

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME

MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

OPTION: COMMANDE DES SYSTEMES ELECTRIQUES

THEME

Commande par mode glissant d'un appareil à vol et atterrissage vertical

Proposé et dirigé par :

Dr. ZEGHLACHE Samir

Présenté par :

Mr. TITRAOUI Radhwane

Année Universitaire : 2015/2016

N° d'ordre : CSE_215

REMERCIEMENT

*A l'issue de cette fin de travail nous adressons nos remerciements
premièrement à dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'il
nous a donnée durant toutes ces longues années d'études.*

*Nos remerciements s'adressent à notre promoteur Dr SAMIR
ZEGHLACHE pour avoir proposé et diriger ce modeste travail et pour son
continuel suivi tout le long de la correction de ce mémoire. il nous a présenté un
excellent exemple de la compétence scientifique, discipline et générosité.*

*Nous remercions également tous les membres de jury d'avoir accepter de
juger notre travail.*

*Nous tenons à remercier vivement toute personne qui nous a aidé de près ou de
loin à accomplir ce travail.*

Dédicace

Avant tous, je remercie dieu le tout puissant de m'avoir donné le courage et la patience pour réaliser ce travail malgré toutes les difficultés rencontrées.

Je dédie ce travail en signe de respect et de reconnaissance à

Ma très chère mère et mon père

Mes sœurs

Mes frères

A toute ma famille

A tous mes amis

TITRAOUI RADHWANE

RESUME

Dans ce travail, Nous présentons les configurations aérodynamiques les plus courantes capables de décoller verticalement ; un modèle dynamique non linéaire d'un hélicoptère type quadrotor à six degrés de liberté (6 DDL) est dérivé sur la base du formalisme de Newton-Euler. La dérivation comprend des équations déterminant le mouvement du quadrotor en trois dimensions et rapprochement des forces d'actionnement à travers la modélisation de la dynamique des coefficients aérodynamiques des moteurs électriques. Le modèle dérivé composé de sous-systèmes de translation et de rotation qui sont dynamiquement instable, est pour que deux stratégies de contrôle non linéaire est utilisés le control du quadrotor. la technique par mode de glissement et la technique du backstepping pour les deux sous-systèmes. Les performances des méthodes de contrôle non linéaire utilisés sont évaluées par des simulations où les résultats démontrent l'efficacité de la stratégie de contrôle proposée pour l'hélicoptère quadrotor.

Mots Clés :

Mode de glissement, Backstepping, Quadrotor, Sous-actionnés, Six degrés de liberté (6 DDL), Lyapunov.

TABLE DE MATIERES

TABLE DE MATIERES

LISTE DES SYMBOLES	I
LISTE DES FIGURES	IV
LISTE DES TABLEAUX	VI
INTRODUCTION GENERALE	(1)

CHAPITRE I : CONFIGURATIONS AERODYNAMIQUES

I.1 INTRODUCTION.....	(4)
I.2. LES PREMIERS QUADROTORS	(5)
I.3. LES TRAVAUX DE RECHERCHE RECENTS SUR LES QUADROTORS	(7)
I.3.1.Le projet Mesicopter (1999-2001)	(8)
I.3.2 Le projet STARMAC 2007	(8)
I.3.3Le projet OS4 (2003-2007)	(9)
I.4. LA COMMANDE DES QUADROTORS	(11)
I.5. INSTRUMENTATION ET CAPTEURS	(12)
I.6. NOTRE APPROCHE	(14)
I.7. APPLICATIONS CIVILES DES DRONES	(15)
I.8.APPLICATIONS MILITAIRES DES DRONES	(15)
a- Gros drones.....	(15)
b- Mini drones.....	(16)
c- Micro-drones.....	(16)
d- Drones stratosphériques.....	(17)
I .9. CONCLUSION	(17)

CHAPITRE II : MODELISATION DYNAMIQUE DU QUADROTOR

II.1 INTRODUCTION	(18)
II.2. MODELE DYNAMIQUE DU QUADROTOR	(18)
II.3. EFFETS PHYSIQUES AGISSANTS SUR LE QUADROTOR.....	(19)
II.3.1. Les forces	(19)
II.3.2. Les moments	(20)
II.3.3. Vitesse angulaire	(21)

II.3.4. Vitesses linéaires.....	(22)
II.4. ANGLES D'EULER.....	(22)
II.5. DEVELOPPEMENT DU MODELE MATHEMATIQUE SELON NEWTON-EULER	(24)
II.5.1. Equations de mouvement de translation	(25)
II.5.2. Equations de mouvement de rotation.....	(26)
II.6. LA REPRESENTATION D'ETAT DU SYSTEME	(27)
II.7. LA DYNAMIQUE DES ROTORS	(28)
II.8. LES VALEURS NUMERIQUES DES PARAMETRES DU QUADROTOR.....	(29)
II.9. REPRESENTATION GRAPHIQUE DE MOUVEMENTS (LACET, ROULIS ET TANGAGE)	(30)
II.10. CONCLUSION.....	(31)

CHAPITRE III : ASPECT THEORIQUE DE LOIS DE COMMANDE

III.1 INTRODUCTION.....	(33)
III.2. COMMANDE PAR MODE GLISSANT.....	(34)
III.2.1. Introduction	(34)
III. 2.2. Différentes structures du contrôle par mode de glissement	(34)
III.2.2.1. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande	(34)
III.2.2.2. Structure par commutation au niveau d'une contre réaction d'état	(35)
III.2.2.3. Structure de régulation avec ajout de la commande équivalente	(36)
III.2.3. Théorie de la Commande par Mode de Glissement	(36)
III.2.4. Conception de l'algorithme de commande par mode de glissement	(38)
III.2.4.1. Choix des surfaces de glissement	(38)
III.2.4.2. Conditions d'existence et de convergence du régime glissant	(39)
III. 2.4.2.1. Approche directe	(39)
III.2.4.2.2. Approche de Lyapunov	(39)
III. 2.4.3. Détermination de la loi de commande	(40)
III.2.5. Elimination du Phénomène du broutement (Chattering).....	(42)
III.2.6. Domaine d'application du réglage par mode glissant	(44)
III.2.7. Les avantages de la commande par mode glissant	(44)
III.3. LE BACKSTEPPING	(45)

III.3.1. Généralités sur la technique du Backstepping	(45)
III.3.2. Aspect théorique de la technique du Backstepping.....	(45)
III.3.3. Les avantages de la commande Backstepping.....	(48)
III.4. CONCLUSION	(48)

CHAPITRE IV : SYNTHESE DE LOIS DE COMMANDE

IV.1. INTRODUCTION	(49)
IV.1.COMMANDE PAR MODE GLISSANT	(49)
IV.1.1.Résultats de simulation	(54)
IV.2.COMMANDE PAR BACKSTEPPING	(60)
IV.2.1.Résultats de simulation	(68)
IV.3.CONCLUSION	(73)

CHAPITRE V: ETUDE COMPARATIVE

V.1. Introduction.....	(74)
V.2. Etude comparative.....	(74)
V.3. Conclusion	(77)

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

LISTE DES FIGURES

Figure I.3. Le Quadrotor de Bothezat 1922.....	(5)
Figure I. 2. Oemichen 1920.....	(6)
Figure I.3. Le Quadrotor de Bothezat 1922.....	(6)
Figure I.4. Convertawings Model A 1956.....	(7)
Figure I.5. Le Mesicopter.....	(8)
Figure I.6. Le Quadrotor STARMACII.....	(9)
Figure I.7. Le Quadrotor OS4.....	(10)
Figure I.8. L'unité de Mesure Inertielle, Le GPS et Le Capteur à Ultrason.....	(13)
Figure I.9. a) Accéléromètre b) gyroscope c) Capteur de Vision d) Capteur de distance infrarouge.....	(13)
Figure I.10. a). Le Draganflyer VTI de RCTOYS, b). La carte de commande embarquée, c). Une caméra embarquée sans fil.....	(14)
Figure I.11 Contrôle des Feux de forêts et Épandage engrais, Surveillance des lignes électriques.....	(15)
Figure I.12 Drones de surveillance, Global Hawk et Sperwer (Sagem).....	(15)
Figure I.13 Le Predator, drone multi missions, utilisé par l'US Air Force depuis 1995.....	(16)
Figure I.14 Drones portables, Evolution (BAI Aerosystem) et DO-MAV (EADS-Dornier).....	(16)
Figure I.15 Micro drones: (Aerovironment, 42g) et (UC Berkeley, 25mm).....	(16)
Figure I.16 violences urbaines, vision globale de la situation (Pompiers).....	(17)
Figure I.17 Drone solaire <i>Helios</i>	(17)
Fig.II.1 Représentation graphique de mouvement du quadrotor.....	(19)
Fig .II.2 Phénomène (blocage de cardan).....	(23)
Figure .III.1: Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande.....	(35)
Figure .III.2: Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état.....	(35)
Figure .III.3: Structure de régulation par ajout de la commande équivalente.....	(36)
Figure .III.4: Convergence du système glissant.....	(37)
Figure .III.5: Glissement idéal.....	(37)
Figure .III.6: Glissement réel.....	(37)
Figure .III.7: Linéarisation exacte de l'écart.....	(39)

Figure .III .8: La valeur continue U_{eq} prise par la commande lors de la commutation.....	(40)
Figure .III.9: Fonction sign (non linéarité tout ou rien)	(42)
Figure .III.10: Phénomène de broutement	(42)
Figure .III.11: Fonction SAT avec un seuil et deux seuils (zone morte).	(43)
Figure .III.12: Fonction de classe C1 ($\varepsilon > 0$ et petit)	(43)
Fig.III.13 Représentation graphique montre la procédure de Backstepping.....	(47)
Figure IV.1. Stabilisation d'attitude par Mode Glissant.....	(56)
Figure IV.2. Poursuite de trajectoire carré par Mode Glissant	(57)
Figure IV.3. Poursuite de trajectoire sinusoïdale par Mode Glissant	(59)
Figure IV.4. Stabilisation d'attitude par backstepping	(69)
Figure IV.5. Poursuite de trajectoire carré par backstepping.....	(71)
Figure IV.6. Poursuite de trajectoire sinusoïdale par backstepping	(73)
Fig.V.1 Commande et erreur de la commande par Mode glissant appliquée au quadrotor. .	(75)
Fig.V.2 Commande et erreur de la commande par Backstepping appliquée au quadrotor....	(76)

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1. Quelques projets sur les Quadrotors.....	(11)
Tableaux II.1. paramètres mécanique et électrique du modèle du quadrotor.	(29)
Tableau II.2. Représentation graphique des mouvements de quadrotor.	(30)
Tableau.V-1. Étude comparative entre les deux commandes pour le quadrotor	(74)

LISTE DE SYMBOLES

R_b	Un repère fixe lié à la terre
R_m	Un repère mobile
P	Le poids
m	La masse de système du quadrotor
g	La gravité
F_i	Les forces de poussée
b	Le coefficient de portance
ω_i	Vitesses de rotors
T_h	La traînée dans les hélices
d	Le coefficient de drag
F_t	La traînée selon les axes (x, y, z)
K_{ft}	Le coefficient de traînée de translation
V	La vitesse linéaire
M_x	Moment due aux forces de poussée de la rotation autour de l'axe x
l	La longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrotor
M_y	Moment due aux forces de poussée de la rotation autour de l'axe y
M_z	Moments dus aux forces de traînée de la rotation autour de l'axe z
M_a	Moment résultant des frottements aérodynamiques
K_{fa}	Le coefficient des frottements aérodynamiques
Ω	La vitesse angulaire
M_{gh}	Moments dus aux Effet gyroscopique
J_r	L'inertie des rotors
J	L'inertie du système quadrotor.
v_x^b, v_y^b, v_z^b	Les vitesses linéaires dans le repère fixe
v_x^m, v_y^m, v_z^m	Les vitesses linéaires dans le repère mobile
ζ	La position du centre de masse du quadrotor
$S(\Omega)$	La matrice antisymétrique
F_f	La force totale générée par les quatre rotors

F_t	La force de traînée totale selon les axes (x, y, z)
$K_{ftx}, K_{fity}, K_{ftz}$	Les coefficients de traînée de translation
F_g	Force de gravité
M_f	Moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.
$K_{fax}, K_{fay}, K_{faz}$	Les coefficients des frottements aérodynamiques.
φ	L'angle de roulis
θ	L'angle de tangage
ψ	L'angle de Lacet

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

Avions sans pilote ou bien robots téléguidés de vol sont des définitions d'un pilote aériens véhiculé (UAV), a été un sujet important au cours des dernières années en raison d'une large zone de possible applications, telles que la surveillance, de sauvetage, espionnage et divertissement. Le seul avantage important, il peut embarquer automatiquement sans humain au cours des missions complexes ou risquées.

De point de vue théorique, les quadrotors sont assez difficiles car dans la plupart des cas, ils sont des systèmes non linéaires, multivariées, fortement couplés et sous-actionnés [1], ce qui signifie que ces systèmes présentant de plus degrés de liberté que les entrées de commande (six degrés de liberté (6 DDL) avec 4 des actionneurs)

Le quadrotor est composé de quatre rotors, chaque'un utilise une hélice à pas fixe qui est montée directement sur les rotors. Dans la conception de quadrotor, seulement les hélices qui sont en mouvement.

Les combinaisons possibles entre les sorties contrôlées peuvent être les mouvements des translations, l'angle de Lacet, l'angle de Roulis et l'angle de tangage.

Le mouvement de vol d'un quadrotor est le contrôle pour faire varier la vitesse de chaque hélice, de sorte que la stabilisation en attitude peut être obtenue en contrôlant exactement la vitesse de chaque moteur [2].

Pour bien décortiquer les étapes de notre travail, le mémoire est composé de cinq chapitres présentés ci-après.

Le premier chapitre constitue une véritable mine d'informations concernant les éléments indispensables à la conception d'un véhicule aérien autonome. Ainsi, les principales architectures mécaniques des drones, les différentes technologies de capteurs permettant de les localiser ainsi les applications possibles des drones.

INTRODUCTION GENERALE

Le second chapitre présent le modèle dynamique complet d'hélicoptère type quadrotor est construit à partir des relations de la mécanique et de l'aérodynamique. Ce modèle est ensuite transformé en une représentation plus simple.

Le troisième chapitre présente l'aspect théorique de deux techniques de commande pour le control du quadrotor. Sachant qu'il est un système complexe non linéaire.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons des résultats de simulation pour les deux commandes.

Le cinquième chapitre est consacré à l'étude comparative entre les deux lois de commandes proposées dans ce document.

Enfin une conclusion générale sera proposée avec des perspectives envisagés.

CHAPITRE I
CONFIGURATIONS
AERODYNAMIQUES

CHAPITRE I

CONFIGURATIONS AERODYNAMIQUES

I.1 INTRODUCTION

Un UAV (Unmanned Aerial Vehicle) est un aéronef inhabité qui utilise les forces aérodynamiques pour produire un vol vertical. Il peut être piloté à distance, autonome ou semi autonome [1]. Il est susceptible d'emporter différentes charges utiles, le rendant capable d'effectuer des tâches spécifiques, pendant une durée de vol qui peut varier en fonction de ses capacités. Son utilisation a d'abord été connue dans les applications militaires, comme la surveillance et la reconnaissance et comme plateforme de désignation de cible ou comme arme. Puis, plusieurs applications civiles sont devenues concurrentes, notamment dans l'observation des phénomènes naturels (Avalanches, volcans...), la pulvérisation des pesticides sur les surfaces agricoles, la surveillance de l'environnement (exemple : mesures de la pollution) et des réseaux routiers, la maintenance des infrastructures...etc.

Aujourd'hui, plusieurs modèles d'UAVs sont disponibles suivant leurs domaines d'application et la mission accordée. Parmi ces modèles, il y a les UAVs à ailes fixes, les UAVs à ailes battantes et les aéronefs à décollage et atterrissage vertical (à voilures tournantes) 'VTOL : Vertical Take Off and Landing ', sur lesquelles nous focalisons notre intérêt [3] [4].

Les UAVs à décollage et atterrissage vertical ont plusieurs avantages par rapport aux aéronefs à ailes fixes. Ils sont capables d'effectuer un vol stationnaire à basse vitesse et à faible altitude, ce qui est très utile dans les applications de surveillance et de poursuite et permet de fournir des informations détaillées sur les secteurs surveillés [1] [2] [29].

De même, la possibilité du décollage et l'atterrissage vertical de ces UAVs permet leur utilisation dans n'importe quel terrain, à l'opposition des aéronefs à ailes fixes, qui nécessitent des pistes préparées pour leur décollage et leur atterrissage. En plus, ils peuvent effectuer des mouvements dans n'importe quelle direction dans leur plan latéral [32].

Il existe plusieurs configurations de ces aéronefs (VTOL) Vertical Take-Off and Landing, parmi lesquels on peut citer les hélicoptères standards bien connus, les hélicoptères Coaxiaux, les Birotors, les Tri rotors et les quadrotors. Notre étude se base particulièrement sur le quadrotor. Ce chapitre explique le choix du quadrotor, décrit son architecture et sa dynamique de vol [11] [3].

I. 2. LES PREMIERS QUADROTORS

La conception des quadrotors a évolué dans deux grandes générations. La première génération était conçue pour transporter un ou plusieurs passagers [7] [29]. Ces véhicules étaient parmi les premiers véhicules aériens à décollage et atterrissage vertical réussis. Caractérisés par leur grande taille et a souffert de mauvaises performances (encombrement, qualité des moteurs, matériau de conception,..).

Le premier quadrotor était le Gyroplane n°1 « Breguet-Richet », conçu par les frères scientifiques français Louis et Jaque Breguet en collaboration avec le professeur Charles Richet en 1907 (figure.I.1) [5] [7] .

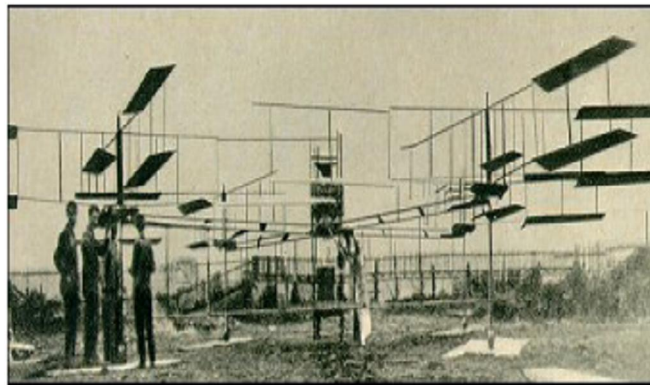


Figure I.1. Bréguet Richet Gyroplane 1907

Le décollage du "Gyroplane n° 1" a eu lieu le 24 août 1907 [7], [5], [6]. Le "Gyroplane" de 578kg réussit tout de même à décoller de 60 centimètres au-dessus du sol, son vol fut cependant si instable que quatre hommes furent nécessaires pour le tenir. Néanmoins, l'académie française des sciences accepta de valoriser cet essai comme le premier décollage motorisé à la verticale d'un homme [7], [5].

Le "Gyroplane n° 1" était équipé d'un moteur Antoinette de 45 CV, entraînant quatre rotors de diamètre 8mètres montés par paires, entraînés en alternance. Chaque rotor était constitué de quatre ailes bi-planes. Le pilote fut placé au milieu de cette construction, en-dessous du moteur [7].

Un an plus tard, un autre quadrotor « Gyroplane n°2 » a été construit. Le Gyroplane n°2 est équipé d'un moteur Renault, plus puissant, qui atteignit 55 CV. Malheureusement, l'aérodyne fut détruit lors d'un atterrissage un peu brusque. Le quadrotor fut réparé mais, la suite des essais des frères Breguet ne déboucha sur aucun résultat significatif [8].

En 1920, Etienne Oemichen a commencé ses expériences dans la conception des aéronefs à voilures tournantes. Six modèles ont été conçus par ce jeune ingénieur de la compagnie Peugeot. Parmi lesquels nous constatons un grand quadrotor de 800kg construit en 1922, avec quatre rotors de diamètre (2 x 7.60 mètres + 2 x 6.40 mètres) et huit hélices tournées par un seul moteur Gnome Rhône de 135kw (Figure I.2), [5]. Ce quadrotor a montré un degré considérable de stabilité et de contrôlabilité. En 1924, Oemichen a fait un premier vol réussi de 360 mètres et plus de mille tests de vol ont été effectués au cours des années 20.

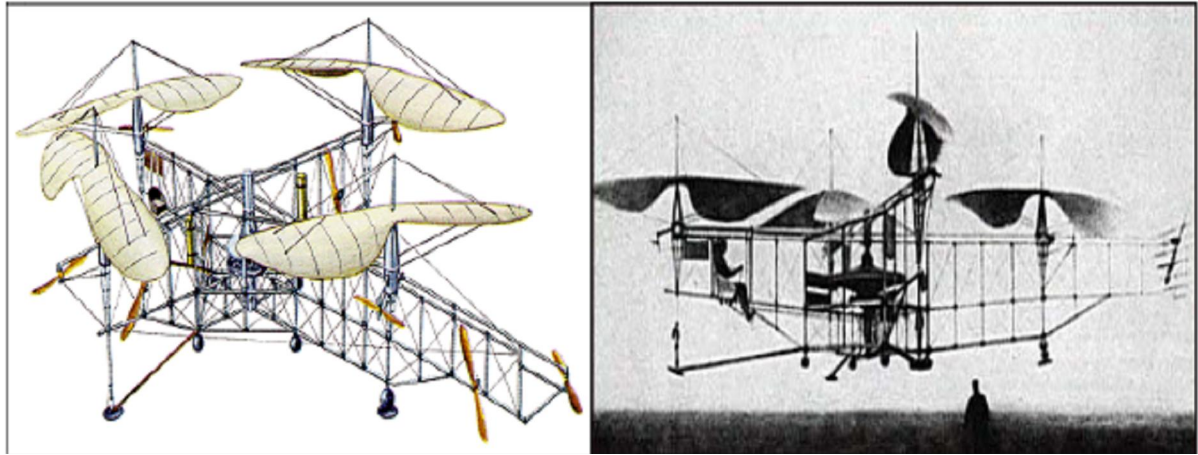


Figure I. 2. Oemichen 1920

Une autre plateforme à vol vertical été construit pour le service aérien de l'armée américaine à Dayton, Ohio en 1921 par les ingénieurs George de Bothezat et Ivan Jerome [9]. C'était une structure en croix de 1678Kg portant six hélices de diamètre 8.1 mètres sur chaque axe de longueur 9m.

Plus de 100 essais de vols ont été exécutés sur ce grand quadrotor, mais la commande en vol était très difficile et le prototype n'a pas répondu aux exigences d'exécution de l'armée américaine.

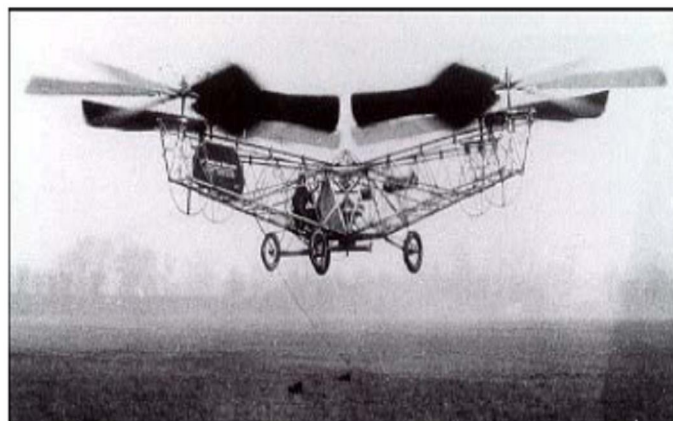


Figure I.3. Le Quadrotor de Bothezat 1922

Dans les années 50, Amityville (New York), Convertawings a construit un quadrotor disposant de rotors de diamètre 5.92 mètres et des ailes pour générer une portance vers l'avant. Deux moteurs « Continental » de 90CV ont été utilisés et le véhicule a été commandé en changeant la poussée fournie par chaque rotor. Le quadrotor de Convertawings a été piloté avec succès, mais la production a été arrêtée en raison d'un manque d'intérêt commercial pour cet avion, [5].

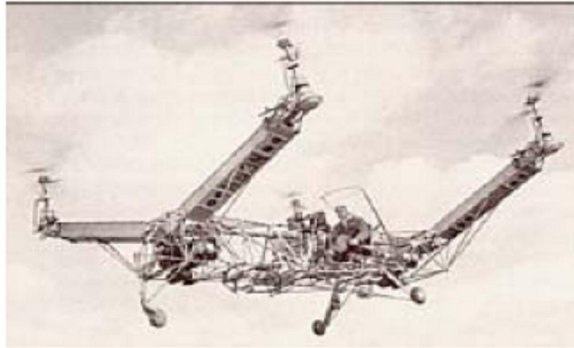


Figure I.4. Convertawings Model A 1956

La configuration de quadrotor n'a pas obtenu beaucoup d'attention jusqu'au début des années 80. Depuis, plusieurs chercheurs ont commencé à s'intéresser à la configuration 'Quadrotor' dans des applications mini drones à cause de sa simplicité, sa capacité à supporter une charge utile accrue et son coût réduit.

