الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT PHYSIQUE

N° :……………….…./2020

DOMAINE: Sciences de la matière

FILIERE : Physique

OPTION : PHYSIQUE THEORIQUE

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master Académique

Par : **ANIBI KHOULOUD**
BOUNOUIGA ASMA

Intitulé

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé en l'espace phase non commutatif à trois dimensions dans les symétries de la mécanique quantique non commutatif

Soutenu le /09 /2020 devant le jury composé de :

Salim MADJBER MC A	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Président
Abdelmadjid MAIRECHE Prof.	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Rapporteur
Ali GHOUMAID MCB	Université Mohamed Boudiaf-M'sila	Examinateur

بسم الله الرحمن الرحيم

Dédicace :

Je dédie ce travail à mes parents, qui ont fait de leur mieux pour atteindre

Les plus hauts niveaux, ainsi qu'à mes frères et sœurs, à tous mes amis et à tous ceux qui m'ont soutenu.

BOUNOUIGA ASMA

Dédicace :

Je dédie ce travail à mon père et ma mère, qui grâce à eux, après dieu,

dans mes succès, à mon cher mari, qui a été mon soutien à mes frères et

sœurs, à tous mes amis et à tous ceux qui m'ont soutenu.

ANIBI KHOULOUD

Remerciement :

*Je remercie notre Dieu Allah, tout d'abord, mes remerciements vont à mon professeur **Maireche Abdelmadjid**, les membres du **jury**, Messieurs, éminents professeurs **Salim MADJBER** et **Ali GHOUMAID.***

*À mon ami **Khouloud** avec ma sœur **Ahlem,** à **mon père** et **ma mère,** et tous*

Mes professeurs et mes amis.

BOUNOUIGA ASMA

Remerciement :

*Je remercie notre Dieu Allah. Premièrement, je voudrais exprimer mes sincères remerciements à mon professeur supervisé **Abdelmadjid Maireche** les membres du **jury**, Messieurs, éminents professeurs **Salim MADJBER** et **Ali GHOUMAID.***

*à mon amie **Asma**, à **ma mère** et **mon père**, et à tous mes professeurs*

ANIBI KHOULOUD

Table des matières

Introduction générale Introduction générale

Chapitre I :

La structure quantique de l'espace-phase non commutatif a trois D

Chapitre II :

Etude d'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace ordinaire à 3 dimensions

Chapitre III :

L'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions

Introduction générale

La physique a connu un grand développement au début du siècle dernier, en particulier après les travaux physiques de Planck et d'Einstein. En particulier, la quantification d'énergie et la dualité onde-corpuscule (tous les objets physiques peuvent présenter parfois des propriétés corpuscules et autre fois des propriétés de d'ondes). Ces nouveaux faits ont transféré la physique classique à un autre domaine de la physique appelé physique quantique. La physique quantique basé sur trois équations fondamentale. Parmi ces équations, l'équation de Schrödinger en 1925. Il a été complètement réussi dans deux cas physiques importants et ils sont l'oscillateur harmonique et l'atome d'hydrogène à basse énergie [1-2].

Bondant les années derniers, la Mécanique quantique basée sur l'équation de Schrödinger développé par plusieurs méthodes : la méthode de Nikiforov-Uvarov, super-symétrique quantum mécaniques, calcule numérique, interaction asymptotique, l'approché de l'intégrale de chemin …etc. pour étudier les différents un modèles quantique, dans les différents domaines de la science atomique, nucléaire, moléculaire….etc. [3-21].

En cas particulière l'équation de Schrödinger peut être étudié des atomes hydrogéniques et les intéractions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons en basé sur le potentiel Cornell et le potentiel de Cornell généralisé à deux dimensions et a trois dimensions [22].

L'objectif de ce travail de mémoire de Master en physique théorique promotion 2019-2020 est l'étude l'effet de la non-commutativité de l'espace-phase à deux dimensions sur le potentiel Cornell généralisé.

*** Le but principal :**

L'objectif principal de ce travail est la résoudre l'équation de Schrödinger avec le potentiel Cornell généralisé, de l'espace-phase à deux dimensions. Ce travail se divisé on trois chapitres principales avec une conclusion générale :

Le premier chapitre :

Consacré aux La structure quantique de l'espace-phase noncommutatif à trois dimensions,

Dans le chapitre II :

On résume les solutions de l'équation de Schrödinger pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace ordinaire à deux dimensions **[22],**

Et dans le chapitre III :

On étude l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace-phase non commutatif à deux dimensions pour obtenir les nouveaux spectres atomique.

On termine notre mémoire de master par une conclusion générale et l'interprétation physique.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION À L'ESPACE PHASES NON COMMUTATIF

I.1. Introduction :

Dans ce premier chapitre ont traité les postulats et les hypothèses caractérisé la quantique et physique de l'espace-phase noncommutatif à trois dimensions, les éléments principales sont :

- Rappelle sur la mécanique quantique ordinaire,
- Les nouveaux postulats de l'espace-phase noncommutatif,
- Le produit star et ces propriétés, la formule de Moyal-Weyl,
- La méthode de Bopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale général,
- La méthode de Bopp's Shift et ces application pour un potentiel centrale spéciale de la forme $v(r) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5$, connue par le potentiel de Cornell généralisé ou, dans l'espace-phase noncommutatif à trois dimensions (NC -3D : RSP).

I.2. Rappelle sur la mécanique quantique ordinaire :

On sait que les débuts de la physique quantique connue en 1900, lorsque Planck, quantifier l'énergie de la lumière $E_\gamma = h\nu$ ($h \approx 6{,}6262.10^{-34}\, joul - seconde$). Actuellement, la mécanique quantique ordinaire est formulée sur l'espace commutatif des coordonnées de variable et le moment canonique des opérateurs hermétiques (x_i, p_j), suivants [1-2] :

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \quad \text{………………………..……….} \qquad \text{(I.1)}$$

Où $\hbar = \frac{h}{2\Pi}$ et δ_{ij} sont la constant de Planck réduit et le symbole ordinaire de Kronecker, respectivement. La quantification canonique satisfait par les deux principes concernant l'énergie el l'impulsion E et p_i :

$$E \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad \text{et} \qquad p_i \rightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^i} \quad \text{………..} \qquad \text{(I.2)}$$

- On sait que, l'énergie d'une particule de masse μ soumise des forces produit par un potentiel $V(\vec{r},t)$, en mécanique classique est donnée par :

$$E = \frac{\vec{P}^2}{2m_0} + V(\vec{r},t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots(I.3)$$

- Maintenant en applique les deux principes de quantification canonique présentée dans l'équation (I.2), on trouve :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta + V(\vec{r},t)\right]\Psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots..(I\text{-}4)$$

Où Δ est le Laplacien, en coordonnée cartésiennes et sphériques (x,y,z) et (r,θ,φ) respectivement, prendre l'expression suivant :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2(\sin\theta)^2}\frac{\partial}{\partial\varphi^2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I\text{-}5)$$

- L'équation (I.4) connait par l'équation de Schrödinger dans l'espace-temps ordinaire basé sur les postulats présenté par (I.1). $\Psi(\vec{r},t)$ Est la fonction complexe d'onde, qui déterminer la probabilité de trouver la particule à l'instant t dans un volume d^3r entourant le point $\vec{r}$ [1-2] :

$$dP = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2 d^3r \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots..(I\text{-}6)$$

- On peut transformer la fonction complexe d'onde $\Psi(\vec{r},t)$ dans l'espace d'impulsion $\Psi(\vec{p},t)$ par transformation de Fourier et on détermine la probabilité de $\vec{p}$ par :

$$dP(\vec{p}) = \left|\Psi(\vec{p},t)\right|^2 d^3p \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(I\text{-}7)$$

Ce qui donne les relations d'incertitude de Heisenberg :

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta y \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2} \\ \Delta z \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2} \end{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots..\ldots\ldots(I.8)$$

- Une valeur très important caractérisée la mécanique quantique ordinaire, connait par la valeur moyenne d'un opérateur $\hat{A}$ noté par $\langle A \rangle$, prendre les deux expressions dans le cas à deux et trois dimensions, respectivement :

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \int \Psi(\vec{r},t)^* \hat{A}\Psi(\vec{r},t) d^2 r \\ \langle A \rangle &= \int \Psi(\vec{r},t)^* \hat{A}\Psi(\vec{r},t) d^3 r \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\text{(I.9)}$$

Avec l'élément de surface $d^2 r$ et l'élément de volume $d^3 r$.

