

République algérienne démocratique et populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la  
recherche scientifique  
Université de M'sila  
Faculté de Technologie  
N° d'ordre : GM/...../2016

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة المسيلة  
كلية التكنولوجيا



---

Département de Génie Mécanique  
**MEMOIRE DE FIN D'ETUDE**  
En vue de l'obtention du diplôme de :  
**MASTER**  
En Génie Mécanique  
Option : Génie Industriel Et Maintenance  
Thème :

---

**ETUDE DES METHODES DE CONTROLE  
DES MACHINES OUTILES  
CONVENTIONNELLES**

---

Proposé et dirigé par :  
Dr. MAKRI Hocine

Présenté par :  
SOUFI Sami

*Année Universitaire : 2015 / 2016*

## **DEDICACE**

*A ma très chère mère, Porteuse de mes espoirs*

*A mon père pour ses sacrifices*

*A mon épouse, mes frères et à mes sœurs*

*A toute ma famille.*

*A tous mes amis fortement Amine et Salim.*

## **REMERCIEMENTS**

Je tiens à remercier vivement Monsieur le Docteur Hocine MAKRI mon encadreur de Mémoire, pour sa confiance, son aide précieuse et surtout la disponibilité qu'il m'a accordée.

Je remercie tout le personnel technique et administratif du département de Génie Mécanique de l'Université d'Msila. Je remercie tous ceux qui de loin ou de près ont contribué à l'aboutissement de ce travail.

Que toutes ces personnes trouvent ici ma profonde gratitude pour m'avoir fait bénéficier de leur confiance scientifique et technique Pour leur patience, leur soutien permanent et leur sacrifice, je remercie fortement, mes parents.

# Sommaire

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>8</b>
<b>CHAPITRE I : SOURCES D'ERREURS AFFECTANT LA PRECISION D'USINAGE .....</b>	<b>11</b>
<b>I. ANALYSE DES SOURCES D'ERREURS.....</b>	<b>12</b>
<b>I.1. ERREURS QUASI-STATIQUES .....</b>	<b>13</b>
<b>I.2 ERREURS GÉOMÉTRIQUES .....</b>	<b>13</b>
<b>I.3 ERREURS CINÉMATIQUES .....</b>	<b>14</b>
<b>I.4 ERREURS DUES AUX CHARGEMENTS STATIQUES .....</b>	<b>16</b>
<b>I.5. ERREURS CAUSÉES PAR LES CHARGES DE COUPE.....</b>	<b>18</b>
<b>I.6 FLÉCHISSEMENT DE L'OUTIL.....</b>	<b>18</b>
<b>I.7. ERREURS DYNAMIQUES .....</b>	<b>19</b>
<b>I.8 ERREURS DYNAMIQUES DUES À LA MACHINE-OUTIL.....</b>	<b>19</b>
<b>I.9 ERREURS DYNAMIQUES DUES AU PROCÉDÉ.....</b>	<b>20</b>
<b><i>I.9.1 Déformations sous l'effet des forces de coupe.....</i></b>	<b>20</b>
<b><i>I.9.2 Température générée par la coupe.....</i></b>	<b>20</b>
<b><i>I.9.3 Vibrations .....</i></b>	<b>20</b>
<b>I.10. ERREURS CAUSÉES PAR LES CHARGES DE COUPE.....</b>	<b>21</b>
<b>I.11 ERREURS THERMIQUES.....</b>	<b>23</b>
<b>CHAPITRE II : COMPENSATION DES ERREURS AFFECTANT LA PRECISION D'USINAGE .....</b>	<b>26</b>
<b>II.1 TECHNIQUES DE RÉDUCTION DES EFFETS D'ERREURS.....</b>	<b>27</b>
<b><i>II.1.1 Évitement d'erreur.....</i></b>	<b>28</b>
<b><i>II.1.2 Compensation des erreurs par étalonnage .....</i></b>	<b>28</b>
<b><i>II.1.3 Compensation active.....</i></b>	<b>29</b>
<b><i>II.1.4 Technique de miroir adapte.....</i></b>	<b>30</b>
<b>II.2 LIMITATIONS DES TECHNIQUES DE COMPENSATION.....</b>	<b>30</b>
<b>II.3 LES VIBRATIONS D'USINAGES.....</b>	<b>32</b>
<b>II.4 LES MODES DE VIBRATIONS.....</b>	<b>32</b>
<b><i>II.4.1 Les vibrations libres .....</i></b>	<b>33</b>
<b><i>II.4.2 Les vibrations forces.....</i></b>	<b>33</b>
<b><i>II.4.2.1 Sources externes .....</i></b>	<b>34</b>
<b><i>II.4.2.2 Sources internes.....</i></b>	<b>34</b>
<b><i>II.4.3 Les vibrations auto-entretenues .....</i></b>	<b>35</b>
<b>II.5 LES MOYENS DE CONTRÔLE DES VIBRATIONS .....</b>	<b>35</b>
<b>CHAPITRE III : MODELISATION DES ERREURS DE FABRICATION.....</b>	<b>38</b>
<b>III.1 MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE.....</b>	<b>40</b>
<b><i>III.1.1 Modèle géométrique direct.....</i></b>	<b>40</b>
<b><i>III.1.2 Modèle géométrique inverse .....</i></b>	<b>40</b>
<b><i>III.1.3 Modèle géométrique implicite .....</i></b>	<b>40</b>
<b>III.2 MODÉLISATION CINÉMATIQUE.....</b>	<b>40</b>
<b><i>III.2.1 Modèle cinématique directe .....</i></b>	<b>40</b>
<b><i>III.2.2 Modèle cinématique inverse.....</i></b>	<b>41</b>

III.2.3	<i>Modèle cinématique implicite</i>	42
III.3	MODÉLISATION DE LA PIÈCE	42
III.4	MODÉLISATION DE L'OUTIL	44
III.5	MODÉLISATION DE LA DÉFORMATION	45
III.5.1	<i>Fléchissement de l'outil</i>	45
III.5.2	<i>Fléchissement de la pièce</i>	45
III.5.3	<i>Déformation de la broche sous l'effet des forces de coupe</i>	46
III.5.4	<i>Flèche Due A La Broche Elle-Même</i>	47
III.5.4.1	<i>Déformation de flexion</i>	47
III.5.4.2	<i>Déformation de cisaillement</i>	48
III.5.5	<i>Flèche due aux paliers</i>	49
III.5.6	<i>Flèche totale au droit de l'outil</i>	49
III.6	MODÉLISATION DE LA VIBRATION	50
III.6.1	<i>Vibrations libres</i>	50
III.6.2	<i>Vibrations Forcées</i>	51
III.6.3	<i>Vibrations régénératives</i>	52
III.6.4	<i>Modèle d'erreur vibratoire</i>	53
III.6.5	<i>Vibrations auto-excitées (broutement)</i>	55
III.6.6	<i>Détermination du centre de raideur du bloc outil</i>	57
III.7	MODÉLISATION DES EFFORTS DE COUPE	60
III.7.1	<i>Composantes de l'effort de coupe</i>	60
III.7.2	<i>Les différents modèles de coupe</i>	61
III.7.2.1	<i>Modèle de Merchant</i>	61
III.7.2.2	<i>Modélisation par la méthode des lignes de glissement</i>	63
III.7.2.3	<i>Modèle de Kienzle</i>	64
III.7.2.4	<i>Modèle de Gu et al</i>	65
III.8	MODÉLISATION THERMIQUE	66
III.8.1	<i>Température de coupe</i>	66
III.8.2	<i>Caractéristique thermique de coupe</i>	67
III.8.3	<i>Estimation analytique de la température de coupe, <math>\theta_s</math></i>	67
III.8.4	<i>Température moyenne à l'interface outil/copeau, <math>\theta_i</math></i>	67
III.9	MODÈLES DE DURÉE DE VIE ET MODÈLES D'USURE	68
III.9.1	<i>Le modèle de Taylor généralisé</i>	68
III.9.2	<i>Le modèle de Kronenberg</i>	70
III.9.3	<i>Le modèle de König – Dépiereux</i>	70
III.10	MODÉLISATION DE LA RIGIDITÉ	71
III.11	LES MÉTHODES EXPÉRIMENTALES	74
III.11.1	<i>Méthode statique</i>	74
III.11.2	<i>Méthode dynamique</i>	74
III.11.3	<i>Méthode de fabrication</i>	74
III.12	IDENTIFICATION LES PARAMÈTRES	75
<b>CHAPITRE VI :</b>		<b>79</b>
<b>EXPERIMENTATION</b>		<b>79</b>
IV.1	<b>PRINCIPE DE L'EXPÉRIMENTATION</b>	<b>80</b>
IV.2	<b>SYSTÈME DE MESURE</b>	<b>81</b>
IV.3	<b>MODÈLE DE CALCUL DE LA RIGIDITÉ DU MDOP</b>	<b>82</b>

<b>IV.5 PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE</b> .....	<b>84</b>
<b>IV.5.1 le matériel</b> .....	<b>84</b>
<b>IV.5.2 Méthodologie</b> .....	<b>87</b>
<b>IV.5.2.1 Etalonnage du tambour par un dynamomètre</b> .....	<b>87</b>
<b>IV.5.2.2 mesure des refolements par la méthode statique</b> .....	<b>88</b>
<b>CHAPITRE V : RESULTATS ET DISCUSSIONS</b> .....	<b>89</b>
<b>V.1 ETALONNAGE</b> .....	<b>90</b>
<b>V.2 MESURE DES REFOLEMENTS</b> .....	<b>91</b>
<b>V.2.1 Section 1 : au niveau du mandrin</b> .....	<b>92</b>
<b>V.2.2 Section 2 : au niveau de l'ébauche</b> .....	<b>93</b>
<b>V.2.3 Section 3 : au niveau poupée</b> .....	<b>95</b>
<b>V.3 CALCUL DE LA RIGIDITÉ</b> .....	<b>96</b>
<b>V.3.1 Section 1</b> .....	<b>96</b>
<b>V.3.2 Section 2</b> .....	<b>97</b>
<b>V.3.3 Section 3</b> .....	<b>98</b>
<b>V.4 DISCUSSIONS</b> .....	<b>99</b>
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	<b>101</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	<b>103</b>

# Liste des figures

- Figure I-1 : exemple de gravite induite par erreur geometrique**
- Figure I-2 : liaison lineaire typique d'une machine-outil**
- Figure I-3 : exemple d'erreur cinematique du mouvement de translation**
- Figure I-4 : exemple d'erreurs cinematiques pour mouvement rotatif**
- Figure I-5 : serrage face aux appuis**
- Figure I-6 : serrage par bridage**
- Figure I-7 : discretisation de l'outil en disques pour calculer l'effort total**
- Figure I-8 : modelisation du comportement dynamique de l'outil-piece**
- Figure I-9 : allure generale des lobes de stabilite**
- Figure I.10: sources d'erreurs thermiques dans une machine-outil**
- Figure II.1 : strategies de reduction des erreurs**
- Figure II.3 : technique de compensation par etalonnage**
- Figure II. 4 compensation par la technique de miroir adapte**
- Figure II.5 : concept de la compensation active des erreurs**
- Figure II.6 : trois familles de vibrations presentes en usinage : les vibrations libres, les vibrations forcees et les vibrations auto-entreteneues**
- Figure II.7 : vibrations libres de l'outil**
- Figure II.8 : photo d'une passe d'usinage prise pour mettre en evidence les instabilites temporaires de l'usinage a l'entree (droite) et a la sortie (gauche) de la piece**
- Figure II.9 : details d'une surface usinee avec et sans broutement**
- Figure II.10 : dynamometre, accelerometre et microphone**
- Figure III-1 : caracteristiques geometriques de l'outil**
- Figure III-2 : repartition uniforme de l'effort de coupe sur la zone de contact**
- Figure III-3 : modele de deformation de la broche**
- Figure III-4 : modelisation de la deformation de la partie en porte-a-faux avant d'ou nous pouvons tirer la fleche due a la broche au droit de l'outil**
- Figure III-5 : fleche a l'outil due a la flexibilite des paliers**
- Figure III-6 : phenomene de regeneration de la surface**
- Figure III-7 : variation de l'epaisseur du copeau**
- Figure III-8 : amplitude de la partie dynamique de l'epaisseur de coupe en fonction du dephasage**
- Figure III-9 : modele de chargement sur x, y, z**

**Figure III-10 : determination du centre de raideurcrbo**

**Figure III-11 : les actions de contact exercees sur l'outil**

**Figure III-12 : les composantes de l'effort de coupe**

**Figure III-13 : a) geometrie du modele de merchant, b) efforts de coupe**

**Figure III-14 : reseaux de lignes de glissement possible pour la coupe d'un corps rpp**

**Figure III-15 : origine de la chaleur produite**

**Figure III-16 : representation graphique du modele de taylor**

**Figure III-17 : representation graphique du modele de gilbert**

**Figure III-18 : representation graphique du modele de kronenberg**

**Figure III-19 : representation graphique du modele de könig – depiereux**

**Figure III-20 : modele flexible d'une seule chaine cinematique**

**Figure III-21 : schema de calcul de la rigidite du systeme elastique « machine-piece/outil**

**Figure III-22 : composantes de l'effort de coupe**

**Figure IV-1 : presentation du systeme experimental de mesure.**

**Figure IV-2 : hysteresis des courbes de dispersions**

**Figure IV-3 : schemas de l'analyse du modele considere**

**Figure IV-4 : machine a tour sn 40c**

**Figure IV-5 : instruments de mesure (dynamometre- comparateur a cardon)**

**Figure IV-6 : dynamometre a ressort**

**Figure VI-7 : dispositif de l'etalonnage**

**Figure IV-8 : dispositif d'etalonnage du tambour**

**Figure IV-9 : dispositif de mesure le refoulement de machine (tour)**

**Figure V.1 : courbes d'etalonnage**

**Figure V.2 : niveaux de mesure des refoulements**

**Figure V.3 : courbes des refoulements du tour en fonction des charges appliquee en section 1**

**Figure V.4 : courbes des refoulements du tour en fonction des charges en section 2**

**Figure V.5: courbes des refoulements du tour en fonction des charges en section 3.**

**Figure V.6: defaut generes par les refoulements dans la section 2**

**Figure V.7 : defaut de gonflement de l'extremite du aux refoulements au niveau lu mandrin ou de la poupee mobile**

## **LISTE DES TABLEAUX**

**Tableau III-1 : caracteristiques des materiaux des broches**

**Tableau IV-1 : caracteristiques techniques des comparateurs a cardan**

**Tableau V-1 : resultats d'etalonnage du tambour**

**Tableau V-2: refoulements des elements du tour au niveau de la section 1 en fonction des charges appliquees**

**Tableau V-3: refoulements des elements du tour au niveau de la section 2 en fonction des charges appliquees**

**Tableau V-4 : refoulements des elements du tour au niveau de la section 3 en fonction des charges appliquees**

**Tableau V-5 : rigidite des elements du tour au niveau de la section 1**

**Tableau Iv-6 : rigidite des elements du tour par la charge appliquee en section 2**

**Tableau V-7 : rigidite des elements du tour sur la section 3**

**Tableau V-8 : valeurs de la rigidite et la flexibilite dans les differentes sections**

## Nomenclature

$J$	Rigidité [daN/mm]
$J_m$	Rigidité de la machine-outil [daN/mm]
$J_{ch}$	Rigidité du chariot [daN/mm]
$J_p$	Rigidité de la poupée fixe [daN/mm]
$J_{cp}$	Rigidité de la contre-poupée [daN/mm]
$R_A$ et $R_B$	Réaction de la poupée fixe et de la contre-poupée [daN]
$y$	Refoulement des éléments du système, produit par la force $F_y$ [mm]
$y_m$	Refoulement total des ensembles de la machine, quelle que soit la position de l'outil le long de l'axe de la pièce [mm]
$x$	Distance entre le bec de l'outil et la poupée fixe [mm]
$l$	Longueur de la pièce [mm]
$F_z$	Effort tangentiel où effort principal de coupe [daN]
$F_x$	Composante axiale de l'effort de coupe où effort d'avance [daN]
$F_y$	Composante normale de l'effort de coupe [daN]
$V$	Vitesse de coupe [m/min]
$f$	Avance [mm/tr]
$d$	Profondeur de passe [mm]
$T$	Durée de vie (Tenue) de l'outil [min]
$\tau$	Temps d'usinage [min]
$R_a$	Rugosité (Ecart moyen arithmétique) de la surface usinée [ $\mu\text{m}$ ]
<b>MODOP</b>	Machine-Outil – Dispositif – Outil – Pièce
$\gamma$	Angle d'attaque [ $^\circ$ ]
$\lambda$	Angle d'obliquité de l'arête tranchante principale [ $^\circ$ ]
$\alpha$	Angle de dépouille principale [ $^\circ$ ]
$\mathfrak{R}_r$	Angle de direction principale [ $^\circ$ ]
$\mathfrak{R}_{r1}$	Angle de direction auxiliaire [ $^\circ$ ]
$D$	Variable d'endommagement
$E$	Module de Young
$\varepsilon$	Déformation plastique équivalente
$\dot{\varepsilon}_0$	Vitesse de déformation de référence
$\mu$	Coefficient de Poisson

## **INTRODUCTION GENERALE**

Durant la dernière décennie, le contexte économique a imposé à cette industrie de nouvelles normes de performance en ce qui concerne la qualité, la productivité, les coûts et les délais de production. Ces contraintes de marché ont évolué beaucoup plus vite que les performances des machines actuelles. La technologie sur laquelle ces machines reposent est basée sur des concepts datant de plusieurs décennies et qui arrivent presque à la limite de leur potentiel. Les quelques développements technologiques enregistrés dans le domaine sont davantage motivés par les besoins des utilisateurs que par les initiatives des constructeurs.

Les procédés d'usinage sont extrêmement variés. Le terme « usinage » (*machining*) employé par abus de langage est consacré par l'usage pour tous les procédés qui suivent. En effet, il est utilisé même pour les procédés sans présence d'outil, mais avec intervention d'un milieu agressif. L'usinage est une opération de base utilisant les machines-outils pour la production des pièces mécaniques. À partir des dimensions imposées par le concepteur, la machine est dédiée à l'enlèvement matière en vue de l'obtention de la surface finale désirée, en passant par le calcul de la trajectoire de l'outil avec une précision contrôlée. La pièce produite doit répondre à des critères de conformité dimensionnelle et surfacique pour pouvoir assurer sa fonction dans le mécanisme pour lequel elle est fabriquée.

On distingue assez souvent les procédés d'usinage mécaniques dits « traditionnels » des procédés d'usinage non traditionnels (*non traditional machining processes*) ; cette dernière appellation désigne des procédés qui sont apparus après 1945 en grande partie pour usiner des matériaux se prêtant difficilement aux techniques d'usinage classiques.

On peut aussi, schématiquement, classer les procédés d'usinage, selon les phénomènes physiques correspondants, en trois catégories principales :

- Procédés de coupe
- Procédés par abrasion
- Procédés physico-chimiques

Notre sujet s'inscrit dans le contexte interaction machine-procédé d'usinage-opérateur et se fixe comme objectif l'étude des défauts d'usinage émanant des machines-outils. Nous procédons au traitement du sujet en faisant une recherche bibliographique en premier lieu au sujet des erreurs d'usinage, leur sources, et les modèles

utilisés pour leur description mathématiques avant d'entamer le côté pratique qui traite les déformations relatives à la rigidité structurelle d'une machine-outil selon la disponibilité en utilisant des méthodes expérimentales pour d'identifier les paramètres et variables à prendre en compte pour corriger un défaut émanant d'une machine et affectant un processus d'usinage en cours.

Notre manuscrit est subdivisé en 5 chapitres. Le premier est dédié à la recherche sur les sources erreurs d'usinage du point de vue structurel, Processus et humain. Le deuxième chapitre se traite compensation des erreurs affectant la précision d'usinage, Le troisième chapitre traite les méthodes d'analyse et de modélisation des erreurs de la fabrication, il s'agit de faire un recensement des différents paramètres intervenant sur la précision d'usinage et comment les identifier les quantifier pour pouvoir intervenir après. Le quatrième chapitre décrit la procédure expérimentale qui décrit la méthode d'Étude de la rigidité d'un système MDOP. Les résultats et la discussion seront traités au cinquième chapitre.

On en termine bien sûr avec une analyse et une conclusion.

**CHAPITRE I :**  
**SOURCES D'ERREURS AFFECTANT LA PRECISION**  
**D'USINAGE**

Ce chapitre présente une revue de littérature concernant les catégories et le comportement des erreurs affectants la précision d'usinage et discute certaines méthodes de modélisation et de compensation disponibles dans la littérature. Des méthodes de compensation utilisant la machine-outil pour mesurer les erreurs d'usinage sont aussi présentées.

## **I. Analyse des sources d'erreurs**

Les dimensions finales des pièces usinées sur machines-outils doivent répondre aux critères de conformité exigés par la conception. D'un côté l'évolution technologique de la conception nécessite de plus en plus des tolérances assez sévères pour des raisons de montage et de rôle des pièces durant leurs cycles de vie. De l'autre côté, la modernisation des machines-outils, pour répondre aux exigences du produit fini, reste insuffisante. Pour ces raisons, de multiples recherches sont menées pour étudier les erreurs affectant la précision d'usinage ainsi que les méthodes d'élimination de leurs effets. La précision des pièces fabriquées sur machines-outils se trouve affectée par une variété d'erreurs que l'on peut classer grossièrement comme suit [1] :

- Erreurs quasi-statiques.
- Erreurs géométriques.
- Erreurs cinématiques.
- Erreurs dues aux chargements statiques.
- Erreurs causées par les charges de coupe.
- Fléchissement de l'outil.
- Erreurs dynamiques.
- Erreurs dynamiques dues à la machine-outil.
- Erreurs dynamiques dues au procédé.
- Erreurs causées par les charges de coupe.
- Erreurs thermiques.

## I.1. Erreurs quasi-statiques

Les erreurs quasi-statiques constituent 70 % des erreurs attribuables aux machines-outils. Ces erreurs sont définies comme les erreurs sur la position relative entre l'outil et la pièce à usiner et varient lentement en fonction du temps. Elles dépendent de la structure de la machine et elles comportent principalement les erreurs géométriques, les erreurs cinématiques et les erreurs sous des contraintes statiques et thermiques. Pour illustrer le comportement des erreurs géométriques dans une machine-outil multiaxiales, un exemple d'évaluation de ces erreurs est présenté dans les sections suivantes en utilisant l'approche cinématique [2].

## I.2 Erreurs géométriques

Les erreurs géométriques sont associées aux composantes structurelles de la machine et affectent directement les déplacements des éléments mobiles par rapport au système de référence. Le déplacement de la table d'une machine-outil par rapport à son bâti selon un axe entraîne des erreurs géométriques selon les trois axes principaux [2]. Par exemple, si la machine n'a pas été correctement stable ou prise en charge. Les glissières de la machine peuvent être pliées, conduisant à des erreurs géométriques excessives.

Les erreurs géométriques peuvent également résulter de la déviation des composants structuraux sous le poids de la partie ou en raison de la force de serrage agissant par la table de la machine. Toutefois, Le changement du poids de la pièce brute et le changement de position d'un chariot peut générer une composante d'erreur qui varie avec la position et l'utilisation.

Un simple cas de variation d'erreur géométrique est présenté sur la figure I.1, la déformation de la colonne Z change avec la position du bras de support de broche pour un mouvement dans la direction Z. Ceci est dû à la variation du point de couple généré par le poids du bras de support de broche sur la colonne Z. Dans la figure I.2, il est possible de mettre en relief au moins six termes d'erreurs, dont chaque terme représente un degré de liberté. Trois erreurs linéiques et trois erreurs angulaires. Ces erreurs dépendent de la position de l'élément mobile sur son axe de déplacement principal.

La première erreur de translation est obtenue à partir de la différence entre la position réelle de l'élément mobile sur son axe de mouvement et la position mesurée par le capteur de position. Il s'agit de l'erreur de position linéaire.

Les deux autres erreurs sont mesurées le long des deux autres axes. Ces erreurs sont appelées "erreurs de rectitude horizontale et verticale". Les erreurs de rotation sont des déviations angulaires du chariot par rapport à la position de référence par des rotations autour des trois axes du système de référence. Elles sont usuellement appelées "lacet, tangage et roulis" [3].

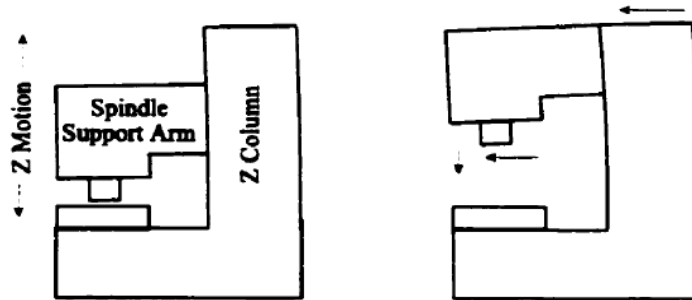


Figure I-1 : Exemple de gravité induite par erreur géométrique [3].

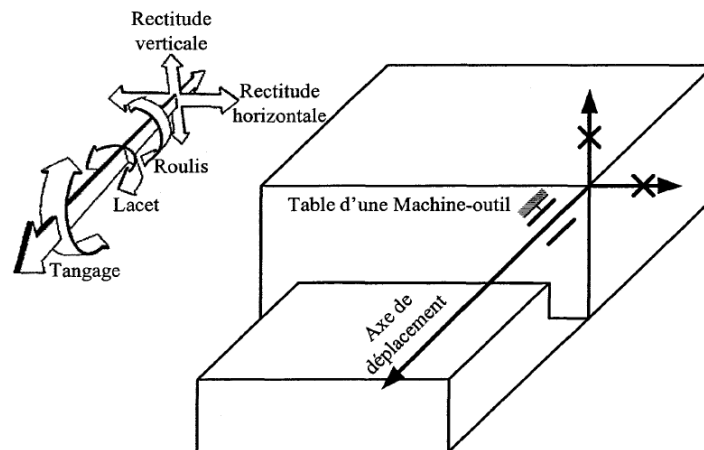


Figure I-2 : Liaison linéaire typique d'une machine-outil [2].

### I.3 Erreurs cinématiques

Les erreurs cinématiques sont des variations de position dans le comportement fonctionnel des éléments d'une machine-outil. Ce type d'erreur est souvent rencontré dans le cas d'applications nécessitant la combinaison d'axes ou de mouvements. Pour éviter ces erreurs, une coordination précise entre les mouvements n'est non pas seulement utile mais obligatoire.

Dans les machines-outils conventionnelles, cette coordination est réalisée à l'aide de trains d'engrenages. Au niveau des machines-outils à commande numérique, la coordination ou plus spécifiquement l'interpolation est obtenue par commande électronique [2].

D'une manière générale, les erreurs cinématiques sont définies par l'interaction géométrique sous mouvement. Ils sont fonction de la position des glissières de machines-outils, vis à billes, engrenages, coupleurs, moteurs, capteurs et de leur interaction à travers du contrôleur de mouvement. Ces erreurs sont très dépendantes des géométries des composants impliqués, comme la forme des surfaces de glissement, emplacement de vis à billes, et l'espacement des dents d'engrenage. Les Erreurs cinématiques se manifestent également en raison de l'hystérésis ou le jeu dans les vis à billes. Engrenages, et les coupleurs, et par conséquent. Sont fonction de la direction du mouvement [3].

Les six degrés de liberté d'un corps dans l'espace sont en général limités sur une machine de telle sorte que seul l'un d'eux est libre de se déplacer à la fois. Souvent, les erreurs cinématiques proviennent des axes qui sont sur ou sous contrainte. Si un axe est plus limité, la plus petite erreur géométrique dans les composants va l'amener à dévier car il est conforme aux conditions des contraintes. Si l'axe est sous contrainte, en raison des conditions de soutien en vrac, puis l'axe aura des degrés de liberté supplémentaires au-delà de celle souhaitée. Les erreurs associées à un axe plus contraint seront généralement plus reproductible que les erreurs associées à une sous mauvaise contrainte. Toutefois, Les problèmes liés aux contraintes sur un axe doivent d'abord être traités par des ajustements mécaniques de l'axe avant d'appliquer une stratégie de compensation. Des exemples d'erreurs pour les six degrés de liberté, à la fois une translation et d'articulation de rotation sont représentés sur la figure I.3 et la figure I.4, respectivement [3].

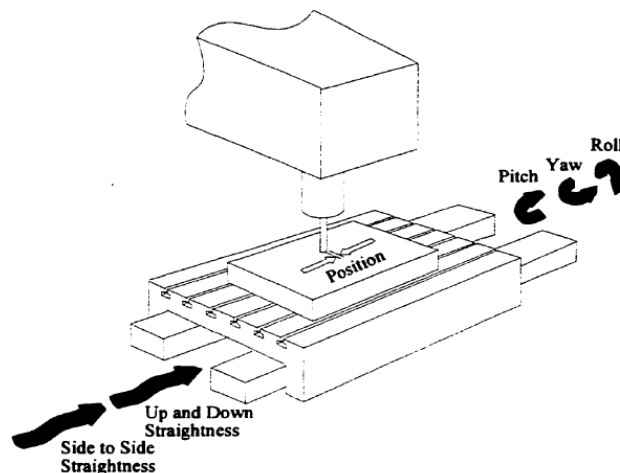


Figure I-3 : Exemple d'erreur Cinématique du mouvement de translation [3].

