



N° d'ordre :

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et
de la Recherche Scientifique

Université de M'sila
Faculté des Sciences
Département de Physique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MASTER

Domaine : **Sciences de la matière**

Filière : **Physique**

Option : **Physique des Particules à haute Energie**

Par

MEKKI Fatima

THEME

See-Saw type II et phénoménologie

Soutenu le : 19/06/2014

Devant le jury composé de :

Dr.S. ZAIM	MCA Univ. de Batna	Président
Dr.M.BOUSSAHEL	MCA Univ. de M'sila	Rapporteur
Dr.S.KALLI	MCB Univ. de M'sila	Examineur

Promotion Juin 2014

REMERCIEMENT

Tout d'abord je remercie le bon dieu puissant de la bonne santé, la volonté et de la patience qu'il nous a donnée tout au long de notre étude.

*Je remercie Très sincèrement **Dr. M.BOUSSAHEL** mon encadreur de ce travail, pour ses conseils pertinents, et ses orientations judicieuses sa patience et diligence.*

Je tiens à remercier très vivement tous mes enseignants au département physique, qui ont donner le meilleur d'eux même en m'assurant une formation aussi meilleur que possible et qui m'ont encouragé durant ce travail.

Un remerciement spécial aux étudiants de la 2^{eme} année Master de la

Spécialité de physique théorique

Je remercie vivement toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

En fin je remercie tout particulièrement mes parents et mon mari, pour leurs soutiens inconditionnels tout au long de ces longues années d'études.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A ma mère avec toute mon affection.

A mon père avec toute ma reconnaissance.

A mon mari

A mes enfants

A mes frères et mes sœurs.

A mes Oncles et mes Tantes.

A mes cousines.

A toute la famille Mekki et Reguig berra.

A tous mes amis.

A tous les enseignants au département de physique.

A ma promotion de physique théorique (juin 2014).

A tous les étudiants

Table des matières

INTRODUCTION.....	1
-------------------	---

Chapitre 1

LES NEUTRINOS

1.1. INTRODUCTION.....	2
1.2. ORIGINE ET DEFINITION DES NEUTRINOS	2
1.2.1. Faits historique dans découverts des neutrinos.....	2
1.2.2. Caractéristique et propriétés des neutrinos.....	4
1.3. LES NEUTRINOS SOLAIRES ET ATMOSPHERIQUES.....	5
1.3.1. Les neutrinos solaires	5
1.3.2. Les neutrinos atmosphériques	5
1.4. LES EXPERIENCES KAMIOKANDE ET SUPERKAMIOKANDE.....	5
1.4.1. Kamiokande.....	5
1.4.2. Superkamiokande	6
1.5. OSCILLATION DES NEUTRINOS	6

Chapitre 2

LE MODELE STANDARD

2.1. INTRODUCTION.....	8
2.2. LES PARTICULES ELEMENTAIRES DU MODELE STANDARD	8
2.2.1. Les fermions.....	8
2.2.2. Les bosons	9
2.3. LE LAGRANGIEN DU MODELE ELECTROFAIBLE	10
2.3.1. Secteur de Jauge	11
2.3.2. Secteur fermionique	11
2.3.3. Secteur scalaire.....	12

2.3.4. Secteur de Yukawa.....	13
2.4. BRISURE SPONTANEE DE LA SYMETRIE ELECTROFAIBLE	14
2.4.1. Mécanisme de Higgs	14
2.4.2. Masse des Bosons de jauge	16
2.4.3. Masse des fermions	19
2.5. MATRICE DE CABIBO-KOBAYASHI-MASKAWA.....	20

Chapitre 3

SEE-SAW TYPE II ET PHENOMENOLOGIE

3.1. INTRODUCTION.....	29
3.2. MODELE DE SEE-SAW.....	29
3.2.1. Neutrinos de Dirac et de Majorana.....	29
3.2.2. Les termes de masse :Dirac ou Majorana.....	30
3.2.3. Le mécanisme de See-Saw	31
3.2.4. Désintégration double bêta	34
3.3. SEE-SAW TYPE II	39
3.3.1. Modèle triplet de Higgs	40
3.3.2. Le potentiel scalaire et le lagrangien du modèle	41
3.3.3. Masse des neutrinos.....	41
CONCLUSION.....	45

Table des figures

1.1 Spectre de la désintégration béta du tritium ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$	3
3.1 (a) Désintégration double- β ($\beta\beta_{2\nu}$).....	35
3.1(b) Désintégration double- β ($\beta\beta_{0\nu}$).....	36
3.2 Spectre de la désintégration double β ($\beta\beta_{2\nu}$) et ($\beta\beta_{0\nu}$).....	37
3.3 La représentation schématique de See-Saw type II.....	41

Liste des tableaux

1.1	Les mesures des grandeurs caractéristiques de ces différents neutrinos donnent.....	4
2.1	Résume l'ensemble des fermions du Modèle Standard.....	9
2.2	Résume l'ensemble des bosons du Modèle Standard.....	10

INTRODUCTION

Le concept de neutrino apparaît pour la première fois en 1930 comme hypothèse formulée par Pauli afin d'expliquer le spectre d'énergie continu des électrons dans la désintégration β .

Le modèle standard ne prédit pas les propriétés des neutrinos tels que sa masse ou sa nature. Le neutrino, ne portant pas de charge électrique. L'observation d'oscillations entre les différentes saveurs des neutrinos implique l'existence de masse pour ceux-ci alors que le modèle standard les considère comme des particules non massives. Parmi d'autres possibilités, ces masses peuvent être générées en ajoutant un nombre minimal de particules par le biais de mécanisme regroupés sous le nom de « See-Saw ».

Chapitre 1

LES NEUTRINOS

1.1. INTRODUCTION

Le neutrino est une particule faisant partie intégrante du modèle standard, classée comme lepton neutre. Trois saveurs de neutrinos (et d'antineutrinos) ont été mises en évidence : le neutrino électronique e^- (postulé en 1930 par Pauli, découvert en 1956 par Frederick Reines et Clyde Cowan), le neutrino Muonique μ^- (mis en évidence en 1963) et le neutrino tauonique τ^- (finalement trouvé par l'expérience dont en 2000). Réciproquement, Comme les neutrinos n'interagissent que par interaction faible, elles interagissent faiblement avec la matière

Les neutrinos sont produits dans la plupart des processus faibles, notamment dans nombre de désintégrations. Les modèles cosmiques montrent que les neutrinos ont été produits dès les premiers instants de l'univers et se sont découplés de la matière dès que la température moyenne de l'Univers est passée sous 3MeV/k, soit environ 1 seconde après le big-bang ., Les neutrinos sont donc très courants dans l'Univers, mais on ne parle pas de source de neutrinos que pour des sources détectables, sièges d'un très grand nombre d'interactions faibles , à même de compenser au moins en partie la faible section efficace.

1.2. ORIGINE ET DEFINITION DES NEUTRINOS

1.2.1. Faits historique dans découverts des neutrinos

Le concept de neutrino apparaît pour la première fois en 1930 comme hypothèse formulée par Wolfgang Pauli afin d'expliquer le spectre d'énergie continu des électrons dans la désintégration β . Lors de cette désintégration, un noyau radioactif A est transmuté en un noyau B plus léger avec émission d'un électron [1] :



Dans la désintégration à deux corps sans neutrino, nous pouvons déterminer entièrement par la cinématique les énergies sortantes dans le référentiel du centre de masse. Après spécification des trois masses présentes dans le processus, il est possible de prédire l'énergie de l'électron. Cette énergie est fixe.

Or, les résultats des expériences montraient une énergie des électrons qui variait considérablement (voir fig. 1.1), contredisant de ce fait la loi de conservation d'énergie [1].

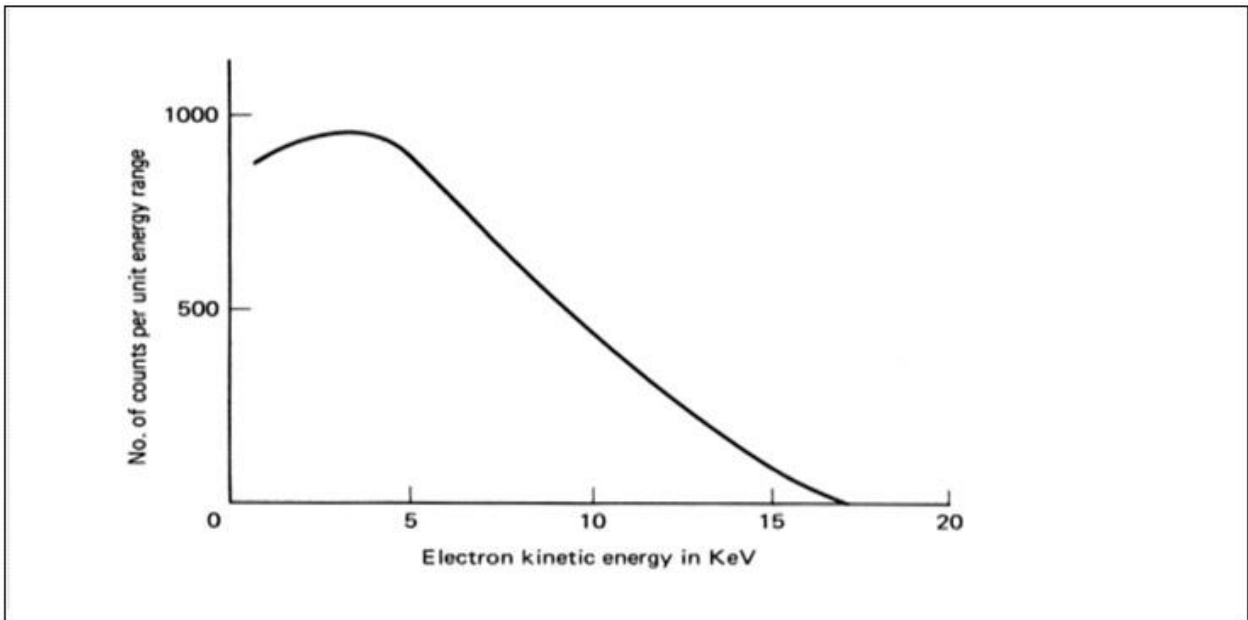
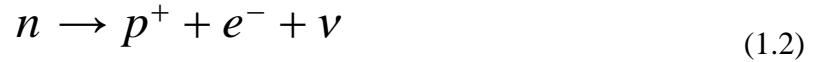


Fig.1.1.spectre de la désintégration bêta du tritium ${}^2_1H \rightarrow {}^3_2He$

Cependant, cet intervalle d'énergie se comportait exactement de la même manière que trois particules se partageant l'énergie une désintégration à trois corps, afin de satisfaire aux lois de conservation de quantité de mouvement et d'énergie, La quantité de mouvement doit être conservée, or du fait d'un système à trois corps, la particule bêta ne part pas de façon opposée au noyau. Pauli imposa cette troisième particule, neutre, avec spin 1/2 pour se conformer respectivement aux lois de conservation de la charge électrique et du moment angulaire. Fermi nomma cette particule neutrino.