- Le vecteur densité de courant de probabilité $\vec{J}(\vec{r},t)$ est donnée par :

$$\vec{J}(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{2mi}\left(\Psi^* \Delta\Psi - \Psi\Delta\Psi^*\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\text{(I.10)}$$

On peut aller à la forme locale de l'équation de continuité ;

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho(\vec{r},t) + \vec{\nabla}\vec{J}(\vec{r},t) = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I-11)}$$

Ou $\rho(\vec{r},t) = \left|\Psi(\vec{r},t)\right|^2$ traduit la densité de probabilité ; elle est parfaitement semblable à l'équation de conservation de la charge.

- En mécanique quantique le moment angulaire global $\vec{J}$ est la somme des deux moments angulaire $\vec{L}$ et le moment de spin $\vec{S}$, donc [1-2] :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I.12)}$$

Ce qui permit de trouver le couplage spin-orbite $\vec{L}\vec{S}$ de la façon suivante :

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}\left(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(I.13)}$$

Les valeurs propres des opérateurs $\vec{J}^2, \vec{L}^2$ et $\vec{S}^2$ en mécanique quantique $(c = \hbar = 1)$:

$$\begin{aligned} \vec{J}^2\Psi &= j(j+1)\Psi \\ \vec{L}^2\Psi &= \ell(\ell+1)\Psi \\ \vec{S}^2\Psi &= s(s+1)\Psi \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\text{(I.14)}$$

Les relations (I.13) et (I.14) permettent d'obtenir :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \frac{1}{2}[j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)]\Psi \ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(I.15)$$

Avec $\left|l-\frac{1}{2}\right| \leq j \leq \left|l+\frac{1}{2}\right|$, donc on peut déduire pour une particule fermionique comme alors l'électron, les valeurs possible $j = l + \frac{1}{2}$ et $j = l - \frac{1}{2}$ correspondant une polarité de spin up et polarité de pin down.

I.3. La structure quantique de l'espace-phase non-commutatif à trois dimensions :

L'idée du non commutativité de l'espace introduit par Heisenberg dans en 1930 puis développée par H. Syndre à la fin l'année 1947 [23-24], satisfait par nouveaux structure algébrique, connait par le règle de noncommutative commutations relations [25-37] :

$$\begin{cases} [x_i, p_j] = i\hbar_{eff}\,\delta_{ij} \\ [x_i, x_j] = 0 \\ [p_i, p_j] = 0 \end{cases} \Rightarrow \qquad \ldots\ldots \qquad \begin{cases} [\hat{x}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\delta_{ij} \\ [\hat{x}_i, \hat{x}_j] = i\hbar\theta_{ij} \\ [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\bar{\theta}_{ij} \end{cases} \qquad \ldots\ldots(I.16)$$

Ou $\left(i, j = \overline{1, N}\right)$ et N la dimensions de l'espace et $\hbar_{eff} = \hbar\left(1 + \frac{\theta\bar{\theta}}{4\hbar^2}\right)$ est la constant de Planck effectif. L'espace –temps non commutatif est définie en terme d'un ensemble de générateur $\hat{x}_i$ dits coordonnée non commutatif :

$$\begin{aligned} x_i &\to \hat{x}_i = f(x_i, p_i) \\ p_i &\to \hat{p}_i = g(x_i, p_i) \end{aligned} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots..(I.17)$$

Les deux paramètres $\left(\theta^{\mu\nu} =, \bar{\theta}^{\mu\nu}\right) \equiv -\left(\theta^{\nu\mu} =, \bar{\theta}^{\nu\mu}\right) = \varepsilon^{\mu\nu}\left(\theta, \bar{\theta}\right)$ sont deux tenseurs antisymétriques induits par la non commutativité position-position et impulsion-impulsion, respectivement. Il est très important de noter les dimensions $\left(\theta^{\mu\nu}, \bar{\theta}^{\mu\nu}\right)$ est $\left((\text{Lenngth})^2, (\text{Impulsion})^2\right)$ respectivement.

Dans ce mémoire de master on sintérisé par l'espace-phase à trois dimensions (*N=3*), donc les indices prendre les valeurs (i, j=$\overline{1,3}$), dans ce cas particulière, satisfait les règles de commutations canonique suivant :

$$\begin{cases}[\hat{x}_1,\hat{p}_1]=[\hat{x}_2,\hat{p}_2]=[\hat{x}_3,\hat{p}_3]=i\hbar_{eff}\\ [\hat{x}_1,\hat{x}_1]=[\hat{x}_2,\hat{x}_2]=[\hat{x}_3,\hat{x}_3]=0\\ [\hat{x}_1,\hat{x}_2]=i\hbar\theta_{12}\\ [\hat{x}_1,\hat{x}_3]=i\hbar\theta_{13}\\ [\hat{x}_2,\hat{x}_3]=i\hbar\theta_{23}\end{cases} \quad \text{………} \quad \text{………..(I.18)}$$

Et

$$\begin{cases}[\hat{p}_1,\hat{p}_1]=[\hat{p}_2,\hat{p}_2]=[\hat{p}_3,\hat{p}_3]=0\\ [\hat{p}_1,\hat{p}_2]=i\hbar\overline{\theta}_{12}\\ [\hat{p}_1,\hat{p}_3]=i\hbar\overline{\theta}_{13}\\ [\hat{p}_2,\hat{p}_3]=i\hbar\overline{\theta}_{23}\end{cases} \quad \text{……………} \quad \text{…..(I.19)}$$

I.4.Le produit star :

I.4.1.Formule de Moyal-Weyl :

Le formalisme du star-produit introduit par Harman Weyl et Wigner pour permettre une description de la mécanique quantique en termes d'espace phases non commutatif [23-53] :

$$(f*g)(x,p)=(fg)(x,p)-\frac{i}{2}\left(\theta^{\mu\nu}\partial_\mu^x f\,\partial_\nu^x g+\overline{\theta}^{\mu\nu}\partial_\mu^p f\partial_\nu^p g\right)(x,p) \quad \text{(I.20)}$$

Avec la notation $\partial_\mu^x f(x,p)=\frac{\partial f(x,p)}{\partial x^\mu}$ et $\partial_\mu^p f(x,p)=\frac{\partial f(x,p)}{\partial p^\mu}$. Le nouveau produit $(f*g)(x,p)$ représenté le produit dans l'espace phase non commutatif et $(fg)(x,p)$ représenté le produit ordinaire dans l'espace commutatif.

I.4.2.Propriétés du de produit star :

Le produit star vérifie les déférentes propriétés suivant [25-36] :

- a)-non commutatif :

$$f(x,p)*g(x,p)\neq g(x,p)*f(x,p) \quad \text{(I.21)}$$

- b)-associatif :

$$\big(f(x,p)*g(x,p)\big)*h(x,p)=f(x,p)(g(x,p)*h(x,p)) \quad \text{(I.22)}$$

- c)-la relation du complexe conjugué

$$(f(x,p) * g(x,p))^* = f(x,p)^* * g(x,p)^* \tag{I.23}$$

- d)-La relation d'intégrale :

$$\int d^D x (f * g)(x,p) = \int d^D\, x\, (g * f)(x,p) = \int d^D x f(x,p) g(x,p) \tag{I.24}$$

- e)-Permutation cyclique :

$$\int d^D x (f * g * h)(x,p) = \int d^D\, (h * f * g) = \int d^D\, x (f * h * g) \tag{I.25}$$

- f)-Satisfait la règle de Leibniz :

$$\partial_\mu (f * g) = \partial_\mu f * g + f \partial_\mu g \tag{I.26}$$

Remarque :

Dans l'espace non commutatif la construction des théories de jauge se fait de la même manière qu'en théorie de jauge sur un espace ordinaire [30-35] :

-Les champs classiques remplacés par les champs non commutatifs.

-Le produit ordinaire commutatif remplacé par le produit de Moyal-Weyl (produit star).

Il très important de noter que les relations de commutation dans l'espace non commutatif, satisfait par nouveaux produit connue par le produit star.

I.5. La Méthode de Bopp's Shift :

Pour écrier l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif, on applique les étapes suivant [30-51]

On remplace la fonction d'onde ordinaire $\Psi(\vec{r},t)$ par nouvelle fonction d'onde $\hat{\Psi}(\vec{\hat{r}},t)$,

- On remplace l'opérateur d'Hamiltonien ordinaire $H(p_i, x_i)$ par nouvel opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$,
- On remplace l'énergie ordinaire E par nouvelle valeur E_{nc},
- On remplace le produit ordinaire par le produit star.