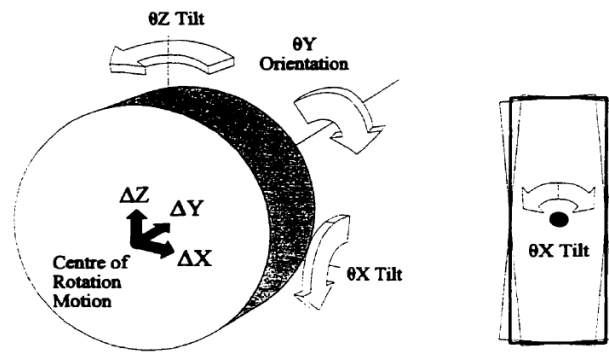


Figure I-4 : Exemple d'erreurs cinématiques pour mouvement Rotatif [3].

#### I.4 Erreurs dues aux chargements statiques

Les machines-outils sont affectées par une variété de charges statiques qui entraînent des déflexions des éléments structurels de la machine-outil. Ces déformations affectent la position relative de l'outil par rapport à la pièce à usiner et entraînent une dégradation de la précision des machines-outils [2].

Au cours de la phase d'installation d'une machine-outil, il est nécessaire de prendre les Précautions nécessaires afin d'éviter ce type de distorsion. En effet, pour éviter la perte de précision, la machine-outil doit être mise en position en portant une attention particulière à la distribution des contacts. Plusieurs machines-outils en service sont installées sur des fondations flottantes ou en utilisant des supports hydrostatiques pour des applications de précision [2].

D'autres déformations résultent des déplacements des éléments mobiles. Le poids de Certains éléments est tellement important que la rigidité des supports devient insuffisante pour maintenir les déformations à des niveaux admissibles. Généralement, les constructeurs des machines-outils appliquent un certain nombre de solutions permettant de corriger les effets des déformations dues à ce type de sollicitations mécaniques par le renforcement de la structure de la machine et en prévoyant des contrepoids [2].

Actuellement, la plupart des approches de mesure des erreurs géométriques ne tiennent pas systématiquement compte des effets des contraintes générées par le procédé et par le poids de la pièce. Le poids des éléments mobiles de la machine et le poids additionnel de la pièce peuvent causer des déformations statiques considérables surtout quand il s'agit d'un montage de pièce avec porte-à-faux [2].

Durant certaines opérations, divers éléments mobiles de la machine (contre-pointe, broche, porte-outil...etc.) doivent rester immobiles. Ils sont bloqués par serrage à leurs guides respectifs. Les mécanismes de serrage (voir la figure I-5 et la figure I-6) sont parfois mal conçus, l'action du serrage provoque également des déformations indésirables et peut affecter la précision globale de la machine-outil [2].

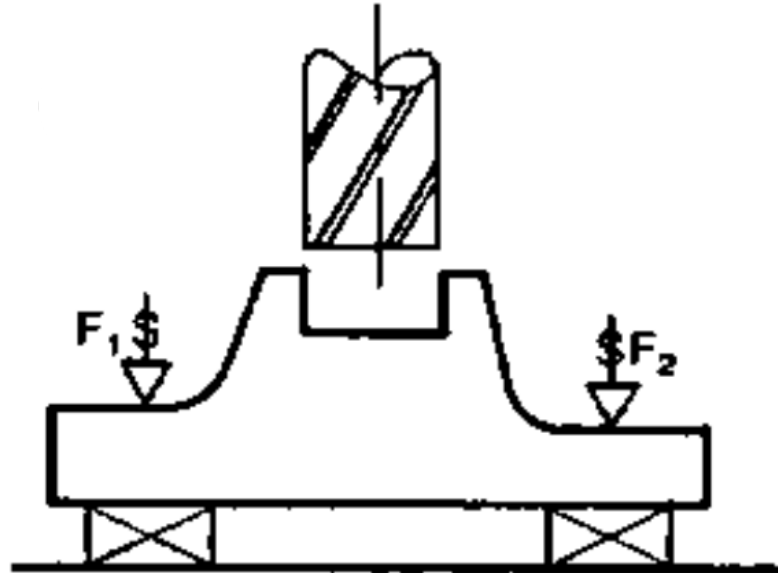


Figure I-5 : serrage face aux appuis [33].

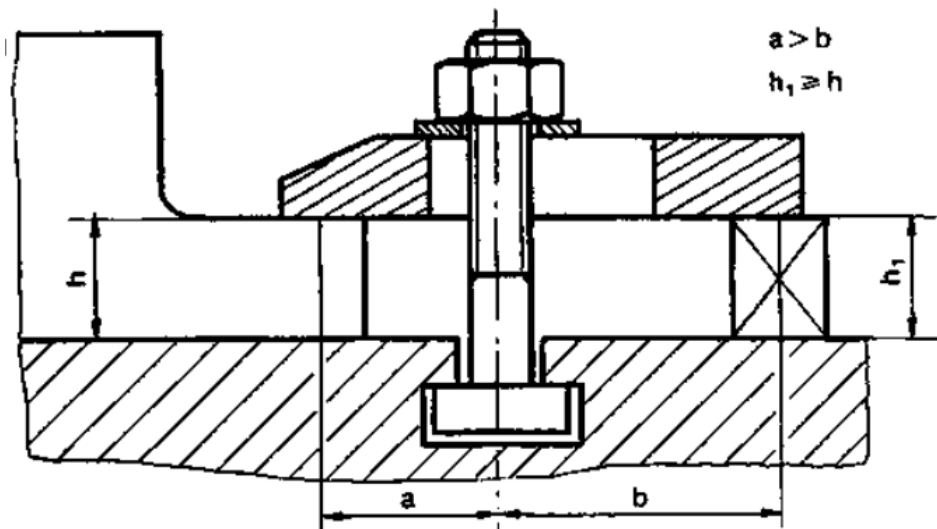


Figure I-6 : serrage par bridage [33].

### I.5. Erreurs causées par les charges de coupe

Les charges de coupe sont une source d'erreurs causant une déviation de l'outil par rapport à la pièce affectant la géométrie désirée de la surface usinée. Elles provoquent des déformations élastiques de la pièce, de l'outil et de la machine. La géométrie de l'outil et le processus de coupe (enlèvement de matière et vitesse de coupe) provoquent un comportement vibratoire par l'excitation périodique de la structure (machine-outil-pièce) [1].

Le processus de l'enlèvement de la matière par un outil de coupe, comme en fraisage hélicoïdal, nécessite des efforts de coupe. Ce procédé provoque des déformations élastiques pour l'ensemble (outil, pièce et machine). La déviation résultante affecte la précision des surfaces usinées où la déviation de chaque élément dépend de sa rigidité. La prédiction avec précision du défaut d'usinage, résultant de ces déformations, est une opération compliquée, discrétisent l'outil de coupe en plusieurs outils élémentaires, tel qu'illustré à la Figure 1-7. Généralement, pour pouvoir modéliser ces erreurs, les chercheurs les traitent séparément [1].

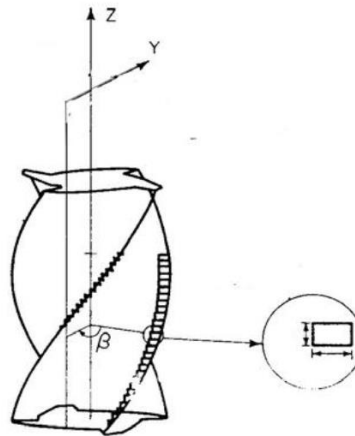


Figure I-7 : Discrétisation de l'outil en disques pour calculer l'effort total [1].

### I.6 Fléchissement de l'outil

En fraisage périphérique, l'outil fléchit sous l'effort de coupe. Donc, il ne peut pas couper la totalité de la quantité de matière prévue pour la coupe. Pour plus d'explication nous pouvons simplifier le problème, l'approche de prédiction et de compensation peuvent être envisagées. Le bon choix des conditions de coupe, à savoir la vitesse d'avance et la profondeur radiale et axiale de coupe peut réduire la déflexion de l'outil. Ces approches sont d'une efficacité limitée et on peut effectuer le bon choix des conditions de coupe afin d'améliorer la production [1].

### **I.7. Erreurs dynamiques**

Dans une machine-outil, les erreurs dynamiques représentent les variations rapides dans le comportement dynamique du système MOP. Les principales sources qui causent ces variations sont : le mouvement de rotation de la broche, les vibrations induites et forcées dans la structure de la machine, les erreurs du contrôleur et les déflexions sous des forces d'inertie. Contrairement aux erreurs quasi-statiques, les erreurs dynamiques varient rapidement dans le temps et elles affectent les caractéristiques locales de la pièce à usiner.

En termes de précision dimensionnelles, géométrique et de fini de surface, La précision d'usinage des machines-outils est fréquemment réduite par les vibrations et limitée par les caractéristiques dynamiques de la machine-outil [2].

La précision de mesure plus élevée et la vitesse de la machine à mesurer coordonnées sont nécessaires pour le temps de cycle plus court pour l'industrie de fabrication moderne. Toutefois, les augmentations de la mesure de la précision et de la vitesse d'application du CMM sont limitées par les composants de faible raideur qui provoquent la déformation compliquée et les erreurs dynamiques, Il faut considérer les efforts de coupe, les vibrations dues à la rotation de la broche et les vibrations induites dans la structure. De façon générale, ces erreurs peuvent être divisées en deux catégories majeures : les erreurs dynamiques dues à la machine-outil et les erreurs dues au procédé.

Il est important de noter que dans le cas des machines à mesurer tridimensionnelles, les effets dynamiques sont négligeables, cependant, la vitesse d'approche, la vitesse de mesure et la nature de contact entre le palpeur et la surface à mesurer sont des contraintes à considérer dans l'analyse dynamique [2].

### **I.8 Erreurs dynamiques dues à la machine-outil**

La rotation d'un outil de coupe ou de la pièce à usiner autour d'un axe précis est fondamentale pour l'obtention de la qualité de toute opération d'usinage. Ces erreurs sont principalement causées par les défauts dans les roulements, les déformations causées par la distribution des charges, la variation des contacts entre les différentes composantes ou encore au comportement de la structure en fonction des modes d'excitations [2].

## **I.9 Erreurs dynamiques dues au procédé**

La coupe des métaux est un processus dynamique dans lequel la fonction d'enlèvement du métal génère des sollicitations qui affectent la précision de la machine-outil. Ces sollicitations ont des effets sur la variation des erreurs quasi-statiques et peuvent donner naissance à d'autres types d'erreurs. L'influence du procédé sur la précision peut être caractérisée par la coexistence des trois phénomènes suivants : les déformations sous l'effet des forces de coupe, la température générée par la coupe et les vibrations [2].

### **I.9.1 Déformations sous l'effet des forces de coupe**

Au cours d'une opération d'usinage, les forces de coupe provoquent des efforts sur l'outil et sur la pièce. Ces sollicitations sont propagées dans les autres composantes de la machine et elles provoquent par conséquent des déformations qui se répercutent sur la qualité dimensionnelle et géométrique de la pièce finie. Ces erreurs sont une conséquence de la variation des forces de coupe due aux défauts de forme de la pièce brute, de la variation de la rigidité du système de mise en position ou de la structure et de la variation des conditions de coupe (profondeur de passe, vitesse de coupe et vitesse d'avance) [2].

### **I.9.2 Température générée par la coupe**

La chaleur générée par la coupe dans la zone COP est dégagée à l'extérieur de cette zone. Elle se trouve propagée dans la structure à travers les contacts mécaniques ou par le fluide de coupe. Cette chaleur provoque des distorsions qui dégradent la précision globale de la machine-outil [2].

### **I.9.3 Vibrations**

La vibration est produite principalement par le processus de coupe. La précision d'usinage obtenue avec les machines-outils est fréquemment compromise par les vibrations. Le mouvement relatif entre l'outil et la pièce résulte de la superposition des déplacements commandés par les mouvements de coupe et d'avance ainsi que les déplacements générés par la dynamique du procédé [2]. La variation de ce mouvement relatif donne naissance à des erreurs qui affectent principalement l'état de surface de la pièce finie [2]. La variation de la profondeur de passe provoque une variation des efforts de coupe ; ce qui génère une excitation de la structure de la machine-outil et de la pièce elle-même [2]. Cette excitation forcée de la structure génère une déflexion de l'outil de

coupe [2]. La modélisation du processus de coupe devient nécessaire afin de prédire les effets de la vibration pour des outils de coupe bien spécifiques [2].

La vibration peut être générée par d'autres sources potentielles telles que la vibration transmise à travers le sol, les composantes tournantes de la machine, les roulements à rouleaux, la turbulence dans les liquides de lubrification ainsi que l'instabilité aérostatique dans les paliers pneumatiques. Elle peut être également générée par la combinaison de sources d'énergies variées à des fréquences variées [2].

La caractérisation de la réponse dynamique des machines-outils durant la phase de conception peut aider les ingénieurs à réaliser une diminution nette de la rigidité et du poids total de la machine-outil. Une machine-outil prototype est souvent utilisée afin d'étudier l'influence de plusieurs variables affectant les performances dynamiques [2]. Les méthodes des éléments finis peuvent être utilisées afin de déterminer le facteur d'amortissement et la rigidité de la structure. Les performances de la machine peuvent être testées numériquement pour différentes configurations possibles afin d'optimiser la structure en fonction de la vibration induite dans la structure et apporter les corrections nécessaires au modèle général [2].

Pour atténuer l'effet des vibrations, il est impératif de balancer dynamiquement toutes les composantes tournantes et d'isoler complètement la machine de la structure du local où elle est installée en utilisant des composantes mécaniques (ressort, masses et amortisseurs) [2].

### **I.10. Erreurs causées par les charges de coupe**

L'erreur dynamique est causée principalement par les vibrations résultantes du processus de coupe. L'amplitude et la fréquence des vibrations des deux branches de la structure, lié à l'outil et à la pièce, provoquent une irrégularité de la coupe [1]. Les vibrations causées par l'effort de coupe dépendent des paramètres d'usinage (profondeur de coupe et vitesse de rotation de la broche) [1].

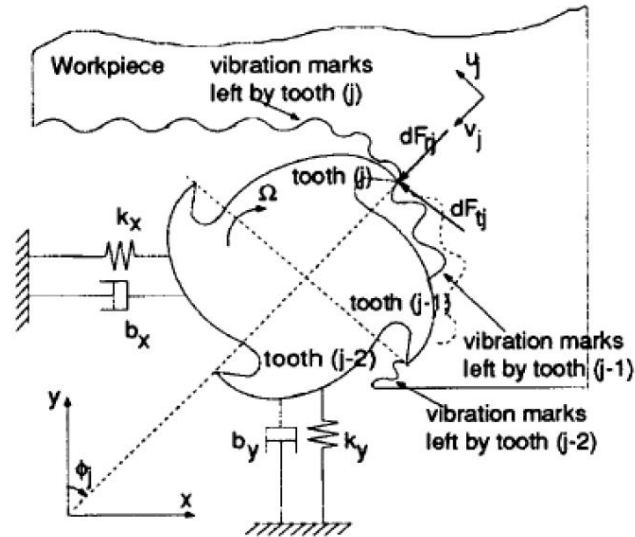


Figure I-8 : Modélisation du comportement dynamique de l'outil-pièce [1].

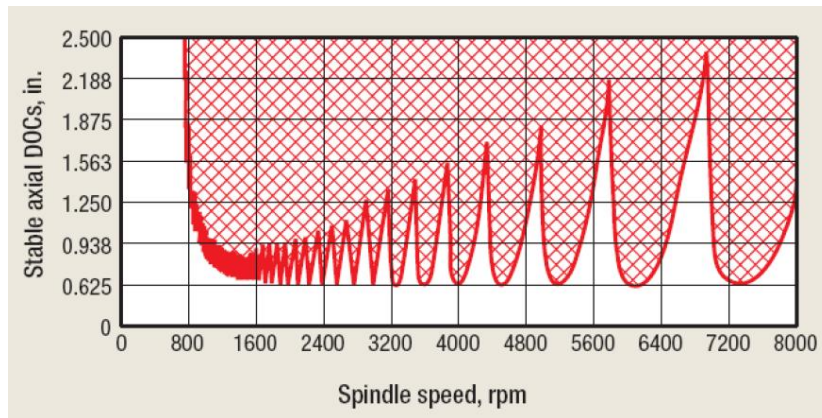


Figure I-9 : Allure générale des lobes de stabilité [1].

Ce comportement dynamique affecte principalement la qualité de surface usinée mais aussi sa position. Pour réduire ces vibrations, Altintas et Budak proposent une modélisation de la réponse à l'excitation périodique de l'outil de coupe, illustré sur la Figure 1-8. L'objectif est de définir une zone de stabilité (lobes de stabilité) illustrée sur la Figure 1-9 [1]. Pour une vitesse de rotation donnée, la profondeur de coupe maximale permise pour que le système soit stable peut être déduite [1]. La procédure expérimentale pour définir ces lobes de stabilité est basée sur l'analyse modale et l'identification de la fonction de transfert en utilisant un instrument source d'une force excitant la structure. Les vibrations résultant sont mesurées par un accéléromètre fixé sur la broche et analysées pour calculer la profondeur de passe critique [1].

### **I.11 Erreurs thermiques**

La variation de la température des éléments de la machine-outil provoque des déformations qui affectent la précision de positionnement de l'outil par rapport à la pièce. Plusieurs sources de chaleur peuvent être citées [1] :

- a) roulements,
- b) huile hydraulique,
- c) pompes et moteurs,
- d) glissières,
- e) action de coupe et de copeaux,
- f) autres sources de chaleur (environnement extérieur).

Les erreurs induites thermiquement proviennent essentiellement de la chaleur introduite à partir de plusieurs sources. La figure 1.10 présente les sources thermiques possibles ainsi que leur mode d'action dans une machine-outil. Les mécanismes de transfert de la chaleur à travers la structure de la machine-outil sont variés (conduction, convection et radiation) [2].

Les erreurs thermiques peuvent être divisées en deux catégories. La première inclut les erreurs qui varient en fonction de la température mais pas en fonction des coordonnées absolues. La deuxième inclut les erreurs qui changent aussi avec les coordonnées machine. La théorie thermo-élastique des structures est souvent utilisée pour modéliser l'effet du comportement thermique de la structure de la machine sur sa précision. Le niveau de perte de précision dû aux effets thermiques est comparable à ceux résultants des sollicitations mécaniques et de l'usure des outils de coupe [1].

Les effets thermiques sont provoqués par des sources de chaleur internes et externes. Les sources internes sont causées par les éléments composant la machine-outil elle-même tels que les moteurs d'axe, les systèmes de transmission de mouvements, la broche, ainsi que les glissières et les systèmes hydrauliques et électroniques. Les sources de chaleur externes se rattachent à l'environnement immédiat de la machine. En effet, la variation de la température ambiante peut provoquer des distorsions importantes dans la machine-outil à cause de la distribution non uniforme de la masse dans la structure ainsi que de l'inertie thermique inégale des différentes composantes [2].

Généralement, l'erreur thermique se base sur des modèles empiriques et s'appuie sur la collecte des données sous des conditions spécifiques. Ma [1] a proposé une analyse modale utilisant la théorie thermo-élastique et l'analyse par éléments finis. Les chercheurs accordent beaucoup d'importance à la collecte des données (température), au choix de l'emplacement des capteurs et de leurs nombres. Plusieurs méthodes sont utilisées pour la prédiction de l'erreur thermique. Certains auteurs introduisent les erreurs thermiques avec les erreurs géométriques et cinématiques dans le même modèle. Chen et al. Proposent un modèle avec 32 paramètres d'erreur au lieu de 21 pour une machine 3-axes incluant 11 paramètres supplémentaires pour représenter l'erreur thermique [1].

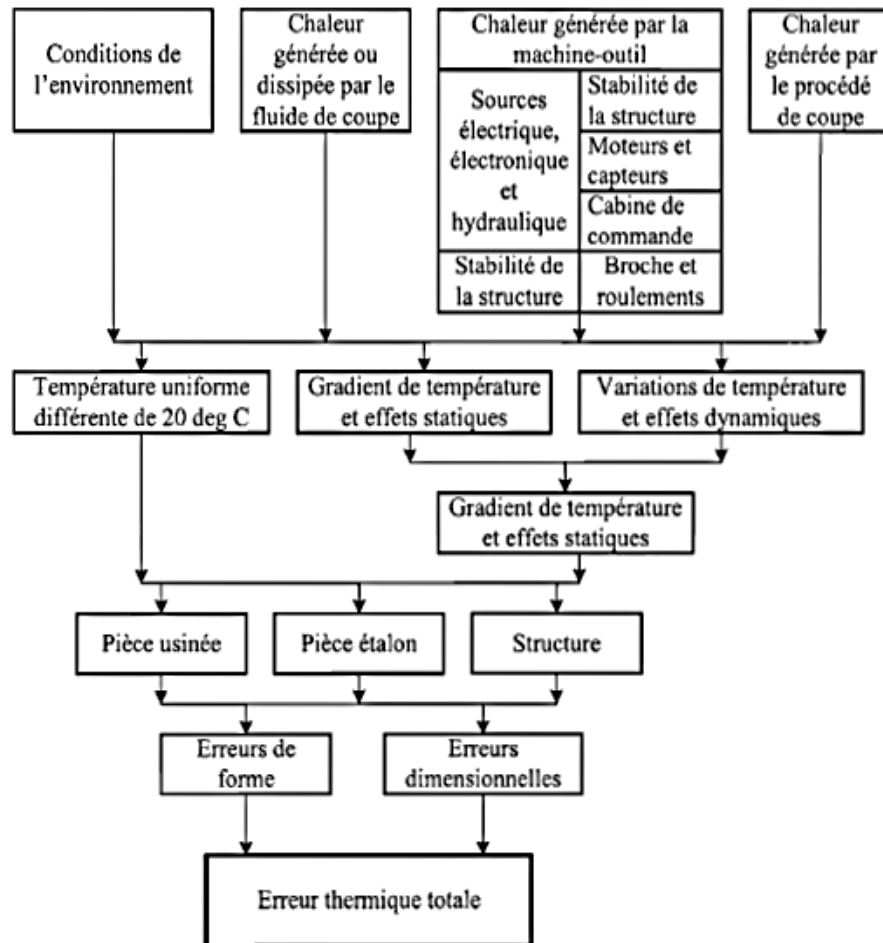


Figure I.10: Sources d'erreurs thermiques dans une machine-outil [2].

La transmission de la chaleur à partir de toutes ces sources vers la structure de la machine-outil génère des gradients de température variables dans le temps. Ces gradients provoquent des distorsions et des contraintes thermiques ainsi que des variations dans la rigidité de la structure de la machine-outil. Ils affectent également les systèmes de mesure, la pièce et l'outil. En conséquence, le statut thermique de la machine-outil contribue largement à la variation de son comportement géométrique et cinématique [2].

**CHAPITRE II :**

**COMPENSATION DES ERREURS AFFECTANT LA  
PRECISION D'USINAGE**

Nous allons examiner de parler des différentes techniques de réduction des effets d'erreurs et leur limitation ensuite Nous adressons de parler les modes de vibrations et leur impact sur l'usinage et les moyens de contrôle des vibrations, on peut classer comme suite :

- Techniques de réduction des effets d'erreurs.
- Limitations des techniques de compensation.
- Les vibrations d'usinages.
- Les modes de vibrations.
- Les moyens de contrôle des vibrations.

## **II.1 Techniques de Réduction des effets d'erreurs**

La compensation est la procédure d'élimination de l'effet de l'erreur systématique dont le but est d'éliminer le défaut résultant sur pièce usinée. Les principales sources d'erreurs visées par l'étude et la compensation sont les erreurs géométrique, thermique et l'erreur produite durant le processus de coupe. La présente étude traite la compensation des erreurs produites durant le processus d'usinage. Avant de mettre en œuvre une procédure de compensation, l'élimination des erreurs est considérée. Cette procédure améliore l'outil de fabrication pour supprimer l'erreur depuis la source [1], en choisissant deux approches majeures. La première consiste à éviter les erreurs par l'amélioration du design des machines-outils et par séparation des sources d'erreurs induites dans la structure des machines-outils. La deuxième approche comporte à corriger les erreurs en utilisant les différentes techniques d'étalonnage et de compensation [2].

Les moyens classiques de perfectionnement de la précision dans les machines-outils sont présentés à la figure II.1.

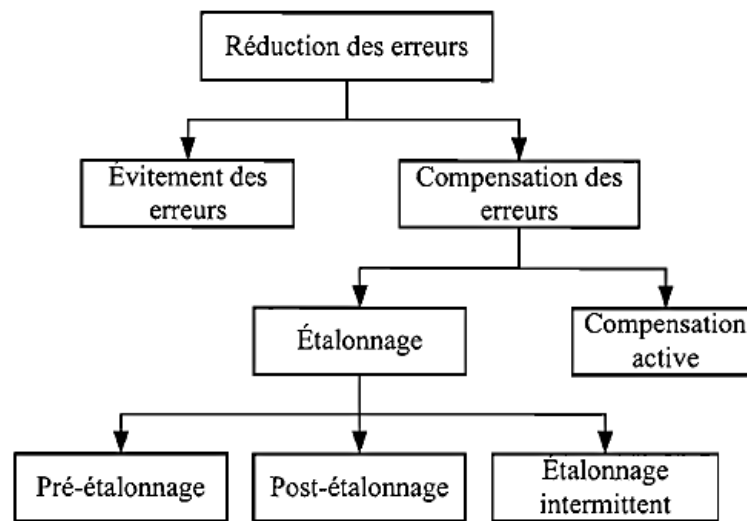


Figure II.1 : Stratégies de réduction des erreurs [2].

### II.1.1 Évitement d'erreur

Le concept d'évitement des erreurs, présenté à la figure II.2, consiste à éliminer partiellement ou totalement les sources d'erreurs. Cette solution, utilisée dans des machines-outils spécialisées, consiste à augmenter la qualité du design ainsi qu'à développer des solutions susceptibles d'isoler les sources d'erreurs et d'atténuer leurs effets. Le coût associé à cette solution ainsi que les limitations technologiques sont deux éléments majeurs qui limitent la mise en place de cette stratégie [2].

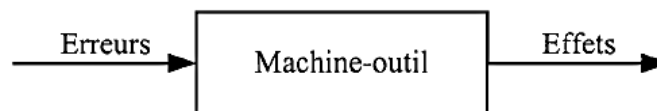


Figure II.2 : Concept d'évitement des erreurs [2].

### II.1.2 Compensation des erreurs par étalonnage

Les techniques de compensation impliquent la nécessité de mesurer, dans des conditions opératoires et environnementales typiques, l'ensemble des composantes de l'erreur, de les combiner à travers des modèles mathématiques basés sur la structure de la machine pour ensuite générer les données nécessaires à la correction des erreurs. Le but de la compensation est de maintenir la qualité dimensionnelle et géométrique conforme aux spécifications tout en éliminant les effets des sources d'erreurs. La figure II.3 illustre le concept de la compensation des erreurs. Il consiste à déterminer une entrée additionnelle de correction afin d'atténuer les effets des erreurs et ainsi fournir une sortie compensée [2].

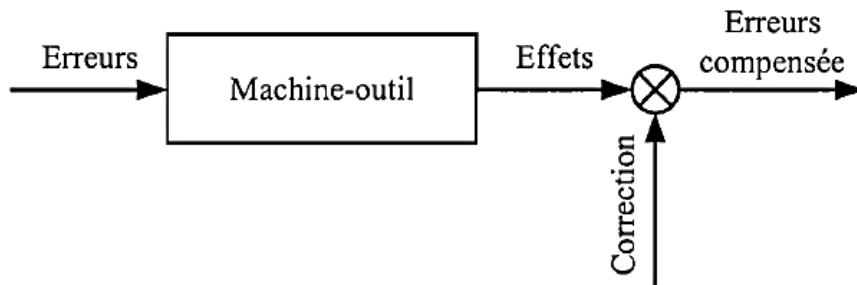


Figure II.3 : Technique de compensation par étalonnage [2].

La compensation par étalonnage peut se faire au niveau matériel en optimisant le montage et en rendant les différents éléments plus compacts afin de réduire les erreurs systématiques qui peuvent influencer les mesures. Elle peut également se faire au niveau logiciel en établissant un modèle mathématique résumant le comportement des erreurs et en appliquant, par la suite, une correction à l'aide d'un contrôleur avec rétroaction. Ce type de compensation peut être confronté à des limitations dont l'espace de la matrice des qui peut être difficile à déterminer avec une grande précision et le grand effort à déployer afin de mettre en place une correction efficace [2].

La compensation d'erreurs par étalonnage se divisé par trois types d'étalonnage peuvent être envisagés : le pré-étalonnage, le post-étalonnage et l'étalonnage intermittent.