I .3. LES TRAVAUX DE RECHERCHE RECENTS SUR LES QUADROTORS

Au fil du temps et grâce à l'avancement des techniques de production et l'innovation connu dans la technologie des capteurs et des calculateurs numériques, qui tend particulièrement vers la miniaturisation et la haute précision, une nouvelle génération de quadrotors a vu le jour. Cette nouvelle génération englobe des prototypes conçus pour être des véhicules aériens sans pilote (Unmanned Aerial Vehicle, UAV), appelés également Drones. Ces drones sont équipés d'une électronique de commande et des capteurs pour assurer leur autonomie et leur stabilité. Par conséquent, le problème de la commande de cette nouvelle génération d'UAV a connu un énorme progrès et de nouveaux axes de recherches ont été créés pour résoudre cette problématique.

Le nombre de projets portants sur le problème de la conception et la commande des quadrotors ne cesse d'augmenter. Ils existent des projets qui portent sur les problèmes de la modélisation et la commande en se basant sur des plateformes commerciales comme le

Draganflyer, HMX4, UFO4, ...etc. L'objectif est de doter ces quadrotors avec plus de capteurs et d'intelligence pour réaliser un certain degré d'autonomie. Tandis que d'autres projets ont abordé le problème de conception et à ce niveau réside un grand compromis entre la conception et la commande [8].

I.3. 1. Le projet Mesicopter (1999-2001)

Le Mesicopter, appelé également « Meso-Scale » est un nano quadrotor électrique de 1.5 centimètre d'envergure, (Figure I.5). Ce quadrotor est capable de voler en portant sa propre alimentation fournie par des batteries miniatures et porte des capteurs dédiés à la recherche atmosphérique ou l'exploration planétaire.

Ce travail est une collaboration d'une équipe de chercheurs du département d'Aéronautique et d'Astronautique et le département de mécanique à l'université de Stanford aux USA, avec l'appui des associés industriels Intel et SRI qui est un leader dans la fabrication de batteries et de capteur miniatures de la haute technologie ainsi que la NASA, le but était de concevoir un quadrotor électrique de 40g et 1.5 centimètre d'envergure capable de voler soit en portant sa propre alimentation ou avec une alimentation externe. Ce dispositif miniature fait partie d'une classe très évoluée de robots volants très utiles dans les mesures atmosphériques [29].

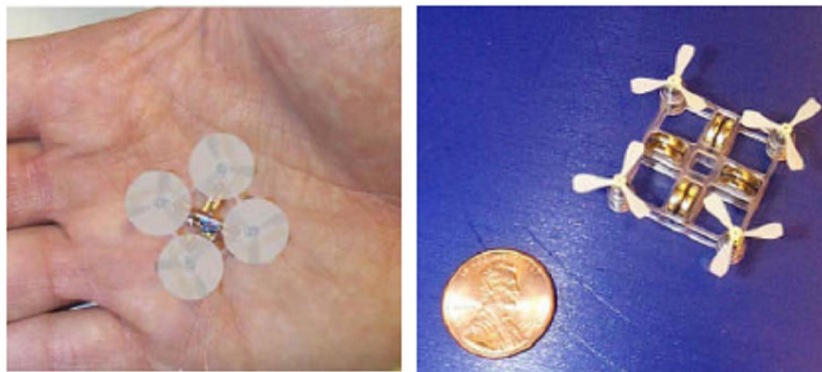


Figure I.5. Le Mesicopter

I. 3.2. Le projet STARMAC 2007

STARMAC (Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent Control), un autre projet très intéressant qui étudie la commande multi – agents à l'université de Stanford d'Aéronautique et d'Astronautique, USA, [10].

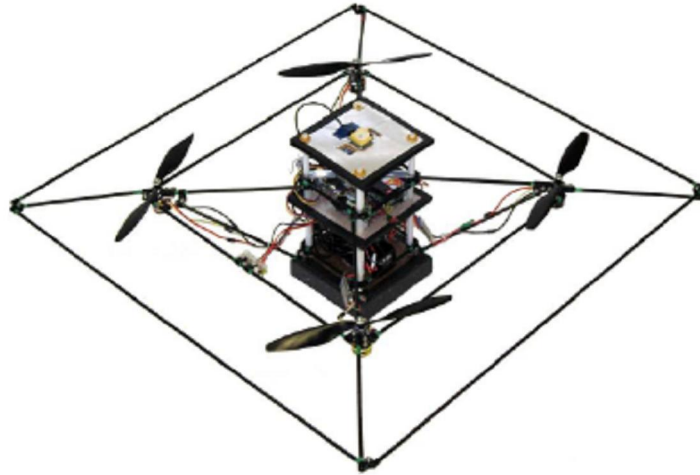


Figure I.6. Le Quadrotor STARMACII

Les quadrotors conçus pour ce projet (figure I.6) sont des plateformes autonomes dédiés pour des applications « Outdoor » idéales pour valider de nouveaux algorithmes de coordination multi- véhicules et répondent aux exigences suivantes :

1. Une manœuvre simple et sûre, quelque soit le milieu (interne ou externe) ;
2. Une commande de position et de suivi de trajectoire en une pleine autonomie ;
3. L'utilisation de plusieurs capteurs pour la perception de l'environnement ;
4. La communication avec d'autres plateformes et avec une station au sol ;
5. L'implémentation temps réel des algorithmes de coordination multi-véhicules, sur des calculateurs embarqués.

Ces quadrotors sont dotés de moteurs Brushless Axi 2208 pour la propulsion, et ils sont capables de suivre une trajectoire prescrite en utilisant des GPS, des Unités de Mesures Inertielle et des Ultrasons pour l'altitude [11] [7].

La commande et tout calcul sont partagés en deux niveaux : une commande bas niveau qui exécute la boucle d'asservissement en temps réel et produit les signaux de commande PWM. Cela se fait sur une carte microcontrôleurs de Robostix, basée sur le processeur Atmega128. La planification, l'estimation et la commande de haut niveau sont effectuées sur un ordinateur embarqué Crossbow Stargate 1.0.

I.3.3. Le projet OS4 (2003-2007)

Au Laboratoire des Systèmes Autonomes (ASL) de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, EPFL, Suisse, de nombreux projets ont étudié des Hélicoptères existants dans le commerce. Un modèle propre à l'EPFL a été développé. : L'Omnidirectional Stationary Flying Outstretched Robot (OS4). Le développement de OS4 a eu pour but la réalisation d'un

quadrotor avec une pleine autonomie et capable de voler dans un environnement encombrés. Dans ce projet, l'équipe a travaillé simultanément sur les aspects de la conception et de la commande. Ceci a permet de simplifier la commande par changement de conception et viceversa [12] [7].



FigureI.7. Le Quadrotor OS4

Le quadrotor OS4 inclut tous les dispositifs nécessaires de l'avionique et d'énergie pour un vol entièrement autonome. Il comporte :

1. Une unité de mesure inertielle 3DM-GX1 comme capteur d'attitude ;
2. Un capteur de position basé sur la vision utilisant une caméra CCD miniature, embarquée et une marque au sol ;
3. Cinq capteurs à ultrason SRF10 Ultrasonic Ranger sont utilisés, quatre pour l'évitement des obstacles et un pour la mesure de l'altitude.
4. Un ordinateur embarqué Geode1200, de vitesse 266Mhz et 128M de RAM est utilisé pour l'implémentation temps réel des lois de commande.

Le tableau ci-dessous résume les projets les plus réputés concernant la conception des quadrotor :

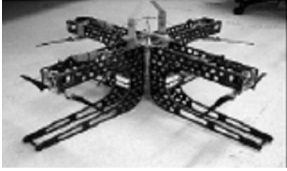




Projets	Université	Plateforme
Le X4-Flyer [Pounds, 2004]	Université National Australienne	
Le X4-Flyer [Guenard, 2005]	CEA France	
Le Quadrotor du projet Quentin	Ecole Pour l'Informatique et Techniques Avancées France	
Le Quadrotor Scott D. Hanford 2005	Université de Pennsylvanie Australie	
P. Tournier's Thèse	MIT USA	

Tableau I.1. Quelques projets sur les Quadrotors

I.4. LA COMMANDE DES QUADROTORS

Les travaux de recherche effectués, par différents groupes de recherche et universités dans le monde, ont montré que la configuration du quadrotor est meilleure que d'autres configurations d'hélicoptère pour les applications UAV.

Plusieurs architectures et techniques de contrôle ont été développées sur cette plateforme et un simple contrôleur PD peut lui fournir une stabilité suffisante [1] [3].

Un grand nombre de travaux de recherche ont été effectués sur le développement des techniques de commande sur les quadrotors. Nous présentons ici les techniques utilisées dans la littérature :

1. Commande utilisant le théorème de Lyapunov : Cette technique de commande a permis de démontrer que le quadrotor est asymptotiquement stable sous certaines conditions ([12], [13], [14]).

2. Le contrôleur PID : cette commande classique n'a aucune exigence sur les paramètres du modèle commandé et elle est très simple à mettre en oeuvre [15].
3. Le contrôleur PD² : la puissance de ce contrôleur réside dans sa propriété de la convergence exponentielle, essentiellement due à la compensation des moments de Coriolis et des moments gyroscopiques [16] [7] .
4. La commande adaptative : les techniques de commande adaptative offrent de bonnes performances, notamment avec les dynamiques non modélisables et l'incertitude des paramètres [17].
5. La commande LQR : cette loi de commande a donné de bons résultats dans la stabilisation d'attitude du quadrotor OS4 dans les travaux de S .Bouabdallah et André Noth. Ces résultats ont été comparés avec ceux obtenus par le contrôleur PID [15].
6. L'approche Backstepping : de meilleurs résultats ont été obtenus avec cette technique de commande non linéaire, la convergence des états internes du quadrotor a été garantie quelque soit les états initiaux. Cette technique de commande a été renforcée par la suite dans les travaux de [12] par l'ajout de l'action intégrale. Cette approche a été validée sur OS4 dans diverses expériences de vol.
7. La commande « Dynamic Feedback » : cette technique a été appliquée dans quelques projets sur le quadrotor, l'objectif est de transformer le système en boucle fermée en sous systèmes linéaires, contrôlables et découplés [17], [18].
8. La Commande par Vision : cette technique est basée sur la commande visuelle utilisant soit une caméra miniature embarquée à bord du quadrotor, ou une caméra externe [19]. D'autres techniques de commande en été implémentés pour la commande des quadrotor parmi lesquelles on peut citer : Feedback Linearization, la logique floue, les réseaux de neurones [20], et l'apprentissage par renforcement dans la stabilisation et la navigation du quadrotor [17].

I.5. INSTRUMENTATION ET CAPTEURS

Afin de mettre en oeuvre la commande d'un système donné, les états et les propriétés de son environnement interne et externe doivent être connues. En d'autres termes, les paramètres importants pour la commande doivent être surveillés et rétroagis au système. Pour établir ces exigences, des capteurs spécifiques pour différents environnements d'observation doivent être utilisés.

Par exemple, pour la navigation d'un aéronef, une connaissance précise de son orientation et sa position est nécessaire. Ces informations peuvent être délivrées par une unité

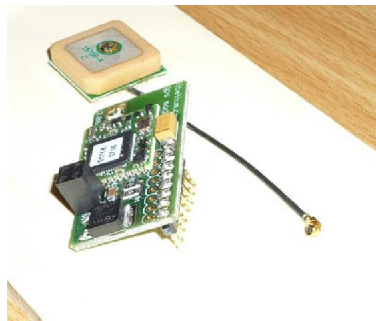
de mesure inertielle et un GPS (Global Positioning System). L'unité de mesure inertielle est composée d'accéléromètres, Gyroscopes et Magnétomètres à trois axes. Les Gyroscopes sont utilisés pour mesurer le taux de variation sur la rotation autour d'un axe alors que les accéléromètres sont utilisés pour mesurer des accélérations linéaires du système.

A cet ensemble de capteurs s'ajoutent d'autres types de capteurs pour la détection du champ magnétique terrestre qui sert au calcul de la direction et d'altitude. Comme capteur de proximité, les sonars et les altimètres sont largement utilisés en plus des infrarouges. Cet ensemble de capteur donne l'information sur la proximité d'un obstacle ainsi que la position d'une cible.

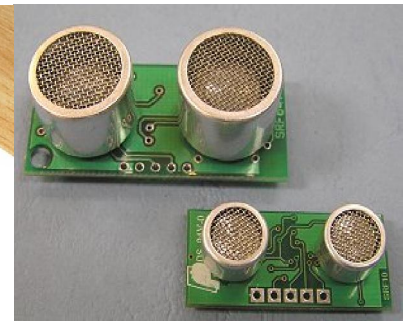
Les Caméras et tout autre capteur de vision, sont utilisés essentiellement pour estimer les positions relatives des cibles, comme les sites au sol et les véhicules terrestres. Cependant, les systèmes de vision ne sont pas aussi rapides ni aussi fiables que d'autres capteurs et nécessitent un temps de calcul plus important et ils sont très sensibles au changement d'éclairage.



Unité de Mesure Inertielle

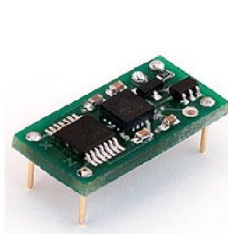


GPS

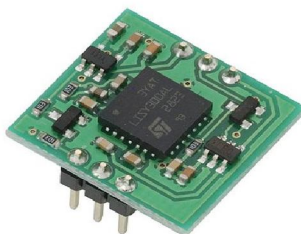


Capteur à Ultrason

Figure I.8. L'unité de Mesure Inertielle, Le GPS et Le Capteur à Ultrason



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure I.9. a) Accéléromètre b) gyroscope c) Capteur de Vision d) Capteur de distance infrarouge

I.6. NOTRE APPROCHE

Nous allons choisir un quadrotor commercial radio commandé qui est le Draganflyer VTI. Ce mini quadrotor fourni par RCTOYS est équipé d'une carte électronique embarquée contenant un étage de puissance à base de transistors MOSFET de puissance montés en surface pour la commande de quatre moteurs Mabuchi type RC280RA20120, d'un contrôleur d'attitude contenant trois gyros piézoélectriques sur les trois axes x, y et z et de quatre capteurs de proximité Infrarouge et d'une caméra sans fil miniature [21], [22].

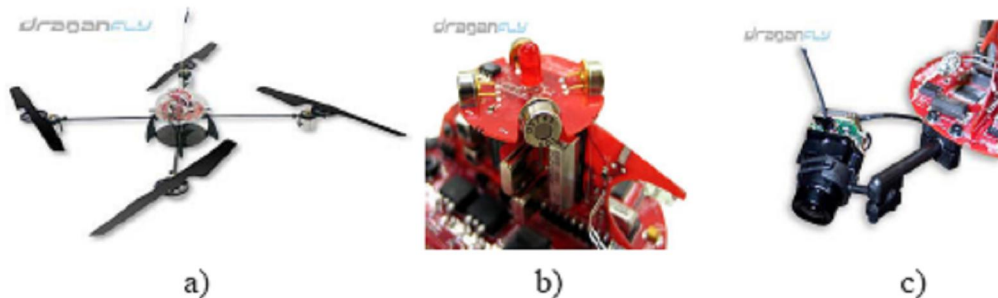


Figure I.10. a). Le Draganflyer VTI de RCTOYS, b). La carte de commande embarquée, c). Une caméra embarquée sans fil

Le Draganflyer tel qu'il est fabriqué exige une présence permanente d'un opérateur expérimenté pour le radiocommandé et plusieurs séances d'apprentissage sont nécessaires. L'objectif est donc d'enlever l'instrumentation de ce quadrotor et de concevoir un système de commande embarquée contenant un ensemble de capteurs permettant d'assurer le minimum d'autonomie, la stabilité du système et surtout le maximum de sécurité. Les capteurs utilisés sont :

- Une unité de mesure inertielle 3DM-GX1, [12], [14], pour la mesure des angles d'Euler (Roulis, Tangage, Lacet) utilisés dans la commande d'attitude.
- Un capteur à ultrason SRF08, [20], pour la commande d'altitude.
- Un capteur à effet Hall pour acquérir les vitesses des quatre moteurs.

Le coeur de ce système de commande est une carte de commande à base de microcontrôleur de type DSPIC de Micro chip, [21], cette carte permet d'acquérir les mesures provenant des capteurs et de générer les commandes suivant des algorithmes spécifiques programmés dans le DSPIC.

Un module de puissance à base de variateurs de vitesse fournis par Graupner est utilisé pour la commande des quatre moteurs et deux modems radio XBEE du fabricant Maxstream, [15], sont utilisés pour assurer la communication entre le quadrotor et un PC.

I.7.APPLICATIONS CIVILES DES DRONES

Parmi les applications civiles des drones on retrouve :

- Surveillance d'infrastructures (réseau routier, lignes électriques, pipe-lines, ...).
- Contrôle des Feux de forêts.
- Mesures atmosphériques.
- Agriculture : épandage engrais, insecticides etc.



Figure I.11 Contrôle des Feux de forêts et Épandage engrais, Surveillance des lignes électriques

I.8.APPLICATIONS MILITAIRES DES DRONES

On trouve principalement cinq types de drones militaires qui sont :

a- Gros drones

- Missions de reconnaissance et de surveillance (figure I.12).
- Global Hawk (Figure I.12) possède un rayon d'action pouvant atteindre environ (22000 km), il peut remplir des missions de désignation de cibles stratégiques pour les bombardiers
- Peuvent être armés des missiles ou de mini drones (Figure I.13).



Figure I.12 Drones de surveillance, Global Hawk et Sperwer (Sagem)



Figure I.13 Le Predator, drone multi missions, utilisé par l'US Air Force depuis 1995

b- Mini drones

- Se distinguent par leur petite taille et faible poids. (Figure I.14).
- La charge utile essentielle d'un tel mini-drone est une caméra vidéo dont l'image est retransmise en continu à la station-sol ;



Figure I.14 Drones portables, Evolution (BAI Aerosystem) et DO-MAV (EADS-Dornier)

c- Micro-drones

Ce type de drones (Figure I.15 et Figure I.16) sont utilisés dans :

- le cadre des missions de Sécurité urbaine (événements, protection de sites, ...)
- la gestion de crise (violences urbaines, opérations de maintien de l'ordre, renseignement, ...).



Figure I.15 Micro drones: (Aerovironment, 42g) et (UC Berkeley, 25mm)



Figure I.16 violences urbaines, vision globale de la situation (Pompiers)

d- Drones stratosphériques

- Mission analogue à celle d'un satellite géostationnaire : observation et communication.
- Le drone Helios (Figure I.17) est un grand avion électrique d'une soixantaine de mètres d'envergure.



Figure I.17 Drone solaire *Hélios*

I.9. CONCLUSION

Comme conclusion à ce chapitre, nous constatons que la configuration « Quadrotor » adopté dans ce travail, a connu un grand intérêt dans cette dernière décennie, que ce soit à l'échelle scientifique au niveau des universités et les unités de recherche ou à l'échelle commercial. Cela est essentiellement dû aux avancées croissantes des technologies d'instrumentation et des calculateurs et aux avantages qu'offre le Quadrotor par rapport aux autres modèles d'UAVs.

Le chapitre suivant est consacré à la présentation du modèle mathématique représentant le comportement dynamique est détaillé, permettant l'élaboration de futurs algorithmes de commande, en mettant l'accent sur le drone Quadrotor.

CHAPITRE II
MODELISATION DYNAMIQUE
DU QUADROTOR

CHAPITRE II: MODELISATION DYNAMIQUE DU QUADROTOR

II.1.INTRODUCTION

La dynamique des engins volants à voilure tournante est particulièrement difficile à appréhender, tant les effets aérodynamiques et les couplages 3D sont nombreux et complexes. Dans ce chapitre, nous allons développer un modèle mathématique permettant de décrire les mouvements d'un quadrotor.

Nous présenterons d'abord la modélisation dynamique d'un quadrotor. Sachant que cette modélisation peut être élaborée de plusieurs façons, nous l'exprimerons avec le formalisme de Newton-Euler qui sera la base de notre modèle dynamique auquel nous ajouterons les expressions des forces aérodynamiques et les effets de la gravité en plus des couples produits par les quatre rotors [12] [13] [32]. Le modèle dynamique de quadrotor standard sera décrit complètement.

Dans ce chapitre, en se basant sur le modèle vectoriel présenté dans [12] [31], nous nous intéressons principalement à la modélisation dynamique du quadrotor tenant en compte les différents paramètres qui peuvent affecter la dynamique d'une structure volante tel que les frottements dus aux moments aérodynamique, les forces de traînée suivant les axes (X, Y, Z) et les effets gyroscopique. Et par conséquent cela nous a permis de mettre le système sous une nouvelle représentation d'état plus complète et plus réaliste.

II.2. MODELE DYNAMIQUE DU QUADROTOR

La modélisation des robots volant est une tâche délicate puisque la dynamique du système est fortement non linéaire et pleinement couplée. Afin de pouvoir comprendre au mieux le modèle dynamique développé ci-dessous, voila les différentes hypothèses de travail :

- La structure du quadrotor est supposée rigide et symétrique, ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale,
- Les hélices sont supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- Le centre de masse et l'origine du repère lié à la structure coïncident.

- Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique. [15] [14] [28]

Pour évaluer le modèle mathématique du quadrotor on utilise deux repères, un repère fixe lié à la terre R_b et un autre mobile R_m . Le passage entre le repère mobile et le repère fixe est donné par une matrice qui contient l'orientation et la position de repère mobile par rapport au repère fixe, voir la figure suivante :

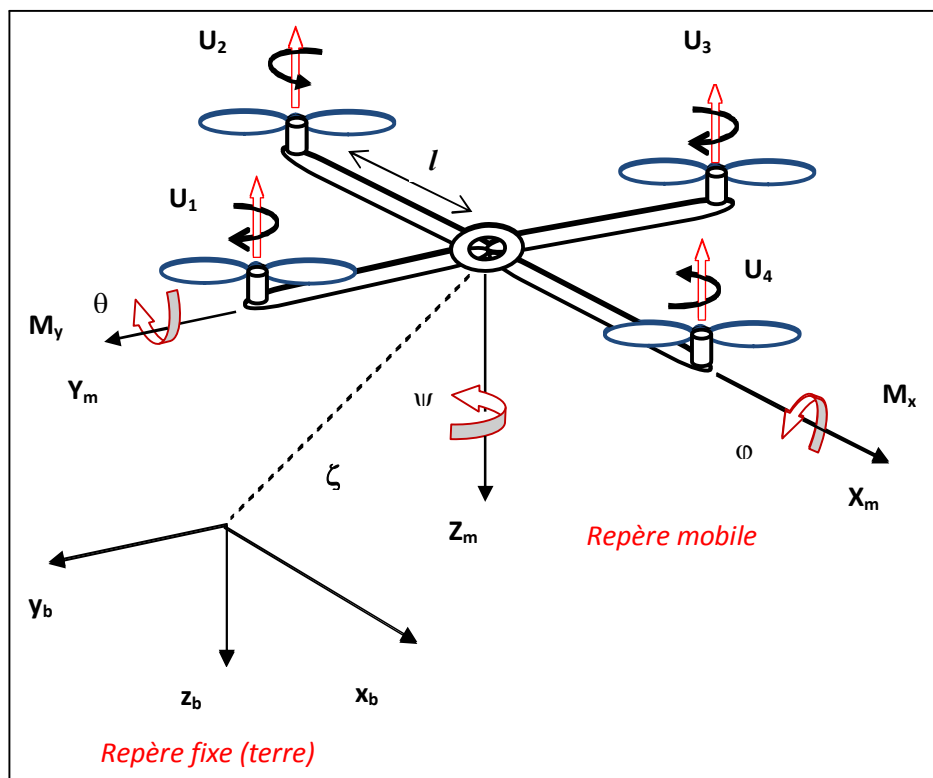


Fig.II.1 Représentation graphique de mouvement du quadrotor.

II.3. EFFETS PHYSIQUES AGISSANTS SUR LE QUADROTOR :

II.3.1. LES FORCES : Les forces agissant sur le système sont :

- Le poids du quadrotor

Il est donné par $P = mg$, où : m est la masse totale et g la gravité.

- Les forces de poussée

Qui sont des forces provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des moteurs : [15]

$$F_i = b.w_i^2 \quad (\text{II.1})$$

Avec $i=1 : 4$ et b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

-Les forces de traînée : la force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux, dans ce cas on a deux forces de traînée agissant sur le système qu'elles sont :

- La traînée dans les hélices : elle agisse sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d.w^2 \quad (\text{II.2})$$

Avec : d est le coefficient de drag il dépend de la fabrication de l'hélice.

- La traînée selon les axes (x, y, z) : elle est due au mouvement du corps du quadrotor

$$F_t = k_{ft}.w$$

(II.3)

Avec : k_{ft} le coefficient de traînée de translation et v la vitesse linéaire.

II.3.2. LES MOMENTS

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

- Moments dus aux forces de poussée

- La rotation autour de l'axe x : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par la relation suivante:

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{II.4})$$

Avec : l est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrotor.

- La rotation autour de l'axe y : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (II .5)$$

-Moments dus aux forces de traînée :

La rotation autour de l'axe z : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (II .6)$$

Moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donné par :

$$M_a = k_{fa} \cdot \Omega^2 \quad (II .7)$$

Avec : k_{fa} Le coefficient des frottements aérodynamiques et Ω est la vitesse angulaire.