En 1934, Fermi présenta sa théorie de désintégration β , basée sur celle de Bethe & Peierls [2] prédisant que la section efficace de l'interaction du neutrino avec la matière devait être extrêmement faible. L'équation de la désintégration β devint alors [1] :



Le neutron se transforme un proton avec émission d'un électron et d'un antineutrino.

La première évidence expérimentale d'une réaction induisant un neutrino a été développée en 1956 par Cowan et Reines [3]. Ces derniers utilisèrent un réservoir d'eau placé à proximité d'un réacteur nucléaire et observèrent la désintégration beta inverse. Lors d'une émission β^- la particule prédite, l'antineutrino électronique ($\bar{\nu}_e$), devrait interagir avec un proton afin de produire un neutron et un positron, particule d'antimatière « contrepartie » de l'électron :



1.2.2. Caractéristique et propriétés des neutrinos

Le neutrino est une particule élémentaire du modèle standard de la physique des particules, c'est un fermion de spin $\frac{1}{2}$, il existe en trois saveurs : électronique (e), muonique (μ), et taunique (τ).

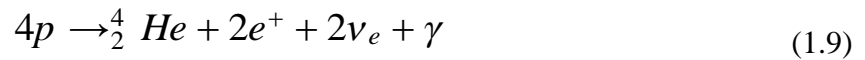
L'existence de neutrino a été postulée pour la première fois en 1930 par Wolfgang Pauli [6] pour expliquer le spectre continu de la désintégration β^- ainsi l'apparent non conservation du moment cinétique, et sa première confirmation expérimentalement remonte à 1956, par ce que la découverte de ces particules est récente parce qu'elles interagissent faiblement avec la matière (1.1) Les mesures des grandeurs caractéristiques de ces différents neutrinos donnent [6] :

Spin	Spin	Masse	Moment magnétique	Section efficace sur N/GeV
ν_e	$\frac{1}{2}$	$< 2.8\text{eV}$	$< 5.8 \cdot 10^{-20} \text{ MeV/T}$	environ 10^{-38} cm^2
ν_μ	$\frac{1}{2}$	$< 170\text{KeV}$	$< 4.3 \cdot 10^{-20} \text{ MeV/T}$	environ 10^{-38} cm^2
ν_τ	$\frac{1}{2}$	$< 18.0\text{Mev}$	$< 3.1 \cdot 10^{-17} \text{ MeV/T}$	environ 10^{-38} cm^2

1.3. LES NEUTRINOS SOLAIRES ET ATMOSPHERIQUES

1.3.1. Les neutrinos solaires

La détection de neutrinos fournit des informations sur les réactions nucléaires et sur les caractéristiques de production des neutrinos (flux, spectre en énergie) intervenant au sein du Soleil [8] , permettant ainsi de valider les modèles, C'est par l'observation du flux de neutrinos que fut mis en évidence le déficit de neutrinos électroniques (expériences Kamiokande et GALLEXE) .
Où l'énergie relâchée dans la réaction :



1.3.2. Les neutrinos atmosphériques

Les observations des neutrinos atmosphériques de l'expérience Kamiokande confirment l'hypothèse d'oscillation des neutrinos [11] . L'interaction des rayons cosmiques primaires avec l'atmosphère crée des pions et des kaons secondaires. La désintégration des pions et des kaons en muons produit des neutrinos muoniques. A son tour, la désintégration des muons produit des neutrinos électroniques et des anti-neutrinos muoniques. Mais concernant l'étude des neutrinos, les résultats sont spectaculaires. Deux sources de neutrinos en particulier retiennent l'attention : le Soleil, et l'atmosphère terrestre. En effet, les rayonnements cosmiques de toute nature qui atteignent la Terre interagissent prioritairement avec les noyaux atomiques de la (haute) atmosphère, en provoquant d'immenses gerbes de particules. On trouve dans ces gerbes un grand nombre d'hadrons et de leptons, se désintégrant au fur et à mesure vers les pions, les muons, les électrons et les photons[12].

1.4. LES EXPERIENCES KAMIOKANDE ET SUPERKAMIOKANDE

1.4.1. Kamiokande

L'expérience Kamiokande (pour Kamioka Nucleon Decay Experiment) originellement construite pour la recherche de la désintégration du proton [8] , est un détecteur temps réel d'eau pure qui mesure la lumière .Cerenkov émise par le recul de l'électron, lors de la diffusion élastique :

$$\nu_\alpha + e^- \rightarrow \nu_\alpha + e^-, (\alpha = e, \mu, \tau) \quad (1.10)$$

1.4.2. Superkamiokande

Le premier paradoxe concernant le neutrino est venu du fond d'une mine d'or du Dakota du Sud dans les années 60. Un détecteur de neutrinos placé dans un tel endroit pour ne pas être gêné par le rayonnement cosmique, met en évidence un net déficit entre le flux de neutrinos solaires détecté et le flux prédit par les modèles solaires (expérience menée par R. Davis, prix Nobel de physique en 2002) [8] . Ce dernier résultat a été confirmé par une série d'expériences de détection de neutrinos solaires, parmi lesquelles les expériences Kamiokande et Super-Kamiokande (Super-K) au Japon (prix Nobel 2002 à Masatoshi Koshiba), mais aussi l'expérience Gallex en Italie, dans laquelle la France a tenu un rôle de tout premier plan. En 1998, Super-K a de plus observé une nette variation du flux de neutrinos atmosphériques (produits dans l'atmosphère par le rayonnement cosmique) en fonction de l'angle zénithal des neutrinos, et donc en fonction de la distance de vol entre la zone de production et le détecteur.

1.5. OSCILLATION DES NEUTRINOS

L'idée de l'oscillation des neutrinos a été proposée par Pontecorvo en 1957. Sur le modèle des oscillations, il propose des oscillations neutrino-antineutrino car se sont des leptons neutres. L'idée est reprise puis développée en 1962 par Maki, Nakagawa et Sakata sur le modèle du mélange des quarks et reformulée en tant que mélange entre les différentes saveurs des neutrinos, c'est-à-dire changer de saveur au cours leur propagation[27].

En 1967 Pontecorvo prédit que les oscillations entre les saveurs de neutrinos devaient conduire à un déficit sur terre des neutrinos produit par le soleil, ce que confirment par nombre d'expériences depuis les premiers résultats publiés en 1968, et après en 1998 par l'observation du super Kamiokande.

Chapitre 2

LE MODELE STANDARD

2.1. INTRODUCTION

Tous les phénomènes observés à ce jour impliquent les particules subatomiques pouvant être décrites par le modèle dit standard. Il était formulé par Glashow, Weinberg et Salam vers la fin des années 1960 le MS décrit les interactions fortes, faibles et électromagnétiques dans le cadre de la théorie quantique des champs, une description qui est renormalisable. Il constitue une théorie de jauge dont le groupe de symétrie est $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

2.2. LES PARTICULES ELEMENTAIRES DU MODELE STANDARD

Le Modèle Standard propose une description des constituants élémentaires de la matière appelées particules. Ces particules peuvent se séparer en deux groupes caractérisés par la valeur de leur spin [13] .

2.2.1. Les fermions

Ce sont des particules de spin demi-entier qui obéissent à la statistique de Fermi-Dirac, Les fermions sont donc soumis au principe d'exclusion de Pauli, qui leurs impose de ne pouvoir se trouver dans le même état quantique, Les fermions sont les particules constituantes de la matière, on peut distinguer deux types de fermions :

-- **les quarks** : ils sont au nombre de 6 et sont nommés u (up), d (down), c (charm), s (strange), b (bottom), t (top), La découverte de ce dernier en 1995 au Tevatron est un symbole du pouvoir prédictif du Modèle Standard, Les quarks, ne pouvant exister à l'état libre, s'assemblent et forment les hadrons, Il existe deux types de hadrons (observés) : les baryons (combinaison de trois quarks) et les mésons (paire quark anti-quark) ;

-- **les leptons** : aussi au nombre de six, ils comprennent e^- (électron), μ^- (muon), τ^-

(tau) et trois neutrinos associés : ν_e , ν_μ et ν_τ on peut ranger ces particules en trois familles (comme le montre le tableau (2,1)) [14] , Par exemple, la première famille comprend les quarks u et d, ainsi que e^- et ν_e , la masse des particules augmente et donc les particules de la première famille sont les plus stables, En effet, on observe que la matière ordinaire est constituée des fermions de la première famille, les particules des familles d'ordre supérieure sont issues de processus astrophysiques ou peuvent être générées dans les collisionneurs de particule. Le Modèle Standard permet aussi l'existence d'anti-particules, ces anti-particules sont les reflets de la particule correspondante (même masse, spin) à la différence près que leur charge électrique est opposée.

Fermions	1 ^{ère}	2 ^{ème}	3 ^{ème}	charge	I	I_3	Y
Quarks	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$	$+\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
	u_R	c_R	t_R	$+\frac{2}{3}$	0	0	$\frac{3}{4}$
	d_R	s_R	b_R	$-\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{2}{3}$
Leptons	$\begin{pmatrix} \nu \\ \bar{e}_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu \\ \bar{\mu}_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu \\ \bar{\tau}_L \end{pmatrix}$	0,-1	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$	-1
	e_R	μ_R	τ_R	-1	0	0	-2

TAB. 2.1: L'organisation des fermions en trois familles avec leur masse et charge respectives. L'antiparticule associée à chaque fermion possède une charge opposée. Les fermions ont pour valeur de spin $\frac{1}{2}$.

2.2.2. Les bosons

Ce sont des particules de spin entier qui obéissent à la statistique de Bose-Einstein. L'échange d'un boson entre deux particules élémentaires de spin quelconque constitue une interaction, il existe 4 types d'interactions fondamentales :

-- l'électromagnétisme : elle agit entre toutes les particules ayant une charge électrique par le biais du photon (noté γ), elle permet par exemple, la cohésion des atomes en liant les électrons et le noyau des atomes ;

-- l'interaction faible : elle agit sur tous les fermions à l'aide des "courants" chargés W^+ , W^-

(notés W^\pm) et le "courant" neutre Z^0 , elle est responsable de la radioactivité qui transforme un neutron en proton.

-- l'interaction forte : elle agit sur les particules ayant une charge de couleur (rouge, bleu ou vert) : les quarks et les gluons. Ces derniers, au nombre de 8, sont les bosons d'échange de l'interaction forte, cette interaction est la cause du confinement des quarks dans les hadrons, en effet la force "forte" augmente lorsque les particules "colorées" s'éloignent.

L'habillage des quarks dans une interaction donnée (appelé hadronisation) entraîne des états neutres de couleur et ce phénomène est à l'origine des "jets" de particules observés dans les détecteurs de physique des particules.