### II.1.3 Compensation active

Le concept de la compensation active vient remédier aux limitations des techniques de compensation classiques. Généralement, elle existe deux catégories d'approches de compensation active. La première consiste à effectuer des mesures hors ligne et à adapter les résultats sous forme d'un modèle mathématique capable de corriger les erreurs pendant que la machine-outil est en opération. Ce concept est illustré à la figure II.5 La deuxième catégorie consiste à mesurer les erreurs en ligne et à injecter la correction en temps réel [2].

Deux méthodes de compensation en temps réel sont possibles. La première méthode consiste à injecter les signaux directement au servomoteur de la machine-outil sous forme d'un signal analogique. Cette méthode est difficile à implanter vu les problèmes technologiques reliés à cette approche. La deuxième méthode consiste à injecter le signal de compensation dans le contrôleur de la machine. Cette méthode

ne demande pas une interface additionnelle pour sa mise au point et n'exige aucune modification de la partie électronique du contrôleur [2].

### II.1.4 Technique de miroir adapte

Lo et Hsiao [1] proposent une procédure de compensation basée sur l'inspection de la pièce finie sur une machine à mesurer tridimensionnelle (MMT). L'erreur ou le défaut de fabrication est la différence entre le profil nominal et celui mesuré. La compensation s'effectue, pour la prochaine pièce, par le décalage symétrique du profil actuel par rapport au profil nominal pour calculer le profil compensé permettant de générer la trajectoire compensée. Ce processus, illustré à la Figure II.4, est basé sur la technique dite 'de miroir' et se répète jusqu'à l'obtention d'une précision acceptable. Cette méthode s'applique efficacement dans le cas de la production en série et sous l'hypothèse de la répétabilité de l'erreur. Le démontage de la pièce de la machine-outil, le transport, l'inspection sur MMT dans des conditions différentes à celles d'usinage et la perte des références pièce compliquent l'identification de l'erreur réelle d'usinage [1].

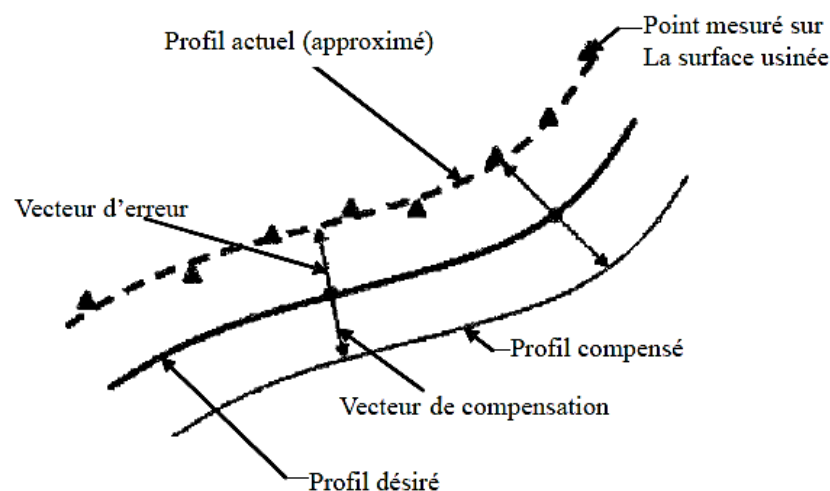


Figure II.4 : Compensation par la technique de miroir adapté [1].

## II.2 Limitations des techniques de compensation

Les techniques de compensation par étalonnage, bien qu'elles rendent possible la correction d'une proportion importante de l'erreur systématique, ne permettent pas de réduire complètement toutes les composantes de l'erreur. Elles sont limitées par plusieurs contraintes : (i) la mesure des erreurs géométriques en différé sur une

machine-outil multiaxiale demande un temps de laboratoire assez important, car les moyens de mesure ne permettent d'évaluer qu'une seule composante de l'erreur à la fois. De plus, pour étudier la variation de cette erreur dans des conditions opératoires et environnementales différentes, il est nécessaire de créer un plan d'expérience et pouvoir contrôler et maintenir ces conditions stables tout au long de la durée des mesures. (ii) l'évaluation de la totalité des facteurs opératoires ayant des effets sur la précision de la machine-outil est difficile à mettre en œuvre. La budgétisation de toutes les sources d'erreur ne peut être exhaustive vu la difficulté de couvrir toutes les causes qui les provoquent. De plus, l'évaluation de ces facteurs demande la mobilisation des outils technologiques extrêmement rapides dans le temps et ayant une bonne précision afin de couvrir l'ensemble des facteurs opératoires ayant des effets sur la précision de la machine. (iii) lors du procédé de coupe, les effets dynamiques ne se sont pas pris en compte dans la modélisation, puisque les mesures sont effectuées dans des conditions opératoires statiques (mesure hors ligne). La modélisation du comportement des erreurs géométriques dans des conditions dynamiques est complexe à mettre en place vu la multitude des sources pouvant avoir un effet sur ces erreurs et la complexité de la configuration des différents éléments composant une machine-outil ainsi que la prédiction complète de la réponse des machines-outils dans un contexte dynamique [2].

Enfin, (iv) l'utilisation de l'approche élémentaire de mesure des composantes d'erreur ne permet pas de considérer les mécanismes d'interaction entre les différentes erreurs. Ceci modifie complètement la dynamique de l'analyse du comportement des erreurs. De plus, plusieurs machines-outils doivent être étalonnées, d'une façon périodique, pour palier à la dégradation de leur structure sous l'effet des conditions statiques et dynamiques ainsi que l'usure des éléments mobiles [2].

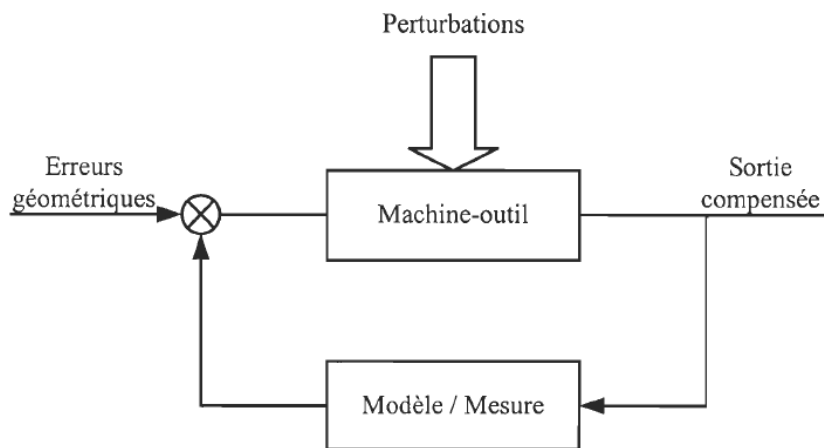


Figure II.5 : Concept de la compensation active des erreurs [2].

### II.3 Les vibrations d'usinages

Les vibrations auto régénérés en usinage est un phénomène qui affecte d'une manière négative l'état de surface des pièces usinées. Ce phénomène connu sous le nom de broutage ou chatter en Anglais, a été largement approché par ces diverses méthodes linéaires et non linéaires. Bien que la théorie de la régénération de surface et des modèles linéaires avec un temps de retard représente l'explication la plus répondu concernant l'origine de ces excitations sans tenir compte des effets non linaires [4].

Le comportement non linéaire de ce phénomène est caractérisé par des périodes cycliques où l'outil sort de la matière des pièces et d'autres périodes où l'outil s'enfonce dans la matière avec un léger retard de temps [4].

### II.4 Les modes de vibrations

Les problèmes de vibrations en usinage, sont apparus dès le début du XXe siècle.

Frederick W. Taylor en 1907 évoquait le broutement en usinage comme l'un des problèmes les plus délicats à traiter [5].

Au cours du XXe siècle, il a été constaté que trois types de vibrations sont présents dans le cas d'une opération d'usinage, les vibrations libres, les vibrations forcées, et les vibrations auto-entretenues. Ces trois familles sont détaillées dans cette partie et sont représentées sur la Figure II.6 [5].

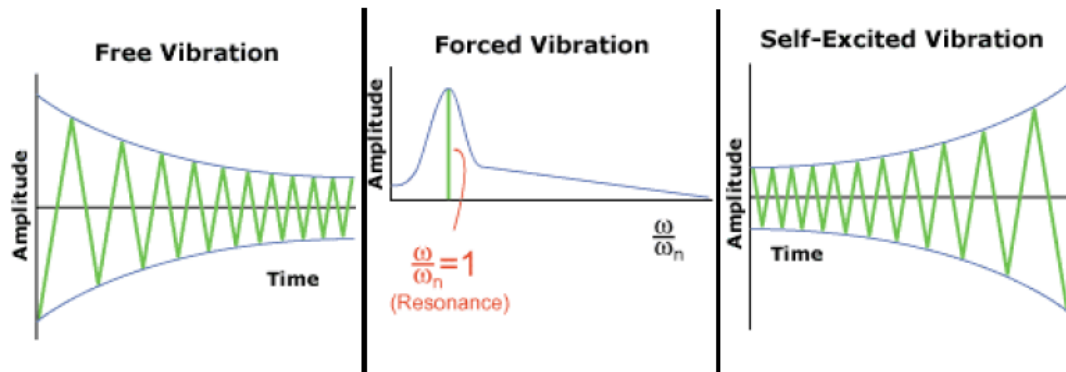


Figure II.6 : Trois familles de vibrations présentes en usinage : les vibrations libres, les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues [5].

### II.4.1 Les vibrations libres

Ce sont des vibrations résultant des impulsions transférées à la structure de la machine-outil par le biais de sa fondation, ou de l'engagement initial des outils dans la matière ou bien d'un défaut dans la structure des matériaux usinés Figure II.7 [6].

La structure de la machine-outil est déviée et elle va osciller dans ces modes vibratoires jusqu'à sa stabilisation via l'amortissement de la machine-outil [6].

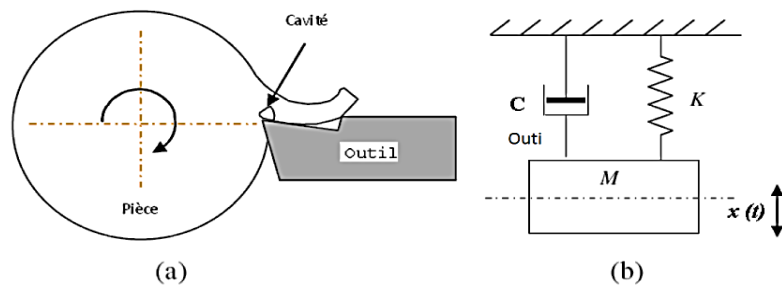


Figure II.7 : vibrations libres de l'outil [6].

Dans le cas de l'usinage, que ce soit en fraisage ou en tournage, elles sont généralement utilisées pour la caractérisation du système, lors d'un sonnage ou test du marteau ("hammer test" en anglais) [5].

### II.4.2 Les vibrations forces

Les vibrations forcées sont la réponse vibratoire d'un système mécanique à une excitation périodique [5]. Elles résultent des forces appliquées au système ; et selon la source de ces forces on peut les classer en deux grandes familles [6] :

### II.4.2.1 Sources externes

Comme dans le cas des vibrations sismiques transmises à la machine par le biais de sa fondation. Les sources de ses vibrations peuvent être dues à des machines situées à proximité de celle-ci. On peut remédier à sa par une bonne isolation des fondations de la machine [6].

### II.4.2.2 Sources internes

Qui sont dus à des forces d'inertie créées par des masses en rotation. Le fraisage est la principale opération d'usinage où la coupe est interrompue. En effet, l'outil est sollicité de manière périodique par les efforts de coupe appliqués sur les dents [6]. Les dents passant alternativement dans la matière, les efforts de coupes varient et vont générer des vibrations forcées. Dans la mesure du possible, il est conseillé d'obtenir une coupe la plus continue possible pour réduire l'impact de ce type de vibration. L'influence de la continuité de la coupe, en utilisant des fraises avec un angle d'hélice important ou en jouant sur l'immersion radiale, l'avance par dent ou la profondeur de passe de la fraise ont été étudiées par Patel et Campomanes [5].

Les effets de cette famille de vibration sur l'état de surface ont été détaillés par Paris et Peigné [5]. Ces vibrations ont un impact relativement faible sur l'état de surface car elles ont la même fréquence que le passage de dents. Par conséquent, à chaque tour d'outil, l'enlèvement de matière est identique ce qui n'implique pas d'irrégularités lors de l'usinage. Cependant lors de l'entrée ou de la sortie de l'outil dans la matière, lorsque le régime permanent n'est pas encore établi, la combinaison des vibrations libres (dus à l'impact de l'outil dans la matière) et des vibrations forcées (dus à la rotation de l'outil) entraîne la plupart du temps des vibrations comme le montre la Figure II.8 [5].

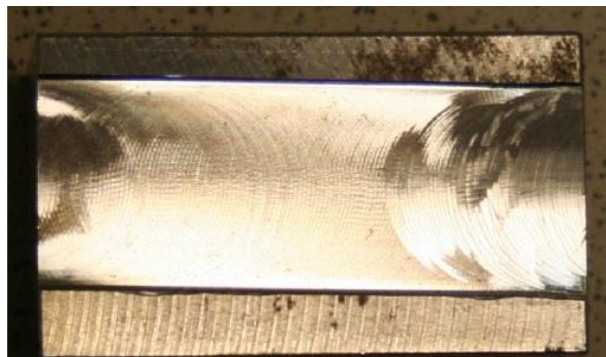


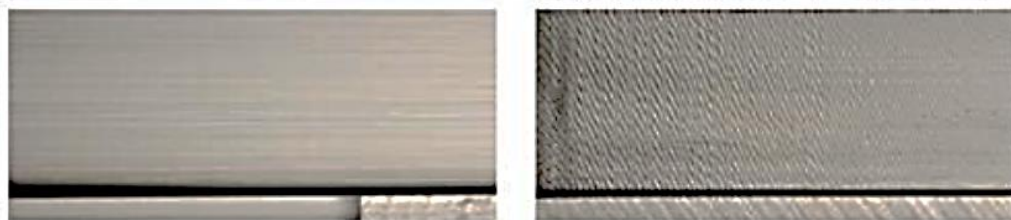
Figure II.8 : Photo d'une passe d'usinage prise pour mettre en évidence les instabilités temporaires de l'usinage à l'entrée (droite) et à la sortie (gauche) de la pièce [5].

### II.4.3 Les vibrations auto-entretenues

Contrairement aux vibrations forcées, les vibrations auto-entretenues sont propres aux opérations d'usinage par enlèvement de la matière. Ces vibrations entre l'outil et la pièce sont la cause du broutement "chatter en anglais". Ce phénomène est très néfaste car il entraîne généralement [6]:

- Un très mauvais état de surface de la pièce finie, sont illustrées sur la figure 1.18 [5].
- Une baisse de la durée de vie de l'outil en accélérant l'usure ou dans des cas extrêmes en entraînant la casse de l'outil [5].
- Un bruit très désagréable lors de l'usinage. Même si ce point n'a pas de conséquence sur la qualité de la pièce finie, il est à prendre en compte par rapport à l'environnement de travail des opérateurs [5].
- Une usure prématurée de la broche de la machine [5].

Les vibrations auto-entretenues ne se limitent pas au seul cas du fraisage. On les retrouve également en tournage, en perçage, en alésage et en rectification. Les causes du broutement sont longtemps restées incompréhensibles. Aujourd'hui, encore en pratique, il est parfois difficile de déterminer exactement ses causes [6].



(b) Sans vibrations auto-entretenues

(a) Avec vibrations auto-entretenues

Figure II.9 : Détails d'une surface usinée avec et sans broutement [6].

### II.5 Les moyens de contrôle des vibrations

Plusieurs types de grandeurs peuvent être mesurés en usinage. Nous présentons également les principaux capteurs associés [6] [5].

Fruit de nombreux travaux, les efforts de coupe sont parmi les paramètres les plus importants à mesurer. Pour un usinage, ils sont essentiellement mesurés par des dynamomètres utilisant l'effet piézoélectrique Figure II.10. Ce type de capteur est limité par sa bande passante (de l'ordre du kHz), ce qui le rend peu adapté à l'usinage à grande vitesse [6] [5].

De plus, les mesures sont souvent perturbées par la contribution dynamique de la platine en réponse aux vibrations régénératives. L'utilisation d'une donnée comme la puissance consommée par la coupe ou encore le courant nécessaire au pilotage de la broche à paliers magnétiques actifs, permet aussi une estimation des efforts de coupe. Mais là encore, les données sont extrêmement bruitées et les efforts en jeu sont faibles. Cette mesure indirecte des vibrations est peu intéressante dans notre contexte. La mesure directe des vibrations est majoritairement effectuée par des accéléromètres, Figure II.10.b [6] [5].

Ce moyen de mesure nécessite un contact physique, ce qui le rend délicat à utiliser en usinage, notamment pour les vibrations d'outil. De plus, la masse apportée peut modifier significativement les caractéristiques dynamiques de la pièce étudiée [6] [5].

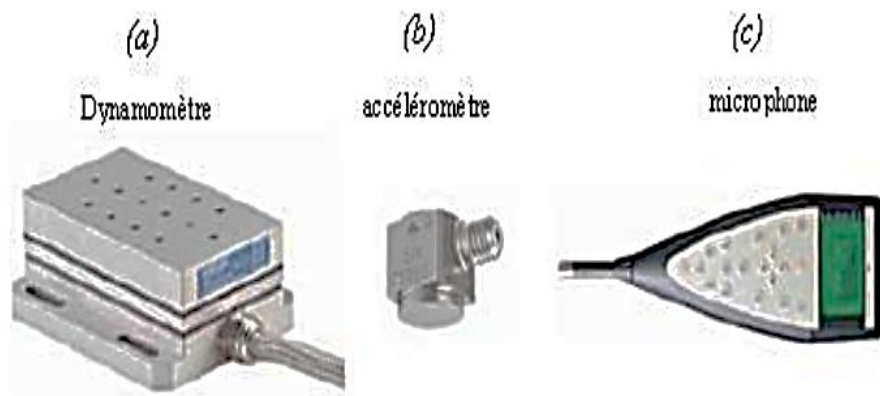


Figure II.10 : Dynamomètre, accéléromètre et microphone [6].

Les moyens de mesure sans contact sont ainsi beaucoup utilisés en usinage. Le son diffusé par les vibrations constitue une information riche permettant de connaître précisément les fréquences excitées. La mesure acoustique s'effectue à distance à l'aide d'un microphone Figure II.10.a [6].

Bien que simple, ce moyen de mesure est souvent inutilisable en atelier de production, car le niveau sonore est beaucoup trop important pour séparer les contributions extérieures (bruit ambiant, ...etc.) [6].

Les capteurs laser constituent une alternative efficace pour la mesure des vibrations dans un contexte de fabrication. Il est alors possible d'effectuer des mesures sans contact, mais en ciblant la zone à mesurer. Ces mesures sont tout de même compatibles avec une lubrification par micro pulvérisation [6].

Enfin, le moyen le plus utilisé pour qualifier la qualité d'un usinage est la rugosité de la surface usinée. Cette mesure s'effectue après usinage par un rugosimètre. L'utilisation de critère de rugosité permet ainsi simplement de vérifier si la pièce à vibrer. Ce moyen de mesure indirect des vibrations est le plus important pour l'industriel, car il conditionne la qualité de la surface usinée. Il faut toujours garder cela à l'esprit quand on parle, par exemple, de vibrations stables ou instables [6].

**CHAPITRE III :**  
**MODELISATION DES ERREURS DE FABRICATION**

En Ce chapitre présentons une recherche des modelés utilises pour mesurer et traiter les défauts par les chercheurs et nous discutons les différentes méthodes expérimentales pour déterminer la rigidité des machine outils, de définir les paramètres et les variables qui interviennent en vue de l'appliquer en pratique. Les modèles sont classés comme suit:

- Modélisation géométrique
- Modélisation cinématique
- Modélisation de la pièce
- Modélisation de l'outil
- Modélisation de la déformation
- Modélisation de la vibration
- Modélisation des efforts de coupe
- Modélisation thermique
- Modèles de durée de vie et modèles d'usure
- Modélisation de la rigidité
- Les méthodes expérimentales
- Identification les paramètres

### III.1 Modélisation géométrique

Rappelons qu'indépendamment du type de robot considéré, il existe différents types de modèles géométriques (ou modèles cinématiques d'ordre 0) :

#### III.1.1 Modèle géométrique direct

Il s'agit de trouver une relation entre la pose de l'organe terminal  $X$ , les positions des articulations motorisées  $q$  et les paramètres géométriques  $\xi_{geom}$  du robot [7] :

$$X = G_D(q, \xi_{geom}) \quad \text{eq (III-1)}$$

Où l'expression de  $G_D$  dépend du choix de la représentation de la pose.

#### III.1.2 Modèle géométrique inverse

Comme son nom l'indique, ce modèle fournit, à l'inverse du modèle géométrique direct, les valeurs articulaires en fonction de la pose de l'organe terminal et des paramètres géométriques [7] :

$$q = G_I(X, \xi_{geom}) \quad \text{eq (III-2)}$$

#### III.1.3 Modèle géométrique implicite

Les deux types de modèles géométriques peuvent être inclus dans un modèle plus générique, appelé modèle implicite, qui se contente d'établir une relation entre la pose, la configuration articulaire et la géométrie du mécanisme parallèle, sans en tirer explicitement une expression analytique pour l'une ou l'autre [9] [7]:

$$G_\phi(X, q, \xi_{geom}) = 0 \quad \text{eq (III-3)}$$

### III.2 Modélisation cinématique

Des modèles géométriques précédents, on peut obtenir par dérivation temporelle, les modèles cinématiques (ou modèles cinématiques d'ordre 1) associés, sous l'hypothèse d'invariance des paramètres géométriques, reliant vitesse cartésienne de l'organe terminal et vitesses articulaires [8].

#### III.2.1 Modèle cinématique directe

Le modèle cinématique direct peut s'écrire soit sous une forme faisant apparaître la dérivée de la représentation choisie pour  $X$  [8] :

$$\dot{X} = \frac{\partial G_D}{\partial q}(q, \xi_{geom})\dot{q} \quad \text{eq (III-4)}$$

Soit, plus fréquemment, sous une forme faisant apparaître le torseur cinématique  $\tau$  associé au mouvement instantané de l'organe terminal par rapport à la base, ce torseur est composé d'une vitesse de translation  $v$  et d'une vitesse de rotation  $\omega$ . Pour fournir des coordonnées à ces entités géométriques, il faut préciser son point d'application et le repère dans lequel il est exprimé, ainsi, la notation  ${}^i\tau_j$  représente les coordonnées du torseur cinématique appliqué en l'origine du repère  $R_j$ , exprimées dans le repère  $R_i$ , le lecteur est renvoyé à pour de meilleures descriptions de la cinématique d'un corps solide, cette expression du modèle cinématique direct en fonction du torseur cinématique est [9] [7] :

$$\tau = A^{-1} \frac{\partial G_D}{\partial q} (q, \xi_{geom}) \dot{q} \quad \text{eq (III-5)}$$

Où  $A$  est la matrice reliant la dérivée temporelle de la représentation de la pose au torseur cinématique :  $\dot{X} = A\tau$

Le modèle cinématique direct est peu utilisé en commande cinématique et sert en général à fins d'analyse cinématique (transfert de forces), notons au passage que l'équation (II-7) indique qu'il est erroné de parler de Jacobéenne directe du mécanisme parallèle pour désigner la matrice de passage des vitesses articulaires au torseur cinématique, nous parlerons donc plutôt de matrice cinématique directe, notée  $C_D$  [7].

Cette matrice de passage n'est pas unique puisqu'elle dépend du point d'application du torseur cinématique, du repère dans lequel ce torseur cinématique est exprimé et également du choix des unités, quand cela sera nécessaire, nous précisons le point d'application et le repère avec le même type de notation que pour le torseur cinématique.

### III.2.2 Modèle cinématique inverse

De la même manière, on peut obtenir formellement le modèle cinématique inverse par dérivation temporelle du modèle géométrique inverse :

$$\dot{q} = \frac{\partial G_I}{\partial X} (X, \xi_{geom}) \dot{X} \quad \text{eq (III-6)}$$

Ou

$$\dot{q} = \frac{\partial G_I}{\partial X} (X, \xi_{geom}) A\tau \quad \text{eq (III-7)}$$

Ce modèle est indispensable pour toute commande cartésienne. Ici encore, il n'est pas permis d'appeler Jacobéenne inverse du mécanisme parallèle la matrice de passage du torseur cinématique aux vitesses articulaires et nous préférons le terme

matrice cinématique inverse, notée  $C_i$ , qui dépend bien sûr du point d'application du torseur cinématique et du repère dans lequel les coordonnées de ce dernier sont exprimées [8].

### III.2.3 Modèle cinématique implicite

Similairement, on obtient le modèle cinématique implicite :

$$\frac{\partial G_\phi}{\partial X}(X, q, \xi_{geom})\dot{X} + \frac{\partial G_\phi}{\partial q}(X, q, \xi_{geom})\dot{q} = 0 \quad \text{eq (III-8)}$$

$$\frac{\partial G_\phi}{\partial X}(X, q, \xi_{geom})A\tau + \frac{\partial G_\phi}{\partial q}(X, q, \xi_{geom})\dot{q} = 0 \quad \text{eq (III-9)}$$

Dans lequel on devrait rajouter, en toute rigueur, les termes liés à une variation des paramètres géométriques (mécanisme parallèle flexible) :

$$\frac{\partial G_\phi}{\partial X}(X, q, \xi_{geom})A\tau + \frac{\partial G_\phi}{\partial q}(X, q, \xi_{geom})\dot{q} + \frac{\partial G_\phi}{\partial \xi_{geom}}(X, q, \xi_{geom})\dot{\xi}_{geom} = 0 \quad \text{eq (III-10)}$$

Ce modèle fait apparaître trois matrices, que nous dénommerons, dans l'ordre d'apparition dans l'expression ci-dessus, matrice cinématique cartésienne (notée  $C_c$ ), matrice cinématique articulaire (notée  $C_A$ ) et matrice de sensibilité (notée  $C_S$ ), ce dernier terme est utilisé en référence aux travaux d'analyse de sensibilité du comportement cinématique d'un mécanisme parallèle aux défauts géométriques, ces matrices, à l'instar des matrices cinématiques directe et inverse, dépendent du choix fait pour la représentation de la pose et pour l'expression du torseur cinématique [7].

En réécrivant les équations (II-10) et (II-11) sous forme matricielle :

$$(C_c \ C_A) \begin{pmatrix} \tau \\ \dot{q} \end{pmatrix} = 0 \quad \text{eq (III-11)}$$

$$(C_c \ C_A \ C_S) \begin{pmatrix} \tau \\ \dot{q} \\ \dot{\xi}_{geom} \end{pmatrix} = 0 \quad \text{eq (III-12)}$$

Nous pouvons définir respectivement une matrice cinématique implicite (notée  $C_\phi$ ) et une matrice cinématique implicite flexible (notée  $C_F$ ) [7].

### III.3 Modélisation de la pièce

La connaissance de la loi de comportement du matériau est un élément clé qu'il est obligatoire de définir précisément si l'on désire optimiser les performances d'une

structure réalisée par un matériau donné. En général, le choix d'une loi de comportement doit s'appuyer sur trois grands points :

- La loi doit être adaptée aux mécanismes physiques impliqués dans la déformation.
- Elle ne doit faire intervenir que des paramètres mesurables expérimentalement, et qui ont une interprétation physique [11].
- Dans La perspective de l'utilisation de codes de calcul, il faut que la loi choisie soit adaptée aux moyens informatiques [11].

L'élasticité est à l'origine des contraintes résiduelles obtenues après usinage. La plasticité est le facteur primordial dans la formation du copeau. La viscosité est indispensable à l'étude de l'influence de la vitesse de coupe. Enfin, la thermique joue un rôle essentiel dans les variations des caractéristiques mécaniques de la pièce usinée. La prise en compte du comportement thermo-élasto-visco-plastique s'impose donc comme le plus représentatif. Il existe dans la littérature une grande variété de lois de comportement permettant de tenir compte de ces effets. La loi de Johnson et Cook a été choisie, dans cette étude, pour représenter le comportement du matériau. Ce modèle connaît un grand succès pour sa simplicité et aussi pour la disponibilité des paramètres pour plusieurs métaux. La contrainte d'écoulement du matériau est donnée par la relation suivante [11] :

$$\sigma_{eq} = (A + B\varepsilon^n) \left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left( 1 - \left( \frac{T - T_{amb}}{T_{fus} - T_{amb}} \right)^m \right) \quad \text{eq (III-13)}$$

Où  $\varepsilon$  est la déformation plastique équivalente,  $\dot{\varepsilon}_0$  est la vitesse de déformation de référence, le terme  $\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$  est le taux de déformation plastique adimensionné (avec en général  $\dot{\varepsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ ) et  $T$ ,  $T_{amb}$  et  $T_{fus}$  sont respectivement la température courante, la température initiale ou de référence et la température de fusion du matériau [11].