Les quatre étapes permirent d'obtenteur l'équation de Schrödinger dans l'espace-phase non-commutatif

$$\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) * \hat{\Psi}(\vec{\hat{r}},t) = E_{nc} \hat{\Psi}(\vec{\hat{r}},t) \tag{I.27}$$

La fonction d'onde $\hat{\Psi}(\vec{r},t)$ est peut être écrié :

$$\hat{\Psi}(\vec{r},t)=\hat{\Psi}(\vec{r})f(t) \tag{I.28}$$

Cela permit de simplifier l'équation (I.27) :

$$\hat{H}(\hat{p}_i,\hat{x}_i)*\hat{\Psi}(\vec{r},t)=E_{nc}\hat{\Psi}(\vec{r},t) \tag{I.29}$$

La méthode Bopp's Shift permit de traité l'équation de Schrödinger déformée (I.27) comme une équation ordinaire à condition d'appliquée les deux translations [30-37] :

$$H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)\Psi(\vec{r})=E_{nc}\Psi(\vec{r}) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I.30)}$$

Avec l'opérateur de L'Hamiltonien $H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)$ peut être écrié en trois variétés [40-53] :

$$\begin{cases} H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)\equiv H\left(\hat{p}_i=p_i+\dfrac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_j,\hat{x}_i=x_i-\dfrac{\theta^{ij}}{2}p_j\right) & \text{pour } (\text{NC-3D:RSP}) \\ H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)\equiv H\left(\hat{p}_i=p_i,\hat{x}_i=x_i-\dfrac{\theta^{ij}}{2}p_j\right) & \text{pour } (\text{NC-3D:RS}) \\ H(\hat{p}_i,\hat{x}_i)\equiv H\left(\hat{p}_i=p_i+\dfrac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_j,\hat{x}_i=x_i\right) & \text{pour } (\text{NC-3D:RS}) \end{cases} \tag{I.31}$$

C'est-à-dire, la variété (I.31) correspond :

$$\begin{cases} p_i\to\hat{p}_i=p_i+\dfrac{\bar{\theta}^{ij}}{2}x_j \\ x_i\to\hat{x}_i=x_i-\dfrac{\theta^{ij}}{2}p_j \end{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \tag{I.32}$$

Et

$$\begin{cases} p_i\to\hat{p}_i=p_i \\ x_i\to\hat{x}_i=x_i-\dfrac{\theta^{ij}}{2}p_j \end{cases} \ldots\ldots\ldots\ldots \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I.33)}$$

et

$$\begin{cases} p_i \rightarrow \hat{p}_i = p_i + \dfrac{\bar{\theta}^{ij}}{2} x_j \\ x_i \rightarrow \hat{x}_i = x_i \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots(I.34)$$

Notation : Notre travail est fait dans l'espace-phase non commutatif a trois dimensions, pour cela les coordonnées $(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3)$ et $(\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3)$dans les relations (I .16), (I .17), (I .18) et (I.19) est remplacé par le commutateur $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ et $(\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z)$:

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = \hat{x} \\ \hat{x}_2 = \hat{y} \\ \hat{x}_3 = \hat{z} \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \hat{p}_1 = \hat{p}_x \\ \hat{p}_2 = \hat{p}_y \\ \hat{p}_3 = \hat{p}_z \end{cases} \qquad (I.35)$$

et:

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = x_1 - \dfrac{\theta_{12}}{2} p_2 - \dfrac{\theta_{13}}{2} p_3 \\ \hat{x}_2 = x_2 - \dfrac{\theta_{21}}{2} x_2 - \dfrac{\theta_{23}}{2} x_3 \\ \hat{x}_3 = x_3 - \dfrac{\theta_{31}}{2} x_1 - \dfrac{\theta_{32}}{2} x_2 \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \hat{p}_1 = p_1 + \dfrac{\bar{\theta}_{12}}{2} x_2 + \dfrac{\bar{\theta}_{13}}{2} x_3 \\ \hat{p}_2 = p_2 + \dfrac{\bar{\theta}_{21}}{2} x_2 + \dfrac{\bar{\theta}_{23}}{2} x_3 \\ \hat{p}_3 = p_3 + \dfrac{\bar{\theta}_{31}}{2} x_1 + \dfrac{\bar{\theta}_{32}}{2} x_2 \end{cases} \qquad (I.36)$$

Avec le carré de ($\hat{r}$ et $\hat{p}$) sont donné par :

$$\hat{r}^2 = \hat{x}^2 + \hat{y}^2 + \hat{z}^2$$

et

$$\hat{p}^2 = \hat{p}_x{}^2 + \hat{p}_y{}^2 + \hat{p}_z{}^2 \tag{I.37}$$

On utiliser le produit star pour résoudre l'équation de Schrödinger non commutatif, le but est remplacé le produit star avec le produit habituel par Bopp's shift.

La méthode de Bopp's Shift est considéré comme une conséquence du produit star entre l'opérateur du potentiels $\widehat{V}(\hat{x})$ et La fonction d'onde complexe $\hat{\Psi}\left(\vec{\hat{r}}\right)$:

$$\hat{H}(\hat{x}_\mu, \hat{p}_\mu) * \Psi\left(\vec{\hat{r}}\right) = E_{nc}\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right) \Rightarrow H(\hat{x}_\mu, \hat{p}_\mu)\psi(\vec{r}) = E_{nc}\psi(\vec{r}) \tag{I.38}$$

Les deux opérateurs $\hat{r}$ et $\hat{p}$ écrire en trio dimension dans l'espace et phase non commutatives [38-51] :

$$\left(r^2, \frac{p^2}{2m_0}\right) \Rightarrow \left(\hat{r}^2, \frac{\hat{p}^2}{2\mu}\right) = \left(r^2 - \vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}, \frac{p^2}{2\mu} + \vec{\mathbf{L}}\vec{\vec{\theta}}\right) \tag{I.39}$$

Avec $\Theta_{\mu\nu} = \theta_{\mu\nu}/2$

I.6.Application sur le potentiel de Cornell Généralisé a trois dimensions :

On applique les notions du président paragraphe sur le potentiel de Cornell généralisé $v(r) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5$, ce potentiel composé par cinq termes :

- Le terme quadratique : sous la forme $V_1(r) = a_1 r^2$, est similaire à l'oscillateur harmonique
- Le terme linéaire : sous la forme $V_2(r) = a_2 r$
- Le terme de Coulomb : sous la forme $v_3(r) = -\frac{a_3}{r}$ est similaire à l'atome d'hydrogène
- Le terme inverse quadratique : sous la forme $v_4(r) = -\frac{a_4}{r^2}$ est inversé de l'oscillateur harmonique
- Le terme constant

L'opérateur Hamiltonien $H(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ correspondant la variété générale du non commutativité de l'espace-phase :

$$H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}}=p_i+\frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j\,,\hat{x}_{\mathrm{i}}=x_i-\frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right)\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots(\mathrm{I}.40)$$

Dans l'espace –phase non commutatif a trois dimensions (NC-3R : RSP), l'opérateur Hamiltonien $H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)$ est donnée par :

$$\begin{aligned}H\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)&\equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}}=p_i+\frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2}x_j\,,\hat{x}_{\mathrm{i}}=x_i-\frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2}p_j\right)\\&=\frac{\hat{p}^2}{2\mu}+\mathrm{V}(\hat{\mathrm{r}})\end{aligned} \qquad (\mathrm{I}.41)$$

Avec :

$$V(r)\Rightarrow V(\hat{r})=a_1\hat{r}^2+a_2\hat{r}-\frac{a_3}{\hat{r}}+\frac{a_4}{\hat{r}^2}+a_5 \qquad (\mathrm{I}.42)$$

et

$$\frac{\hat{p}^2}{2\mu}=\frac{p^2}{2\mu}+\vec{\mathbf{L}}\vec{\overline{\theta}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{I}.43)$$

Les résultants de l'équation (I.39) permit de calculer les termes $-\frac{a_3}{\hat{r}}$, $a_2\hat{r}$, $a_1\hat{r}^2$ et $\frac{a_4}{\hat{r}^2}$:

$$\begin{cases}-\frac{a_3}{r}\rightarrow-\frac{a_3}{\hat{r}}=-\frac{a_3}{r}-\frac{a_3}{2r^3}\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\\ a_2r\rightarrow a_2\hat{r}=a_2r-\frac{a_2}{2r}\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\\ a_1r^2\rightarrow a_1\hat{r}^2=a_1r^2-a_1\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\\ \frac{a_4}{r^2}\rightarrow\frac{a_4}{\hat{r}^2}=\frac{a_4}{r^2}+\frac{a_4}{r^4}\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\end{cases} \qquad (\mathrm{I}.44)$$

Donc

$$V(\hat{r})=a_1r^2+a_2r-\frac{a_3}{r}-\frac{a_4}{r^2}+a_5+\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}\ldots\ldots \qquad \ldots(\mathrm{I}.45)$$