-Moments dus aux Effet gyroscopique

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope, appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation (du grec *gyro* qui signifie rotation et *scope*, observer). [17]

Dans notre cas il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices, l'autre est le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrotor.

- Moment gyroscopique des hélices : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \Lambda J_r [0 \ 0 \ (-1)^{i+1} \ \omega_i]^T \quad (II .8)$$

Avec : J_r est l'inertie des rotors.

- Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrotor : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \Omega \wedge J \Omega \quad (II .9)$$

Avec : J est l'inertie du système.

II.3.3. VITESSE ANGULAIRE

Est donnée sous forme :

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \tag{II .10}$$

Et obtenir d'après :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \theta \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta)Rot(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix} \tag{II .11}$$

Donc la vitesse angulaire sera:

$$\Omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T \tag{II .12}$$

II.3.4. VITESSES LINEAIRES

Les vitesses linéaires V_x^b, V_y^b, V_z^b dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires V_x^m, V_y^m, V_z^m dans le repère mobile sont données par :

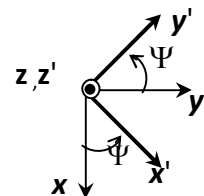
$$V = \begin{bmatrix} V_x^b \\ V_y^b \\ V_z^b \end{bmatrix} = R * \begin{bmatrix} V_x^m \\ V_y^m \\ V_z^m \end{bmatrix} \tag{II .13}$$

II.4. ANGLES D'EULER

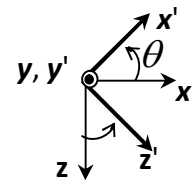
Prendre en considération que deux systèmes de coordonnées sont nécessaires de définir l'état instantané de la plate-forme à tout moment. Tout d'abord, un corps système fixe avec l'axe des abscisses le long de l'avant de l'embarcation, l'axe des y de la droite, et le bas de l'axe z. Deuxièmement, une terre fixé système inertiel utilisant le Convention du Nord -Est vers le bas typique d'applications de l'aviation. La rotation d'une trame par rapport à l'autre peut être décrite en utilisant une matrice de rotation, composé de 3 matrices indépendants décrivant la rotation de l'artisanat sur chaque des axes de châssis à la terre. Ces matrices de rotation sont données dans les équations suivantes : [17] [15]

Les matrices de rotations élémentaires :

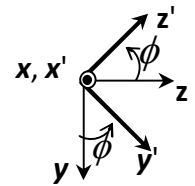
Rotation d'axe z $Rot(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$



Rotation d'axe y $Rot(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix}$



Rotation d'axe x $Rot(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$



On a donc :

$$R(\psi, \theta, \phi) = Rot(z, \psi) * Rot(y, \theta) * Rot(x, \phi)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\theta * \cos\psi & \cos\psi * \sin\theta * \sin\phi - \sin\psi * \cos\phi & \cos\psi * \sin\theta * \cos\phi + \sin\psi * \sin\phi \\ \sin\psi * \cos\theta & \sin\psi * \sin\theta * \sin\phi + \cos\psi * \cos\phi & \sin\psi * \sin\theta * \cos\phi - \cos\psi * \sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta * \sin\phi & \cos\phi * \cos\theta \end{bmatrix} \quad (II-14)$$

L'utilisation de ces taux d'Euler est, cependant, pas sans inconvénients. Bien qu'il est facile de voir immédiatement la demande physique de ces angles d'Euler par rotations visibles de l'artisanat, leur utilisation se ouvre le modèle de simulation (et le système physique) à un phénomène connu sous le nom blocage de cardan. Cardan serrure se produit quand un engin capable de rotation 3D tourne de telle sorte que deux anciennement exclusifs axes de rotation coïncident dans le même plan. Ce phénomène est illustré sur la figure

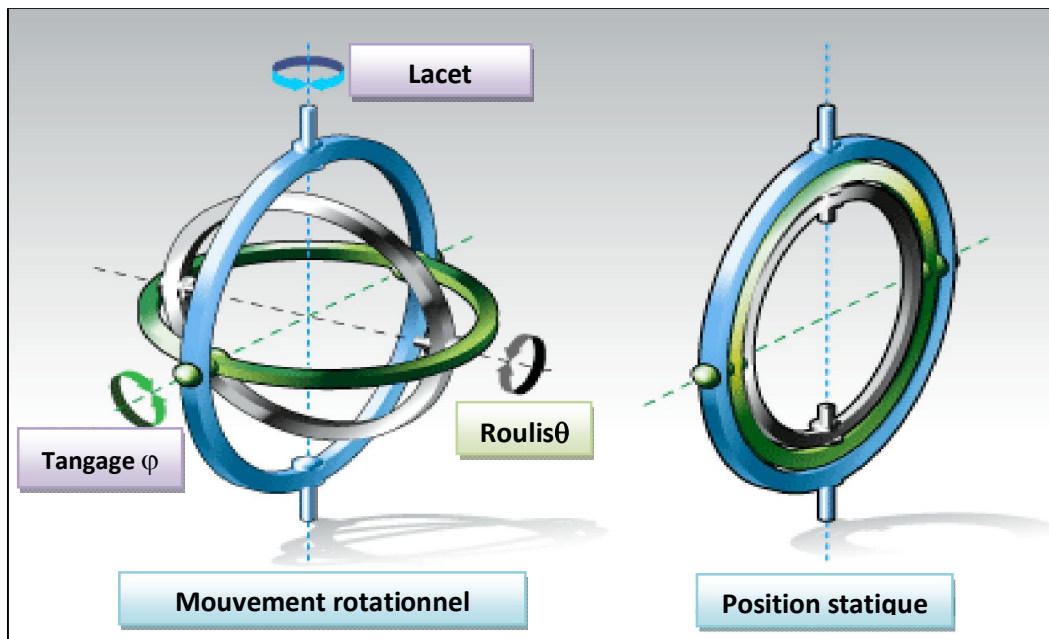


Fig .II.2 Phénomène (blocage de cardan)

II.5. DEVELOPPEMENT DU MODELE MATHEMATIQUE SELON NEWTON-EULER

Sous ces hypothèses, il est possible de décrire la dynamique de fuselage comme celle d'un corps rigide dans l'espace à laquelle viennent s'ajouter les forces aérodynamiques provoquées par la rotation du rotor. En utilisant la formalise de Newton-Euler, [14]

Les équations de la dynamique s'écrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -(\Omega \wedge J\Omega) + \Gamma_f - \Gamma_a - \Gamma_g \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Avec : ξ est la position du centre de masse du quadrotor

m : la masse totale du quadrotor

Ω : La vitesse angulaire exprimée dans le repère B

R : la matrice de rotation.

J : est la matrice d'inertie au centre de masse, exprimé dans le repère B, considérée diagonale, car la structure du quadrotor est supposée symétrique. [15]

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (\text{II.16})$$

$S(\Omega)$: est la matrice antisymétrique ; pour un vecteur de vitesse $S(\Omega) = [\Omega_1 \quad \Omega_2 \quad \Omega_3]^T$

, elle est donnée par :

$$S(\Omega) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

F_f : est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par

$$F_f = \begin{pmatrix} \cos\phi * \cos\psi * \sin\theta + \sin\psi * \cos\phi \\ \cos\phi * \sin\theta * \sin\psi - \sin\phi * \cos\psi \\ \cos\phi * \cos\theta \end{pmatrix} * \sum_{i=1}^4 F_i \quad (\text{II.18})$$

$$F_i = b \omega_i^2$$

F_t : la force de traînée selon les axes (x, y, z) , elle est donnée par :

$$F_t = \begin{pmatrix} -k_{f_{tx}} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{f_{ty}} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{f_{tz}} \end{pmatrix} \dot{\xi} \quad (II.19)$$

$k_{f_{tx}}, k_{f_{ty}}, k_{f_{tz}}$: Les coefficients de traînée de translation

F_g : force de gravité, elle est donnée par :

$$F_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (II.20)$$

M_f : moment provoqué par les forces de poussée et de traînée.

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (II.21)$$

M_a : moment résultant des frottements aérodynamiques, il est donnée par :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 \\ K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (II.22)$$

$K_{f_{ax}}, K_{f_{ay}}, K_{f_{az}}$: Les coefficients des frottements aérodynamiques.

II.5.1. EQUATIONS DE MOUVEMENT DE TRANSLATION

D'où :
$$m \ddot{\xi} = F_f + F_t + F_g$$

On remplace chaque force par sa formule, on trouve :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi * \cos\psi * \sin\theta + \sin\psi * \cos\phi \\ \cos\phi * \sin\theta * \sin\psi - \sin\phi * \cos\psi \\ \cos\phi * \cos\theta \end{pmatrix} * \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{f_{tx}} \dot{x} \\ K_{f_{ty}} \dot{y} \\ K_{f_{tz}} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} \quad (II.23)$$

On obtient alors les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos\phi * \cos\psi * \sin\theta + \sin\psi * \cos\phi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{tx}}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} (\cos\phi * \sin\theta * \sin\psi - \sin\phi * \cos\psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{ty}}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} (\cos\phi * \cos\theta) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{f_{tz}}}{m} \dot{z} - g \end{cases}$$

II.5.2. EQUATIONS DE MOUVEMENT DE ROTATION

$$\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} * \left(\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r \Omega_r \dot{\theta} \\ -J_r \Omega_r \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 \\ K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix}$$

On obtient alors les équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{cases} I_x \ddot{\phi} = -\dot{\theta} \dot{\psi} (I_z - I_y) - J_r \Omega_r \dot{\theta}^2 - K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 + lb(\omega_1^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} = -\dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) - J_r \Omega_r \dot{\phi}^2 - K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 + lb(\omega_1^2 - \omega_2^2) \\ I_z \ddot{\psi} = -\dot{\phi} \dot{\theta} (I_y - I_x) - K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 + lb(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{cases}$$

Avec : $\Omega_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4$

En conséquence le modèle dynamique complet qui régit le quadrotor est le suivant :

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} \{ (\cos\phi * \cos\psi * \sin\theta + \sin\psi * \sin\phi) . U_1 - k_{f_{tx}} \dot{x} \} \\ \ddot{y} = \frac{1}{m} \{ (\cos\phi * \sin\psi \sin\theta - \cos\psi * \sin\phi) . U_1 - k_{f_{ty}} \dot{y} \} \\ \ddot{z} = \frac{1}{m} \{ (\cos\phi * \cos\theta) . U_1 - k_{f_{tz}} \dot{z} \} - g \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [\dot{\theta} \dot{\psi} (I_y - I_z) + dU_2 - k_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 - J_r \bar{\Omega} \dot{\theta}] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} [\dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) + dU_3 - k_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 + J_r \bar{\Omega} \dot{\phi}] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} [\dot{\phi} \dot{\theta} (I_x - I_y) + U_4 - k_{f_{az}} \dot{\psi}^2] \end{cases} \quad (II-24)$$

A conditions que :

- l'angle de roulis $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$.
- l'angle de tangage $-\pi/2 < \theta < \pi/2$.
- l'angle de Lacet $-\pi < \psi < \pi$.

Et :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -b & 0 & b \\ -b & 0 & b & 0 \\ -d & d & -d & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^2 \\ w_2^2 \\ w_3^2 \\ w_4^2 \end{pmatrix} \quad (\text{II-25})$$

II.6. LA REPRESENTATION D'ETAT DU SYSTEME

Pour un système physique il existe une multitude de représentations d'état, dans notre cas on choisit le vecteur d'état comme suit :

$$X = [x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \quad z \quad \dot{z} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \varphi \quad \dot{\varphi}] \quad (\text{II-26})$$

$$X = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9 \quad x_{10} \quad x_{11} \quad x_{12}]$$

On obtient la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_9 x_2 + Ux \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{10} x_4 + Uy \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_{11} x_6 + \left(\frac{\cos x_9 \cos x_{11}}{m} \right) U_1 - g \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_8 x_8^2 + a_7 x_{10} x_{12} + b_3 U_4 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_4 x_8 x_{12} + a_5 x_{10}^2 + a_6 x_{12} \bar{\Omega} + b_2 U_3 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_1 x_{10} x_8 + a_2 x_{12}^2 + a_3 x_{10} \bar{\Omega} + b_1 U_2 \end{cases} \quad (\text{II-27})$$

$$\text{Où } \begin{cases} a_1 = \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right), a_2 = \frac{-k_{fax}}{I_x}, a_3 = \frac{-J_r}{I_x} \\ a_4 = \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right), a_5 = \frac{-k_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{J_r}{I_y} \\ a_7 = \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right), a_8 = \frac{-k_{faz}}{I_z}, a_9 = \frac{-k_{ftx}}{m}, a_{10} = \frac{-k_{fyy}}{m}, a_{11} = \frac{-k_{fzz}}{m} \\ b_1 = \frac{d}{I_x}, b_2 = \frac{d}{I_y}, b_3 = \frac{1}{I_z} \end{cases} \quad (\text{II-28})$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} Ux = (\text{Cos}\phi * \text{Cos}\psi * \text{Sin}\theta + \text{Sin}\psi * \text{Sin}\phi) \\ Uy = (\text{Cos}\phi * \text{Sin}\psi * \text{Sin}\theta - \text{Cos}\psi * \text{Sin}\phi) \end{cases} \quad (\text{II-29})$$

II.7. LA DYNAMIQUE DES ROTORS

Généralement les moteurs utilisés dans les quadrotors sont des moteurs à courant continu. La dynamique du rotor est approximée à celle d'un moteur à courant continu, elle est donnée par les équations différentielles suivantes :

$$J_i \dot{\omega}_i = \tau_i - q_i \quad , \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (\text{II-30})$$

Avec : τ_i est le couple d'entrée, et $q_i = d\omega_i^2$ est le couple résistant généré par le rotor i .

Pour atteindre les objectifs de la commande d'un quadrotor, une boucle d'asservissement en vitesse est souvent nécessaire. D'abord, nous avons besoin de déterminer les vitesses désirées ω correspondantes aux valeurs des commandes fournies par le contrôleur, ces vitesses peuvent être calculées comme suit : [15]

$$v_i = \frac{R_a}{K_m K_g} \tau_i + K_m K_g \omega_i \quad (\text{II-31})$$

Avec : R_a est la résistance du moteur, K_m est la constant du couple de moteur, K_g est le gain du réducteur.

II.8. LES VALEURS NUMERIQUES DES PARAMETRES DU QUADROTOR

<i>Paramètres</i>	<i>Valeurs numériques</i>	<i>Désignations</i>
<i>m</i>	0,486	<i>Masse de quadrotor (Kg)</i>
<i>g</i>	9,806	<i>Coefficient de l'attraction (m·s⁻²)</i>
<i>l</i>	0,25	<i>Distance entre le centre de masse de quadrotor et l'axe de rotation de rotor (m)</i>
<i>b</i>	0,000029842	<i>Coefficient de portance (N/rad/s)</i>
<i>d</i>	2,2320E-07	<i>le coefficient de drag il dépend de la fabrication de l'hélice (N.m/rad/s)</i>
<i>J_r</i>	0,000028385	<i>Inertie de rotor (kg.m²)</i>
<i>I_x</i>	0,0038278	<i>Paramètres diagonales de matrice d'inertie de quadrotor (kg.m²)</i>
<i>I_y</i>	0,0038288	
<i>I_z</i>	0,0076566	
<i>K_{fax}</i>	0,0005567	<i>Coefficients des frottements aérodynamiques (N/rad/s)</i>
<i>K_{foy}</i>	0,0005567	
<i>K_{faz}</i>	0,0006354	
<i>k_m</i>	4.3e-3	<i>Le constant du couple de moteur (N.m/A)</i>
<i>k_g</i>	5.6	<i>Le gain de réducteur de moteur</i>
<i>R_a</i>	0.67	<i>Résistance de moteur (Ω)</i>
<i>K_{ftx}</i>	0,0005567	<i>Les coefficients de traînée de translation (N/m/s)</i>
<i>K_{fty}</i>	0,0005567	
<i>K_{ftz}</i>	0,0006354	

Tableaux II.1.paramètres mécanique et électrique du modèle du quadrotor.

**II.9. REPRESENTATION GRAPHIQUE DE MOUVEMENTS
(LACET, ROULIS ET TANGAGE)**

Le quadrotor se compose de quatre rotors, chacun utilise une hélice à pas fixe qui monte directement sur les rotors. Dans la conception de quadrotor, seulement les hélices sont en mouvement. Les combinaisons possibles entre les sorties contrôlées peuvent être les mouvements des translations, l'angle de Lacet, l'angle de Roulis ou l'angle de tangage, ces mouvements illustrés dans le tableau suivant :

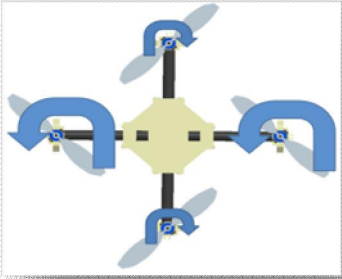
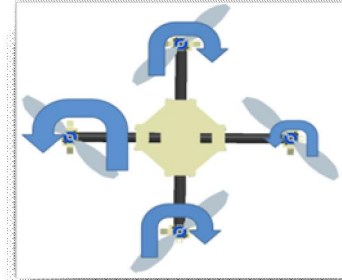
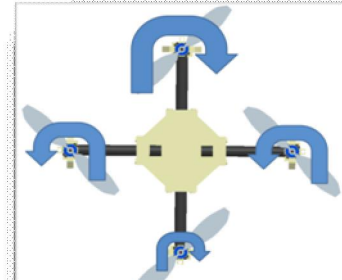
	<p><i>Le lacet s'obtient en augmentant la vitesse des moteurs avant et arrière tout en réduisant la vitesse des moteurs latéraux</i></p>
	<p><i>Le tangage est obtenu par une différence de vitesse de rotation des rotors avant et arrière</i></p>
	<p><i>Le roulis est obtenu de manière similaire avec la différence de vitesse des moteurs latéraux</i></p>

Tableau II.2. Représentation graphique des mouvements de quadrotor.

II.10. CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons présenté les équations différentielles représentant la dynamique du quadrotor. Celle-ci est effectuée en utilisant les lois de mouvement de Newton ainsi que les forces et moments générées par le groupe de propulsion.

A partir du modèle obtenu, nous concluons que le quadrirotor est un système sous actionné. De plus, la complexité du modèle, la non linéarité, et l'interaction entre les états du système, peuvent se voir clairement. Dans le chapitre suivant, nous présenterons deux structures de commande basées sur la commande par mode de glissement et la commande par backstepping.

CHAPITRE III
ASPECT THEORIQUE DE
LOIS DE COMMANDE

CHAPITRE III

ASPECT THEORIQUE DE LOIS DE COMMANDE

MODE GLISSANT ET BACKSTEPPING

III.1. INTRODUCTION

Les UAVs et les aéronefs autonomes de n'importe quelle famille doivent être capables de stabiliser leur attitude avant qu'une commande de vol n'intervienne. La stabilisation d'attitude est la partie la plus importante dans la commande des robots volants qui sont de nature instable, et les rendre manoeuvrables reste toujours un défi.

Le contrôle d'attitude n'est pas limité uniquement aux aéronefs, il est de même pour tout corps rigide et plusieurs projets de recherche portent sur ce problème et se font sur des robots mobiles, volants ou sous-marins. La commande de vol d'un quadrotor sans l'utilisation d'une boucle de commande, est pratiquement impossible.

Les différentes techniques de commande utilisées sont les suivantes :

- Le mode glissant.
- Le backstepping.

Le choix de ces différentes techniques de commande non linéaire n'est pas fortuit considérant les avantages majeurs qu'elles peuvent nous assurer à savoir :

1. La stabilité au sens de Lyapunov.
2. La robustesse et la dynamique des trajectoires désirées.
3. la prise en considération de toutes les non linéarités du système.

III.2. COMMANDE PAR MODE GLISSANT

III.2.1. INTRODUCTION

Le réglage par le mode de glissement est un mode de fonctionnement particulier des systèmes à structure variable. L'étude du mode de glissement a commencé en URSS et la Yougoslavie dans les années 60 [4] [5], par la suite, ces travaux ont été repris ailleurs, soit pour compléter l'étude théorique, soit pour étudier quelques applications possibles.

Cependant, ce n'est qu'à partir des années 80 [1] la commande par mode de glissement des systèmes à structure variable est devenue intéressante et attractive. Elle a été considérée comme l'une des approches de commande des systèmes non linéaires et des systèmes ayant des modèles imprécis.

Dans cette partie, nous présentons les éléments fondamentaux du formalisme de la commande à structure variable.

Tout d'abord, nous présenterons les différentes structures de contrôle par les modes glissants, après, nous expliquons brièvement le principe de cette commande, et le choix de la surface de glissement. Cette technique de commande robuste est une classe particulière à structure variable [4] [5] [7].

III.2.2. DIFFERENTES STRUCTURES DU CONTROLE PAR MODE DE GLISSEMENT

Dans la littérature on trouve trois configurations de base pour la synthèse des différentes commandes. La première correspond à la structure la plus simple où la commutation est au niveau de l'organe de commande lui-même. On l'appellera, structure par commutation au niveau de l'organe de commande. La deuxième structure fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état, la dernière est une structure de régulation avec ajout de la commande équivalente [7][4]. Cette dernière structure est retenue pour la suite de notre étude.

III.2.2.1. STRUCTURE PAR COMMUTATION AU NIVEAU DE L'ORGANE DE COMMANDE

Le schéma d'une structure par commutation au niveau de l'organe de commande est donné par la figure (III.1). Cette structure de commande est la plus classique et la plus utilisée.

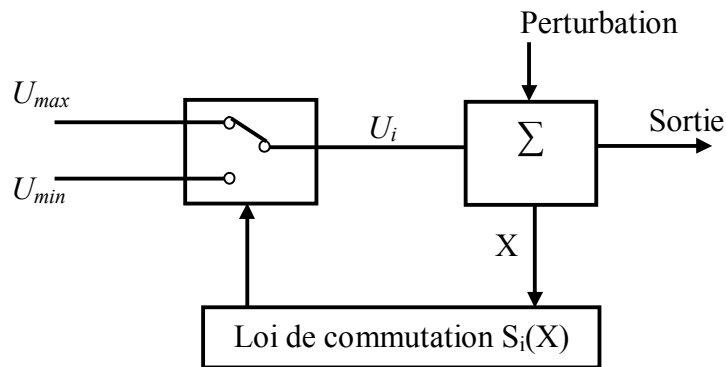


Figure (III.1): Structure de régulation par commutation au niveau de l'organe de commande

Cette structure correspond au fonctionnement *tout ou rien* des interrupteurs de puissance associés dans une grande majorité d'application aux variateurs de vitesse. Elle a été utilisée pour la commande des moteurs pas-à-pas [11] [7].

III.2.2.2. STRUCTURE PAR COMMUTATION AU NIVEAU D'UNE CONTRE REACTION D'ETAT

Nous pouvons consulter le schéma d'une telle structure sur la figure (III.2). D'après les études menées précédemment [8], c'est la structure la moins exigeante au niveau de la sollicitation de la commande. Elle a été mise en œuvre dans la commande de moteurs à courant continu et à aimants permanents, ainsi que dans la commande des machines à induction [9]. Elle s'appuie sur la commande par contre réaction d'état classique où le réglage de la dynamique du système est réalisé par les gains de réglage. La non linéarité provient de la commutation entre les gains, donc on a créé une commutation au niveau de la dynamique du système.

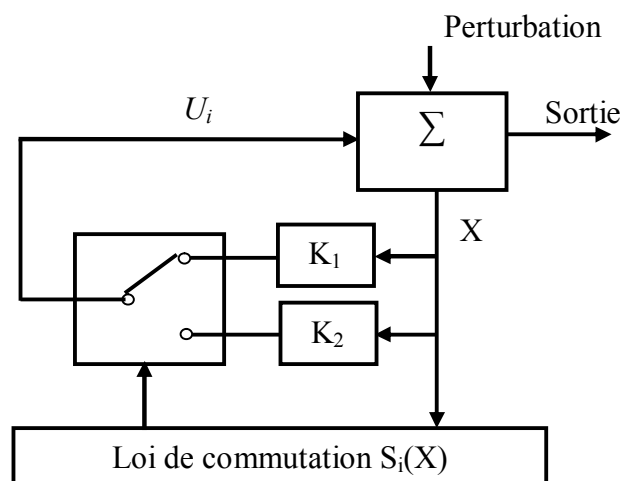


Figure (III.2): Structure de régulation par commutation au niveau de la contre réaction d'état

III.2.2.3. STRUCTURE DE REGULATION AVEC AJOUT DE LA COMMANDE EQUIVALENTE

Une telle structure dont le principe est montré sur la figure (III.3), présente un réel avantage. Elle permet de prépositionner l'état futur du système grâce à la commande équivalente qui n'est rien d'autre que la valeur désirée du système en régime permanent. L'organe de commande est beaucoup moins sollicité mais on est plus dépendant des variations paramétriques du fait l'expression de cette commande équivalente [10] [11].