Le premier terme de l'expression  $(A + B\varepsilon^n)$  représente la fonction d'écrouissage, pour  $\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} = 1$  et  $\frac{T - T_{amb}}{T_{fus} - T_{amb}} = 0$  ; dans ce cas, A désigné la limite d'élasticité du matériau, B et n'étant les paramètres d'écrouissage. Le deuxième terme  $\left( 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right)$  décrit l'effet de la vitesse de déformation, C étant le paramètre de sensibilité à cette vitesse. Enfin, le troisième terme  $\left( 1 - \left( \frac{T - T_{amb}}{T_{fus} - T_{amb}} \right)^m \right)$  représente

l'effet de la température (ou adoucissement thermique) ; le coefficient  $m$  détermine la sensibilité de la contrainte à l'élévation de la température [11].

La détermination des constantes ( $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $C$ ,  $m$ ) de la loi (équation I.27) requiert un certain nombre d'expérimentations. Les trois premiers paramètres ( $A$ ,  $B$ ,  $n$ ) sont déterminés par des essais mécaniques en quasi-statiques. Les constantes définissant la dépendance à la vitesse de déformation ( $C$ ) et à la température ( $m$ ) sont plus difficiles à évaluer pour les niveaux de sollicitations auxquels la pièce est soumise en usinage. Les essais aux barres de Hopkinson sont largement utilisés pour caractériser l'influence de ces paramètres [11].

L'approche phénoménologique adoptée pour l'élaboration de ce modèle conduit à la prise en compte de façon dé耦lée des effets de la vitesse de déformation, de la température et de l'érouissage sur la contrainte d'écoulement. Les auteurs n'émettent aucune hypothèse sur les mécanismes de déformation mis en jeu. Cependant, seuls les mécanismes thermiquement activés sont retranscrits dans le cadre de cette loi, les mécanismes athermiques n'étant pas considérés. Dans ce cas, l'application du modèle reste limitée aux vitesses de déformations inférieures à  $\sim 10^{-6} s^{-1}$  (suivant les matériaux).

Finalement, le principal intérêt de cette loi se trouve dans sa simplicité de formulation, et donc dans sa facilité d'adaptation à la plupart des codes de calculs [11].

### III.4 Modélisation de l'outil

L'outil de coupe est l'élément qui enlève la matière. Il existe une très grande variété d'outils de coupe avec différents types de géométries, de matériaux et de revêtements. Dans ces travaux, une configuration d'outil simple sera adoptée **Figure (III-1)** [11]. La partie active est simple, sans brise copeau sur la face de coupe et sans préparation d'arête particulière. Dans ces travaux, la modélisation de l'outil est simplifiée en le considérant comme infiniment rigide. Cette hypothèse se justifie par la nature des matériaux en regard [5] [11], et en particulier par leur dureté élevée. Pour le problème de la gestion des transferts de chaleur entre le copeau et l'outil, des solutions sont proposées afin de conserver la rigidité de l'outil tout en lui affectant des propriétés thermiques permettant des échanges et une diffusion de chaleur dans celui-ci. La prise en compte de ce facteur joue un rôle prépondérant dans le cas où l'outil est au centre de l'étude, puisque l'effet de la température est prédominant dans les études de durée de vie d'outil [11].

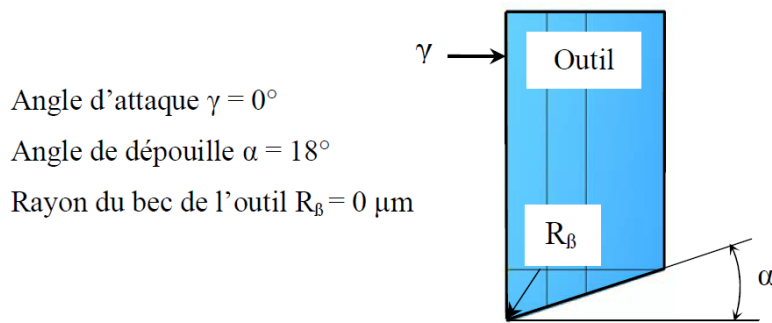


Figure III-1 : Caractéristiques géométriques de l'outil [11].

### III.5 Modélisation de la déformation

#### III.5.1 Fléchissement de l'outil

Comme la géométrie de l'outil de coupe peut être hélicoïdale compliquant la modélisation de l'effort de coupe, Kline et al [1]. Ainsi, une fraise cylindrique avec un angle d'hélice non nul se décompose suivant son axe comme un empilement d'outils sous forme de disques minces avec des arêtes de coupe très petites. Le but de cette subdivision est de considérer l'angle d'hélice nul pour chaque arête élémentaire sur le disque pour pouvoir appliquer les lois de coupe simplifiées du fraisage orthogonal. L'effort est la somme de tous les efforts élémentaires appliqués aux disques [12]. Le modèle de calcul de la déformation de l'outil est basé sur le calcul du fléchissement d'une poutre cylindrique encastrée soumise à un effort de flexion. La variation de la déformation avec l'avance est généralement négligée comme dans l'équation du modèle proposé par Kline et al. [1] :

$$d_y(z) = \frac{F_y}{6EI_y} [(CFY - Z)^3 - (L - Z)^3 - 3(L - Z)^2(L - CFY)]$$

eq (III-14)

Avec

 $d_y(z)$ : déformation correspondant à la position  $Z$  sur l'axe de l'outil ; $L, I_y$ : localise le point d'application de la force ;

#### III.5.2 Fléchissement de la pièce

Si la pièce présente une faible rigidité, sa déformation sous l'effort de coupe peut être significative ce qui conduit à empêcher l'outil d'enlever la quantité de matière prévue, produisant ainsi une imprécision sur la surface finie. Une large gamme de pièces mécaniques de faible rigidité sont utilisées dans différents industries, comme

l'aérospatiale et l'automobile, et nécessitent une optimisation du processus de fabrication sous contraintes de précisions [1].

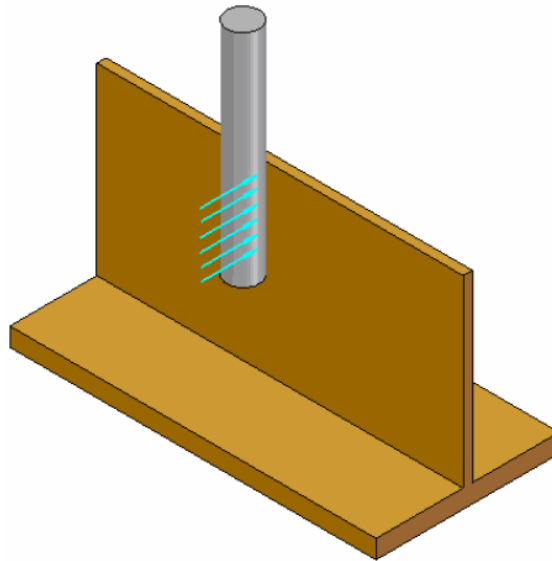


Figure III-2 : Répartition uniforme de l'effort de coupe sur la zone de contact [1].

La prédiction de la déformation sous l'effort de coupe nécessite des approximations pour pouvoir établir des modèles de calcul. Comme illustrée à la Figure III-2, une répartition uniforme de la force est supposée [10]. La déformation prédite sera compensée par la modification de trajectoire [1]. Mais le phénomène de couplage entre effort et déflexion nécessite d'autres approches plus complexes et lourdes comme celle proposée par Ratchev et al. [1] qui est basée sur:

- La prédiction de l'effort de coupe par un modèle dit 'flexible' ;
- La prédiction de la déformation de la pièce utilisant les outils de calcul par éléments finis et l'effort prédit ;
- La correction de la trajectoire pour compenser l'erreur prédite résultant du fléchissement de la pièce.

### III.5.3 Déformation de la broche sous l'effet des forces de coupe

Nous admettons que le principe de la superposition linéaire des flèches et rotations est valide. Notons en particulier que cela ne fait aucun doute dans le cas de certaines broches de machines-outils dont les paliers sont préchargés — sans jeu — et sont toujours dimensionnées en vue d'obtenir une très haute rigidité. Les contraintes qui s'y développent sont alors très faibles [13].

### III.5.4 Flèche Due A La Broche Elle-Même

#### III.5.4.1 Déformation de flexion

Nous supposons d'abord (figure III-3) que les paliers sont infiniment rigides. La broche est chargée par une force  $F$  située à la distance  $l$  du palier avant. Nous ne prendrons en compte que la flèche  $f_{tot 1}$  due à la broche elle-même ;  $f_{po}$  est la flèche propre au porte-outil. Dans le cas du fraisage, la fraise à surfacer est de grand diamètre par rapport à la broche et sa flèche propre sera entièrement négligeable [13] [10].

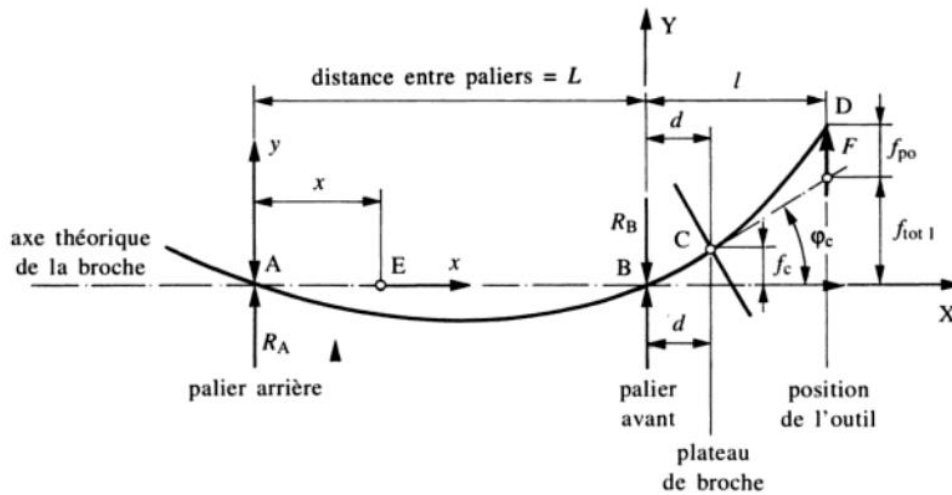


Figure III-3 : Modèle de déformation de la broche [13].

Les réactions aux appuis sont :  $R_A = \frac{Fl}{L}$

$$R_B = -\frac{F(l+L)}{L} \quad \text{eq (III-15)}$$

Appliquons l'équation de la ligne élastique entre A et B. on trouve la rotation de la section B [13]:

$$\varphi_B = \frac{FlL}{3EI} \quad \text{eq (III-16)}$$

Appliquons l'équation de la ligne élastique entre B et C en supposant ce tronçon encasté en B (C, qui représente le plateau de broche, est à la distance  $d$  du palier avant B)

(Fig.III-4) [13]. On trouve :

$$\varphi_c = \frac{F}{EI} \left( ld - \frac{d^2}{2} \right) \quad \text{eq (III-17)}$$

Et

$$f_c = \frac{Fd^2}{2EI} \left( l - \frac{d}{3} \right) \quad \text{eq (III-18)}$$

Nous pouvons alors calculer la flèche  $f_c$  et la rotation  $\varphi_c$  du plateau [13].

$$\varphi_c = \varphi_B = \varphi'_c = \frac{F}{EI} \left( \frac{lL}{3} + ld - \frac{d^2}{2} \right) \quad \text{eq (III-19)}$$

Et

$$f_c = f'_c + \varphi_B \cdot d = \frac{Fd^2}{2EI} \left( l - \frac{d}{3} \right) + \frac{FLL}{3EI} \cdot d$$

$$f_c = \frac{Fd}{EI} \left( \frac{ld}{2} - \frac{d^2}{6} + \frac{lL}{3} \right) \quad \text{eq (III-20)}$$

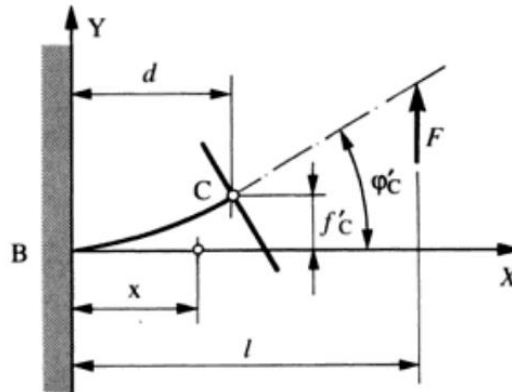


Figure III-4 : Modélisation de la déformation de la partie en porte-à-faux avant [13].

D'où nous pouvons tirer la flèche due à la broche au droit de l'outil [13] :

$$f_{tot1} = f_c + \varphi_c(l - d)$$

$$f_{tot1} = \frac{F}{3EI} (d^3 + l^2L + 3l^2d - 3ld^2) \quad \text{eq (III-21)}$$

### III.5.4.2 Déformation de cisaillement

Les broches de machines-outils sont, dans la plupart des cas, des poutres courtes. Les déformations de cisaillement peuvent alors ne plus être absolument négligeables par rapport aux déformations de flexion. Il est à noter que le cisaillement deviendrait le mode principal de déformation si, pour faire une broche, on utilisait des matériaux composites et en particulier les composites fibres (carbone, béryllium, etc.) / plastiques, du fait que E (module d'élasticité longitudinal) est de beaucoup supérieur à G (module de glissement) [13].

Tableau III-1 : caractéristiques des matériaux des broches

	E	G
Aciers	$2,1 \cdot 10^{11}$	$8 \cdot 10^{10}$
<b>Composite fibre de carbone-polyester</b>	<b><math>2 \cdot 10^{11}</math></b>	<b><math>3 \cdot 10^9</math></b>

Là encore, nous ne tiendrons compte que des déformations de la broche, à l'exclusion de celles du porte-outil. Pour simplifier le calcul, nous allons admettre que le cisaillement est limité à la partie de la broche qui se trouve entre les paliers. En effet, la plupart des dessins de broches tels que ceux de la figure 3.9 montrent qu'à l'extérieur du palier avant on a en général un plateau de broche de section beaucoup plus grande que celle de la broche elle-même, la partie faible diamètre étant très courte. La réaction des paliers arrière étant  $R_A = \frac{Fl}{L}$ , la déformée de cisaillement sera donc une droite

dont la pente sera [13]: 
$$\varphi'_B = \eta \cdot \frac{R_A}{S \cdot G}$$

$$\varphi'_B = \eta \cdot \frac{Fl}{LSG} \quad \text{eq (III-22)}$$

Où ;

$\eta$  = facteur de section  $\simeq 4/3$  à 3 pour un cylindre

$G$  = Module de glissement

$S$  = Section de la broche

D'où la flèche au droit de l'outil : 
$$f'_1 = \varphi'_B \cdot l$$

$$f'_1 = \eta \cdot \frac{Fl^2}{LSG} \quad \text{eq (III-23)}$$

### III.5.5 Flèche due aux paliers

On considère la broche comme indéformable (fig.III-4). En appelant  $p$  la pente de la broche sous l'effet de la force  $F$ , et  $K_A$  et  $K_B$ , respectivement, les rigidités des paliers arrière et avant, on obtient [13] :

$$p = \frac{F}{L^2} \left( \frac{L+l}{K_B} + \frac{l}{K_A} \right) \quad \text{eq (III-24)}$$

D'où

$$f_{tot 2} = \frac{F}{L^2 K_A K_B} [K_A (L+l)^2 + l^2 K_B] \quad \text{eq (III-25)}$$

### III.5.6 Flèche totale au droit de l'outil

Puisque nous avons admis la superposition linéaire des déformations, On aura [13] :

$$f_{tot} = f_{tot 1} + f'_1 + f_{tot 2}$$

Ce qui s'écrit :

$$f_{tot} = F \left\{ \frac{1}{3EI} (d^3 + l^2L + 3l^2d - 3ld^2) + \eta \cdot \frac{l^2}{LSG} + \frac{1}{L^2K_AK_B} [K_A(L+l)^2 + l^2K_B] \right\} \quad \text{eq (III-26)}$$

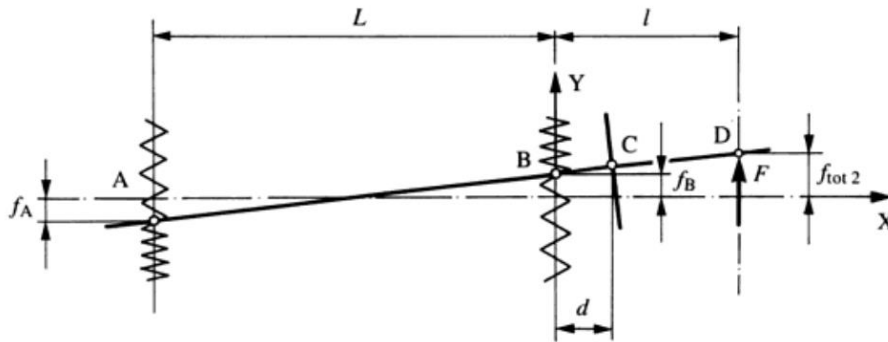


Figure III-5 : flèche à l'outil due à la flexibilité des paliers

### III.6 Modélisation de la vibration

L'usinage par enlèvement de matière est la principale technique utilisée dans la production des pièces mécaniques pour l'industrie automobile, aéronautique, ferroviaire etc. Il représente une partie importante du coût des pièces. L'introduction de nouvelles générations de machines travaillant à grande vitesse de coupe et à grande vitesse d'avance [6], le développement de nouveaux outils et la nécessité d'une plus grande productivité associée à une meilleure qualité des produits élaborés nécessitent une connaissance approfondie des processus d'usinage [5]. De mauvais choix des conditions de coupe peuvent provoquer, lors de l'usinage, des vibrations de l'outil, se transmettant au porte-outil et à la machine. Ces vibrations constituent un obstacle majeur pour la recherche d'une plus grande productivité et d'une meilleure qualité des pièces réalisées. Les vibrations accélèrent l'usure, la dégradation de l'outil et conduisent à des états de surface médiocres [14]. De plus, elles risquent aussi d'engendrer des dommages, voire même des ruptures, dans les composants des machines, nous allons voir les plus importants modèles vibratoires au cours d'usinage [6].

#### III.6.1 Vibrations libres

L'équation de mouvement s'écrit sous la forme [5]:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0 \quad \text{eq (III-27)}$$

En divisant l'équation (III-27) par la masse M, le système devient :

$$\ddot{x} + \frac{C}{M}\dot{x} + \frac{K}{M}x = 0 \quad \text{eq (III-28)}$$

Avec les conditions initiales suivantes [14]:

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases}$$

La solution générale du système est donnée par [14] :

$$x(t) = B e^{\alpha t} \quad \text{eq (III-29)}$$

Où :

B : L'amplitude

$\alpha$ : solution de l'équation homogène

En substituant la valeur de  $x(t)$  dans l'équation (III-28) on obtient [14] :

$$\alpha^2 + \frac{C}{M}\alpha + \frac{K}{M} = 0 \quad \text{eq (III-30)}$$

En résolvant cette équation, on obtient la racine suivante [6] :

$$\alpha_{1,2} = -\frac{C}{2M} \mp \sqrt{\left(\frac{C}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}} \quad \text{eq (III-31)}$$

La forme standard de l'équation du mouvement, en introduisant la notion du taux d'amortissement ( $\xi$ ) et la fréquence naturelle ( $\omega_n$ ), avec [6] :

$$2\xi\omega_n = \frac{C}{M} \text{ et } \frac{M}{K} = \frac{1}{\omega_n^2}$$

L'équation (III-28) devient :

$$\frac{1}{\omega_n^2}\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + x = 0 \quad \text{eq (III-32)}$$

Avec cette nouvelle écriture la solution devient [14] :

$$\alpha_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{(\xi^2 - 1)} \quad \text{eq (III-33)}$$

La solution générale de l'équation sera donnée par :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left( C_1 e^{\omega_n\sqrt{(\xi^2-1)}t} + C_2 e^{-\omega_n\sqrt{(\xi^2-1)}t} \right) \quad \text{eq (III-33)}$$

Où :  $C_1$  et  $C_2$  qui sont des constantes.

### III.6.2 Vibrations Forcées

Pour le cas des vibrations forcées l'équation du mouvement est donnée sous la forme [14] :

$$\frac{1}{\omega_n^2}\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + x = \frac{F}{M}\sin(\omega_n t + \varphi) \quad \text{eq (III-34)}$$

Où :

$\varphi$ : est le déphasage

La solution particulière de cette équation est donnée par la relation [6]:

$$x_p(t) = \frac{F}{[(\omega_n^2 - \omega^2) + (2\xi\omega\omega_n)^2]} [-2\xi\omega\omega_n \cos(\omega_n t + \varphi) + (\omega_n^2 - \omega^2) \sin(\omega_n t + \varphi)]$$

eq (III-35)

Sous forme condensée, elle s'écrit [6]:

$$x_p(t) = A \sin(\omega_n t + \varphi)$$

eq (III-36)

L'amplitude A est donnée par la formule [5] :

$$A = \frac{F}{[(\omega_n^2 - \omega^2) + (2\xi\omega\omega_n)^2]}$$

eq (III-37)

Le déphasage ( $\varphi$ ) entre la force d'excitation et la réponse est donné par [6] :

$$\varphi = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{2\xi\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \right)$$

eq (III-38)

### III.6.3 Vibrations régénératives

Un consensus au sein de la communauté scientifique place la régénération de la surface comme la principale cause des vibrations auto-entretenues, entraînant ainsi le broutement. Sous l'effet de différents paramètres (entrée dans la matière, hétérogénéité de la matière... etc.) [6], les conditions d'engagement de l'outil varient en induisant une variation des efforts de coupe. Ces efforts provoquent alors un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une première ondulation de la surface usinée. Lorsque la dent suivante repasse sur cette surface ondulée [4], l'épaisseur nominale de copeau est variable. Cette nouvelle variation de l'effort de coupe va de nouveau entraîner un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une nouvelle surface ondulée, (Figure III-6). Ce phénomène est la source de la régénération des vibrations (vibrations auto-entretenues) [6].

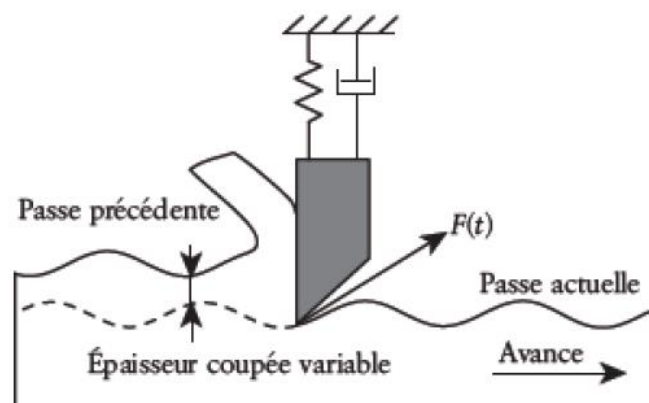


Figure III-6 : Phénomène de régénération de la surface, [10].

### III.6.4 Modèle d'erreur vibratoire

Notre objectif dans ce chapitre consiste à formaliser l'influence de la loi de mouvement sur le mode souple dominant d'un axe. Comme nous l'avons vu au chapitre précédent [15], les modes de déformations des axes peuvent globalement être scindés en deux groupes : les modes situés après l'actionneur généralement appelés modes de transmission (relatifs à une souplesse entre l'actionneur et la charge) et les modes situés avant l'actionneur appelés modes de structure. Les modèles génériques à constantes localisées de ces deux familles de déformation sont représentés à la figure (III-4) [15]. Le modèle d'axe utilisé dans ce chapitre correspondra au modèle le plus classiquement usité ; celui d'un axe soumis à un mode de transmission. Afin de considérer le cas le plus défavorable, l'amortissement du mode sera supposé nul. Cependant, on notera que les résultats sont facilement transposables au cas d'un mode de déformation de structure [5].

En adoptant les notations de la figure (III-4), les fonctions de transfert canoniques représentant la dynamique d'un système soumis à l'influence dominante d'un mode de transmission entre les vitesses  $V_{c1}$  et  $V_{c2}$  des deux masses et l'effort de commande  $F$ , s'expriment dans le domaine continu sous la forme [15] :

$$\frac{V_{c1}(s)}{F(s)} = \frac{1 + \frac{2\xi'_n s}{\omega'_n} + \frac{1}{\omega'^2_n} s^2}{m_{tot} s \left(1 + \frac{2\xi'_n s}{\omega'_n} + \frac{1}{\omega'^2_n} s^2\right)} ; \frac{V_{c2}(s)}{V_{c1}(s)} = \frac{1 + \frac{2\xi'_n s}{\omega'_n}}{\left(1 + \frac{2\xi'_n s}{\omega'_n} + \frac{1}{\omega'^2_n} s^2\right)}$$

$$m_{tot} = m_{c1} + m_{c2} ; r = m_{c2}/m_{c1} ; \omega'_n = \sqrt{\frac{K_t}{m_{c2}}} ; \xi'_n = \frac{\mu_t}{2\sqrt{K_t \cdot m_{c2}}} ;$$

eq (III-39)

$$\omega_n = \omega'_n \sqrt{(1+r)} ; \xi_n = \xi'_n \sqrt{(1+r)}$$

Dès que la loi de mouvement s'écarte d'une des trajectoires physiques du système, les modes souples sont susceptibles d'être excités et, par conséquent, la précision dynamique est dégradée. Le déplacement effectif de la charge noté  $x_{c2}$  diffère alors du mouvement idéal. On définit l'erreur dynamique du mouvement [14] :

$$\varepsilon(t) = x_{ref}(t) - x_{c2}(t) \quad \text{eq (III-40)}$$

D'après les expressions (III-39) et (III-40), en notant que l'accélération de référence est de la forme  $\ddot{x}_{ref}(s) = F(s)/m_{tot}$ , la fonction de transfert régissant

l'évolution de l'erreur dynamique dans le cas d'une souplesse dominante de transmission sera donnée par [15]:

$$\frac{\varepsilon(s)}{x_{ref}(s)} = \frac{\frac{1}{\omega_n^2} s^2}{1 + \frac{2\xi_n}{\omega_n} s + \frac{1}{\omega_n^2} s^2} \quad \text{eq (III-41)}$$

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux vibrations induites par la loi de mouvement lors du déplacement, mais également lors de la phase d'arrêt. Ce dernier type de vibration (appelée vibration résiduelle) est un critère dans certains cas prépondérant (exemple du positionnement rapide en robotique, des changements d'outil et phases hors usinage en machine-outil). Pour un système du second ordre non amorti, tel que celui représenté par l'erreur dynamique (III-41), il existe une relation analytique simple permettant de déterminer l'amplitude maximale de l'erreur vibratoire résiduelle en fonction de l'erreur dynamique et de sa dérivée à l'instant final  $T_f$ . En effet, la résolution de l'équation différentielle donnée par la relation (III-41) en régime libre ( $t \geq T_f \Rightarrow \ddot{x}_{ref}(t) = 0$ ) conduit à l'expression [15]:

$$\varepsilon(t) = e^{-\xi_n \omega_n (t - T_f)} \left[ C_1 \cos(\omega_n (t - T_f)) + C_2 \sin(\omega_n (t - T_f)) \right];$$

$$t \geq T_f$$

Avec  $C_1 = \varepsilon(T_f)$  et  $C_2 = \frac{\dot{\varepsilon}(T_f)}{\omega_n} - \varepsilon(T_f) \xi_n \omega_n$

D'où l'on déduit l'amplitude maximale des vibrations résiduelles :

$$\max_{t \geq T_f}(\varepsilon(t)) = \sqrt{\left(\varepsilon(T_f)\right)^2 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}(T_f)}{\omega_n}\right)^2 + \xi_n^2 \left(\varepsilon(T_f)\right)^2 - \frac{2\xi_n \dot{\varepsilon}(T_f) \varepsilon(T_f)}{\omega_n}}$$

eq (III-42)

Classiquement, l'estimation de l'influence d'une modification de la commande sur le caractère vibratoire d'un système se traduit par une représentation temporelle des oscillations et/ou par un spectre fréquentiel (spectre de Fourier). Mais la représentation temporelle ne permet que de constater le résultat et non d'estimer facilement l'influence paramétrique de la modification. Quant au spectre de Fourier, il montre effectivement dans quelle mesure un mode sera plus ou moins excité [4], mais il ne permet toutefois pas de quantifier facilement l'amplitude des oscillations. C'est pourquoi nous avons voulu utiliser une représentation complémentaire, plus significative et informative, permettant une interprétation directe de l'influence de la loi de mouvement sur les

vibrations. La représentation utilisée sera baptisée graphe de vibration. Ce graphe est un diagramme adimensionné représentant l'amplitude maximale des vibrations (lors du mouvement et/ou résiduelles) rapportées à la distance parcourue en fonction d'un temps adimensionné. La variable de temps adimensionné représente le rapport entre une caractéristique temporelle de la loi (généralement la durée du mouvement et dans certain cas la durée d'une phase) et la période naturelle du mode propre considéré [5]. Ce graphe est une extension d'une représentation utilisée dans destinée à retranscrire les vibrations résiduelles.

### III.6.5 Vibrations auto-excitées (broutement)

A cause des chocs produits durant l'usinage, ceux dus à l'entrée des dents dans la matière par exemple, les différents composants du système ont une tendance naturelle à vibrer, généralement à une fréquence proche de leur première fréquence propre. Normalement, ces vibrations libres s'éteignent d'elles-mêmes à cause de l'amortissement du système. Cependant, dans certaines conditions, elles peuvent se régénérer [16].

