyapunov ، نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها تحت بيئة Matlab ، أظهرت كفاءة وأداء هياكل التحكم المطورة.

: Mots-clés

تحكم تكيفي غامض من النوع 2، أنظمة كسرية، أنظمة فوضوية، Lyapunov، التحكم في الوضع الانزلاقي، نظام الدوران