

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE

OPTION : COMMANDE ELECTRIQUE

THEME

**MODELISATION DE L'HYSTERESIS MAGNETIQUE DANS UN DISPOSITIF
FERROMAGNETIQUE PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS EN UTILISANT LE
MODELE DE JILES-ATHERTON**

Proposé et dirigé par :

- M^r. HAMIMID Mourad

Présenté par :

- TALEB Fateh

- BOUATTIA Salim

Année Universitaire : 2006 / 2007



Remerciements

En premier lieu nous tenons à remercier le bon DIEU tout-puissant et miséricordieux de la bonne santé ; de la volonté et de la patience qu'il nous a accordée tout au long de nos études.

Nous tenons à exprimer toute reconnaissance et nos profonds remerciements à notre promoteur Monsieur HAMIMID MOURADE qui nous a aidé et dirigé par ses connaissances, ses conseils et ses orientations, ainsi que pour le temps qu'il a consacré pour évaluer et critiquer ce travail.

Nous tenons à exprimer notre gratitude aux membres du jury qui ont bien voulu consacrer de leur temps à l'examen et l'étude de notre travail.

Nos sincères remerciements vont à tous les enseignants du Département d'électrotechnique qui nous ont encouragé à donner le meilleur de nous mêmes, en nous assurant une formation aussi meilleure que possible.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants qui ont participé à notre formation et tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin pour la réalisation de ce travail.

Et enfin un remerciement spécial à nos collègues ; les étudiants du Département d'électrotechnique.

DEDICACE

A travers ce modeste travail

*Je dédie mes meilleurs vœux à mes très chers parents
(T.Hemida), à qui je n'arriverai jamais à exprimer ma gratitude et
ma reconnaissance, pour ses amours ses soutiens tout au long de
ma vie.*

A mes chères sœurs, mes oncles et mes grand-mères (Taleb.N)

A toute la famille (Aissa, Yassin)

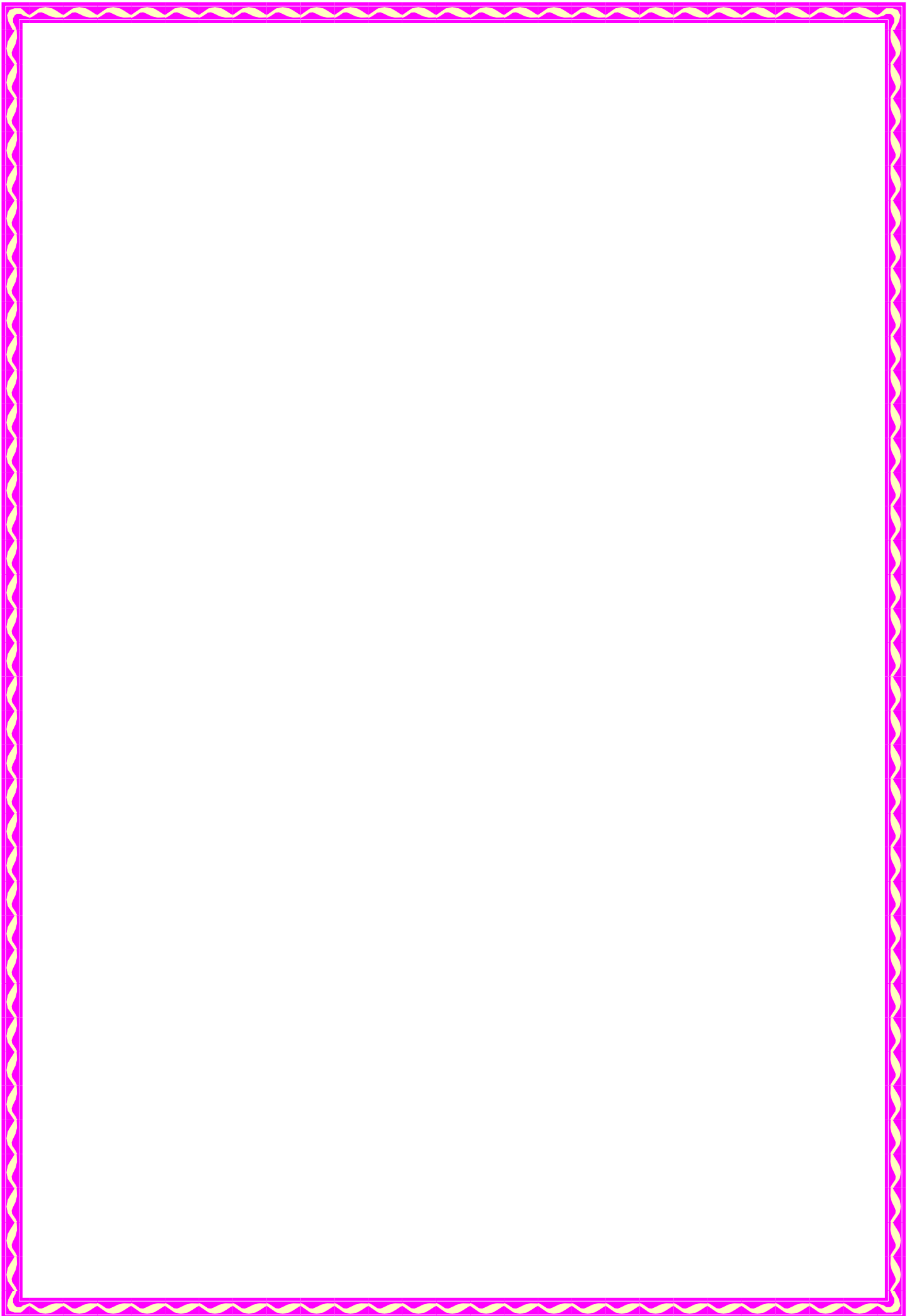
*A mes meilleurs amis : Yassin, Aissa, mohyeddin, Sakay, Samir,
Ebrahim, Belejaro , Elhadj , Hamza, Mofid*

*Mohamed, Mourad, Bousakra, Ben said, Salim, Abed elmalek,
Nacer, Reaid, Je remercie chaleureusement M: Ishak et Adil*

*A tous ceux qui ont vécu avec moi des moments inoubliables
dans notre petite maison G67etF32. A tous ceux qui me
connaissent de près ou de loin.*

A tous ce qu'ils ont aimé me voir ce jour là.

T.FATEH



Sommaire

Liste des figures

Table des symboles

Introduction générale..... 1

CHAPITRE I : Généralité sur le magnétisme

I-1 Introduction.....	3
I-2 Magnétisme.....	3
I-2-1 Rappel historique sur les phénomènes magnétiques.....	3
I-2-1-a Magnétisme au 19 ^{ème} siècle.....	3
I-2-1-b Magnétisme au 20 ^{ème} siècle.....	4
I-2-2 Origine microscopique du magnétisme.....	4
I-2-3 Moments magnétiques.....	5
I-2-3-a Moment orbital.....	5
I-2-3-b Moment de spin.....	5
I-2-3-c Moment magnétique total.....	6
I-3 Matériaux magnétiques.....	6
I-3-1 Histoire des matériaux.....	6
I-3-2 Définition et origine des matériaux.....	7
I-3-3 Différentes classes des matériaux.....	7
I-3-3-a Diamagnétiques.....	8
I-3-3-b Paramagnétiques.....	8
I-3-3-c Ferromagnétiques.....	8
I-3-3-d Antiferromagnétiques.....	9
I-3-3-e Ferrimagnétiques.....	9
I-4 Matériaux magnétique doux.....	10
I-5 Matériaux magnétique durs.....	10
I-6 Hystérésis.....	10
I-6-1 Définition.....	10
I-6-2 Analyse.....	11
I-6-3 Types du cycle d'hystérésis.....	11
I-6-3-a Cycle majeur.....	11
I-6-3-b Cycle mineur.....	12
I-7 Organisation de la matière.....	13

I-7-1 Origine des domaines de <i>Weiss</i>	13
I-7-2 Energie magnétique.....	13
I-7-2-a Energie d'échange.....	13
I-7-2-b Energie d'anisotropie cristalline.....	14
I-7-2-c Energie magnéto-élastique.....	15
I-7-2-e Energie magnétostatique.....	15
I-7-3 Mécanisme d'hystérésis.....	16
I-7-4 Parois de <i>Bloch</i>	17
I-7-4-a Origine des parois.....	17
I-7-4-b Parois du point de vue atomique.....	17
I-7-4-c Mouvements des parois de <i>Bloch</i>	17
I-8 Courants induits.....	18
I-8-1 En régime statique.....	18
I-8-2 En régime dynamique.....	19
I-9 Conclusion	20

CHAPITRE II : Les modèles d'hystérésis

II-1 Introduction.....	21
II-2 Les modèles analytiques	21
II-2-1 Le modèle de <i>Rayleigh</i>	22
II-2-2 Le modèle de <i>Frolich</i>	24
II-2-3 Le modèle fractionnel	25
II-2-4 Le modèle polynomial.....	26
II-2-5 Les modèles à fonctions multiples.....	26
II-2-6 Le modèle de <i>Potter</i>	27
II-2-7 Le modèle avec série de <i>Fourier</i>	28
II-2-8 Le modèle à fonctions auxiliaires	29
II-3 Les modèles dynamiques	30
II-3-1 Le modèle de <i>Duhem</i>	30
II-3-2 Le modèle de <i>Hodgdon</i>	31
II-4 Modèle de <i>Preisach</i>	34
II-4-1 Description du modèle de <i>Preisach</i>	34
II-5 Modèle de <i>Chua</i>	35
II-6 Le modèle de <i>Jiles-Atherton</i>	36

II-7 Synthèse et choix d'un modèle.....	37
II-8 Conclusion.....	39

CHAPITRE III : Etude du modèle de Jiles-Atherton

III-1 Introduction	40
III-2 Le modèle de <i>Jiles-Atherton</i>	40
III-2-1 Interaction entre moments magnétiques.....	40
III-2-2 Energie associée à la mobilité des parois	41
III-2-3 Cycle d'hystérésis	42
III-3 Analyse des effets des paramètres	45
III-3-1 Effet du paramètre k	46
III-3-2 Effet de paramètre a	46
III-3-3 Effet du paramètre c	47
III-3-4 Effet du paramètre α	47
III-3-5 Effet du paramètre M_s	48
III-4 Comparaison entre modèle de <i>Jiles-Atherton</i> , <i>Chua</i> et <i>Preisach</i>	48
III-5 Conclusion.....	50

CHAPITRE IV : Etude expérimentale

IV-1 Introduction.....	51
IV-2 Montage pratique.....	51
IV-2-1 Les matériels utilisés pour réaliser le montage.....	51
IV-2-2 Sensor-CASSY	52
IV-2-3 Profi-CASSY.....	52
IV-2-4 CASSY lab.....	52
IV-3 Identification des paramètres du modèle de <i>Jiles-Atherton</i>	54
IV-3-1 Méthode des Algorithmes Génétique (AG)	54
IV-3-2 Méthode des Moindres Carrés.....	54
IV-3-3 Identification des paramètres par la méthode Itérative.....	54
IV-3-3-a Calcul des susceptibilités différentielles.....	55
IV-3-3-b La susceptibilité initial x_{in}	55
IV-3-3-c La susceptibilité à la rémanence x_r	55
IV-3-3-d La susceptibilité anhystérétique x_{an}	56

IV-3-3-e La susceptibilité maximale x_c	56
IV-3-4 Détermination des paramètres.....	56
IV-3-4-a détermination de l'aimantation a saturation M_s	56
IV-3-4-b Détermination du paramètre c	57
IV-3-4-c Détermination de la relation entre a et α	57
IV-3-4-d détermination du paramètre k	58
IV-3-4-e Détermination du paramètre α	58
IV-3-4-f La relation entre les paramètres du cycle et le point de saturation.....	59
IV-3-5 Algorithme d'identification des paramètres.....	59
IV-3-6 Algorithme d'identification.....	60
IV-4 Validation de l'algorithme itératif.....	60
IV-5 Application de cet algorithme sur le cycle expérimental.....	61
IV-6 Conclusion.....	62

CHAPITRE V : Calcul par la méthode du volume fini

V-1 Introduction.....	63
V-2 La Méthode des Volumes Finis.....	63
V-3 Modèle mathématique de l'électromagnétisme.....	64
V-3-1 Hypothèse simplificatrice.....	65
V-3-2 Formulation électromagnétique à l'aide du potentiel vecteur magnétique.....	66
V-4 Formulation axisymétrique de l'équation électromagnétique par la MVF.....	67
V-5 Algorithme propose.....	69
V-6 Validation du code de calcul.....	70
V-7 Résultats de simulation.....	71
V-8 Conclusion.....	74
Conclusion générale.....	75
Bibliographie.....	76

TABLE DES SYMBOLES

<i>Symbole</i>	<i>Dimension</i>	<i>Signification</i>
A	$T.m$	<i>Potentiel magnétique vecteur</i>
A_{θ}	$T.m$	<i>Composante orthoradiale du potentiel magnétique</i>
B	T	<i>Vecteur d'induction magnétique</i>
H	$A.m^{-1}$	<i>Vecteur du champ magnétique</i>
H_c	$A.m^{-1}$	<i>Champ coercitif</i>
H_r	$A.m^{-1}$	<i>Champ rémanent</i>
H_{max}	$A.m^{-1}$	<i>Champ maximal</i>
H_s	$A.m^{-1}$	<i>Champ de saturation</i>
M	$A.m^{-1}$	<i>Aimantation magnétique</i>
M_r	$A.m^{-1}$	<i>Aimantation rémanente</i>
M_{rev}	$A.m^{-1}$	<i>Composante réversible de l'aimantation</i>
M_{irr}	$A.m^{-1}$	<i>Composante irréversible de l'aimantation</i>
M_s	$A.m^{-1}$	<i>Aimantation magnétique de saturation</i>
D	$C.m^{-1}$	<i>Vecteur d'induction électrique</i>
E	$V.m^{-1}$	<i>Vecteur du champ électrique</i>
J	$A.m^{-2}$	<i>Vecteur de densité du courant total</i>
J_D	$A.m^{-2}$	<i>Vecteur de densité du courant de déplacement</i>
J_s	$A.m^{-2}$	<i>Vecteur de densité du courant de source</i>
J_c	$A.m^{-2}$	<i>Vecteur de densité du courant de conduction</i>
ρ	$C.m^{-3}$	<i>Densité volumique de la charge électrique</i>
σ	$S.m^{-1}$	<i>Conductivité électrique</i>
χ	$H.m^{-1}$	<i>Susceptibilité magnétique du milieu</i>
χ_{ini}	$H.m^{-1}$	<i>Susceptibilité initial</i>
∇	-	<i>Opérateur de nabla</i>
β_i	-	<i>Fonction de projection</i>
μ_0	$H.m^{-1}$	<i>Perméabilité magnétique absolue du vide</i>
μ_r	<i>USI</i>	<i>Perméabilité magnétique relative au milieu</i>
μ_{ini}		<i>Perméabilité initiale de Reilegh</i>

η	-	Constante de Reilegh
ν	$H^{-1}.m$	Réfectivité magnétique
Ω	m^2	Domaine d'étude
R	m	Cordonnée radiale
Z	m	Cordonnée axiale
w	$rd.sec^{-1}$	Pulsation de la source
t	sec	Temps
f	Hz	Fréquence utilisée
δ	-	Coefficient du Modèle de Jiles-Atherton
S	m^2	Surface de la pièce
F	-	Facteur de transfert de puissance
ϵ	$F.m^{-1}$	Permittivité électrique
V	V	Potentiel scalaire magnétique
λ	$W.m^{-1}.K^{-1}$	Conductivité thermique
T	J	Température
φ	$^{\circ}K$	Densité de flux de chaleur
EDP	-	Equation aux dérivées partie lies
MVF	-	Méthode des volumes finis
m	$A.m^2$	Moment magnétique
m_L	$A.m^2$	Moment magnétique orbital
m_s	$A.m^2$	Moment de spin
m_b		Magnéton de Bohr ($9.274 \times 10^{-24} A.m^2$)

Fig. I.1 Représentation atomique.....	5
Fig. I.2.Moment magnétique orbital	5
Fig. I.3 Mouvement de spin.....	6
Fig. I.4 Classification magnétique des matériaux.....	9
Fig. I.5 Ferromagnétisme	9
Fig. I.6 Antiferromagnétisme.....	9
Fig. I.7 Ferrimagnétisme.....	9
Fig. I.8 Cycle d'hystérésis.....	11
Fig. I.9 Cycle majeur.....	12
Fig. I.10 Cycle mineur.....	12
Fig. I.11 Aspect de la répartition des domaines dans un cristal.....	13
Fig. I.12 Mouvement de l'électron commun.....	13
Fig. I.13 Alignement moments magnétiques.....	14
Fig. I.14 Energie d'échange en fonction de la direction donnée du H	14
Fig. I.15 Exemple schématisé l'influence d'une contrainte mécanique.	15
Fig. I.16 Illustration d'énergie magnétostatique.....	15
Fig. I.17 Cycle d'hystérésis d'un matériau.....	16
Fig. I.18 Présentation des parois de <i>Bloch</i>	17
Fig. I.19 Parois de <i>Bloch</i>	17
Fig. I.20 Perturbation des domaines.....	18
Fig. I.21 cycle d'hystérésis statique 0.1HZ.....	19
Fig. I.22 cycle d'hystérésis 50Hz.....	19
Fig. II.1 : Cycle d'hystérésis et courbe de première aimantation (<i>Rayleigh</i>)	23
Fig. II.2 Cycle d'hystérésis généré par le modèle de <i>Frôlich</i>	25
Fig. II.3 cycle d'hystérésis généré par le modèle e <i>Potter</i>	28
Fig. II.4 : Illustration du cycle élémentaire et du triangle de <i>Preisach</i>	35
Fig.III.2 Aimantation irréversible.....	45
Fig.III.3 Aimantation réversible.....	45
Fig.III.4.a Aimantation anhystérétique en fonction de H	45
Fig.III.5.b L'aimantation total M	45
Fig.III.6 Effet du paramètre k sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA	46
Fig.III.7 L'effet de paramètre a sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA	46
Fig.III.8 L'effet du paramètre c sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA	47
Fig.III.9 L'effet de paramètre α sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA	47

Fig.III.10 L'effet de M_s sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA	48
Fig.IV.1 Montage avec Profi-CASSY.....	51
Fig.IV.2 Image du montage pratique.....	53
Fig.IV.3. cycle d'hystérésis pour 0.1 Hz.....	53
Fig.IV.4 Organigramme de calcul des paramètres du modèle de JA par la méthode itérative	60
Fig.IV.5 : superposition des cycles théoriques et simulés.....	61
Fig.IV.6. Le cycle d'hystérésis mesuré et simulé.....	61
Fig.V.1 Maillage du domaine d'étude	67
Fig.V.2 Description d'un volume fini.....	68
Fig.V.3 dispositif axisymétrique.....	71
Fig.V.4. La moitié du dispositif.....	71
Fig.V.5 Position de l'élément sélectionné.....	71
Fig.V.6: cycle d'hystérésis simulé et mesuré.....	72
Fig.V.7: forme de l'induction magnétique.....	72
Fig.V.8: Forme du champ magnétique.....	73
Fig.V.9: Distribution de potentiel vecteur magnétique.....	73
Fig.V.10: Distribution de potentiel vecteur magnétique dans l'espace.....	74

Introduction générale

Les machines électriques, les appareils de coupure, les appareillages à haute tension sont, durant leur fonctionnement, soumis à l'action de champs électromagnétiques (électriques ou magnétiques). Dans toute machine électrique, l'enroulement, ou l'aimant d'excitation, produit un champ magnétique constant, ou variable dans le temps et, souvent, dans l'espace. Autour des isolateurs et des bornes à haute tension des transformateurs, règne un champ électrostatique important. Dans les conducteurs, le champ électrocinétique assure la circulation du courant électrique et, enfin, dans les produits métallurgiques, chauffés par induction, champs électriques et champs magnétiques se combinent pour créer les courants de Foucault souhaités. La connaissance du champ permet donc, dans tout appareil électromagnétique, d'avoir accès au calcul des performances et du fonctionnement de cet appareil en régime permanent ou transitoire. En effet le fonctionnement des dispositifs électrotechniques classiques tels que moteurs, alternateurs ou transformateurs est très lié à la distribution du champ magnétique au sein de leurs structures. La connaissance d'une telle distribution permet de calculer les grandeurs nécessaires au dimensionnement.

Les matériaux utilisés pour la fabrication des circuits magnétiques sont le lieu de la conversion de l'énergie électromagnétique, ces matériaux sont en général ferromagnétiques dont la loi de comportement magnétique est fortement non linéaire et de type hystérétique.

L'hystérésis est un phénomène complexe, encore assez mal connu à l'heure actuelle, la modélisation de ce phénomène ouvre le chemin à l'implantation du comportement hystérétique des matériaux magnétiques dans l'analyse numérique des champs magnétiques non linéaires.

Présentation du mémoire:

Notre mémoire est structuré en cinq chapitres sont:

- Le premier chapitre présentera un rappel historique sur les matériaux magnétiques.
- Le deuxième chapitre sera consacré à l'étude des différents modèles de l'hystérésis magnétique, on terminera ce chapitre par un synthèse et choix d'un modèle de JA.
- Dans le troisième chapitre on a étudié de façon détaillée le modèle de Jiles – Atherton. Enfin, on présentera la simulation du modèle sous l'environnement

MATLAB avec l'analyse des résultats obtenus tels que l'effet des paramètres sur le cycle d'hystérésis.

- Le quatrième chapitre est décomposé en deux parties, la première présentera le montage pratique utilisé dans notre laboratoire, ainsi que les mesures obtenus. La deuxième sera consacrée à l'identification des paramètres de Jiles-Atherton à partir des valeurs mesurés, enfin une validation de l'algorithme utilisé a été faite.
- Le dernier chapitre présente une étude numérique par la Méthode des Volumes Finis (MVF), avec l'intégration du modèle de Jiles-Atherton dans un code de calcul. Enfin on présentera les résultats obtenus.

Chapitre I

Généralité Sur Le Magnétisme

- I-1 Introduction
- I-2 Magnétisme
- I-3 Matériaux magnétiques
- I-4 Matériaux magnétique doux
- I-5 Matériaux durs
- I-6 Hystérésis
- I-7 Organisation de la matière
- I-8 Courants induits
- I-9 Conclusion

I-1 Introduction

De nos jours, l'importance du magnétisme à notre vie, a poussé les physiciens vers la compréhension avancée et approfondie des propriétés magnétiques des solides ainsi qu'à l'origine des moments magnétiques et leur arrangement naturel. C'est pourquoi ces deux points étaient et restent encore la motivation pour de nombreux scientifiques de la matière condensée. La découverte de nouveaux matériaux avec une prodigieuse variété d'arrangement d'atomes et de moments atomiques a rendu leurs intérêts de plus en plus croissant ainsi que pour leurs applications. Parmi ces applications on rencontre leurs utilisations comme support de l'information en informatique, en enregistrement sonore et vidéo, en télécommunication et enfin dans les machines électriques. L'objectif de ce chapitre est de présenter les concepts fondamentaux du magnétisme, afin de mieux comprendre les relations entre les propriétés fondamentales et les propriétés d'application. On commencera par la compréhension de l'origine du magnétisme et ensuite on étudiera le phénomène de l'hystérésis et l'organisation de la matière.

I-2 Magnétisme

I-2-1 Rappel historique sur les phénomènes magnétiques

Si les origines du magnétisme sont restées longtemps mystérieuses, elles sont bien mieux appréhendées aujourd'hui. Du point de vue historique, nous allons présenter l'évolution du magnétisme au cours des 19^{ème} et 20^{ème} siècles, [3].

I-2-1-a Magnétisme au 19^{ème} siècle

Les connaissances sur le magnétisme restèrent approximativement en l'état jusqu'au 19^{ème} siècle. Aucune théorie sérieuse ni aucune autre grande application autre que la boussole ne furent inventées durant plus de 21^{ème} siècles. C'est *Coulomb* (1736-1806) qui parla le premier de masses magnétiques à l'origine du magnétisme: c'est ce qu'on appellera plus tard l'approche coulombienne (*Coulomb* imagina l'existence de masses magnétiques. Il avait en effet constaté la forte analogie, à longue distance, entre l'induction magnétique créée par une boucle de courant et le champ électrique engendré par un dipôle électrique). *Poisson* (1781-1840) introduisit la notion du champ magnétique, interaction fictive agissant sur les masses magnétiques évoquées précédemment. La plus grande avancée est sans conteste l'expérience *d'Oersted* en 1820: il montra qu'un courant électrique fait dévier l'aiguille d'une boussole située dans son voisinage immédiat. Cette découverte est révolutionnaire puisqu'elle lie

l'électricité et le magnétisme que l'on croyait indépendants l'un de l'autre. *Ampère* (1775-1836) renouvela l'expérience avec une boucle de courant et chercha l'origine du magnétisme dans des boucles de courant moléculaires (l'approche ampérienne du magnétisme consiste à considérer que le magnétisme des corps trouve son explication dans les courants élémentaires créés par les électrons gravitant autour du noyau).

Faraday (1791-1867) met en évidence, en 1821, l'induction magnétique: un courant électrique apparaît dans un enroulement si l'on approche un aimant: la variation de flux magnétique crée donc une force électromotrice. En 1864, *Maxwell* (1831-1879) parvient à modéliser la constatation d'*Oersted* avec quatre équations qui lient le champ magnétique et le champ électrique dans le cas d'une onde électromagnétique. Les théories actuelles du magnétisme reposent encore sur elles.

Enfin, *Curie* (1859-1906) classa les matériaux en trois catégories: les diamagnétiques, les paramagnétiques et les ferromagnétiques.