On parle alors de vibrations auto-excitées ou de *broutement*, *chatter* en anglais, à cause du bruit caractéristique que cela produit et qui fait penser à un *bavardage*. Le broutement est un phénomène très courant en usinage. Contrairement aux vibrations forcées, la fréquence de broutement correspond *toujours* à peu près à une des fréquences propres du système. C'est cette propriété qui permet de déterminer en pratique s'il s'agit de broutement ou de vibrations forcées. Si l'on change la fréquence de rotation de la machine et que la fréquence de vibration reste quasiment inchangée, il s'agit de broutement. Dans le cas contraire, il s'agit de vibrations forcées [18].

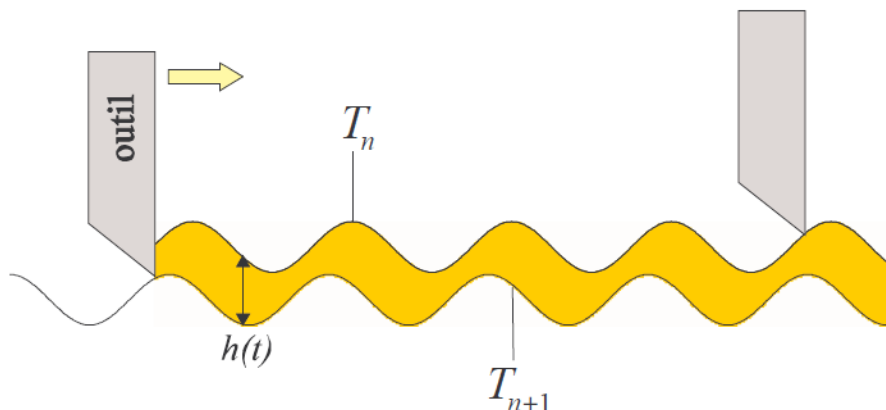


Figure III-7 : variation de l'épaisseur du copeau [16].

Le mécanisme du broutement peut s'expliquer selon le schéma de la figure (III-7). Prenons le cas du tournage d'un barreau. Supposons que seul l'outil vibre durant l'usinage à une fréquence  $f$  proche de sa fréquence naturelle  $f_0$ . La surface *coupée*, c'est-à-dire la surface coupée continuellement par l'outil, 0 présente une ondulation qui est engendrée par la vibration de l'outil. Au  $n^{\text{ème}}$  passage, l'outil a laissé sur la surface coupée une ondulation noté  $T_n$ . Au passage suivant, l'outil laisse une ondulation qui est  $T_{n+1}$  déphasée par rapport à  $T_n$  d'un angle  $\varepsilon$ . Le nombre de périodes entre deux passages successifs vaut [16].

$$n_p = \frac{f}{N} = n_e + \frac{\varepsilon}{2\pi} \quad \text{eq (III-43)}$$

Où  $N$  est la fréquence de rotation du tour et  $n_e$  est le nombre de périodes entières entre deux passages  $e$  successifs de l'outil [16].

L'épaisseur de coupe instantanée  $h(t)$  est la différence entre les deux ondulations  $T_n$  et  $T_{n+1}$  elle présente une composante moyenne et une composante dynamique qui varie avec la même fréquence  $f$  que celle de l'ondulation. L'amplitude de la partie dynamique de  $h(t)$  est nulle lorsque le déphasage est nul et elle augmente à mesure qu'il s'approche de  $180^\circ$  fig.(III-8). L'effort de coupe appliqué par l'outil dépend quasi linéairement de l'épaisseur de coupe. Par conséquent, il présente également une composante dynamique de fréquence  $f$ , ce qui tend à *entretenir* la vibration de l'outil. Si l'amortissement du système n'est pas suffisant pour dissiper l'énergie apportée par la composante dynamique de l'effort de coupe, la vibration de l'outil se régénère et le broutement apparaît [16] [17].

Comme l'effort de coupe dépend linéairement de la largeur de coupe  $b$ , la force de régénération est d'autant plus grande que l'engagement de l'outil est grand. En pratique, le broutement se produit le plus souvent lors des *opérations d'ébauche*. Les opérations qui nécessitent un outil mince et/ou élancé sont fort sujettes au broutement, comme par exemple l'usinage de poches, le contournage, le perçage... [17]

Notons que ces opérations représentent une grosse part du travail réalisé dans le domaine aéronautique, ce qui explique pourquoi le broutement est un des soucis majeurs dans ce domaine [18].

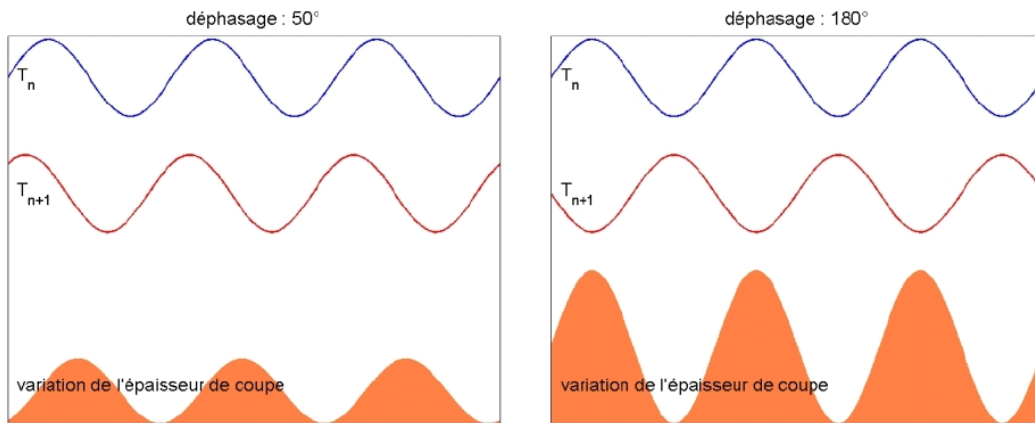


Figure III-8 : amplitude de la partie dynamique de l'épaisseur de coupe en fonction du déphasage [16].

### III.6.6 Détermination du centre de raideur du bloc outil

Des auteurs, mettent en évidence que la structure dynamique d'une machine-outil, ou d'une partie de cet ensemble, présente des directions, qui, en fonction de la répartition des masses et des configurations géométriques, a un comportement soit très raide, soit très élastique. Connaissant la disposition des éléments de mesures et le protocole qui fournit des informations 3D [19] [20], nous déterminons le centre de rotation. Pour ce faire, nous considérons l'outil comme faisant partie intégrante de la partie **BO**. Par la suite les points de chargement (figure 2) sont choisis de manière à avoir une réponse propre du système à la force imposée. Le comportement élastique lors de la coupe doit être étudié pour tout l'ensemble **BO** et pas seulement pour l'outil. Le système élastique du **BO** est schématisé par un système possédant un centre de rotation, ou centre de raideur ( $CR_{BO}$ ) du système **BO** [20].

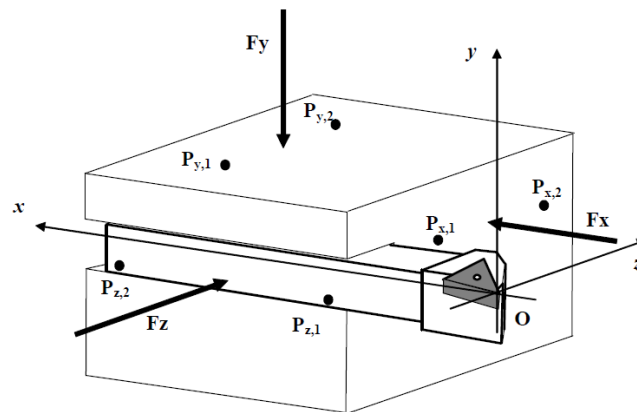


Figure III-9 : Modèle de Chargement sur x, y, z [20].

La méthode employée pour chercher le  $CR_{BO}$  consiste à trouver les points d'intersection suivant chaque direction lors des chargements appliqués. Comme chaque point est situé dans un plan, trois plans sont définis. Le point d'intersection des perpendiculaires à chaque plan définit le centre de raideur  $CR_{BO}$  [19]. Les essais sont réalisés dans chaque direction à partir d'un chargement ( $F$ ). Deux points sont choisis sur chaque direction sur la direction du **BO** [20]. La pointe de l'outil est le point de  $O(0, 0, 0)$ . En chaque point de chargement est défini un vecteur des déplacements  $D_{ij}$  à partir des coordonnées de chaque point repéré par rapport à la pointe de l'outil. Par exemple, pour le point de chargement  $X_2 = (X_{2x}, X_{2y}, X_{2z})$ , nous avons le vecteur  $D_{2x} = (\varepsilon_{2xx}, \varepsilon_{2xy}, \varepsilon_{2xz})$ . Ensuite pour chaque direction, nous déterminons les coordonnées du point et le vecteur déplacement correspondant à cette direction, puis nous cherchons le point d'intersection pour chaque direction  $x, y$  et  $z$  [20]:

$$A(e_x) = X_2 + e_x D_{2x}, a(e_x) = \frac{|A((e_x) - X_3).D_{3x}|}{\|D_{3x}\|} \quad \text{eq (III-44)}$$

$$B(e_y) = Y_2 + e_y D_{2y}, b(e_y) = \frac{|B((e_y) - Y_3).D_{3y}|}{\|D_{3y}\|} \quad \text{eq (III-45)}$$

$$C(e_z) = Z_2 + e_z D_{2z}, c(e_z) = \frac{|C((e_z) - Z_3).D_{3z}|}{\|D_{3z}\|} \quad \text{eq (III-46)}$$

Par application de la méthode des moindres carrés, nous trouvons le point d'intersection correspondants à chaque direction de chargement, notées ;  $J_x(e_x)$  sur  $x$ ,  $J_y(e_y)$  sur  $y$  et  $J_z(e_z)$  sur  $z$  (figure 4) [20].

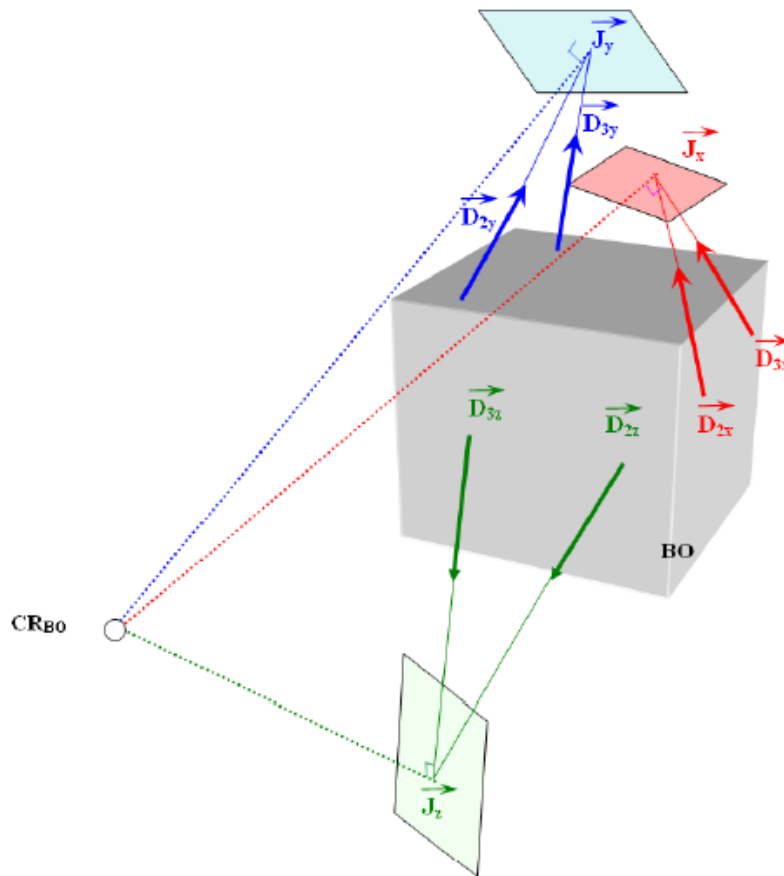


Figure III-10 : Détermination du centre de raideur  $CR_{BO}$  [20].

Si la coupe est orthogonale, le point d'intersection de deux directions lors du chargement représente le centre de raideur [6]. Mais comme nous travaillons en coupe tridimensionnelle et que le comportement du système est aussi 3D, le centre de raideur doit être le point de concours de toutes les directions [19]. Par cette méthode, nous déterminons la droite qui passe par la pointe de l'outil et par chaque point d'intersection suivant les trois directions, et ensuite les plans formés par ces points et ces droites. Pour déterminer les coordonnées du centre de raideur, nous écrivons le système d'équations à l'aide des perpendiculaires à ces plans au point d'intersection correspondant à chaque direction. Le centre de raideur correspond au point d'intersection de ces perpendiculaires [20].

$$\begin{cases} (CR_{BO}(x, y, z) - J_x(e_x)) \cdot (J_x(e_x) - O) = 0 \\ (CR_{BO}(x, y, z) - J_y(e_y)) \cdot (J_y(e_y) - O) = 0 \\ (CR_{BO}(x, y, z) - J_z(e_z)) \cdot (J_z(e_z) - O) = 0 \end{cases} \quad \text{eq (III-47)}$$

### III.7 Modélisation des efforts de coupe

Les efforts résultant de l'interaction de l'outil par rapport à la pièce proviennent des contraintes qui apparaissent dans les zones de cisaillement primaire et secondaire, et des forces de frottement. Plus précisément, les forces exercées sur l'outil résultent des actions de contact du copeau sur l'outil (zone 1) et de la pièce sur l'outil (zone 2), (figure I-9), [22] :

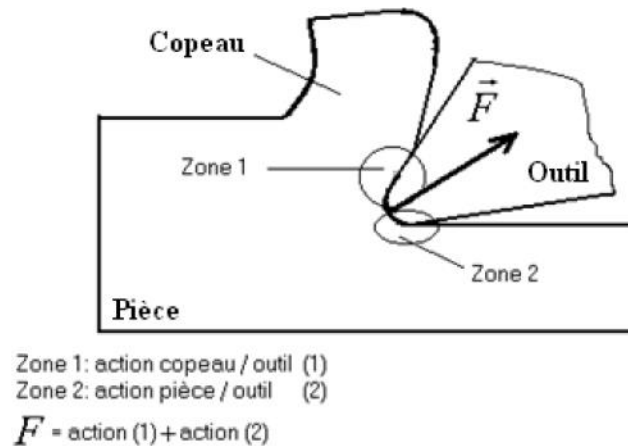


Figure III-11 : Les actions de contact exercées sur l'outil [22]

#### III.7.1 Composantes de l'effort de coupe

En plus des informations concernant la stabilité de la coupe, la connaissance des efforts de coupe nous renseigne sur les déformations plastiques et la puissance mécanique fournie qui est nécessaire à l'enlèvement de la matière. De plus, elle permet de délimiter la zone de coupe en choisissant des valeurs des efforts acceptables pour l'outil [21].

L'effort de coupe produit peut-être décomposé en trois composantes selon les directions privilégiées (figure III-12), [22] :

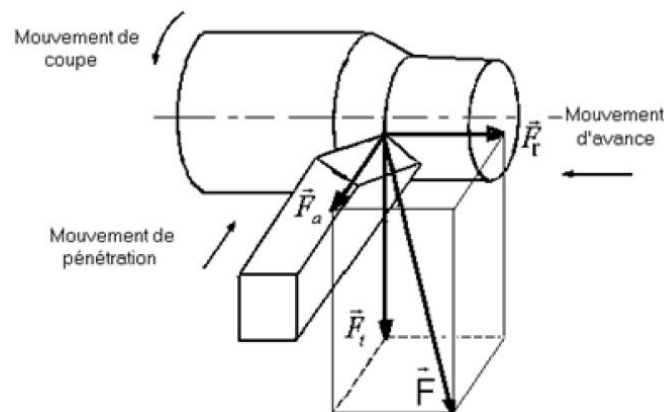


Figure III-12 : Les composantes de l'effort de coupe, [6].

Les trois composantes de la résultante  $\vec{F}$  des forces de coupe sont [21] :

- $\vec{F}_t$  : Composante tangentielle ou composante principale de coupe, c'est la composante agissant dans la direction de la vitesse de coupe et elle a la plus grande valeur absolue.
- $\vec{F}_a$  : Composante d'avance ou composante axiale, c'est la composante agissant dans la direction de la vitesse d'avance.
- $\vec{F}_r$  : Composante de refoulement ou composante radiale, c'est la composante agissant dans une direction perpendiculaire aux deux autres.

Les valeurs relatives  $\vec{F}_a$  et  $\vec{F}_r$  dépendent de l'orientation de l'arête de coupe.

### III.7.2 Les différents modèles de coupe

#### III.7.2.1 Modèle de Merchant

Merchant [21] [22] fut le premier qui a traité la modélisation de la coupe orthogonale permettant de prévoir les forces de coupe et la géométrie du copeau qui remonte aux années 1945. Celui-ci considère que la formation du copeau s'effectue par un simple cisaillement le long d'une ligne droite partant de la pointe de l'outil et inclinée d'un angle appelé un angle de cisaillement primaire ( $\phi$ ) : le long de cette ligne OA, où se produit une discontinuité de vitesse tangentielle, figure (III-13, a), la contrainte tangentielle ou cission est donc égale à  $k$  [23].

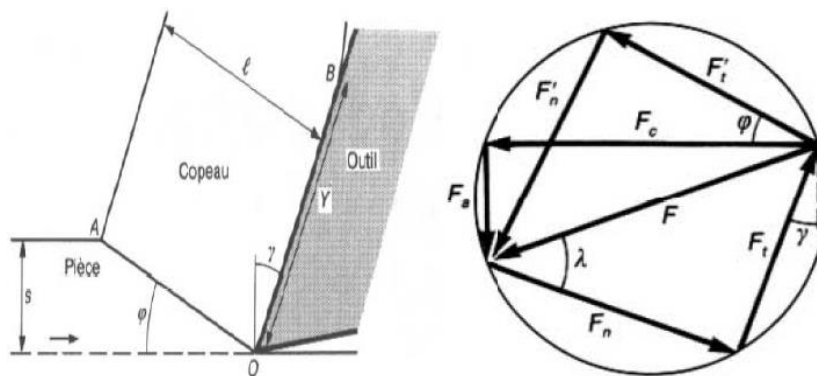


Figure III-13 : a) Géométrie du modèle de Merchant, b) Efforts de coupe [22].

La résultante  $F$  des contraintes appliquées par l'outil à la pièce peut se décomposer en : Force de coupe  $F_c$ , selon la direction de la vitesse de coupe  $U_0$ . Force d'avance  $F_a$ , selon la direction perpendiculaire. L'effort spécifique de coupe, est [24] :

$$K_c = \frac{F_c}{W_s} \quad \text{eq (III-48)}$$

Avec :  $w$  est la profondeur de passe,  $s$  avance.

Les composantes normales  $F_n$  et tangentielles  $F_t$  de la force  $F$  appliquée à l'outil sont reliées par une loi de Coulomb caractérisée par un coefficient  $\mu$  ou de manière équivalente par un angle de frottement [22].

$$\lambda = \arctan(\mu) \quad \text{eq (III-49)}$$

$$F_c = F \cos(\lambda - \gamma) \quad \text{eq (III-50)}$$

$$F'_t = \frac{ksw}{\sin\varphi} = F \cos(\varphi - \lambda - \gamma) \quad \text{eq (III-51)}$$

$$F_c = \frac{ksw \cos(\lambda - \gamma)}{\sin\varphi \cos(\varphi + \lambda - \gamma)} \quad \text{eq (III-52)}$$

$$F_a = F_c \tan(\lambda - \gamma) \quad \text{eq (III-53)}$$

$$l = s \frac{\cos(\varphi - \gamma)}{\sin\varphi} \quad \text{eq (III-54)}$$

$$Y = s \zeta \frac{\sin(\varphi + \lambda - \gamma)}{\sin\varphi \cos\lambda} \quad \text{eq (III-55)}$$

$F_c$  : Force de coupe,  $F_a$  : Force d'avance,  $F'_t$  : Composante parallèle à la ligne de cisaillement.

$Y$  : Longueur de contact,  $Y$  entre le copeau et l'outil,  $l$  Longueur de la ligne de cisaillement primaire,  $\lambda$ : Angle de frottement,  $\mu$  : Coefficient de frottement,  $\zeta$  est un coefficient valant [21] :

- 1 : pour une distribution de contrainte uniforme le long de l'interface ;
- 3/2 : pour une distribution triangulaire décroissant depuis la pointe de l'outil ;
- 9/7 : pour une distribution trapézoïdale constante sur la première moitié du contact et décroissant linéairement sur la dernière partie [24].

Le modèle de Merchant suppose donc, en outre, que l'angle  $\varphi$  est tel qu'il minimise la puissance fournie au système, ce qui revient à minimiser la force de coupe et aboutit finalement à [22]:

$$\varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\lambda - \gamma}{2} \quad \text{eq (III-56)}$$

Donc :

$$F_c = 2Ksw \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\lambda-\gamma}{2}\right) \quad \text{eq (III-57)}$$

Et donc avec le modèle de Merchant :

$$l = s \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda+\gamma}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\lambda-\gamma}{2}\right)} \quad \text{eq (III-58)}$$

$$Y = \xi \frac{s}{\cos\lambda} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\lambda-\gamma}{2}\right) \quad \text{eq (III-59)}$$

Cas de frottement de Tresca

$$\bar{m} = \frac{\sin 2\lambda}{\cos(\lambda-\gamma)} \quad \text{eq (III-60)}$$

### III.7.2.2 Modélisation par la méthode des lignes de glissement

La méthode des lignes de glissement (slip line field) est une méthode de résolution des problèmes de plasticité qui est bien adaptée au cas de la déformation plane et de la plasticité sans écrouissage. Elle consiste à construire, dans les régions où le critère de plasticité est atteint et tout en respectant les conditions aux limites en contraintes [21], un réseau de lignes orthogonales, dites lignes de glissement, le long desquelles la contrainte de cisaillement est égale à sa valeur admissible maximale  $k$  [22]. On fait ensuite construire un champ de vitesse associé et vérifiant les conditions aux limites. Soulignons que dans les zones plastiques la déformation plastique peut se produire, mais ne le fait pas nécessairement, suivant les conditions aux limites imposées sur les vitesses [22].

- Contrainte de cisaillement égale à  $k$  le long de  $OA$  (cisaillement primaire)
- Cette même contrainte soit égale à  $\bar{m}k$  (frottement de Tresca) soit lié à la composante normale par l'angle  $\lambda$  (frottement de Coulomb) le long de  $OB$ .
- Enfin vecteur contrainte nul le long de  $AB$ , le copeau étant libre au-delà.

Il en résulte [21]:

$$F_c = \frac{2ksw}{1 - \tan(\lambda-\gamma)} \quad \text{eq (III-61)}$$

$$l = s \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \lambda\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \lambda + \gamma\right)} \quad \text{eq (III-62)}$$

$$Y = \frac{s}{\sqrt{2} \cos\lambda \sin\left(\frac{\pi}{4} - \lambda + \gamma\right)} \quad \text{eq (III-63)}$$

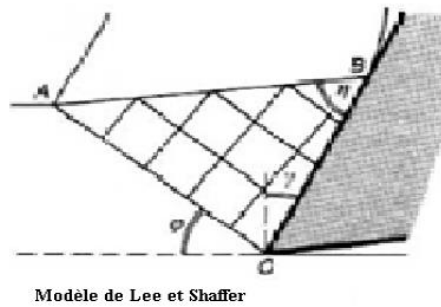


Figure III-14 : Réseaux de lignes de glissement possible pour la coupe d'un corps RPP

### III.7.2.3 Modèle de Kienzle

Il est courant d'exprimer les forces de coupe comme le produit de l'aire de coupe  $A$  par une pression, soit [16]

$$F_i = Ak_i = bhk_i \quad \{i = c, f, p\} \quad \text{eq (III-64)}$$

Où l'indice  $i$  correspond aux trois directions de coupe (coupe, avance et passive) et les pressions  $k_i$  sont les *pressions nominales de coupe*. On attribue généralement à Kienzle l'expression de la pression nominale de coupe sous la forme d'une puissance de l'épaisseur de coupe  $h$ , soit

$$k_i = k_{i1.1} h^{-m_i} \quad \{i = c, f, p\} \quad \text{eq (III-65)}$$

Où les pressions  $k_{i1.1}$  sont les *pressions spécifiques de coupe*. Elles correspondent aux pressions de coupe pour une section transversale  $A$  d'un millimètre d'épaisseur sur un millimètre de largeur. L'expression (III-65) n'est valable que dans un domaine limité de valeurs de  $h$ . Les relations (III-64) et (III-65) reviennent à écrire

$$\begin{cases} F_c = bh^{1-m_c} k_{c1.1} \\ F_f = bh^{1-m_f} k_{f1.1} \\ F_p = bh^{1-m_p} k_{p1.1} \end{cases} \quad \text{eq (III-66)}$$

La figure 71 montre la pression nominale de coupe et la force de coupe pour les sept premières classes de matériaux établies par la firme SECO (figure 70). A partir de deux mesures d'efforts de coupe réalisées à deux avances différentes  $h_1$  et  $h_2$ , on peut obtenir les pressions spécifiques  $k_{i1.1}$  et les exposants  $m_i$  de manière très simple. Pour la force de coupe, on a [16]

$$\begin{cases} F_c^{(1)} = bh_1^{1-m_c} k_{c1.1} \\ F_c^{(2)} = bh_2^{1-m_c} k_{c1.1} \end{cases} \rightarrow m_c = 1 - \frac{\log \frac{F_c^{(1)}}{F_c^{(2)}}}{\log \frac{h_1}{h_2}} \rightarrow k_{c1.1} = \frac{F_c^{(1)}}{bh_1^{1-m_c}}$$

eq (III-67)

Où  $F_c^{(1)}$  et  $F_c^{(2)}$  sont les forces de coupe mesurées pour une épaisseur de coupe égale respectivement à  $h_1$  et  $h_2$ . On réalise la même opération pour les deux autres forces. Les lois de Kienzle ainsi établies ne sont valables que sur l'intervalle  $[h_1 h_2]$  [16].

### III.7.2.4 Modèle de Gu et al

Dans le modèle de forces de coupe présenté par Gu *et al.*, les trois forces sont données par

$$\begin{cases} F_c = k_n A [\cos \gamma_p \cos \gamma_n + \mu (\sin \kappa_{re} \sin \gamma_n + \cos \kappa_{re} \sin \gamma_p)] \\ F_f = k_n A [-\cos \gamma_p \sin \gamma_n + \mu \sin \kappa_{re} \cos \gamma_n] \\ F_p = k_n A [-\sin \gamma_p + \mu \cos \kappa_{re} \cos \gamma_p] \end{cases}$$

eq (III-68)

Où  $k_n$  est la pression de coupe normale, est le coefficient de frottement,  $\kappa_{re}$  est l'angle de direction d'arête *apparent* et les angles  $\gamma_p$  et  $\gamma_n$  sont caractéristiques de l'outil. La pression de coupe normale  $k_n$  est égale à la force de coupe normale  $F_n$  divisée par l'aire de coupe  $A = bh$ . Le coefficient de frottement  $\mu$  est le rapport entre la force normale et la force tangentielle à la face de coupe  $F_t$  [22].

En examinant de plus près les formules (III-68), on constate que les trois forces de coupe proviennent de la décomposition des deux forces primaires  $F_n$  et  $F_t$  en fonction des angles d'outil  $\gamma_n$ ,  $\gamma_p$  et  $\kappa_{re}$ . Pour des conditions équivalentes à celles de la coupe orthogonale ( $\gamma_p = 0^\circ$  et  $\kappa_{re} = 90^\circ$ ), on retrouve [16]

$$\begin{cases} F_c = k_n A (\cos \gamma_n + \mu \sin \gamma_n) = F_n \cos \gamma_n + F_t \sin \gamma_n = F \cos (\theta - \gamma_n) \\ F_f = k_n A (-\sin \gamma_n + \mu \cos \gamma_n) = -F_n \sin \gamma_n + F_t \cos \gamma_n = F \sin (\theta - \gamma_n) \\ F_p = 0 \end{cases}$$

eq (III-69)

Ce qui correspond à la décomposition de l'effort total de coupe  $F$  selon les axes de coupe. L'angle de frottement  $\theta$  est défini par  $\tan \theta = \mu$  et la force d'avance  $F_f$  correspond à la force  $F_\perp$  définie en coupe orthogonale [21].

### III.8 Modélisation thermique

La quantité de chaleur dégagée pendant la coupe va avoir pour principal effet d'élever sensiblement la température de la pièce, de l'outil et du copeau dans la zone voisine de l'arête de coupe. De nombreux chercheurs ont essayé de préciser le partage de la quantité de chaleur dégagée entre copeau pièce et outil [22]. D'après Loewen et Shaw [26], donne, dans le cas de tournage, l'évolution de la répartition de l'énergie thermique en fonction de la vitesse de coupe usuelles ( $V_c$  supérieur à 50 m/min) [27], on observe que la plus grande part de l'énergie est évacuée par le copeau, alors qu'une fraction voisine de 10% est dirigée vers l'outil, le complément allant vers la pièce [22]. Pour les corps usinés, généralement bien plus volumineux que les outils, l'échauffement qui résulte de l'apport de chaleur est peu élevé. Par contre pour les outils, la faible fraction d'énergie thermique évacuée provoque un échauffement bien plus important, surtout dans la couche superficielle [29].