-- la gravitation : elle agit sur toutes les particules massives. Cette interaction a pour boson d'échange le graviton (particule de masse nulle, de charge électrique nulle et de spin 2) mais il n'y a toujours pas de preuve expérimentale directe de son existence, de plus, c'est la seule interaction qui ne soit pas encore incluse dans le Modèle Standard. Le Modèle Standard nécessite l'existence d'une particule supplémentaire : le boson de Higgs que nous présenterons plus en détail dans les paragraphes qui suivent.. Cette particule fait l'objet de recherches actives dans les collisionneurs de particules, Le tableau (2,2) résume l'ensemble des bosons du Modèle Standard [14] :

boson	spin	interaction fondamentale	particules sensible	charge
Higgs (H)	0	mécanisme BEHHGK	massives	0
Photons (γ)	1	électromagnétisme	chargées	0
gluon	1	interaction forte	quarks	0
W^\pm, Z^0	1	interaction faible	quarks & leptons	$\pm 1, 0$
Graviton (G)	2	gravitation	toutes	0

TAB. 2.2: Les bosons associés aux trois interactions décrites par le Modèle Standard de la physique des particules avec leur masse et charge respectives.

2.3. LE LAGRANGIEN DU MODELE ELECTROFAIBLE

Le modèle électrofaible est une théorie de jauge locale pour le groupe de jauge [16]

$$G_{EW} = SU(2)_L \otimes U(1)_Y \tag{2.1}$$

$SU(2)_L$: le groupe d'isospin et décrit l'interaction faible.

$U(1)_Y$: le groupe d'hypercharge.

Les deux groupes précédents unifiés pour former la théorie électrofaible, basé sur lagrangien suivant :

$$\mathcal{L}_{SU(2)_L \times U(1)_Y} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_{Yuk} \quad (2.2)$$

A chacun de ces sous-groupes correspond une constante de couplage, g et g' , respectivement. la symétrie de jauge locale impose l'introduction des champs de jauge associées a chaque sous-groupe. Notons-les A_μ^α et B_μ respectivement tel que $\alpha = 1,2,3$

2.3.1. Secteur de Jauge " Yang-Mills"

Le terme de jauge de lagrangien est :

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} A_{\mu\nu}^\alpha A^{\alpha\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \quad (2.3)$$

Les tenseurs des champs sont :

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \\ A_{\mu\nu}^\alpha &= \partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha - g \varepsilon_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \end{aligned} \quad (2.4)$$

ε_{abc} : La constante de structure définie par la relation de concentration entre les générateurs T^a du groupe $SU(2)$ tel que $[T^a, T^b] = \varepsilon^{abc} T^c$ $T^a = \frac{1}{2} \sigma^a, \sigma^a : (a = 1,2,3)$ sont les matrices de Pauli

2.3.2. Secteur fermionique

La partie fermionique de lagrangien est:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_f = \sum_m & (\bar{q}_{mL} i\gamma_\mu D_\mu q_{mL} + \bar{l}_{mL} i\gamma_\mu D_\mu l_{mL} + \bar{u}_{mR} i\gamma_\mu D_\mu u_{mR} \\ & + \bar{d}_{mR} i\gamma_\mu D_\mu d_{mR} + \bar{l}_{mR} i\gamma_\mu D_\mu l_{mR} + \bar{\nu}_{mR} i\gamma_\mu D_\mu \nu_{mR} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Tel que:

m: l'indice de la famille.

L, R: Les projections chiraux, gauche(Left) et droite (Right) respectivement.

$$\Psi_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\Psi \quad (2.6)$$

$$\Psi_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\Psi \quad (2.7)$$

D_μ : La dérivée covariante.

q : Un quark.

l : Un lepton.

$U_m \Leftrightarrow u, c, t.$

$d_m \Leftrightarrow d, s, b.$

$\nu_m \Leftrightarrow \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau.$

L : Particules gauches.

R : Particule droites.

Où : la dérivée covariante est

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha - i g' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (2.8)$$

La valeur de Y dépend évidemment du champ sur lequel agit la dérivée covariante :

$$D_\mu q_{mL} = (\partial_\mu + \frac{ig}{2} \sigma^\alpha A_\mu^\alpha + \frac{ig'}{2} B_\mu) q_{mL} \quad (2.9)$$

$$D_\mu l_{mL} = (\partial_\mu + \frac{ig}{2} \sigma^\alpha A_\mu^\alpha - \frac{ig'}{2} B_\mu) l_{mL} \quad (2.10)$$

$$D_\mu u_{mR} = (\partial_\mu + \frac{2ig'}{3} B_\mu) u_{mR} \quad (2.11)$$

$$D_\mu d_{mR} = (\partial_\mu - \frac{ig'}{3} B_\mu) d_{mR} \quad (2.12)$$

2.3.3. Secteur scalaire

La partie scalaire de lagrangien est :

$$\mathcal{L}_\Phi = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (2.13)$$

Un doublet de champs scalaire complexe:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

De nombre quantique (1, 2,1), est introduit pour générer des masses aux fermions et aux bosons par l'intermédiaire du mécanisme de brisure spontanée de la symétrie électrofaible [16]

Φ^+ : *Champs scalaires* Des charges électriques positives

Φ^0 : *Champs scalaires* Des charges électriques nulles

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha + i \frac{g'}{2} B_\mu \quad (2.15)$$

D_μ : Le dérivé covariant de jauge.

$V(\Phi)$: Le potentiel de higgs.

La combinaison d'invariance du $SU(2) \times U(1)$ et la renormalisation limite V à la forme:

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi \Phi^+ + \lambda (\Phi^+ \Phi)^2 \quad (2.16)$$

Les paramètres μ^2 et λ , sont libres mais doivent satisfaire la relation $\mu^2 < 0$

$\lambda > 0$ Pour obtenir un potentiel borné inférieurement et une valeur minimale de $V(\Phi)$ différente de 0.

2.3.4. Secteur de Yukawa

La partie de Yukawa de lagrangien est:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = \sum_{m,n} (Y_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\Phi} u_{nR} + Y_{mn}^d \bar{q}_{mL} \Phi d_{nR} + Y_{mn}^l \bar{l}_{mL} \Phi e_{nR} + Y_{mn}^{\nu} \bar{l}_{mL} \tilde{\Phi} \nu_{nR}) + c.h \quad (2.17)$$

ch. : le conjugué hermétique.

m, n : de *quark* et *lepton*.

Avec la matrice Y_{mn} décrire les couplages de Yukawa entre un doublet de Higgs Φ et les différentes saveurs m et n de quarks et leptons. Celui-ci est proportionnel à la masse des fermions

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^+ = \begin{pmatrix} \Phi^{0+} \\ -\Phi^- \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

$\tilde{\Phi}$: Le champ de Higgs conjugué.

2.4. BRISURE SPONTANEE DE LA SYMETRIE ELECTROFAIBLE

L'invariance du lagrangien sous la transformation de symétrie du groupe $SU(2)_L \times U(1)_Y$ impose des masses nulles pour les bosons et les fermions, la solution est donnée par le mécanisme dit de Higgs qui consiste à introduire un doublet de champs scalaire Φ qui va spontanément briser la symétrie électrofaible pour donner une masse aux bosons de jauge et aux fermions

2.4.1. Mécanisme de Higgs

Plus précisément, le mécanisme proposé par Higgs pour générer la brisure de symétrie introduit des champs scalaires couplés à l'interaction de jauge. Les scalaires apparaissent sous forme d'un doublet électrofaible Φ dont le lagrangien où $V(\Phi)$ est le potentiel qui décrit les interactions des scalaires entre-deux et le terme de masse [17] .

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^+ \Phi + \lambda (\Phi^+ \Phi)^2 \quad \lambda > 0 \quad (2.19)$$

Le potentiel par rapport au champ $\Phi(x)$:

$$\frac{\partial V(\Phi \Phi^+)}{\partial \Phi} = \frac{\partial V(\Phi \Phi^+)}{\partial \Phi^+} = 0 \quad (2.20)$$

On remarque qu'il ya deux cas, selon le signe de μ^2 :

Si μ^2 positif [17] ($\mu^2 > 0$):

$$\frac{\partial V(\Phi \Phi^+)}{\partial \Phi} = \mu^2 \Phi^+ + 2\lambda (\Phi \Phi^+) \Phi^+ = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial V(\Phi \Phi^+)}{\partial \Phi^+} = \mu^2 \Phi + 2\lambda (\Phi \Phi^+) \Phi = 0 \quad (2.22)$$

On obtient : $\Phi = \Phi^+ = 0$

Dans ce cas l'état du vide à une symétrie exacte (pas de brisure de la symétrie).

Si μ^2 négatif ($\mu^2 < 0$):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V(\Phi\Phi^+)}{\Phi\Phi^+} &= 0 \Rightarrow 2\mu^2 + 2\lambda(\Phi\Phi^+) = 0 \\
&\Rightarrow (\Phi\Phi^+) = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = |\Phi|^2 \\
&\Rightarrow \Phi = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}
\end{aligned}
\tag{2.23}$$

Pour $v = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ donc $\Phi = \frac{v}{\sqrt{2}}$

Alors si l'état fondamental de Φ (le vide) est de la forme [19] :

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}
\tag{2.24}$$

v : La valeur moyenne du champ de Higgs dans le vide

Où $v \neq 0$ est une constante, alors Φ n'est pas invariant de jauge et brise la symétrie.

Le développement des champs de Higgs autour de sa valeur moyenne dans le vide est donné par :

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}
\tag{2.25}$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h(x) \end{pmatrix} = \frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \Phi\Phi^+ = \left(\frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \Phi\Phi^+ = \left(\frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\text{puisque } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = 1
\tag{2.26}$$

$h(x)$: Est un champ nul dans le vide.