I-2-1-b Magnétisme au 20^{ème} siècle

Le 20^{ème} siècle marqua la réelle naissance de l'étude théorique des matériaux magnétiques sur les bases jetées par les physiciens du 19^{ème} siècle. Le magnétisme est donc une science jeune, encore en pleine évolution actuellement. *Bohr* (1885-1962) expliqua à partir de la classification périodique des éléments, pourquoi le magnétisme est présent dans les éléments de transition, tels que le fer et les lanthanides. *Langevin* (1872-1940) met en équation le phénomène du diamagnétisme. *Weiss* (1865-1940) inventa la notion de domaines magnétiques et étudia le ferromagnétisme. *Néel* (1904-2000), enfin, met en équation l'antiferromagnétisme et le ferrimagnétisme.

I-2-2 Origine microscopique du magnétisme

Du point de vue microscopique, une tôle est constituée d'atomes; ces atomes possèdent un noyau et un certain nombre d'électrons satellites. La charge équivalente de ce noyau est une charge positive, celle des électrons est négative. Les électrons dotés d'énergie tournent autour du noyau. Cette rotation donne naissance à une force centrifuge qui tend à éloigner les électrons du noyau, mais ils ne peuvent s'en éloigner car la force de *Coulomb* (liant deux charges électriques) les retient et s'oppose à cette force centrifuge comme illustré sur la figure I.1. La rotation des électrons autour du noyau de l'atome signifie le mouvement d'une charge électrique et se traduit par la naissance d'un courant électrique, [4].

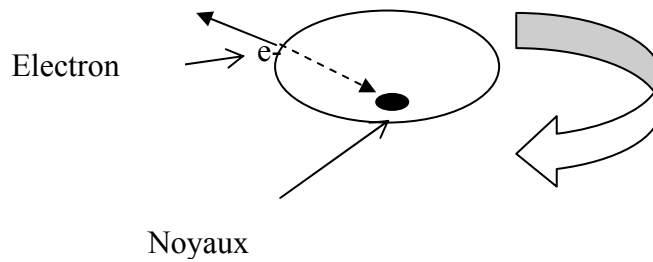


Fig.1.1 Représentation atomique

-----► Force de Coulomb.

—► Force centrifuge.

I-2-3 Moments magnétiques

A partir de la figure I.1, on peut définir deux notions élémentaires qui sont: le moment orbital et le moment de spin, [5].

I-2-3-a Moment orbital

L'électron (charge e) décrit une orbite circulaire à raison de n rotations par seconde. Il est donc équivalent à un courant (i). Ce courant, circulant dans une spire confondue avec l'orbite comme illustré sur la figure I.2, crée d'après la loi d'Ampère, un moment magnétique orbital (m_L) :

$$2\vec{m}_L = \pi r^2 i \vec{n} \quad (\text{I.1})$$

Où r est le rayon de l'orbite et \vec{n} est la normale orientée à la surface de la spire. Ce moment est quantifié et doit être un multiple du Magnéton de Bohr ($m_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ A.m}^2$).

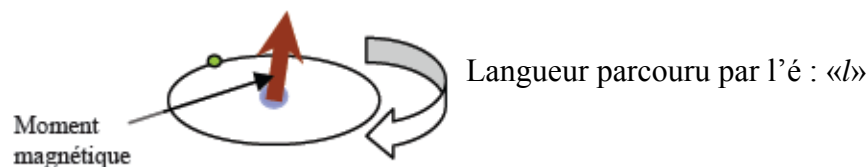


Fig. I.2.Moment magnétique orbital.

I-2-3-b Moment de spin

De plus, nous savons que l'électron tourne aussi sur lui-même c'est-à-dire : spin figure I.3 et présente donc un moment magnétique dit moment de spin (\vec{m}_s). Ce dernier est une propriété purement quantique des électrons et n'est autre que le magnéton de Bohr défini précédemment.

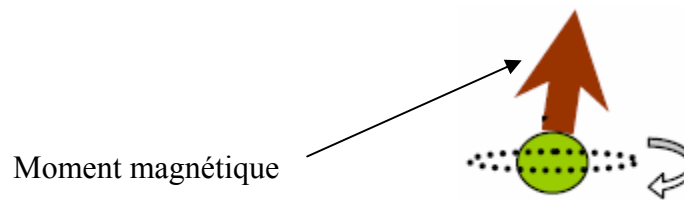


Fig. I.3 Moment de spin

I-2-3-c Moment magnétique total

Enfin, le moment magnétique total de l'atome est la somme des moments orbitaux et des moments de spin de ses électrons périphériques. La norme de ce moment peut donc s'écrire de la façon suivante:

$$m = J_q g_L m_B \quad (\text{I.2})$$

Où J_q est un nombre quantique et g_L est un facteur de Lande. Chaque atome porte un certain moment magnétique qui dépend de sa configuration électronique. Notamment, des atomes avec des couches complètes ont un moment magnétique nul, car la somme de tous les moments cinétiques s'annule. Cependant, certains atomes sont caractérisés par des couches électroniques incomplètes contenant des électrons non-appariés. Il en résulte un moment magnétique permanent non nul.

I-3 Matériaux magnétiques

I-3-1 Histoire des matériaux

Les chercheurs découvrent continuellement de nouveaux matériaux, avec une prodigieuse variété d'arrangements d'atomes et de moments magnétiques. Le tableau (I.1), présente un rappel historique sur l'apparition des matériaux, [6].

Tableau 1.1: Historique sur les matériaux magnétiques	
Années	Histoire des matériaux
1880	Acier au carbone, aimant (fer à cheval).
1903	Alliage Fe-Si (Allemagne, USA).
1912	Production industrielle de Fe-Si à grains non orientés.
1932-1941	Tôle de Fe-Si à grain orienté (Gauss 1935), aimants permanents Al-Ni-Co.
1946	Aimants ferrites.
1969	Aimant à base de terre rare/Cobalt.
1970-1975	Alliage amorphe, Fe-B-Si, Verre métallique.
1983	Aimants terres rares+ Fer (Nd-Fe-B et Sm-Co).
1990	Matériaux ferrite mono qualité haut de gamme.

I-3-2 Définition et origine des matériaux

Un matériau magnétique apparaît comme un ensemble de moments magnétiques élémentaires (les atomes) interagissant entre eux et organisés en un réseau cristallin. Les moments magnétiques dépendent de l'environnement magnétique de chaque atome à savoir la nature et la position des atomes voisins, la température et le champ magnétique appliqué. Selon le comportement de cet ensemble, on distingue différents types de magnétisme: Ferromagnétisme, Antiferromagnétisme, Ferrimagnétisme.

I-3-3 Différentes classes des matériaux

Nous allons décrire de manière sommaire les principaux types de comportements magnétiques que l'on peut rencontrer dans la matière:

- Les éléments présentant des couches internes électroniques incomplètes: les matériaux ferromagnétiques, les matériaux ferrimagnétiques et anti-ferromagnétiques et des paramagnétiques.
- Les éléments présentant des couches internes électroniques complètes: ces matériaux dits: diamagnétiques.

Tout d'abord, il est nécessaire de présenter les différentes relations décrivant un matériau magnétique soumis à un champ magnétique extérieur H . L'induction magnétique B à l'intérieur du matériau est liée au champ magnétique H , à l'aimantation M et à l'intensité d'aimantation J de la façon suivante:

$$B = \mu_0(H + M) = \mu_0 H + J \quad (I.3)$$

Où μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide et J représente la densité volumique de moments magnétiques dans la matière. De plus, par définition, un milieu magnétique placé dans un champ magnétique acquiert un vecteur aimantation M tel que:

$$M = \chi H \quad (I.4)$$

Où χ est la susceptibilité magnétique du milieu. Nous pouvons aussi exprimer la perméabilité magnétique relative du matériau à partir de cette susceptibilité:

$$\mu_{re} = 1 + \chi \quad (I.5)$$

Nous allons maintenant présenter de façon plus approfondie ces différents types des matériaux:

I-3-3-a Diamagnétiques

On appelle diamagnétiques les substances qui présentent une aimantation M proportionnelle au champ H dans lequel elles sont placées et de sens opposé à celui-ci. Comme il est illustré sur la figure I.4. La susceptibilité de ces corps est négative et faible, de l'ordre de 10^{-6} , c'est à dire que la substance s'aimante en sens inverse du champ magnétisant.

Exemple de susceptibilité de Eau: $-0.72 \cdot 10^{-6}$ et de Bismuth: $-1.40 \cdot 10^{-6}$.

On retrouve parmi les corps diamagnétiques des gaz, des solides, des liquides, des métalloïdes (autre que l'Oxygène), des métaux, (Or, Argent, Mercure, Cuivre et Plomb), des sels et presque toutes les substances organiques (Benzène, Naphtalène, etc.) [7].

I-3-3-b Paramagnétiques

On appelle paramagnétiques les substances qui présentent une aimantation M proportionnelle au champ H dans lequel elles sont placées et de même sens que lui. Pour ces substances, χ est positive et faible et de l'ordre de (10^{-6}) figure I.4.

Exemple de susceptibilité de Air: $\chi = +3.810^{-7}$ et de Oxygène: $\chi = +2.0 \cdot 10^{-5}$.

On retrouve parmi les substances paramagnétiques : l'acide nitrique, l'ozone et un grand nombre de métaux (Platine, Palladium, Potassium,) ainsi que les éléments de la famille des terres rares.

I-3-3-c Ferromagnétiques

On appelle ferromagnétiques les substances susceptibles d'acquérir une aimantation considérable, beaucoup plus forte que pour les diamagnétique et les paramagnétiques. Les principales substances ferromagnétiques sont le Fer, le Nickel, le Cobalt, le Gadolinium, leurs alliages et certains de leurs composés. Les substances ferromagnétiques présentent une aimantation élevée, de plus elle n'est pas totalement proportionnelle au champ magnétisant comme pour le cas des autres substances. Elle croit et tend vers une limite dite aimantation de saturation, lorsque le champ H est suffisant comme illustré sur la figure I.5. L'aimantation n'est pas une fonction du champ agissant uniquement, mais elle dépend aussi du passé de l'échantillon, ou des traitements magnétiques, mécaniques et thermiques qu'a subi l'échantillon, [7].

I-3-3-d Antiferromagnétiques

Pour les substances antiferromagnétiques, les moments magnétiques des ions du réseau cristallin sont orientés deux à deux en sens contraire, l'aimantation de l'ensemble est alors nulle figure.I.6.

Dans un champ magnétique, il se produit une légère aimantation comme celle des paramagnétiques. On trouve parmi les corps antiferromagnétiques le Chrome, l'Oxyde de Fer « FeO », le Fluorure de Manganèse 'MnF₂' et le Sulfure de Manganèse 'MnS' [7].

I-3-3-e Ferrimagnétiques

Pour les substances ferrimagnétiques, les moments magnétiques des ions du réseau cristallin sont opposés et parallèles, mais ils sont inégaux donc le moment magnétiques de l'ensemble est non nul, comme illustré sur la figure I.7, c'est le cas des composés de ferrites qui sont très intéressants en électrotechnique, parce qu'ils sont pratiquement isolants. Lorsqu'ils sont placés dans un champ, ils sont aimantés à saturation et d'une manière spontanée. L'aimantation à saturation est plus faible que pour les substances ferromagnétiques.

La forme générale de ces corps: X.Fe₃O₄ où X représente un ou plusieurs métaux bivalents (Cuivre, Zinc, Nickel, Manganèse,.....) [7].

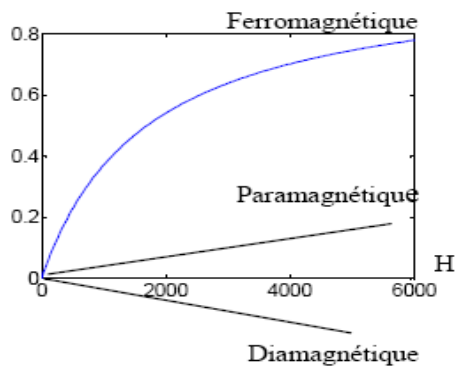


Fig. I.4 Classification magnétique
Des matériaux

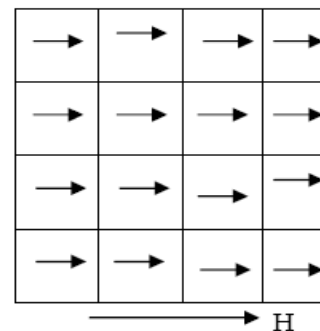


Fig. I.5 Ferromagnétisme

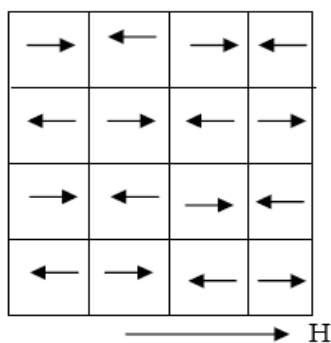


Fig. I.6 Antiferromagnétisme

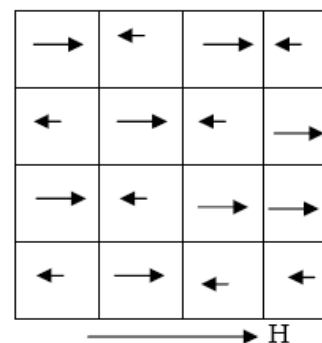


Fig. I.7 Ferrimagnétisme

I-4 Matériaux magnétique doux

Un matériau ferromagnétique doux est caractérisé par une perméabilité relative élevée et un champ coercitif faible et il présente un cycle étroit. On l'utilise notamment comme conducteur de flux pour transmettre une information ou convertir de l'énergie. Matériaux (ex.:

Fer) qui possèdent une aimantation rémanente facile à annuler (H_c est petit) leur aimantation peut donc être facilement modifiée ce qui diminue d'autant les pertes par hystérésis, [8]. Ces matériaux sont donc utilisés dans les nombreux appareils où le champ magnétique varie (transfo, électro-aimant, relais...).

I-5 Matériaux durs

Les matériaux ferromagnétiques "durs" sont caractérisés par une perméabilité relative faible ($\mu_r \approx 1$) et un fort champ coercitif (H_c est grand); leur magnétisme rémanent est alors assez difficile à supprimer. Les matériaux "durs" présentent un cycle d'hystérésis très large ($104 < H_c < 106$ A/m).

Ils sont utilisés en général pour faire des aimants permanents (ex : Acier), [8].

I-6 Hystérésis

I-6-1 Définition

Le cycle d'hystérésis est la courbe de réponse des matériaux magnétiques, à travers laquelle, ils gardent la mémoire de tous leurs états d'aimantation antérieurs par l'intermédiaire des domaines élémentaires. C'est *J.A.Ewing* qui a montré ce comportement spécifique dans le cas du Fer, et qu'il l'a appelé hystérésis qui signifie retard de l'effet sur la cause (ici, l'aimantation sur le champ appliqué) [10, 11].

Le cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique dépend de la mobilité des parois de *Bloch*, elle même est fonction des énergies magnétiques et du champ appliqué. Donc il peut être considéré comme une caractéristique du matériau et dans tous les cas un modèle mathématique bien détaillé est nécessaire.

L'hystérésis c'est le retard à la désaimantation et le dédoublement de la caractéristique $B = (H)$ du matériau magnétique. Donc le cycle d'hystérésis est le tracé de l'induction en fonction du champ H extérieur appliqué :

$$B = \mu_0(H + M) = \mu_0(1 + \chi)H = \mu H \quad (I.6)$$

La courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis Fig.I.8; sont deux propriétés importantes des substances ferromagnétiques. En effet, la plupart des applications technologiques sont basées sur l'existence de ce cycle.

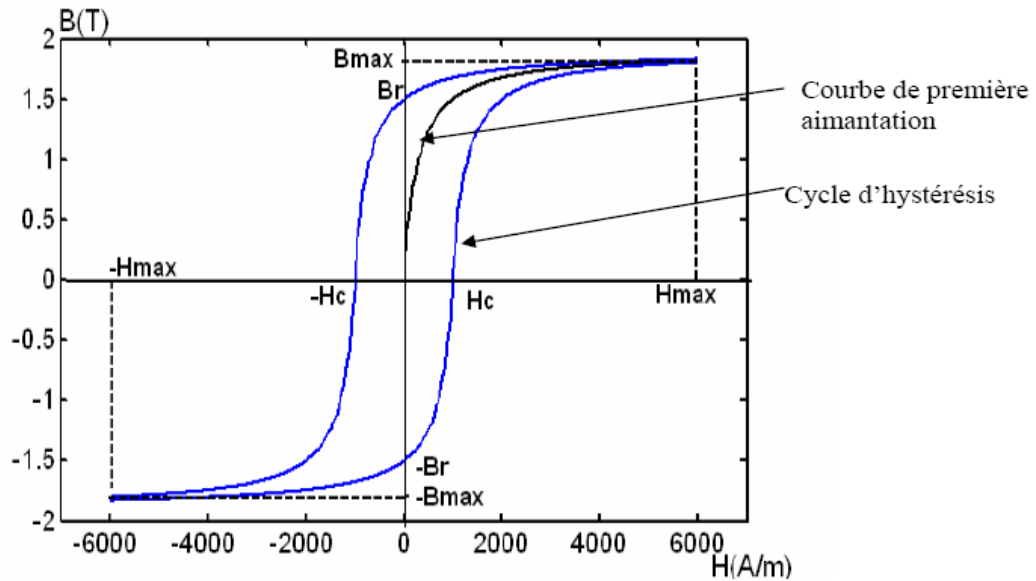


Fig. I.8 Cycle d'hystérésis

I-6-2 Analyse

L'allure de la courbe dépend du matériau utilisé, des dimensions de l'échantillon et des caractéristiques des bobines employées. Elle présente plusieurs zones distinctes:

- **Zone linéaire:** dans cette zone, $B = \mu H$ avec μ constante.
- **Saturation du milieu ferromagnétique:** lorsque H devient trop grand, B ne varie presque plus. Le matériau magnétique est saturé (B tend vers le champ de saturation B_s). On a toujours $B = \mu H$, mais μ n'est plus constante (La valeur de μ dépend fortement de la valeur de H).
- **Induction rémanente B_r :** champ qui subsiste lorsque $H = 0$.
- **Excitation coercitive H_c :** excitation H nécessaire pour annuler le champ rémanent B_r .

I-6-3 Types du cycle d'hystérésis

Les principaux types du cycle d'hystérésis sont: cycle majeur, et cycle mineur.

I-6-3-a Cycle majeur

Ce cycle est obtenu en faisant varier le champ magnétique d'une valeur suffisamment élevée pour que le matériau soit saturé jusqu'à la saturation opposée du matériau. Tout point (H, M) à l'intérieur du cycle majeur, figure I.9, est un état possible du matériau. Le comportement d'un matériau dépend ainsi non seulement de la valeur courante de H mais

aussi de l'histoire du mat

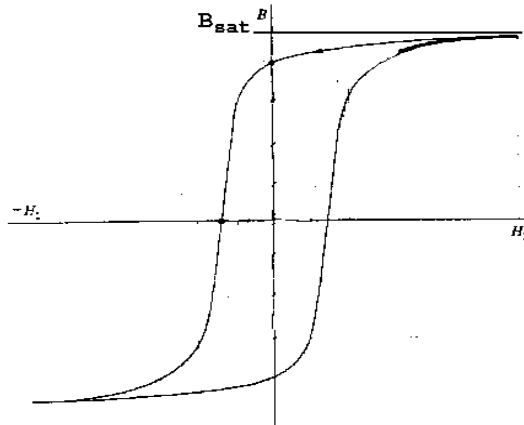


Fig. I.9 Cycle majeur

I-6-3-b Cycle mineur

Un cycle d'hystérésis mineur, figure I.10, est un cycle d'hystérésis avec un champ appliqué maximal qui est inférieur au champ de saturation. Un cycle d'hystérésis mineur avec un seul saut d'aimantation est dû soit au changement d'une configuration des parois à une autre configuration, soit au déplacement d'une paroi entre deux centres de piégeage. A l'aide de cycles mineurs, on peut étudier le retournement d'une petite partie de la particule sans faire intervenir la complexité de la particule entière [13].

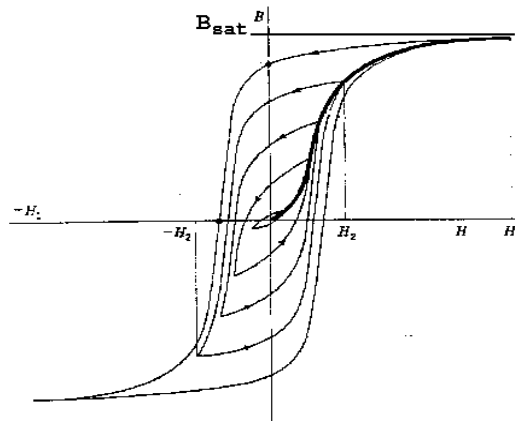


Fig. I.10 Cycle mineur

I-7 Organisation de la matière

I-7-1 Origine des domaines de Weiss

Un morceau de matériau ferromagnétique n'est pas toujours spontanément aimanté; il peut présenter un moment magnétique nul. En effet, le matériau est divisé en domaines

magnétiques appelés domaines de *Weiss* chacun regroupant 10^{17} - 10^{21} atomes, qui sont aimantés à la saturation [5]. Historiquement, cette idée d'une structure en domaine a été introduite pour la première fois par P. *Weiss* en 1907 pour lever l'incompatibilité entre l'existence d'un arrangement ordonné des moments atomiques et la possibilité d'un état désaimanté. Les interfaces entre les domaines sont appelées «parois de *Bloch*» (1932) à travers lesquelles l'orientation des moments magnétiques passe progressivement d'un domaine à l'autre figure.I.11.

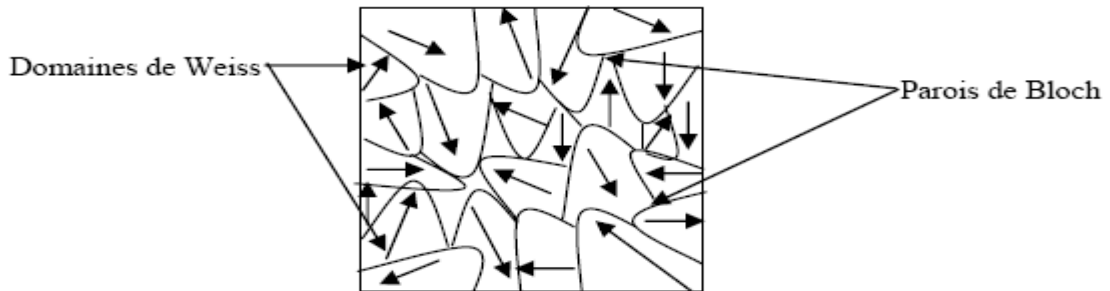


Fig. I.11 Aspect de la répartition des domaines dans un cristal

L'existence des domaines de *Weiss* explique également pourquoi tous les corps ferromagnétiques ne sont pas des aimants. L'arrangement de ces domaines n'est en effet pas aléatoire. Chaque corps cherche à organiser ses domaines dans le but de minimiser les énergies magnétiques.

I-7-2 Energie magnétique

L'énergie magnétique c'est l'énergie interne 'Win' associée à la structure des domaines et comprend quatre termes, [14]:

I-7-2-a Energie d'échange

C'est l'énergie du type microscopique, qui résulte de la mise en commun partielle des trajectoires d'un électron périphérique entre deux atomes voisins. La valeur de cette énergie est égale à l'énergie qu'il faudrait fournir pour rompre cette situation figure I.12. Cette énergie d'échange a tendance à aligner les moments magnétiques microscopiques de chaque atome.

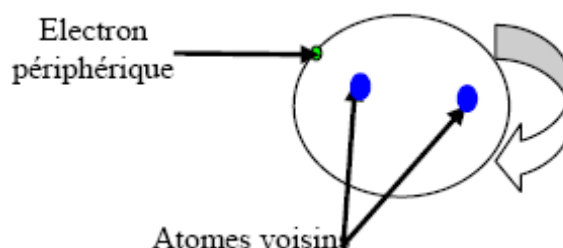


Fig. I.12 Mouvement de l'électron commun

I-7-2-b Energie d'anisotropie cristalline

A l'état solide: le Fer, le Cobalt et le Nickel (qui sont les principaux éléments des matériaux magnétiques doux) cristallisent respectivement dans les systèmes: cubique centré, hexagonal et cubique faces centrées. Prenons le cas d'un matériau qui cristalliserait selon le système cubique centré comme illustré sur la figure I.13.

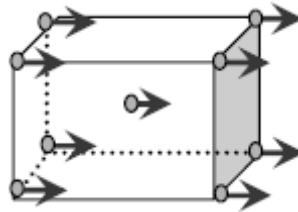


Fig. I.13 Alignement moments magnétiques

Comme on vient de le voir précédemment les moments magnétiques microscopiques ont tendance à s'aligner, en raison de l'énergie d'échange qui règne entre les différents atomes, ainsi: la distance entre deux atomes voisins dépend de leur position relative dans le réseau cristallin.

L'énergie d'échange sera donc fonction de la direction. Ainsi, il existera des directions d'orientations privilégiées de ces moments. L'énergie d'anisotropie représente l'énergie à fournir pour faire tourner l'ensemble de ces moments dans une direction donnée. Si l'on excite le matériau avec un champ d'excitation, dont la direction est la suivante:

Figure I.14.a : L'énergie à fournir est faible car la direction du champ d'excitation est la même que celle des moments magnétiques microscopiques.

Figure I.14.b: L'énergie à fournir est importante car la direction du champ d'excitation est différente de celle des moments magnétiques microscopiques.