La combinaison entre deux équations (I.43) et (I.45) donné le nouveau operateur d'Hamiltonien $H(\hat{p}_i,\hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}} = p_i + \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,, \hat{x}_{\mathrm{i}} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ de la forme suivant :

$$H(\hat{p}_i,\hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}} = p_i + \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,, \hat{x}_{\mathrm{i}} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right) = \frac{p^2}{2m_0} + a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} + \frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\overline{\theta}}}{2m_0} \tag{I.46}$$

L'opérateur $H(\hat{p}_i,\hat{x}_i) \equiv H\left(\hat{p}_{\mathrm{i}} = p_i + \frac{\overline{\theta}^{\mathrm{ij}}}{2} x_j \,, \hat{x}_{\mathrm{i}} = x_i - \frac{\theta^{\mathrm{ij}}}{2} p_j\right)$ est la somme deux opérateurs $H(p_i,x_i)$ et $H_{pert}(p_i,x_i)$

$$H(p_i,x_i) = \frac{p^2}{2\mu} + a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 \tag{I.47}$$

et

$$H_{pert} = \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} + \frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\overline{\theta}}}{2\mu} \tag{I.48}$$

CHAPITRE 2

LA SOLUTION DE L'ÉQUATION RADIALE DE SCHRÖDINGER AVEC LE POTENTIELLE DE CORNELL GÉNÉRALISÉE À TROIS DIMENSIONS

II.1. Introduction :

Dans ce chapitre on va résumer les solutions de l'équation de Schrödinger pour le potentiel Cornell généralisé à trois dimensions et on révisée les fonctions d'ondes, les énergies correspondante à l'état excités *n*.

II.2.Etude de l'équation de Schrödinger pour le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace –ordinaire à trio dimensions :

Le potentiel de **Cornell généralisé** est considéré potentiel purement central, dépond par la distance r, physiquement, ce potentiel jeu un rôle très important [22] :

1- Pour étudier des atomes hydrogéniques sous influence des champs extérieurs

2- Pour étudier les interactions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons.

L'expression analytique de ce potentiel dans les cordonnées sphériques [22] :

$$V(r) = a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 \quad \text{........(II.1)}$$

Ce potentiel composé par cinq termes :

- Le terme quadratique : sous la forme $V_1(r) = a_1 r^2$, est similaire à l'oscillateur harmonique
- Le terme linéaire : sous la forme $V_2(r) = a_2 r$
- Le terme de Coulomb : sous la forme $V_3(r) = -\frac{a_3}{r}$ est similaire à l'atome d'hydrogène
- Le terme inverse quadratique : sous la forme $V_4(r) = -\frac{a_4}{r^2}$ est inversé de l'oscillateur harmonique
- Le terme constant·

Les paramètres a_1, a_2, a_3, a_4 et a_5 sont des constantes. Dans l'espace de Hilbert à N dimension, l'équation de Schrödinger est donnée par**:**

$$H\Psi(\vec{r};t) = E\Psi(\vec{r};t) \quad \text{.....(II.2)}$$

Où E est l'énergie total du system et l'opérateur H donnée par :

$$H=\frac{\vec{P}^{2}}{2\mu}+V(\vec{r},t) \quad \text{......................................} \quad (II.3)$$

Pour lé états stationnaire, la fonction d'onde $\Psi(\vec{r};t)$ peut etre ecrié de la facon suivant:

$$\Psi(\vec{r};t)=\exp\left(-i\frac{E}{\hbar}\right)\Psi(\vec{r}) \quad \text{...............................} \quad (II.4)$$

Avec H est composé de deux termes , le premier connue par le terme cinétique et la deuxieme le potentiel di'nteraction:

$$H=\frac{\vec{P}^{2}}{2\mu}+V(r) \quad \text{...................................} \quad (II.5)$$

Ou μ est la masse réduit. Si on n appique les deux pricipes de quantification canonique $E\rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ et $p_i\rightarrow\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x^i}$, on a trouvé l'équation de Schrödinger ordinaire:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta+V(r)\right]\Psi(\vec{r},t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t} \quad \text{..........................} \quad (II.6)$$

Dans l'espace ordinaire à trois dimensions, et en coordonnées sphériques (r,θ,φ), le l'opérateur Laplacien s'écrit comme suit :

$$\Delta=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2(\sin\theta)^2}\frac{\partial}{\partial\varphi^2} \quad \text{.......} \quad (II.7)$$

Ou bien, de la forme equivanlant:

$$\Delta=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\right)-\frac{\hat{L}^2}{\hbar^2 r^2} \quad \text{...................................} \quad \text{.......} \quad (II.8)$$

Avec :

$$L^2=-\hbar^2\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{(\sin\theta)^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right) \quad \text{....} \quad \text{...........} \quad (II.9)$$

II.2.1 Les moments cinétiques :

En mécanique quantique, les moments classée en trois familles :

- Le moment cinétique orbital noté par $\vec{L}$
- Le moment de spin, noté par $\vec{S}$
- Le moment total $\vec{J}=\vec{S}+\vec{L}$

Le moment cinétique orbital $\vec{L}$ définie par :

$$\vec{L}=\vec{r}\wedge\vec{p} \quad \text{(II.10)}$$

Avec $\vec{p}=m_0\vec{V}$ et les composants cartésiennes est donnée par :

$$\vec{L}=\begin{cases} L_x = y\,p_z - z\,p_y \\ L_y = z\,p_x - x\,p_z \\ L_z = x\,p_y - y\,p_x \end{cases} \quad \text{(II.11)}$$

Donc, on peur réécrire les trois composants sous la forme :

$$\begin{cases} L_x = \frac{\hbar}{i}\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right) \\ L_y = \frac{\hbar}{i}\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right) \\ L_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) \end{cases} \quad \text{(II.12)}$$

En coordonnées sphérique (r,θ,φ) les composants cartésiennes est donnée par :

$$\hat{L}=\begin{cases} \hat{L}_X = \frac{\hbar}{i}\left(-\cos\varphi\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} - \sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}\right) \\ \hat{L}_Y = \frac{\hbar}{i}\left(-\sin\varphi\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}\right) \\ \hat{L}_Z = \frac{\hbar}{i}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}\right) \end{cases} \quad \text{(II.13)}$$

Avec :

$$\begin{cases} L_z\, y_m^l(\theta,\varphi) = m\hbar\, y_m^l(\theta,\varphi) \\ L^2\, y_m^l(\theta,\varphi) = l(l+1)\hbar^2\, y_m^l(\theta,\varphi) \end{cases} \quad \text{(II.14)}$$

Avec $l=\overline{0,n-1}$. Et le carré moment cinétique J est sous la forme :

$$\hat{J}^2 = \hat{J}_x^2 + \hat{J}_y^2 + \hat{J}_z^2 \quad \text{(II.15)}$$

Et :

$$\begin{cases} \hat{J}^2 | j,m\rangle = j(j+1)\hbar^2 | j,m\rangle \\ \hat{J}_z | j,m\rangle = m | j,m\rangle \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II.16)}$$

Avec l'opérateur de couplage spin-orbite $\hat{\vec{L}}\hat{\vec{S}}$ peut récrierai sous la forme :

$$\begin{aligned} \hat{\vec{L}}\hat{\vec{S}} &= \frac{1}{2}\left[\left(\hat{\vec{L}} + \hat{\vec{S}}\right)^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2\right] \\ &= \frac{1}{2}\left[\hat{J}^2 - \hat{L}^2 - \hat{S}^2\right] \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II.17)}$$

La fonction d'onde transformée en coordonnées sphérique :

$$\Psi(\vec{r},t) \rightarrow \Psi(r,\theta,\varphi) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II.18)}$$

Donc l'équation de Schrödinger en coordonnée sphériques devient :

$$\begin{aligned} &\left\{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2(\sin\theta)^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] - V(r)\right\}\Psi(r,\theta,\varphi) \\ &= \mathrm{E}\Psi(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II.19)}$$

et

$$\begin{aligned} &\left\{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{1}{r^2\sin\theta}\left[\sin\theta\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] - V(r)\right\}\Psi(r,\theta,\varphi) \\ &= \mathrm{E}\Psi(r,\theta,\varphi) \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots \text{(II-20)}$$

Maintenant on écrire les solutions de l'équation de Schrödinger à la forme d'un produit d'une fonction radiale $R_l(r)$ et d'une fonction angulaire $Y_l^l(\theta,\varphi)$ à trois dimensions :

$$\Psi(x) = R_l(r)Y_l^m(\theta,\varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(II.21)}$$