On remplace (2.26) dans (2.19) on trouve :

$$\begin{aligned}
V(\Phi) &= \mu^2 \left(\frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 + \lambda \left(\frac{v+h(x)}{\sqrt{2}} \right)^4 \\
&= \frac{\mu^2}{2} (v+h)^2 + \frac{\lambda}{4} (v+h)^4
\end{aligned} \tag{2.27}$$

$$V(\Phi) = \frac{1}{2} \mu^2 (h^2 + v^2 + 2hv) + \frac{\lambda}{4} (v^4 + 4v^3h + 6v^2h^2 + 4vh^3 + h^4) \tag{2.28}$$

$$\begin{aligned}
V(\Phi) &= \frac{\lambda}{4} h^4 + \lambda v h^3 + h^2 \underbrace{\left(\frac{1}{2} \mu^2 + \frac{3}{2} \lambda v^2 \right)}_{= -\mu^2} \\
&\quad + \underbrace{h(\mu^2 v + \lambda v^3)}_{=0} + \left(\frac{1}{2} \mu^2 v^2 - \frac{\lambda}{4} v^4 \right)
\end{aligned} \tag{2.29}$$

$$v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} \tag{2.30}$$

Le second terme et on remplace $v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ dans (2.28) on trouve:

$$V(\Phi) = h^2 \left(\frac{1}{2} (-2\mu^2) \right) + \lambda v h^3 + \frac{\lambda}{4} h^4 \tag{2.31}$$

Donc, on trouve la masse des champs de Higgs:

$$m_H = -2\mu^2 \tag{2.32}$$

2.4.2. Masse des Bosons de jauge

($D^\mu \Phi$) ($D_\mu \Phi$) Correspond à la partie cinétique du champ scalaire. Le terme représente la dérivée covariante elle s'exprime comme suit:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha + i \frac{g'}{2} B_\mu \tag{2.33}$$

$$D_\mu \Phi = \left(\partial_\mu + ig \frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \Phi \tag{2.34}$$

$$D_\mu \Phi = \left(\partial_\mu + ig \frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha + i \frac{g'}{2} B_\mu \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

$$\frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha = \frac{\sigma^1}{2} A_\mu^1 + \frac{\sigma^2}{2} A_\mu^2 + \frac{\sigma^3}{2} A_\mu^3 \quad (2.36)$$

Tel que $A_\mu^\alpha (\alpha = 1, 2, 3)$ et $(\sigma^\alpha, \alpha = 1, 2, 3)$ les matrices de pauli comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.37)$$

On remplace les matrice de pauli dans (2.36) on trouve:

$$\frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \frac{A_\mu^1}{2} \\ \frac{A_\mu^1}{2} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{-iA_\mu^2}{2} \\ \frac{iA_\mu^2}{2} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{A_\mu^3}{2} & 0 \\ 0 & \frac{-A_\mu^3}{2} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

$$\frac{\sigma^\alpha}{2} A_\mu^\alpha = \begin{pmatrix} \frac{A_\mu^3}{2} & \frac{1}{2}(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ \frac{1}{2}(A_\mu^1 + iA_\mu^2) & \frac{-A_\mu^3}{2} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Donc :

$$D_\mu \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial_\mu v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \left[\frac{i}{2} g \begin{pmatrix} A_\mu^3 & (A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ (A_\mu^1 + iA_\mu^2) & -A_\mu^3 \end{pmatrix} + \frac{i}{2} g' B_\mu \right] \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

\Rightarrow

$$D_\mu \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial_\mu v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \left[\frac{i}{2} g \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ -A_\mu^3 \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{i}{2} g' B_\mu \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \right] \quad (2.41)$$

⇒

$$D_\mu \Phi = \frac{v}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu \end{pmatrix} + \frac{i}{2} \left[\begin{pmatrix} gA_\mu^1 - giA_\mu^2 \\ -gA_\mu^3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ g'B_\mu \end{pmatrix} \right] \right] \quad (2.42)$$

⇒

$$D_\mu \Phi = \frac{v}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ \partial_\mu \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} \frac{i}{2} (gA_\mu^1 - giA_\mu^2) \\ \frac{i}{2} (-gA_\mu^3 + g'B_\mu) \end{pmatrix} \right] \right] \quad (2.43)$$

⇒

$$D_\mu \Phi = \frac{v}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} \frac{i}{2} (gA_\mu^1 - giA_\mu^2) \\ \partial_\mu + \frac{i}{2} (-gA_\mu^3 + g'B_\mu) \end{pmatrix} \right] \quad (2.44)$$

Enfin:

$$D_\mu \Phi = \begin{pmatrix} \frac{i}{2} g (A_\mu^1 - iA_\mu^2) \frac{v}{\sqrt{2}} \\ (\partial_\mu + \frac{i}{2} (-gA_\mu^3 + g'B_\mu)) \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

D'autre part :

$$\text{On a: } \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \Phi^+ = \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

Alors :

$$(D_\mu \Phi)^+ = \begin{pmatrix} 0 & \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} (\partial^\mu - ig \frac{\sigma^\alpha}{2} A^{\alpha, \mu} - i \frac{g'}{2} B^\mu) \quad (2.46)$$

Après le calcul :

$$(D_\mu \Phi)^+ = \left(\frac{i}{2} g(A^{1,\mu} + iA^{2,\mu}) \frac{\nu}{\sqrt{2}} \quad \left(\partial^\mu - \frac{i}{2} (-gA^{3,\mu} + g'B^\mu) \right) \frac{\nu}{\sqrt{2}} \right) \quad (2.47)$$

$$(D_\mu \Phi)^+ (D_\mu \Phi) = \frac{1}{8} g^2 \nu^2 (A^{1,\mu} - iA^{2,\mu})(A_\mu^1 + iA_\mu^2) + \frac{1}{8} \nu^2 (-gA^{3,\mu} + g'B^\mu) \quad (2.48)$$

Les bosons physiques médiateurs de l'interaction faible A^\pm sont définis de la manière suivante:

$$A_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp A_\mu^2) \quad (2.49)$$

On remplace (2.49) dans (2.48) on trouve :

$$(D_\mu \Phi)^+ (D_\mu \Phi) = \frac{1}{4} g^2 \nu^2 A^{+\mu} A_\mu^- + \frac{1}{8} \nu^2 (g'^2 B^\mu B_\mu + g^2 A^{3,\mu} A_\mu^3 - 2gg' B_\mu A^{3,\mu}) \quad (2.50)$$

On a :

$$(D_\mu \Phi)^+ (D_\mu \Phi) \rightarrow M_W^2 A^{+\mu} A_\mu^- + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu \quad (2.51)$$

On comparant (2.51) et (2.50) On trouve la masse des bosons exprime en fonction du Higgs:

$$M_W^2 = \frac{1}{4} g^2 \nu^2 \quad (2.52)$$

Pour trouver les masses des autres bosons de jauge γ et Z^0 on utilise la matrice de rotation paramétrée par un angle θ_W de mélange tel que :

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

\Rightarrow

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\cos \theta_W) A_\mu^3 + B_\mu \sin \theta_W \\ B_\mu \cos \theta_W - A_\mu^3 \sin \theta_W \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Donc:

$$\begin{aligned} Z_\mu &= (\cos \theta_W) A_\mu^3 + B_\mu \sin \theta_W \\ A_\mu &= B_\mu \cos \theta_W - A_\mu^3 \sin \theta_W \end{aligned} \quad (2.55)$$

On définit :

$$\cos\theta = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad , \quad \sin\theta = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (2.56)$$

On peut écrire :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} (\cos\theta_W)Z_\mu + A_\mu \sin\theta_W \\ A_\mu \cos\theta_W - Z_\mu \sin\theta_W \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.57)$$

On remplace (2.57) et (2.56) et dans (2.50) on trouve:

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi)^+ (D_\mu \Phi) &= \frac{1}{4} g^2 \nu^2 A^{+\mu} A_\mu^- \\ &+ \frac{1}{4} \nu^2 \left((g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu + \frac{(2g^2 g'^2 - 2g^2 g'^2)}{g^2 g'^2} A_\mu A^\mu \right) \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$= \frac{1}{4} g^2 \nu^2 A^{+\mu} A_\mu^- + \frac{1}{4} \nu^2 (g^2 + g'^2) Z_\mu Z^\mu + 0 A_\mu A^\mu \quad (2.59)$$

Les masses générées pour les bosons physiques W_\pm, Z^0, A_μ et le boson de Higgs sont:

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{1}{4} g^2 \nu^2 \\ M_Z^2 &= \frac{\nu^2}{4} (g^2 + g'^2) \\ M_A^2 &= 0 \\ m_h^2 &= -2\mu^2 \end{aligned} \quad (2.60)$$

2.4.3. Masse des fermions

Il est possible de générer les masses des fermions (sauf les neutrinos qui n'ont pas de composante chirale droite) en utilisant le Lagrangien de Yukawa (pour chaque famille de fermions), le champ scalaire Φ et le champ $\tilde{\Phi} = i\sigma^\alpha \Phi^*$. Ce Lagrangien est invariant sous $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

$$\mathcal{L}_{Yuk} = \sum_{m,n} (Y_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\Phi} u_{nR} + Y_{mn}^d \bar{q}_{mL} \Phi d_{nR} + Y_{mn}^l \bar{l}_{mL} \Phi e_{nR} + Y_{mn}^v \bar{l}_{mL} \tilde{\Phi} \nu_{nR}) + c.h \quad (2.61)$$

Masse des leptons :

On a :

$$\begin{aligned}\sum_{mn} Y_{mn}^l \bar{l}_{mL} \Phi e_{nR} &= \sum_{mn} Y_{mn}^l (\bar{\nu}_{mL} \quad \bar{e}_{nL}) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e_{nR} \\ &= \sum_{mn} Y_{mn}^l \bar{e}_{nL} \frac{v}{\sqrt{2}} e_{nR}\end{aligned}\tag{2.62}$$

Donc :

$$\sum_{mn} Y_{mn}^l \bar{e}_{nL} \frac{v}{\sqrt{2}} e_{nR} = \sum_{mn} \bar{e}_{nL} M_{mn} e_{nR}\tag{2.63}$$

La matrice de masse :

$$M_{mn} = Y_{mn}^l \frac{v}{\sqrt{2}}\tag{2.64}$$

Pour trouver les masses des leptons, il reste à diagonaliser la matrice M_{mn}

$$\begin{aligned}M_{mn}^{diag} &= Y_{mn}^{diag} \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} Y_{11} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33} \end{pmatrix} \\ M_{mn}^{diag} &= \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{2.65}$$

\Rightarrow

$$m_e = Y_{11} \frac{v}{\sqrt{2}}, m_\mu = Y_{22} \frac{v}{\sqrt{2}}, m_\tau = Y_{33} \frac{v}{\sqrt{2}}\tag{2.66}$$

Les masses des Quarks:

$$\begin{aligned}
& \sum_{m,n} (Y_{mn}^u \bar{q}_{mL} \tilde{\Phi} u_{nR} + Y_{mn}^d \bar{q}_{mL} \Phi d_{nR}) \\
&= \sum_{m,n} (Y_{mn}^u \bar{U}_{mL} \frac{v}{\sqrt{2}} u_{nR} + Y_{mn}^d \bar{d}_{mL} \Phi d_{nR})
\end{aligned} \tag{2.67}$$

De la même façon que précédemment on trouve :

$$\begin{aligned}
M_{mn}^{\prime diag} &= Y_U^{diag} \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} Y_{11}^u & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22}^u & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33}^u \end{pmatrix} \\
M_{mn}^{\prime diag} &= \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.68}$$

$$\begin{aligned}
M_{mn}^{\prime diag} &= Y_d^{diag} \frac{v}{\sqrt{2}} = \frac{v}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} Y_{11}^d & 0 & 0 \\ 0 & Y_{22}^d & 0 \\ 0 & 0 & Y_{33}^d \end{pmatrix} \\
M_{mn}^{\prime diag} &= \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.69}$$

On obtient donc les masses de ces quarks :

$$\begin{aligned}
m_u &= Y_{11}^u \frac{v}{\sqrt{2}}, m_c = Y_{22}^u \frac{v}{\sqrt{2}}, m_t = Y_{33}^u \frac{v}{\sqrt{2}} \\
m_d &= Y_{11}^d \frac{v}{\sqrt{2}}, m_s = Y_{22}^d \frac{v}{\sqrt{2}}, m_b = Y_{33}^d \frac{v}{\sqrt{2}}
\end{aligned} \tag{2.70}$$

2.5. MATRICE DE CABIBO-KOBAYASHI-MASKAWA

Enfin, nous allons analyser le problème des interactions entre les quarks et le champ de Higgs, ce qui nous permettra de déterminer leur masse respective. Les couplages de Cabibo étaient cependant réels ne pouvaient pas expliquer l'observation expérimentale. L'idée de Kobayashi et Maskawa en 1973 était de considérer trois quarks supplémentaires pour former trois familles. Le

lagrangien de courant chargé:

$$\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t})_L \gamma^\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} W_\mu^+ + hc \quad (2.71)$$

Après diagonalisation on obtient:

$$\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t})_L \gamma^\mu V_L^u V_L^{d+} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} W_\mu^+ + hc \quad (2.72)$$

Tel que:

$$V = V_L^u V_L^{d+} \quad (2.73)$$

$$\mathcal{L}_{cc} = -\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t})_L \gamma^\mu V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} W_\mu^+ + hc \quad (2.74)$$

V Est la matrice Cabibo-Kobayashi et Maskawa (CKM), on écrit la matrice de 3×3 complexe:

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (2.75)$$

La matrice CKM, en générale peut être écrite comme une fonction de trois angles et une phase.