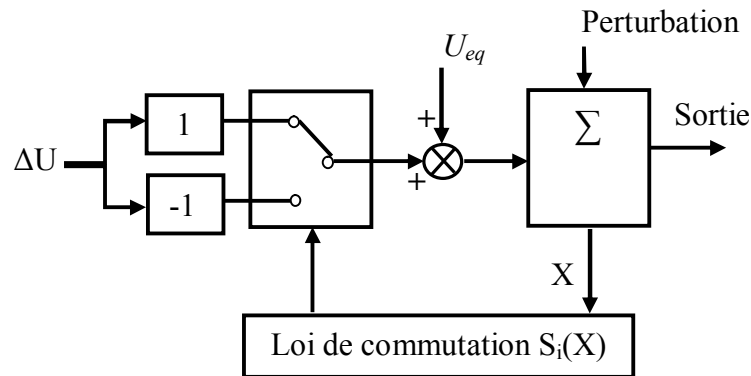


Figure (III.3): Structure de régulation par ajout de la commande équivalente

III.2.3. THEORIE DE LA COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

La théorie des systèmes à structure variable (sliding mode), est une technique de commande non linéaire, elle est caractérisée par la discontinuité de la commande aux passages par une surface de commutation appelée surface de glissement. La technique des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre. D'où le phénomène de glissement figure (III.4). En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties :

- Détermination d'une région d'espace d'état telle qu'une fois que le système se trouve dans cette région, il ait le comportement désiré.
- Définition d'une loi de commande qui conduit le système jusqu'à cette région de l'espace d'état.

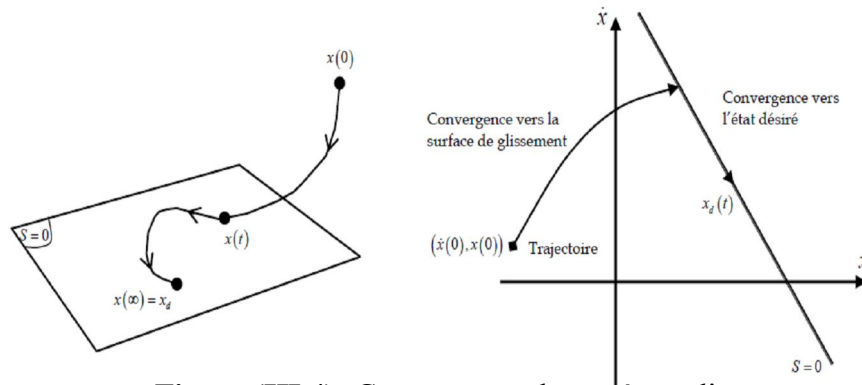


Figure (III.4): Convergence du système glissant.

Régime glissant idéal

En théorie, l'organe de commutation est supposé insensible aux bruits. et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation $S(x) = 0$. Le régime glissant idéal à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur l'hyper surface de commutation S .

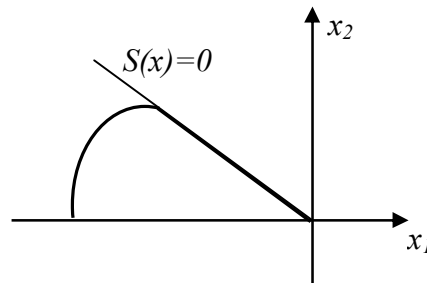


Figure (III.5): Glissement idéal

Régime glissant réel

En pratique l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présente des imperfections comme les retards de commutations, dans ce cas, la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui éliminent la précision du système et néanmoins sa stabilité.

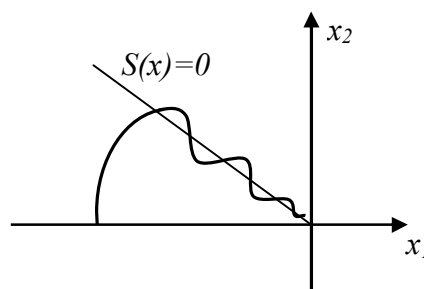


Figure (III.6): Glissement réel

III.2.4. CONCEPTION DE L'ALGORITHME DE COMMANDE PAR MODE DE GLISSEMENT

La conception de la commande par mode de glissement prend en compte les problèmes de stabilité et de bonnes performances de façon systématique dans son approche. qui s'effectue principalement en trois étapes complémentaires définies par:

- Choix des surfaces de glissement.
- Définition des conditions d'existence et de convergence du régime glissant.
- Détermination de la loi de commande.

III.2.4.1. CHOIX DES SURFACES DE GLISSEMENT

On considère le modèle d'état suivant :

$$[\dot{X}] = [A][X] + [B][U] \tag{III-1}$$

Où $[X] \in R^n$ est le vecteur d'état, et $[U] \in R^m$ le vecteur de commande, avec $n > m$.

Généralement, le choix du nombre des surfaces de glissement est égal à la dimension du vecteur de commande $[U]$. afin d'assurer la convergence d'une variable d'état X vers sa valeur de référence X^* , plusieurs travaux proposent la forme générale suivante :

$$s(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{r-1} e(x) \tag{III-2}$$

Avec :

λ : Gain positif.

$e(x) = X - X^*$: Écart de la variable à réguler.

r : degré relatif, c'est le plus petit entier positif représentant le nombre de fois qu'il faut dériver afin de faire apparaître la commande. tel que : $\frac{ds}{dt} \neq 0$ assurant la contrôlabilité.

Pour $r = 1$ $S(x) = e(x)$.

Pour $r = 2$ $S(x) = \lambda_x e(x) + \dot{e}(x)$.

Pour $r = 3$ $S(x) = \lambda_x^2 e(x) + 2\lambda_x \dot{e}(x) + \ddot{e}(x)$.

$S(x)$: est une équation différentielle linéaire autonome dont la réponse $e(x)$ tend vers zéro pour un choix correct du gain λ et c'est l'objectif de la commande.

En d'autre terme, la difficulté revient à un problème de poursuite de trajectoire dont l'objectif est de garder $S(x)$ à zéro .Ceci est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart en respectant la condition de convergence .La linéarisation exacte de l'écart à pour but de forcer la dynamique de l'écart (référence – sortie) à être une dynamique d'un système linéaire autonome d'ordre r .

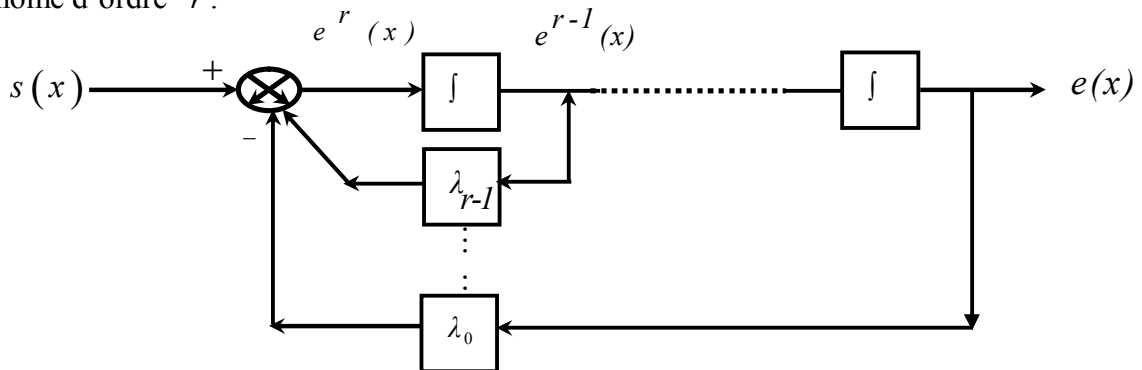


Figure (III.7): Linéarisation exacte de l'écart.

III.2.4.2. CONDITIONS D'EXISTENCE ET DE CONVERGENCE DU REGIME GLISSANT

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. On présente deux types de conditions qui sont :

III.2.4.2.1. APPROCHE DIRECTE

Cette approche est la plus ancienne, elle est proposée et étudiée par Emilyanov et Utkin [11]. Elle est donnée sous la forme: $\dot{S}(x)S(x) < 0$

III.2.4.2.2. APPROCHE DE LYAPUNOV

Il s'agit de choisir une fonction candidate de Lyapunov $V(x) > 0$ (fonction scalaire positive) pour les variables d'état du système et de choisir une loi de commande qui fera décroître cette fonction $\dot{V}(x) < 0$.

En définissant par exemple une fonction candidate de Lyapunov pour le système comme suit :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x)$$

(III-3)

En dérivant cette dernière, on obtient :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}(x)S(x) \tag{III-4}$$

Pour que la fonction candidate de Lyapunov puisse décroître, il suffit d'assurer que :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \tag{III-5}$$

Cette approche est utilisée pour estimer les performances de la commande, l'étude de la robustesse et de la stabilité des systèmes non linéaires [6].

III.2.4.3. DETERMINATION DE LA LOI DE COMMANDE

Lorsque le régime glissant atteint la dynamique du système qui est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande. Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface et en suite vers son point d'équilibre toute en garantissant les conditions d'existence du mode de glissement.

La structure de la commande comporte deux parties, une première concernant la linéarisation exacte U_{eq} et une deuxième stabilisante ΔU , cette dernière est très importante dans la technique de commande par mode de glissement, car elle est utilisée pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et de rejeter les perturbations extérieures.

$$U(t) = \Delta U + U_{eq} \tag{III-6}$$

U_{eq} : Correspond à la commande équivalente proposée par Filipov et Utkin, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(x)$. La commande équivalente est déduite en considérant que le dérivé de la surface est nul $\dot{S}(x) = 0$. Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commande lors de la commutation rapide entre les valeurs U_{max} et

U_{min} [7] Figure (III.8).

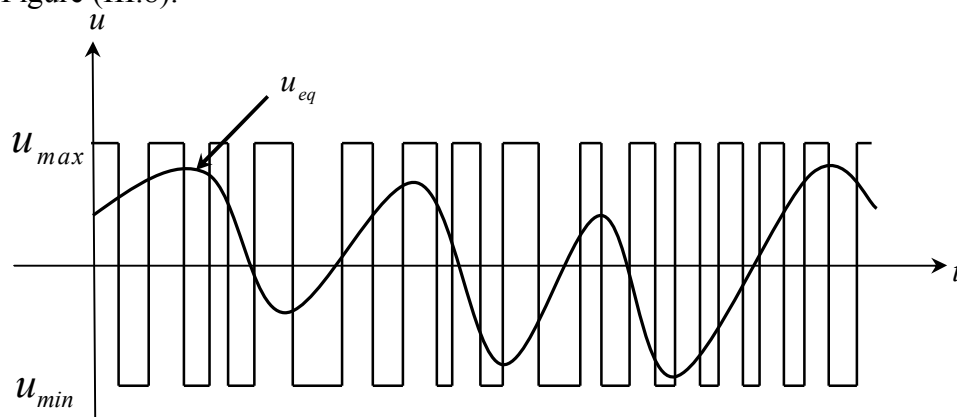


Figure (III .8): La valeur continue U_{eq} prise par la commande lors de la commutation

entre U_{max} et U_{min} .

ΔU : est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

Afin de mettre en évidence le développement précédent, on considère le système d'état (III.1). On cherche à déterminer l'expression analogique de la commande U .

La dérivée de la surface $S(x)$ est :

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial s}{\partial t} \quad (III-7)$$

En remplaçant (III.1) et (III.6) dans (III.7), on trouve :

$$\dot{s}(x) = \frac{ds}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \{ [A][X] + [B]U_{eq} \} + \frac{\partial}{\partial t} [B] \Delta U \quad (III-8)$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle et par conséquent, sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles. D'où, on déduit l'expression de la commande équivalente.

$$U_{eq} = - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [B] \right\}^{-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [A][X] \right\} \quad (III-9)$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que :

$$\frac{\partial}{\partial x} [B] \neq 0 \quad (III-10)$$

Durant le mode de convergence et en remplaçant la commande équivalente par son expression dans (III.8), on obtient la nouvelle expression de la dérivée de la surface :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial}{\partial x} [B] \Delta U \quad (III-11)$$

et la condition d'attractivité $\dot{S}(x)S(x) < 0$ devient :

$$S(x) \frac{\partial}{\partial x} [B] \Delta U < 0 \quad (III-12)$$

Afin de satisfaire la condition, le signe de ΔU doit être opposé à celui de $S(x) \frac{\partial}{\partial x} [B]$. La

forme la plus simple que peut prendre la commande discontinue est celle d'une fonction **sign** Figure (III.9).

$$\Delta U = K_x \text{sign}S(x) \tag{III-13}$$

Le signe de K_x doit être différent de celui de $\frac{\partial S}{\partial X} [B]$.

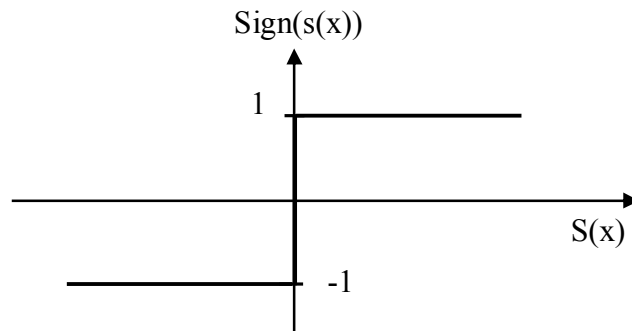


Figure (III.9): Fonction sign (non linéarité tout ou rien)

Cependant, cette dernière génère sur la surface de glissement, un phénomène appelé broutement (chattering) qui est en général indésirable car il ajoute au spectre de la commande des composantes hautes fréquences. La figure (III.10) représente le phénomène broutement.

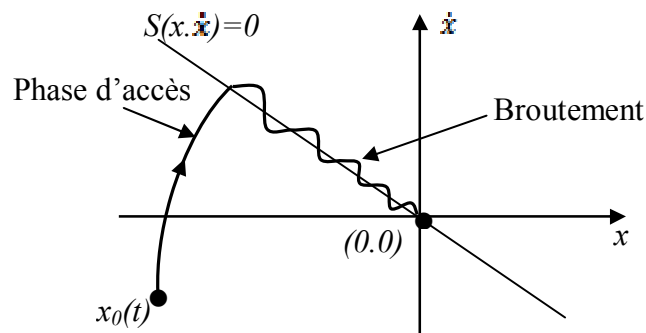


Figure (III.10): Phénomène de broutement

III.2.5. ELIMINATION DU PHENOMENE DU BROUITEMENT (CHATTERING)

L'un des principaux inconvénients du réglage par mode de glissement est le phénomène du chattering. car il peut endommager les actionneurs par des oscillation trop fréquentes et nuire au fonctionnement et aux performances du système. Dans le but de réduire ces oscillations, plusieurs solutions ont été apportées comme par exemple : remplacer la fonction «sign» par une fonction de saturation caractérisée par un ou deux seuils (atténuation des amplitudes des ondulations) Figure (III.11).

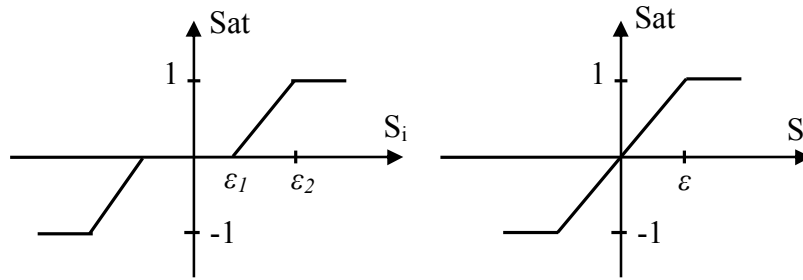


Figure (III.11): Fonction SAT avec un seuil et deux seuils (zone morte).

Ces deux fonctions sont respectivement définies par :

$$sat(s) = \begin{cases} -1 & ,si \ s < -\varepsilon \\ \frac{s}{\varepsilon} & ,si \ |s| < \varepsilon \\ 1 & ,si \ s > \varepsilon \end{cases} \quad (III-14)$$

$$sat(s) = \begin{cases} 0 & ,si \ |s| < \varepsilon_1 \\ \frac{s - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} & ,si \ \varepsilon_1 < |s| < \varepsilon_2 \\ sign(s) & ,si \ s > \varepsilon_2 \end{cases} \quad (III-15)$$

On peut aussi la remplacer par une fonction de classe C1. On donne ci-dessous un exemple de ce type de fonction figure (III.12).

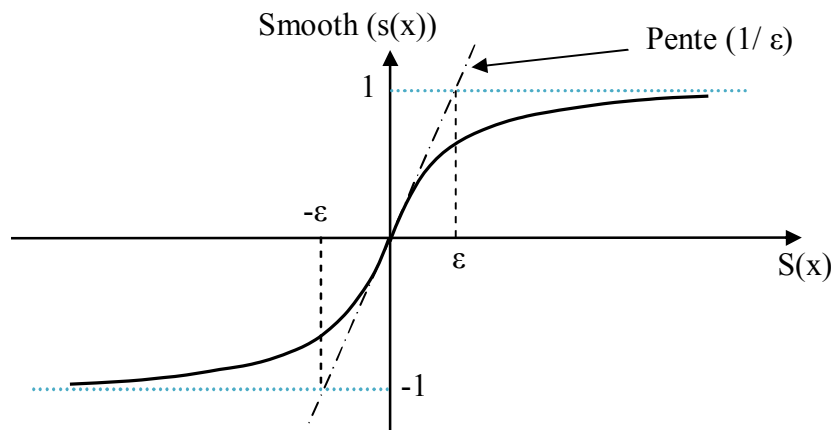


Figure (III.12): Fonction de classe C1 ($\varepsilon > 0$ et petit)

$$\text{smooth}(S(x)) = \tanh(S(x)) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{s(x)}{|s(x)| + \varepsilon} \quad (\text{III-16})$$

D'où, on aura la commande douce suivante :

$$\Delta U = k_x \frac{s(x)}{|s(x)| + \varepsilon} \quad (\text{III-17})$$

III.2.6. DOMAINE D'APPLICATION DU REGLAGE PAR MODE GLISSANT

La technique du réglage par mode glissant a connu des développements importants dans tous les domaines de la commande, tel que la commande des systèmes hydrauliques ou pneumatiques et la robotique. Il existe des valves fonctionnant par tout ou rien qui ne possèdent que deux états stables : complètement ouvertes ou complètement fermées. Ces valves admettent des fréquences de commutation de quelques 10Hz [12] [11] [7].

Les entraînements électriques pour des machines outils ou des robots qui nécessitent soit un réglage de la vitesse de rotation, soit un réglage de position, dans ce cas le comportement dynamique à haute performance à la possibilité de limiter facilement certaines grandeurs (comme le courant et la vitesse de rotation), sont des avantages incontestables en faveur du réglage par mode glissant.

Il faut mentionner que dans certains domaines tels que : les processus chimiques et métallurgies, où il y'a des réglages qui font appel à des régulateurs à deux positions, le procédé par mode glissant peut apporter plusieurs avantages.

2. 7. LES AVANTAGES DE LA COMMANDE PAR MODE GLISSANT

Cette commande présente les caractéristiques suivantes :

- ✓ La réponse du système est insensible et robuste aux variations de certains paramètres et aux effets troubles de la charge, et perturbations.
- ✓ Il suffit de connaître une borne pour v , ce qui simplifie le réglage.
- ✓ Le choix de la surface de commutation est assez libre.

La commande est adoucie par la présence de la commande équivalente, celle-ci peut être supprimée au prix d'une augmentation de v .

III.3. COMMANDE PAR BACKSTEPPING

III.3.1. GENERALITES SUR LA TECHNIQUE DU BACKSTEPPING

La technique du backstepping offre une méthode systématique pour répondre à ce type de problèmes. Le backstepping a été développé par Kanellakopoulos et al. (1991) et inspiré par les travaux de Feurer & Morse (1978) d'une part et Tsinias (1989) et Kokotovit & Sussmann (1989) d'autre part. L'arrivée de cette méthode a donné un nouveau souffle à la commande adaptative des systèmes non linéaires, qui malgré les grands progrès réalisés, manquait d'approches générales. Le backstepping se base sur la deuxième méthode de Lyapunov, dont il combine le choix de la fonction énergie avec celui des lois de commande.

L'objectif de cette technique est de calculer, en plusieurs étapes, une commande qui garantie la stabilité globale du système. Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte de la non linéarité [24] [26] [28].

III.3.2. ASPECT THEORIQUE DE LA TECHNIQUE DU BACKSTEPPING

Le Backstepping est une méthode de conception de régulateur basé sur le modèle du système non linéaire, il repose sur les théorèmes de Lyapunov de la stabilité d'un système dont il combine le choix de la fonction énergie avec celui des lois de commande, en laquelle le contrôleur est conçu (poursuite et/ou régulation) de garantir à tout moment, la stabilité globale du système compensé [25] [26].

Un système tend vers un point d'équilibre s'il perd de l'énergie. Cela est réalisé par le choix d'une fonction énergie appropriée, notée V . Qui par la condition suivante, permet de définir l'expression de la commande :

$$V(x)\dot{V}(x) < 0 \tag{III-18}$$

Cette dernière combine la notion de fonction de commande de Lyapunov avec une procédure récursive de design. Cela permet de surmonter l'obstacle de la dimension et d'exploiter la souplesse de conception dans le cas scalaire pour résoudre les problèmes de commande pour des systèmes d'ordre plus élevé. Ne faisant pas nécessairement appel à la linéarisation, le backstepping permet quand il y en a de conserver les non-linéarités utiles qui souvent aident à conserver des valeurs finies du vecteur d'état. Cette technique suppose que l'on est en mesure de trouver au moins pour un système scalaire une loi de commande $u(t)$ et une fonction de contrôle de Lyapunov V qui stabilise le système sur son origine [23] [28].

Dans le design par backstepping, aucune contrainte n'est imposée à la caractéristique non linéaire du système. Ce dernier doit cependant se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1)x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta + \psi_2(x_1, x_2)x_3 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \dot{x}_{n-1} &= \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \theta + \psi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})x_n \\
 \dot{x}_n &= \varphi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)^T \theta + \psi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)u \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{III-19}$$

Où θ est un vecteur des paramètres constants (connus ou inconnus). Les ψ_i et φ_i sont des fonctions non linéaires connues, avec $\varphi_i = 0$ et $\psi_n(x) \neq 0, \forall x \in R^n$.

Afin d'illustrer le principe de la méthode du backstepping, on considère le cas du système non linéaire du deuxième ordre de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) \\
 \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_1, x_2)u
 \end{aligned}
 \tag{III-20}$$

Avec: $X = [x_1, x_2]$ vecteur état et $u(t)$ est l'entrée commande du système.

Le problème est de déterminer la commande $u(t)$ permettant de stabiliser le système au point $(x_1, x_2) = (0, 0)$.

Supposons que la variable de sortie est $x_1(t)$ et qui suit une certaine trajectoire désirée soit $x_{1d}(t)$. Le choix de la grandeur de la commande va se faire en deux étapes.

Première étape :

On choisit une valeur désirée de $x_2(t)$ et qui peut être la fonction de $x_1(t)$ notée $x_{2d}(t)$ du premier sous système.

La première variable $x_1(t)$ va suivre $x_{1d}(t)$.

Deuxième étape :

On choisit la valeur de l'entrée commande $u(t)$ de façon à assurer que la valeur de $x_2(t)$ tend vers la valeur désirée $x_{2d}(t)$. Ces deux étapes de conception sont dites méthode du

backstepping. Dès que l'un tend vers sa valeur désirée et par back step jusqu'à ce que la commande actuelle $u(t)$ soit atteinte.