Où $R_l(r)$ est la partie radiale de la fonction d'onde qui dépend seulement de rayon r el $Y_l^m(\theta,\varphi)$ représenté la partie angulaire dépend des angles θ et φ. La fonction radiale $R_l(r)$ satisfait l'équation suivant, dans l'espace a N dimensions [22] :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{N-1}{r}\frac{d}{dr} - \frac{l(l+N-2)}{r^2} + 2\mu\left(E - a_1r^2 - a_2r + \frac{a_3}{r} + \frac{a_4}{r^2} - a_5\right)\right]R_{nl}(r) = 0 \quad \text{(II.22)}$$

Dans l'espace à trois dimensions, l'équation (II-22) devient [22] :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{d}{dr}-\frac{l(l+1)}{r^2}+2\mu\left(E-a_1r^2-a_2r+\frac{a_3}{r}+\frac{a_4}{r^2}-a_5\right)\right]R_{nl}(r)=0 \qquad \text{..... (II-23)}$$

La fonction d'onde et l'énergie :

On basé sur le travail de Le Prof. *M. Abu-Shady et al.*, la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes $\Psi_{n,l,m}(\overleftrightarrow{r})$ et l'énergie $E_{n,l}$ pour le potentiel de Cornell généralisé sont donnée par dans l'espace-temps à N dimensions [22] :

$$\Psi_{n,l,m}(\overleftrightarrow{r})=\frac{C_{n,l}}{n!}r^{k+n}\exp\left(-\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)Y_l^m(\theta,\varphi) \qquad \text{........................ (II-24)}$$

et

$$E_{n,l}=\sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{(N+2l-2)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2{}^2}{4a_1}+a_5 \qquad \text{.............. (II-25)}$$

Avec $k=\frac{-1\pm\sqrt{(3+2l-2)^2-8\mu a_4}}{2}$ **. La constante de normalisation** $C_{n,k}$ **est donnée par [21] :**

$$C_{n,k}=n!\left\{\frac{2(2\alpha)^{k+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma\left(k+n+\frac{N}{2}\right)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}^{1/2} \qquad \textbf{(II-26)}$$

Avec $\alpha=\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}$ et $\beta=\frac{\mu a_2}{2\alpha}$.

Pour l'espace à trois dimensions $N=3$, la fonction d'onde normalisée et l'énergie des systèmes sont réduit à la forme :

$$\Psi_{n,l,m}(\overleftrightarrow{r})=\frac{C_{n,k}}{n!}r^{k+n}\exp\left(-\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2-a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)Y_l^m(\theta,\varphi) \qquad \text{........ (II-27)}$$

et

$$E_{n,l} = \sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{(3+2l-2)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2^{\;2}}{4a_1}+a_5 \qquad \text{…………….…………. (II-28)}$$

La constante de normalisation $C_{n,l}$ est donnée par :

$$C_{n,l} = n!\left\{\frac{2(2\alpha)^{l+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma(k+n+3/2)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}^{1/2} \qquad \textbf{(II-29)}$$

Et $Y_l^m(\theta,\varphi)$ sont les Harmonique sphériques à trois dimensions.

et

$$E_{n,l} = \sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{(2+2l-2)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2^{\;2}}{4a_1}+a_5 \qquad \text{…………….…………. (II-23)}$$

La constante de normalisation $C_{n,k}$ est donnée par [21] :

$$C_{n,l} = n!\left\{\frac{2(2\alpha)^{l+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma(k(l)+n+1)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}^{1/2} \qquad \text{(II-24)}$$

CHAPITRE 3

L'EFFET DE LA NON COMMUTATIVITÉ SUR LE SPECTRE D'ÉNERGIE À POTENTIEL DE CORNELL GÉNÉRALISÉE

À TROIS DIMENSIONS

III.1 Introduction :

L'objectif de ce chapitre, est l'étude de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel de Cornell généralisé, dans l'espace phase à trois dimensions qui peut être appliqué sur :

3- Les atomes hydrogéniques

4- Pour étudier les interactions entre les quarks et l'anti quarks dans les mésons.

Dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions en utilisant la méthode Bopp's Shift et le théorème de perturbation pour trouver les corrections des énergies correspondant aux états excité n.

III.2.L'opérateur d' Hamiltonien pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif à trois dimensions (NC : 3D-RSP) :

Pour étudier l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé en l'espace phase non commutatif à trois dimensions, la première étape est l'écriture cette équation dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions [30-53]

$$\hat{H}(\hat{p}_i,\hat{x}_i)*\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)=E_{nc-an}\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)\text{.................................(III-1)}$$

Tel que :

- L'opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i,\hat{x}_i)$ noté a l' Hamiltonien dans l'espace- phase non commutatif à trois dimensions,
- $\Psi\left(\vec{\hat{r}}\right)$ noté à la fonction d'onde complexe dans l'espace- phase non commutatif à trois dimensions,
- E_{nc} noté à la l'énergie produit par l'interaction de potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif à trois dimensions,
- Le symbole $*$ est noté du produit étoile.

L'opérateur $\hat{H}(\hat{p}_i, \hat{x}_i)$ peut être traité en trois modèles physiques [40-51] :

$$\hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right) \text{ for (NC : 3D - RSP)}$$

$$\hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right) \text{ for (NC : 3D - RS)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-2)}$$

$$\hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i\right) \text{ for (NC : 3D - RP)}$$

- Le premier modèle correspondant $\hat{H}_{nc}(\hat{p}_i, \hat{x}_i) \equiv \hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur l'espace et la phase,
- La deuxième modèle correspondant $\hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i ; \hat{x}_i = x_i - \frac{\theta_{ij}}{2} p_j\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur l'espace,
- Le troisième modèle correspondant $\hat{H}\left(\hat{p}_i = p_i + \frac{\bar{\theta}_{ij}}{2} x_j ; \hat{x}_i = x_i\right)$, cela signifie que la déformation est appliquée sur la phase

L'équation de Schrödinger modifiée peut être traité par la méthode de Bopp's shift, cette méthode permet l'utilisé les mécanismes le produit ordinaire avec des translations appliqué à la potentiel Cornell généralisé et le terme cinétique, les deux commutateurs, qu'ils décrivent les déformations de l'espace et la phase deviennent :

$$[\hat{x}_\mu, \hat{x}_\nu] = i\theta_{\mu\nu} \text{ et } [\hat{p}_\mu, \hat{p}_\nu] = i\bar{\theta}_{\mu\nu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-3)}$$

Avec, les deux opérateurs ($\hat{x}_\mu$ et $\hat{p}_\mu$) sont donnée par [24-37]:

$$\begin{cases} \hat{x}_\mu = x_\mu - \frac{\theta_{\mu\nu}}{2} p_\nu \\ \hat{p}_\mu = p_\mu + \frac{\bar{\theta}_{\mu\nu}}{2} x_\nu \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-4)}$$

Avec les indices $(\mu, \nu = 1,2,3)$. L'équation de Schrödinger modifiée, ce réduite a la forme suivant :

$$H_{nc}\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)\psi\left(\vec{r}\right)=E_{nc}\psi\left(\vec{r}\right) \quad \text{.................... .... (III-5)}$$

Avec, L'opérateur d'Hamiltonien $H_{nc}\left(\hat{p}_i,\hat{x}_i\right)$, qui correspondant le premier modèle prendre la forme :

$$H_{nc}\left(\hat{p}_\mu,\hat{x}_\mu\right)=\frac{\hat{p}^2}{2\mu}+V\left(\hat{r}\right) \quad \text{.................... .... (III-6)}$$

Le potentiel de Cornell généralisé dans l'espace (NC : 3D-RSP) pondre la forme suivant :

$$V(r)\Rightarrow V\left(\hat{r}\right)=a_1\hat{r}^2+a_2\hat{r}-\frac{a_3}{\hat{r}}+\frac{a_4}{\hat{r}^2}+a_5 \quad \text{.................... .... (III-7)}$$

On basé, sur les références de notre encadreur Prof. A. Maireche [40-51], nous avons discuté dans le premier chapitre, les deux opérateurs $\hat{r}^2$ and $\hat{p}^2$ dans l'espace phase non-commutatif a trois dimensions:

$$\begin{aligned}\hat{r}^2 &= r^2-\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta) \text{ avec } \vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}\equiv L_x\Theta_{12}+L_y\Theta_{23}+L_z\Theta_{13}\\ \hat{p}^2 &= p^2+\vec{\mathbf{L}}\vec{\overline{\theta}}+O\left(\overline{\theta}\right) \text{ avec } \vec{\mathbf{L}}\vec{\overline{\theta}}\equiv L_x\overline{\theta}_{12}+L_y\overline{\theta}_{23}+L_z\overline{\theta}_{13}\end{aligned} \quad \text{.......... (III-8)}$$