Pour obtenir l'élément de matrix CKM on utilise la matrice unitaire tel que [18] :

$$V^+ V = V V^+ = 1 \quad (2.76)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{ud}^* & V_{cd}^* & V_{td}^* \\ V_{us}^* & V_{cs}^* & V_{ts}^* \\ V_{ub}^* & V_{cb}^* & V_{tb}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

Donc :

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1 \quad (2.78)$$

$$V_{cd}V_{ud}^* + V_{cs}V_{us}^* + V_{cb}V_{ub}^* = 0 \quad (2.79)$$

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \quad (2.80)$$

$$V_{ud}V_{td}^* + V_{us}V_{ts}^* + V_{ub}V_{tb}^* = 0 \quad (2.81)$$

$$|V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 = 1 \quad (2.82)$$

$$V_{cd}V_{td}^* + V_{cs}V_{ts}^* + V_{cb}V_{tb}^* = 0 \quad (2.83)$$

$$V_{td}V_{ud}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{tb}V_{ub}^* = 0 \quad (2.84)$$

$$V_{td}V_{cd}^* + V_{ts}V_{cs}^* + V_{tb}V_{cb}^* = 0 \quad (2.85)$$

$$|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1 \quad (2.86)$$

$$|V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 = 1 \quad (2.87)$$

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (2.88)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (2.89)$$

$$V_{us}V_{ud}^* + V_{cs}V_{cd}^* + V_{ts}V_{td}^* = 0$$

(2.90)

$$|V_{us}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{ts}|^2 = 1 \quad (2.91)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (2.92)$$

$$V_{ub}V_{ud}^* + V_{cb}V_{cd}^* + V_{tb}V_{td}^* = 0 \quad (2.93)$$

$$V_{ub} V_{us}^* + V_{cb} V_{cs}^* + V_{tb} V_{ts}^* = 0 \quad (2.94)$$

$$|V_{ub}|^2 + |V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 = 1 \quad (2.95)$$

À partir de la solution de l'ensemble des équations (2.78), (2.82), (2.86), (2.87), (2.91), (2.95) on introduit le premier angle θ_{13} tel que

$$|V_{ub}| = \sin \theta_{13} = s_{13} \quad (2.96)$$

$$\cos \theta_{13} = c_{13} \quad (2.97)$$

D'après (2.78) et (2.95) on trouve :

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + \sin^2 \theta_{13} = 1 \quad (2.98)$$

$$\Rightarrow |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = 1 - \sin^2 \theta_{13}$$

$$\Rightarrow |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = \cos^2 \theta_{13}$$

(2.99)

$$\Rightarrow |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 = c_{13}^2 \quad (2.100)$$

$$|V_{cb}|^2 + |V_{tb}|^2 = c_{13}^2 \quad (2.101)$$

On peut introduire deux autres angles θ_{12} et θ_{23} :

Tel que :

$$|V_{ud}|^2 = c_{13}^2 c_{12}^2 \quad (2.102)$$

$$|V_{us}|^2 = c_{13}^2 s_{12}^2 \quad (2.103)$$

$$|V_{cb}|^2 = c_{13}^2 s_{23}^2 \quad (2.104)$$

$$|V_{tb}|^2 = c_{13}^2 c_{23}^2 \quad (2.105)$$

Cette méthode est seule qui nous permet d'interpréter ces angles comme des angles de rotation. Comme il y a seulement 4 équations indépendantes parmi les équations diagonales, il est suffisant

d'introduire un autre paramètre. On choisit une phase δ tel que :

$$|V_{cb}|^2 = |s_{12} c_{23} + c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}|^2 \quad (2.106)$$

$$|V_{cs}|^2 = |c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}|^2 \quad (2.107)$$

$$|V_{td}|^2 = |s_{12} s_{23} - c_{12} c_{23} s_{13} e^{i\delta}|^2 \quad (2.108)$$

$$|V_{ts}|^2 = |c_{12}s_{23} + s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta}|^2 \quad (2.109)$$

Maintenant, on va déterminer les phases des éléments de V d'après les équations restantes. On définit ces phases comme suit:

$$V_{ud} = c_{13}c_{12}e^{i\alpha_{11}} \quad (2.110)$$

$$V_{cd} = (s_{12}c_{23} + c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta})e^{i\alpha_{21}} \quad (2.111)$$

$$V_{ub} = s_{13}e^{i(\alpha_{13}-\delta)} \quad (2.112)$$

Et après (2.79) On trouve :

$$\begin{aligned} & c_{13}c_{12}(s_{12}c_{23} + c_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta})e^{i(\alpha_{13}-\alpha_{21})} \\ & + c_{13}s_{12}(c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta})e^{i(\alpha_{12}-\alpha_{22})} \\ & + c_{13}s_{23}s_{13}e^{-i\delta}e^{i(\alpha_{13}-\alpha_{23})} = 0 \end{aligned} \quad (2.113)$$

On remplace $\theta_{12} = 0$ et $\theta_{13} = 0$ dans (2.113) on trouve respectivement :

$$\begin{aligned} e^{i(\alpha_{11}-\alpha_{21})} &= e^{i(\alpha_{13}-\alpha_{23})} \\ e^{i(\alpha_{11}-\alpha_{21})} &= e^{i(\alpha_{12}-\alpha_{22})} \end{aligned} \quad (2.114)$$

La forme générale de V est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i(\alpha_{23}-\alpha_{13})} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i(\alpha_{23}-\alpha_{33})} \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \\ & \begin{pmatrix} e^{i\alpha_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_{12}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_{13}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.115)$$

On prend:

$$V' = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.116)$$

Tel que $V' = V_{CKM}$, est la matrice de Cabibo-Kobayachi et Maskawa, que l'on peut écrire sous la forme de produit de trois matrices de rotation.

$$V_{CKM} = R_{23}(\theta_{23}, 0)R_{13}(\theta_{13}, \delta)R_{12}(\theta_{12}, 0) \quad (2.117)$$

Avec:

$$R_{23}(\theta_{23}, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \\ 0 & -\sin \theta_{23} & \cos \theta_{23} \end{pmatrix} \quad (2.118)$$

$$R_{13}(\theta_{13}, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{13} & 0 & \sin \theta_{13} e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_{13} e^{i\delta} & 0 & \cos \theta_{13} \end{pmatrix} \quad (2.119)$$

$$R_{12}(\theta_{12}, 0) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.120)$$

La matrice CKM prend la forme suivante :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.121)$$

On considère la notation suivante : $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, tel que $i, j = 1, 2, 3$.

Chapitre 3

SEE-SAW TYPE II ET PHENOMENOLOGIE

3.1. INTRODUCTION

Le phénomène d'oscillation étant une preuve expérimentale que les neutrinos sont bien massifs, des extensions du modèle standard sont utilisées pour introduire des termes de chiralité droite (gauche) aux neutrinos (antineutrino) afin de leur construire des termes de masse. comment ces termes apparaissent dans les hypothèses où les neutrinos sont des particules de Dirac ou de Majorana, échange de 3 types de nouvelles particules différents peuvent générer la masse des neutrinos:

-- Right-handed neutrinos *Majorana* → see-Saw [20] .

-- Fermions triplets → see-saw type III.

-- Scalaire $SU(2)_L$ triplets → see-saw type II [21.22].

Dans ce Chapitre nous allons voir le modèle de see-saw type I et see- saw type II [23].

3.2. MODELE DE SEE-SAW

ν_R Est le neutrino droit qui est représenté par: (1, 1, 0) dans le cadre du modèle standard

$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, m_ν Des masses de neutrino m_ν sont donnés par $\frac{Y_\nu^2 v^2}{M_R}$, où v est la (vacuum expectation value) valeur d'espérance de vide (vev) du doublet de Higgs dans le SM, Y_ν^2 est l'accouplement et le de Yukawa M_{ν_R} est la masse droitière de neutrino [24].

3.2.1. Neutrinos de Dirac et de Majorana

Si les neutrinos sont massifs et s'il existe des neutrinos de chiralité droite ν_R stériles, l'extension la plus immédiate du modèle standard électrofaible à transformer les neutrinos de weyle à deux composantes en particules de dirac à 4 composantes, c'est-à-dire un neutrino de Dirac possède 4 degrés de liberté, et selon la théorie de Majorana, le neutrino et l'anti-neutrino forment une seul et

même particule, donc n'en possède que 2 composantes, avec deux champs de Majorana (gauche et droite.)

3.2.2. Les termes de masse : Dirac et Majorana :

Dans le Modèle Standard, la masse des fermions dérive du mécanisme de Higgs à travers du couplage des champs fermioniques avec le doublet de Higgs : c'est le couplage de Yukawa. On note un champ fermionique Ψ (bi-spinneur) pouvant être décomposé selon ses composantes de chiralité gauche et droite (spineurs de Weyl) respectivement [26]

$$\Psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\Psi \quad \text{et} \quad \Psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)\Psi \quad (3.1)$$

Telles que $\Psi = \Psi_L + \Psi_R$.

Terme de masse de Dirac:

Il s'agit du terme de masse utilisé dans le modèle standard, il est la forme:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= -m_D \bar{\Psi} \Psi \\ &= -m_D (\bar{\Psi}_R + \bar{\Psi}_L) (\Psi_R + \Psi_L) \\ &= -m_D (\bar{\Psi}_R \Psi_R + \bar{\Psi}_R \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_R + \bar{\Psi}_L \Psi_L) \\ &= -m_D (\bar{\Psi}_R \Psi_L + \bar{\Psi}_L \Psi_R) \end{aligned} \quad (3.2)$$

On peut généraliser la notion de masse de Dirac en introduisant dans le Lagrangien

$$\mathcal{L}_{masse}^{Dirac} = \sum \bar{\Psi}_i M_{ij}^D \Psi_j + hc \quad (3.3)$$

M_{ij}^D : Matrice de masse de Dirac.