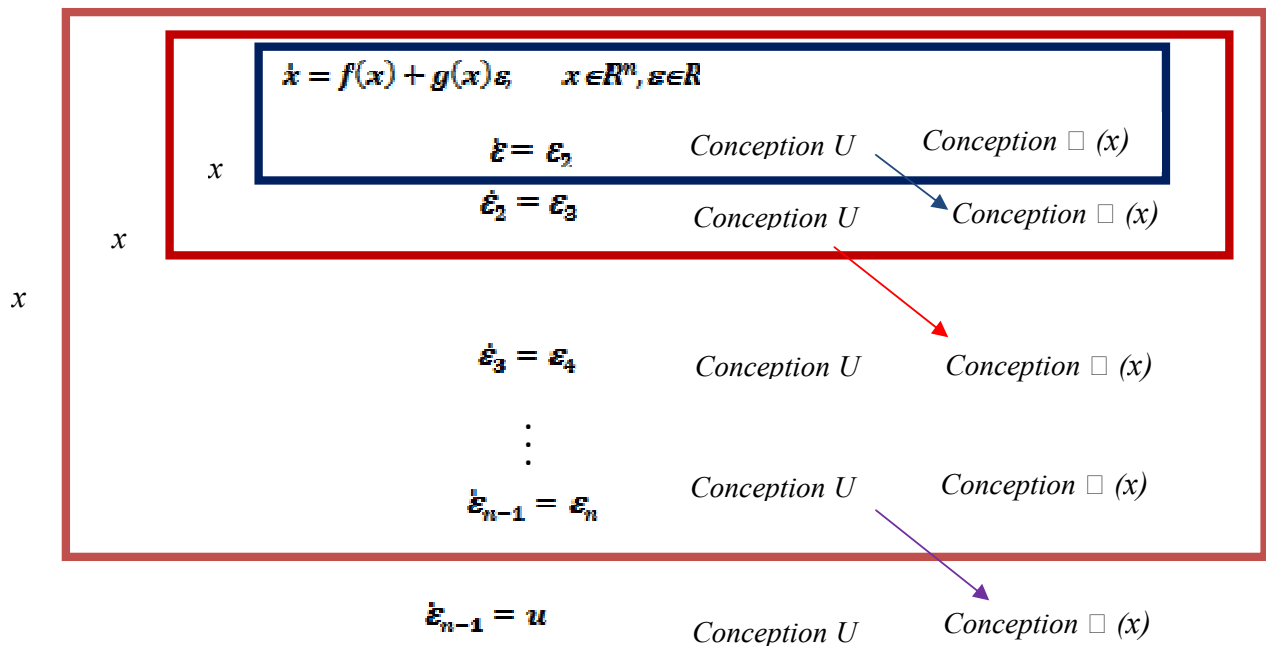


Fig.(III.13) Représentation graphique montre la procédure de Backstepping

➤ **Exemple :**

Considère le système :

$$\dot{x}_1 = ax_1^2 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = u$$

- **Etape1 :**

$$V_1 = \frac{1}{2}x_1^2$$

$$\phi(x_1) = -x_1 - ax_1^2$$

- **Etape2 :** considère le premier deux subsystemes.

$$\phi(x_1, x_2)(= x_3) = \frac{\partial \phi(x_1)}{\partial x_1} [f(x_1) + g(x_1)x_2] - \frac{\partial V_1}{\partial x} g(x_1) - K [x_2 - \phi(x_1)]$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}z^2 = V_1 + \frac{1}{2}[x_2 - \phi(x_1)]^2$$

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}[x_2 + x_1 + ax_1^2]^2$$

Pour k=1 :

$$\frac{\partial \phi(x_1)}{\partial x_1} = -(1 + 2ax_1)$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial x} = x_1$$

$$\Rightarrow \phi(x_1, x_2) = -(1 + 2ax_1)[ax_1^2 + x_2] - x_1 - [x_2 + x_1 + ax_1^2]$$

- Etape3 :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = x_3, \quad f = \begin{bmatrix} f(x_1) + g(x_1)x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u = \frac{\partial \phi(x_1, x_2)}{\partial x_1} [f(x_1) + g(x_1)x_2] + \frac{\partial \phi(x_1, x_2)}{\partial x_2} x_3 - \frac{\partial V_2}{\partial x_2} - K[x_3 - \phi(x_1, x_2)]$$

$$V = V_2 + \frac{1}{2}[x_3 - \phi(x_1, x_2)]^2$$

III.3.3. LES AVANTAGES DE LA COMMANDE BACKSTEPPING

Les avantages de la technique de backstepping, c'est qu'on peut l'associer à d'autres méthodes de l'automatique moderne dans l'objectif d'améliorer les performances. La commande par mode de glissement non linéaire est l'une des méthodes qui s'associe à la technique de backstepping avec une procédure très simple [26].

Aussi, une autre solution permettant d'améliorer la robustesse de la commande par backstepping et pour être en mesure d'éliminer les erreurs résiduelles, en présence de perturbations à moyenne non nulle, une action intégrale est introduite dans les contrôleurs générés par le backstepping [21] [23] [25].

III.4.CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présente l'aspect théorique de deux techniques de commande pour le control du quadrotor. Sachant qu'il est un système complexe non linéaire,

Les commandes pour les systèmes non linéaires basée sur le théorème de Lyapunov .l'objectif de cette technique est de calculer en plusieurs étapes une loi de commande qui assure la stabilité globale du système.

Dans le chapitre suivant, on s'intéresse à l'application des lois de commande précédentes sur le modèle de quadrotor et on va tester la robustesse de ces commandes contre les différentes variations.

CHAPITRE IV
SYNTHESE DE LOIS
DE COMMANDE

CHAPITRE IV

SYNTHESE DE LOIS DE COMMANDE

IV.1. INTRODUCTION

L'objectif principal de ce chapitre est la synthèse de lois de commande stabilisantes en termes d'orientation pour le quadrotor. Sachant que le quadrotor est un système complexe non linéaire, multi variable et sous actionné nous avons fait appel à plusieurs techniques de commande [14], les auteurs ne tiennent pas en compte les frottements dus aux moments aérodynamiques ni les forces de traînées [20].

Dans ce chapitre, nous allons appliquer sur le modèle dynamique proposé dans le chapitre deux des techniques de commande robustes non linéaire prévue dans le chapitre précédent.

IV.1.COMMANDE PAR MODE GLISSANT

D'après le model (II.26) de représentation d'état:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_9 x_2 + Ux \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{10} x_4 + Uy \frac{U_1}{m} \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_{11} x_6 + \left(\frac{\cos x_9 \cos x_{11}}{m} \right) U_1 - g \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_8 x_8^2 + a_7 x_{10} x_{12} + b_3 U_4 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_4 x_8 x_{12} + a_5 x_{10}^2 + a_6 x_{12} \bar{\Omega} + b_2 U_3 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_1 x_{10} x_8 + a_2 x_{12}^2 + a_3 x_{10} \bar{\Omega} + b_1 U_2 \end{array} \right.$$

Démonstration

Soit les erreurs de poursuite suivantes :

$$\begin{cases} e_i = x_i - x_{id} \\ e_{i+1} = \dot{e}_i \end{cases} \quad \begin{cases} e_1 = x_1 - x_{1d} \\ e_2 = \dot{e}_1 \end{cases} \quad \begin{cases} e_2 = x_2 - x_{2d} \\ e_3 = \dot{e}_2 \end{cases} \\
 \begin{cases} e_3 = x_3 - x_{3d} \\ e_4 = \dot{e}_3 \end{cases} \quad \begin{cases} e_4 = x_4 - x_{4d} \\ e_5 = \dot{e}_4 \end{cases} \quad \begin{cases} e_5 = x_5 - x_{5d} \\ e_6 = \dot{e}_5 \end{cases} \\
 \begin{cases} e_6 = x_6 - x_{6d} \\ e_7 = \dot{e}_6 \end{cases} \quad \begin{cases} e_7 = x_7 - x_{7d} \\ e_8 = \dot{e}_7 \end{cases} \quad \begin{cases} e_8 = x_8 - x_{8d} \\ e_9 = \dot{e}_8 \end{cases} \\
 \begin{cases} e_9 = x_9 - x_{9d} \\ e_{10} = \dot{e}_9 \end{cases} \quad \begin{cases} e_{10} = x_{10} - x_{10d} \\ e_{11} = \dot{e}_{10} \end{cases} \quad \begin{cases} e_{11} = x_{11} - x_{11d} \\ e_{12} = \dot{e}_{11} \end{cases}
 \end{cases} \tag{IV-1}$$

Les surfaces de glissement sont choisies comme suite :

$$\begin{cases} S_x = e_2 + \lambda_4 e_1 \\ S_y = e_4 + \lambda_5 e_3 \\ S_z = e_6 + \lambda_6 e_5 \\ S_\psi = e_8 + \lambda_3 e_7 \\ S_\theta = e_{10} + \lambda_2 e_9 \\ S_\phi = e_{12} + \lambda_1 e_{11} \end{cases} \quad \begin{cases} S_x = \dot{e}_1(x) + \lambda_4 e_1(x) \\ S_y = \dot{e}_3(y) + \lambda_5 e_3(y) \\ S_z = \dot{e}_5(z) + \lambda_6 e_5(z) \\ S_\psi = \dot{e}_7(\psi) + \lambda_3 e_7(\psi) \\ S_\theta = \dot{e}_9(\theta) + \lambda_2 e_9(\theta) \\ S_\phi = \dot{e}_{11}(\phi) + \lambda_1 e_{11}(\phi) \end{cases} \tag{IV-2}$$

- Détermination de U_2 :

nous choisissons la surface de glissement comme suit :

$$S_\phi = \dot{e}_{11} + \lambda_1 e_{11}$$

Tel que ; $\lambda_1 > 0$, et $e_{11} = \phi_d - \phi$

En utilisant la théorie de commande par mode de glissement, la loi de commande est la suivante :

$$U_2 = U_{2gliss} + U_{2eq} \tag{IV-3}$$

Avec :

U_{2gliss} est le terme de correction défini par :

$$U_{2gliss} = -K_{S1} \text{sign}(S_\phi), K_{S1} > 0$$

U_{2eq} est la commande équivalente, elle est calculée lorsque :

$$S_\phi = 0, \text{ et } \dot{S}_\phi = 0,$$

Soit la fonction de Lyapunov suivante:

$$V_{S_\phi} = \frac{1}{2} S_\phi^2 \quad (IV-4)$$

$$V_{S_\phi} = x_{12} - \dot{x}_{11d} - \lambda_1 e_{11} \quad (IV-5)$$

$$V_{S_\phi} > 0$$

$$\dot{V}_{S_\phi} = \dot{x}_{12} - \ddot{x}_{11d} - \lambda_1 \dot{e}_{11} \quad (IV-6)$$

Si $\dot{V}_{S_\phi} < 0$, alors $\dot{V}_{S_\phi} V_{S_\phi} < 0$, on peut dire que la condition nécessaire de glissement est vérifiée et la stabilité au sens Lyapunov est garantie.

Soit

$$\dot{S}_\phi = -K_1 \text{sign}(S_\phi) \quad S_\phi = e_{12} + \lambda_1 e_{11}$$

$$\dot{S}_\phi = \dot{x}_{12} - \ddot{x}_{11d} - \lambda_1 \dot{e}_{11}$$

$$\dot{S}_\phi = a_1 x_8 x_{10} + a_2 x_{12}^2 + a_3 x_{10} \bar{\Omega} + b_1 U_2 - \ddot{\phi}_d - \lambda_1 \dot{e}_{11} = -K_1 \text{sign}(S_\phi)$$

$$U_2 = \frac{1}{b_1} \{-a_1 x_8 x_{10} - a_2 x_{12}^2 - a_3 x_{10} \bar{\Omega} + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 \dot{e}_{12} - K_1 \text{sign}(S_\phi)\} \quad (IV-7)$$

$$\begin{cases} U_{2attractive} = -\frac{K_1}{b_1} \text{sign}(S_\phi) \\ U_{2equivalente} = -\frac{1}{b_1} \{a_1 x_8 x_{10} + a_2 x_{12}^2 + a_3 x_{10} \bar{\Omega} - \ddot{\phi}_d - \lambda_1 \dot{e}_{12}\} \end{cases} \quad (IV-8)$$

- Détermination de U_1 :

Soit

$$\dot{S}_z = -K_6 \text{sign}(S_z) \quad S_z = e_6 + \lambda_6 e_5$$

$$\dot{S}_z = \dot{x}_6 - \ddot{x}_{5d} - \lambda_6 \dot{e}_5$$

$$\dot{S}_z = a_{11} x_6 - \ddot{Z}_d - g - \lambda_6 \dot{e}_6 + \frac{\cos x_{11} * \cos x_9}{m} U_2 = -K_6 \text{sign}(S_z)$$

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_{11} * \cos x_9} \{-K_6 \text{sign}(S_z) - a_{11} x_6 + \ddot{Z}_d + g + \lambda_6 \dot{e}_6\} \quad (IV-9)$$

$$\begin{cases} U_{1attractive} = \frac{m}{\cos x_{11} * \cos x_9} (-k_6 \text{sign}(S_\theta)) \\ U_{1equivalente} = \frac{m}{\cos x_{11} * \cos x_9} \{-a_{11}x_6 + \ddot{Z}_d + g + \lambda_6 e_6\} \end{cases} \quad (\text{IV-10})$$

. Détermination de U_3 :

Soit

$$\begin{aligned} \dot{S}_\theta &= -K_2 \text{sign}(S_\theta) & S_\theta &= e_{10} + \lambda_2 e_9 \\ \dot{S}_\theta &= \dot{x}_{10} - \ddot{x}_{9d} - \lambda_2 \dot{e}_9 \\ \dot{S}_\theta &= +a_5 x_{10}^2 + a_4 x_8 x_{12} + a_6 x_{12} \bar{\Omega} - \ddot{\theta}_d - \lambda_2 e_{10} + b_2 U_3 = -K_2 \text{sign}(S_\theta) \\ U_3 &= \frac{1}{b_2} \{-K_2 \text{sign}(S_\theta) - a_5 x_{10}^2 - a_4 x_8 x_{12} - a_6 x_{12} \bar{\Omega} + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 e_{10}\} \end{aligned} \quad (\text{IV-11})$$

$$\begin{cases} U_{3attractive} = -\frac{1}{b_2} K_2 \text{sign}(S_\theta) \\ U_{3equivalente} = \frac{1}{b_2} \{-a_5 x_{10}^2 - a_4 x_8 x_{12} - a_6 x_{12} \bar{\Omega} + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 e_{10}\} \end{cases} \quad (\text{IV-12})$$

. Détermination de U_4 :

Soit

$$\begin{aligned} \dot{S}_\psi &= -K_3 \text{sign}(S_\psi) & S_\psi &= e_8 + \lambda_3 e_7 \\ \dot{S}_\psi &= \dot{x}_8 - \ddot{x}_{7d} - \lambda_3 \dot{e}_7 \\ \dot{S}_\psi &= a_8 x_8^2 + a_7 x_{10} x_{12} - \ddot{\psi}_d - \lambda_3 e_8 + b_3 U_4 = -K_3 \text{sign}(S_\psi) \\ U_4 &= \frac{1}{b_3} \{-K_3 \text{sign}(S_\psi) - a_8 x_8^2 - a_7 x_{10} x_{12} + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 e_8\} \end{aligned} \quad (\text{IV-13})$$

$$\begin{cases} U_{4attractive} = -\frac{1}{b_3} K_3 \text{sign}(S_\psi) \\ U_{4equivalente} = \frac{1}{b_3} \{-a_8 x_8^2 - a_7 x_{10} x_{12} + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 e_8\} \end{cases} \quad (\text{IV-14})$$

Détermination de U_x :

Soit

$$\dot{S}_x = -K_4 \text{sign}(S_x) \quad S_x = e_2 + \lambda_4 e_1$$

$$\dot{S}_x = \dot{x}_2 - \dot{\ddot{x}}_{1d} - \lambda_4 \dot{e}_1$$

$$\dot{S}_x = a_9 x_2 - \ddot{X}_d - \lambda_4 e_2 + \frac{U_1}{m} U_x = -K_4 \text{sign}(S_x)$$

$$U_x = \frac{m}{U_1} \{-K_4 \text{sign}(S_x) - a_9 x_2 + \ddot{X}_d + \lambda_4 e_2\} \quad (\text{IV-15})$$

$$\begin{cases} U_{xattractive} = -\frac{m}{U_1} K_4 \text{sign}(S_x) \\ U_{xequivalente} = \frac{m}{U_1} \{-a_9 x_2 + \ddot{X}_d + \lambda_4 e_2\} \end{cases} \quad (\text{IV-16})$$

Détermination de U_y :

Soit

$$\dot{S}_y = -K_5 \text{sign}(S_y) \quad S_y = e_4 + \lambda_5 e_3$$

$$\dot{S}_y = \dot{x}_4 - \dot{\ddot{x}}_{3d} - \lambda_5 \dot{e}_3$$

$$\dot{S}_y = a_{10} x_4 - \ddot{Y}_d - \lambda_5 e_4 + \frac{U_1}{m} U_y = -K_5 \text{sign}(S_y)$$

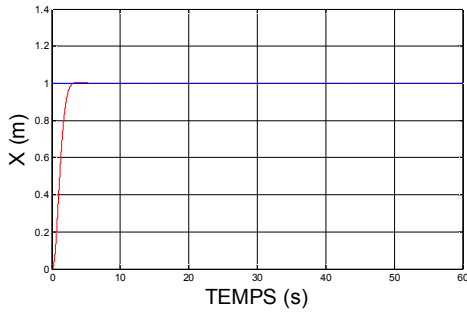
$$U_y = \frac{m}{U_1} \{-K_5 \text{sign}(S_y) - a_{10} x_4 + \ddot{Y}_d + \lambda_5 e_4\} \quad (\text{IV-17})$$

$$\begin{cases} U_{yattractive} = -\frac{m}{U_1} K_5 \text{sign}(S_y) \\ U_{yequivalente} = \frac{m}{U_1} \{-a_{10} x_4 + \ddot{Y}_d + \lambda_5 e_4\} \end{cases} \quad (\text{IV-18})$$

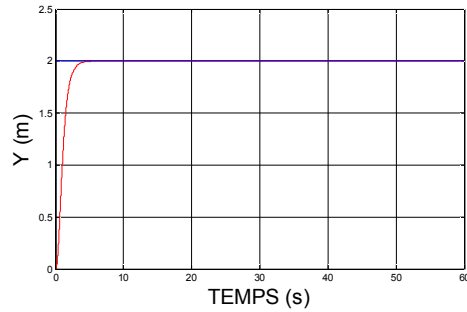
Donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = \frac{m}{\cos x_{11} * \cos x_9} \{-K_6 \text{sign}(S_z) - a_{11}x_6 + \ddot{Z}_d + g + \lambda_6 e_6\} / \cos x_{11}, \cos x_9 \neq 0 \\ U_2 = \frac{1}{b_1} \{-K_1 \text{sign}(S_\phi) - a_2 x_{12}^2 - a_1 x_8 x_{10} - a_3 x_{10} \bar{\Omega} + \ddot{\phi}_d + \lambda_4 e_{12}\} \\ U_3 = \frac{1}{b_2} \{-K_2 \text{sign}(S_\theta) - a_5 x_{10}^2 - a_4 x_8 x_{12} - a_6 x_{12} \bar{\Omega} + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 e_{10}\} \\ U_4 = \frac{1}{b_3} \{-K_3 \text{sign}(S_\psi) - a_8 x_8^2 - a_7 x_{10} x_{12} + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 e_8\} \\ U_x = \frac{m}{U_1} \{-K_4 \text{sign}(S_x) - a_9 x_2 + \ddot{X}_d + \lambda_4 e_2\} \\ U_y = \frac{m}{U_1} \{-K_5 \text{sign}(S_y) - a_{10} x_4 + \ddot{Y}_d + \lambda_5 e_4\} \end{array} \right. \quad \text{(IV-19)}$$

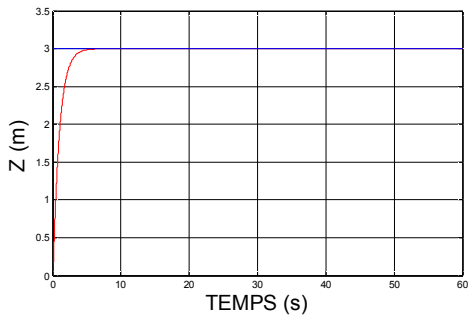
IV.1.1. Résultats de simulation



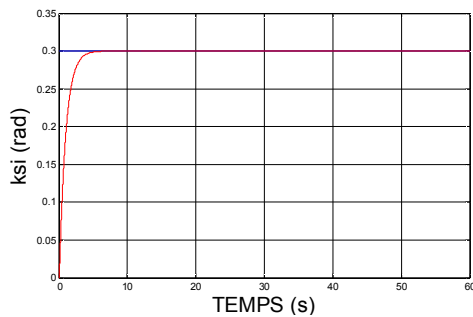
a) Evolution de la position l'axe X



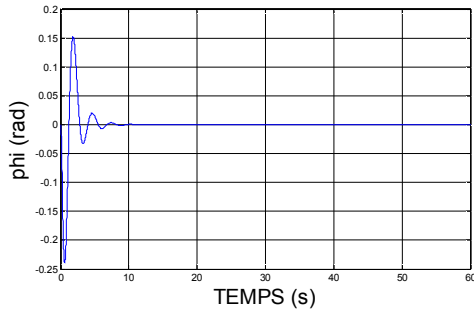
b) Evolution de la position l'axe Y



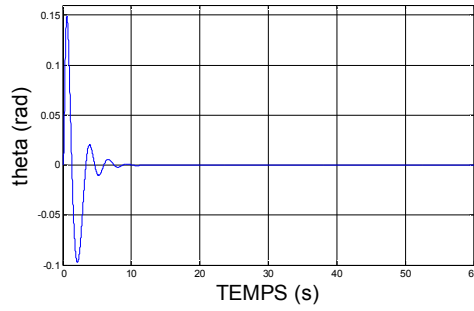
c) Evolution de la position l'axe Z



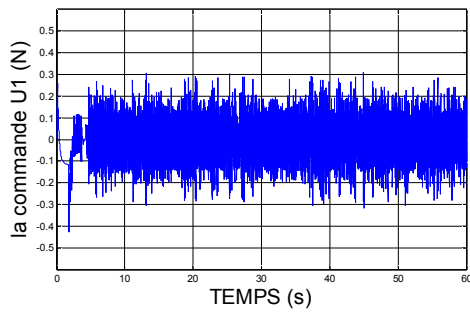
d) Evolution de l'angle de lacet (ksi)



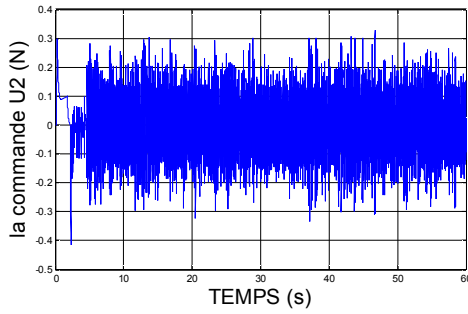
e) Evolution de l'angle de lacet (phi)



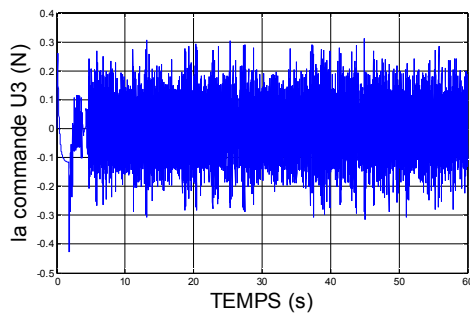
f) Evolution de l'angle de lacet (theta)



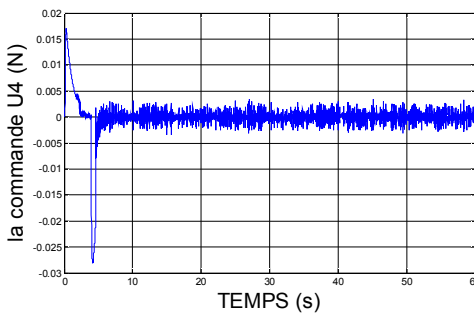
g) Evolution de la commande (U1)



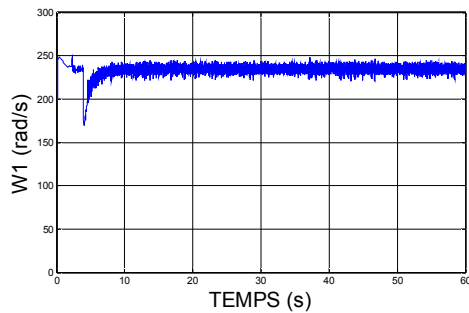
h) Evolution de la commande (U2)



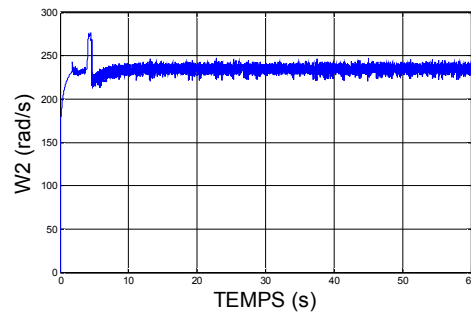
i) Evolution de la commande (U3)



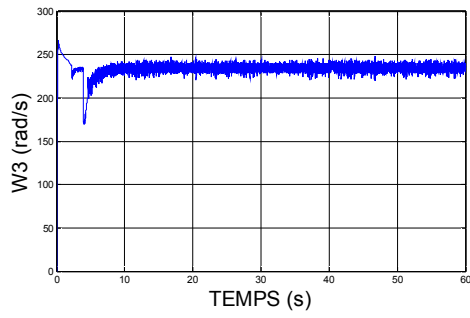
j) Evolution de la commande (U4)



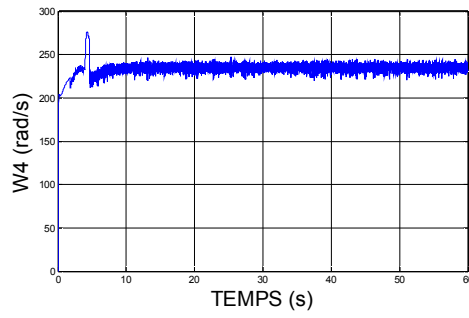
k) Vitesse angulaire du moteur 1 (W1)



l) Vitesse angulaire du moteur 2 (W2)

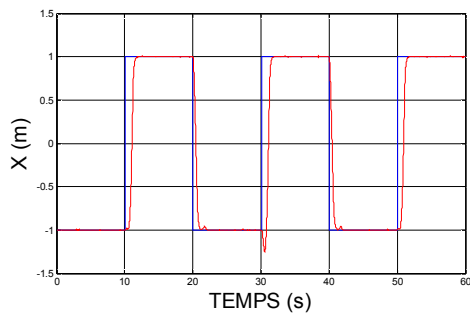


m) Vitesse angulaire du moteur 3 (W3)