Les trois composantes du moment cinétique sont donnée par :

$$\begin{aligned}L_x &= yp_z-zp_y\\ L_y &= xp_z-zp_x\\ L_z &= xp_y-yp_x\end{aligned} \quad \text{...(III-9)}$$

L'équation présentée par (III-8) permettre de trouver les trous termes :

$$\begin{cases}-\dfrac{a_3}{r}\to-\dfrac{a_3}{\hat{r}}=-\dfrac{a_3}{r}-\dfrac{a_3}{2r^3}\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\\ a_2r\to a_2\hat{r}=a_2r-\dfrac{a_2}{2r}\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\\ a_1r^2\to a_1\hat{r}^2=a_1r^2-a_1\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\\ \dfrac{a_4}{r^2}\to\dfrac{a_4}{\hat{r}^2}=\dfrac{a_4}{r^2}+\dfrac{a_4}{r^4}\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}+O(\Theta)\end{cases} \quad \text{...........................(III-10)}$$

Ces résultats récents permettre de donnée la nouvelle forme du potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif à trois dimensions :

$$V(\hat{r})=a_1r^2+a_2r-\frac{a_3}{r}-\frac{a_4}{r^2}+a_5+\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} \quad \text{................(III-11)}$$

Donc, l'équation (III-10) devinant :

$$V(\hat{r}) = V(r) + \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-12)}$$

C'est-à-dire que le potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif à trois dimensions est la somme de deux parties principale, le premier $V(r)$ est le potentiel Cornell généralisé dans l'espace ordinaire a trois dimensions et l'autre partie $\left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}$ est la contribution de la déformation produit par la non-commutativité de l'espace. L'opérateur d'Hamiltonien dans l'espace phase non commutatif à trois dimensions est la somme de potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif à trois dimensions et la parie de terme cinétique ans l'espace phase non commutatif à trois dimensions :

$$H_{nc}(\hat{p}_\mu, \hat{x}_\mu) = H(p_\mu, x_\mu) + H_{pert} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-13)}$$

Avec $H(p_\mu, x_\mu)$et H_{pert} sont donnée par, respectivement :

$$H(p_i, x_i) = \frac{p^2}{2\mu} + a_1 r^2 + a_2 r - \frac{a_3}{r} - \frac{a_4}{r^2} + a_5 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-14)}$$

et

$$H_{pert} = \left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} + \frac{\vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\theta}}}{2\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-15)}$$

L'opérateur $H(p_\mu, x_\mu)$ décrié L'Hamiltonien dans l'espace ordinaire à trois dimensions et H_{pert} est produit par les deux déformations de l'espace et la phase. On remarque que l'opérateur H_{pert} proportionnel avec deux paramètres Θ and $\bar{\theta}$.

III.3. L'opérateur Spin-Orbite modifié pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif (NC : 3D-RSP) :

D’après, les formes mathématiques du 2-couplages ($\vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta}$ et $\vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\theta}}$) observé dans les équations (III.8), elle est possible physiquement de remplacé par ($\gamma\Theta\vec{L}\vec{S}$ et $\gamma\bar{\theta}\vec{L}\vec{S}$), respectivement :

$$\begin{array}{l} \vec{\mathbf{L}}\vec{\Theta} \rightarrow \gamma\Theta\vec{L}\vec{S} \\ \vec{\mathbf{L}}\vec{\bar{\theta}} \rightarrow \gamma\bar{\theta}\vec{L}\vec{S} \end{array} \qquad \text{...(III-16)}$$

Avec $\vec{S}$ est le spin de l’électron et γ constante ordinaire de proportionnalité. Ce qui permit de réécrire l’équation (III-15) comme suivant :

$$H_{pert}\left(r,\Theta,\bar{\theta}\right) \equiv H_{so}\left(r,\Theta,\bar{\theta}\right) = \gamma\left\{\left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\Theta + \frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\}\vec{L}\vec{S} \qquad \text{............(III-17)}$$

En mécanique quantique ordinaire, les ensembles des opérateurs $\hat{A}$ *et* $\hat{B}$, $\hat{C}$... qui forment un ensemble complet d’observables complet sont commutent (ECOC). En applique ce règle sur les ensembles d'opérateurs ($H_{so}\left(r,\Theta,\bar{\theta}\right)$, J^2, L^2, S^2 et J_z) , c'est-à-dire [1-2]:

$$\left[J^2, L^2\right] = \left[J^2, S^2\right] = \left[J^2, J_z\right] = 0 \qquad \text{..................................(III-18)}$$

Et leurs valeurs propres correspondent : j(j+1) , l(l+1) , s(s+1) et m ($-l \le m \le +l$) dans le système (c = ħ =1) ,donc

$$\begin{cases} J^2\Psi = j(j+1)\Psi \\ L^2\Psi = l(l+1)\Psi \\ S^2\Psi = s(s+1)\Psi = 3/4\Psi \\ J_z\Psi = m\Psi \end{cases} \qquad \text{...............................(III-19)}$$

Avec J est la somme géométrique des moments ($\vec{L}$ et $\vec{S}$) et $|l-1/2| \le j \le |l+1/2|$. Ce qui permit de trouver le couplage spin-orbite $\vec{L}\vec{S}$ de la façon suivante [1-2] :

$$\vec{L}\vec{S} = \frac{1}{2}\left(\vec{J}^2 - \vec{L}^2 - \vec{S}^2\right) \qquad \text{..(III-20)}$$

Donc ; on a :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \frac{1}{2}\left(\vec{J}^{2} - \vec{L}^{2} - \vec{S}^{2}\right)\Psi \equiv \{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)\}\Psi \qquad \text{(III-21)}$$

Maintenait, on applique ce resautant sur l'électron, on a deux valeurs : Si j = j + $\frac{1}{2}$ on dit que l'électron de spin up et si J = l - $\frac{1}{2}$, l'électron de spin down. Donc, on a :

$$\vec{L}\vec{S}\Psi = \begin{cases} \frac{1}{2}\left\{\left(l+\frac{1}{2}\right)(l+\frac{1}{2}+1) + l(l+1) - \frac{3}{4}\right\}\Psi \equiv p_+\Psi : \; Si \quad j = l+\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\left\{\left(l-\frac{1}{2}\right)(l-\frac{1}{2}+1) + l(l+1) - \frac{3}{4}\right\}\Psi \equiv p_-\Psi : \; Si \quad j = l-\frac{1}{2} \end{cases} \qquad \text{(III-22)}$$

Ou p_+ et p_- sont donnée par $\frac{1}{2}\left\{\left(l+\frac{1}{2}\right)(l+\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-\frac{3}{4}\right\}$ et $\frac{1}{2}\left\{\left(l+\frac{1}{2}\right)(l+\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-\frac{3}{4}\right\}$,

Maintenait, on peut former une matrice d'ordre (3×3) pour représenter l'opérateur spin-orbite pour le potentiel Cornell généralisé dans l'espace phase non commutatif (NC : 3-RSP) :

$$\left(\hat{H}_{so}\right) \equiv \begin{pmatrix} \left(\hat{H}_{so}\right)_{11} & \left(\hat{H}_{so}\right)_{12} & \left(\hat{H}_{so}\right)_{13} \\ \left(\hat{H}_{so}\right)_{21} & \left(\hat{H}_{so}\right)_{22} & \left(\hat{H}_{so}\right)_{23} \\ \left(\hat{H}_{so}\right)_{31} & \left(\hat{H}_{so}\right)_{31} & \left(\hat{H}_{so}\right)_{33} \end{pmatrix} \ldots\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III-23)}$$

Dans la base ECOC, les trois éléments non nulle de la matrice $\left(\hat{H}_{so}\right)$ peut être écrié sous la forme :

$$\begin{cases} \left(\hat{H}_{so}\right)_{11} = \mathrm{p}_{+}\gamma\left\{\left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\Theta + \frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\} \text{avec } \; \mathrm{j} = \ell + 1/2 \Rightarrow \text{spin up} \\ \left(\hat{H}_{so}\right)_{22} = \mathrm{p}_{-}\gamma\left\{\left(\frac{a_4}{r^4} - \frac{a_3}{2r^3} - \frac{a_2}{2r} - a_1\right)\Theta + \frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\} \text{avec } \; \mathrm{j} = \ell - 1/2 \Rightarrow \text{spin down} \\ \left(\hat{H}_{so}\right)_{33} = 0 \end{cases} \qquad \ldots \text{(III-24)}$$

III.3. Le spectre énergétique :

III.3.1 Le spectre exacte produit par l'opérateur spin-orbite pour le potentiel Cornell généralisé en (NC : 3D-RSP) :