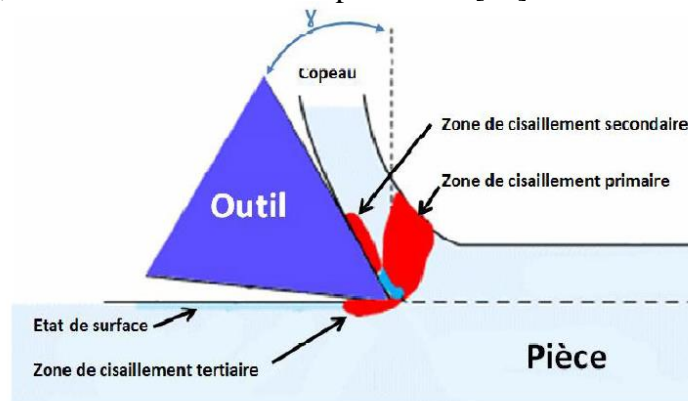


Figure III-15 : Origine de la chaleur produite [22].

#### III.8.1 Température de coupe

Les zones de déformation du copeau et de frottement copeau/outil étant relativement restreintes, il en résulte d'importantes variations de température dans les volumes directement affectés par le dégagement de la chaleur. D'après les études de Boothroyd [8], on montre que le gradient de température [30], dans l'outil peut atteindre les 200°C/mm. Dans ces conditions, il est délicat de définir une température de coupe. Si bien qu'en général, la température de coupe représente une valeur moyenne du champ thermique d'une zone particulièrement sollicitée, telle que l'interface outil/copeau pour un outil, ou la zone de contact meule pièce dans le cas de la rectification [22].

### III.8.2 Caractéristique thermique de coupe

La principale particularité du phénomène de la coupe est son caractère adiabatique [25]. J. Pomey définit ainsi une déformation adiabatique. Pendant la déformation, non seulement il n'y a pas d'échange de chaleur avec le milieu ambiant, mais aussi il n'y a pas d'écoulement de chaleur dans la matière même [26]. Chaque élément de volume garde la chaleur qui y est dégagée par le travail interne [22]. Cette condition est d'autant mieux réalisée, que la vitesse de déformation est élevée et que la diffusivité thermique du matériau est faible [28].

### III.8.3 Estimation analytique de la température de coupe, $\theta_s$

L'énergie de coupe par unité de temps,  $P_z V_c$  est utilisée pour causer le cisaillement primaire et le frottement sur la face d'attaque comme [22] :

$$V_c P_z = P_s V_s + F V_f \quad \text{eq (III-70)}$$

Où :  $V_c$ : vitesse le long du plan de cisaillement,  $V_f$ : vitesse moyenne du copeau, Alors [22]:

$$V_s P_s = P_z V_c - F V_f \quad \text{eq (III-71)}$$

$$\frac{A \cdot q_1 (P_z V_c - F V_f)}{J} = c_v a_f b_f V_c (\theta_s - \theta_a) \quad \text{eq (III-72)}$$

Où :  $A$ : fraction de l'énergie de cisaillement converti en chaleur,  $q_1$ : fraction de la chaleur allant vers le copeau de la zone de cisaillement,  $J$ : chaleur mécanique équivalente du copeau/matériau usiné,  $c_v$ : chaleur spécifique volumique du copeau,  $\theta_a$ : température ambiante,  $a_1, b_1$ : sections transversales du copeau non déformé [22]

$$a_1 b_1 = t S_0$$

Ainsi :

$$\theta_s = \frac{A \cdot q_1 (P_z V_c - F V_f)}{J t S_0 V_c} + \theta_a \quad \text{eq (III-73)}$$

$$\theta_s = \frac{A \cdot q_1 (P_z - F/\xi)}{J t S_0 V_c} \quad \text{eq (III-74)}$$

Généralement  $A$  varie de 0.95 à 1 et  $q$  de 0.7 à 0.9 en usinage comme le tournage [29].

### III.8.4 Température moyenne à l'interface outil/copeau, $\theta_i$

Utilisant deux paramètres adimensionnels,  $Q_1$  et  $Q_2$  et la relation entre les deux

D'après (Buckingham), on a [22]:

$$Q_1 = C_1 \cdot Q_2^n \quad \text{eq (III-75)}$$

$$\text{Où : } Q_1 = \left( \frac{c_v \theta_1}{E_c} \right) \quad \text{eq (III-76)}$$

$$\text{Et } Q_2 = \left( \frac{V_c c_v a_1}{\lambda} \right)^{0.5} \quad \text{eq (III-77)}$$

$E_c$ : énergie de coupe spécifique,  $c_v$ : chaleur spécifique volumique,  $\lambda$ : conductivité thermique

$C_1$ : constante,  $n$ : index : 0.25, ainsi :

$$\theta_1 = C_1 E_c \sqrt{V_c a_1 / \lambda c_v} \quad \text{eq (III-78)}$$

### III.9 Modèles de durée de vie et modèles d'usure

La durée de vie d'un outil est le temps de coupe nécessaire pour attendre un critère de durée de vie spécifique. Pour évaluer la durée de vie, on se réfère à une valeur limite d'un critère direct (VB, KT, ...). A partir des critères d'usure, on établit des modèles de durée de vie. De nombreux modèles mathématiques ont été proposés pour représenter la loi d'usure des outils de coupe, parmi lesquels on donne [31]:

#### III.9.1 Le modèle de Taylor généralisé

Taylor en 1907 a essayé de résoudre de façon rationnelle les problèmes qui se posent aux ateliers de fabrication mécanique. Il a dénombré plusieurs facteurs pouvant agir sur la coupe des métaux et a étudié systématiquement leur influence sur la tenue des outils. Il a considéré notamment les rôles de la vitesse de coupe, la pénétration, l'avance et la durée de coupe. Parmi les résultats de ses travaux, le modèle mathématique qui relie la durée effective de coupe  $T$  d'une arête à la vitesse de coupe [11] :

$$T = C_v \cdot V^n \quad \text{eq (III-79)}$$

$V$  : Vitesse de coupe

$T$  : Durée de Vie

$n$  : Exposant de TAYLOR

$C_v$  : Constante dépendant des conditions de coupe.

Ce modèle est représenté par une droite dans un graphe à coordonnées logarithmiques [11]

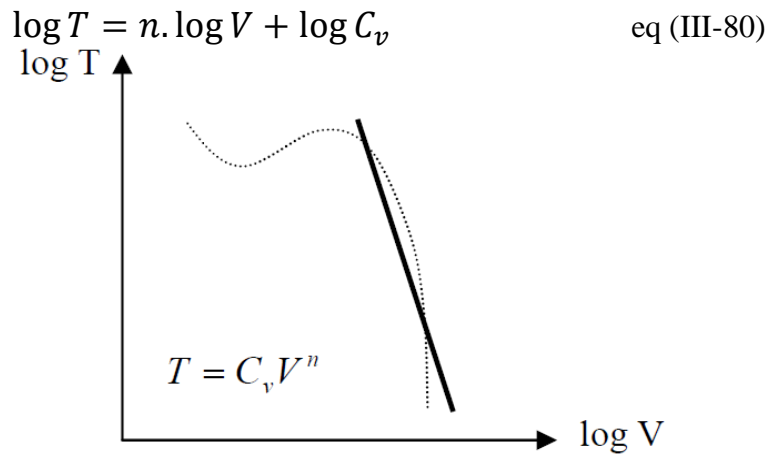


Figure III-16 : Représentation graphique du modèle de Taylor [11].

En introduisant l'influence de l'avance et de la pénétration sur l'usure, Gilbert a proposé en 1950 un modèle généralisant celui de Taylor, qui exprime la durée de vie d'une arête par la relation [11] :

$$T = C a_p^X f^y V^n \quad \text{eq (III-81)}$$

C : dépend de la nuance de l'outil et du matériau usiné.

$a_p$  : Profondeur de passe.

$f$  : Avance

$X, y$  : Exposants dépendant de la nuance de l'outil.

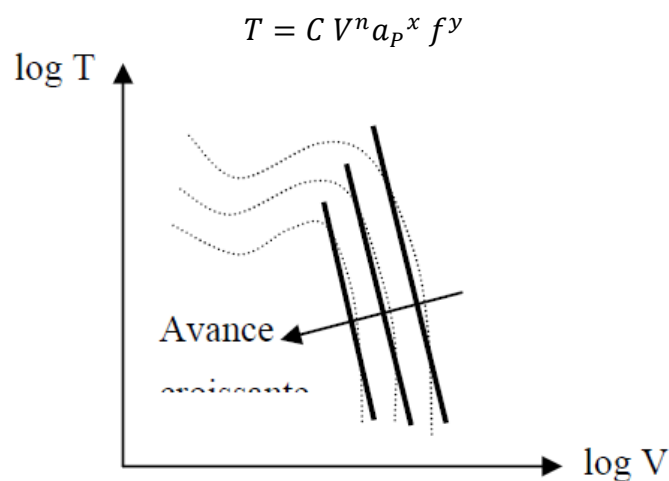


Figure III-17 : Représentation graphique du modèle de Gilbert [11].

### III.9.2 Le modèle de Kronenberg

En 1968 a proposé un modèle dérivé de celui de Taylor qui s'écrit sous la forme [31] :

$$T = C(V + K)^n \quad \text{eq (III-82)}$$

Ou encore :

$$T + K = CV^n \quad \text{eq (III-83)}$$

En prenant le logarithme des deux parties de la relation (I.18), on aura :

$$\text{Log}(T + K) = n \log(V) + \log(C).$$

Posant :  $x = \log(V)$  ;  $y = \log(T + K)$ , on obtient :

$$Y = nx + \log(C) \quad \text{eq (III-84)}$$

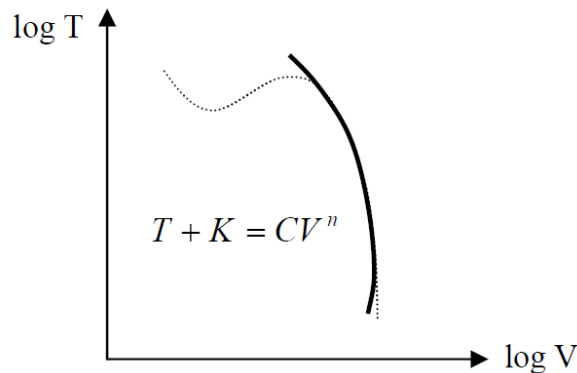


Figure III-18 : Représentation graphique du modèle de Kronenberg [11].

### III.9.3 Le modèle de König – Dépiereux

Ont tenu compte des phénomènes physico-chimiques à l'interface et le mécanisme de diffusion de la matière qui en résulte [31]. Ils ont proposé un modèle de type exponentiel qui est en accord avec les lois expérimentales qui déterminent l'usure des outils (figure I.20). Ce modèle est de la forme [11] :

$$T = \exp(-\alpha_0 V^v - \gamma f^\mu - \delta a^\lambda) \quad \text{eq (III-85)}$$

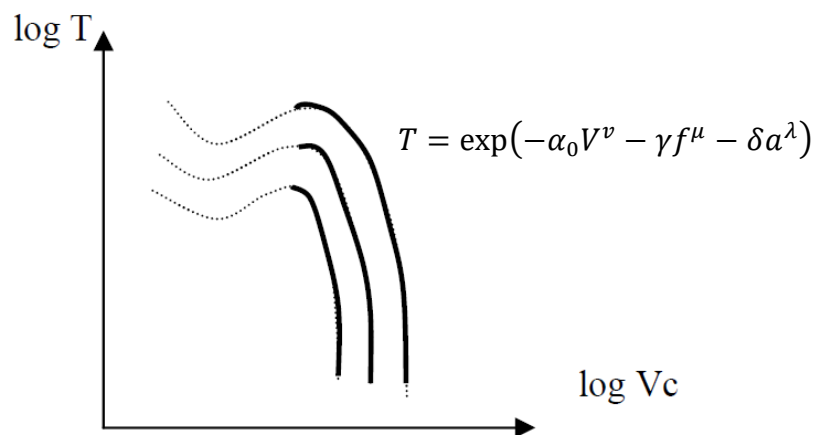


Figure III-19 : Représentation graphique du modèle de König – Dépiereux [11].

Compte tenu des dispersions liées aux essais d'usure, le modèle simple de Taylor est suffisamment représentatif [11], il est couramment utilisé aujourd'hui pour tous les matériaux d'outils.

### III.10 Modélisation de la rigidité [32]

Pour le modèle de rigidité, qui décrit la relation entre les efforts et le déplacement, il est nécessaire d'introduire de nouvelles équations qui définissent les réactions des articulations virtuelles aux déformations des flexibilités localisées. Conformément à notre modèle de raideur, trois types de flexibilités localisées sont inclus dans chaque chaîne cinématique :

- Une flexibilité localisée à 1-ddl décrivant la complaisance de l'actionneur ;
- Une flexibilité localisée à 6-ddl décrivant la complaisance du pied ;
- Une flexibilité localisée à 6-ddl décrivant la complaisance de la jambe.

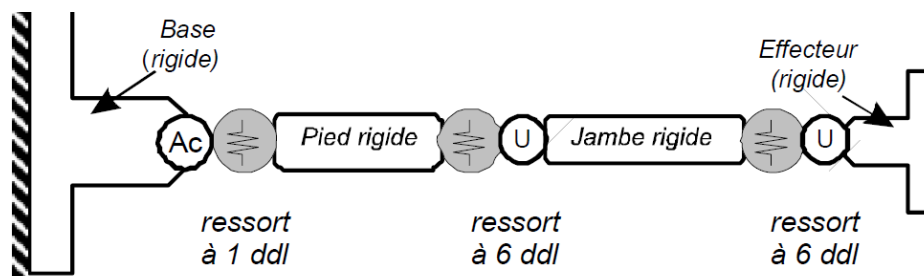


Figure III-20 : Modèle flexible d'une seule chaîne cinématique [32].

En supposant que les déformations des flexibilités localisées sont petites, les relations peuvent être exprimées par des équations linéaires.

$$[\tau_{\theta_0}^i] = K_{act}[\theta_0^i]; \begin{bmatrix} \tau_{\theta_1}^i \\ \vdots \\ \tau_{\theta_6}^i \end{bmatrix} = K_{Foot} \begin{bmatrix} \theta_1^i \\ \vdots \\ \theta_6^i \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \tau_{\theta_7}^i \\ \vdots \\ \tau_{\theta_{12}}^i \end{bmatrix} = K_{Leg} \begin{bmatrix} \theta_7^i \\ \vdots \\ \theta_{12}^i \end{bmatrix} \quad \text{eq (III-86)}$$

Où  $\tau_{\theta_j}^i$  est la force généralisée de la  $j^{\text{ème}}$  articulation virtuelle de la  $i^{\text{ème}}$  chaîne cinématique,  $K_{act}$  est la raideur de l'actionneur, et  $K_{Foot}$ ,  $K_{Leg}$  sont des matrices de raideur de dimensions  $6 \times 6$  associées aux jambes et aux pieds respectivement. Il convient de souligner que, contrairement à d'autres études, ces matrices sont supposées être non-diagonales. Cela nous permet de prendre en compte les couplages entre les déformations angulaires et de translations, qui sont souvent ignorées [8]. Pour faciliter

l'analyse, les expressions (III-86) peuvent être regroupées dans une seule matrice sous la forme,

$$\tau_{\theta}^i = K_{\theta} \cdot \delta\theta_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{eq (III-87)}$$

Où  $\tau_{\theta}^i = (\tau_{\theta 0}^i, \dots, \tau_{\theta 12}^i)^T$  est le vecteur regroupant les réactions des articulations virtuelles, et  $K_{\theta} = \text{diag}(K_{act}, K_{Foot}, K_{Leg})$  est la matrice de rigidité des flexibilités localisées de dimension  $13 \times 13$ . De la même manière, on peut définir le vecteur regroupant les réactions des articulations passives  $\tau_q^i = (\tau_{q1}^i, \dots, \tau_{q4}^i)^T$ , mais tous ses éléments doivent être égaux à zéro :

$$\tau_q^i = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{eq (III-88)}$$

Pour trouver les équations correspondant au déplacement de l'effecteur  $\delta t_i$ , nous appliquons le principe des travaux virtuels en supposant que les déplacements des articulations sont petits et que ces déplacements  $(\Delta\theta_i, \Delta q_i)$  sont autour de la position d'équilibre. Ensuite, le travail virtuel de la force extérieure  $f_i$  appliquée sur l'effecteur  $\Delta t_i = J_{\theta}^i \cdot \Delta\theta_i + J_q^i \cdot \Delta q_i$  est égale à la somme  $(f_i^T J_{\theta}^i) \cdot \Delta\theta_i + (f_i^T J_q^i) \cdot \Delta q_i$ . Pour les forces internes, le travail virtuel est  $-\tau_{\theta}^{iT} \cdot \Delta\theta_i$  puisque les articulations passives ne produisent pas la force ni de couples résistants (le signe moins prend en compte les orientations adoptées pour la définition des flexibilités localisées).

Par conséquent, pour avoir un équilibre statique, les travaux virtuels doivent être égaux à zéro pour les articulations virtuelles. Les conditions d'équilibre peuvent alors s'écrire

$$J_{\theta}^{iT} \cdot f_i = \tau_{\theta}^i; \quad J_q^{iT} \cdot f_i = 0. \quad \text{eq (III-89)}$$

Cela donne d'autres expressions décrivant la transformation des forces et des couples entre les articulations et l'effecteur. Ainsi, le modèle cinétostatique complet se compose de cinq matrices, (III-87) ... (III-89) où  $f_i$  et  $\delta t_i$  sont considérés comme connus, et les autres variables sont considérées comme inconnues. De toute évidence, puisque les chaînes cinématiques sont distinctes et possèdent certains degrés de liberté, ce système ne peut pas être résolu uniquement en connaissant  $f_i$ . Cependant, pour un déplacement donné de l'effecteur  $\delta t_i$ , il est possible de calculer les forces externes correspondants  $f_i$  et des variables internes  $\delta\theta_i, \tau_{\theta}^i, \delta q_i$  (c'est-à-dire les déplacements de flexibilités localisées et les déplacements des articulations passive). Comme cette

matrice est non singulière,  $\delta\theta_i$  peut être exprimée à partir de  $f_i$  à l'aide des équations  $\tau_\theta^i = K_\theta \cdot \delta\theta_i$  et  $J_\theta^{iT} \cdot f_i = \tau_\theta^i$ . Cela nous permet de réduire notre système à cette équation

$$\left( J_\theta^i K_\theta^{-1} J_\theta^{iT} \right) \cdot f_i + J_q^i \cdot \delta q_i = \delta t_i ; J_q^{iT} \cdot f_i = 0 \quad \text{eq (III-90)}$$

Avec les inconnues  $f_i$  et  $\Delta q_i$ . Ce système peut également être réécrit sous forme de matrice

$$\begin{bmatrix} S_\theta^i & J_q^i \\ J_q^{iT} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_i \\ \delta q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta t_i \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{eq (III-91)}$$

où  $S_\theta^i = J_\theta^i K_\theta^{-1} J_\theta^{iT}$  décrit la complaisance par rapport à l'effecteur, et  $J_q^i$  tient compte des articulations passives sur le mouvement de l'effecteur. Par conséquent, pour une chaîne cinématique, la matrice de raideur  $K_i$  définissant la relation entre les efforts extérieurs et les déplacements de l'effecteur est

$$f_i = K_i \cdot \delta t_i \quad \text{eq (III-92)}$$

Cette matrice peut être calculée en inversion la matrice de dimension  $10 \times 10$  en extrayant une sous-matrice de dimension  $6 \times 6$  qui correspondant à  $S_\theta^i$ . Il est également important de mentionner que notre méthode ne nécessite que l'inversion d'une  $6 \times 6$  puisque  $K_\theta^{-1} = \text{diag}(K_{act}^{-1}, K_{Foot}^{-1}, K_{Leg}^{-1})$ .

Dans le cas général c'est-à-dire pour tout  $J_\theta^i$  et  $J_q^i$ , il n'est pas possible de prouver que l'équation (III-91) est inversible. De plus, si  $J_q^i$  est singulière, les coordonnées des articulations passives  $q_i$  ne sont pas uniques. D'un point de vue physique, cela signifie que si la chaîne cinématique est située dans une posture singulière, certains déplacements peuvent être générés par un déplacement infinitésimal des articulations passives. Mais pour un effort donné  $f_i$ , la solution correspondante est unique (puisque  $J_\theta^i$  est non singulière s'il existe au moins une flexibilité localisée dans une chaîne cinématique). D'autre part, une configuration singulière peut être associée à une infinité de matrices de raideur pour la même localisation de l'effecteur et pour différentes  $q_i$  calculés par le modèle géométrique inverse. Pour résoudre ce problème nous avons programmé une méthode basée sur une décomposition en valeurs singulières. Lorsque la matrice de raideur de chaque jambe  $K_i$  a été évaluée, nous obtenons la matrice de raideur du manipulateur par une simple addition.

$$K_m = \sum_{i=1}^3 K_i \quad \text{eq (III-93)}$$

Ceci découle du principe de superposition, parce que la force extérieure totale correspondant au déplacement de l'effecteur  $\delta t$  (la même pour toutes les chaînes cinématiques) peut être exprimé sous la forme  $f = \sum_{i=1}^3 f_i$  avec  $f_i = K_i \cdot \delta t$

Il convient de souligner que la matrice résultant n'est pas inversible, puisque certains mouvements de l'effecteur ne produisent pas les réactions sur les flexibilités localisées (à cause de l'influence des articulations passives). Cependant, pour l'ensemble de manipulateur, la matrice de raideur est définie positive et inversible pour toutes les postures non singulières.

### III.11 Les méthodes expérimentales

Les éléments de la machine ne font pas que se déformer, ils changent également leurs positions relatives suite à l'existence des jeux et l'élasticité des joints, ainsi la rigidité des ensembles ne sera pas calculée mais établie expérimentalement. Il existe quelques méthodes de détermination de la rigidité, parmi lesquelles souvent utilisées sont [11] :

#### III.11.1 Méthode statique

Pour déterminer la rigidité d'un ensemble par la méthode statique, on lui applique des charges dont la valeur varie depuis Zéro jusqu'à une grandeur maximale fonction des dimensions de la machine, le refoulement est mesuré pour chaque charge dans le sens de la normale à la surface usinée. Ensuite, on procède de la même façon pendant le déchargement. Les opérations successives de charge et de décharge permettent de dresser le diagramme des relations  $y = f(F_y)$  [11].

#### III.11.2 Méthode dynamique

La méthode dynamique (excitation artificielle et les déformations dynamiques) donne de bons résultats mais demande les capteurs et les appareils d'enregistrement des vibrations des organes de la machine.

#### III.11.3 Méthode de fabrication

Consiste à pratiquer l'usinage d'une pièce étagée avec différentes surépaisseurs. Ensuite la détermination de la rigidité de la machine-outil se fait par la mesure des différences des diamètres des étages avant et après leur usinage.

Enfin, la rigidité est une caractéristique propre des systèmes, son augmentation détermine une plus grande opposition du système à un déplacement de ses éléments,

l'analyse de celle-ci donne donc une vue synoptique de la qualité de la machine-outil utilisée.

### III.12 Identification les paramètres

Après faire étudié général des différents modèles, on peut définir tous les paramètres et les variables pour calculer la rigidité et le refoulement de nos machine(tour).

Pendant le processus de coupe la pièce agit sur l'outil avec une certaine force "F" dont la décomposition peut servir de base à la définition des efforts de coupe (Figure III-22, a) [11].

La composante dans le sens de la vitesse de coupe, appelée effort tangentiel où effort principale de coupe "Fz", cette dernière est la plus grande en valeur absolue. La composante de répulsion FR à son tour se décompose en [11] :

- une composante dans le sens de l'avance appelée effort d'avance où effort axial en tournage

"Fx" (Figure III-22, b), joue un rôle fondamental dans le processus de coupe [11].

$$F_x = FR \sin \alpha \quad \text{eq (III-94)}$$

La composante dans le sens perpendiculaire aux deux autres, appelée effort de refoulement où effort radial "Fy" (Figure I.2 (b)), disparaît dans le cas de la coupe orthogonale.

$$F_y = FR \cos \alpha \quad \text{eq (III-95)}$$

La section de copeau, en appelant "d" la profondeur de passe et " f " l'avance par tour, vaut [11] :

$$S = f \cdot ap \quad \text{eq (III-96)}$$

Si on appelle "K" la pression spécifique de coupe, "KT" la pression spécifique tangentielle de coupe, "KR" la pression spécifique de coupe de répulsion, " Ky " la pression spécifique radiale de coupe et " Kx " la pression axiale de coupe, on a pour expression les forces de coupe [11] :

$$F = S \cdot K, \quad F_z = S \cdot K_T, \quad F_R = S \cdot K_R, \quad F_y = S \cdot K_y, \quad F_x = S \cdot K_x \quad \text{eq (III-97)}$$

Avec :  $K_y = K_R \cos \alpha$  et  $K_x = K_R \sin \alpha$

Les relations eq (III-94) à eq (III-97) sont valables dans toutes les conditions, cependant, les hypothèses choisies montrent qu'elles n'ont tout leur sens que pour ap

>> r. Autrement dit, l'essentiel de la coupe se fait par l'arête rectiligne de coupe, ce qui correspond à des conditions d'ébauche [5]. Pour des conditions de demi-finition, et de finition, on a généralement  $ap < r$  et  $\mathfrak{R}_r$  effectif  $\approx 0$ . C'est-à-dire que la résultante de coupe est pratiquement perpendiculaire à l'axe de la surface usinée. Les relations se simplifient et on a [11] :

$$F_y = FR = S.KR = S.Ky, \quad F_x \approx 0, \quad F_z = S.KT \quad \text{eq (III-98)}$$

Les variations de l'effort de coupe les plus importantes sont celles de sa composante normale à la surface usinée. Ainsi sous le terme de rigidité d'un système élastique, on comprend la relation entre cette composante de l'effort de coupe normale à la surface usinée et le refoulement des éléments du système, produit par cette force [11]. Elle peut être calculée d'après la formule suivante :

$$J = \frac{F_y}{y}, \quad daN/mm \quad \text{eq (III-99)}$$

La rigidité d'un tour, lors de l'usinage d'un arbre entre pointes, s'obtient sur la base des considérations suivantes [11] :

L'action de la composante  $F_y$  de l'effort de coupe, appliqué à un point quelconque de la portée (Figure III-21), déplace la poupée de  $A$  en  $A'$  à la grandeur de refoulement  $Y_p$ , la contre poupée, de  $B$  en  $B''$  à la grandeur  $Y_{cp}$ , le chariot de  $C$  en  $C'$  à la grandeur  $Y_{ch}$  et l'axe de rotation de l'ébauche de  $AB$  en  $A'B''$ . Dans la section  $x$ , l'axe se déplace à la grandeur  $Y_x$ , alors [11] :

$$Y_x = Y_p + K, \quad Y_p = \frac{R_A}{J_p}, \quad Y_{cp} = \frac{R_B}{J_{cp}}, \quad Y_{ch} = \frac{F_y}{J_{ch}}, \quad Y_m = Y_{ch} + Y_x \quad \text{eq (III-100)}$$

$$R_A = F_y \frac{(l-x)}{l}, \quad R_B = F_y \cdot \frac{x}{l} \quad \text{eq (III-101)}$$

Où  $R_A$  et  $R_B$  sont les réactions de la poupée et de la contre poupée, suite à l'application de la composante  $F_y$  de l'effort de coupe [11].

La valeur de  $K$  est déterminée à partir du triangle  $A'B'B''$  (III-21) :

$$K = (Y_{cp} - Y_p) \frac{x}{l} \quad \text{eq (III-102)}$$

Après des substitutions et des transformations correspondantes on obtient l'expression suivante de la rigidité de la machine  $J_m$  [11] :

$$J_m = \frac{F_y}{Y_m} = \frac{1}{\frac{1}{J_{ch}} + \frac{1}{J_p} \left( \frac{l-x}{l} \right)^2 + \frac{1}{J_{cp}} \left( \frac{x}{l} \right)^2} \quad \text{eq (III-103)}$$

Lorsque l'outil se trouve notamment au point  $x = \frac{1}{2}L$ , la formule eq (III-102) donne [11] :

$$J_m = \frac{1}{\frac{1}{J_{ch}} + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{J_p} + \frac{1}{J_{cp}} \right)} \quad \text{eq (III-104)}$$

La valeur des déplacements élastiques du système "sys", est définie par les déplacements des organes de la machine, de l'outil, et de la pièce à usiner [11].

$$y_{sys} = y_m + y_{out} + y_p \quad \text{eq (III-105)}$$

En passant des refoulements aux rigidités, on aura :

$$\frac{1}{J_{sys}} = \frac{1}{J_m} + \frac{1}{J_{out}} + \frac{1}{J_p} \quad \text{eq (III-106)}$$

En tournage extérieur la flèche de l'outil provoque le déplacement du nez de l'outil dans le sens de la tangente à la surface usinée, son action sur l'erreur d'usinage est peu importante par rapport à celle due aux refoulements de la machine et à la flèche de l'ébauche [11].