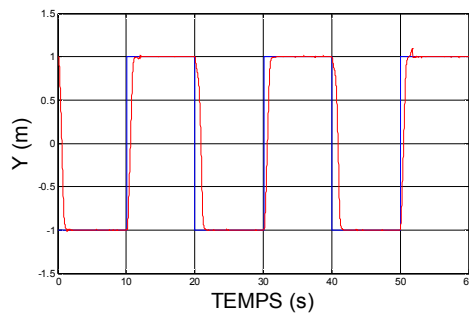


n) Vitesse angulaire du moteur 4 (W4)

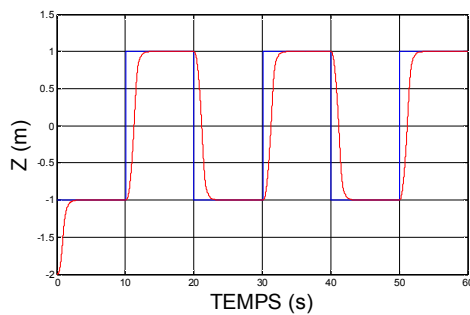
Figure IV.1. Stabilisation d'attitude par Mode Glissant



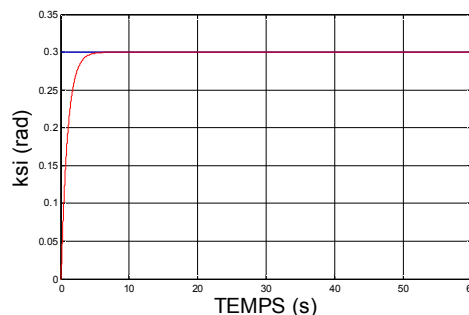
a) Evolution de la position l'axe X



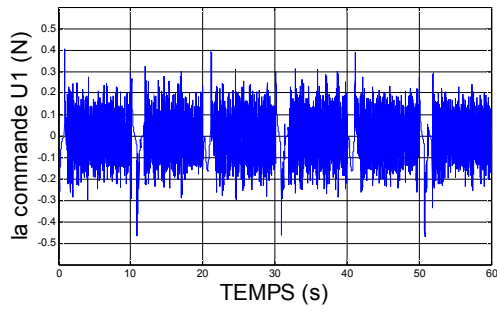
b) Evolution de la position l'axe Y



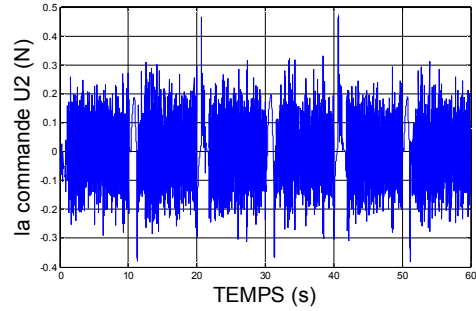
c) Evolution de la position l'axe Z



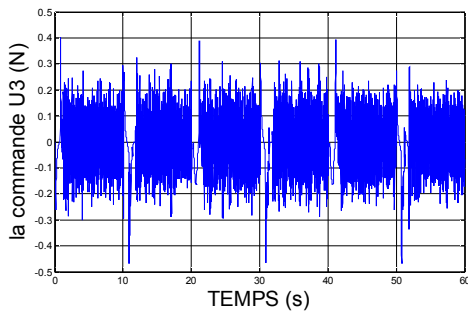
d) Evolution de l'angle de lacet (ksi)



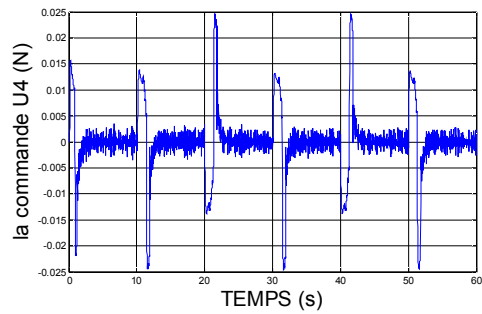
e) Evolution de la commande (U1)



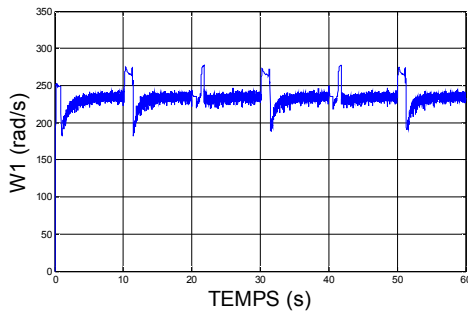
f) Evolution de la commande (U2)



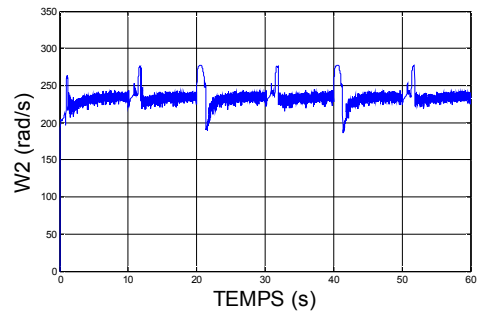
g) Evolution de la commande (U3)



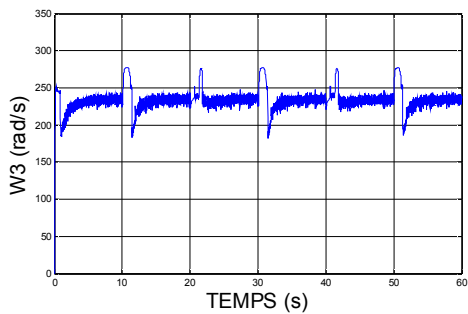
h) Evolution de la commande (U4)



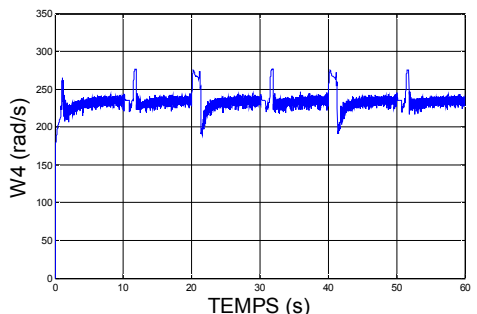
i) Vitesse angulaire du moteur 1 (W1)



j) Vitesse angulaire du moteur 2 (W2)

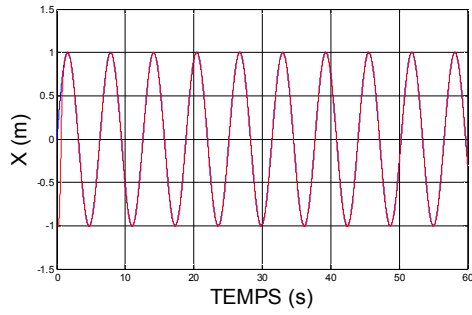


k) Vitesse angulaire du moteur 3 (W3)

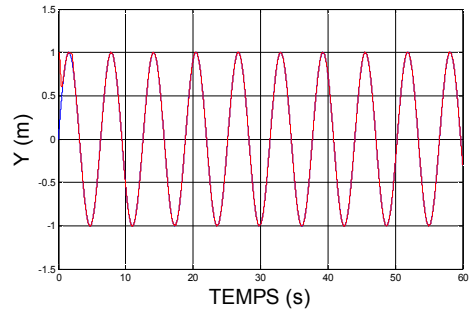


l) Vitesse angulaire du moteur 4 (W4)

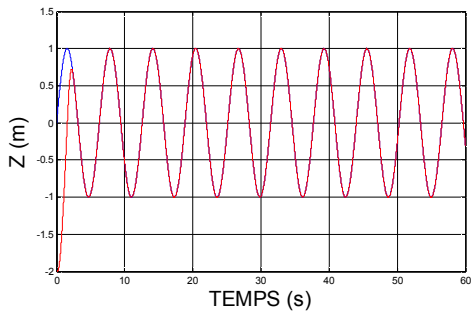
Figure IV.2. Poursuite de trajectoire carré par Mode Glissant



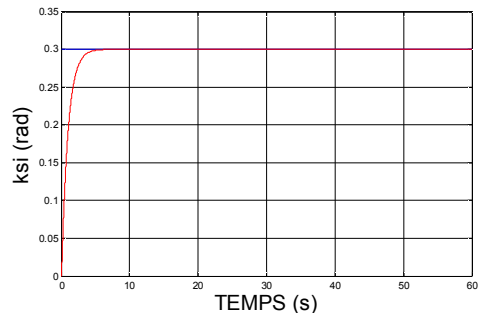
a) Evolution de la position l'axe X



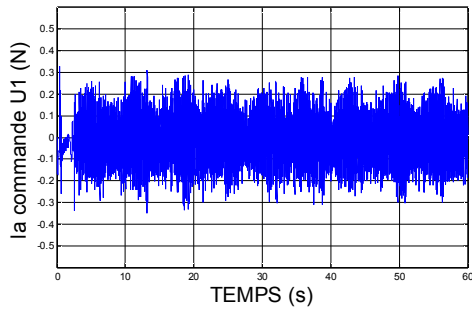
b) Evolution de la position l'axe Y



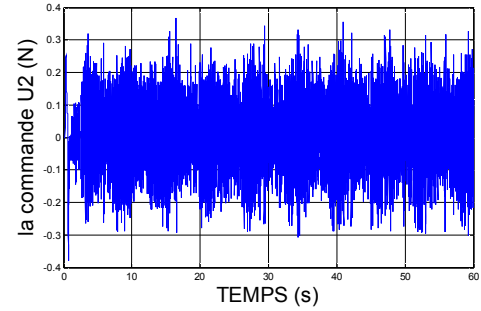
c) Evolution de la position l'axe Z



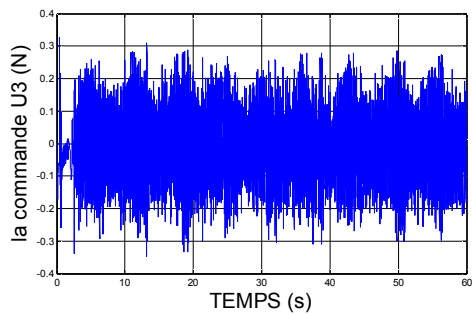
d) Evolution de l'angle de lacet (ksi)



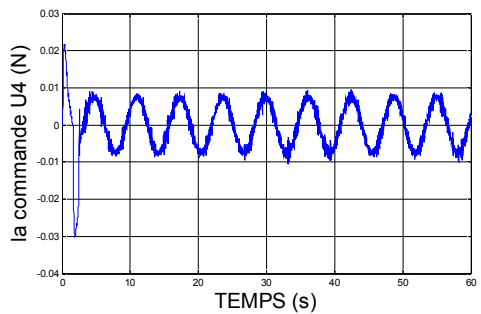
e) Evolution de la commande (U1)



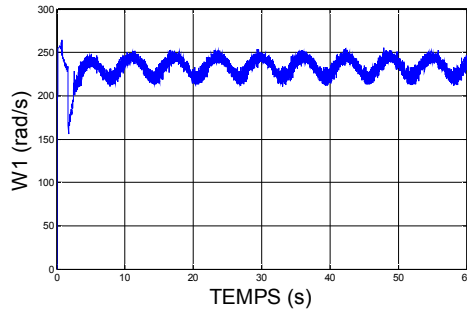
f) Evolution de la commande (U2)



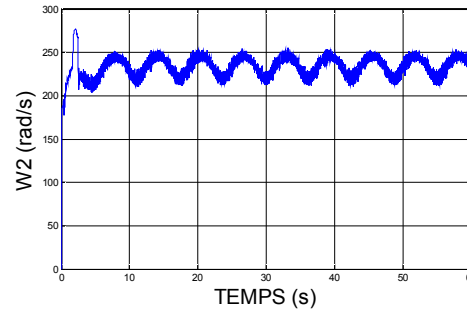
g) Evolution de la commande (U3)



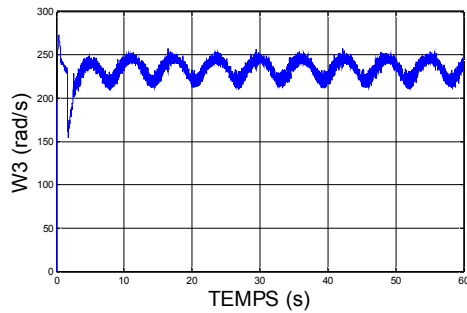
h) Evolution de la commande (U4)



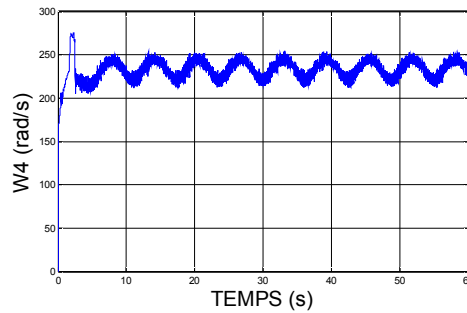
i) Vitesse angulaire du moteur 1 (W1)



j) Vitesse angulaire du moteur 2 (W2)



k) Vitesse angulaire du moteur 3 (W3)



l) Vitesse angulaire du moteur 4 (W4)

Figure IV.3. Poursuite de trajectoire sinusoïdale par Mode Glissant

Commentaires sur les résultats

- Dans cette section, nous présentons les résultats de simulation concernant l'application de la loi de commande par mode glissant synthétisée précédemment. Ces résultats ont été obtenus en utilisant le modèle dynamique du système avec les paramètres de simulation suivants : $\lambda_1=1$, $K_1=1.5$, $\lambda_2=1.2$, $K_2=1$, $\lambda_3=2$, $K_3=1$, $\lambda_4=1$, $K_4=2$, $\lambda_5=1.5$, $K_5=1.5$, $\lambda_6=1$, $K_6=1$, $\lambda_7=1$, $K_7=2$, $\lambda_8=1$, $K_8=1.7$, $\lambda_9=7$, $K_9=3$, $\lambda_{10}=2$, $K_{10}=2.5$, $\lambda_{11}=3.5$, $K_{11}=1$, $\lambda_{12}=4$, $K_{12}=2$.
- La simulation avec le contrôleur par mode glissant satisfait leurs performances et la trajectoire avec les valeurs désirées suivie par le quadrotor est de (X_d, Y_d, Z_d)
- On constate que le quadrotor arrive à suivre les deux trajectoires désirées avec succès. Mais cette stratégie présente un inconvénient dans la commande (broutement).
- On remarque que le système répond parfaitement.

IV.2.COMMANDE PAR BACKSTEPPING

Cette loi de commande se présente sous forme d'un algorithme récursif, les étapes de Calcul sont comme suit :

Les erreurs de poursuite sont écrites sous la forme ci-dessous :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i & i / \text{impaire} \\ x_{id} - \dot{x}_{(i-1)d} - \alpha_{(i-1)} e_{(i-1)} & i / \text{paire} \end{cases} \quad \text{(IV-20)}$$

On considère le modèle d'état réduit, présenté précédemment (II.26)

Nous pouvons synthétiser la loi de commande qui force le système de poursuivre une trajectoire désirée :

Détermination de U_x

On a le sous système suivant tiré à partir le model (II.26):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_9 x_2 + Ux \frac{U_1}{m} \end{cases} \quad \text{(IV-21)}$$

En première étape, on considère l'erreur Z_1 , tel que :

$$Z_1 = X_{1d} - X_1 \quad \text{(IV-22)}$$

Et en utilise le théorème de Lyapunov :

$$V_1 = \frac{1}{2} Z_1^2 \quad \text{(IV-23)}$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_1 = Z_1 \dot{Z}_1 = Z_1 (\dot{X}_{1d} - \dot{X}_1) = Z_1 (\dot{X}_{1d} - X_2) \quad \text{(IV-24)}$$

$$(\dot{X}_{1d} - \dot{X}_1) = -\alpha_1 Z_1 \quad \text{(IV-25)}$$

La stabilisation de Z_1 peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle X_2 :

$$X_2 = \dot{X}_{1d} + \alpha_1 Z_1 \text{ avec : } \alpha_1 > 0 \quad \text{(IV-26)}$$

L'équation (IV-24) devient :

$$V_1 = -\alpha_1 Z_1^2 \leq 0 \quad \text{(IV-27)}$$

Puis en doit changer le variable par :

$$Z_2 = X_2 - \dot{X}_{1d} - \alpha_1 Z_1 \quad (\text{IV-28})$$

En deuxième étape, en considère la fonction de Lyapunov augmentée :

$$V_1 = \frac{1}{2}(Z_1^2 + Z_2^2) \quad (\text{IV-29})$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_2 = Z_1 \dot{Z}_1 + Z_2 \dot{Z}_2 \quad (\text{IV-30})$$

$$\dot{V}_2 = -Z_1(Z_2 + \alpha_1 Z_1) + Z_2(\dot{X}_2 - \ddot{X}_{1d} - \alpha_1 \dot{Z}_1) \quad (\text{IV-31})$$

$$\dot{V}_2 = -\alpha_1 Z_1^2 - \alpha_2 Z_2^2 \leq 0 \quad (\text{IV-32})$$

En remplace (IV-31) et \dot{X}_2 par leur équation de sous système (IV-21) dans l'égalité (IV-31) en trouve :

$$U_x = \frac{m}{U_1}(-\alpha_2 Z_2 + Z_1 - \alpha_1(\alpha_1 Z_1 + Z_2) - a_9 X_2 + \ddot{X}_{1d}) \text{ avec } U_1 \neq 0 \quad (\text{IV-33})$$

. Détermination de U_y

On a le sous système suivant tiré à partir le model (II.26):

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{10}x_4 + Uy \frac{U_1}{m} \end{cases} \quad (\text{IV-34})$$

En première étape, on considère l'erreur Z_3 , tel que :

$$Z_3 = X_{3d} - X_3 \quad (\text{IV-35})$$

Et en utilise le théorème de Lyapunov :

$$V_3 = \frac{1}{2}Z_3^2 \quad (\text{IV-36})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_3 = Z_3 \dot{Z}_3 = Z_3(\dot{X}_{3d} - \dot{X}_3) = Z_3(\dot{X}_{3d} - X_4) \quad (\text{IV-37})$$

$$(\dot{X}_{3d} - \dot{X}_3) = -\alpha_3 Z_3 \quad (\text{IV-38})$$

La stabilisation de Z_3 peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle X_4 :

$$X_4 = \dot{X}_{3d} + \alpha_3 Z_3 \quad \text{avec : } \alpha_3 > 0 \quad (\text{IV-39})$$

L'équation (IV-37) devient :

$$V_3 = -\alpha_3 Z_3^2 \leq 0 \quad (\text{IV-40})$$

Puis on doit changer le variable par :

$$Z_4 = X_4 - \dot{X}_{3d} - \alpha_3 Z_3 \quad (\text{IV-41})$$

En deuxième étape, on considère la fonction de Lyapunov augmentée :

$$V_4 = \frac{1}{2}(Z_3^2 + Z_4^2) \quad (\text{IV-42})$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_4 = Z_3 \dot{Z}_3 + Z_4 \dot{Z}_4 \quad (\text{IV-43})$$

$$\dot{V}_4 = -Z_3(Z_4 + \alpha_3 Z_3) + Z_4(\dot{X}_4 - \ddot{X}_{3d} - \alpha_3 \dot{Z}_3) \quad (\text{IV-44})$$

$$\dot{V}_4 = -\alpha_3 Z_3^2 - \alpha_4 Z_4^2 \leq 0 \quad (\text{IV-45})$$

En remplace (IV-44) et \dot{X}_4 par leur équation de sous système (IV-34) dans l'égalité (IV-44) on trouve :

$$U_y = \frac{m}{U_1} (-\alpha_2 Z_2 + Z_1 - \alpha_1(\alpha_1 Z_1 + Z_2) - a_9 X_2 + \ddot{X}_{1d}) \quad \text{avec } U_1 \neq 0 \quad (\text{IV-46})$$

. Détermination de U_1

On a le sous système suivant tiré à partir le model (II.26):

$$\begin{cases} \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_{11}x_6 + \left(\frac{\cos x_9 \cos x_{11}}{m}\right)U_1 - g \end{cases} \quad (\text{IV-47})$$

En première étape, on considère l'erreur Z_5 , tel que :

$$Z_5 = X_{5d} - X_5 \quad (IV-48)$$

Et en utilise le théorème de Lyapunov :

$$V_5 = \frac{1}{2} Z_5^2 \quad (IV-49)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_5 = Z_5 \dot{Z}_5 = Z_5 (\dot{X}_{5d} - \dot{X}_5) = Z_5 (\dot{X}_{5d} - X_6) \quad (IV-50)$$

$$(\dot{X}_{5d} - \dot{X}_5) = -\alpha_5 Z_5 \quad (IV-51)$$

La stabilisation de Z_5 peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle X_6 :

$$X_6 = \dot{X}_{5d} + \alpha_5 Z_5 \quad \text{avec : } \alpha_5 > 0 \quad (IV-52)$$

L'équation (IV-50) devient :

$$\dot{V}_5 = -\alpha_5 Z_5^2 \leq 0 \quad (IV-53)$$

Puis en doit changer le variable par :

$$Z_6 = X_6 - \dot{X}_{5d} - \alpha_5 Z_5 \quad (IV-54)$$

En deuxième étape, en considère la fonction de Lyapunov augmentée :

$$V_6 = \frac{1}{2} (Z_5^2 + Z_6^2) \quad (IV-55)$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_6 = Z_5 \dot{Z}_5 + Z_6 \dot{Z}_6 \quad (IV-56)$$

$$\dot{V}_6 = -Z_5 (Z_6 + \alpha_5 Z_5) + Z_6 (\dot{X}_6 - \ddot{X}_{5d} - \alpha_5 \dot{Z}_5) \quad (IV-57)$$

$$\dot{V}_6 = -\alpha_5 Z_5^2 - \alpha_6 Z_6^2 \leq 0 \quad (IV-58)$$

En remplace (IV-57) et \dot{X}_6 par leur équation de sous système (IV-47) dans l'égalité (IV-57) en trouve :

$$U_1 = \frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}} (-\alpha_6 Z_6 + Z_5 - \alpha_5 (\alpha_5 Z_5 + Z_6) - a_{11} X_6 + \ddot{X}_{5d} + g) \quad (IV-59)$$

. Détermination de U_4

On a le sous système suivant tiré à partir le model (II.26):

$$\begin{cases} \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_8 x_8^2 + a_7 x_{10} x_{12} + b_3 U_4 \end{cases} \quad (IV-60)$$

En première étape, on considère l'erreur Z_7 , tel que :

$$Z_7 = X_{7d} - X_7 \quad (IV-61)$$

Et en utilise le théorème de Lyapunov :

$$V_7 = \frac{1}{2} Z_7^2 \quad (IV-62)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_7 = Z_7 \dot{Z}_7 = Z_7 (\dot{X}_{7d} - \dot{X}_7) = Z_7 (\dot{X}_{7d} - X_8) \quad (IV-63)$$

$$(\dot{X}_{7d} - \dot{X}_7) = -\alpha_7 Z_7 \quad (IV-64)$$

La stabilisation de Z_7 peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle X_8 :

$$X_8 = \dot{X}_{7d} + \alpha_7 Z_7 \quad \text{avec : } \alpha_7 > 0 \quad (IV-65)$$

L'équation (IV-63) devient :

$$\dot{V}_7 = -\alpha_7 Z_7^2 \leq 0 \quad (IV-66)$$

Puis en doit changer le variable par :

$$Z_8 = X_8 - \dot{X}_{7d} - \alpha_7 Z_7 \quad (IV-67)$$

En deuxième étape, en considère la fonction de Lyapunov augmentée :

$$V_8 = \frac{1}{2} (Z_7^2 + Z_8^2) \quad (IV-68)$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_8 = Z_7 \dot{Z}_7 + Z_8 \dot{Z}_8 \quad (IV-69)$$

$$\dot{V}_8 = -Z_7 (Z_8 + \alpha_7 Z_7) + Z_8 (\dot{X}_8 - \ddot{X}_{7d} - \alpha_7 \dot{Z}_7) \quad (IV-70)$$

$$\dot{V}_8 = -\alpha_7 Z_7^2 - \alpha_8 Z_8^2 \leq 0 \quad (\text{IV-71})$$

En remplace (IV-70) et \dot{X}_8 par leur équation de sous système (IV-60) dans l'égalité (IV-70) en trouve :

$$U_4 = \frac{1}{b_3} (-\alpha_8 Z_8 + Z_7 - \alpha_7 (\alpha_7 Z_7 + Z_8) - a_7 X_{10} X_{12} - a_8 \dot{X}_8^2 + \ddot{X}_{7d}) \quad (\text{IV-72})$$

. Détermination de U_3

On a le sous système suivant tiré à partir le model (II.26):

$$\begin{cases} \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_4 x_8 x_{12} + a_5 x_{10}^2 + a_6 x_{12} \bar{\Omega} + b_2 U_3 \end{cases} \quad (\text{IV-73})$$

En première étape, on considère l'erreur Z_9 , tel que :

$$Z_9 = X_{9d} - X_9 \quad (\text{IV-74})$$

Et en utilise le théorème de Lyapunov :

$$V_9 = \frac{1}{2} Z_9^2 \quad (\text{IV-75})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_9 = Z_9 \dot{Z}_9 = Z_9 (\dot{X}_{9d} - \dot{X}_9) = Z_9 (\dot{X}_{9d} - X_{10}) \quad (\text{IV-76})$$

$$(\dot{X}_{9d} - \dot{X}_9) = -\alpha_9 Z_9 \quad (\text{IV-77})$$

La stabilisation de Z_9 peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle X_{10} :

$$X_{10} = \dot{X}_{9d} + \alpha_9 Z_9 \text{ avec : } \alpha_9 > 0 \quad (\text{IV-78})$$