Nous avons observé que le potentiel modifié $H_{\text{pert}}(r,\Theta,\bar{\theta})$ est proportionnel au deux paramètres infinitésimale $(\Theta,\bar{\theta})$ et cela signifie que $H_{\text{pert}}(r,\Theta,\bar{\theta})$ prend une valeur très petite par rapport à la partie principale $H(p_\mu, x_\mu)$, donc on peut appliquer le théorème de perturbation pour obtenir les modifications exacte d'énergie E_{per} au premier ordre en $(\Theta, \bar{\theta})$. L'énergie totale dans l'espace-temps non commutatif E_{nc} est la somme de l'énergie correspondant à l'espace ordinaire E et les corrections E_{per} :

$$E_{nc} = E + E_{per} \quad \text{(III-25)}$$

Le théorème de perturbation permet d'obtenir les corrections au premier ordre de la façon suivante :

$$E_{per} = \langle n,l,m | H_{\text{pert}}(r,\Theta,\bar{\theta}) | n,l,m \rangle \quad \text{(III-26)}$$

On peut récrire l'équation (III-26) sous la forme :

$$E_{per}(\Theta,\bar{\theta}) = \int \Psi_{n,l,m}(\vec{r})^* H_{\text{pert}}(r,\Theta,\bar{\theta}) \Psi_{n,l,m}(\vec{r}) d^3r \quad \text{(III-27)}$$

Ou d^3r représenté l'élément de volume en coordonnées sphériques (r,θ,φ), qui est donnée par :

$$d\tau = r^2 dr d\Omega \quad \text{(III-28)}$$

Avec l'angle solide $d\Omega = \sin(\theta) d\theta . d\varphi$ et $\Psi_{n,l,m}(\vec{r})$ la fonction d'onde qui est définie par [21-22] :

$$\Psi_{n,l,m}(\vec{r}) = \frac{C_{n,k}}{n!} r^{k+n} \exp\left(-\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}} r^2 - a_2 \sqrt{\frac{\mu}{2a_1}} r \right) Y_l^m(\theta,\varphi) \quad \text{(III-29)}$$

Avec $k = \frac{-1 \pm \sqrt{(3+2l-2)^2 - 8\mu a_4}}{2}$, $C_{n,k} = n! \left\{ \frac{2(2\alpha)^{k+n+\frac{3}{2}}}{\Gamma\left(k+n+\frac{3}{2}\right)} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right) \right\}^{1/2}$, $\alpha = \sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}$ et $\beta = \frac{\mu a_2}{2\alpha}$.

Donc, on peut écrire l'équation (III-27), de la forme :

$$E_{per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)=\int \Psi_{n,l,m}{}^{*}\left(\vec{r}\right)(r)\left(\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right)\vec{L}\vec{S}\Psi_{n,l,m}\left(\vec{r}\right)r^2dr\int Y_l^m(\theta,\varphi)Y_l^m(\theta,\varphi)d\Omega \quad \text{(III-30)}$$

La fonction d'onde $\Psi_{n,l,m}\left(\vec{r}\right)$ normalisée, cela permet d'écrire :

$$\int Y_l^m(\theta,\varphi)Y_l^m(\theta,\varphi)d\Omega=1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III-31)}$$

Ce qui permit de réduit les corrections trouvées par l'équation (III-31) sous la forme suivant :

$$E_{pert}=\int R^{*}(r)\alpha\left[\Theta\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right]\vec{L}\vec{S}R(r)r^2dr \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(III-32)}$$

On remplace le terme de couplage spin-orbite $\left\{\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\}\vec{L}\vec{S}$ par :

$$\left\{\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\}\vec{L}\vec{S}=\left\{\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\}$$
$$\begin{cases}\frac{1}{2}\left\{\left(l+\frac{1}{2}\right)(l+\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-\frac{3}{4}\right\}\Psi\equiv p_+\Psi: \ Si \quad j=l+\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}\left\{\left(l-\frac{1}{2}\right)(l-\frac{1}{2}+1)+l(l+1)-\frac{3}{4}\right\}\Psi\equiv p_-\Psi: \ Si \quad j=l-\frac{1}{2}\end{cases} \ldots \quad \text{(III-33)}$$

Ce qui permettre de récrire les corrections au premier ordre sous la forme :

$$E_{per}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)=\begin{cases}\alpha p_+\int R^{*}(r)\left[\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right]R(r)r^2dr\\ \equiv E_{per:u}\left(\Theta,\bar{\theta}\right) \ Si \quad j=l+\frac{1}{2}\\ \alpha p_-\int R^{*}(r)(r)\left[\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right]R(r)r^2dr\\ \equiv E_{per:D}\left(\Theta,\bar{\theta}\right) \ Si \quad j=l-\frac{1}{2}\end{cases} \quad \text{(III-34)}$$

L'équation (III-34) ont réduit en deux équations séparée :

$$E_{per:u}\left(\Theta,\bar{\theta}\right)\equiv\alpha p_+\int R^{*}(r)\left[\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right]R(r)r^2dr \qquad Si \quad j=l+\frac{1}{2}\ldots \quad \text{(III-35)}$$

et

$$E_{per:D}(\Theta,\bar{\theta}) \equiv \alpha p_- \int R(r)^* \left[\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)\Theta+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right] R(r) r^2 dr \qquad Si \quad j=l-\frac{1}{2} \ldots \quad \text{(III-36)}$$

On remplace la partie radiale de la fonction d'onde $R(r)$ dans les deux équations (III-35) et (III-36) :

$$E_{per:u}(\Theta,\bar{\theta}) = \frac{|C_{n,k}|^2}{n!^2} p_+ \int_0^{+\infty} r^{2k+2n+2} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)\left\{\Theta\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\} dr \quad \text{(III-37)}$$

et

$$E_{per.d}(\Theta,\bar{\theta}) = \frac{|C_{n,k}|^2}{n!^2} p_- \int_0^{+\infty} r^{2k+2n+2} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right)\left\{\Theta\left(\frac{a_4}{r^4}-\frac{a_3}{2r^3}-\frac{a_2}{2r}-a_1\right)+\frac{\bar{\theta}}{2\mu}\right\} dr \quad \text{(III-38)}$$

On peut simplifier les 2-équations (III-37) et (III-38) pour trouver :

$$E_{per:u}(\Theta,\bar{\theta}) \equiv \frac{|C_{n,k}|^2}{n!^2} p_+ \left\{\Theta\sum_{i=1}^{4} T_i + \frac{\bar{\theta}}{2\mu}T_5\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III-39)}$$

et

$$E_{per:D}(\Theta,\bar{\theta}) \equiv \frac{|C_{n,k}|^2}{n!^2} p_- \left\{\Theta\sum_{i=1}^{4} T_i + \frac{\bar{\theta}}{2\mu}T_5\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III-40)}$$

Avec les quatre termes $T_i\left(i=\overline{1,5}\right)$ sont donnée par :

$$\begin{aligned}
T_1 &= a_4 \int_0^{+\infty} r^{(2k+2n-1)-1} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right) dr,\\
T_2 &= \frac{a_3}{2} \int_0^{+\infty} r^{(2k+2n)-1} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right) dr,\\
T_3 &= -\frac{a_2}{2} \int_0^{+\infty} r^{(2k+2n+2)-1} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right) dr, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III-41)}\\
T_4 &= -a_1 \int_0^{+\infty} r^{(2k+2n+3)-1} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right) dr,\\
T_5 &= \int_0^{+\infty} r^{(2k+2n+3)-1} \exp\left(-2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}r^2 - 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}r\right) dr
\end{aligned}$$

Pour obtenir les résultants d'intégrales, ont appliqué l'intégrale spéciale parenté dans l'équation (II.42) suivant [52] :

$$\int_0^{+\infty} x^{\nu-1} \exp\left(-\lambda x^2 - \gamma x\right) dx = (2\beta)^{-\frac{\nu}{2}} \Gamma(\nu) \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right) D_{-\nu}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right) \quad \text{……………………. (III-42)}$$

Avec $D_{-\nu}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)$ noté de la fonction parabolique cylindrique, $\Gamma(\nu)$ est la fonction Gamma et ($\mathrm{Re}l(\lambda)\rangle 0$, $\mathrm{Re}l(\nu\rangle 0)$. Ce qui permit de trouver les résultats suivants :

$$\begin{aligned}
T_1 &= a_4 (2\lambda)^{-\frac{2k+2n-1}{2}} \Gamma\left(2k(l) + 2n - 1\right) \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right) D_{-(2k(l)+2n-1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right) \\
T_2 &= \frac{a_3}{2} (2\lambda)^{-(n+k)} \Gamma\left(2n + 2k(l)\right) \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right) D_{-(2n+2k(l))}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\beta}}\right) \\
T_3 &= -\frac{a_2}{2} (2\lambda)^{-(n+k+1)} \Gamma(2n + 2k(l) + 2) \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right) D_{-(2n+2k(l)+2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right) \quad \text{………………....(III-43)} \\
T_4 &= -a_1 (2\lambda)^{-\frac{2n+2k+3}{2}} \Gamma\left(2n + 2k(l) + 3\right) \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right)) D_{-(2n+2k(l)+3)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right) \\
T_5 &= (2\lambda)^{-\frac{2n+2k+3}{2}} \Gamma\left(2n + 2k(l) + 2\right) \exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right) D_{-(2n+2k(l)+2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)
\end{aligned}$$