C'est pourquoi dans ces conditions, on peut négliger la déformation de l'outil et se borner à établir les paramètres correspondants du système machine-pièce [11].

$$\frac{1}{J_{sys}} = \frac{1}{J_m} + \frac{1}{J_p} \quad \text{eq (III-107)}$$

Si on utilise une ébauche dont la rigidité sera considérablement supérieure par rapport la rigidité de la machine-outil, la déformation de l'ébauche peut être négligée aussi, et alors [11] :

$$\frac{1}{J_{sys}} = \frac{1}{J_m} \quad \text{eq (III-108)}$$



**CHAPITRE VI :**  
**EXPERIMENTATION**

Ce chapitre est consacré à la caractérisation des défauts émanant du système de prise de pièces. Ces défauts interviennent sur le processus d'usinage d'une manière directe et sont la cause des anomalies de forme qui peuvent être détectées par mesure lors du contrôle final des produits finis.

Par une analyse appliquée à un tour classique présentée ici-bas, que nous proposons comme modèle permettant par mesure simple des décalages au niveau des moyens de prise, d'évaluer la rigidité du MDOP dans l'intention de minimiser les défauts par la suite.

#### IV.1 Principe de l'expérimentation

Lors de l'usinage des éléments sur machine-outil, la machine outils, le montage d'usinage l'outil et dispositif, la pièce elle-même forment un système élastique nommé "MODP".

La variation en service des conditions d'usinage fait varier l'effort de coupe qui a son tour influe sur :

- La profondeur de coupe
- Les propriétés mécaniques des matières
- L'usure de l'outil
- Le système élastique est sollicité par l'effort de son tour des efforts élastique (déformations)

Ainsi par les déplacements des éléments du système résultant les jeux dans les articulations, la grandeur des déformations élastique et du refoulement est définie d'une part l'effort de coupe et d'autre part déformations sont désignés par le terme de la rigidité du système mécanique, la relation entre l'effort de coupe et le décalage de l'outil mis à la cale dans les sens de la normale a la surface usinée c'est-à-dire le quotient de l'effort de coupe à la valeur de la déformation, sont indiqués par la formule:

$$j = \frac{F_y}{y} \quad (kgf/cm) \quad \text{eq VI.1}$$

Ou, y : refoulement.

La rigidité peut être aussi exprimée par l'équation :

$$j = \frac{\Delta F_y}{\Delta y} \quad \text{eq VI.2}$$

## IV.2 Système de mesure

Pour déterminer la rigidité d'un système MDOP, nous appliquons des charges dont les valeurs de varient progressivement entre 0 et une valeur maximale. Nous relevons la valeur du refoulement correspondant à chaque charge dans le sens de la normale a la pièce à usiner, nous déduisons ensuite les dispersions,

La description du phénomène sous forme de courbes des dispersions laisse voir que ces courbes de charge décharge ne coïncident pas et présentent un l'hystérésis.

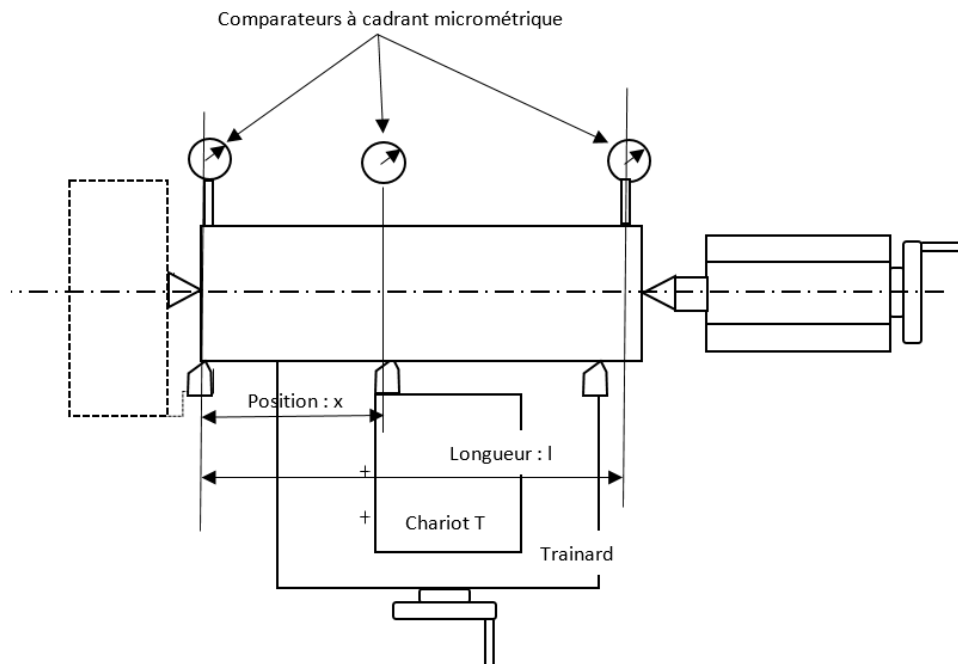


Figure IV-1 : présentation du système expérimental de mesure.

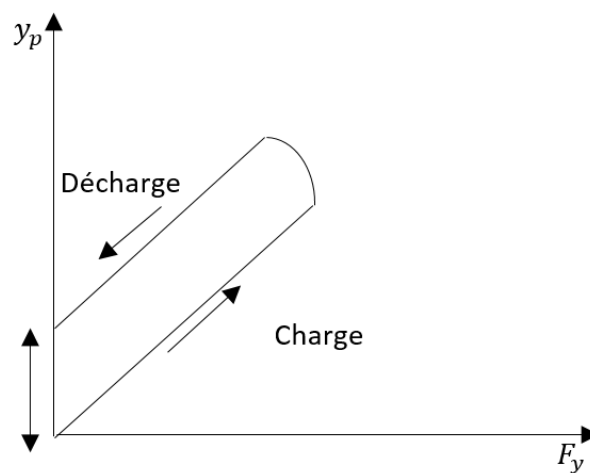


Figure IV-2 : hystérésis des courbes de dispersions

### IV.3 Modèle de calcul de la rigidité du MDOP

La détermination de la rigidité du système de prise de la machine (tour) lors de l'usinage d'un arbre entre pointes s'obtient sur la base des considérations suivantes :

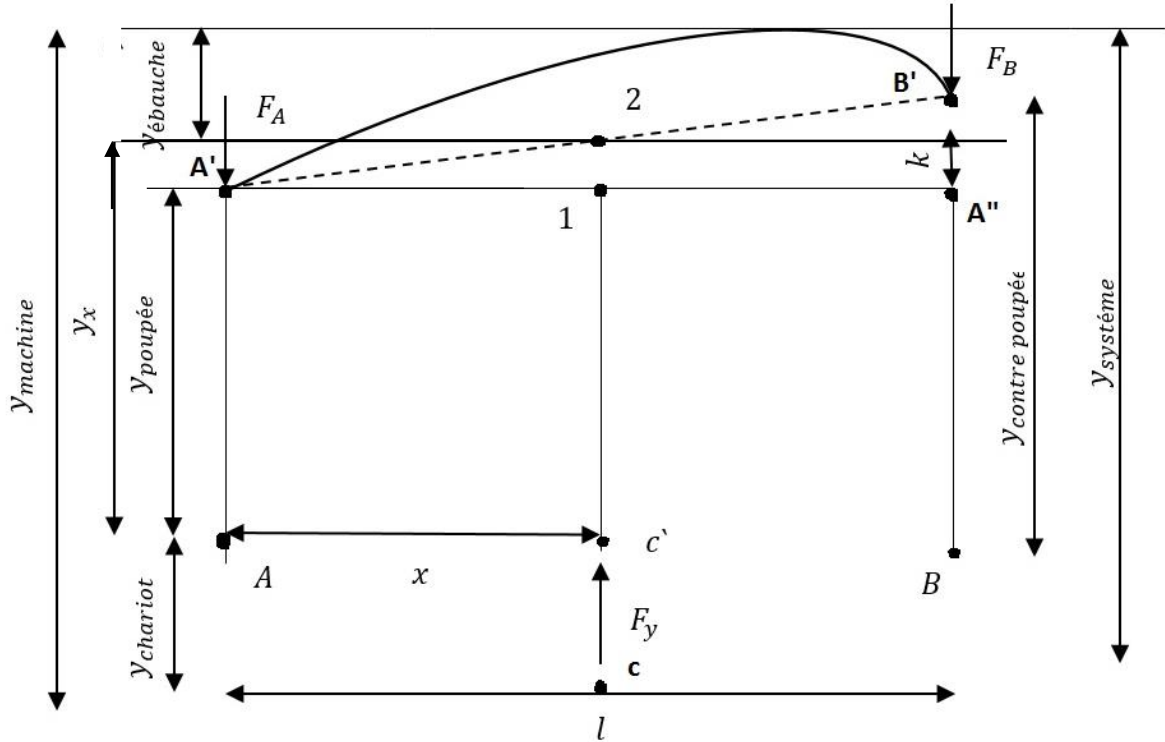


Figure IV-3 : schémas de l'analyse du modèle considéré

D'après la figure (IV-3) l'action de la composante de coupe  $F_y$  appliquée en un point sur  $ox$  nous obtenons ;

- La poupée la poupée fixe qui se déplace de  $A$  à  $A'$ , la longueur du refoulement  $y_p$
- La contre poupée qui se déplace de  $B$  à  $B'$ , la longueur du refoulement  $y_{contre\ poupée}$
- Le chariot qui se déplace de  $c$  à  $c'$ , la longueur de  $y_{chariot}$  :

La section  $x$  se déplace de  $y_x$  où  $y_x = y_p + k$ , on sait que :

$$\begin{cases} y_p = \frac{F_A}{j_p} \\ y_{contre\ poupée} = \frac{F_B}{j_{contre\ poupée}} \end{cases} \quad IV.3$$

Appliquons les moments

$$\begin{cases} F_A \cdot l = F_y(l - x) \Rightarrow F_A = \frac{F_y(l - x)}{l} \\ F_B \cdot l = F_y \cdot x \Rightarrow F_B = \frac{F_y \cdot x}{l} \end{cases} \quad IV.4$$

Si nous remplaçons dans la formule IV - 3

$$y_p = \frac{F_A}{j_p} = \frac{F_y(l-x)}{l \cdot j_p} \quad IV.5$$

$$y_{\text{contre poupée}} = \frac{F_y \cdot x}{l \cdot j_{\text{contre poupée}}} \quad IV.6$$

Pour des triangles semblables

$$\frac{x}{l} = \frac{k}{(y_{\text{contre poupée}} - y_p)}$$

$$\text{D'où} \quad k = \frac{x(y_{\text{contre poupée}} - y_p)}{l} \quad IV.7$$

On déduit alors de  $y_x = y_p + k$  que

$$\begin{aligned} y_x &= y_p + (y_{\text{contre poupée}} - y_p) \frac{x}{l} \\ \Rightarrow y_x &= \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right) + \left[ \frac{F_y}{j_{\text{contre poupée}}} \left( \frac{x}{l} \right) - \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right) \right] \cdot \left( \frac{x}{l} \right) \\ y_x &= \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right) + \frac{F_y}{j_{\text{contre poupée}}} \left( \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right) \left( \frac{x}{l} \right) \\ &= \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right) \left( 1 - \frac{x}{l} \right) + \frac{F_y}{j_{\text{contre poupée}}} \left( \frac{x}{l} \right)^2 \\ y_x &= \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right)^2 + \frac{F_y}{j_{\text{contre poupée}}} \left( \frac{x}{l} \right)^2 \quad IV.8 \end{aligned}$$

Désignons par  $y$  les refoulements totaux de la machine, quel que soit la position de l'outil le long de l'axe de l'ébauche on obtient d'après la figure 3  $y_{\text{machine}} = y_{\text{chariot}} + y_x$  avec;

$$\begin{aligned} y_{\text{chariot}} &= \frac{F_y}{j_{\text{chariot}}} \\ y_m &= \frac{F_y}{j_{\text{chariot}}} + \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right)^2 + \frac{F_y}{j_{\text{contre poupée}}} \left( \frac{x}{l} \right)^2 \quad IV.9 \end{aligned}$$

Dans ce cas la rigidité de la machine est donnée par d'après la formule IV. 9:

$$j_m = \frac{F_y}{y_m} = \frac{F_y}{\frac{F_y}{j_{\text{chariot}}} + \frac{F_y}{j_p} \left( \frac{l-x}{l} \right)^2 + \frac{F_y}{j_{\text{contre poupée}}} \left( \frac{x}{l} \right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{j_m} = \frac{1}{j_{\text{chariot}}} + \frac{1}{j_p} \left(\frac{l-x}{l}\right)^2 + \frac{1}{j_{\text{contre poupée}}} \left(\frac{x}{l}\right)^2 \quad IV.10$$

Dans les cas d'analyse des travaux il est nécessaire de faire appel à la flexibilité  $w$  qui est une valeur inverse de la rigidité  $w = \frac{1}{j}$

$$w_m = w_{\text{chariot}} + w_p \left(\frac{l-x}{l}\right)^2 + w_{\text{contre poupée}} \left(\frac{x}{l}\right)^2 \quad IV.11$$

Quel que soit la position de l'outil le long de l'axe de l'ébauche la flèche d'une ébauche usinée est définie par la formule

D'après le cours RDM

$$f = \frac{F_y l^3}{48EI} = y_{\text{max}} \quad \text{Avec } I = \frac{\pi \phi^4}{16}$$

$$y_{\text{éb}} = \frac{F_y (l-x)^2 x^2}{3EI.l} \quad IV.12$$

Où  $\left\{ \begin{array}{l} E: \text{module d'Young (kgf/mm}^2\text{)} \\ I: \text{moment d'inertie } I = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{avec } x = \frac{l}{2} \\ l: \text{long de l'ébauche} \end{array} \right.$

## IV.5 Procédure expérimentale

La méthode statique consiste à déterminer la rigidité du système par l'application des charges régulières au système de la machine-outil, les valeurs de ces charges correspondent aux actions des efforts de coupe dans différentes sections de l'ébauche en prise,

### IV.5.1 le matériel

- **La machine** : Pour la réalisation de la mesure ; nous avons pris comme référence le tour disponible au hall de technologie dont les caractéristiques sont les suivantes :

Modèle	Moteur (kW)	Dimension (mm)	Poids (kg)	Courant Max (A)	Tension (V)	Fabrication
SN 40C	2.4	2575x1100x1410	1890	6.6	380	1988



Figure IV-4 : machine à tour SN 40C

- **L'ébauche** : On a pris une ébauche de diamètre 70mm et de 290mm de long de matières acier A60.
- **Instruments de mesure** : On a utilisé 4 comparateurs à cardan avec leur support, ils sont places sur les trois sections correspondantes aux points d'application de l'effort  $F_y$

Lecteur (mm)	Course (mm)	Diamètre extérieur (mm)
0.01	10	58

Tableau IV.1 : caractéristiques techniques des comparateurs à cardan

On prend un dynamomètre a ressort de 100 N et leur caractérisation technique sont :

- Capacité : 100N
- Division : 1N
- Précision :  $\pm 0,3\%$
- Plage de tare : 15 à 20%
- Échange de la suspension : Système "click and go"
- L (longueur de la balance) : 100 mm
- L0 (longueur sans charge) : 225 mm
- LM (longueur maximale) : 325 mm

- LP (avec l'option de set de pression 4.004) : 300 mm
- Diamètre : 12 mm
- Composants résistants à la corrosion (seulement le support protégé)
- Poids net : 38 g
- Poids brut : 52 g
- Étalonnage : non (seulement) par le fabricant
- Instructions de fonctionnement : D / E / F / I / ES / P / NL



Dynamomètre



Comparateur à carbon

Figure IV-5 : instruments de mesure (Dynamomètre- Comparateur à carbon)



Figure IV-6 : dynamomètre a ressort

## IV.5.2 Méthodologie

Pour réaliser cette expérience on doit faire :

### IV.5.2.1 Etalonnage du tambour par un dynamomètre

A l'aide du tambour du chariot transversal, On charge le dynamomètre avec des charges ( $Q_i$ ) progressives allant de zéro kg, puis on relève sur le tambour du tour la graduation et le déplacement correspondants ( $n_i$ ).

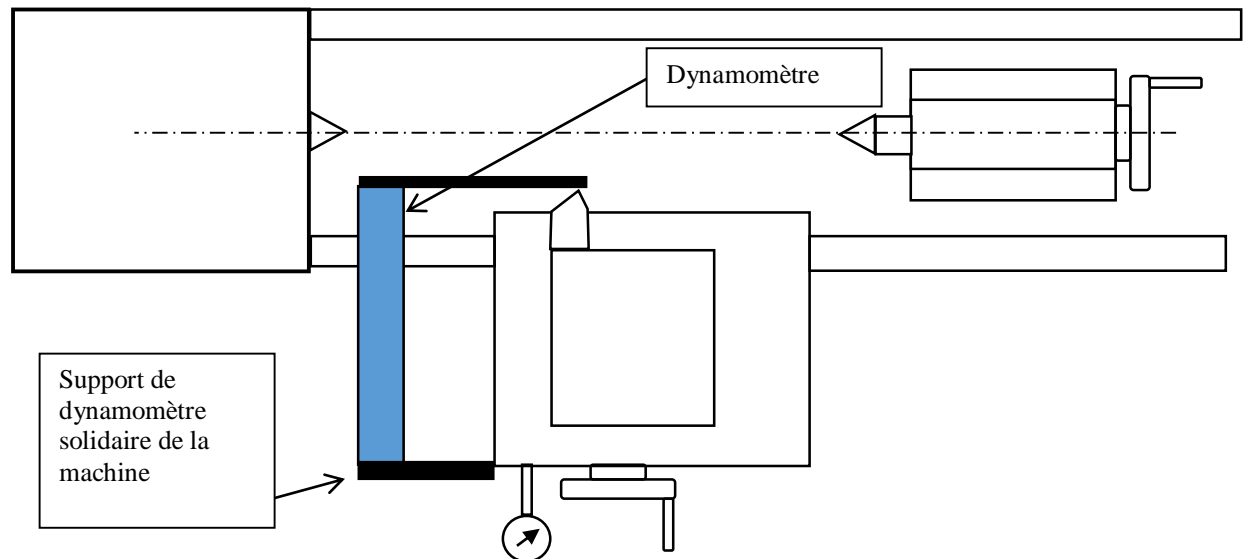


Figure VI-7 : Dispositif de l'étalonnage



Figure IV-8 : dispositif d'étalonnage du tambour

#### IV.5.2.2 mesure des refoulements par la méthode statique

Rigidité de la machine à l'état statique est déterminée expérimentalement d'après la méthode décrite précédemment.

Nous avons utilisé une barre d'acier (A60), de 290 mm de longueur et de 70 mm de diamètre.

Nous exerçons un effort de pression radial utilisant la graduation du tambour étalonné au niveau de chaque section des trois différentes sections de la barre

Nous relevons les refoulements ( $y_i$ ) des éléments du système, causés par cet effort par les comparateurs à cadran. Les résultats de mesure sont regroupés dans chapitre suivant.



Figure IV-9 : dispositif de mesure le refoulement de machine (tour)

**CHAPITRE V :**  
**RESULTATS ET DISCUSSIONS**

## V.1 Etalonnage

Avant de procéder à la mesure des refoulements au niveau de la poupée et de l'ébauche il faut tout d'abord étalonner le tambour de la machine. Il s'agit d'exprimer les déplacements attribués au chariot (porte l'outil) en force appliquée à l'ébauche qui normalement correspondrait à l'effort de coupe engagé. Les résultats d'étalonnage sont donnés sur le tableau et la figure sur Tableau V.1 et la figure IV.1 suivants :

Tableau V.1 : résultats d'étalonnage du tambour.

Distance ( $\mu\text{m}$ )	Charge Q (Kg)	Distance ( $\mu\text{m}$ )	Charge Q (Kg)	Distance ( $\mu\text{m}$ )	Charge Q (Kg)
25,00	0,1056	52,50	2,8006	80,00	5,4956
27,50	0,3506	55,00	3,0456	82,50	5,7406
30,00	0,5956	57,50	3,2906	85,00	5,9856
32,50	0,8406	60,00	3,5356	87,50	6,2306
35,00	1,0856	62,50	3,7806	90,00	6,4756
37,50	1,3842	65,00	4,0256	92,50	6,7206
40,00	1,5756	67,50	4,2706	95,00	6,9656
42,50	1,8206	70,00	4,5156	97,50	7,2106
45,00	2,0656	72,50	4,7606	100,00	7,4556
47,50	2,3106	75,00	5,0056		
50,00	2,5556	77,50	5,2506		

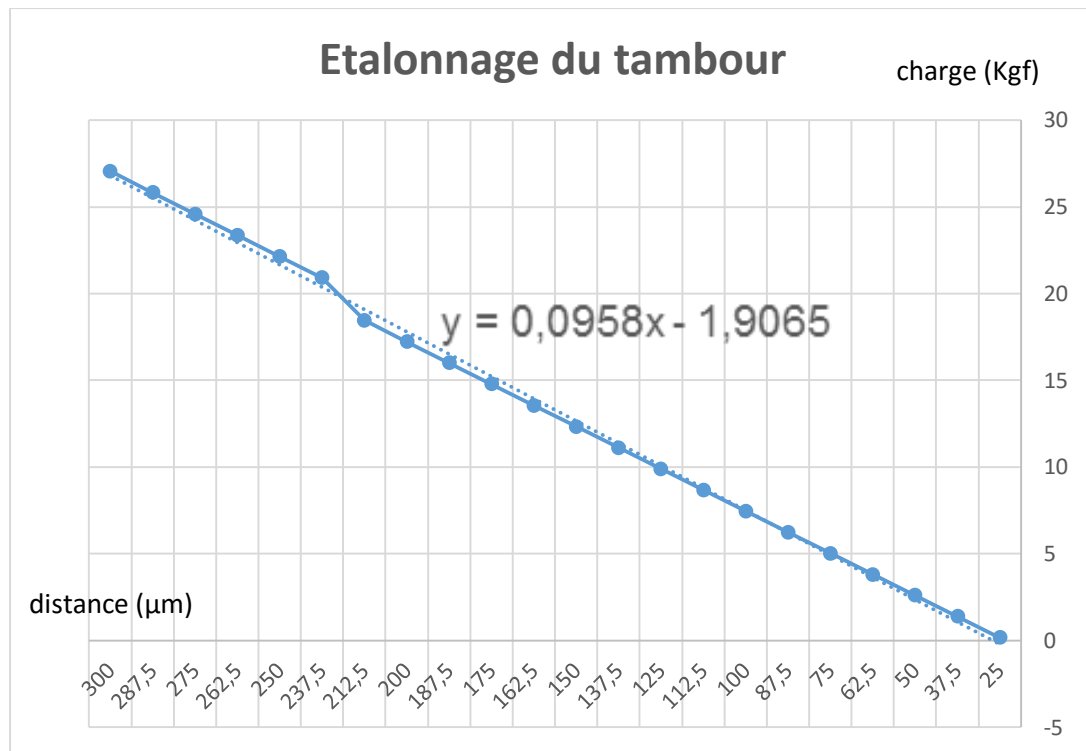


Figure V.1 : courbes d'étalonnage

### V.2 Mesure des refoulements

La mesure des refoulements consiste enregistrer les déformations du système de prise de pièce lors de l'application de l'effort de coupe en trois niveaux à savoir ; au niveau du mandrin, de la contre pointe et au milieu de l'ébauche. Ces décalages agissent comme perturbateurs de l'usinage et sont traduits en défauts mesurables sur la forme et les dimensions de la pièce. Les résultats de mesure des refoulements sont donnés sur les tableaux suivants :

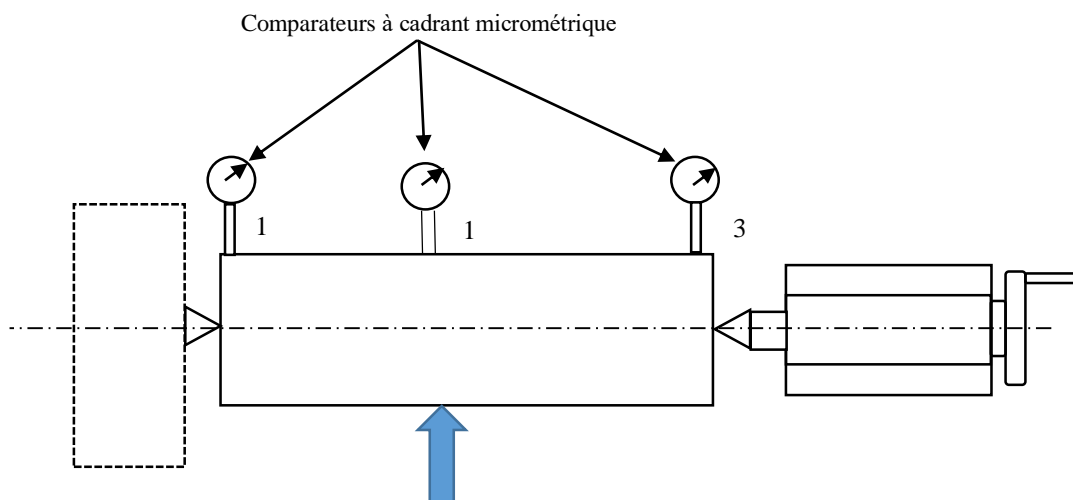


Figure V.2 : Niveaux de mesure des refoulements

### V.2.1 Section 1 : au niveau du mandrin

Tableau V.2: Refoulements des éléments du tour au niveau de la section 1 en fonction des charges appliquées.

N°	$y_x(\mu\text{m})$	$F_y(\text{Kgf})$	$y_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{cp}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{ch}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{eb}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_m$ ( $\mu\text{m}$ )
1	25	0,171875	0	5	0	1	0
2	37,5	1,384219	0	8	0	2	0
3	50	2,5975	0	11	1	3	0
4	62,5	3,811718	0,1	13	1	4	1,1
5	75	5,026874	0,15	16	2	5,5	2,15
6	87,5	6,242966	0,3	18	3	6	3,3
7	100	7,459994	0,6	20	3	7,5	3,59
8	112,5	8,677959	0,8	22	4	9	4,79
9	125	9,896859	1	25	5	10	6
10	137,5	11,116694	1,3	28	5	12	6,30
11	150	12,337464	1,5	32	5	14	6,50
12	162,5	13,559168	1,8	36	7	15,5	8,79
13	175	14,781806	2	40	8	17	10
14	187,5	16,005376	2,2	44,5	8	19	10,2
15	200	17,229878	2,3	49	8	21,5	10,3
16	212,5	18,455312	2,5	53	10	23,5	12,5
17	237,5	20,908969	2,9	61	10	27	12,9
18	250	22,137191	3	66	11	30	14
19	262,5	23,366341	3	70,5	12	32	15
20	275	24,596417	3,2	75	13	35	16,2
21	287,5	25,827419	3,3	80	15	37	18,3
22	300	27,059346	3,5	85	15	40	18,5

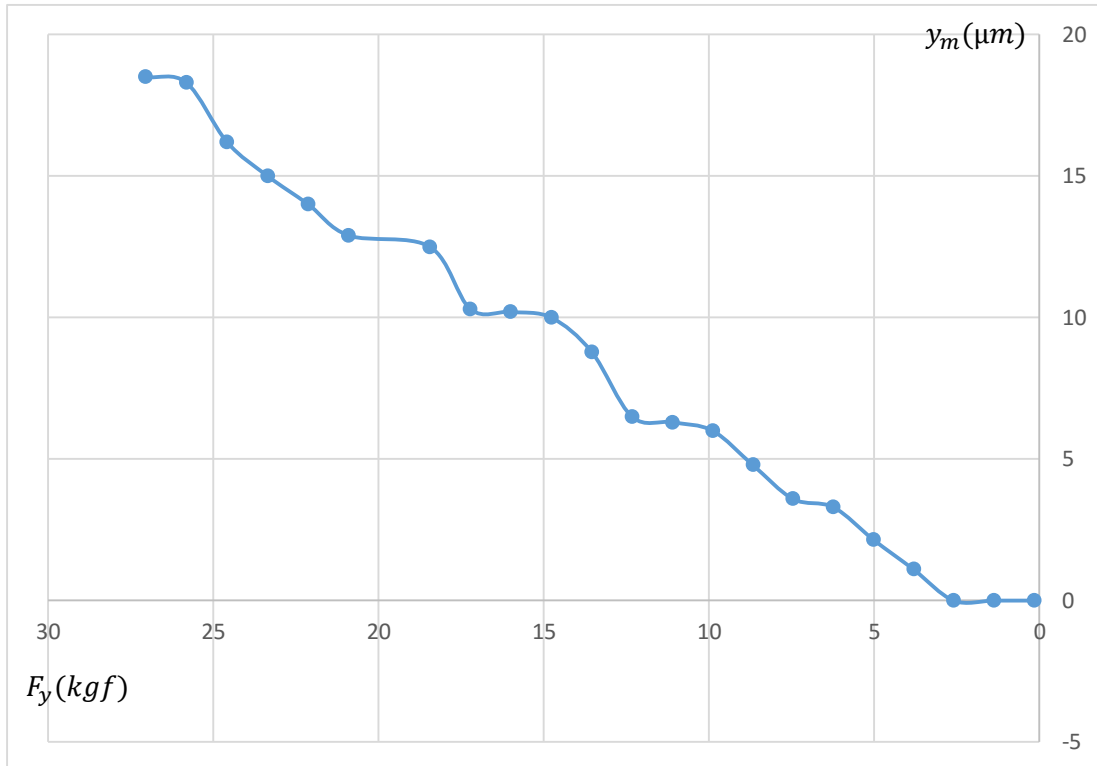


Figure V.3 : courbes des refoulements du tour en fonction des charges appliquée en section 1.