Terme de masse de Majorana:

Dans le cas des neutrinos de Majorana [25] les termes de masse sont construits un neutrino de weyl à son conjugué de charge

Un terme de masse de Majorana gauche:

$$\mathcal{L}_{M_L} = -\frac{1}{2} m_L (\bar{\Psi}_L \Psi_R^c + \bar{\Psi}_R^c \Psi_L) \quad (3.4)$$

Un terme de masse de Majorana droite:

$$\mathcal{L}_{M_R} = -\frac{1}{2}m_R(\bar{\Psi}_L^c\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_L^c) \quad (3.5)$$

Propriétés de charge spineur conjugué :

$$\begin{aligned} (\Psi_L)^C &= \Psi_R \\ (\Psi_R)^C &= \Psi_L \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \Psi &= \Psi^c = C(\bar{\Psi})^T \quad / \quad C = i\gamma^2\gamma^0 \\ &= \Psi^c = i\gamma^2\gamma^0(\bar{\Psi})^T \quad / \quad \bar{\Psi} = \Psi^+\gamma^0 \\ &= \Psi^c = i\gamma^2\gamma^0(\Psi^+\gamma^0)^T \quad / \quad \Psi^* = \gamma^0(\bar{\Psi})^T \\ &= \Psi^c = \eta_c i\gamma^2 \Psi^* \end{aligned} \quad (3.7)$$

Ψ^c : Un champ conjugué de charge.

C : Conjugaison de charge.

T : La transposition.

η_c : Une phase.

3.2.3. Le mécanisme de See-Saw

Nous venons montrer deux descriptions permettant de faire apparaître une masse aux neutrinos du modèle standard, celles de Dirac et Majorana. La première nécessite l'existence de neutrinos droits (ν_R) tandis que la seconde nécessite que les particules soient de Majorana [12]. Il est possible de regrouper ces deux descriptions. On peut alors écrire le terme de Dirac-Majorana

$$\mathcal{L}_{masse}^{D+M} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} M \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + hc \quad (3.8)$$

M : La matrice de masse:

$$M = \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

m_D : La masse de Dirac.

m_L, m_R : Les masses de Majorana.

$$\mathcal{L}_{masse}^{D+M} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_L & \bar{\nu}_R^c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^c \\ \nu_R \end{pmatrix} + hc \quad (3.10)$$

Les valeurs propres de M sont les solutions des polynômes suivants:

On pose:

$$P(\lambda) = \det(M - \lambda I_2) = 0 \quad (3.11)$$

$P(\lambda)$: Un polynôme.

λ : La valeur propre de M .

$$I_2 : \text{La matrice unitaire } 2 \times 2 \text{ tel que } I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Donc

$$\begin{aligned} P(\lambda) &= \det \left[\begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = 0 \\ &= \begin{vmatrix} m_L - \lambda & m_D \\ m_D & m_R - \lambda \end{vmatrix} = 0 \\ &= (m_L - \lambda)(m_R - \lambda) - m_D^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

On après

$$\lambda^2 - (m_L + m_R)\lambda + m_L m_R - m_D^2 = 0 \quad (3.13)$$

Il peut alors être intéressant de considérer certains [27] :

1^{ier} cas : $m_L = m_R = 0$, On remplace dans dernier l'équation on trouve:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - m_D^2 &= 0 \\ \Rightarrow \lambda_{1,2} &= m_D \end{aligned} \quad (3.14)$$

Les deux états de masse sont dégénérés à un signe près. Ce cas reconduit à la description purement Dirac du neutrino.

2^{ème} cas : $m_D = 0$ On remplace dans même l'équation on trouve:

$$\begin{aligned}\lambda^2 - (m_L + m_R)\lambda + m_L m_R &= 0 \\ \Rightarrow \Delta &= (m_L + m_R) - 4m_L m_R\end{aligned}\quad (3.15)$$

On après de calculer trouver: $\lambda_{1,2} = m_{L,R}$, Ceci nous ramène à la description purement Majorana du neutrino.

3^{ème} cas: $m_R \gg m_D, m_L = 0$, on remplace dans même l'équation on trouve:

$$\begin{aligned}\lambda^2 - m_R - m_D^2 &= 0 \\ \Rightarrow \Delta &= m_R^2 + 4m_D^2 \\ \Rightarrow \lambda_{1,2} &= \frac{1}{2} \left[m_R \pm \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2} \right]\end{aligned}\quad (3.16)$$

Nous plaçons ensuite M' dans m_R On trouve:

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2} &= \frac{1}{2} \left[M' \pm \sqrt{M'^2 + 4m_D^2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[M' \pm \sqrt{M'^2 \left(1 + \frac{4m_D^2}{M'^2} \right)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[M' \pm M' \sqrt{\left(1 + \frac{4m_D^2}{M'^2} \right)} \right]\end{aligned}\quad (3.17)$$

En fine

$$\lambda_{1,2} \simeq \frac{1}{2} \left[M' \pm M' \left(1 + \frac{4m_D^2}{M'^2} \right) \right]\quad (3.18)$$

Donc

$$\lambda_1 \simeq m_{\nu,1} \simeq M' = m_R \Rightarrow \text{Neutrino massive puisque [28]} \quad m_{\nu R} = 10^{15} \text{ GeV}$$

$$\lambda_2 \simeq m_{\nu,2} \simeq \frac{m_D^2}{M'} = \frac{m_D^2}{m_R} \Rightarrow \text{Neutrino sans masse puisque } m_D = 100 \text{ GeV}$$

$$\Rightarrow m_{\nu,2} = \frac{100^2 \text{ GeV}^2}{10^{15} \text{ GeV}} \approx 0.01 \text{ eV}$$

C'est ce qu'on appelle le mécanisme de la bascule (ou See-saw). Le terme $\lambda_{1,2} = m_{\nu,1,2}$ correspond ainsi au neutrino gauche léger du modèle standard et il existerait un neutrino droit

lourd.

Matrice PMNS :

Dans l'hypothèse où les neutrinos seraient massifs, avec des états propres de masse non dégénérés, un mélange quantique entre états propres de saveur et états propres de masse est possible. Le formalisme de ce mélange est décrit par la matrice unitaire de Pontecorvo, Maki, Nakagawa et Sakata (PMNS), $U_{PMNS} = U$, telle que

$$| \Psi_\alpha \rangle = \sum_i U_{\alpha i} | \Psi_i \rangle \quad (3.19)$$

avec Ψ_α ($\alpha = \rho, \mu, \tau$) les états propres de saveur du neutrino participant à l'interaction faible et Ψ_i ($i = 1, 2, 3$) les états propres de masse gouvernant la propagation de la particule, Pour les antineutrinos, le mélange se fait en utilisant le complexe conjugué de la matrice $U \rightarrow U^*$
Tel que

$$\begin{pmatrix} \Psi_\rho \\ \Psi_\mu \\ \Psi_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{\rho 1} & U_{\rho 2} & U_{\rho 3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Les coefficients $U_{\alpha i}$ forment une matrice $n \times n$ (avec $n=3$ dans notre cas) d'éléments complexes U est une matrice unitaire $UU^+ = U^+U = 1$, appelée matrice mélange PMNS.

$\Psi_\rho \Psi_\mu \Psi_\tau$ Sont les champs neutrinos d'interaction faible,

$\Psi_1 \Psi_2 \Psi_3$ Sont les champs de neutrinos possédant des masses définies m_1, m_2, m_3 .

Si les neutrinos sont des particules de Dirac, une redéfinition des champs permet de réduire le nombre de ces phases à une seule, la δ phase de violation de CP et 3 angles θ_{ij} . Il ya 4

paramètres.

Si on fait la supposition que les neutrinos sont des particules Majorana, la matrice PMNS est paramétrée par 3 angles θ_{ij} , de mélange et 3 phases (6 paramètre) [27], il y a ce cas deux phases supplémentaires ou de Majorana, α_1, α_2 , et δ phase de violation CP dans l'interprétation de la matrice PMNS est si on l'écrit suivant la forme habituelle:

$$\begin{aligned} U &= U' M \\ U &\rightarrow U' \text{diag}(1, e^{i\alpha_1}, e^{i\alpha_2}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

M : Est une matrice diagonale contenant uniquement des phases cette matrice n'existe que si les neutrinos sont des particules de Majorana.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_2} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Cependant ces phases ne jouent aucun rôle dans le phénomène d'oscillation. C'est-à-dire seul la partie U' à une influence sur les probabilités d'oscillation. Elle peut être prise comme étant le produit de 3 rotations avec une phase

$$U' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} U_{PMNS} = U &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \\ &\quad \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} \\ -s_{12} & c_{12} \\ & & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Alors: En considère la notation suivant: $c_{ij} = \cos\theta_{ij}$ $s_{ij} = \sin\theta_{ij}$ tel que $i, j=1,2,3$. δ est la phase de violation CP . et α_1, α_2 les deux phases de Majorana, La matrice peut encore s'écrire sous une forme développée:

$$U = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{13} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{12}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

La matrice PMNS joue dans le secteur des leptons le même rôle que la matrice de mélange CKM Pour les quarks.

3.2.4. Désintégration double béta

Processus de désintégration double β ($\beta\beta 2\nu$) :



Dans lequel désintégration deux neutrons de donner deux électrons et deux antineutrinos est autorisé dans le modèle standard. En d'autre part le processus de désintégration double β ($\beta\beta 0\nu$).



N'est pas autorisée parce qu'elle violé nombre de leptons. Cependant, il peut se produire pour neutrinos de Majorana de masse différent de zéro, qui sont leur propres antiparticule par le mécanisme illustré à la figure (b) .L'observation de la réaction (3.27) serait dans forte preuve de l'existence de neutrino de Majorana , par un autre part le processus de ($\beta\beta 2\nu$) de réaction (3.26) est permis à la fois pour neutrinos de Dirac et de Majorana, parce que le processus de désintégration double β ($\beta\beta 2\nu$) est interaction faible, il peut en pratique que d'observer si désintégration β .