L'équation (IV-76) devient :

$$V_9 = -\alpha_9 Z_9^2 \leq 0 \quad (\text{IV-79})$$

Puis en doit changer le variable par :

$$Z_{10} = X_{10} - \dot{X}_{9d} - \alpha_9 Z_9 \quad (\text{IV-80})$$

En deuxième étape, en considère la fonction de Lyapunov augmentée :

$$Z_{10} = X_{10} - \dot{X}_{9d} - \alpha_9 Z_9 \quad (IV-81)$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_{10} = Z_9 \dot{Z}_9 + Z_{10} \dot{Z}_{10} \quad (IV-82)$$

$$\dot{V}_{10} = -Z_9(Z_{10} + \alpha_9 Z_9) + Z_{10}(\dot{X}_{10} - \ddot{X}_{9d} - \alpha_9 \dot{Z}_9) \quad (IV-83)$$

$$\dot{V}_{10} = -\alpha_9 Z_9^2 - \alpha_{10} Z_{10}^2 \leq 0 \quad (IV-84)$$

En remplace (IV-83) et \dot{X}_{10} par leur équation de sous système (IV-73) dans l'égalité (IV-83) en trouve :

$$U_3 = \frac{1}{b_2} (-\alpha_{10} Z_{10} + Z_9 - \alpha_9 (\alpha_9 Z_9 + Z_{10}) - a_4 X_8 X_{12} - a_8 \dot{X}_{10}^2 + \ddot{X}_{9d} - a_9 \bar{\Omega} X_{12}) \quad (IV-84)$$

. Détermination de U_2

On a le sous système suivant tiré à partir le model (II.26):

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_1 x_{10} x_8 + a_2 x_{12}^2 + a_3 x_{10} \bar{\Omega} + b_1 U_2 \end{cases} \quad (IV-85)$$

En première étape, on considère l'erreur Z_{11} , tel que :

$$Z_{11} = X_{11d} - X_{11} \quad (IV-86)$$

Et en utilise le théorème de Lyapunov :

$$V_{11} = \frac{1}{2} Z_{11}^2 \quad (IV-87)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_{11} = Z_{11} \dot{Z}_{11} = Z_{11} (\dot{X}_{11d} - \dot{X}_{11}) = Z_{11} (\dot{X}_{11d} - X_{12}) \quad (IV-88)$$

$$(\dot{X}_{11d} - \dot{X}_{11}) = -\alpha_{11} Z_{11} \quad (IV-89)$$

La stabilisation de Z_{11} peut être garantie par l'introduction d'une nouvelle entrée de commande virtuelle X_{12} :

$$X_{12} = \dot{X}_{11d} + \alpha_{11} Z_{11} \quad \text{avec : } \alpha_{11} > 0 \quad (IV-90)$$

L'équation (IV-88) devient :

$$V_{11} = -\alpha_{11}Z_{11}^2 \leq 0 \quad (\text{IV-91})$$

Puis en doit changer le variable par :

$$Z_{12} = X_{12} - \dot{X}_{11d} - \alpha_{11}Z_{11} \quad (\text{IV-92})$$

En deuxième étape, en considère la fonction de Lyapunov augmentée :

$$Z_{12} = X_{12} - \dot{X}_{11d} - \alpha_{11}Z_{11} \quad (\text{IV-93})$$

La dérivée de cette fonction est donnée par :

$$\dot{V}_{12} = Z_{11}\dot{Z}_{11} + Z_{12}\dot{Z}_{12} \quad (\text{IV-94})$$

$$\dot{V}_{12} = -Z_{11}(Z_{12} + \alpha_{11}Z_{11}) + Z_{12}(\dot{X}_{12} - \ddot{X}_{11d} - \alpha_{11}\dot{Z}_{11}) \quad (\text{IV-95})$$

$$\dot{V}_{12} = -\alpha_{11}Z_{11}^2 - \alpha_{12}Z_{12}^2 \leq 0 \quad (\text{IV-96})$$

En (IV-95) et \dot{X}_{12} par leur équation de sous système (IV-85) dans l'égalité (IV-95) en trouve :

$$U_2 = \frac{1}{b_1}(-\alpha_{12}Z_{12} + Z_{11} - \alpha_{11}(\alpha_{11}Z_{11} + Z_{12}) - a_1X_8X_{10} - a_2\dot{X}_{12}^2 + \ddot{X}_{11d} - a_3\bar{\Omega}X_{10}) \quad (\text{IV-97})$$

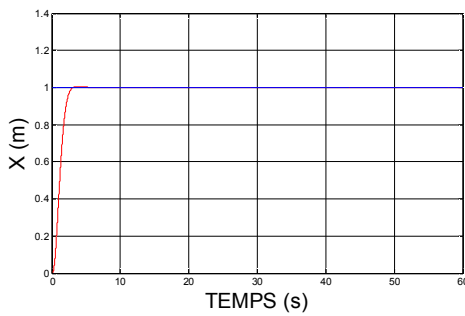
En fin, on a trouvé les commandes suivant

$$\left\{ \begin{array}{l} U_x = \frac{m}{U_1}(-\alpha_2Z_2 + Z_1 - \alpha_1(\alpha_1Z_1 + Z_2) - a_9X_2 + \ddot{X}_{1d}) \\ U_y = \frac{m}{U_1}(-\alpha_2Z_2 + Z_1 - \alpha_1(\alpha_1Z_1 + Z_2) - a_9X_2 + \ddot{X}_{1d}) \\ U_1 = \frac{m}{\cos x_9 \cos x_{11}}(-\alpha_6Z_6 + Z_5 - \alpha_5(\alpha_5Z_5 + Z_6) - a_{11}X_6 + \ddot{X}_{5d} + g) \\ U_2 = \frac{1}{b_1}(-\alpha_{12}Z_{12} + Z_{11} - \alpha_{11}(\alpha_{11}Z_{11} + Z_{12}) - a_1X_8X_{10} - a_2\dot{X}_{12}^2 + \ddot{X}_{11d} - a_3\bar{\Omega}X_{10}) \\ U_3 = \frac{1}{b_2}(-\alpha_{10}Z_{10} + Z_9 - \alpha_9(\alpha_9Z_9 + Z_{10}) - a_4X_8X_{12} - a_8\dot{X}_{10}^2 + \ddot{X}_{9d} - a_9\bar{\Omega}X_{12}) \\ U_4 = \frac{1}{b_3}(-\alpha_8Z_8 + Z_7 - \alpha_7(\alpha_7Z_7 + Z_8) - a_7X_{10}X_{12} - a_8\dot{X}_8^2 + \ddot{X}_{7d}) \end{array} \right. \quad (\text{IV-98})$$

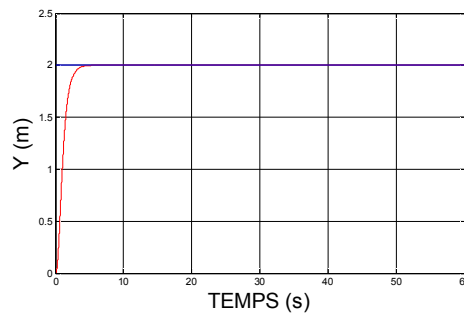
Avec

$$\begin{cases} Z_2 = X_2 - \dot{X}_{1d} - \alpha_1 Z_1 \\ Z_4 = X_4 - \dot{X}_{3d} - \alpha_3 Z_3 \\ Z_6 = X_6 - \dot{X}_{5d} - \alpha_5 Z_5 \\ Z_8 = X_8 - \dot{X}_{7d} - \alpha_7 Z_7 \\ Z_{10} = X_{10} - \dot{X}_{9d} - \alpha_9 Z_9 \\ Z_{12} = X_{12} - \dot{X}_{11d} - \alpha_{11} Z_{11} \end{cases} \quad (IV-99)$$

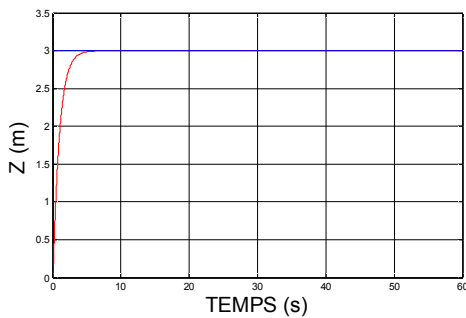
IV.2.1. Résultats de simulation



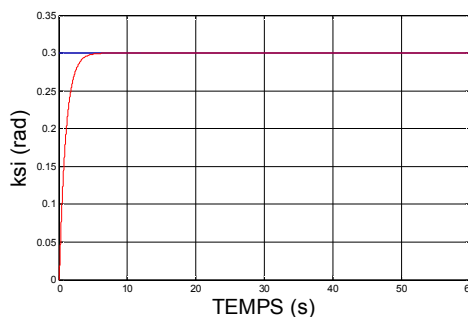
a) Evolution de la position l'axe X



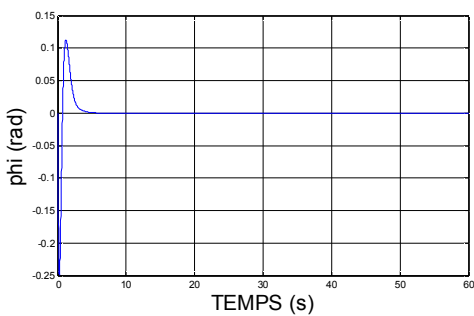
b) Evolution de la position l'axe Y



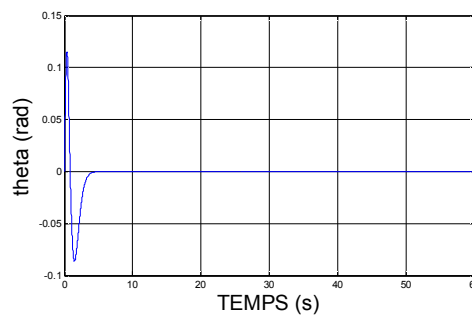
c) Evolution de la position l'axe Z



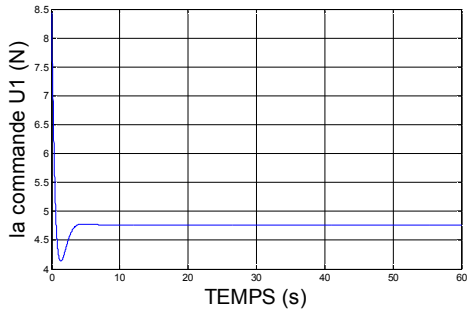
d) Evolution de l'angle de lacet (ksi)



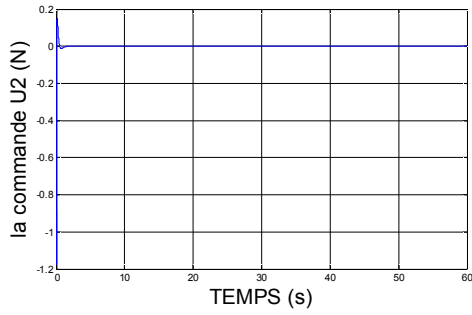
e) Evolution de l'angle de lacet (phi)



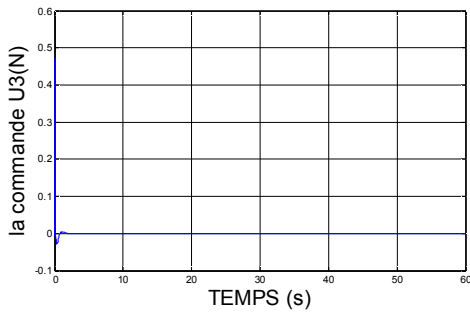
f) Evolution de l'angle de lacet (theta)



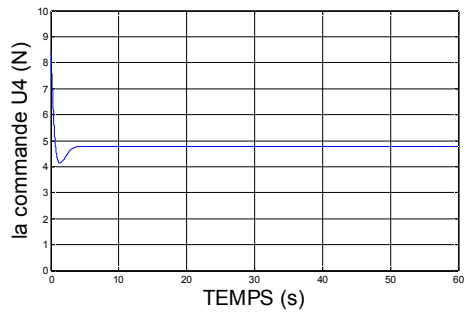
g) Evolution de la commande (U1)



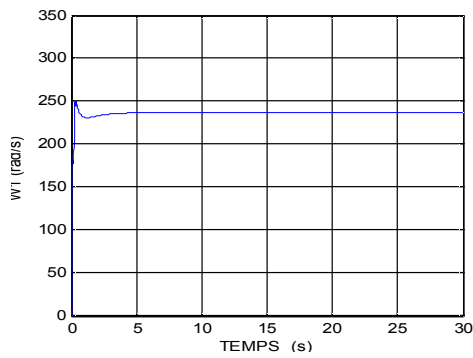
h) Evolution de la commande (U2)



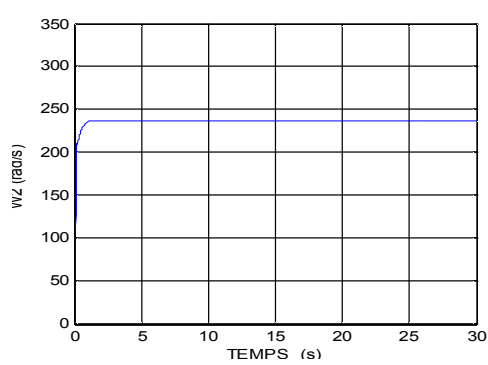
i) Evolution de la commande (U3)



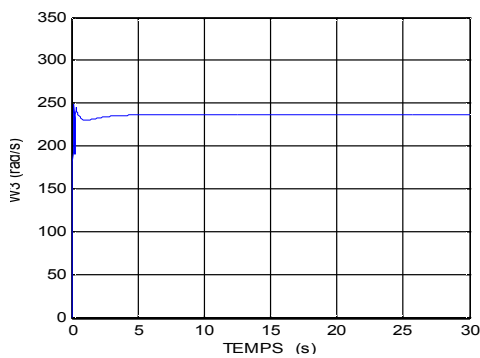
j) Evolution de la commande (U4)



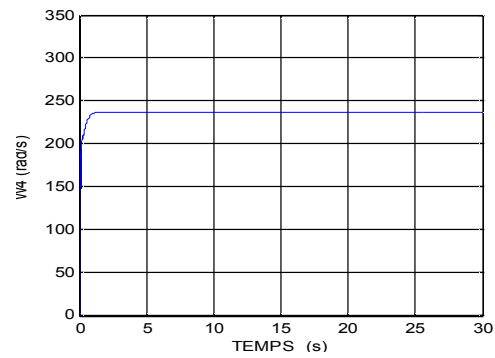
k) Vitesse angulaire du moteur 1 (W1)



l) Vitesse angulaire du moteur 2 (W2)

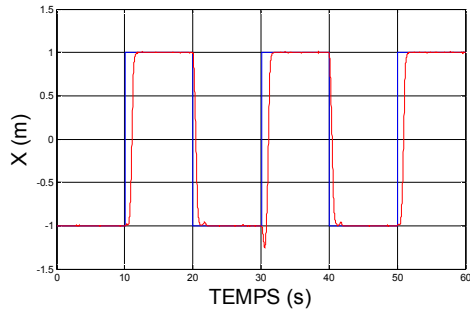


m) Vitesse angulaire du moteur 3 (W3)

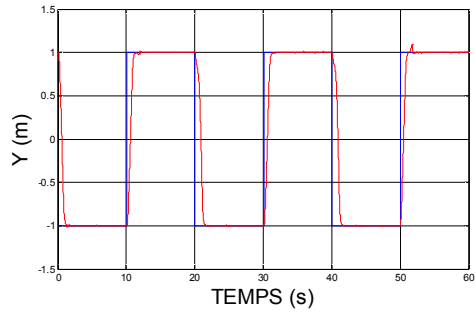


n) Vitesse angulaire du moteur 4 (W4)

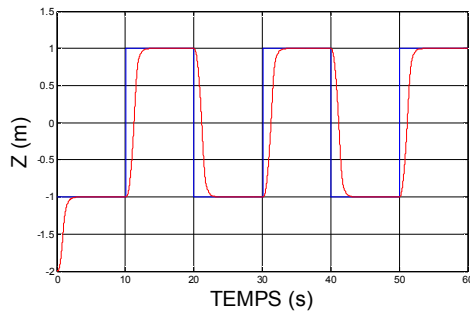
Figure IV.4. Stabilisation d'attitude par backstepping



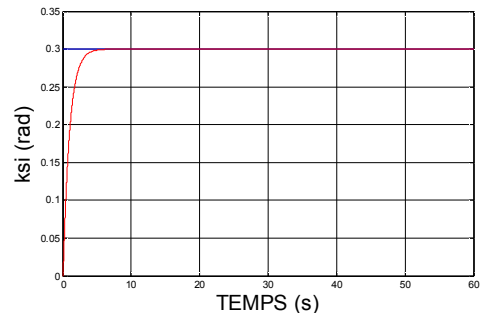
a) Evolution de la position l'axe X



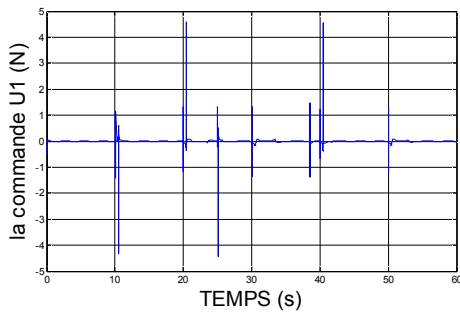
b) Evolution de la position l'axe Y



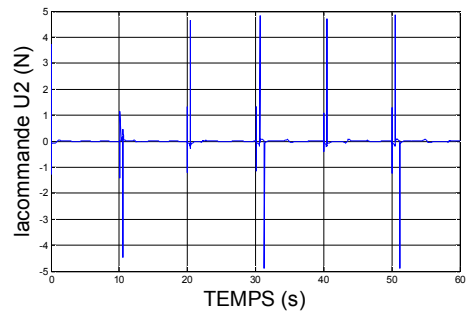
c) Evolution de la position l'axe Z



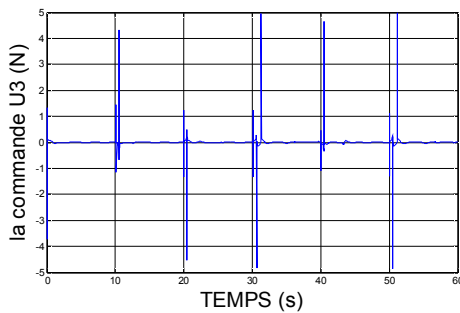
d) Evolution de l'angle de lacet (ksi)



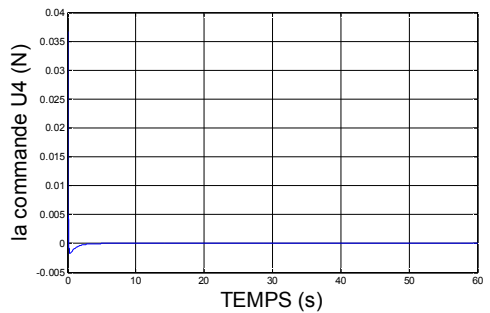
e) Evolution de la commande (U1)



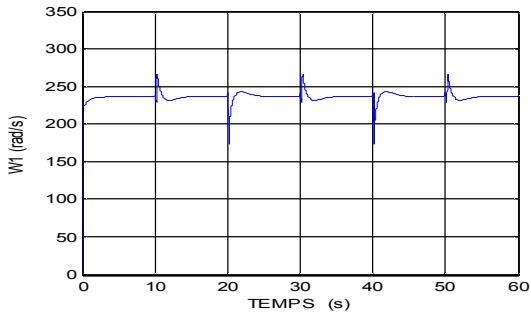
f) Evolution de la commande (U2)



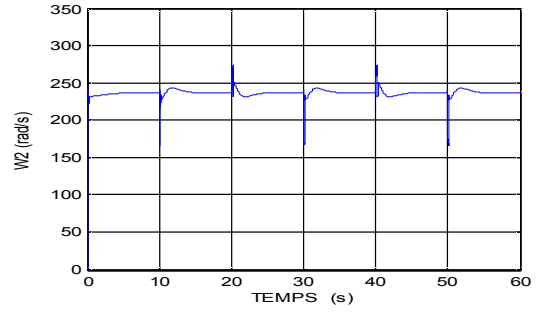
g) Evolution de la commande (U3)



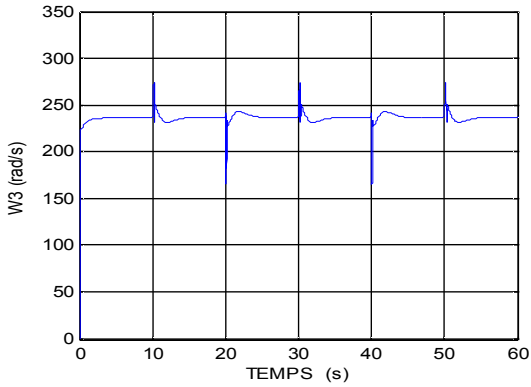
h) Evolution de la commande (U4)



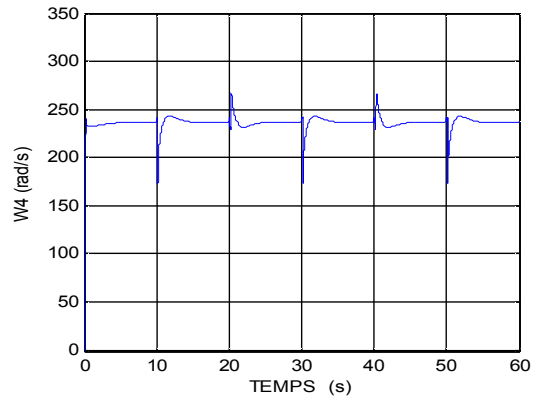
i) Vitesse angulaire du moteur 1 (W1)



j) Vitesse angulaire du moteur 2 (W2)

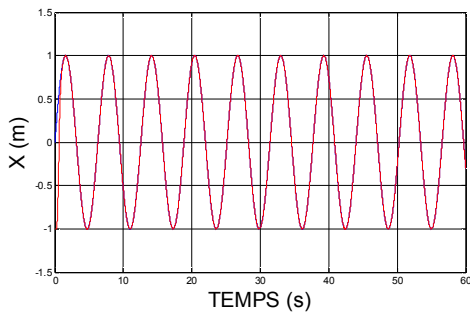


k) Vitesse angulaire du moteur 3 (W3)

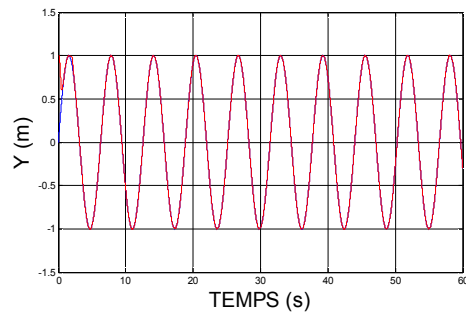


l) Vitesse angulaire du moteur 4 (W4)

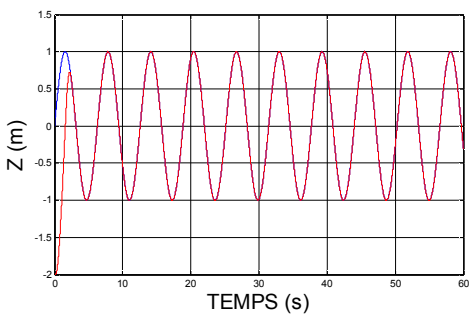
Figure IV.5. Poursuite de trajectoire carré par backstepping



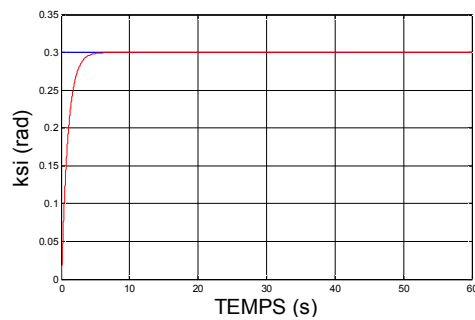
a) Evolution de la position l'axe X



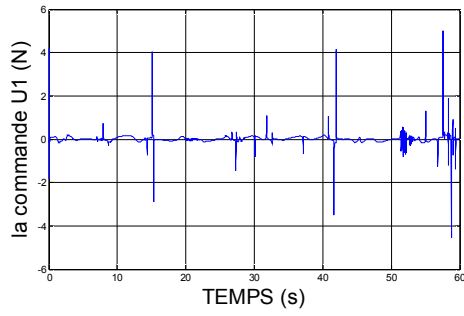
b) Evolution de la position l'axe Y



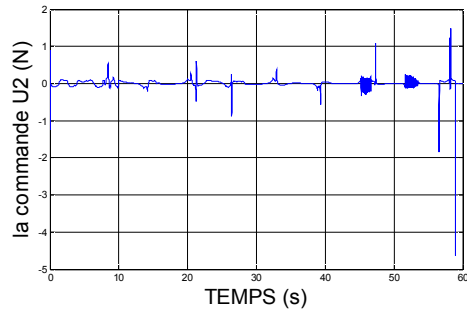
c) Evolution de la position l'axe Z



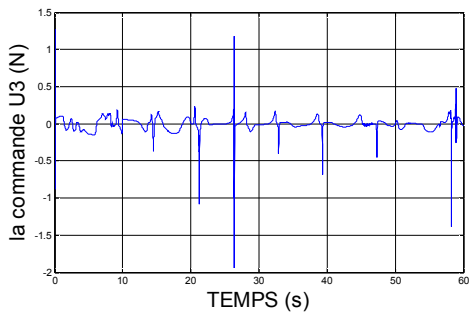
d) Evolution de l'angle de lacet (ksi)