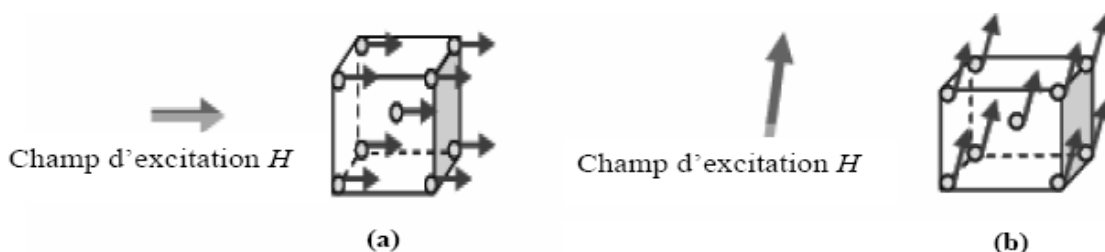


Fig. I.14 Energie d'échange en fonction de la direction donnée du H

I-7-2-c Energie magnéto élastique

L'énergie d'échange a pour origine la mise en commun d'un (ou plusieurs) électrons entre deux atomes voisins et à conséquence l'alignement des moments magnétiques microscopiques

de ces deux atomes voisins. Ainsi, dans une tôle ferromagnétique, en raison de la structure cristalline des atomes, la distance entre chaque atome est régulière, la mise en commun d'électrons se fera toujours de façon préférentielle entre les atomes les plus proches physiquement figure I.15.

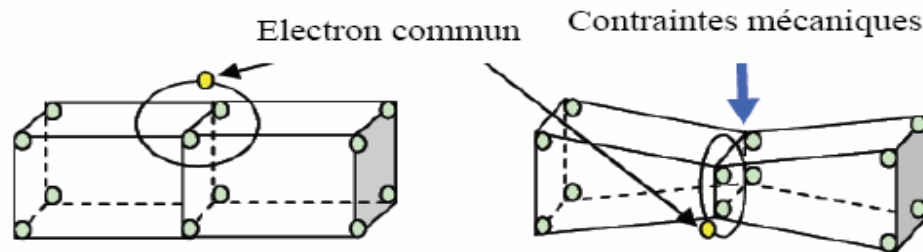


Fig. I.15 Exemple schématisé l'influence d'une contrainte mécanique.

Seule une contrainte mécanique peut modifier la distance séparant deux atomes, et par la même la mise en commun d'électrons. Le changement de la distance entre atomes modifie l'état d'énergie et l'anisotropie. L'énergie magnéto-élastique correspond à l'énergie mécanique qu'il a fallu fournir au matériau pour modifier les mises en commun d'électrons.

I-7-2-e Energie magnétostatique

Cette énergie correspond à l'action sur chaque atome des champs magnétiques créés par tous les atomes voisins figure I.16. Dans ce premier cas, l'énergie magnétostatique est importante (son influence sur l'atome victime est importante). Dans ce deuxième cas, l'énergie magnétostatique est pratiquement nulle (elle a donc peu d'influence sur l'atome victime).

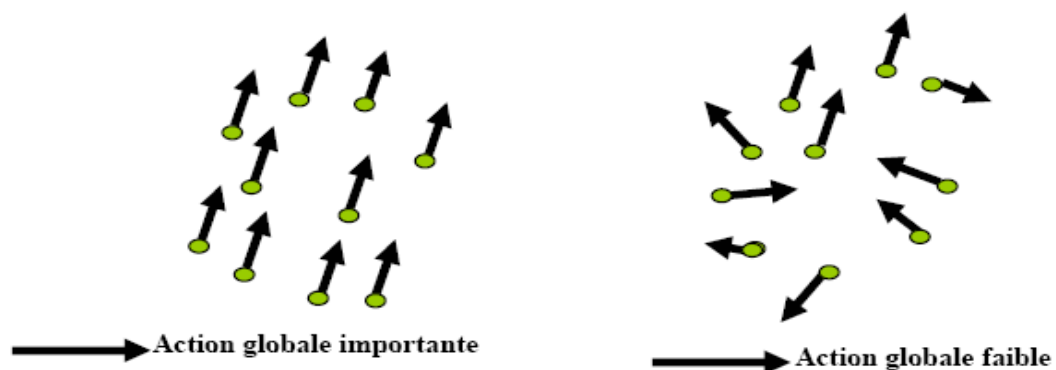


Fig. I.16 Illustration d'énergie magnétostatique

I-7-3 Mécanisme d'hystérésis

Si on applique un champ à un matériau, on modifie la répartition des domaines par déplacement des parois et il en résulte une variation de l'aimantation. Celle-ci est représentée

en pointillés sur la figure I.17 et est appelée courbe de première aimantation. Si le champ est suffisamment faible ces déplacements de parois sont réversibles et donc les variations de l'aimantation sont réversibles. Si le champ appliqué H dépasse une certaine valeur critique H_e , les déplacements des parois sont alors brutaux et irréversibles. Si le champ appliqué H est suffisamment élevé, l'aimantation augmente par rotation des domaines de *Bloch* et tend à atteindre une aimantation maximale qui est l'aimantation à saturation M_s , tous les spins sont parallèles.

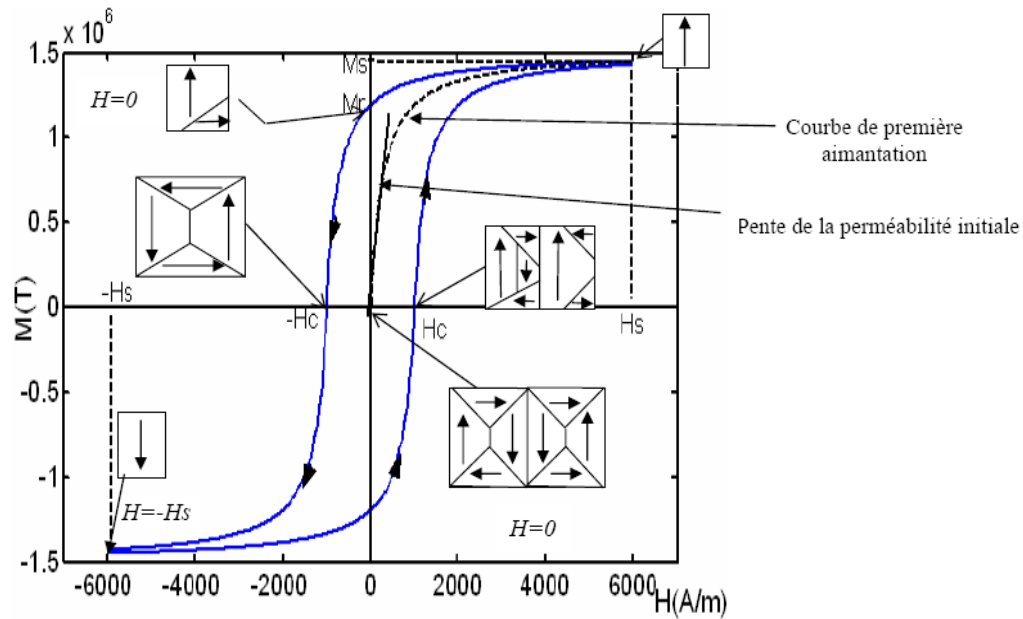


Fig. I.17 Cycle d'hystérésis d'un matériau

La pente à l'origine de cette courbe s'appelle la perméabilité initiale du matériau. Cette perméabilité initiale ' μ_{in} ' représente la valeur $(\Delta M/\Delta H)$ dans l'état démagnétisé. Le champ coercitif représente la valeur du champ à partir de laquelle le retournement des moments devient possible.

Les pertes par hystérésis sont la conséquence des mouvements des parois de *Bloch*.

I-7-4 Parois de Bloch

I-7-4-a Origine des parois

La séparation des différents domaines magnétiques élémentaires «domaines de *Weiss*» est matérialisée par ce que l'on appelle les parois de *Bloch*. Ces parois correspondent à une zone magnétique où l'aimantation passe d'une direction à une autre. On distingue principalement:

- Les parois à 180° séparent deux domaines de *Weiss* dont l'angle de la direction

d'aimantation est à 180° .

- . Les parois à 90° séparent deux domaines de *Weiss* dont l'angle de la direction d'aimantation est à 90° .

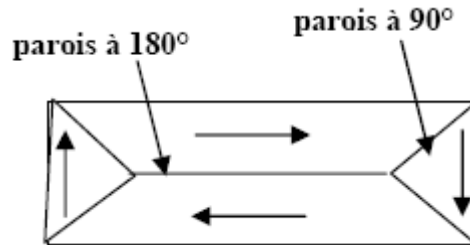


Fig. I.18 Présentation des parois de *Bloch*

Il existe également d'autres types de parois correspondant à des structures plus complexes et de plus haute énergie induites par des conditions aux limites particulières.

I-7-4-b Parois du point de vue atomique

Le nombre d'atomes concernés par une paroi de *Bloch* peut varier de quelques dizaines à plusieurs centaines. Celui-ci est fonction de l'anisotropie cristalline du matériau. Une transition brutale entre deux domaines de *Weiss* implique une grosse dépense énergétique. Ainsi pour les aimants dont l'énergie d'anisotropie est élevée, seuls quelques atomes sont concernés par les parois de *Bloch*. Par contre pour des matériaux doux du type fer silicium à anisotropie faible, la largeur des parois de *Bloch* est importante, celles-ci peuvent concerner un grand nombre d'atomes. Les moments magnétiques des atomes d'une paroi de *Bloch* se répartissent de la façon suivante figure I.19. Le module reste constant, le moment magnétique des atomes de la paroi n'est plus contenu dans le plan, [4].

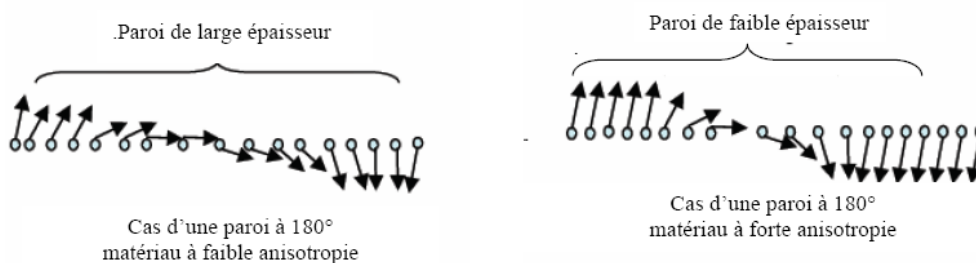


Fig. I.19 Parois de *Bloch*

I-7-4-c Mouvements des parois de *Bloch*

L'énergie fournie au matériau lorsqu'on l'excite par un champ magnétique extérieur, vient

perturber l'équilibre des parois. Les conséquences de cette perturbation sur les domaines magnétiques sont les suivantes: Les domaines dont la direction et le sens privilégiés d'aimantation sont voisins de ceux de l'excitation vont avoir tendance à s'élargir dans un premier temps, au profit des autres domaines. Si l'excitation est très importante les domaines de la direction et du sens contraire disparaissent.

Si l'on continue à augmenter l'excitation, celle-ci va provoquer la rotation de l'aimantation des grands domaines résultants.

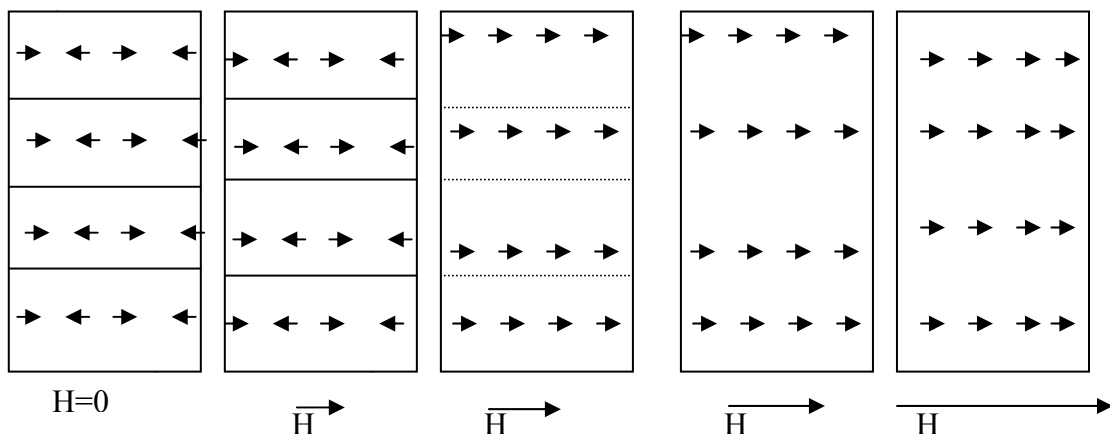


Fig. I.20 Perturbation des domaines

I-8 Courants induits

Les mouvements des parois de *Bloch* créés des courants en régime statique et en régime dynamique.

I-8-1 En régime statique

Après plusieurs essais sur différents matériaux magnétiques en excitation alternative, on constate qu'en dessous d'une certaine fréquence dans le sens décroissant, l'aire du cycle n'évolue plus. On dit alors que le matériau est dans un état quasi statique, et on qualifie alors le cycle obtenu de cycle d'hystérésis quasi-statique figure I.21. L'aire hachurée sur le cycle d'hystérésis quasi-statique représente l'énergie perdue (énergie dissipée), par le matériau, pendant une période d'excitation.

A l'origine de cet effet dissipatif, on trouve des courants induits à travers la matière, Ces courants ont comme origine une variation de flux magnétique interne au matériau. En régime quasi-statique ces courants induits sont uniquement microscopiques et liés aux mouvements irréversibles des parois de *Bloch*, et ils sont peu dépendants de la fréquence d'excitation de la tôle, car la vitesse propre des parois est principalement imposée par la structure. Ces courants

qui sont à l'origine de ce que l'on appelle l'hystérésis quasi-statique [4].

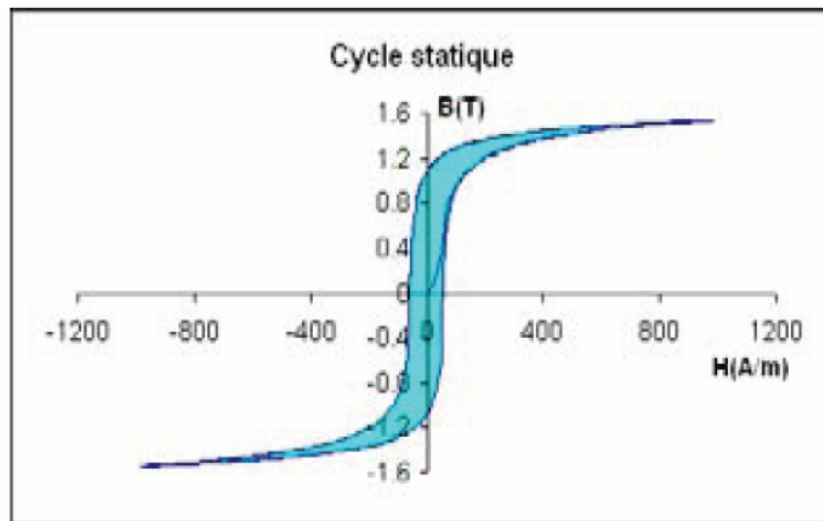


Fig. I.21 cycle d'hystérésis statique 0.1Hz

I-8-2 En régime dynamique

En régime dynamique comme on peut le voir sur la figure suivante (établie pour le même matériau que celui de la figure I.22 à fréquence plus élevée), le cycle d'hystérésis est beaucoup plus large qu'en régime quasi-statique. Les pertes totales seront donc beaucoup plus importantes, [4].

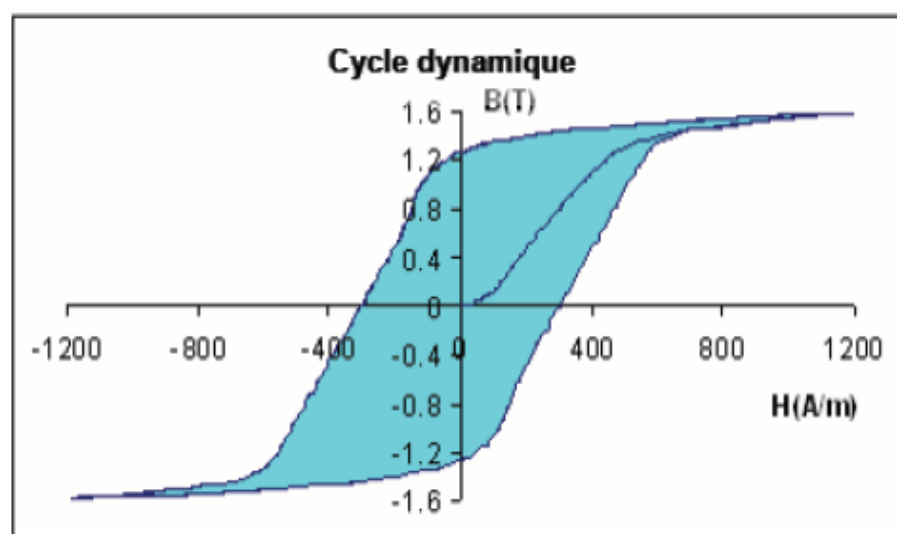


Fig. I.22 cycle d'hystérésis 50Hz

I-9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu l'intéressé du matériau ferromagnétique, et origine du phénomène de l'hystérésis. Nous avons également présenté la classification des matériaux à partir de leur comportement magnétique.

Donc le phénomène de l'hystérésis joue un rôle très important dans l'étude du comportement des dispositifs et des systèmes magnétiques. La complexité de ce phénomène (ex : le comportement magnétique non-linéaire des matériaux ferromagnétiques) a donné naissance à la proposition de plusieurs modèles magnétiques, ces modèles feront l'objet de l'étude du prochain chapitre.

Chapitre II

Les Modèles d'Hystérésis

II-1 Introduction

II-2 Les modèles analytiques

II-3 Les modèles dynamiques

II-4 Modèle de *Preisach*

II-5 Modèle de *Chua*

II-6 Modèle de *Jiles-Atherton*

II-7 Synthèse et choix d'un modèle

II-8 Conclusion

II-1 Introduction

Pour la représentation de l'hystérésis magnétique, ils y a plusieurs modèles scalaires sont proposée dans la littérature. Certain sont purement mathématiques, d'autres phénoménologiques, dont l'état magnétique est caractérisé par un vecteur d'état contenant toute l'information relative à l'histoire du champ (modèle de *Preisach*) et peu sont basés sur des considérations physiques, tel que l'état magnétique est caractérisé par le sens de variation du champ appliqué (modèle de *Jiles-Atherton*) [6].

La multitude de modèles montre bien qu'il n'est pas aisé de retranscrire fidèlement la loi de comportement magnétique et hystérétique. En effet, plusieurs paramètres physiques telle que la diversité des matériaux utilisés dans les applications électromagnétiques ainsi que la contribution des courants induits, entrant en jeu.

L'étude des modèles d'hystérésis vectoriels généralement plus complexes, n'est pas abordée dans cette étude. Nous dirons simplement qu'à la différence des modèles scalaires, ces modèles sont plus particulièrement associés à la rotation de la direction de l'aimantation dans les domaines de *Wiess* et sont donc généralement utilisés pour représenter l'hystérésis tournante [5].

En dehors de la classification établie sur la base du caractère scalaire ou vectoriel des différents modèles, on peut aussi distinguer :

- Les modèles statiques, qui supposent que le champ appliqué varie infiniment lentement.
- Les modèles dynamiques, qui permettant de rendre compte de la vitesse de variation du champ appliqué sur l'allure des cycles d'hystérésis.

II-2 Les modèles analytiques

Le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétique est généralement représenté par des modèles analytiques simples, caractérisés par la description du phénomène par des formulations purement mathématiques. Cependant, ces expressions ne permettent pas de décrire tous les aspects du phénomène d'hystérésis, ne développant ainsi qu'une relation entre l'induction magnétique B ou l'aimantation M et le champ H sans prendre en compte l'histoire ou l'état d'aimantation initiale du matériau. Parmi ces modèles on a :

II-2-1 Le modèle de *Rayleigh*

C'est probablement la plus ancien des modèles analytiques développé par *Lord Rayleigh* en 1887. Il fournit une expression mathématique des cycles d'hystérésis caractérisant le comportement des matériaux ferromagnétiques dans le domaine des champs faibles. Ainsi, la perméabilité magnétique sur la courbe de première aimantation est une fonction linéaire du champ d'excitation et est représentée par l'équation :

$$\mu(H) = \mu_{in} + \eta H \quad (\text{II.1})$$

Avec:

μ_{in} : Perméabilité initiale

η : Constante de Rayleigh

L'équation (II.1) conduit à une relation parabolique entre B et H sur la première portion de la courbe de première aimantation :

$$B = \mu_{in} H + \frac{1}{2} \eta H^2 \quad (\text{II.2})$$

Les termes $\mu_{in} H$ et $\eta H^2 / 2$ représentent respectivement les composantes réversible et irréversible de l'induction magnétique. Le cycle d'hystérésis décrit dans le domaine de *Rayleigh* a une forme simple, figure II.1, ses branches ascendante et descendante peuvent être mises en équations :

- **Branche ascendante :**

A partir d'un état initial $(-H_{\max}, -B_{\max})$, obtenu par des valeurs décroissantes du champ, toute augmentation du champ appliqué H , entraîne une augmentation de l'induction magnétique [8] :

$$B = \mu_{in} (H + H_{\max}) + \frac{\eta}{2} (H + H_{\max})^2 - B_{\max} \quad (\text{II.3})$$

- **Branche descendante :**

Si inversement, on part d'un état initial (H_{\max}, B_{\max}) , obtenu par valeurs croissantes de H , toute diminution du champ appliqué entraîne une diminution de l'induction magnétique :

$$B = \mu_{in} (H - H_{\max}) - \frac{\eta}{2} (H - H_{\max})^2 + B_{\max} \quad (\text{II.4})$$

En appliquant l'équation (II.3) au point particulier (H_{\max}, B_{\max}) on aura :

$$B_{\max} = \mu_{in} H_{\max} + \eta H_{\max}^2 \quad (\text{II.5})$$

En substituant cette équation dans les équations (II.3) et (II.4), on peut déduire la formulation du modèle de *Rayleigh* qui sera décrit par l'équation suivante :

$$B = (\mu_{in} + \eta H_{\max})H \pm \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{\max}^2) \quad (\text{II.6})$$

Les paramètres du modèle de *Rayleigh* peuvent être déterminés à partir des valeurs maximales du champ d'excitation H , de l'induction B et de l'induction rémanente B_r définie au point $H=0$.

Sachant que B_r vérifie :

$$B_r = \frac{1}{2} \eta H_{\max}^2 \quad (\text{II.7})$$

On peut alors déterminer la constante de *Rayleigh* η par :

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{\max}^2} \quad (\text{II.8})$$

Connaissant la valeur de η , on peut déterminer la perméabilité initiale μ_{in} à partir de l'équation (II.5) :

$$\mu_{in} = \frac{B_{\max}}{H_{\max}} - \eta H_{\max} \quad (\text{II.9})$$

Nous pouvons dire donc que le modèle de *Rayleigh* est caractérisé par une mise en œuvre facile, cependant il reste limité aux faibles valeurs du champ d'excitation puisqu'il ne permet pas de décrire le phénomène de saturation et que le cycle d'hystérésis garde toujours une forme elliptique.

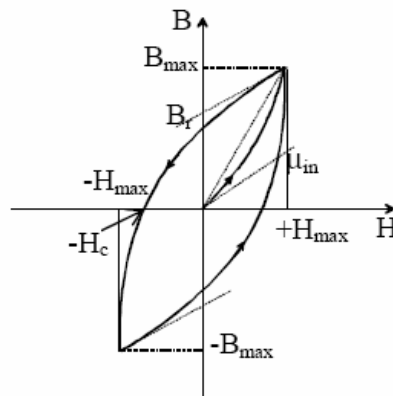


Fig. II.1 : Cycle d'hystérésis et courbe de première aimantation (*Rayleigh*)

II-2-2 Le modèle de *Frolich*

Ce modèle est également une approximation de la relation entre l'induction magnétique B et le champ H , permettant la description de la courbe de première aimantation uniquement :

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta|H|} \quad (\text{II.10})$$

Où α et β caractérisant le matériau étudié.

Les travaux de recherches cités dans la littérature, ont amélioré le modèle en subdivisant la caractéristique en deux parties, la première est définie lorsque $B \leq B_s$ et la seconde lorsque $B \geq B_s$, tel que l'on a :

$$B = \frac{H}{a1 + b1|H|} \quad (\text{II.11})$$

$$B = B_s + \frac{H - H_s}{a2 + b2|H - H_s|} \quad (\text{II.12})$$

En introduisant le champ coercitif H_c , l'expression du modèle respectivement sur la courbe montante et sur la courbe descendante du cycle majeure sera donnée par :

$$B = \frac{H - H_c}{\alpha + \beta|H - H_c|} \quad (\text{II.13})$$

$$B = \frac{H + H_c}{\alpha + \beta|H + H_c|} \quad (\text{II.14})$$

Le paramètre β est défini au point $(B_s, H \rightarrow \infty)$ par :

$$B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{(H + H_c)}{\alpha + \beta|H + H_c|} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \quad (\text{II.15})$$

Quand au paramètres α , il est défini au point $(B_s, H \rightarrow 0)$ par :

$$B_r = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{(H + H_c)}{\alpha + \beta|H + H_c|} = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left[\frac{1}{B_r} - \frac{1}{B_s} \right] \quad (\text{II.16})$$

Les modèle de type *Frolich* permettent d'avoir une approximation du phénomène de saturation ainsi qu'une représentation du cycle majeur, mais ne peuvent décrire certains phénomènes physiques liés au processus d'aimantation (les cycles mineurs) associés à l'hystérésis magnétique.