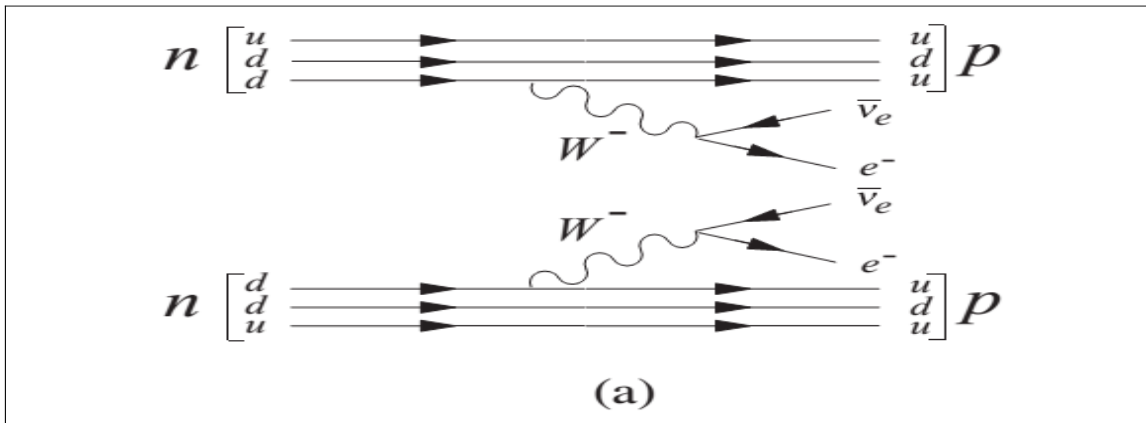


Fig 3.1.(a) désintégration $(\beta\beta 2\nu)$

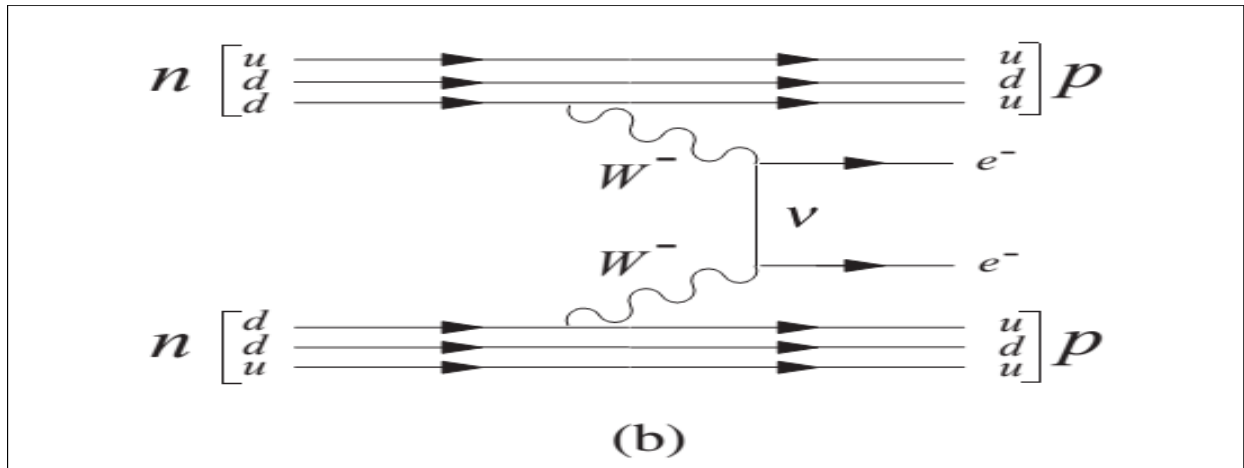


Fig.3.1(b) désintégration $(\beta\beta 0\nu)$

Fig. (3.1) (a) Désintégration double- β ($\beta\beta 2\nu$), comme permis dans le modèle standard.
 (b) Désintégration double- β sans émission de neutrino ($\beta\beta 0\nu$), interdit dans le modèle standard
 désintégration double β ($\beta\beta 0\nu$) sans émission de neutrino qui n'a pas encore été observée,
 peut être distinguer de désintégration double β ($\beta\beta 2\nu$) en mesurant les énergies de l'émission e^- , l'énergie est porté par les neutrinos non détectés pas, résultant dans un spectre d'énergie continu, considérant désintégration ($\beta\beta 0\nu$) les électrons portent au loin toute l'énergie

disponible, ayant pour résultat une crête pointue dans leur énergie combinée, suivant les indications du schéma(3.2) Cependant, le grand problème est qu'on s'attend à ce que le taux pour l'affaiblissement de $(\beta\beta 0\nu)$ soit beaucoup plus petit cela qui pour désintégration $\beta\beta 2\nu$, même pour des neutrinos de Majorana, et pour des neutrinos de la zéro-masse il disparaîtrait réellement. Pour les neutrinos de masse différents de zéro de Majorana.

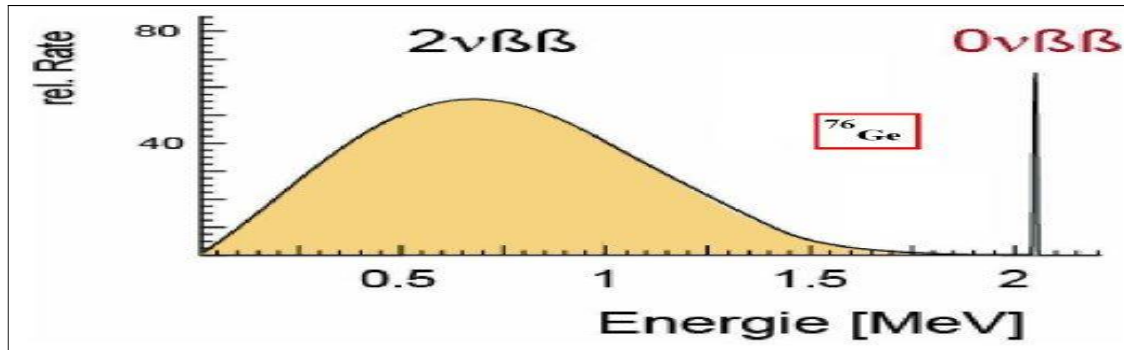


Fig.3.2. Spectre de la désintégration $(\beta\beta 2\nu)$ et $(\beta\beta 0\nu)$

3.3. SEE-SAW TYPE II

Le mécanisme de See-Saw explique ces neutrinos droits lourds n'ont jamais été observés pour cela on a étudié un autre modèle qui le See-Saw type II, pour identifier la masse de neutrinos. un Δ de représentation de Higgs de triplet transformant comme $(1, 3, 2)$ "W.Konetschny, and W Kummer 1977;Cheng 1980 Gelmini and Roncadelli 1981".

3.3.1. Modèle triplet de Higgs

L'extension HTM se caractérise par le triplet Δ ajouté au secteur scalaire du MS, avec les nombres quantiques suivants ($Y_\Delta = 2$ et $I_\Delta = 1$)[31], avec ($I_3 = Q - \frac{Y}{2}$) Cette triplet représenté par :

$$\Delta = \begin{pmatrix} \frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} & \Delta^{++} \\ \Delta^0 & -\frac{\Delta^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad \text{Et} \quad H = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix}$$

Δ : 3 Particule scalaire ($\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0$)

Canal principal de recherche : $\Delta^{++} \rightarrow L^+L^+$

3.3.2. Le potentiel scalaire et le lagrangien du modèle

Potentiel Scalaire :

Le potentiel scalaire est donné par :

$$\begin{aligned}
 V(H, \Delta) = & -m_H^2 H^+ H + \frac{\lambda}{4} (H^+ H)^2 + M_\Delta^2 \text{Tr}(\Delta^+ \Delta) \\
 & + \lambda_1 (H^+ H) \text{Tr}(\Delta^+ \Delta) + \lambda_2 (\text{Tr} \Delta^+ \Delta)^2 \\
 & + \lambda_3 \text{Tr}(\Delta^+ \Delta)^2 + \lambda H^+ \Delta \Delta^+ H + [\mu (H^T i \sigma_2 \Delta^+ H) + hc]
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Le lagrangien du modèle est [31] :

Le lagrangien du modèle triplet de Higgs est donné par:

$$\mathcal{L}(H; \Delta) = \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_\Delta \tag{3.30}$$

On va donner la signification à chaque partie du lagrangien:

Secteur de Higgs:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu H)^+ (D^\mu H) - V(H, \Delta) \tag{3.31}$$

Secteur de Yukawa Δ :

$$\mathcal{L}_Y = -Y_\Delta L^T C i \sigma_2 \Delta L + hc \tag{3.32}$$

Secteur de triplet de Higgs:

$$\mathcal{L}_\Delta = \text{Tr}(D_\mu \Delta)^+ (D^\mu \Delta) \tag{3.33}$$

Alors

$$\mathcal{L}(H; \Delta) = (D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) + \text{Tr}(D_\mu \Delta)^\dagger (D^\mu \Delta) + \mathcal{L}_Y - V(H, \Delta) \quad (3.34)$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nu_t & 0 \end{pmatrix} \text{ et } H = \begin{pmatrix} 0 \\ \nu \end{pmatrix} \text{ et } H = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

Cinq états propres de masse: $\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Phi^+, \Phi^0$

3.3.3. Masse des neutrinos

Soit le lagrangien de Yukawa \mathcal{L}_Y donné par :

$$\mathcal{L}_Y = -Y_\Delta L^T C i\sigma_2 \Delta L + hc \quad (3.36)$$

Y_Δ Couplage de yukawa

$$L^T = \begin{pmatrix} \nu^T & \varrho^T \end{pmatrix}$$

C : Opérateur conjugaison de charge.

σ_2 : Matrice de Pauli.

On peut déduire ces masses en remplaçant le champ triplet de Higgs par son vev dans le lagrangien de Yukawa trouvé :

$$\mathcal{L}_Y = -Y_\Delta \begin{pmatrix} \bar{\nu}^T & \bar{\varrho}^T \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \nu_t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ \varrho \end{pmatrix} + hc \quad (3.37)$$

$$\mathcal{L}_Y = -\bar{\nu}\bar{\nu}^T \nu_t Y_\Delta + hc \quad (3.38)$$

Finalement un terme de masse trouver:

$$M_\nu = Y_\Delta \nu_t \quad (3.39)$$

v_t : La valeur moyenne de champs de Higgs dans le vide (vev) [33]

Avec EWSB ((Electroweak symmetry breaking)) ET $v_t \leq 10^{-3} GeV \ll v$ pour [36] :

$$\frac{\partial V}{\partial \Delta} = -M_{\Delta}^2 Tr(\Delta^+ \Delta) + \mu H^+ i \sigma_2 \Delta^+ H \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \Delta} &= -M_{\Delta}^2 Tr \begin{pmatrix} 0 & v_t \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_t & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad + \mu \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v_t \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \\ \frac{\partial V}{\partial \Delta} &= -M_{\Delta}^2 v_t^2 - \mu v^2 v_t \end{aligned} \quad (3.41)$$

Tel que $\frac{\partial V}{\partial \Delta} = 0 \quad \Rightarrow \quad -M_{\Delta}^2 v_t^2 - \mu v^2 v_t = 0$

Donc $v_t = \frac{\mu v^2}{M_{\Delta}^2}$ remplace dans (3.39) on trouve :

$$M_{\nu} = Y_{\Delta} \frac{\mu v^2}{M_{\Delta}^2} \quad (3.42)$$

Ce qui forme le mot clé de modèle See-Saw type II.

M_{Δ} : Masse de triplet [34].

Où μ de l'ordre M_{Δ} . si $M_{\Delta} \gg v \Rightarrow$ les neutrinos sont naturellement légers.

Encore, Fig. (3.3) la représentation schématique de SeeSaw type II.

