



# UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHÉMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

**Département de Mathématiques**

**Mémoire**

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

**Option : Mathématiques Appliquées et Fondamentales**

**Spécialité : Mathématiques**

**Par**

**LEULMI ANISSA**

**Sujet**

**Résolution des équations intégrales par le premier polynôme de Chebyshev**

**Soutenu le : 18 / 06 / 2014**

**devant le jury compose de :**

<b>Président</b>	<b>M. NADIR</b>	<b>Pr.</b>	<b>Univ. M'sila</b>
<b>Rapporteur</b>	<b>B. GAGUI</b>	<b>M. A.A</b>	<b>Univ. M'sila</b>
<b>Examineur</b>	<b>A. GASMI</b>	<b>Pr.</b>	<b>Univ. M'sila</b>
<b>Examineur</b>	<b>M. DILMI</b>	<b>M.A.A</b>	<b>Univ. M'sila</b>

**Promotion : 2013/2014**

# Table des matières

<b>Introduction</b>	Equation intégrale de Volterra de seconde espèce	<b>1</b>
<b>1 Notions fondamentales</b>		<b>2</b>
1.1	Définitions de polynôme de Chebyshev $T_n$ . . . . .	2
1.2	Propriétés de polynôme de Chebyshev $T_n$ . . . . .	4
1.2.1	Changement le polynôme de Chebyshev $T_n$ par $T_n^*$ . . . . .	4
1.2.2	Polynôme de Chebyshev sur $[a, b]$ . . . . .	5
1.2.3	Polynômes de Chebyshev d'une variable complexe . . . . .	6
1.3	Relation entre les quatre types de polynômes $T_n, U_n, V_n, W_n$ . . . . .	10
1.4	L'orthogonalité des polynômes de Chebyshev . . . . .	14
1.4.1	Polynômes orthogonaux et des fonctions de poids . . . . .	14
1.4.2	Polynôme de Chebyshev comme polynômes orthogonaux . . . . .	15
1.5	L'approximation par une série de Fourier et de Chebyshev . . . . .	16
1.5.1	Série de Chebyshev et d'autre expressions . . . . .	16
1.5.2	Série de Fourier, Chebyshev et la théorie de Fourier . . . . .	21
1.6	Méthode spectrale: . . . . .	23
1.7	Les espaces de fonction . . . . .	23
1.7.1	Espace normé . . . . .	23
1.7.2	Espace de Bannack . . . . .	24
1.7.3	Espace de Hilbert . . . . .	24
1.7.4	Espace euclidien . . . . .	24
1.8	Les operateurs . . . . .	24

TABLE DES MATIÈRES

1.8.1	Opérateur compact . . . . .	24
1.8.2	Opérateurs intégraux . . . . .	26
1.9	Les équations intégrales . . . . .	28
1.9.1	Classifications des équations intégrales . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Analyse numérique des équations intégrales</b>	<b>30</b>
2.1	Introduction . . . . .	30
2.2	Intégration numérique . . . . .	30
2.3	Application aux équations intégrales de type Volterra de deuxième espèce . .	31
2.3.1	Equation intégrale de Volterra de seconde espèce . . . . .	31
2.4	Application numérique aux équations intégrales de type Volterra . . . . .	34
	<b>Conclusion</b>	<b>38</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>39</b>

# Introduction

Dans ce mémoire on va traiter la résolution des équations intégrales par le premier polynôme de Chebyshev, on va démontrer l'existence et l'unicité de la solution de ces équations parmi la meilleure méthode d'approximation.

On commence dans le premier chapitre présente une introduction sur les polynômes de Chebyshev de premier espèce et quelques propriétés, et la deuxième partie on va définir les opérateurs, les opérateurs compacts et les opérateurs intégraux et quelques propriétés.

Le deuxième chapitre représente le but de ce mémoire consiste à la résolution des équations intégrales par le polynôme de Chebyshev du premier espèce en utilisant la règle de Trapèze comme outil afin d'arriver à un système linéaire.

## Conclusion

Les équations intégrales sont a priori moins simples à résoudre que les équations algébriques et les équations différentielles, nous allons voir dans ce travail que les équations intégrales linéaires une fois réalisée la discrétisation donc on peut résoudre toute équation intégrale de type Volterra par méthode de Trapèze mais le choix de polynôme et leurs noeuds joue un rôle important pour assurer la convergence de la solution et obtenu de ce raison on choisit le polynôme de Chebyshev de première type pour approximer la solution d'une équation intégrale de Volterra et on ait un bon résultat.

[4] GAGLLEB: Résolution des équations intégrales par les méthodes adaptatives, thèse Master, Université de M'aha, 2006.

[5] Gabriel.P.: Résolution numérique d'équations intégrales exemples de la réalité, <http://www.ahm.fr.fr>, 2001.

[6] John.P.: Chebyshev and Fourier spectral methods, university of Michigan Ann Arbor, Michigan, 2000, <http://www-personal.engr.umich.edu/~jphloyd/>.

[7] MASSON.J.C and HANDSCOMB.D.C.: Chebyshev polynomials, Ellis Horwood London, 2003.

[8] Nadir.M.: Analyse fonctionnelle, cours master -01- Université de M'aha, 2012/2013.

[9] BRAHMOUNE.A : Résolution numérique des équations intégrales thèse Master, Département de mathématiques, Université de M'aha, 2008.

[10] Young. A. : The application of approximate product integration to the numerical solution of integral equations, proc. Royal soc. London A 224, 561-573, 1954.

[11] Yuchang.L.: Application of Chebyshev polynomial in solving Fredholm integral equations, Mathematical and computer Modelling, 2008.

## ملخص:

الفكرة هي حل المعادلة التكاملية بطريقة طيفية (spectrale) من خلال استبدال دالة الغير معروفة بكثير حدود شيبشيف (Chebyshev) من النوع الأول و التطبيق العددي لهذه الأخيرة يمكن مقارنته مع عدة تقر يبات أخرى.

### الكلمات المفتاحية:

مؤشر، المعادلات التكاملية، كثير حدود شيبشيف (Chebyshev) من النوع الأول .

## Résumé :

L'idée est de résoudre approximativement une équation intégrale par la méthode spectrale tous en remplaçant la fonction inconnue par l'expression du polynôme de Chebyshev de première espèce puis la réalisation numérique de cette dernière par la comparaison avec d'autre approximations

### Mots clés :

Operateurs, Equation intégrale, Polynôme de Chebyshev de première espèce.

## Abstract :

The idea is to solve approximately an intégral équation by the spectral method by replacing all the unknown by expression of the Chebyshev polynomial of the first kind and the numérical implementation of the latter by comparison with other approximations

### Key words :

Operators, Integral equation, Chebyshev polynomial of the first kind