On utilise les équations (II.11), (II.13) et (II.14) pour représenter la courbe de cycle d'hystérésis figure II.2. Avec : $B_s=0.45T$, $H_c=1000A/m$ [2].

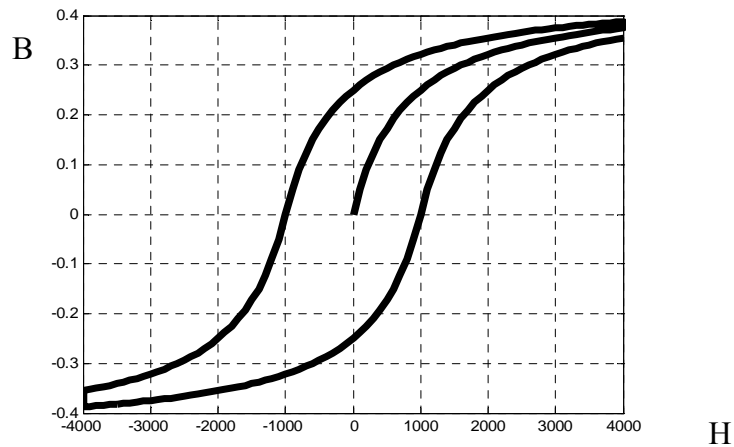


Fig. II.2 Cycle d'hystérésis généré par le modèle de *Frölich*

II-2-3 Le modèle fractionnel

De nombreux auteurs (*P.Weiss* et son école) ont proposé une formulation empirique du type modèle fractionnel pour rendre compte de l'approche à la saturation [7].

L'équation suivante montre l'approximation du phénomène d'hystérésis en termes fractionnel $1/H^i$, $i=1.....n$:

$$B = \mu_0 M_s \left[1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} - \dots - \frac{z}{H^i} \right] + \mu_0 H \quad (\text{II.17})$$

L'évolution de l'aimantation M en fonction du champ est obtenue en associant le modèle à la loi du comportement du matériau magnétique :

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (\text{II.18})$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$M = M_s \left[1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} - \dots - \frac{z}{H^i} \right] \quad (\text{II.19})$$

Une nouvelle formulation du modèle est obtenue avec les travaux de *Dionne*, *Weiss* et *Allen* [7] :

$$M = M_s \left[1 - \frac{a}{(H + H_n \pm H_c)} - \frac{b}{(H + H_k)} - \dots \right] \quad (\text{II.20})$$

Avec

H_c : le champ coercitif.

H_k : le champ d'anisotropie.

H_n : le champ supplémentaire.

Les valeurs $\pm H_c$ sont appliquées respectivement sur les branches montante et descendante du cycle d'hystérésis. Les paramètres a et b sont déterminés aux points $(M = 0, H = -H_c)$ et $(M = M_r, H = 0)$ tel que l'on a :

$$M(H = -H_c) = M_s \left[1 - \frac{a}{H_n} - \frac{b}{(-H_c + H_k)^2} \right] = 0 \quad (\text{II.21})$$

$$M(H = 0) = M_s \left[1 - \frac{a}{H_n + H_c} - \frac{b}{(H_k)^2} \right] = M_r \quad (\text{II.22})$$

Ainsi, la détermination des paramètres a et b dépend des valeurs de H_c, H_n, H_k .

II-2-4 Le modèle polynomial

A approximation du phénomène par des séries polynomiales a fait l'objet de plusieurs recherches il y a de cela 50 ans et ceci dans le but de décrire le comportement magnétique non linéaire des matériaux ferromagnétiques.

Ainsi, la relation entre l'induction magnétique B et le champ H est donnée par :

$$B = kH^{1/n} \quad (\text{II.23})$$

Avec K et n , paramètres caractérisant le matériau magnétique. Il sont déterminés à partir de la courbe de première aimantation (pour des matériaux ferromagnétiques, « n » a pour valeurs : $5 \leq n \leq 14$).

Ce modèle permet de décrire le comportement magnétique non linéaire des matériaux ferromagnétiques ainsi que la phénomène de saturation, seulement il est limité à la courbe de première aimantation [2].

II-2-5 Les modèles à fonctions multiples

Pour ce type de modèle, l'approximation du comportement magnétique est donnée sous forme exponentielle, trigonométrique ou hyperbolique comme par exemple :

Approximation sous forme exponentielle :

$$B = B_s \exp\left(\frac{H}{a + bH}\right) \quad (\text{II.24})$$

Approximation en séries de fonctions exponentielles :

$$B = \sum_{i=0}^N \alpha_i (1 - \exp(-\beta_i H)) \quad (\text{II.25})$$

Approximation en séries de fonctions trigonométriques :

$$B = \sum_{i=0}^N B_i \tan^{-1}\left(\frac{H}{H_i}\right) \quad (\text{II.26})$$

L'association d'autres types d'approximation du cycle en série de fonctions trigonométriques à la loi de comportement magnétique du matériau (équation (II.18)), permet d'obtenir l'aimantation de l'expression (II.27) par :

$$M = \frac{2}{\pi} M_s \tan^{-1}\left(\frac{H}{H_c} \pm 1\right) \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) \quad (\text{II.27})$$

Ainsi, les cycles mineurs de l'hystérésis peuvent être calculés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} M = \frac{2K}{\pi} M_s \tan^{-1}\left(\frac{H}{H_c}\right) \tan\left(\frac{\pi M_r}{2M_s}\right) \pm (1-K)M_r \\ \text{Avec } K = \frac{(M_r + M_{rm})}{2M_r} \end{array} \right. \quad (\text{II.28})$$

Où M_{rm} représente l'aimantation rémanente du cycle mineur.

En définitif, ce modèle permet d'approximer correctement le cycle majeur et même de décrire les cycles mineurs du phénomène d'hystérésis, cependant l'approximation est dénuée de toute interprétation physique du phénomène, de plus la génération des cycles mineurs dans un système soumis à un champ variable est difficile.

En général ces modèles sont utilisés pour des applications d'enregistrements magnétiques exigeant un cycle d'hystérésis large et une induction rémanente de valeur importante.

II-2-6 Le modèle de *Potter*

Les travaux de *Potter* ont permis de définir ce modèle basé sur des relevés expérimentaux de l'aimantation de saturation M_s , de l'aimantation rémanente M_r , du champ de saturation H_s et du champ coercitif H_c [8]:

$$M(H, \alpha) = M_s \left[\text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh\left[\frac{H_c - H \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1}\left(\frac{M_r}{M_s}\right) \right] \right] \right] \quad (\text{II.29})$$

Le facteur α vaut ± 1 sur le cycle majeur et est redéfini par l'équation (II.30) à chaque point de renversement caractérisé par H^* et par α^* . L'aimantation M sera alors calculée en fonction de H et de α^* et sera positive quand H est croissant et négative quand H est décroissant tel que $|\alpha| \leq 1$.

$$\alpha^* = - \frac{2 \operatorname{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left[\left[1 - \operatorname{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right] \tanh^{-1} \frac{M_r}{M_s} \right] \right]}{1 + \tanh \left[\left[1 + \operatorname{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right] \tanh^{-1} \frac{M_r}{M_s} \right]} \quad (\text{II.30})$$

Caractérisé par une mise en œuvre facile, ce modèle décrit le cycle d'hystérésis à partir d'une fonction analytique paramétrée en α évoluant à chaque point de renversement, cependant, il ne décrit pas vraiment les cycles mineurs s'ils ne sont centrés autour de zéro.

On utilise l'équation (II.29), pour représenter la courbe de cycle d'hystérésis figure II.3. Avec : $B_s=0.45\text{T}$, $H_c=1000\text{A/m}$ [6].

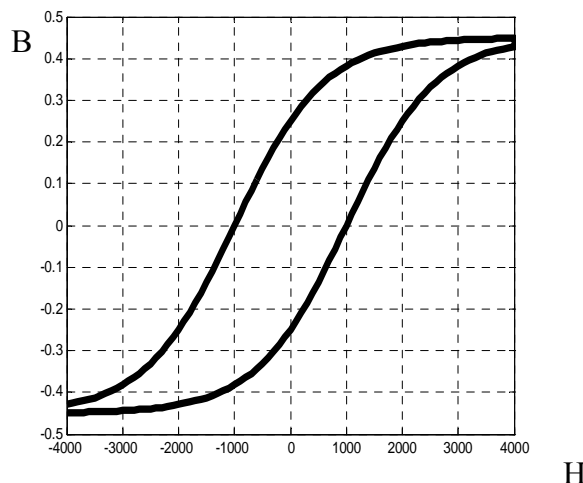


Fig. II.3 cycle d'hystérésis généré par le modèle e *Potter*

II-2-7 Le modèle avec série de *Fourier*

L'application à un échantillon ferromagnétique d'un champ d'excitation sinusoïdal a pour résultat une induction magnétique non sinusoïdale et de forme complexe (comportement non linéaire du matériau) qui va être représentée à l'aide des séries de *Fourier* basée sur des points expérimentaux de la courbe de première aimantation [5] :

$$B = B_s \sum_{j=0}^n \gamma_{2j+1} \left[\sin \frac{(2j+1)\pi}{4H_s} (H - H_s) \right] \quad (\text{II.31})$$

Avec

H_s : le champ de saturation.

B_s : l'induction de saturation.

n : le nombre de termes de la série.

Les coefficients γ_{2j+1} sont donnés par :

$$\gamma_{2j+1} = \frac{16H_{\max}}{((2j+1)\pi)^2} \left[\alpha_n \sin \left[(2j+1) \frac{\pi}{2} \right] + \sum_{k=1}^{N-1} (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \sin \left((2j+1) \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (\text{II.32})$$

Les paramètres α_k ($k=1, \dots, n$) représentent les points des segments reliant les points de mesure de la courbe de première aimantation, qui est généralement donné par le constructeur.

Ce type de modèle permet d'approximer le cycle majeur à partir de paramètres déduits de la courbe de première aimantation sans pouvoir décrire les cycles mineurs du phénomène d'hystérésis, il est également dénué de toute interprétation du phénomène physique.

II-2-8 Le modèle à fonctions auxiliaires

Dans le but de décrire les propriétés magnétiques d'un matériau, un nouveau modèle basé sur l'approximation de l'aimantation M est établi [5]. Il consiste à représenter M par une fraction de polynômes de second ordre :

$$M = \frac{a1H + a2H^2}{1 + b1H + b2H^2} \quad (\text{II.33})$$

Les paramètres $a1, a2, b1$ et $b2$ fonction de M_s, M_r , de la susceptibilité initiale k , de la constante de Neel α et de la constante de Rayleigh η sont déterminés par :

$$\begin{cases} a1 = k & b1 = \frac{k + \alpha\eta}{M_s - k\alpha} \\ a2 = \frac{M_s\eta + k^2}{M_s - k\alpha} & b2 = \frac{M_s\eta + k^2}{M_s(M_s - k\alpha)} \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

Le cycle majeur du phénomène d'hystérésis peut être construit à deux fonctions auxiliaires $g_1(H)$ (fonction impaire) et $g_2(H)$ (fonction paire) définies par :

$$g_1(H) = \frac{B^- + B^+}{2} \quad g_2(H) = \frac{B^- - B^+}{2} \quad (\text{II.35})$$

Tel que B^+ et B^- représentent respectivement les branches montante et descendante du cycle d'hystérésis.

L'induction magnétique B est alors déterminée par :

$$B = \begin{cases} g_1 + g_2 & \text{si } H \text{ diminue} \\ g_1 - g_2 & \text{si } H \text{ augmente} \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

En tenant compte de la symétrie du cycle d'hystérésis, les fonctions auxiliaires peuvent être approximées par des fractions rationnelles du second ordre :

$$\begin{cases} g_1(H) = \mu_0 \left[H + \frac{a'_1 H + a'_2 H |H|}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right] \\ g_2(H) = \mu_0 \left[\frac{c_1 (H_s - |H|) + c_2 (H_s^2 - H^2)}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right] \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

Les coefficients b_1 et b_2 sont déterminés par la relation (II.34) et a'_1, a'_2, c_1 et c_2 à partir de relevés expérimentaux du cycle d'hystérésis.

Une autre identification des fonctions auxiliaires a donné :

$$g_1(H) = B_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_s} \right); \quad g_2(H) = \frac{B_s}{H_s} \left(\frac{1}{1 + (H/H_s)^2} \right) - \frac{\partial g_1(H)}{\partial H} \Big|_{H=H_s} \quad (\text{II.38})$$

Ce modèle analytique est facile à mettre en œuvre grâce à la simplicité de ses fonctions auxiliaires, cependant il ne peut décrire les boucles mineures du cycle d'hystérésis et n'est valable que pour certains échantillons ferromagnétiques.

II-3 Les modèles dynamiques

Contrairement aux modèles statiques présentés précédemment où la fréquence du champ d'excitation est faible donc l'échantillon a suffisamment de temps pour régir à l'excitation, les modèles dynamiques tiennent compte de cette fréquence.

II-3-1 Le modèle de *Duhem*

Il est probablement l'un des premiers modèles dynamiques, basé sur la description thermodynamique du processus d'aimantation en résolvant l'équation différentielle suivante [2] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial B}{\partial t} = f \left[B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t} \right] \\ B(0) = B_0 \end{array} \right. \quad (\text{II.39})$$

La fonction f est définie comme suit :

$$f \left[B(t), H(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t} \right] = g \left[B(t), H(t), \text{sign} \left(\frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \right] \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{II.40})$$

La fonction g est une fonction continue qui change de forme selon la position du point de fonctionnement sur le cycle d'hystérésis :

$$g \left[B(t), H(t), \text{sign} \left(\frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \right] = g_1(H, B) \quad (\text{II.41})$$

$$g \left[B(t), H(t), \text{sign} \left(\frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) \right] = g_2(H, B) \text{ si } \text{sign} \left(\frac{\partial H(t)}{\partial t} \right) < 0$$

L'équation (II.42) représente la caractéristique dynamique du phénomène :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = g_1(H, B) \frac{\partial H}{\partial t} \Big|_{H\uparrow} - g_2(H, B) \frac{\partial H}{\partial t} \Big|_{H\downarrow} \quad (\text{II.42})$$

Les termes $\frac{\partial H}{\partial t} \Big|_{H\uparrow}$ et $\frac{\partial H}{\partial t} \Big|_{H\downarrow}$ représentent respectivement les dérivées du champ d'excitation par rapport au temps sur les branches montante et descendante du cycle d'hystérésis.

Ce modèle est difficile à mettre en œuvre car il repose sur l'identification des fonctions g_1 et g_2 . En effet, tout échantillon ferromagnétique présente un cycle différent pour lequel il faut déterminer ces fonctions avant d'entamer toute modélisation du phénomène [5].

II-3-2 Le modèle de *Hodgdon*

Il est également basé sur la description thermodynamique du processus d'aimantation en résolvant l'équation différentielle suivante afin de générer le cycle d'hystérésis :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| [f(H) - B] + \frac{\partial H}{\partial t} g(H) \quad (\text{II.43})$$

Où l'on admet que α est un coefficient strictement positif (généralement de valeur unitaire).

En utilisant la perméabilité différentielle $\frac{\partial B}{\partial H} = \mu_d$, l'équation (II.43) peut encore s'écrire :

$$\frac{\partial B}{\partial H} = \begin{cases} \alpha[f(H)-B]+g(H) & \text{si } \frac{\partial H}{\partial t} > 0 \\ -\alpha[f(H)-B]+g(H) & \text{si } \frac{\partial H}{\partial t} < 0 \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

Les fonctions f et g définissent la structure du modèle. Pour que les solutions de l'équation (II.43) soient hystérétiques, il faut que ces fonctions remplissent les conditions mathématiques suivantes :

1. f doit être une fonction impaire, continue par morceau, monotone croissante et différentiable, telle que sa dérivée f' admette une limite finie lorsque H tend vers l'infini.
2. g doit être une fonction paire, continue par morceau.

En intégrant l'équation (II.44), l'induction magnétique sur les branches montante l'équation (II.45) et branches descendante l'équation (II.46), du cycle majeur sous les conditions initiales B_0 et H_0 sera donnée par :

Si $H > H_0$

$$B^+(H) = f(H) + [B_0 - f(H_0)] \exp(-\alpha(H - H_0)) + \exp[-\alpha H] \int_{H_0}^H [g(\xi) - f'(\xi)] \exp(\alpha \xi) d\xi \quad (\text{II.45})$$

$$\text{Si } H < H_0 \quad B^-(H) = f(H) + [B_0 - f(H_0)] \exp(\alpha(H_0 - H)) - \exp[\alpha H] \int_H^{H_0} [g(\xi) - f'(\xi)] \exp(-\alpha \xi) d\xi \quad (\text{II.46})$$

Où :

B^+ est la solution générale obtenue par une évolution croissante à partir de l'état initial,

B^- est la solution générale obtenue par une évolution décroissante à partir de l'état initial.

Des résultats satisfaisants sont obtenus avec les fonctions $f(H)$ et $g(H)$ pour la représentation du cycle d'hystérésis tel que :

$$f(H) = \begin{cases} b_1 \tan^{-1}(H_s / b_2) + \mu_0(H - H_s) & \text{si } H > H_s \\ b_1 \tan^{-1}(H_s / b_2) & \text{si } |H| < H_s \\ -b_1 \tan^{-1}(H_s / b_2) + \mu_0(H + H_s) & \text{si } H < -H_s \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

Et

$$g(H) = \begin{cases} f'(H) [1 - b_3 \exp(-b_4 |H| / (H_s - |H|))] & \text{si } |H| < H_s \\ f(H) & \text{si } |H| > H_s \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

Avec b_1 , b_2 , b_3 et b_4 définis en (II.49) à partir de relevés expérimentaux sur le cycle expérimental. Ces points particuliers sont l'aimantation rémanente définie au point $(0, B_r)$, le champ coercitif défini au point $(H_c, 0)$ et l'aimantation de saturation (H_s, B_s) . On obtient le système d'équations (II.49) suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 = 2B_s / \pi \\ b_2 = \left(\frac{\mu_s \pi H_s^2}{2B_s - \mu_s \pi} \right)^{1/2} \\ b_3 = 1 + \frac{\alpha B_r - \mu_r}{f'(0)} \\ b_4 = \frac{H_s - H_c}{H_c} \ln \left[\frac{b_3 f'(H_c)}{\alpha f(H_c) + f'(H_c) - \mu_c} \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.49})$$

Le deuxième modèle d'*Hodgdon* l'équation (II.50) tient compte de la valeur de la fréquence du champ d'excitation, en remplaçant $g(H)$ par $\tilde{g}(H, \frac{\partial H}{\partial t})$ (II.51) :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| \left[f(H) - B \right] + \frac{\partial H}{\partial t} \tilde{g} \left(H, \frac{\partial H}{\partial t} \right) \quad (\text{II.50})$$

$$\tilde{g}(H) = \begin{cases} f'(H) \left[1 - b_3 C \left(\frac{\partial H}{\partial t} \right) \exp(-b_4 |H| / (H_s - |H|)) \right] & \text{si } |H| < H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| > H_s \end{cases} \quad (\text{II.51})$$

C désigne une nouvelle fonction structurelle dont la limite est égale à l'unité lorsque \dot{H} tend vers zéro.

$C\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)$ est donné par :

$$C(\dot{H}) = \begin{cases} 1 + c_1 |\dot{H}| & \text{si } |\dot{H}| < \dot{H}_1 \\ 1 + c_1 \dot{H}_1 + c_2 (|\dot{H}| - \dot{H}_1) & \text{si } \dot{H}_1 < \dot{H} < \dot{H}_2 \\ 1 + c_1 \dot{H}_1 + c_2 (\dot{H}_2 - \dot{H}_1) + c_3 (|\dot{H}| - \dot{H}_2) & \text{si } \dot{H}_2 < |\dot{H}| \end{cases} \quad (\text{II.52})$$

La difficulté de ce modèle réside dans la détermination des coefficients de $C(\dot{H})$. En effet, *Hogdon* n'a pas défini de méthode d'identification des paramètres c_1 , c_2 , c_3 et par conséquent, l'intégration du modèle statique dans un calcul de champ est facile à mettre en œuvre vu l'aspect analytique du modèle, par contre, celle du cas dynamique présente des difficultés d'identification, ce qui rend le modèle relativement inapplicable.

II-4 Modèle de Preisach

Le modèle de *Preisach* est un modèle d'hystérésis phénoménologique proposé par le physicien allemand *Fredrick Preisach* en 1935, pour décrire le phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétique, tant les matériaux doux que dans les matériaux durs.

L'approche de ce modèle est totalement intuitive, elle est basée sur la compréhension du mécanisme d'aimantation.

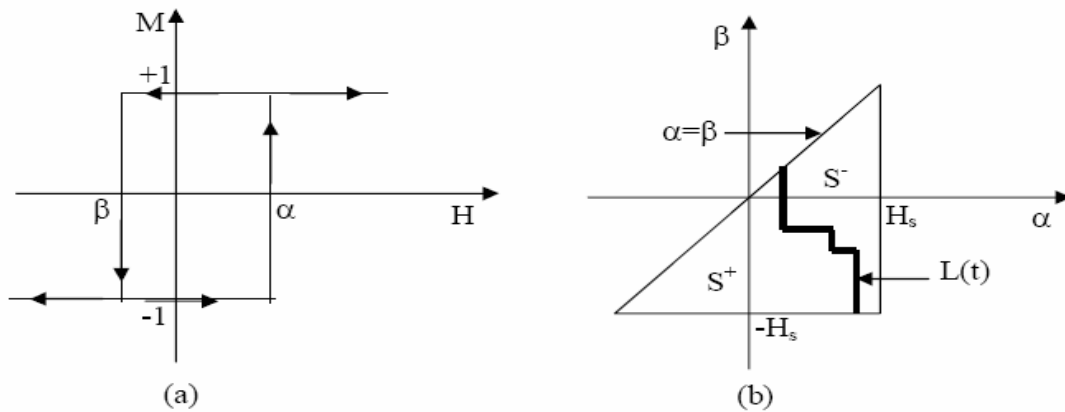
Des extensions de ce modèle permettent de prendre en compte les effets dynamiques et l'anisotropie [5], [2].

II-4-1 Description du modèle de Preisach

L'idée fondamentale de ce modèle est de considérer le matériau magnétique comme un ensemble d'un très grand nombre de particules élémentaire, dits hystérésis ayant deux états magnétiques possibles : soit $M = -1$ ou $M = +1$.

On affecte à chacune de ces particules, un cycle d'hystérésis élémentaire de forme rectangulaire, dissymétrique par rapport à l'origine, figure II.4.a, défini par une fonction $\phi_{\alpha\beta} = \pm 1$.

Ces cycles élémentaires sont caractérisés par les champs α et β (avec $\alpha \geq \beta$) appelés champs de basculement ou de commutation. Ils correspondent aux valeurs du champ H , pour lesquelles il inversement [5], [2].

Fig. II.4 : Illustration du cycle élémentaire et du triangle de *Preisach*

Le calcul de l'aimantation repose sur une distribution statique des particules élémentaires, dont les variables sont les champs de commutation α et β .

Soit $\rho(\alpha, \beta)$, cette fonction de distribution appelée aussi densité de *Preisach*. Elle est indépendante de l'état magnétique du matériau.

L'aimantation $M(t)$ résultant de l'application du champ H à l'instant t s'écrit dans la formulation de *Preisach* :

$$M(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \rho(\alpha, \beta) \phi_{\alpha\beta}[H(t)] d\alpha d\beta \quad (\text{II.53})$$

Où :

$\rho(\alpha, \beta)$: La densité de *Preisach*.

$\phi_{\alpha\beta}[H(t)]$: représente l'opérateur associé à l'hystéron élémentaire, $\phi_{\alpha\beta}[H(t)] = \pm 1$.

II-5 Modèle de *Chua*

Le modèle du type *Chua* tient compte de tous les aspects du phénomène tel que la courbe de première aimantation, la saturation, le cycle mineur, ainsi que les pertes par hystérésis. Ce modèle est obtenu par le comportement des caractéristiques du champ statique (H_e) et du champ dynamique (H_o) [2] :

$$H = H_e + H_o \quad (\text{II.55})$$

La courbe anhystérétique de magnétisation, peut être obtenue en appliquant d'abord le champ statique et le champ alternatif superposé, et alors ramener le champ alternatif à zéro et observer la densité du flux [2]. Cette courbe idéale de magnétisation peut être représentée par l'équation (II.56):

$$H = \frac{1}{\mu} B \quad (\text{II.56})$$

H : intensité du champ.

B : densité du flux.

μ : perméabilité magnétique.

Mais le rapport entre la variation de la densité du flux et de l'intensité du champ produit la perméabilité réversible μ_r donnée par l'équation (II.57):

$$\frac{dB}{dt} = \mu_r \frac{dH}{dt} \quad (\text{II.57})$$

En introduisant le coefficient de l'hystérésis s [Ω /m] dans l'équation (II.57), alors le champ total qui est défini par la somme des caractéristiques statiques (l'équation (II.56)) et des caractéristiques dynamiques (l'équation (II.57)) sera représenté par les équations (II.58) et l'équation (II.59) :

$$H + \left(\frac{\mu_r}{s}\right) \frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu} B + \left(\frac{1}{s}\right) \frac{dB}{dt} \quad (\text{II.58})$$

Donc :

$$H = \frac{1}{\mu} B + \left(\frac{1}{s}\right) \left[\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right] \quad (\text{II.59})$$

Avec :

$$s = \frac{dB/dt}{H_0} \quad (\text{II.60})$$

II-6 Le modèle de Jiles-Atherton

Le modèle de *Jiles-Atherton* (1986) est un modèle de base physique comporte des différents mécanismes introduits dans l'étude des matériaux ferromagnétiques [2]. *Jiles* et *Atherton* ont basé leur modèle sur celui de *Langevin*, avec les deux postulats:

- L'échange d'énergie par unité de volume est égal à l'échange d'énergie magnétostatique additionnée aux pertes par hystérésis.
- La décomposition de l'aimantation en deux composantes, réversible et irréversible, avec:

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (\text{II.60})$$

La composante réversible représente la translation et la rotation réversible des parois au sein des matériaux ferromagnétiques. Par contre, la composante irréversible représente le déplacement irréversible des domaines magnétiques. La relation reliant le champ magnétique et l'aimantation est donnée par l'équation (II.61):

$$M_{an}(H) = M + k\delta \frac{dM}{dH} \quad (\text{II.61})$$

M : l'aimantation totale et δ_j : un facteur qui vaut ± 1 selon le sens d'évolution de H , tel que $|\delta_j|=1$.