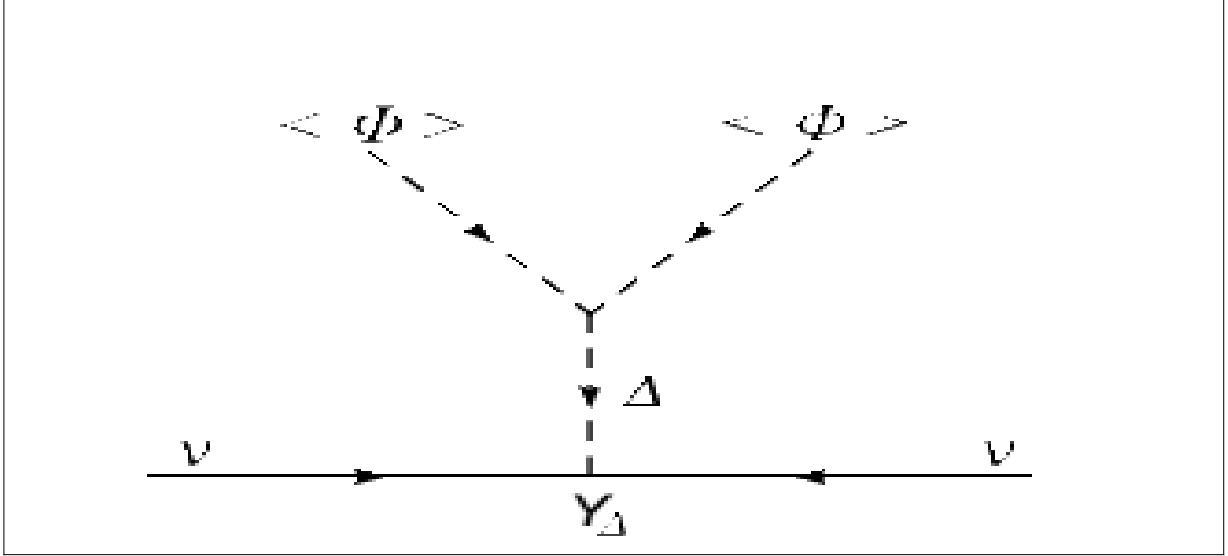


Fig 3.3. Le représentation schématique de See-Saw type II

Imposant les conditions de minimisations:

On trouve après la minimisation du potentiel:

$$\begin{aligned}
 V(H, \Delta) = & -m_H^2 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} + \frac{\lambda}{4} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \right]^2 \\
 & + M_\Delta^2 v_t^2 + \lambda_1 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} v_t^2 + \lambda_2 v_t^4 + \lambda_3 v_t^4 \\
 & + \lambda_4 \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_t & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v_t \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & v \end{pmatrix} \\
 & - \mu v^2 v_t
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

$$\begin{aligned}
 V(H, \Delta) = & v_t^2 M_\Delta^2 - v^2 m_H^2 + \frac{\lambda}{4} v^4 + \lambda_2 v_t^4 \\
 & + \lambda_3 v_t^4 + v^2 \lambda_1 v_t^2 + v^2 \lambda_4 v_t^2 - \mu v^2 v_t
 \end{aligned} \tag{3.44}$$

Tel que: $\frac{\partial V(H, \Delta)}{\partial (H, \Delta)} = 0$

Alors:

$$-\sqrt{2} \mu v^2 + 2M_\Delta^2 v_t + (\lambda_1 + \lambda_4) v^2 v_t + 2(\lambda_2 + \lambda_3) v_t^3 = 0 \tag{3.45}$$

$$-4m_H^2 + \lambda v^2 - 4\sqrt{2}\mu v_t + 2(\lambda_1 + \lambda_4)v_t^2 = 0 \quad (3.46)$$

\Rightarrow

$$M_\Delta = \frac{2\mu v^2 - \sqrt{2}(\lambda_1 + \lambda_4)v^2 v_t - 2\sqrt{2}(\lambda_2 + \lambda_3)v_t^3}{2\sqrt{2}v_t}$$

$$m_H = \frac{\lambda v^2}{4} - \sqrt{2}\mu v_t + \frac{(\lambda_1 + \lambda_4)}{2}v_t^2 \quad (3.47)$$

CONCLUSION

En conclusion, dans ce travail on a étudié le Modèle Standard, qui régit les lois de la nature et qui décrit précisément maintes observations, il suppose une masse nulle pour les neutrinos. La mise en évidence d'une masse de neutrino très faible par rapport à celles des quarks et des leptons chargés nécessiterait une extension de ce modèle.

Le modèle standard ne génère pas des masses pour les neutrinos à cause de la non existence les neutrinos droit dans ce modèle, pour cela on a qui étudier un autre modèle est le See-Saw pour calculer les neutrinos qui identifier à une masse de Majorana dans ce cadre.

Le mécanisme de SeeSaw explique l'oscillation par des neutrinos de Majorana lourds, ce qui est très improbable à observer directe, pour cela on a étudié un autre modèle qui le SeeSaw type II, pour identifier la masse des neutrinos.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] A. BLONDEL ET J. J. G OMEZ-C ADENAS, Méthode de reconstruction du spectre d'énergie des neutrinos pour l'expérience K2K, 2004.
- [2] H.BE, the C.I. Peierls, Nature, 133 (1934), 532.
- [3] F.Reines, C.L, Cowan phy, 28 (1962), 870.
- [4] Z.Maket , Progther, phy, 28 (1962) 870.
- [5] C.SWV et al, phy, rev, 105 (1957) ,1413.
- [6] Gabrielle LELAIZANT, Etude des Sursauts Gamma à partir des neutrinos de haute-énergie avec le télescope ANT ARES Analyse du positionnement Acoustique du détecteur, 2008.
- [7] Johann Collot, Masses et oscillations de neutrinos, 2003.
- [8] Olivier Dadoun, Mesure des neutrinos de réacteurs nucléaires dans l'expérience Borexino, 2003.
- [9] Michaël MACAIRE, Etude des oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ auprès de l'expérience T2K, 2012.
- [10] J.N.BAHCAL, P.I.KRASTEV, A, Y smirnov phy Rev, D58 (1998), (096016).
- [11] Johann Collot, Masses et oscillations de neutrinos, 2003.
- [12] Jonathan Gaffiot. Étude des neutrinos de réacteur : mise en place et Caractérisation du détecteur Nucifer, le 20 novembre 2012.
- [13] David Jamin. Recherche du boson de Higgs du Modèle Standard dans le Canal de désintégration $ZH \rightarrow \nu \bar{\nu} b \bar{b}$ sur le collisionneur Tevatron dans L'expérience DØ, 30 Septembre 2010.
- [14] I. Marleau, introduction à la physique des particules, 2003.
- [15] Johann Collot. Édification de la théorie des interactions électrofaibles, Cours De physique des particules (Université de Grenoble) Année : 2007-2008.
- [16] Sven Bachmann. Champs Quantiques Relativistes, 2007.
- [17] Rabindra N. Mohapatra. Unification and Supersymmetry: The Frontiers of Quark-Lepton Physics, Third Edition, New York, 2003, 1992, 1986.
- [18] Andrija Rasin, Diagonalisation of Quark Mass Matrices and the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa Matrix, International Center for theoretical physics, strada Costiera 11, 34100 Trieste, Italy.hep-ph/9708216.

- [19] I. Marleau, introduction à la physique des particules page 164, 2003.
- [20] P. Minkowski, Phys. Lett. B 67 (1977) 421; T. Yanagida, proceedings of the Workshop on Unified Theories and Baryon Number in the Universe, Tsukuba, 1979, eds. A. Sawada, A. Sugamoto; S. Glashow, in Cargese 1979, Proceedings, Quarks and Leptons (1979); M. GellMann, P. Ramond, R. Slansky, proceedings of the Supergravity Stony Brook Workshop, New York, 1979, eds. P. Van Niewenhuizen, D. Freeman; R. Mohapatra, G. Senjanovi'c, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 912.
- [21] M. Magg and C. Wetterich, Phys. Lett. B 94 (1980) 61.
- [22] G. Lazarides, Q. Shafi and C. Wetterich, Nucl. Phys. B 181 (1981) 287.
- [23] R. Foot, H. Lew, X. G. He and G. C. Joshi, Z. Phys. C 44 (1989) 441.
- [24] Borut Bajc Collider Signatures for Heavy Lepton Triplet in Type I+III Seesaw arXiv: 0904.2390v1 [hep-ph 15 Hpr 2009].
- [25] R.N. Mohapatra and A.Y. Smirnov, NEURINO MASS AND NEW PHYSICS. A nnu.Rev. Nucl. Sci 2006.65:569.628.
- [26] Maximilien FECHNER. Détermination des performances attendues sur la Recherche de l'oscillation $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ dans l'expérience T2K depuis l'étude des Données recueillies dans l'expérience K2K, 9 mai 2006.
- [27] Michaël MACAIRE, Etude des oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ auprès l'expérience T2K page 16, 2012.
- [28] Jonas Knüsel, LHEP Universität Bern. See-saw mechanism. 30.11.2007.
- [29] Werner Rodejohann (MPIK, Heidelberg). Neutrino Mass, Lepton Mixing, and the See-Saw Mechanism(s). Nijmegen, 08/09.
- [30] B. R. Martin. Et G. Shaw. PARTICLE PHYSICS, A John Wiley and Sons, Ltd, Publication, 1998.
- [31] Rahili Larbi. Modèle Triplet de Higgs et sa Phénoménologie, 12 Octobre 2010.
- [32] Stefan Antusch. Leptogenesis, Type II Seesaw and Neutrinoless Double Beta Decay, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Dec2005.
- [33] Mrinal Kumar Das ET Debasish Borah et and Rinku Mishra, Quasi-Degenerate Neutrinos in Type II Seesaw Models, Tezpur University, Tezpur-784028, India

- [34] Xiao-Gang ET Tong Li, Neutrino Masses and Heavy Triplet Leptons at the LHC: Testability of Type III Seesaw arXiv: 0907.4193v4 [hep-ph] November 3, 2009.
- [35] Eung Jin Chun, LHC Phenomenology of Type II Seesaw Brussels EJChun@KIAS, 2012-12-07.
- [36] Alejandra Melfo, Miha Nemev Fsek, Fabrizio Nest, Type II Seesaw at LHC: The Roadmap arXiv: 1108.4416v4 [hep-ph] 22 Dec 2012.

Résumé:

Le modèle standard ne génère pas des masses pour les neutrinos à cause la non existence du neutrino droit. Donc il faut passer à des modèles plus extension du modèle standard. Dans ce travail, on à surtout le modèle de See-Saw pour calculer des neutrinos, est identifier la masse du neutrino, et en suit on a étudié le modèle de See-Saw type II avec sa phénoménologie.

Abstract:

The standard model doesn't masses for the neutrinos because of non existence of right neutrino in this model. Thus one needs studied extension that the standard model. In this work, we especially to study another model which is the See-Saw model, to calculate neutrinos which to identify with a mass of Majorana within this framework, and to study standard See-Saw II and its phenomenology

ملخص

النموذج العياري لم يولد كتل لأجل النيوتريانو بسبب عدم تواجد النيوتريانو اليميني في هذا النموذج. إذن في هذه الأطروحة ندرس نموذج آخر يسمى الارجوحة من اجل حساب كتلة النيوتريانو و معرفة كتلة ماجورانا في هذا الإطار و بعد هذا ندرس سي-سو النوع الثاني وظواهره