**V.2.2 Section 2 : au niveau de l'ébauche**

Tableau V.3: Refoulements des éléments du tour au niveau de la section 2 en fonction des charges appliquées

N°	$y_x$ ( $\mu\text{m}$ )	$F_y$ (Kgf)	$y_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{cp}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{ch}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{eb}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_m$ ( $\mu\text{m}$ )
1	50	2,5975	0	0	0	1	0
2	75	5,026874	2,4	1,5	0	11	0
3	87,5	6,242966	4,6	6	1	17	3,65
4	100	7,459994	6,3	8	1	23	4,575
5	112,5	8,677959	8,1	11	2	26,5	6,775
6	125	9,896859	9,2	12	3	29	8,3
7	137,5	11,116694	10,5	13	3	31	8,875
8	150	12,337464	11	16	4	33	10,75
9	162,5	13,559168	11,3	16	5	34,5	11,825

10	175	14,781806	11,6	17	5	36,5	12,15
11	187,5	16,005376	12	17	5	38	12,25
12	200	17,229878	12	19	7	38	14,75
13	212,5	18,455312	12,2	19	8	39	15,8
14	225	19,6485	12,9	19	8	41	15,975
15	237,5	20,908969	13,4	20	8	42	16,35
16	250	22,137191	14,2	21	9	44	17,8
17	262,5	23,366341	14,6	23	9	46	18,4
18	275	24,596417	15,3	25,5	10	47	20,2
19	287,5	25,827419	15,8	26	10	49	20,45
20	300	27,059346	16,2	27	10	51	20,8

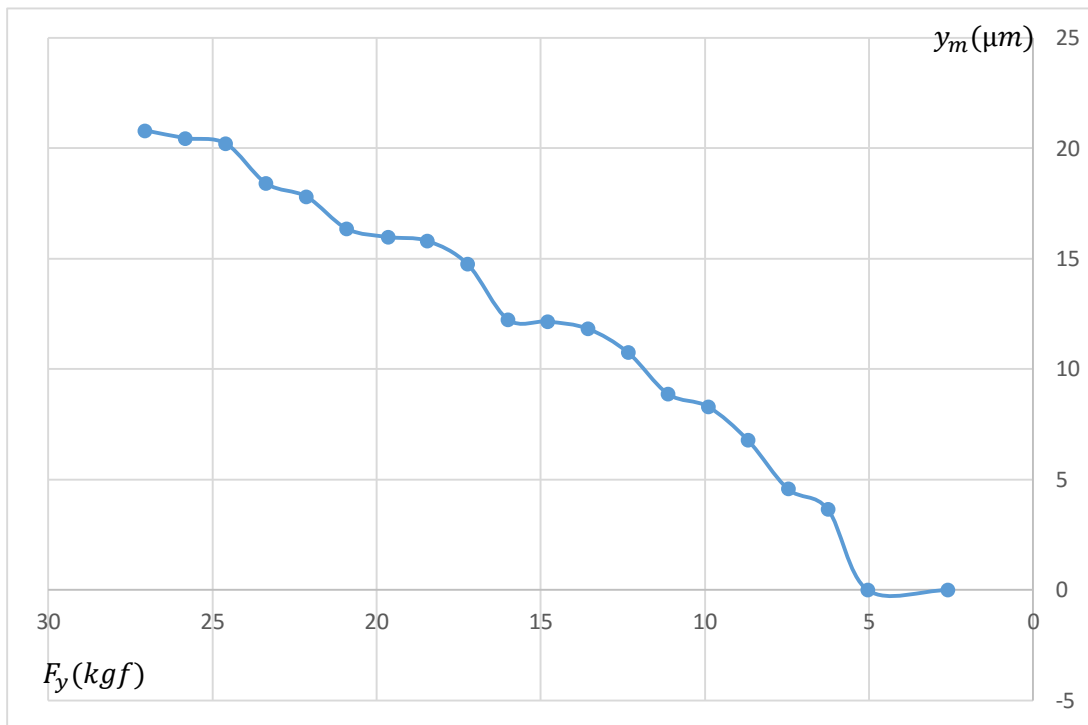


Figure V.4 : courbes des refolements du tour en fonction des charges en section 2.

### V.2.3 Section 3 : au niveau poupée

Tableau V.4 : Refoulements des éléments du tour au niveau de la section 3 en fonction des charges appliquées.

N°	$y_x(\mu\text{m})$	$F_y(\text{Kgf})$	$y_p$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{cp}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{ch}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_{eb}$ ( $\mu\text{m}$ )	$y_m$ ( $\mu\text{m}$ )
1	25	0,171875	3,4	0	0	0	0
2	50	2,5975	6,1	1	0	0	0
3	75	5,026874	8,5	1	1	1	2
4	100	7,459994	10,4	1	1	2	2
5	125	9,896859	12,2	1	2	2,5	3
6	150	12,337464	14,5	1	3	3	4
7	175	14,781806	15,2	1	3	3,5	4
8	200	17,229878	17,5	1	4	4	5
9	225	19,6485	19,8	2	5	5	7
10	250	22,137191	21,8	2	5	6	6,9
11	275	24,596417	24,1	2	5	7	6,9
12	300	27,059346	26,4	2	7	8	9
13	312,5	28,031	27,6	2	8	9	10
14	325	29,2285	28,9	2	8	10	10
15	337,5	30,426	30,4	2	8	10	10
16	350	31,6235	31,6	2	10	10	12
17	375	34,0185	34	2	10	12	12
18	400	36,4135	37	2	11	13	13

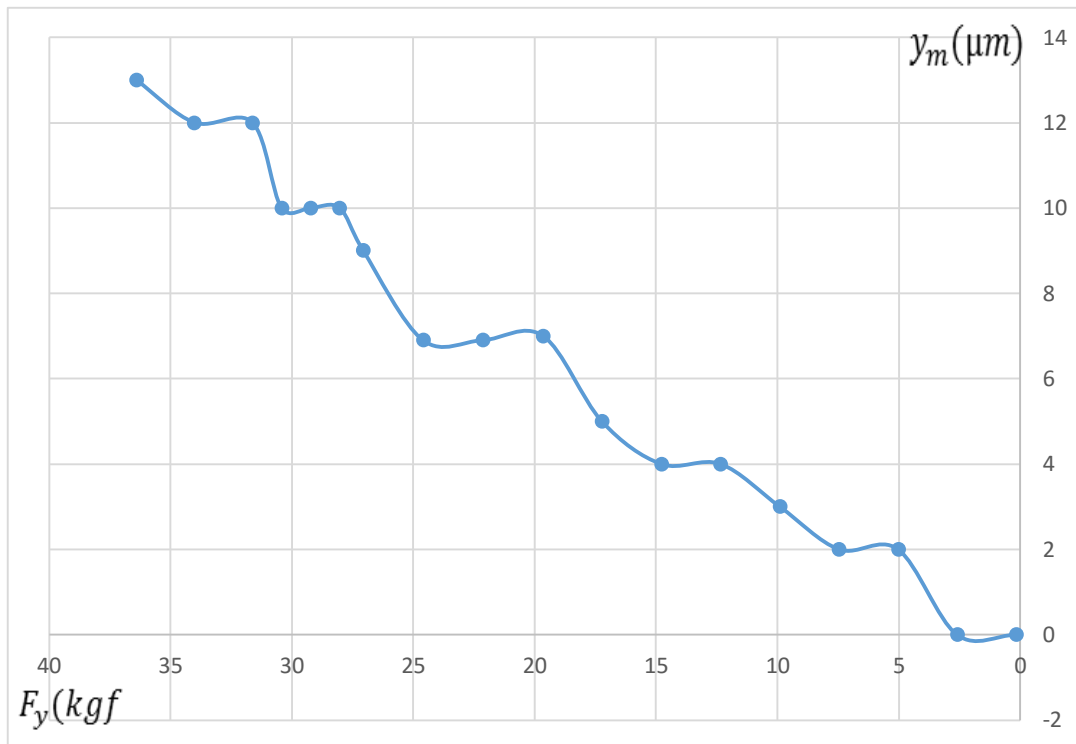


Figure V.5: courbes des refoulements du tour en fonction des charges en section 3.

### V.3 Calcul de la rigidité

Nous avons procédé au calcul de la rigidité de la machine dans chaque section selon les formules développées et présentées au chapitre IV, les résultats sont représentés dans les tableaux V.5, V.6 et V.7

#### V.3.1 Section 1

Tableau V.5 : Rigidité des éléments du tour au niveau de la section 1

N°	$J_{ch}$ (kgf/ $\mu\text{m}$ )	$J_p$ (kgf/ $\mu\text{m}$ )	$J_{cp}$ (kgf/ $\mu\text{m}$ )	$J_{mach}$ (kgf/mm)
1	/	/	0,034375	/
2	/	/	0,17302738	/
3	2,5975	/	0,23613636	/
4	3,811718	38,11718	0,29320908	3465,19818
5	2,513437	33,5124933	0,31417963	2338,08093
6	2,08098867	20,8098867	0,34683144	1891,80788
7	2,48666467	12,4333233	0,3729997	2072,22056
8	2,16948975	10,8474488	0,39445268	1807,90813
9	1,9793718	9,896859	0,39587436	1649,4765

10	2,2233388	8,55130308	0,39702479	1764,5546
11	2,4674928	8,224976	0,38554575	1898,07138
12	1,937024	7,53287111	0,37664356	1540,81455
13	1,84772575	7,390903	0,36954515	1478,1806
14	2,000672	7,27517091	0,35967137	1569,15451
15	2,15373475	7,4912513	0,35163016	1672,80369
16	1,8455312	7,3821248	0,34821343	1476,42496
17	2,0908969	7,20998931	0,34276998	1620,85031
18	2,01247191	7,37906367	0,33541198	1581,22793
19	1,94719508	7,78878033	0,33143746	1557,75607
20	1,89203208	7,68638031	0,32795223	1518,29735
21	1,72182793	7,82649061	0,32284274	1411,33437
22	1,8039564	7,73124171	0,31834525	1462,66735

### V.3.2 Section 2

Tableau IV.6 : Rigidité des éléments du tour par la charge appliquée en section 2

N°	$J_{ch}$ (kgf/μm)	$J_p$ (kgf/μm)	$J_{cp}$ (kgf/μm)	$J_{mach}$ (kgf/mm)
1	/	/	/	/
2	/	2,09453083	3,35124933	/
3	6,242966	1,35716652	1,04049433	1710,40164
4	7,459994	1,18412603	0,93249925	1630,59978
5	4,3389795	1,07135296	0,78890536	1280,87956
6	3,298953	1,07574554	0,82473825	1192,39265
7	3,70556467	1,05873276	0,85513031	1252,58524
8	3,084366	1,12158764	0,7710915	1147,67107
9	2,7118336	1,19992637	0,847448	1146,65268
10	2,9563612	1,27429362	0,869518	1216,60955
11	3,2010752	1,33378133	0,94149271	1306,56131
12	2,46141114	1,43582317	0,90683568	1168,12732
13	2,306914	1,51273049	0,97133221	1168,05772
14	2,4560625	1,52313953	1,03413158	1229,95305
15	2,61362113	1,56037082	1,04544845	1278,83602

<b>16</b>	2,45968789	1,55895711	1,05415195	1243,66242
<b>17</b>	2,59626011	1,60043432	1,01592787	1269,90984
<b>18</b>	2,4596417	1,60760895	0,96456537	1217,64441
<b>19</b>	2,5827419	1,63464677	0,99336227	1262,95447
<b>20</b>	2,7059346	1,67033	1,002198	1300,9301

### V.3.3 Section 3

Tableau V.7 : Rigidité des éléments du tour sur la section 3

N°	$J_{ch}$ (kgf/ $\mu$ m)	$J_p$ (kgf/ $\mu$ m)	$J_{cp}$ (kgf/ $\mu$ m)	$J_{mach}$ (kgf/mm)
<b>1</b>	/	0,05055147	/	/
<b>2</b>	/	0,42581967	2,5975	/
<b>3</b>	5,026874	0,59139694	5,026874	2513,437
<b>4</b>	7,459994	0,71730712	7,459994	3729,997
<b>5</b>	4,9484295	0,81121795	9,896859	3298,953
<b>6</b>	4,112488	0,85085959	12,337464	3084,366
<b>7</b>	4,92726867	0,97248724	14,781806	3695,4515
<b>8</b>	4,3074695	0,98456446	17,229878	3445,9756
<b>9</b>	3,9297	0,99234848	9,82425	2806,92857
<b>10</b>	4,4274382	1,01546748	11,0685955	3162,45586
<b>11</b>	4,9192834	1,02059822	12,2982085	3513,77386
<b>12</b>	3,86562086	1,02497523	13,529673	3006,594
<b>13</b>	3,503875	1,01561594	14,0155	2803,1
<b>14</b>	3,6535625	1,01136678	14,61425	2922,85
<b>15</b>	3,80325	1,00085526	15,213	3042,6
<b>16</b>	3,16235	1,00074367	15,81175	2635,29167
<b>17</b>	3,40185	1,00054412	17,00925	2834,875
<b>18</b>	3,31031818	0,98414865	18,20675	2801,03846

#### V.4 Discussions

Le traitement des résultats de mesure obtenus et présentés dans les tableaux (V.5, 6 et 7), ont permis de déterminer des valeurs de la rigidité ( $J_{mach}$ ) et par la suite la flexibilité ( $W_m$ ) respectivement au niveau de la broche, poupée mobile et l'ébauche.

Tableau V.8 : valeurs de la rigidité et la flexibilité dans les différentes sections.

	$J_{mach}$ (kgf/mm)	$W_m$ (mm/kg)
<b>Section I</b>	1777,72789	0,00058739
<b>Section II</b>	1279,13494	0,00079038
<b>Section III</b>	3081,10547	0,00032878

Ces résultats permettent de prédire les déformations de la machine qui se répercutent directement sur les pièces usinées exprimées en  $W_m$ .

On constate que la machine présente des valeurs de rigidité assez remarquables, ceci a été traduit de manière assez explicite par les valeurs de la flexibilité  $W_m$  qui sont micrométriques.

La flexibilité au niveau de la section 2 sont de l'ordre de 0,00079038 mm/kg ce qui correspond à un décalage de 0.7 microns/kg au pire des cas, au milieu de l'ébauche. Ce décalage génère un défaut de tonneau ou gonflement de 0.7 microns/kgf sur le diamètre chez la pièce usinée (figure V.6) dans le cas où la pièce est moins rigide que la machine mais, dans le cas où la pièce est plus rigide que la machine on rencontre le défaut de sablier

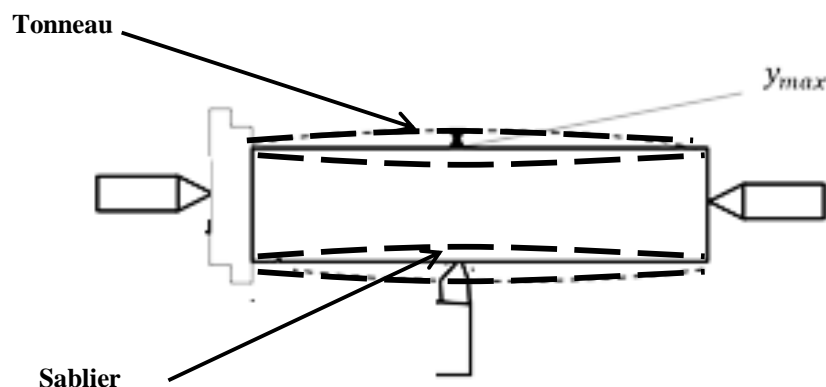


Figure V.6: Défaut générés par les refoulements dans la section 2

Par contre les valeurs de  $W_m$ , sont de l'ordre de 0,00058739 mm/kg c'est-à-dire un décalage de 0.5 microns/kg, au niveau de la broche, ce qui semble anormale comparé à celui de la poupée mobile qui est de l'ordre de 0,00032878 c'est à dire de 0.3 microns/kgf. Ce qui semble paradoxal car la poupée devrait être moins rigide que la broche.

Nous attribuons ce ci aux jeux au niveau des roulements beaucoup plus que pour la déformation du montage car la machine n'a pas subi de révision des roulements depuis son installation en 1990.

Les décalages au niveau de la broche ou au niveau de la poupée génèrent un défaut semblable mais de sens inversé, il s'agit du gonflement de l'une des extrémités de la pièce représenté sur la figure. V.7. Dans notre cas le défaut du aux refoulements aux extrémités est entre compris entre 0.3 à 05 microns/kgf

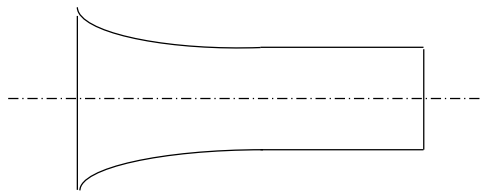


Figure V.7 : Défaut de gonflement de l'extrémité du aux refoulements au niveau lu mandrin ou de la poupée mobile.

## **CONCLUSION GENERALE**

## *Conclusion Générale*

---

Par cette étude, nous avons investi une partie d'un thème important qui s'inscrit dans le contexte interaction machine-processus d'usinage.

Nous avons contourné l'aspect théorique du sujet ce qui nous a permis d'établir un modèle de mesure de la rigidité d'un système mandrin-contre poupée-pièce présenté à la fin du troisième chapitre.

Nous avons proposé une procédure expérimentale pour mettre en application le modèle établi et pour vérifier et confirmer sa validité.

Le développement de cette technique de mesure nous a permis de déterminer les défauts émanant des efforts de coupe et leur impact sur la qualité de la pièce à n'importe quelle position de l'outil le long de la pièce usinée

La procédure expérimentale nous a révélé les faits suivants ;

La machine présente des valeurs de rigidité assez remarquables, La flèche au niveau du u milieu de l'ébauche responsable de la forme du tonneau ou du sablier est de 0.7 microns/kg. Qu'on peut éviter par un soutien par lunette à suivre pour le minimiser

Les défauts aux extrémités sont compris entre 0.3 à 05 microns/kgf. Au niveau de la broche la machine souffre d'un décalage de 0.5 microns/kg c'est normal puisqu'elle n'a pas subi de révision des roulements depuis son installation en 1990. Nous invitons les instances responsables de la maintenance à intervenir dans le sens de remplacer les roulements et de contrôler les jeux fonctionnels.

Comme le défaut enregistré au niveau de la poupée mobile est de 0.3 microns/kgf nous proposons de procéder à un rattrapage des jeux soit par pincement au niveau du canon porte pointe soit par cales de rattrapage de jeux au niveau des glissières du banc de tour

Nous avons par ce travail abordé les erreurs d'usinage issues du tour, cela représente seulement une topologie des machines disponibles, nous invitons les étudiants à reprendre ce travail en vue de l'améliorer et pour étudier d'autres topologies de machines comme les fraiseuses, rectifieuses mais ceci serait d'une grande importance s'il serait appliqué aux machines à CN ou aux centres d'usinage.

## Références bibliographiques

- [1] **GUIASSA Rachid**, méthodes de compensation des erreurs d'usinage utilisant la sur machines-outils, thèse De Doctorat, Université de Montréal, décembre 2012
- [2] **BARKA Nouredine**, Développement d'un système de mesure en temps réel des erreurs dans les machines-outils à axes multiples pour une compensation active, thèse De Doctorat, Université du Québec, Janvier 2005
- [3] **STEPHEN C. VELDHUIS, B. Eng. and Mgmt., M. Eng.** modeling and compensation of errors in five-axis machining, thesis of doctorate, McMaster University, July 1998
- [4] **R. BOUGHEDAOU, I. BELAIDI, M. OUALI.** Modélisation Des Vibrations D'usinage, Publication, January 2014, Université Saad Dahlab Blida, Université M'Hamed bougara Boumerdes, Université Yahia Farés Médéa, Algérie.
- [5] **V. MOREAU**, Etude Dynamique De L'usinage Et De L'interaction Pièce-Outil Par Mesure Des Déplacements : Application Au Fraisage Et Au Tournage, thèse De Doctorat, l'École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, paris, 28 Janvier 2010
- [6] **D. AOUCHE**, Etude de l'effet du couplage entre les déformations de l'outil de coupe et de la pièce usinée sur la stabilité de l'opération du tournage, Mémoire de Magistère, Université De Batna, Algérie,2009.
- [7] **A. SEBBAK**, Etude cinématique d'une machine-outil à structure parallèle, Mémoire master professionnel, Université Kasdi Merbah Ouargla, Algérie, 15 juin 2013
- [8] **Y.Y. Hsu, S.S. Wang**, A new compensation method for geometry errors of five-axis machine tools, International Journal of Machine Tools & Manufacture 47 (2007) 352–360, Department of Mechanical Engineering, Chung Hua University, Hsinchu, Taiwan, ROC, 14 March 2006
- [9] **ADAM HANSEL, KAZUO YAMAZAKI, KYLE KONISHI**, Improving CNC Machine Tool Geometric Precision Using Manufacturing Process Analysis Techniques, Procedia CIRP 14 (2014) 263 – 268, University of California, Davis, USA- DMG Mori Seiki, Davis, CA, USA.

- [10] **DAVID PREVOST**, Modélisation avancée du couple Machine-Outil / Commande Numérique dans un contexte UGV pour l'optimisation du calcul de trajectoires multi axes, thèse De Doctorat, L'école Normale Supérieure De Cachan, 12 juillet 2011
- [11] **F. MAHFOUDI**, Etude De L'influence De La Machine-Outil Sur Les Paramètres Technologiques En Particulier Lors De L'usinage Des Matériaux Durs, thèse de doctorat, Université Badji Mokhtar – Annaba, Année 2010.
- [12] **DAVID PREVOST, SYLVAIN LAVERNHE, CLAIRE LARTIGUE**, Modélisation D'axe De Machine-Outil Pour La Simulation Du Suivi De Trajectoires En UGV, Publication, Université Paris Sud 11, 9 avenue de la division Leclerc, 94234 Cachan cedex, France, 3 Jun 2014.
- [13] **F. PRUVOT**, Conception Et Calcul Des Machines-Outils, Vol 2, les brochures études cinématique, Première Edition, ISBN 2-88074-262-5, 1993, Presses polytechniques et universitaires romandes CH-1015 Lausanne.
- [14] **HAMED MORADI, GHOLAMREZA VOSSOUGH, MOHAMMAD R. MOVAHHEDI, MOHAMMAD T. AHMADIAN**, Forced Vibration Analysis of the Milling Process with Structural Nonlinearity, Internal Resonance, Tool Wear and Process Damping Effects, publication, School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Po Box 11155-9567, Tehran, Iran, International Journal of Non-Linear Mechanics 54(2013)22–34.
- [15] **R. BEAREE**, Prise En Compte Des Phénomènes Vibratoires Dans La Génération De Commande Des Machines-Outils A Dynamique Elevée, thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Lille, *décembre 2005*.
- [16] **L. MASSET**, Analyse de gammes d'usinage par la méthode des éléments finis, thèse de doctorat, Université De Liège, 2004.
- [17] **N. CHOUIKHI**, Diagnostic des états de surface par analyse vibratoire dans les procédés d'usinage, Mémoire de Magistère, Université Badji Mokhtar – Annaba, 2008.
- [18] **T. Kjellberg, A. von Euler-Chelpin, M. Hedlind, M. Lundgren, G. Sivard, D. Chen**, The machine tool model—A core part of the digital factory, publication, CIRP Annals - Manufacturing Technology 58 (2009) 425–428, Computer Systems for Design and Manufacturing, KTH – Production Engineering, Stockholm, Sweden

- [19] **Claudiu-Florinel BISU, Philippe DARNIS, Jean-Yves K'NEVEZ, Olivier CAHUC, Raynald LAHEURTE, Alain GÉRARD, Constantin ISPAS**, Nouvelle analyse des phénomènes vibratoires en tournage New vibrations phenomena analysis in turning, Université Bordeaux 1 – CNRS UMR 5469, 351, Cours de la libération 33405 Talence Cedex – France (UE)
- [20] **Claudiu Florinel BISU, Jean Yves K'NEVEZ, Philippe Darnis, Olivier CAHUC, Raynald LAHEURTE, Alain GERARD**, Détermination Du Centre De Raideur Pour Les Machines-Outils - Application Au Tournage, LMS, Université Politehnica De Bucarest, LMP, Université Bordeaux1, 351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex – France, LGMB, IUT Bordeaux 1, Domaine Universitaire33405 Talence Cedex - France, LMP, Université Bordeaux1, 351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex - France, LGMB, IUT Bordeaux 1, Domaine Universitaire33405 Talence Cedex - France, LMP, Université Bordeaux1, 351 Cours de la Libération, 33405 Talence Cedex – France, 5-6 juin 2008.
- [21] **CAMERON KAI-MING CHEN**, Analysis of The Metal Cutting Process Using the Shear Plane Model, thesis of Master, Montana state university, August 2010.
- [22] **Farida BENABID**, Etude Des Transferts Thermiques Au Cours D'une Opération D'usinage, Influence Sur L'usinage A Grande Vitesse, thèses de doctorat, Université De Batna, novembre 2015.
- [23] **HIMED Lynda**, Modélisation et simulation de la coupe orthogonale en utilisant un code de calcul Par la méthode des éléments finis, mémoire de magistère, Université De Batna, 2009.
- [24] **GROLLEAU V.** – Approche de la validation expérimentale des simulations numériques de la coupe avec prise en compte des phénomènes locaux à l'arête de l'outil – Thèse de doctorat de l'Ecole Doctorale Sciences pour l'Ingénieur de Nantes (1996).
- [25] **Josef Mayr, Jerzy Jedrzejewski, Eckart Uhlmann, M. Alkan Donmez, Wolfgang Knapp, Frank Hartig, Klaus Wendt, Toshimichi Moriwaki, Paul Shore), Robert Schmitt, Christian Brecher, Timo Wurz, Konrad Wegener**, Thermal Issues in Machine Tools, CIRP Annals - Manufacturing Technology 61 (2012) 771–791.
- [26] **JIRI VYROUBAL**, Compensation of machine tool thermal deformation in spindle axis direction based on decomposition method, Research Center of

- Manufacturing Technology, Faculty of Mechanical Engineering, The Czech Technical University in Prague, Czech Republic, Precision Engineering 36 (2012) 121– 127.
- [27] **Hu Shi, Chi Ma, Jun Yang, Liang Zhao, Xuesong Mei, Guofang Gong**, Investigation into effect of thermal expansion on thermally induced error of ball screw feed drive system of precision machine tools, a School of Mechanical, school of mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China- State Key Laboratory of Fluid Power Transmission and Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China, international Journal of Machine Tools & Manufacture 97(2015)60–71.
- [28] **Tobias Maier, Michael F. Zaeh**, Modeling of the Thermomechanical Process Effects on Machine Tool Structures, Institute of Machine Tools and Industrial Management (iwb), Technische Universität München, Boltzmannstraße 15, Garching 85748, Germany, Procedia CIRP 4 (2012) 73 – 78.
- [29] **Schmitt, Robert; Peterek, Martin**, Traceable Measurements On Machine Tools – Thermal Influences On Machine Tool Structure and Measurement Uncertainty, Laboratory for Machine Tools and Production Engineering (WZL) of RWTH Aachen University, Procedia CIRP 33 (2015) 576 – 580.
- [30] **Ranga Komanduri, Zhen Bing Hou**, unified approach and interactive program for thermal analysis of various manufacturing processes with application to machining, Mechanical and Aerospace Engineering, Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, USA, Publisher: Taylor & Francis, October 2014.
- [31] **NECIB Djilani**, Contribution à l'optimisation de la durée de vie d'un outil de coupe par l'application d'un champ magnétique, thèse de doctorat, Université Mentouri Constantine, 2011.
- [32] **Anatol Pashkevich, Damien Chablat, Philippe Wenger**, Analyse De La Rigidité Des Machines-Outils 3 Axes D'architecture Parallèle Hyperstatique, Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes, 5-6 juin 2008.
- [33] **X. Kong et C. M. Gosselin**, “Kinematics and Singularity Analysis of a Novel Type of 3-CRR 3-DOF Translational Parallel Manipulator,” The International Journal of Robotics Research, vol. 21(9), pp. 791–798, Septembre 2002.