En tenant compte de $H_{eff} = H + \alpha_w M$, on peut définir l'aimantation irréversible par :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (\text{II.62})$$

Et la composante réversible de l'aimantation par :

$$M = cM_{an}(H_e) + (1-c)M_{irr} \quad (\text{II.63})$$

Par conséquent, la formulation différentielle de l'aimantation s'écrit :

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} + (1-c) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (\text{II.64})$$

II-7 Synthèse et choix d'un modèle

Afin de permettre la comparaison et le choix d'un modèle, on a regroupé les caractéristiques et les propriétés des modèles présentés précédemment dans le Tableau (II.1) :

Tableau II.1 Caractéristiques et propriétés des modèles de l'hystérésis		
Modèles	Avantages	Inconvénients
<i>Analytiques</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ la rapidité de génération du phénomène. ➤ la simplicité de mise en oeuvre. ➤ donnent une approximation du phénomène de saturation ainsi qu'une représentation du cycle majeur (<i>Frôlich</i>). 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ valables seulement pour des champs d'excitation proche de la saturation (<i>Frôlich</i>). ➤ ils ne décrivent pas le cycle d'hystérésis avec ses branches montantes et descendantes mais seulement la courbe de première aimantation (<i>Polynomial</i>). ➤ valables seulement pour des champs d'excitation faible (<i>Rayleigh</i>).

<i>Dynamiques</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ ils sont utilisés où la fréquence du champ d'excitation est plus élevée. ➤ le temps d'excitation est très petit par rapport aux modèles analytiques. <p>le modèle de <i>Hodgdon</i> est développé par <i>Chua</i> et <i>Saito</i></p>	la difficulté se situe essentiellement au niveau de la détermination des coefficients c_1, c_2 et c_3 .
<i>Jiles-Atherton</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ le plus complet sur les plans physique et phénoménologique. ➤ le plus utilisé jusqu'à présent, [5]. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ le processus d'identification des paramètres est difficile. ➤ le comportement non physique du modèle au niveau des points maximaux.
<i>Preisach</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ le plus complet sur les plans mathématique et phénoménologique [2] ➤ il étudie le phénomène de saturation et la représentation de cycle d'hystérésis mineur et majeur. ➤ le plus utilisés dans la modélisation des matériaux magnétiques, [2]. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ le problème principal du modèle de <i>Preisach</i> c'est la détermination de la fonction de distribution.
<i>Chua</i>	<ul style="list-style-type: none"> ➤ le plus complet sur les plans mathématique et phénoménologiques [2]. ➤ il étudie la saturation et le cycle mineur. ➤ il aussi très utilisé, [2, 5, 8]. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ le processus d'identification des paramètres est difficile.

L'objectif de cette comparaison est de sélectionner un modèle aussi complet que possible pour couvrir une large catégorie d'échantillons ferromagnétiques. Ce modèle doit tenir compte de tous les aspects du phénomène tel que la courbe de première aimantation, le cycle majeur ainsi que le cycle mineur.

A partir du tableau (II.2), on remarque que les trois modèles *Jiles-Atherton*, *Preisach* et *Chua* sont particulièrement les plus complets sur les plans mathématiques et phénoménologiques, en se basant sur ce dernier car c'est le modèle qu'on utilisera dans la suite de notre travail pour la caractérisation des matériaux ferromagnétiques doux.

II-8 Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à l'étude bibliographique des principaux modèles scalaires.

- ❖ Les modèles analytiques sont basés sur des principes simples et leur mise en œuvre est relativement aisée. Cependant et en raison de la mauvaise représentation des cycles mineurs, le domaine d'application de ces modèles est donc particulièrement restreint.
- ❖ Le modèle de *Preisach* paraît plus apte à représenter la réalité expérimentale car il bénéficie d'une interprétation géométrique particulière commode pour expliquer les mécanismes de variation de l'aimantation.
- ❖ Le modèle de *Chua* est particulièrement le plus complet sur les plans mathématiques et phénoménologiques. Ces modèles permettent ainsi de concilier les aspects microscopique et macroscopique du phénomène. Ainsi, ils ont la capacité de s'adapter à une large catégorie d'échantillons ferromagnétiques.
- ❖ Le modèle de *Jiles-Atherton* est bien adapté pour représenter le comportement des matériaux doux, seulement la procédure d'identification des paramètres représentant le modèle peut entraîner des problèmes de convergences. Pour cette raison on a choisi le modèle de *Jiles-Atherton* qu'on étudiera dans la suite de notre travail.

Chapitre III

Etude le Modèle de *Jiles-Atherton*

III-1 Introduction

III-2 Le modèle de *Jiles-Atherton*

III-3 Analyse des effets des paramètres

III-4 Comparaison entre modèle de *Jiles-Atherton*, *Chua* et *Preisach*

III-5 Conclusion

III-1 Introduction

Comme nous l'avons vu précédemment, le modèle de *Jiles-Atherton* est l'un des modèles plus utilisés pour la représentation de l'hystérésis d'un matériau magnétique.

Le choix d'un modèle de l'hystérésis dépendra essentiellement des besoins de son utilisateur et des capacités du modèle à reproduire fidèlement le phénomène voulu.

Le modèle de *Jiles-Atherton* est certainement l'un des modèles les plus déjà connus. Il est valable pour une modélisation statique et dynamique pour les matériaux présentant le phénomène d'hystérésis. Sa base théorique lui permet de tenir compte de l'aspect microscopique du phénomène. Dans ce chapitre deux aspects seront présentés, le premier sera la présentation générale du modèle de *Jiles-Atherton* et le second concernera la simulation et la validation de ce modèle et les effets de chaque paramètre (M_s , a , α , k , c) sur l'allure de cycle. Enfin, on terminera par la comparaison des deux modèles de *Preisach* et *Chua* avec le modèle de *Jiles-Atherton*.

III-2 Le modèle de *Jiles-Atherton*

Le modèle de *Jiles-Atherton* [8] a été développé décrire le processus dynamique de l'aimantation à partir de l'équilibre d'énergie d'échange dans un matériau magnétique. Ce modèle est basé sur les études de ; *Weber* (1852), *Maxwell* (1873), *Wiedemann* (1886), *Ewing* (1890), *Langevin* (1905), *Weiss* (1907,1916), *Kersten* (1938,1943) et *Becker* (1939).

Ainsi, *Jiles* et *Atherton* publiaient leur modèle en 1983.

III-2-1 Interaction entre moments magnétiques

Le premier modèle de l'aimantation basé sur la microstructure des matériaux est la fonction d'approximation de *Langevin* pour les matériaux paramagnétiques, [8]. Cette fonction exprime l'aimantation en fonction du champ appliqué, elle est donnée par :

$$M = M_s \left(\coth \frac{H}{a} - \frac{a}{H} \right) \quad (\text{III.1})$$

$$a = \frac{kT}{\mu_0 m}$$

Où M_s est l'aimantation spontanée (à saturation) du matériau correspond à l'alignement des moments suivant le champ appliqué H et a un paramètre équivalant à un champ magnétique relié à l'énergie d'agitation thermique selon les statistiques de *Boltzmann*. Dans

les matériaux ferromagnétiques, les moments magnétiques voisins sont en interaction. *Weiss* avait découvert que le champ agissant sur les moments n'est pas le champ extérieur appliqué, mais un champ effectif H_e exprimé par :

$$H_e = H + \alpha M \quad (\text{III.2})$$

Où le terme αM représente le champ d'interaction et α le facteur de correction de *Weiss* représentant le couplage entre domaines et peut être déterminé expérimentalement.

En remplaçant H_e au lieu de H dans la fonction de *Langevin*, l'aimantation d'un matériau due à l'interaction entre domaines sera décrite par :

$$M = M_s \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (\text{III.3})$$

La fonction de *Langevin* modifiée l'équation (III.3) n'arrive pas à donner une meilleure description du comportement des matériaux ferromagnétiques parce que ce modèle ignore la possibilité de changement de l'aimantation sous l'effet du mouvement des parois freiné par les sites d'épinglage. Par ailleurs, l'équation (III.3), décrit le cas idéal d'un cristal parfait dont les parois des domaines se déplacent librement pour atteindre l'équilibre thermodynamique. Ainsi, la courbe obtenue par l'équation (III.3) est la courbe d'aimantation idéale, connue souvent par l'aimantation anhystérétique.

La courbe de première aimantation d'un ferromagnétique se situe toujours au dessous de la courbe anhystérétique, et s'approche asymptotiquement d'elle dans la région des champs forts.

III-2-2 Energie associée à la mobilité des parois

Considérant deux domaines formants une paroi à 180° et de surface S , l'orientation des domaines est parallèle au champ extérieur appliqué H . Si dx est le déplacement de la paroi due à l'action du champ magnétique, alors la densité d'énergie résultante de ce déplacement est :

$$dw = \mu_0 H dM \quad (\text{III.4})$$

Supposant que \mathcal{E}_π est l'énergie moyenne par site d'épinglage pour un arrangement des parois à 180° . Si le long de la distance dx , les parois tournent d'un angle φ , la variation de l'énergie d'épinglage prend la forme [8] :

$$\varepsilon_p = \frac{\varepsilon_\pi (1 - \cos \varphi)}{2} \quad (\text{III.5})$$

Si l'angle $\varphi=180^\circ$, l'énergie d'épinglage d'un site unitaire est de valeur ε_π , si $\varphi=90^\circ$ cette énergie prend la valeur $\varepsilon_p = \varepsilon_\pi / 2$, alors que lorsque $\varphi=0$ l'énergie d'épinglage est nulle c'est-à-dire qu'il n'y a plus de parois. Dans le cas où il existe n sites d'épinglage par unité de volume, les pertes d'énergie de la paroi par unité de volume sont :

$$dw = \mu_0 n \varepsilon_\pi S dx \quad (\text{III.6})$$

Sachant que la variation de l'aimantation due aux parois entre domaines est :

$$dM = 2M_s S dx \quad (\text{III.7})$$

Alors, il vient que la variation de la densité d'énergie sera exprimée par :

$$dw = \frac{\mu_0 n \varepsilon_\pi}{2M_s} dM \quad (\text{III.8})$$

Mettant $k = \frac{n \varepsilon_p}{2M_s}$ et sachant que l'aimantation est fonction du champ appliqué c'est-à-dire $dM = dM(H)$, les pertes d'énergie par unité de volume générées par le déplacement des parois peuvent être exprimées par :

$$dw = \mu_0 k \delta \frac{dM}{dH} dH \quad (\text{III.9})$$

Où k est le coefficient d'épinglage, et δ un paramètre directionnel peut prendre la valeur (+1) pour H croissant $\frac{dH}{dt} > 0$, et la valeur (-1) pour H décroissant $\frac{dH}{dt} < 0$.

III-2-3 Cycle d'hystérésis

Le modèle de *Jiles-Atherton* est un modèle de base physique comporte des différents mécanismes introduits dans l'étude des matériaux ferromagnétiques [12]. *Jiles* et *Atherton* ont basé leur modèle sur celui de *Langevin*, avec les deux postulats:

L'échange d'énergie par unité de volume est égal à l'échange d'énergie magnétostatique additionnée aux pertes par hystérésis.

La décomposition de l'aimantation en deux composantes, réversible et irréversible, avec :

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (\text{III.10})$$

La composante réversible représente la translation réversible des parois et la rotation réversible des domaines (rotation de l'aimantation). Par contre, la composante irréversible représente le déplacement irréversible des parois et des domaines magnétiques, elle peut être déterminée à partir de l'équilibre énergétique pendant le processus d'aimantation comme suit :

Dans un processus d'aimantation et en absence des pertes par hystérésis, la variation de l'énergie magnétique doit être égale à l'énergie totale fournie au matériau, et l'aimantation suivra la caractéristique anhystérétique $M_{an}(H)$ donnée par la fonction de *Langevin* modifiée. Le bilan énergétique dans ce cas est exprimé par :

$$\mu_0 \int M_{an}(H) dH = \mu_0 \int M dH \quad (\text{III.11})$$

En présence de l'hystérésis due au déplacement des parois, l'équilibre énergétique sera exprimé par :

$$\mu_0 \int M_{an}(H) dH = \mu_0 \int M dH + \mu_0 \int k\delta \frac{dM}{dH} dH \quad (\text{III.12})$$

De l'équation (III.12) on peut écrire la relation reliant l'intensité du champ magnétique à l'aimantation :

$$M_{an}(H) = M + k\delta \frac{dM}{dH} \quad (\text{III.13})$$

En tenant compte de l'interaction entre domaines magnétiques à travers le champ effectif de *Weiss* donné par l'équation (III.2), et à partir de l'équation (III.13), la composante irréversible de l'aimantation sera définie par l'équation différentielle suivante :

$$M_{an}(H_e) = M_{irr} + k\delta \frac{dM}{dH_e} \quad (\text{III.14})$$

En dérivant l'équation (III.14) par rapport à H , la formulation différentielle de la composante irréversible prend la forme :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} \quad (\text{III.15})$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (\text{III.16})$$

La composante réversible de l'aimantation peut être défini comme la différence entre l'aimantation anhystérétique et l'aimantation irréversible :

$$M_{rev} = c(M_{an}(H_e) - M_{irr}) \quad (\text{III.17})$$

Où c est le coefficient de réversibilité. En combinant l'équation (III.10) et (III.17), on peut écrire l'expression de l'aimantation totale sous la forme :

$$M = M_{irr} + M_{rev} = (1 - c)M_{irr} + cM_{an}(H_e) \quad (\text{III.18})$$

D'après (III.18), la susceptibilité différentielle totale $\frac{dM}{dH}$ s'écrit :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + c \left(\frac{dM_{an}(H_e)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad (\text{III.19})$$

En tenant compte de l'équation (III.16), la formulation différentielle de l'aimantation totale s'écrit :

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} \quad (\text{III.20})$$

En résumé la modèle d'hystérésis de *Jiles-Atherton* est décrite par l'équation de *Langevin* modifiée (III.3) pour l'aimantation anhystérétique, l'équation différentielle (III.16) pour l'aimantation irréversible, l'équation (III.17) pour l'aimantation réversible, l'équation (III.18) et l'équation différentielle (III.20) pour l'aimantation totale, ainsi le modèle est identifié par les cinq paramètres :

- $M_s(A/m)$: L'aimantation spontanée à saturation du matériau.
- $a(A/m)$: Paramètre caractérisant la variation de M_{an} en fonction de H_e .
- α (sans unité) : Le facteur de correction de *Weiss* représentant le couplage entre moments magnétiques.
- $k(A/m)$: Coefficient d'épinglage représentant la densité des sites d'épinglage et caractérisant la largeur du cycle.
- c (sans unité) : Le facteur de réversibilité caractérisant la composant réversible de l'aimantation.

La génération des cycles d'hystérésis passe en premier lieu par la résolution de l'équation (III.6), on obtient la composante irréversible de l'aimantation, la figure III.1, présente la composante irréversible en fonction de l'intensité du champ. La résolution de l'équation (III.17) donne la composante réversible, la figure III.2 illustre la variation de cette dernière.

Enfin pour obtenir l'aimantation totale il suffit d'effectuer la somme de ces deux composantes. Il faut noter que la résolution de l'équation (III.16) nécessite la détermination de $M_{an}(H)$ donnée par l'équation (III.14), la figure III.3 représente cette dernière. L'application d'un tel algorithme pour la détermination des cycles d'hystérésis suppose la connaissance des différents paramètres M_s, a, α, k, c . les figures ci-dessous sont tracés pour : $k=2000$, $c=0.1, \alpha=0.0017, a=1000, H_{max}=1000A/m$ et $M_s=1.7 \cdot 10^6 A/m$ [2].

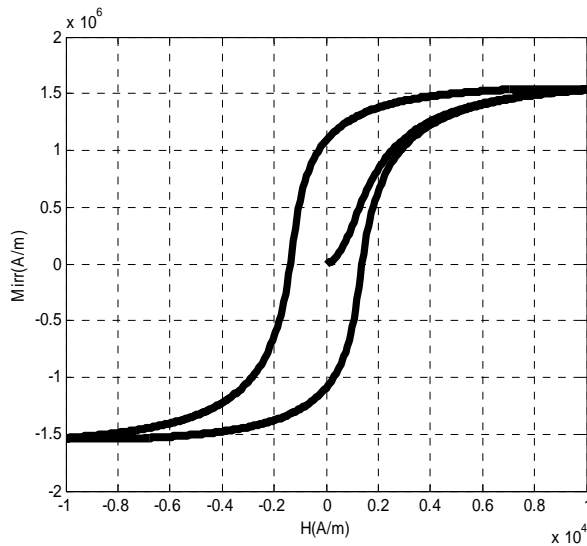


Fig.III.1 Aimantation irréversible

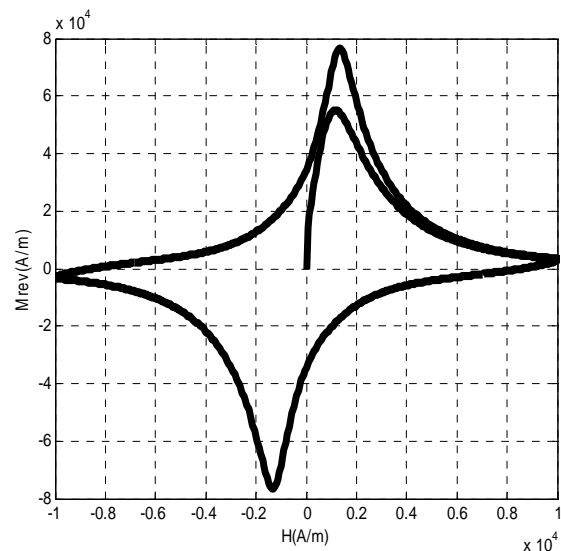
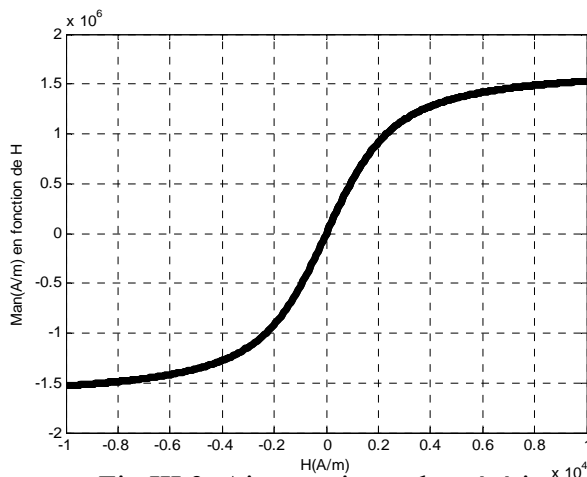
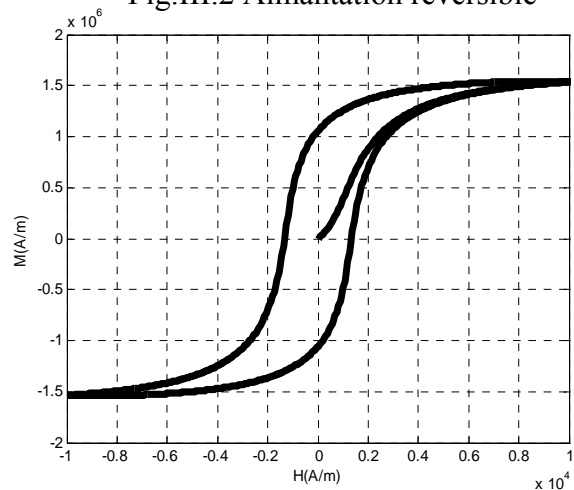


Fig.III.2 Aimantation réversible

Fig.III.3. Aimantation anhystérétique en fonction de H Fig.III.4 L'aimantation total M

III-3 Analyse des effets des paramètres

L'allure du cycle d'hystérésis varie d'un matériau à l'autre. Cette variation est liée directement aux paramètres du cycle. Pour montre l'effet des paramètres du modèle de JA sur l'allure du cycle d'hystérésis, nous allons exécuter le programme de simulation pour des vecteurs paramètres différents, en variant le paramètre concerné et en fixent les autres paramètres.

II-3-1 Effet du paramètre k

La figure III.5 montre l'effet du paramètre k sur le cycle d'hystérésis. En effet, ce paramètre caractérise la largeur de cycle, voit qu'il agit fortement sur le champ coercitif et l'aimantation rémanente, traduit par l'augmentation de ces deux grandeurs lorsque le paramètre k augmente. Son effet sur l'aimantation maximale est moins important, mais on remarque une diminution de celle-ci

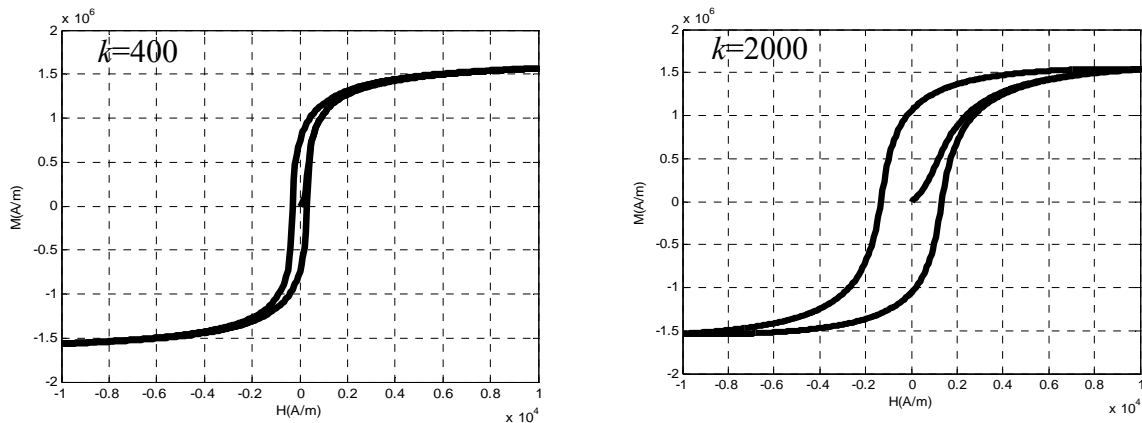


Fig.III.5 Effet du paramètre k sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA

III-3-2 Effet de paramètre a

Ce paramètre caractérise la variation de l'aimantation anhystérétique en fonction du champ effectif. Son effet sur le cycle d'hystérésis est montré sur la figure III.6. On remarque sur ces deux figures qu'une augmentation du paramètre a se traduit par une diminution de l'aimantation maximale, de l'aimantation rémanente et du champ coercitif. Cela signifie que le paramètre a détermine le degré d'inclinaison du cycle et par conséquent le degré de saturation.

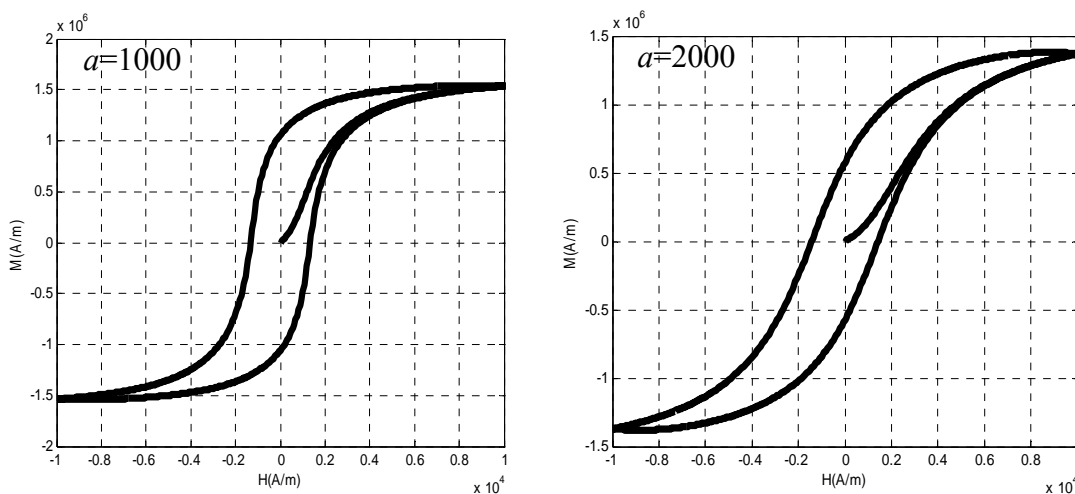


Fig.III.6 L'effet de paramètre a sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA

III-3-3 Effet du paramètre c

Ce paramètre caractérise le degré de réversibilité de l'aimantation. La figure III.7 montre son effet sur le cycle d'hystérésis. Pour une augmentation du paramètre c , on remarque une légère augmentation de l'aimantation maximale et une légère diminution de l'aimantation rémanente et du champ coercitif. Cela peut être expliqué par un taux faible qui représente l'aimantation réversible par rapport à l'aimantation irréversible.