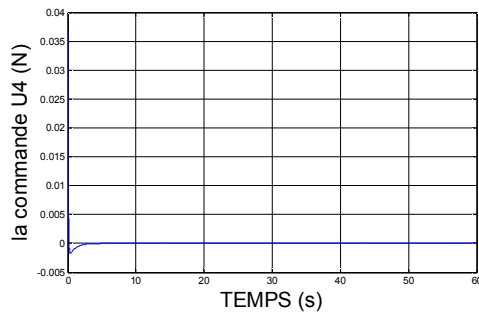
e) Evolution de la commande (U1)



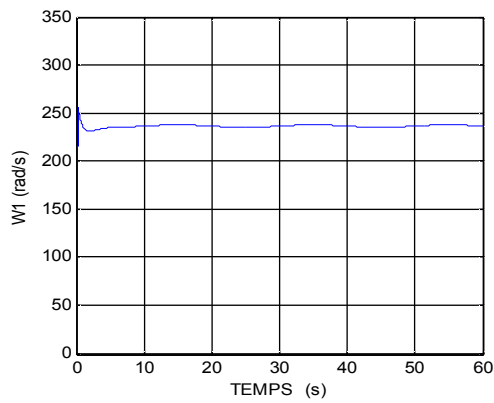
f) Evolution de la commande (U2)



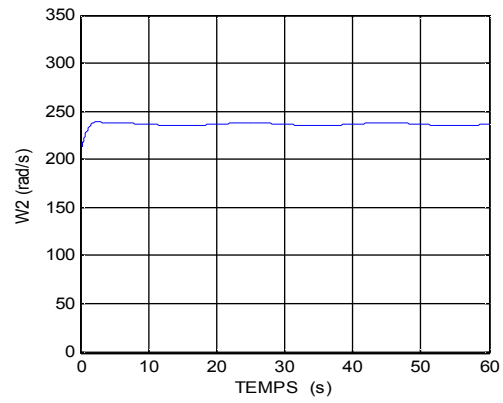
g) Evolution de la commande (U3)



h) Evolution de la commande (U4)



i) Vitesse angulaire du moteur 1 (W1)



j) Vitesse angulaire du moteur 2 (W2)

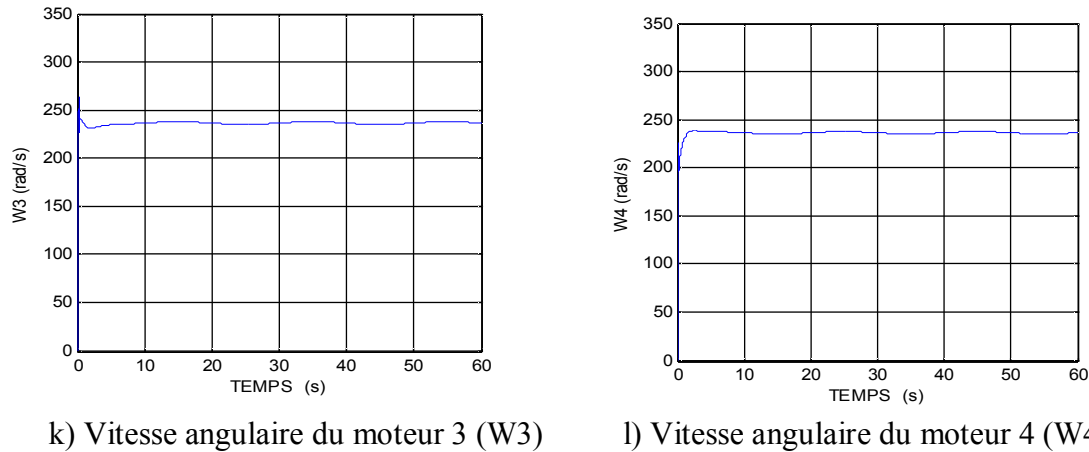


Figure IV.6. Poursuite de trajectoire sinusoïdale par backstepping

Commentaires sur les résultats

- Le contrôleur backstepping doit toujours stabiliser le quadrotor et maintenir à zéro, Les paramètres de la commande backstepping sont respectivement: $\alpha_1= 1$, $\alpha_2= 2$, $\alpha_3 = 1$, $\alpha_4 = 10$, $\alpha_5 = 1.7$, $\alpha_6 = 5$, $\alpha_7= 0.7$, $\alpha_8=2.5$, $\alpha_9= 4$, $\alpha_{10}= 3$, $\alpha_{11}= 1.7$, $\alpha_{12}= 11$,
- La simulation avec le controleur backstepping satisfait leurs performances et la trajectoire avec les valeurs désirés suivie par le quadrotor est de (X_d, Y_d, Z_d) .
- On constate que le quadrotor arrive à suivre les deux trajectoires désirées avec succès.

IV.3.CONCLUSION

Dans Ce chapitre nous avons présenté la simulation et les tests de deux techniques de commande pour la stabilisation d'attitude d'un quadrotor. La première technique par mode glissant est il n'a pas fourni d'excellents résultats. La nature de commutation du contrôleur semble être déféctuosité adaptée à la dynamique du quadrotor . La deuxième technique la commande par backstepping est une méthode de commande très efficace qui permet de démontrer facilement la stabilité d'un système non linéaire en boucle fermée. Cependant, bien que le signal de commande se construise de manière intuitive, son expression finale est relativement complexe et difficile à implémenter. L'idéal serait donc de conserver la procédure de conception de l'algorithme de commande par backstepping tout en changeant la structure physique de quadrotor. Pour voir les performances de chaque loi de commande proposée dans ce travail nous allons opter à une étude comparative qui sera présenté dans le dernier chapitre

CHAPITRE V
ETUDE COMPARATIVE

CHAPITRE V

ETUDE COMPARATIVE

V.1. INTRODUCTION

Pour examiner les différentes lois de commande, développées pour le quadrotor, nous avons opté à une étude comparative entre ces différentes commandes. Pour cela, nous définissons deux critères, le premier est en fonction de la commande appliquée, on peut le considérer comme un critère énergétique, le deuxième est en fonction de l'erreur résultante.

Pour bien examiner ces commandes, les résultats ont été pris dans les mêmes conditions, à titre d'exemple : la période d'échantillonnage, le temps de simulation, les gains de la commande, ...etc.

V.2. ÉTUDE COMPARATIVE

Critère	Commande par mode glissant	Commande backstepping
$J_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (u^T u)$	148.0398	5.1261
$J_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (e^T e)$	851.0087	102.7437

Tableau (V-1): Étude comparative entre les deux commandes pour le quadrotor

Dans le tableau précédent, nous avons présenté une comparaison quantitative entre les deux commandes dans ce document. Pour mieux éclaircir cette comparaison, on s'est intéressé à l'évolution temporelle de la commande et de l'erreur résultante (comparaison qualitative).

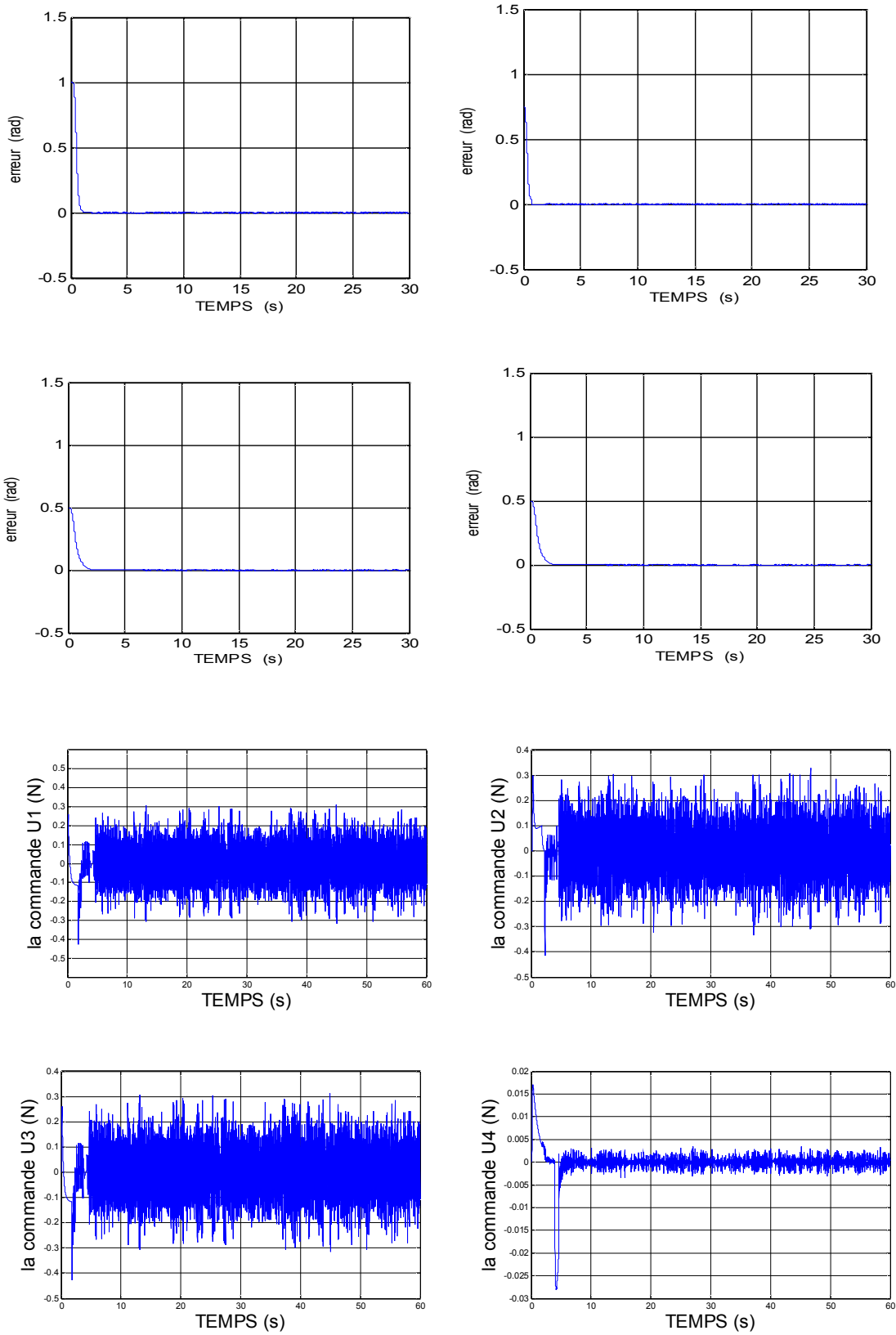


Fig.V.1 Commande et erreur de la commande par Mode glissant appliquée au quadrotor.

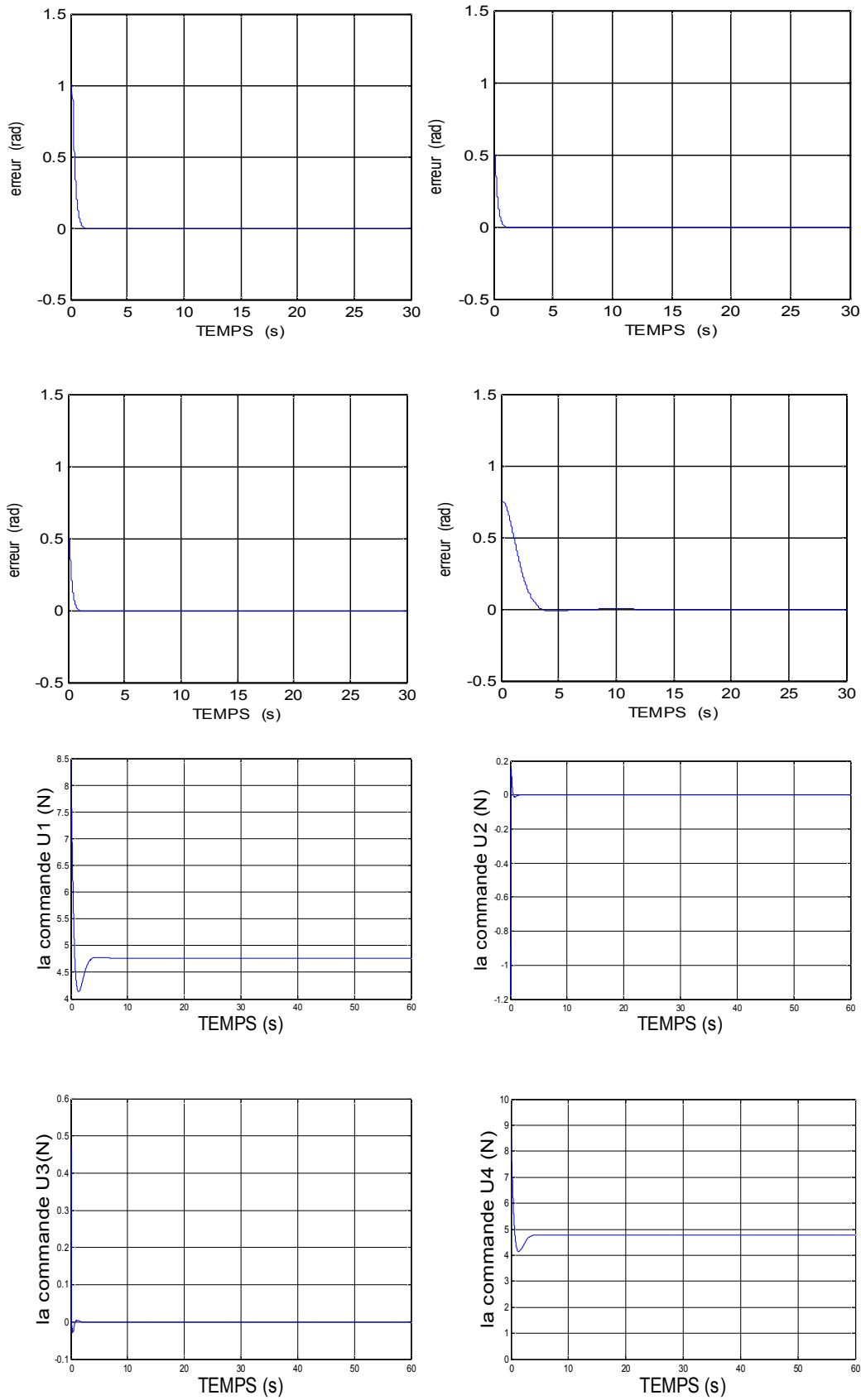


Fig.V.2 Commande et erreur de la commande par Backstepping appliquée au quadrotor

L'objectif visé, au niveau de ce chapitre, est d'examiner les différentes lois de commandes synthétisées dans ce document et ceci dans les mêmes conditions. Cette comparaison s'est faite selon deux voies : quantitative et qualitative. Pour mettre en évidence les performances de chaque loi de commande, en terme d'erreur résultante et de valeur de la commande nécessaire pour réaliser une telle commande, nous avons adopté deux critères J_1 et J_2 (Tableau V.1). Ensuite, nous nous sommes intéressés à la variation temporelle caractérisant ces deux grandeurs (la commande et l'erreur).

Dans le cas du quadrotor (tableau V.1), les valeurs les plus faibles des deux critères J_1 et J_2 sont obtenues avec la commande par **backstepping**.

V.3.CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons fait la comparaison entre toutes les commandes appliquées sur le quadrotor, tout en fixant deux critères (la commande et l'erreur).

Finalement on peut conclure que la commande par backstepping présente de meilleures performances du point de vue de la minimisation du critère de précision par rapport aux autres commandes, De plus d'un point de vue économique (critère énergétique), la commande par backstepping présente de bonnes performances.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Nous avons discuté, dans ce travail, la problématique du contrôle d'un avion à atterrissage et à décollage verticale (VTOL), celui de quadrotor qui a connu une grande popularité ces dernières années, dans le but d'effectuer des missions autonomes.

Ce type d'appareil possède une dynamique hautement non linéaire, multi-variables, fortement couplée et sous actionnée, ce qui augmente le défi rencontré par le concepteur.

Le problème traité consiste à garantir en premier lieu la stabilité de ce dernier ainsi que la poursuite de trajectoire avec plus au moins des performances acceptables vis-à-vis le milieu de navigation.

Pour ce faire, un modèle non linéaire de quadrotor a été suivie en se basant sur les équations de mouvement de Newton, notant que nous avons essayé de prendre en considération toutes les forces et tous les moments afin de pouvoir suivre le modèle le plus réaliste et le plus représentatif possible.

A partir de ce model, La technique la commande par mode glissant est une méthode de commande très efficace qui permet de démontrer facilement la stabilité d'un système non linéaire en boucle fermée, les résultats obtenus montrent le bon fonctionnement de la loi de commande proposée à travers les performances enregistrées, aussi bien pour les simulations effectuées sur le quadrotor.

Nous proposons comme perspectives dans le future travail de :

- ✓ Étudier le système de quadrotor en présence de défauts via la méthode de mode glissant .
- ✓ Application des autres lois de commande non linéaire et la comparaison entre eux.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIES

- [1] Ashfaq Ahmad Mian, Wang Daobo , « Modeling and Backstepping-based Nonlinear Control Strategy for a 6 DOF Quadrotor Helicopter » , Chinese Journal of Aeronautics, université China 2008.
- [2] Hazry Desa, « Adaptive Hybrid Control Algorithm Design for Attitude Stabilization of Quadrotor (UAV) » , Archives Des Sciences Vol 66, N°. 2, University Malaysia Perlis, Malaysia, 2013.
- [3] Mohd Ariffanan, Mohd Basri, Abdul Rashid Husain, Kumeresan, A. Danapalasingam ,« Robust Chattering Free Backstepping Sliding Mode Control Strategy for Autonomous Quadrotor Helicopter » ,International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering IJMME-IJENS Vol:14 N°.03 36 , Université Malaysia, 2014.
- [4] « All the word's Rotorcraft » , <http://www.aviastar.org>.
- [5] R. Austin, « Unmanned Aircraft Systems - UAVS Design », Development and Deployment. Wiley, 2010.
- [6] S. d. Prior, « Reviewing and Investigating the Use of Co-Axial Rotor Systems in Small UAVs » , International Journal of Micro Air Vehicles, vol. 2, N°. 1, p. 1-16, 2010.
- [7] M.fays, Long paul, M.blumenfeld Guillaume , « Conception et réalisation d'un hélicoptère à rotor coaxiaux contrarotatifs pour le concours micro drones ONERA/DGA », projet industriel et de recherche, Institut Polytechnique des sciences Avancées, France 2008.
- [8] <http://www.cad-modelltechnik-jung.de/projekte/Kamov> Ka-52.htm.
- [9] A. Dzul , T. Hamel , R. Lozano « Nonlinear control for a tandem rotor helicopter » .15th Triennial World Congress, Barcelona,Spain, 2002.
- [10] H.R.Everett, « Sensors for Mobile Robots : Theory and Application ». A K Peters, 1995.
- [11] B. Abdelouhab et H. Adel, "Commande par mode de glissement d'une suspension active d'un véhicule", PFE, Ecole Nationale Polytechnique, Juin 2006.
- [12] M. J. Aldon, « Capteurs et Méthodes pour la Localisation des Robots Mobiles », Techniques de l'Ingénieur, S7852, 2001.
- [13] Samir Zeghlache ; « Commande non linéaire d'un appareil à vol vertical » ; Thèse de Doctorat, Département d' Electronique, Université de M'sila, 2014.
- [14] Michel Asencio , « L'utilisation civile des drones - problèmes techniques, opérationnels et juridiques » , www.frstrategie.org.
- [15] Anežka Chovancová, Tomáš Ficoa, Ľuboš Chovaneca, Peter Hubinskýa, « Mathematical Modelling and Parameter Identification of Quadrotor (a survey) » , Modelling of Mechanical and Mechatronic Systems MMaMS/14, Procedia Engineering 96 , 172 – 181, 2014.
- [16] H.Bouadi, M.Bouchoucha and M.Tadjine « Modelling and Stabilizing Control Laws Design Based on Sliding Mode for an UAV Type-Quadrotor » , Engineering Letters, 2007.
- [17] Samir Bouabdallah , « Design and control of quadrotors with application to autonomous flying » , Thèse de doctorat , Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, Suisse, 2007.

- [18] Erdinç Altug, James P. Ostrowski, Camillo J. Taylor, « Control of a Quadrotor Helicopter Using Dual Camera Visual Feedback », *The International Journal of Robotics Research* Vol. 24, No. 5, pp. 329-341, 2005.
- [19] Michael David Schmidt, « Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle », University of Kentucky, Master's thesis, 2011.
- [20] Salvador González-Vázquez and Javier Moreno-Valenzuela, « Motion control of a quadrotor aircraft via singular perturbations », *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Instituto Politécnico Nacional, Mexico 2013.
- [21] Bora Erginer and Erdinç Altuğ, « Modeling and PD Control of a Quadrotor VTOL Vehicle », *Proceedings of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium Istanbul, Turkey*, June 13-15, 2007.
- [22] Hicham Khebbache, « Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires Application : Système UAV de type Quadrirotor », *Mémoire de Magister, université Ferhat Abbas, Sétif*, 2012.
- [23] Holger Voos, « Nonlinear Control of a Quadrotor Micro-UAV using Feedback Linearization », *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics*. Malaga, Spain, April 2009.
- [24] Andrzej Koszewnik, « the parrot uav controlled by PID controllers », *acta mechanica et automatica*, vol.8 N°.2 DOI 10.2478/ama-0011,2014.
- [25] L.Derafa, T.Madani, and A.Benalegue, « Dynamic Modelling and experimental identification of four rotor helicopter parameters », *IEEE-ICIT Mumbai, India*, 2006.
- [26] Yu Yali, SunFeng, Wang Yuanxi, « Controller Design of Quadrotor Aerial Robot », *2012 International Conference on Medical Physics and Biomedical Engineering, Physics Procedia* 33, 1254 – 1260, 2012.
- [27] Samir Bouabdallah and Roland Siegwart, « Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor », *Proceedings of the 2005 IEEE, International Conference on Robotics and Automation Barcelona, Spain*, April 2005.
- [28] A. Swarup and Sudhir, « Comparison of Quadrotor Performance Using Backstepping and Sliding Mode Control », *Proceedings of the 2014 International Conference on Circuits, Systems and Control*, ISBN: 978-1-61804-216-3.
- [29] S. Zeghlache, D. Saigaa, K. Kara, A. Harrag, and A. Bouguerra, "Backstepping sliding mode controller improved with fuzzy logic: Application to the quadrotor helicopter", *Archives of Control Sciences*, 22(3), 2012, pp. 255-282.
- [30] B. Pratap, S. Purwar, "State observer based robust feedback linearization controller for twin rotor MIMO system", *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, Dubrovnik (Croatia)*, 3-5 October 2012, pp. 1074-1079.
- [31] X. Rong, U. Ozguner, "Sliding Mode Control of a Quadrotor Helicopter", *Proceedings of the IEEE International on Decision and Control, San Diego (USA)*, 13-15 December 2006, pp. 4957- 4962.

- [32] M. Hamdaoui, "Optimisation multicritères de l'efficacité propulsive de mini-drones biomimétiques a ailes battantes par algorithmes évolutionnaires", Thèse de doctorat, Université pierre et marie curie, France, 2009.

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE : **COMMANDE DES SYSTEMES ELECTRIQUES**

Proposé et dirigé par : **Dr. ZEGHLACHE Samir**

Présenté par : **Mr. TITRAOUI RADHWANE**

Thème

Commande par mode glissant d'un appareil à vol et atterrissage vertical

Résumé

Dans ce travail, Nous présentons les configurations aérodynamiques les plus courantes capables de décoller verticalement ; un modèle dynamique non linéaire d'un hélicoptère type quadrotor à six degrés de liberté (6 DDL) est dérivé sur la base du formalisme de Newton-Euler. La dérivation comprend des équations déterminant le mouvement du quadrotor en trois dimensions et rapprochement des forces d'actionnement à travers la modélisation de la dynamique des coefficients aérodynamiques des moteurs électriques. Le modèle dérivé composé de sous-systèmes de translation et de rotation qui sont dynamiquement instable, est pour que deux stratégies de contrôle non linéaire est utilisés le control du quadrotor. la technique par mode de glissement et la technique du backstepping pour les deux sous-systèmes. Les performances des méthodes de contrôle non linéaire utilisés sont évaluées par des simulations où les résultats démontrent l'efficacité de la stratégie de contrôle proposée pour l'hélicoptère quadrotor.

Mots Clés :

Mode de glissement, Backstepping, Quadrotor, Sous-actionnés, Six degrés de liberté (6 DDL), Lyapunov.

N° d'ordre : **CSE_215**