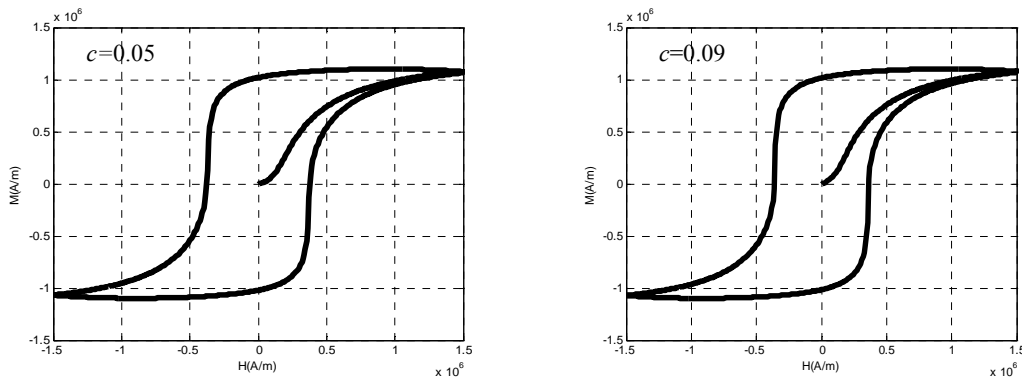


Fig.III.7 L'effet du paramètre c sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA

III-3-4 Effet du paramètre α

Ce paramètre est le coefficient de correction de *Weiss* représentant le couplage entre moments magnétiques. Son effet sur le cycle d'hystérésis est montré sur la figure III.8. En effet, pour une légère augmentation de α , on remarque une augmentation de l'aimantation maximale et du champ coercitif, ainsi qu'une augmentation importante de l'aimantation rémanente.

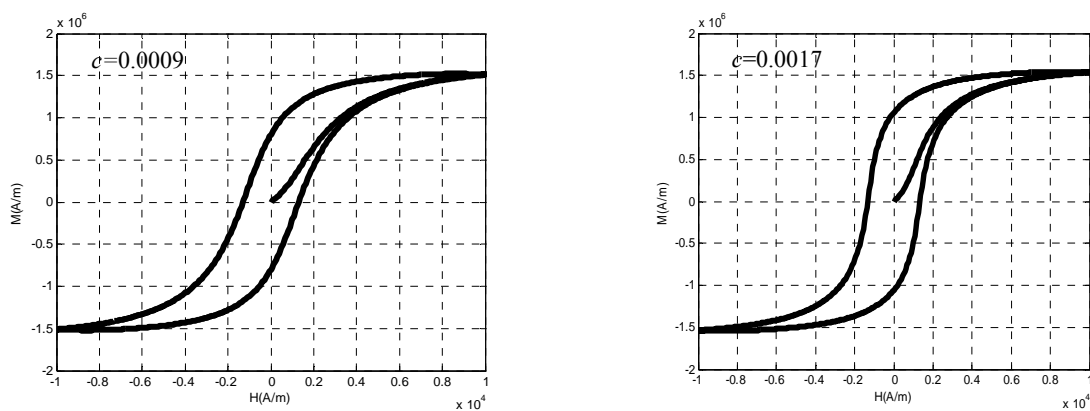


Fig.III.8 L'effet de paramètre α sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA

III-3-5 Effet du paramètre M_s

L'effet de la saturation sur le cycle d'hystérésis est montré sur la figure III.9. La diminution de la saturation se traduit par une diminution de l'aimantation rémanente et du champ coercitif.

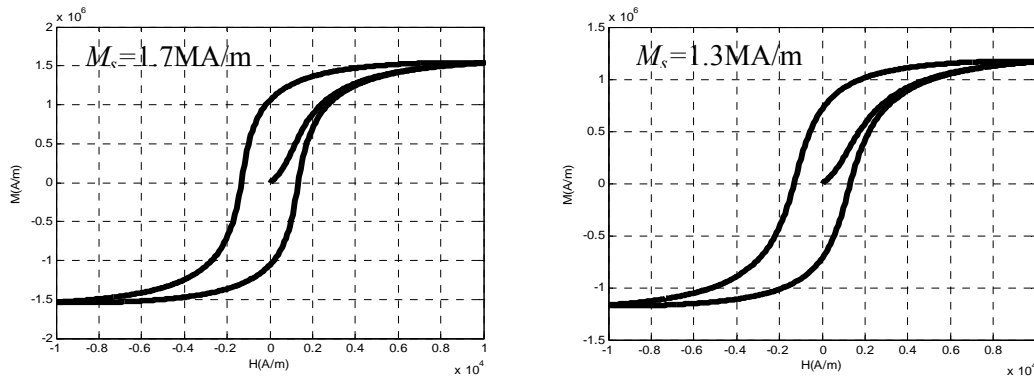


Fig.III.9 L'effet de M_s sur le cycle d'hystérésis du modèle de JA

III-4 Comparaison entre modèle de Jiles-Atherton, Chua et Preisach

8

Afin de pouvoir établir la comparaison entre le modèle de Chua et les deux autres modèles (Jiles-Atherton et Preisach), on a regroupé les caractéristiques et les propriétés de ces modèles dans le tableau (III.1) [2].

Tableau III.1 Comparaison entre modèle de Jiles-Atherton, Chua et Preisach	
Modèles	Caractéristiques
Jiles-Atherton	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle physique - Jiles et Atherton, ont décomposé l'aimantation en deux composantes, la première est la composante réversible et la deuxième est la composante irréversible. - Ce modèle est basé sur les études de Weber (1852), Maxwell (1873), Wiedemann(1886), Ewing (1890), Langevin (1905), Weiss (1907,1916), Kersten (1938, 1943) et Becker (1939). Ainsi, Jiles et Atherton publièrent leur modèle en 1983. - Il utilise les formules mathématiques pour représenter le cycle d'hystérésis. - Il est appliqué aux matériaux doux. - Le plus utilisé jusqu'à présent. - Le modèle est caractérisé par cinq paramètres (M_s, a, α, k, c).

<p><i>Chua</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle mathématique et physique. - Le modèle de type de <i>Chua</i> présente par l'hystérésis les propriétés importantes par exemple la présence des boucles mineures. Elle est obtenue par le comportement des caractéristiques du champ statique et du champ dynamique. - Ce modèle est basé sur les études de <i>P. Duhem</i> (1897- 1903), <i>L. O. Chua</i> et <i>Stromsmoe</i> (1970), <i>Bouc</i> (1971), <i>Chua et Bass</i> (1972), <i>M. L Hodgdon</i> (1988), et <i>Chua et Saito</i> (1982 et 1990). - La détermination des paramètres basés sur le mouvement des domaines magnétiques (phénomène physique) - Il est appliqué aux matériaux doux - Le modèle est caractérisé seulement par deux paramètres (s et μ). - Il encore utilisé jusqu'a présent.
<p><i>Preisach</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Modèle mathématique et physique - Dans le modèle scalaire de <i>Preisach</i>, le matériau magnétique est subdivisé en toutes petites entités magnétiques indépendantes, chaque entité magnétique possède l'état d'aimantation (cycle élémentaire). - Ce modèle a été proposé par le physicien allemand <i>Preisach</i> en 1935 en se basant sur les études précédentes de <i>J. A. Ewing</i>. L'approche de ce modèle est totalement intuitive, elle est basée sur la compréhension du mécanisme d'aimantation. - Il étudie le phénomène de saturation et représente de cycle d'hystérésis mineur et majeur. Ce modèle doit permettre une intégration ultérieure de l'évolution du cycle d'hystérésis en fonction de la température et de la fréquence. - Les deux principales propriétés du modèle de <i>Preisach</i> sont : l'effacement de l'histoire et la congruence des cycles mineurs. - Le plus utilisé jusqu'à présent. - Le modèle est caractérisé par cinq paramètres (k, a, b, α et β) - Le problème principal du modèle de <i>Preisach</i>, réside dans la détermination de la fonction de distribution.

III-5 Conclusion

Le modèle de *Jiles-Atherton* est certainement l'un des modèles utilisés dans la modélisation des matériaux ferromagnétiques. Ce modèle est parmi le plus utilisé par les chercheurs pour la caractérisation des matériaux magnétiques. La simulation du modèle sous environnement MATLAB a montré sa validité pour une modélisation statique de l'hystérésis. L'analyse des effets des paramètres sur le cycle d'hystérésis du modèle de *JA* a montré une grande sensibilité du cycle à la variation de ces paramètres.

Chapitre IV

Etude Expérimental

IV-1 Introduction

IV-2 Montage pratique

IV-3 Identification des paramètres du modèle de *Jiles-Atherton*

IV-4 Validation de l'algorithme itératif:

IV-5 Application de cet algorithme sur le cycle expérimental

IV-6 Conclusion

IV-1 Introduction

Dans ce chapitre on présentera le montage pratique réalisé dans notre laboratoire permettant l'acquisition des données nécessaire pour l'obtention du cycle d'hystérésis de notre dispositif à une fréquence bien déterminée, dans notre étude on a choisi un fréquence de 0.1 Hz avec un signal d'entrée triangulaire.

Les valeurs mesurées sont utilisées par la suite dans un algorithme d'identification des paramètres du modèle de *Jiles-Atherton*.

IV-2 Montage pratique

Pour effectuer l'acquisition des signaux (courant primaire et tension secondaire) on a utilisé un nouveau matériel disponible au niveau de notre laboratoire qui nous permet l'obtention du cycle d'hystérésis ainsi que la courbe de première aimantation. Ce matériel nous permet aussi la variation de la fréquence pour avoir leur effet sur le cycle d'hystérésis.

IV-2-1 Les matériels utilisés pour réaliser le montage

- 1- Profi-Cassy (1).
- 2- Sensor-Cassy (1).
- 3- Cassy Lab (1).
- 4- Les câbles de connexion.
- 5- Bobines à 1000 Spires (2).
- 6- Micro-ordinateur (1).
- 7- Matériau ferromagnétique se forme (U).

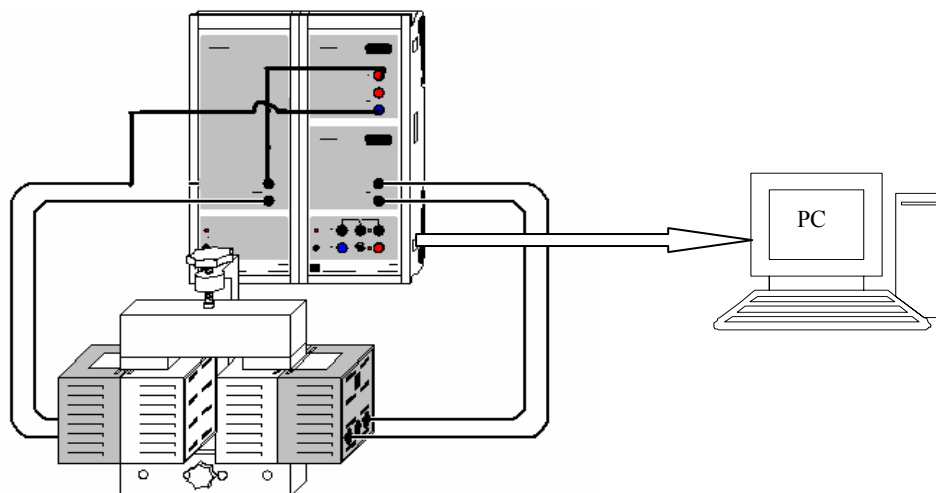


Fig.IV.1 Montage avec Profi-CASSY

IV-2-2 Sensor-CASSY

Sensor-CASSY (USB ou série) est une interface connectable en cascade pour l'acquisition des données de mesure brancher au port USB d'un ordinateur [9].



IV-2-3 Profi-CASSY

Profi-CASSY est une interface intelligente pour tous les domaines de l'électrotechnique

- Pour le branchement au port USB d'un ordinateur.
- Avec une séparation galvanique vers l'ordinateur.
- Connectable en cascade avec le Sensor-CASSY ou le Power-CASSY (d'où la multiplication des entrées et des sorties).
- Commandée par microordinateur de commande avec le système d'exploitation CASSY (facilement actualisable à tout instant via le logiciel pour l'optimisation de la puissance).
- Alimentée en tension 12 V (tension alternative uniquement) par une fiche creuse [9].



IV-2-4 CASSY lab

CASSY Lab. supporte un ou plusieurs modules CASSY-S (Sensor-CASSY, Power-CASSY, Profi-CASSY, CASSY-Display, Pocket-CASSY et Mobile-CASSY) au port USB de l'ordinateur. Du reste, d'autres appareils de mesure série, le joule mètre et wattmètre ainsi que l'instrument de mesure universel Physique sont assistés [9].

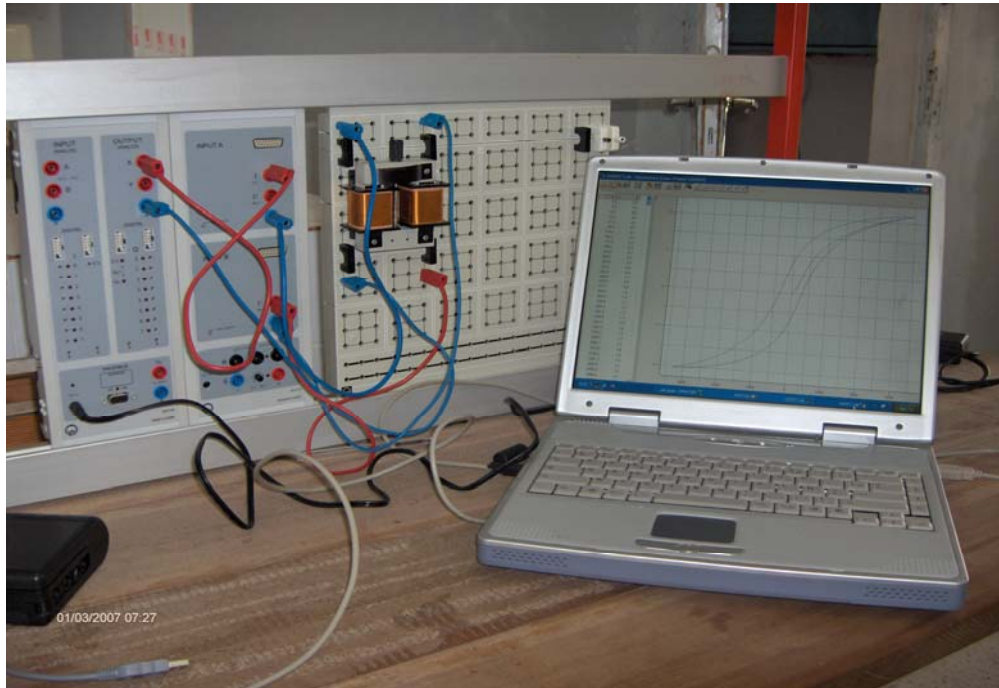


Fig.IV.2. Image du montage pratique

L'exécution du procédure de mesure nous a permet l'obtention du cycle d'hystérésis correspond à notre matériau à une fréquence de 0.1 Hz, la figure IV.3. Illustre le cycle d'hystérésis obtenu.

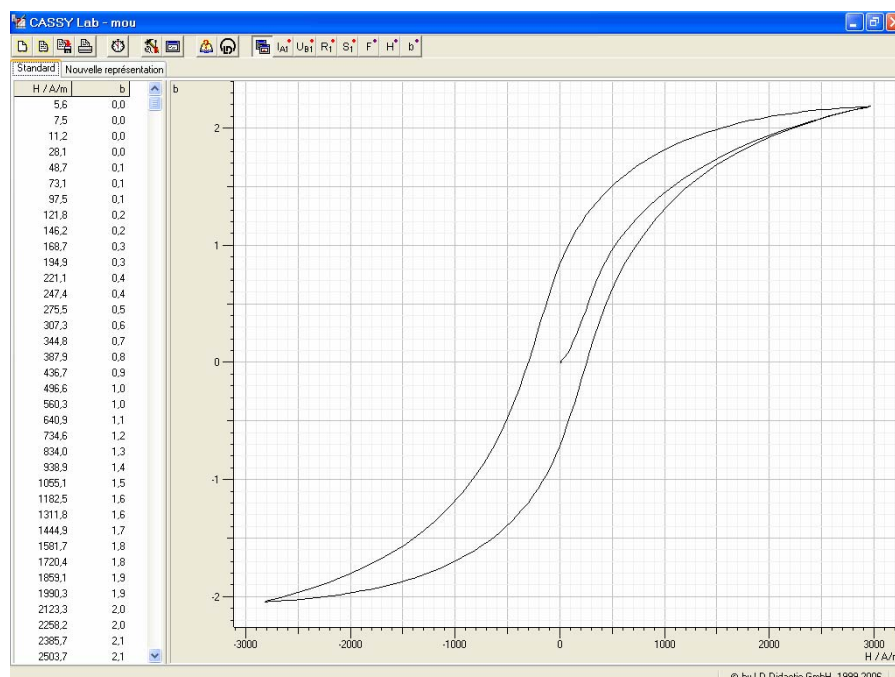


Fig.IV.3. cycle d'hystérésis pour 0.1 Hz

IV-3 Identification des paramètres du modèle de *Jiles-Atherton*

L'intégration du modèle d'hystérésis de *Jiles-Atherton* d'un matériau magnétique dans un code de calcul nécessite la génération du cycle d'hystérésis à chaque fois qu'on est besoin de calculer l'aimantation à partir du champ magnétique.

Pour cette raison la connaissance des paramètres exacte du modèle est nécessaire, il faut alors déterminer ces paramètres à partir des données expérimentales obtenues par mesure.

IV-3-1 Méthode des Algorithmes Génétique (AG)

Les Algorithmes Génétiques sont des algorithmes d'optimisation s'appuyant sur des techniques dérivées de la génétique et de l'évolution naturelle : croisement, mutation, sélection...etc. Les algorithmes génétiques ont déjà une histoire relativement ancienne puisque les premiers travaux de *John Holland* sur les systèmes adaptatifs remontent à 1962. L'ouvrage de *David Goldberg* a largement contribué à les vulgariser [11] [12].

IV-3-2 Méthode des Moindres Carrés

La méthode des moindres carrés (MMC) suppose que la meilleure approximation d'une courbe de type donné est la courbe possédant la somme minimale des carrés des déviations (erreurs) entre les points donnés et ceux estimés [2]. Supposant les points donnés (mesurés) sont $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_n, y_n)$ ou x est la variable indépendant. La courbe d'approximation d est donné par : $d_1 = y_1 - f(x_1), d_2 = y_2 - f(x_2), \dots, d_n = y_n - f(x_n)$. Avec $f(x)$ est la fonction d'approximation. Selon la MMC, la meilleure courbe d'approximation possède la propriété suivante :

$$LSE = \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 = Un\ minimum \quad (IV.1)$$

Où LSE s'appelle l'erreur des moindres carrés, En minimisant cette erreur, et si la fonction d'approximation $f(x)$ possède des paramètres, alors ils seront par conséquent identifiées.

IV-3-3 Identification des paramètres par la méthode Itérative

La procédure la plus simple pour la résolution du problème d'identification des paramètres du modèle de *JA* à partir des données expérimentales a été proposée par *Jiles* [16]. La solution du problème est obtenue en utilisant la susceptibilité différentielle initiale x_{in} , la susceptibilité différentielle anhystéritique x_{an} , le champ correctif H_C , la susceptibilité différentielle au point

correctif x_c , l'aimantation rémanente M_r , la susceptibilité différentielle au rémanente x_r et les coordonnées du point à saturation du cycle (H_s, M_s) , avec la susceptibilité différentielle sur la courbe d première aimantation en ce point x_s . A partir de ces donnés, les paramètres gouvernant les équations (IV.2), (IV.3), (IV.4) et (IV.5) du modèle peuvent être déterminés à travers un calcul itératif.

$$\frac{dM}{dH} = (1-c) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} \quad (IV.2)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (IV.3)$$

$$M = M_s \left(\coth \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \quad (IV.4)$$

$$M = M_{irr} + M_{rev} = (1-c)M_{irr} + cM_{an}(H_e) \quad (IV.5)$$

IV-3-3-a Calcul des susceptibilités différentielles

Les susceptibilités indiquées précédemment seront calculées à partir cycle expérimental et la courbe de première aimantation, $M = f(H)$

IV-3-3-b La susceptibilité initial x_{in}

A partir de la courbe de première aimantation, on relève deux points au voisinage de zéro, soient : $(H = 0, M = 0)$ et $(H = A_1, M = B_1)$, il vient :

$$x_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0, M=0} \quad (IV.6)$$

IV-3-3-c La susceptibilité à la rémanence x_r

A partir de cycle $M = f(H)$, on relève trois points aux niveaux de la rémanence : $(H = A_1, M = B_1)$, $(H = 0, M_r = B_2)$ et $(H = A_3, M = B_3)$

$$M = AH^2 + BH + C$$

Calcul les points (A B C)

$$M_1 = AH_1^2 + BH_1 + C$$

$$M_2 = AH_2^2 + BH_2 + C$$

$$M_3 = AH_3^2 + BH_3 + C$$

$$x_r = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0, M=M_r} = 2AH + B \quad (IV.7)$$

IV-3-3-d La susceptibilité anhystéristique x_{an}

Cette grandeur est déterminée à partir de la courbe de l'aimantation anhystéristique qui est la courbe médiane du cycle $M = f(H)$. On relève deux points au voisinage de zéro soient : $(H = 0, M_{an} = 0)$ et $(H = H_1, M = M_1)$, il vient

$$x_{an} = \frac{dM_{an}}{dH} = \frac{H_1 - 0}{M_1 - 0} \quad (IV.8)$$

IV-3-3-e La susceptibilité maximale x_c

A partir du cycle $M = f(H)$, on relève trois points au niveau des points coercitif qui soient $(H=A_1, M=-B_1)$, $(H_c=A_2, M=0)$ et $(H=A_3, M=B_3)$

Le polynôme décrivant ces points est donné par $M = AH^2 + BH + C$.

Calcul les points (A B C)

$$M_1 = AH_1^2 + BH_1 + C$$

$$M_2 = AH_2^2 + BH_2 + C$$

$$M_3 = AH_3^2 + BH_3 + C$$

$$x_c = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_c, M=0} = 2AH + B \quad (IV.9)$$

IV-3-4 Détermination des paramètres**IV-3-4-a détermination de l'aimantation a saturation M_s**

C'est probablement le paramètre le plus simple à identifier, dans la plupart des cas il est donné par le constructeur des tôles. Si non, il suffit d'appliquer un champ magnétique suffisamment élever et de mesurer ensuite l'aimantation à saturation M_s correspondant. Dans notre essai expérimental la plus grande valeur de l'induction mesurée été $B=B_s$ pour une valeur du champ magnétique $H=H_s$, alors il vient

$$M_s = \frac{B_s}{\mu_0} - H_s \quad (IV.10)$$

IV-3-4-b Détermination du paramètre c

La composante réversible de l'aimantation liée au déplacement réversible des parois est déterminée dans le modèle par le coefficient c . Sachant qu'à travers la région de départ de la courbe de première aimantation si $H=0$ et $M=0$, l'aimantation irréversible peut être considérée nulle $M_{irr} = 0$, et $dM_{irr}/dH = 0$, donc à partir de l'équation (IV.2) en prenant $\delta = +1$, la susceptibilité initiale s'écrit :

$$x_{in} = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{H=0, M=0} = c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (IV.11)$$

L'équation (IV.7) donc donne une relation directe entre la susceptibilité initiale, la susceptibilité anhystérétique et le paramètre de réversibilité c .

$$x_{in} = c \left(\frac{dM}{dH} \right)_{H=0, M=0} = cx_{an} \quad (IV.12)$$

Sachant que la valeur de l'aimantation est nulle $M=0$ à l'origine de la courbe de première aimantation, la pente de l'aimantation anhystérétique peut être déterminée à partir de l'équation (IV.4) en prenant la valeur limite lorsque $H \rightarrow 0$ de dM_{an}/dH .

$$x_{an} = \lim_{H \rightarrow 0, M=0} \frac{dM_{an}(H)}{dH} = \frac{M_s}{3a} \quad (IV.13)$$

D'où le coefficient de réversibilité c sera donné par la relation suivante :

$$c = \left(\frac{3a}{M_s} \right) x_{in} \quad (IV.14)$$

IV-3-4-c Détermination de la relation entre a et α

Jiles a démontré que les deux paramètres a et α ne peuvent être définis que l'un en fonction de l'autre à partir de la susceptibilité anhystérétique x_{an} . Cette dernière est définie comme étant la limite de la dérivée de M_{an} quand l'aimantation totale tend vers zéro.

$$x_{an} = \lim_{M=0} \left(\frac{dM_{an}(H)}{dH} \right) = \frac{M_s}{3a - \alpha M_s} \quad (IV.15)$$

On peut déduire donc que :

$$a = \frac{M_s}{3} \left(\alpha + \frac{1}{x_{an}} \right) \quad (IV.16)$$

IV-3-4-d détermination du paramètre k

A partir la valeur de susceptibilité x_c définie au point $H = H_c$ et $M = 0$ du cycle d'hystérésis, à partir de l'équation (IV.2):

$$x_c = x_{\max} = \frac{(1-c)[M_{an}(H_c) - M_{irr}]}{k - \alpha[M_{an}(H_c) - M_{irr}]} + c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} \quad (IV.17)$$

Avec $\sigma = +1$

Sachant que $M=0$ au point coercitif, et à partir de l'équation (IV.5) il vient,

$$M_{irr} = -\frac{c}{1-c} M_{an}(H_c) \quad (IV.18)$$

En substituant l'expression (IV.17) dans (IV.18), on abouti à l'expression donnant le coefficient d'épinglage K en fonction des autres paramètres.

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} \left[\alpha + \frac{1-c}{x_c - c dM_{an}(H_c)/dH} \right] \quad (IV.19)$$

IV-3-4-e Détermination du paramètre α

L'aimantation rémanente M_r dépend directement de α et des autres paramètres. Si les autres paramètres a, k et c sont connus, M_r peut être utilisée pour déterminer α Implicitement .sachant qu'au point de l'aimantation rémanente $\delta = -1, H = 0$ et $M_r = M_{rev} + M_{irr}$ donc la composante irréversible de l'aimantation peut être exprimée par :

$$M_{irr} = \frac{M_r - cM_{an}(\alpha M_r)}{1-c} \quad (IV.20)$$

Au point de rémanence, la susceptibilité différentielle x_r dans l'équation (IV.1) prend la forme :

$$x_r = (1-c) \frac{M_{an}(\alpha M_r) - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an}(\alpha M_r) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(\alpha M_r)}{dH} \quad (IV.21)$$

En substituant l'expression (IV.20) de M_{irr} dans (IV.21), on peut avoir l'expression implicite du paramètre α

$$\alpha = (1-c) \left[\frac{k}{M_r - M_{an}(\alpha M_r)} - \frac{1}{x_r - c dM_{an}(\alpha M_r)/dH} \right] \quad (IV.22)$$

IV-3-4-f La relation entre les paramètres du cycle et le point de saturation

Pour le processus de calcul des paramètres a et α Jiles a trouvé judicieux d'intégrer les coordonnées du point de saturation définies par (M_s, H_s) et la susceptibilité correspondante x_s . Si le sommet du cycle est au voisinage de la saturation avec $\delta = +1$, alors la susceptibilité différentielle définie à partir de l'aimantation totale est équivalente à celle définie à partir de l'aimantation anhystérétique, et on peut écrire :

$$dM_{irr} / dH = dM_{rev} / dH = dM / dH \quad (IV.23)$$

$$x_s = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{H=H_s} = \frac{dM_{an}(H_s)}{dH} \quad (IV.24)$$

Au voisinage de la saturation, la relation (IV.5) prend la forme :

$$M_s = (1 - c)M_{irr} + cM_{an}(H_s) \quad (IV.25)$$

En substituant (IV.19) et (IV.20) dans (IV.4), on aboutit à la relation entre les paramètres et la susceptibilité à saturation :

$$x_s = \frac{M_{an}(H_s) - M_s}{k(1 - c) - \alpha[M_{an}(H_s) - M_s]} \quad (IV.26)$$

En principe, se n'est pas nécessaire l'introduction de l'équation (IV.26) dans le processus de calcul des paramètres. Cette équation est une addition à pour raison la convergence rapide de l'algorithme de résolution [13].

IV-3-5 Algorithme d'identification des paramètres

Pour déterminer simplement les différents paramètres d'un modèle il vaut mieux avoir les relations explicites de chacun d'eux. Malheureusement dans ce cas, on ne peut les exprimer que les uns en fonction des autres. D'où la nécessité d'une méthode numérique itérative pour les extraire. En se basant sur les équations (IV.12), (IV.14), (IV.16), (IV.19), (IV.22) et (IV.26), Jiles a élaboré un algorithme permettant le calcul de ces paramètres à partir de quelques points de mesure et les susceptibilités différentielles correspondantes [3] [16] [17].

A partir de l'équation (IV.12), une première estimation du coefficient de réversibilité c peut être calculée. En donnant une valeur initiale à α une première approximation de a peut être déterminée à partir l'équation (IV.16). Avec les valeurs de c , a et α le coefficient d'épinglage k peut être calculé à partir de l'équation (IV.19). En utilisant les nouvelles valeurs des paramètres, une deuxième approximation de α et a peut être obtenue à partir de

les équations (IV.22), (IV.26) respectivement. En substituant ces valeurs dans les équations (IV.14), (IV.16), une nouvelle itération peut être continuée jusqu'à la tolérance désirée.

IV-3-6 Algorithme d'identification

En se basant sur la description de l'algorithme donné au paragraphe précédent, on a développé un organigramme que ce représenté par la figure IV.3 Ce dessous :

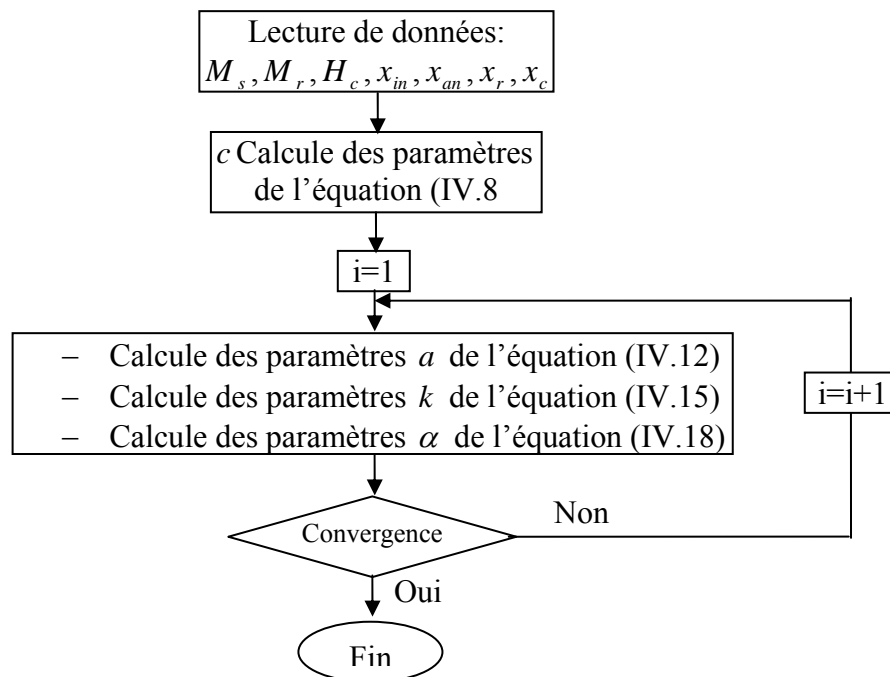


Fig.IV.4 Organigramme de calcul des paramètres du modèle de JA par la méthode itérative

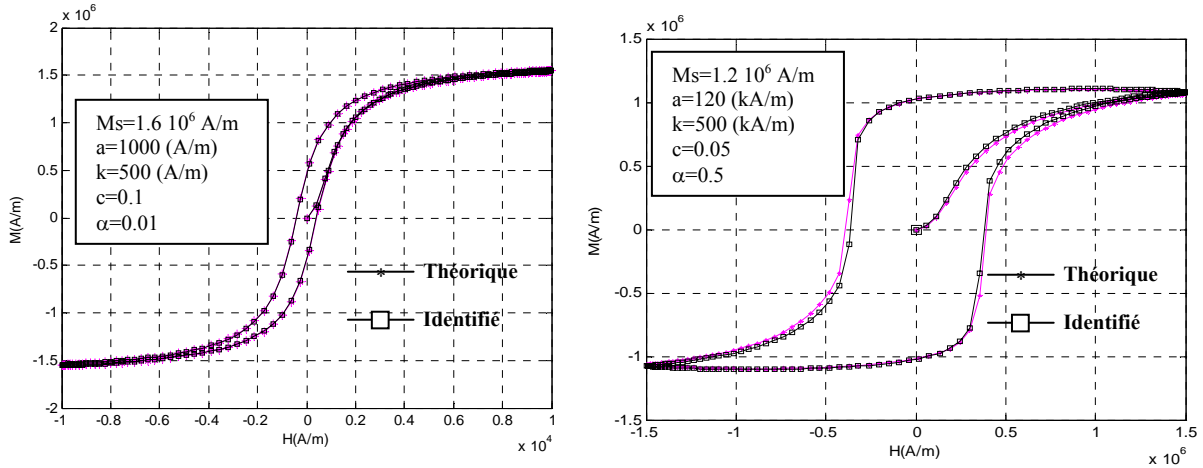
IV-4 Validation de l'algorithme itératif:

Avant d'appliquer notre algorithme sur le cycle expérimental nous allons le valider en utilisant des cycles théoriques [21] dont les paramètres sont connus au préalable. Le tableau IV.1 regroupe les paramètres théoriques et celles identifiées

Paramètres théoriques	Ms (A/m) $1.7 \cdot 10^6$	α 0.001	c 0.1	k (A/m) 500	a(A/m) 1000
Paramètres identifiés	$1.7 \cdot 10^6$	0.001	0.1253	500.2	1001
Paramètres théoriques	Ms (A/m) $1.2 \cdot 10^6$	α 0.5	c 0.05	k (A/m) $500 \cdot 10^3$	a(A/m) $120 \cdot 10^3$
Paramètres identifiés	$1.2 \cdot 10^6$	0.49	0.0519	$474.39 \cdot 10^3$	$115.81 \cdot 10^3$

Tableau IV.1 paramètres théoriques et identifiés

Dans les figures IV.5 on a superposé les cycles théoriques et les cycles de simulation obtenus à partir des paramètres identifiés. Cette superposition montre la précision de cet algorithme.



IV.5 : superposition des cycles théoriques et simulés

IV-5 Application de cet algorithme sur le cycle expérimental

Le tableau ci-dessous regroupe les paramètres du modèle de *Jiles-Atherton* obtenus par l'exécution de notre algorithme.

Paramètres	M_s (A/m)	α	c	k (A/m)	a (A/m)
Paramètres identifiés	$2 \cdot 10^6$	$4.26 \cdot 10^{-4}$	0.0418	303.44	556.93

Pour la validation des paramètres obtenus on a superposé sur la figure IV.6 le cycle expérimental et le cycle simulé obtenu à partir des paramètres identifiés. Cette superposition montre le degré de précision du cycle identifié par notre algorithme.

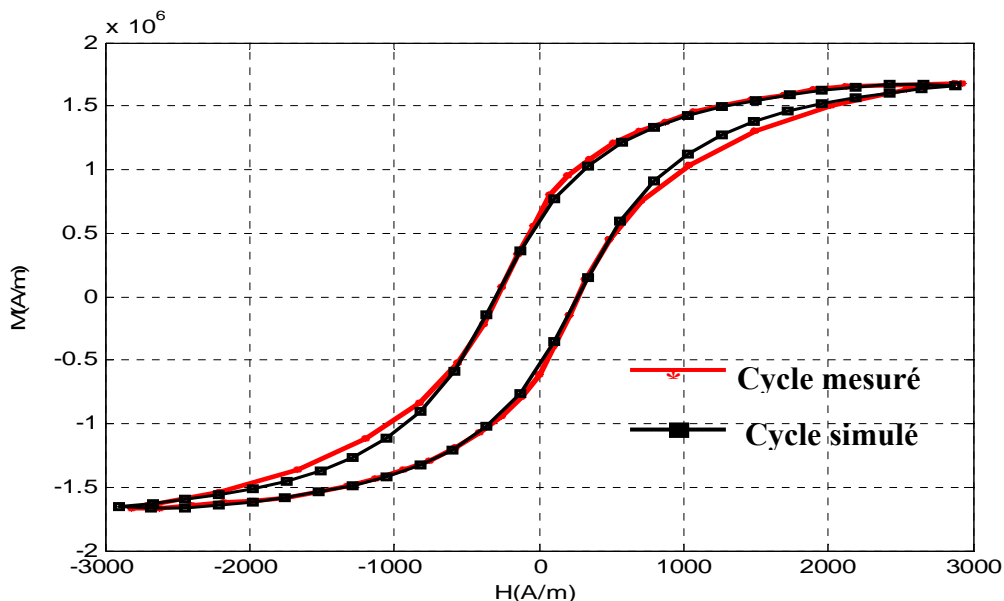


Fig.IV.6. Le cycle d'hystérésis mesuré et simulé

IV-6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons essayé d'expliquer le montage pratique ainsi que les différents matériel utilisés pour l'acquisition des données (courant primaire tension secondaire).

Nous avons essayé aussi d'identifier les paramètres du modèle de Jiles-Atherton à partir d'un cycle expérimental obtenu au niveau de notre laboratoire, le circuit magnétique étudié est ce d'un transformateur (prototype).

L'algorithme d'identification utilisé est basé sur un calcul itératif des paramètres à partir de quelques points de références sur le cycle à savoir le point de rémanence, le point coercitif et le point de saturation, les susceptibilités différentielles initiale, maximale et rémanente.

L'intégration des paramètres obtenus dans le modèle de Jiles-Atherton donne le cycle le plus proche de cycle mesurer ce qui valide notre algorithme de calcul.

CHAPITRE V

Calcul par la MVF

V-1 Introduction

V-2 La Méthode des Volumes Finis

V-3 Modèle mathématique de l'électromagnétisme

V-4 Formulation axisymétrique de l'équation électromagnétique par la MVF

V-5 Algorithme propose

V-6 Validation du code de calcul

V-7 Résultats de simulation

V-8 Conclusion :

V-1 Introduction

Ce chapitre sera consacré à l'intégration du modèle de J - A dans un code de calcul par la méthode des volumes finis.

Plusieurs chercheurs dans le monde sont cherchés à intégrer le modèle de J - A dans un code de calcul basé sur les méthodes numériques. Le problème principal rencontré dans ces études est la convergence des méthodes numériques au niveau des points critiques telle que l'induction magnétique rémanente B_r et au niveau du champ correctif H_c . Dans ce travail nous proposons un algorithme basé sur l'intégration du modèle analytique de J - A dans un code de calcul par la méthode des volumes finis MVF.

V-2 La Méthode des Volumes Finis

La méthode des volumes finis a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie scientifique : transfert thermique, électromagnétisme, etc. L'analyse mathématique de la méthode des volumes finis a récemment permis de développer les principes fondamentaux qui font d'elle une méthode de discrétisation performante.

L'analyse mathématique de la méthode du volume fini a permis de développer récemment les principes fondamentaux qui en font une méthode de discrétisation performante. L'idée de base de la formulation des volumes finis est facile à comprendre et permet de donner l'interprétation physique des phénomènes.

Le domaine du calcul est subdivisé en un nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre nœuds pour le cas bidimensionnel axisymétrique.

Un volume fini entoure chaque nœud. L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée et ensuite est intégrée dans chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, puissance, exponentielle, etc.) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude.

L'équation discrétisée de cette façon exprime le principe de conservation pour l'inconnu dans l'élément de volume et la solution obtenue est constituée uniquement par les valeurs nodales [18] [19].

V-3 Modèle mathématique de l'électromagnétisme

Il s'agit des équations de *Maxwell* qui décrivent l'évolution spatiale et temporelle des phénomènes électromagnétiques. Ces équations constituent un système d'équation aux dérivées partielles reliant les phénomènes électriques et magnétiques caractérisés par le champ électrique \vec{E} et le champs magnétique \vec{H} [20]:

$$\text{rot}H = J_t \quad (\text{Équation de Maxwell- Ampère}) \quad (\text{IV.1})$$

$$\text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{Équation de Maxwell- Faraday}) \quad (\text{IV.2})$$

$$\text{div}B = 0 \quad (\text{Théorème de convergence}) \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{div}D = \rho \quad (\text{Théorèmes de Gauss}) \quad (\text{IV.4})$$

Avec :

B : Induction magnétique.

D : Induction électrique.

E : Champ électrique.

H : Champ magnétique.

J_t : Densité de courant Total.

ρ : Densité de charge volumique.

Avec :

$$J_t = J_s + J_D$$

Ou :

J_s : Densité de courant de conduction.

J_D : Densité de courant de déplacement.

Chacune de ces équations traduit les propriétés physiques des grandeurs électromagnétiques. A ces équations, on ajoute les équations de comportement du milieu :

$$B = \mu H + B_r \quad (\text{Relation magnétique}) \quad (\text{IV.5})$$

$$D = \varepsilon E \quad (\text{Relation diélectrique}) \quad (\text{IV.6})$$

$$J = \sigma E + \sigma(v \wedge B) + J_s \quad (\text{Loi d'ohm}) \quad (\text{IV.7})$$

Ou :

$B_r, v, J_s, \varepsilon, \mu$ et σ désignent respectivement l'induction magnétique rémanente la vitesse en un point (si la pièce a étudiée en mouvement), la densité du courant d'excitation (courant de la source), la permittivité électrique, la perméabilité magnétique et la conductivité électrique.

Avec :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

Tel que :

ε_0 : est la permittivité du vide est égale à $10^{-9}/36\pi$ (F/m).

ε_r : est la permittivité relative du milieu considéré.

μ_0 : est la perméabilité du vide est égale à $4 \pi 10^{-7}$ (H/m).

μ_r : est la perméabilité relative du milieu considéré.

V-3-1 Hypothèse simplificatrice

La plupart des travaux accomplis jusqu'à présent dans le domaine de calcul des champs et des courants induits pour les systèmes électromagnétiques, sont fondés sur les hypothèses suivantes [19] :

- La densité volumique de charge est considérée comme nulle ($\rho=0$), ce qui est le cas de presque tous les dispositifs classiques à induction
- En l'absence de mouvement ($v=0$), on aura $(\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$.

Avec les hypothèses ainsi formulées. Les équations de *Maxwell* en régime sinusoïdal sont :

$$\text{rot}H = \sigma E + J_s \quad (\text{IV.8})$$

$$\text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (\text{IV.9})$$

$$\text{div}B = 0 \quad (\text{IV.10})$$

$$\text{div}D = 0 \quad (\text{IV.11})$$

Ce système des équations possède plusieurs inconnues, pour réduire le nombre d'inconnus on est amené à utiliser des formulations adéquates.

V-3-2 Formulation électromagnétique à l'aide du potentiel vecteur magnétique

L'utilisation du potentiel vecteur magnétique A et du potentiel scalaire électrique V permet de condenser ce système et de réduire le nombre des inconnues. L'équation (V.10) nous donne [19] :

$$\operatorname{div} B = 0 \Rightarrow B = \operatorname{rot} A \quad (\text{V.12})$$

L'équation (IV.9) donne après avoir remplacé B par $\operatorname{rot} A$:

$$\operatorname{rot} \left(E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \Rightarrow \left(E + \frac{\partial A}{\partial t} \right) = -\operatorname{grad} V \quad (\text{V.13})$$

Donc :

$$E = - \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \operatorname{grad} V \right) \quad (\text{V.14})$$

L'équation (V.13) devient :

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A \right) = -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \operatorname{grad} V \right) + J_s \quad (\text{V.15})$$

Donc l'équation (IV.15) devient

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} A \right) + \frac{\partial \sigma A}{\partial t} = J_s \quad (\text{V.16})$$

Dans une configuration axisymétrique la formulation à l'aide de potentiel vecteur offre un double intérêt :

- Le système à une seule inconnue \vec{A} .
- Cette inconnue ne possède qu'une seule composante $A = A_\varphi i_\varphi = A i_\varphi$.

Les courants étant perpendiculaire au plan d'étude, les différentes grandeurs ont les composantes suivantes :

$$J_s \begin{bmatrix} 0 \\ J_{s\varphi} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E \begin{bmatrix} 0 \\ E_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A \begin{bmatrix} 0 \\ A_\varphi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B \begin{bmatrix} B_r \\ 0 \\ B_z \end{bmatrix}, \quad H \begin{bmatrix} H_r \\ 0 \\ H_z \end{bmatrix}$$

En coordonnées cylindriques $rot A$ s'écrit :

$$rot A = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) e_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) e_\varphi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) e_z \quad (V.17)$$

En tenant compte des hypothèses précédentes, on écrit :

$$rot A = \begin{cases} -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} & e_r \\ 0 & e_\varphi \\ \frac{1}{r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} & e_z \end{cases}$$

V-4 Formulation axisymétrique de l'équation électromagnétique par la MVF

La formulation axisymétrique de l'équation (V.16) devient :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA_\varphi)}{\partial r} \right) = \alpha I A / dt_\varphi - J_{s\varphi} \quad (V.18)$$

Pour plus de commodité, on note $A_\varphi = A$, $J_{s\varphi} = J_s$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma A}{\partial t} - J_s \quad (V.19)$$

Le domaine d'étude Ω est subdivisé en un nombre d'éléments finis. Un volume fini entoure chaque nœud figure.V.1.

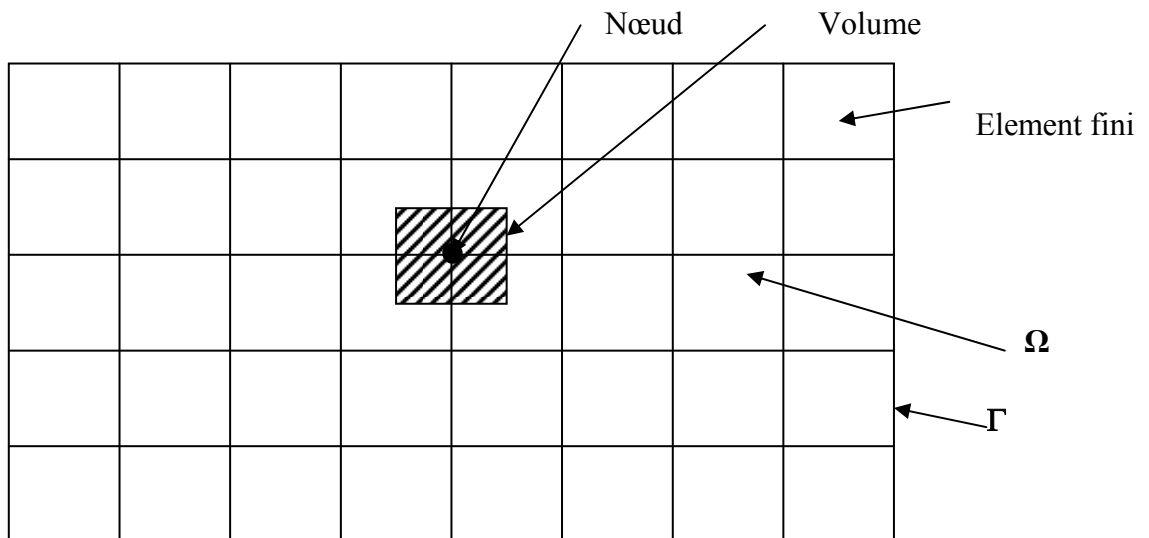


Fig. V.1 Maillage du domaine d'étude

Chaque nœud principal "P" est entouré par quatre nœuds voisins celui du Nord "N", du sud "S", de l'est "E" et de l'ouest "W" figure. V.2.

Les lignes en tirés représentent les interfaces entre les volumes finis. Le volume fini est délimité par les points ("e" : est, "w" : ouest, "n" : nord et "s" : sud).

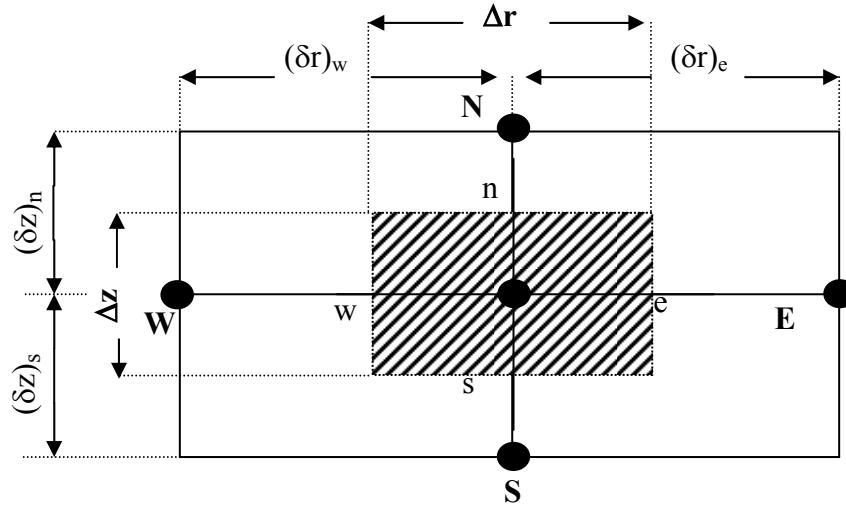


Fig.V.2 Description d'un volume fini

On projette l'équation différentielle (V.19) sur une fonction de projection β_i , puis on l'intègre sur le volume fini correspondant au nœud "P", on obtient :

$$\int_t \int_r \int_z \beta_i \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) \right] r dr dz dt = \int_t \int_r \int_z \beta_i \left[\frac{\partial \sigma A}{\partial t} - J_s(t) \right] r dr dz dt \quad (V.20)$$

Où :

β_i : Fonction de projection choisie $1/r$

L'équation (V.20) devient alors :

$$\int_t \int_r \int_z \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) \right] dr dz dt = \int_t \int_r \int_z \left[\frac{\partial \sigma A}{\partial t} - J_s(t) \right] dr dz dt \quad (IV.21)$$

L'intégrale de la partie gauche de l'égalité (V.21) sur le volume fini limité par (e, w, s, n) est:

$$\int_t^{t+1} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right) dr dz dt + \int_t^{t+1} \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right) dr dz dt \quad (V.22)$$

Après intégration on aura :

$$\left[\left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right)_n - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right)_s \right] \Delta r \Delta t + \left[\left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right)_e - \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial (rA)}{\partial r} \right)_w \right] \Delta z \Delta t \quad (\text{V.23})$$

Pour exprimer la variation de A entre les nœuds voisins, on choisit un profil linéaire.

$$\left[\frac{A_N - A_P}{\mu_n (\delta z)_n} - \frac{A_P - A_S}{\mu_s (\delta z)_s} \right] \Delta r \Delta t + \left[\frac{(rA)_E - (rA)_P}{\mu_e r_e (\delta x)_e} - \frac{(rA)_P - (rA)_W}{\mu_w r_w (\delta x)_w} \right] \Delta z \Delta t \quad (\text{V.24})$$

L'intégrale de la partie droite de l'égalité (V.24) donne

$$\int_t^{t+1} \int_r \int_z \left(\frac{\partial \sigma A}{\partial t} - J_s(t) \right) dr dz dt = [\sigma A_P(t+1) - \sigma A_P(t)] \Delta r \Delta z + (J_{s \max} / w) [\cos(w(t+1)) - \cos(wt)] \Delta r \Delta z \quad (\text{V.25})$$

Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$k_P A_P = k_E A_E + k_W A_W + k_S A_S + k_N A_N + D_P \quad (\text{V.26})$$

tels que :

$$k_E = \frac{r_E \Delta z \Delta t}{\mu_e r_e (\delta r)_e}$$

$$k_W = \frac{r_W \Delta z \Delta t}{\mu_w r_w (\delta r)_w}$$

$$k_N = \frac{\Delta r \Delta t}{\mu_n (\delta z)_n}$$

$$k_S = \frac{\Delta r \Delta t}{\mu_s (\delta z)_s}$$

$$k_P = k_E + k_W + k_N + k_S$$

$$D_P = \sigma [A_P(t+1) - A_P(t)] \Delta r \Delta z + (J_{s \max} / w) [\cos(w(t+1)) - \cos(wt)] \Delta r \Delta z$$

Le résultat obtenu représente une équation algébrique reliant l'inconnue au nœud principal "P" aux inconnues aux nœuds voisins "W", "E", "S" et "N".

V-5 Algorithme propose

L'algorithme proposé couple le modèle identifié et le système algébrique obtenu. Le tableau V.1 ci-dessous résume les étapes suivies pour la résolution.

Tableau V.1 : Algorithme proposé

1) calcul de B et M du modèle identifié
2) se donner une perméabilité μ initiale
3) $k=1$ (temps initial)
4) $i=1$ (espace du calcul initial)
5) calcul du potentiel vecteur magnétique A
6) calcul de l'induction magnétique B par $\vec{B} = r\vec{\partial}_t\vec{A}$
7) trouver H sur le modèle identifié correspondant à B calculée
8) calculer la perméabilité magnétique $\mu=B/H$
9) $i=i+1$ Si $i < n$ aller à l'étape 5
10) $k=k+1$ Si $k < t_f$ (temps final) aller à l'étape 4
11) imprimer les résultats

Cet algorithme est basé sur l'introduction des résultats obtenus par identification du modèle de Jiles-Atherton. Une perméabilité initiale est nécessaire pour commencer le calcul, le potentiel vecteur magnétique est calculé en tous points de l'espace d'étude, l'induction magnétique est calculée par l'équation $\vec{B} = r\vec{\partial}_t\vec{A}$, ensuite on va trouver l'excitation magnétique H sur le modèle identifié correspondante à l'induction magnétique calculée, la nouvelle perméabilité magnétique est le rapport entre l'induction magnétique calculée et le champ magnétique trouvé sur le modèle identifié, on introduit cette nouvelle valeur dans l'équation magnétique pour trouver le nouveau potentiel vecteur magnétique, pour chaque instant on va calculer le potentiel vecteur magnétique ainsi que l'induction magnétique en tous points de l'échantillon, le calcul est continu jusqu'au temps final.

V-6 Validation du code de calcul

Le code du calcul est testé sur un dispositif ferromagnétique de géométrie cylindrique entouré par une bobine inductrice Fig.V.3. Les paramètres magnétiques caractérisant ce dispositif sont les mêmes que celles obtenues par identification dans le chapitre précédent tel que:

Paramètres	M_s (A/m)	α	c	k (A/m)	a (A/m)
Paramètres identifiés	$2 \cdot 10^6$	$4.26 \cdot 10^{-4}$	0.0418	303.44	556.93

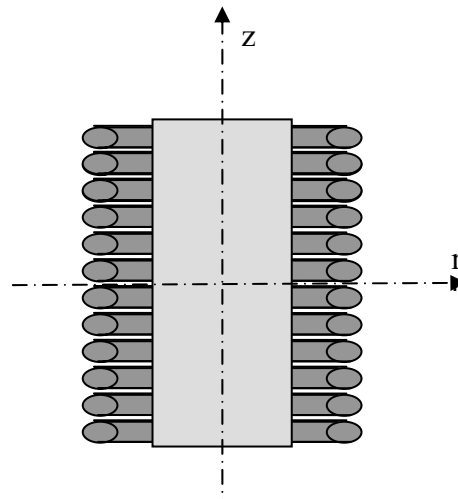


Fig.V.3 dispositif axisymétrique

La figure V.4 présente la moitié du dispositif vu la symétrie axiale pour but de minimiser le nombre des volumes finis "taille mémoire réduite", et un nombre d'itérations minimal "temps du calcul réduit".

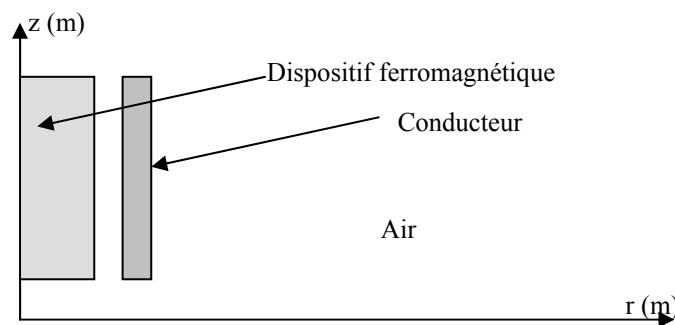


Fig.V.4. La moitié du dispositif

V-7 Résultats de simulation

On a choisi un élément de référence sur le dispositif ferromagnétique étudié Fig.V.5 sur lequel nous avons déterminé le cycle d'hystérésis ainsi que les formes d'onde de l'induction et du champ magnétique.

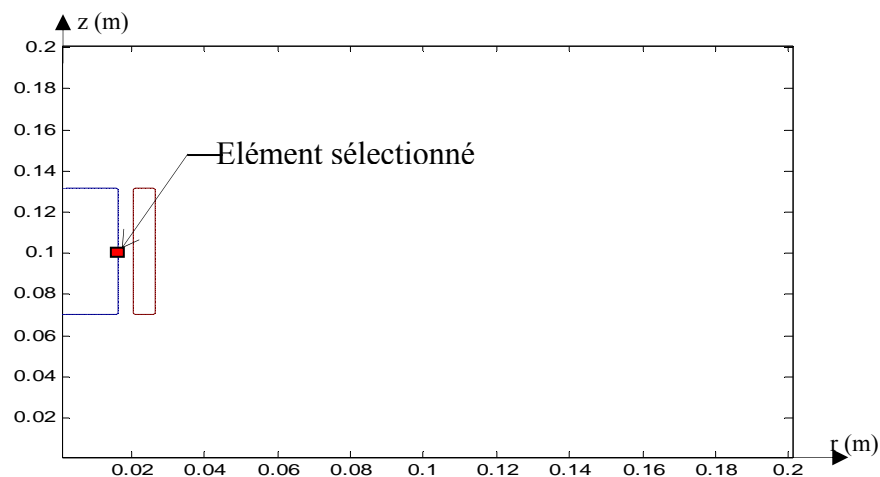


Fig.V.5 Position de l'élément sélectionné

Sur la figure V.6 on a représenté le cycle d'hystérésis mesuré avec le cycle obtenu par simulation, on voit bien la bonne concordance des résultats ce qui valide notre code de calcul.

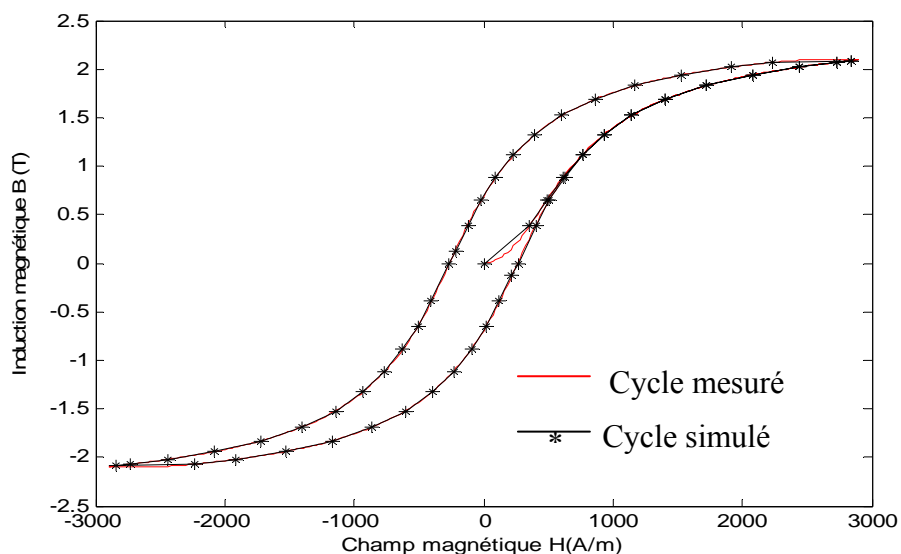


Fig.V.6: cycle d'hystérésis simulé et mesuré

La figure V.7 représente la forme de l'induction magnétique en fonction du temps cette forme est pratiquement sinusoïdale en tous points de l'échantillon ferromagnétique

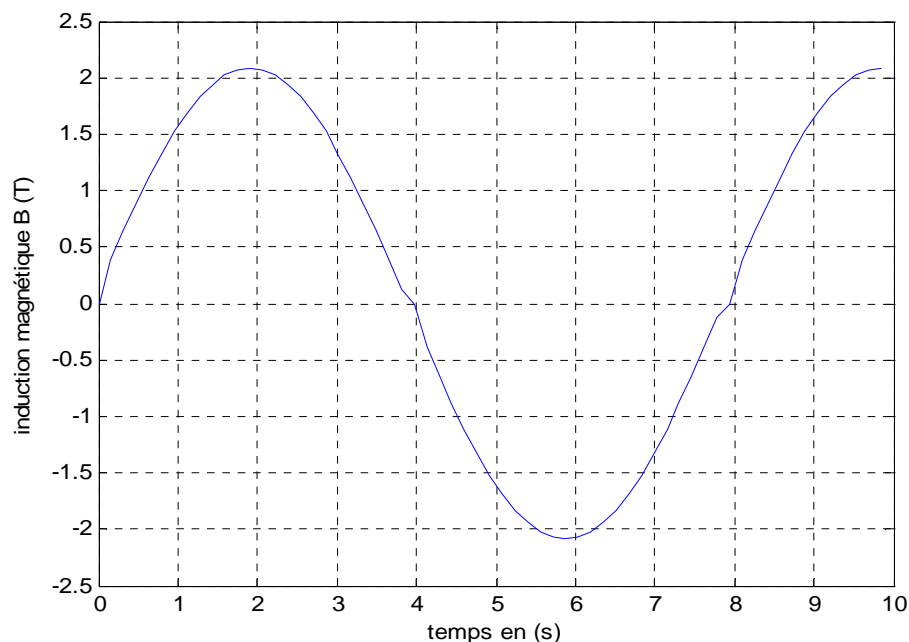


Fig.V.7: forme de l'induction magnétique

Par contre, le champ magnétique est considérablement distordu. Cette distorsion est due au retard introduit par l'hystérésis entre le champ magnétique et l'induction magnétique la figure V.8 montre la forme du champ magnétique en fonction du temps.

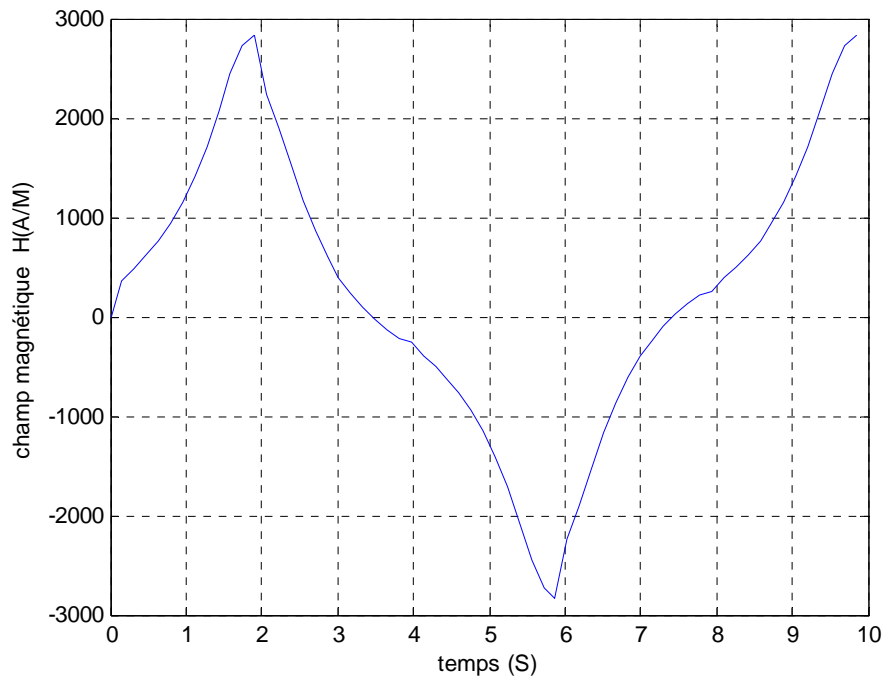


Fig.V.8: Forme du champ magnétique

La figure (V.9) représente la distribution du potentiel vecteur magnétique dans l'espace d'étude. On voit clairement la pénétration du potentiel vecteur magnétique dans le dispositif car la valeur de fréquence choisie est faible.

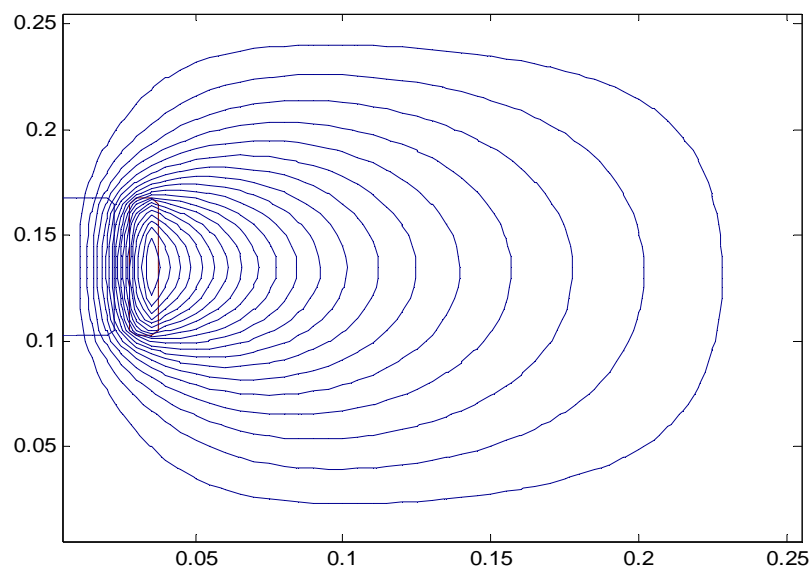


Fig.V.9: Distribution de potentiel vecteur magnétique

La figure V.10 illustre la variation de potentiel vecteur magnétique dans l'espace. On voit bien que les valeurs de potentiel vecteur magnétique s'annulent au frontière du domaine d'étude ce qui justifie notre choix des conditions aux limites.

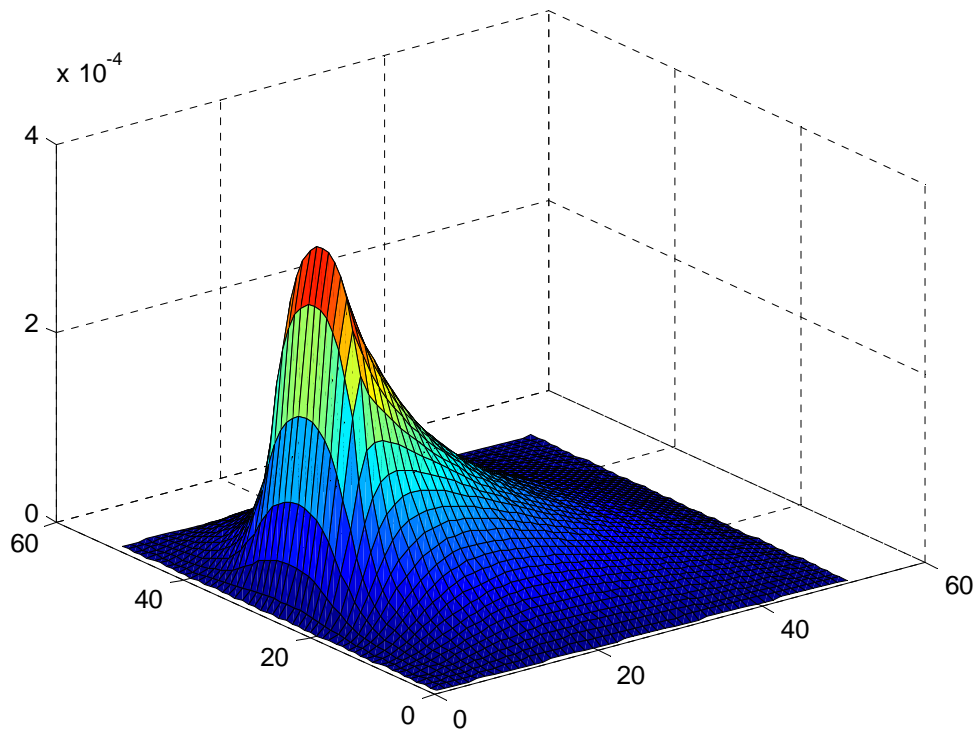


Fig.V.10: Distribution de potentiel vecteur magnétique dans l'espace

V-8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons couplé le modèle identifié de *Jiles-Atherton* avec un code de calcul par la méthode des volumes finis, pour résoudre le problème magnétodynamique.

Une étude sur un dispositif ferromagnétique axisymétrique a été faite pour valider la convergence de notre algorithme.

Les résultats obtenus par simulation sont en bon accord avec les résultats identifiés. On trouve que l'induction magnétique est pratiquement sinusoïdale en tous points de l'échantillon ferromagnétique. Par contre le champ magnétique est considérablement distordu vu le retard introduit par l'hystérésis entre le champ d'excitation et l'induction magnétique.

La distribution du potentiel vecteur magnétique dans l'espace est visualisée ainsi que la variation de ce dernier dans l'espace ce qui justifie notre choix des dimensions du domaine d'étude.

Conclusion générale

A travers ce mémoire nous avons étudié le phénomène de l'hystérésis magnétique d'un matériau ferromagnétique concernant le circuit magnétique d'un transformateur « prototype » disponible dans notre laboratoire. nous avons fait une étude sur quelques modèles mathématique de l'hystérésis. Le modèle de Jiles-Atherton est étudié en détail pour but d'utilisation dans la suite de notre travail et on a étudié aussi l'effet des paramètres de ce modèle sur le cycle d'hystérésis.

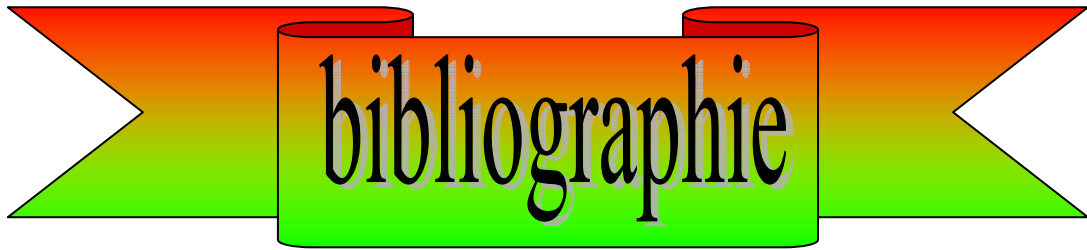
Pour avoir les données expérimentales nécessaires pour identifier ce modèle pour l'utilisation dans notre travail nous avons effectué les mesures au moyen des cartes d'acquisition des données disponible dans notre laboratoire tels que « le Sensor-Cassy et le Profi-Cassy ».

Un algorithme d'identification basé sur une méthode itérative est utilisé pour identifier les paramètres du modèle de J-A à partir des valeurs obtenus par l'expérience réalisée. Les paramètres obtenus sont utilisés pour tracer le cycle d'hystérésis identifié, la comparaison de ce dernier avec le cycle obtenu par mesure montre l'efficacité de notre algorithme.

Pour but de trouver le cycle d'hystérésis dans chaque point du matériau étudié on intègre le modèle de J-A obtenu par identification dans un code de calcul par la méthode des volumes finis.

Un élément de référence au milieu du matériau est choisi pour tracer le cycle d'hystérésis, les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats obtenus par mesure.

On trouve que l'induction magnétique est pratiquement sinusoïdale en tous points de l'échantillon ferromagnétique. Par contre le champ magnétique est considérablement distordu vu le retard introduit par l'hystérésis entre le champ d'excitation et l'induction magnétique.



- [1] **D. Benjamin**, 'Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques : du global vers local', Mémoire de Magister, Université Claude Bernard Lyon 2003.
- [2] **A. Belkebir**, 'Modélisation Identification Paramétrique de L'hystérésis Magnétique Modèle L. O. Chua', Mémoire de Magister, Université de Batna 2006.
- [3] **F. Bekhouche**, 'Caractérisation des matériaux ferromagnétiques doux utilisés dans les systèmes électromagnétiques', Mémoire de Magister, Université de Batna 2002.
- [4] **A. Benoudjit**, 'Introduction aux machines électriques machines à courant continu', Presses de l'Université de Batna, Octobre 1995.
- [5] **K. Nadjet**, 'Modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de son intégration dans un code de calcul de champ électrique', Mémoire de Magister, Université de Batna 2006.
- [6] **A. Benabou**, 'Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ', Thèse de Doctorat en Génie Electrique, Ecole Doctorale des Sciences pour L'Ingénieur, Université Lille 1, France, Décembre 2002.
- [7] **Y. Ouled Amor**, 'Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction', Thèse de Doctorat, Ecole Doctorale Science pour L'Ingénieur de Nantes, France Juin 2000.
- [8] **M. Azzouz**, 'Identification Optimisation Paramétrique et Quantification des Pertes dans les Matériaux Ferromagnétiques Doux', Mémoire de Magister Université de Batna 2006.
- [9] **CASSY® Lab** Guide utilisateur (524 203) CASSY Lab by LD Didactic GmbH
- [10] **BH. Robert**, 'Matériau électrotechnique', Traité d'électricité, presse polytechniques Romandes lien, Troisième Edition
- [11] **P. Brissonneau**, 'Magnétisme et matériaux magnétique pour l'électrotechnique', Edition Hermès, Paris, France 1997.
- [12] **D. C. Jiles, D. L. Atherton**, 'Macroscopic Models of Magnetization', IEEE. Trans. Magn. Vol 36

- [13] **W. Wernsdorfer**, 'Magnétométrie à micro squid pour l'étude de particules ferromagnétique isolées aux échelle submicroniques', Université Joseph Fouri Grenoble, thèse de Doctorat, Mars 1996.
- [14] **P. Brissonneau**, 'Aimantation permanente principes et travail des circuits magnétique' Edition Technique de L'ingénieur, Swiss 1990.
- [15] **H. Houssine**, 'Prédiction et détermination Expérimentale des Fer dans les tôles FeSi soumises à des Tensions Non sinusoïdales', Mémoire de Magister E.M.P, Alger 2004.
- [16] **S. Madani**, 'Etude et réalisation d'un cadre d'Epstein pour la caractérisation des matériaux ferromagnétique doux', thèse d'ingénieur. Université de Batna, Juin 2003
- [17] **M. T. Bouchemal**, 'Etude et réalisation d'un care a bande unique pour la caractérisation des matériaux ferromagnétique doux', Thèse d'ingénieur. Université de Batna, Juin 2003.
- [18] **Auslen der** 'Optimisation Méthode numérique Masson' New York, USE 1986
- [19] **Choubar Khoutir et Herrem Zina** 'Modélisation des phénomènes électromagnétique par la méthode des volume fini dans un dispositif axisymétrique.
- [20] **Michel Hulin, Nicole Hulin et Denise Perrin** 'Equation de Maxwell ondes électromagnétique' Dunod, France : 1991
- [21] **David. C. Jiles, senior Member,IEEE, J.B.Thoelk, end M. K.Devine** 'Numerical determination of Hysteretic parameters for the modelling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteric ' IEEE transactions on magnetic vol 28N⁰1 january1992.

**MEMOIRE DE FIN D'ETUDES EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME
D'INGENIEUR D'ETAT EN GENIE ELECTROTECHNIQUE**

OPTION : *COMMANDE ELECTRIQUE*

Proposé et dirigé par : Mr : *HAMIMID MOURAD*

Etudié par : *TALEB FATEH et BOUATTIA SALIM*

Thème :

**MODELISATION DE L'HYSTERESIS MAGNETIQUE DANS UN DISPOSITIF
FERROMAGNETIQUE PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS EN UTILISANT LE
MODELE DE JILES-ATHERTON**

Résumé :

Les matériaux utilisés pour la fabrication des circuits magnétiques sont le lieu de conversion de l'énergie électromagnétique. Ces matériaux sont en générale ferromagnétiques dont la loi de comportement magnétique est fortement non linéaire de type hystérétique.

Le but de ce travail consiste à élaborer une modélisation de l'hystérésis magnétique en vue d'une analyse par la MVF d'un dispositif ferromagnétique de géométrie cylindrique, on utilisant le modèle de *Jiles-Atherton*.

MOTS CLES :

Hystérésis.

Méthode des volumes finis.

Modèle de Jiles-Atherton.

Sensor-cassy, profi-cassy.