Avec $\gamma = 2a_2\sqrt{\frac{\mu}{2a_1}}$ et $\lambda = 2\sqrt{\frac{\mu a_1}{2}}$. Ce qui permit d'obtenir les corrections $E_{per}\left(\Theta, \bar{\theta}\right)$ on fonctions des paramètres $\left(\Theta, \bar{\theta}\right)$ et les paramétrées de potentiels $\left(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\right)$:

$$E_{per:u}\left(\Theta, \bar{\theta}\right) \equiv \left\{ \frac{(2\alpha)^{k+n+1/2}}{\Gamma\left(k + n + \frac{3}{2}\right)} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right) \right\} p_+ \left\{\Theta T_{nc-s} + \bar{\theta} T_{nc-p}\right\} \ldots \quad \text{... (III-44)}$$

et

$$E_{nc-per:D}\left(\Theta, \bar{\theta}\right) \equiv \left\{ \frac{(2\alpha)^{k+n+1/2}}{\Gamma\left(k + n + \frac{3}{2}\right)} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right) \right\} p_- \left\{\Theta T_{nc-s} + \bar{\theta} T_{nc-p}\right\} \ldots \quad \text{… (III-45)}$$

Avec T_{nc-s} et T_{nc-p} sont donnée par :

$$T_{nc-s}=\sum_{i=1}^{4}T_i$$

$$\begin{aligned}&\equiv a_4(2\lambda)^{-\frac{2k+2n-1}{2}}\Gamma(2k+2n-1)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right)D_{-(2k+2n-1)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)\\&+\frac{a_3}{2}(2\lambda)^{-(n+k)}\Gamma(2n+2k)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right)D_{-(2n+2k)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)\\&-\frac{b}{2}(2\lambda)^{-(n+k+1)}\Gamma(2n+2k+2)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right)D_{-(2n+2k+2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)\\&-a(2\lambda)^{-\frac{2n+2k+3}{2}}\Gamma(2n+2k+3)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right))D_{-(2n+2k+3)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)\end{aligned}\tag{III-46}$$

Et

$$T_{nc-pk}\equiv(2\lambda)^{-\frac{2n+2k+3}{2}}\Gamma(2n+2k+2)\exp\left(\frac{\gamma^2}{8\lambda}\right)D_{-(2n+2k+2)}\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2\lambda}}\right)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\text{(III-47)}$$

L'énergie $E_{nc:u}(\Theta,\bar{\theta})$ et $E_{nc:D}(\Theta,\bar{\theta})$ de l'état excité n dans l'espace –phase -non commutatif a trois dimensions produit par l'effet de la non-commutativité, est la somme de l'énergie $E_{n,l}$ qui donnée par (II.28) de l'état excité n dans l'espace-temps-ordinaire et les modifications non commutatif, correspondant aux deux polarisations de l'électron up et down, et qui sont déterminés par les équations (III-44) et (III-45), respectivement :

$$\begin{aligned}E_{nc::u}(\Theta,\bar{\theta})\equiv&\sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{(3+2l-2)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2^{\ 2}}{4a_1}+a_5\\&+\left\{\frac{(2\alpha)^{k+n+1/2}}{\Gamma\left(k+n+\frac{3}{2}\right)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}p_+\left\{\Theta T_{nc-s}+\bar{\theta}T_{nc-p}\right\}\end{aligned}\tag{III-48}$$

et

$$\begin{aligned}E_{nc:D}(\Theta,\bar{\theta})\equiv&\sqrt{\frac{a_1}{2\mu}}\left(2n+2+\sqrt{(3+2l-2)^2-8\mu a_4}\right)-\frac{a_2^{\ 2}}{4a_1}+a_5\\&+\left\{\frac{(2\alpha)^{k+n+1/2}}{\Gamma\left(k+n+\frac{3}{2}\right)}\exp\left(-\frac{\beta^2}{2\alpha}\right)\right\}p_-\left\{\Theta T_{nc-s}+\bar{\theta}T_{nc-p}\right\}\end{aligned}$$

(III-49)

Et l'opérateur d'Hamiltonien diagonale $\hat{H}_{nc}$ correspondant peut être représenté par une matrice carrée d'ordre (3*3), composée par les éléments suivants :

$$\begin{cases} \left(\hat{H}_{nc}\right)_{11} = a_1 r^2 + a_2 r - \dfrac{a_3}{r} - \dfrac{a_4}{r^2} + a_5 + \dfrac{p^2}{2\mu} + \mathrm{p}_+ \left[\left(\dfrac{a_4}{r^4} - \dfrac{a_3}{2r^3} - \dfrac{a_2}{2r} - a_1\right)\Theta + \dfrac{\overline{\theta}}{2\mu}\right] \\ \qquad \text{avec } \mathrm{J} = \ell + 1/2 \Rightarrow \text{spin up} \\ \left(\hat{H}_{nc}\right)_{22} = a_1 r^2 + a_2 r - \dfrac{a_3}{r} - \dfrac{a_4}{r^2} + a_5 + \dfrac{p^2}{2\mu} + \mathrm{p}_- \left[\left(\dfrac{a_4}{r^4} - \dfrac{a_3}{2r^3} - \dfrac{a_2}{2r} - a_1\right)\Theta + \dfrac{\overline{\theta}}{2\mu}\right] \\ \qquad \text{avec } \mathrm{J} = \ell - 1/2 \Rightarrow \text{spin down} \\ \left(\hat{H}_{nc}\right)_{33} = a_1 r^2 + a_2 r - \dfrac{a_3}{r} - \dfrac{a_4}{r^2} + a_5 + \dfrac{p^2}{2\mu} \end{cases} \quad \text{(III-50)}$$

Notez clairement que les nouveaux niveaux d'énergie deviennent dégénérés, chaque niveau d'énergie devient deux niveaux, c'est à cause de l'effet automatique produit par l'influence de spin-orbite interactions.

$$2\sum_{i=0}^{n-1}(2l+1) \equiv 2n^2 \rightarrow 2\left(2\sum_{i=0}^{n-1}(2l+1)\right) \equiv 4n^2 \quad \text{(III-51)}$$

Conclusion Générale

A traverse ce mémoire de master en filière physique, spécialité théorique :

Promotion 2019-2020

Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel Cornell généralisé en l'espace phase non commutatif à trois dimensions dans les symétries de la mécanique quantique généralisée

Le but de ce mémoire est l'étude système physique comme les atomes hydrogéniques dans le cadre de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel anharmonique, en géométrie non commutatif à trois dimensions.

En premier chapitre nous avons représenté les formalismes mathématiques et physiques de l'espace-phase non commutatif à trois dimensions, et en applique ces principes sur les atomes d'Hydrogène sous l'influence le potentiel ***Cornell généralisé***.

Dans le deuxième chapitre, nous avons révisé l'effet le potentiel ***Cornell généralisé*** sur système physique comme les atomes hydrogéniques ont basé sur le travail de Prof. *M. Abu-Shady et al.*

En troisième chapitre nous avons étudié l'effet du non commutativité de l'espace phase a trois dimensions, en appliquant la méthode de Bopp shift de premier ordre dans le paramètres de non commutativité Θ and $\bar{\theta}$, les modifications sur l'énergie à l'état excités n sont établis, nous avons construit Hamiltonien non commutative $H_{nc}(\hat{p}_{\mu}, \hat{x}_{\mu})$, on peut conclure que l'application de la non commutativité dans ce travail sur le potentiel ***Cornell généralisé***, inclue l'effet de couplage spin-orbite d'une façon interne.

Références Bibliographiques

[01] J. L. Basidevant, Mécanique Quantique, ellipses, ISBN 2-7298-8614-1 (1986), Paris, France.

[02] E. Elbaz, Quantum, The quantum theory of particles, Fields, and Cosmology, Springere, ISBN 3-540-62093-1 (1995), New York, USA.

[03] Shi-Hai Dong and Guo-Hua Sun, The Schrödinger equation with a Coulomb plus inverse-square potential in D dimensions, Physica Scripta, Vol. 70, Number 2-3 (2004) 94-97. Doi http://dx.doi.org/10.1088/0031-8949/70/2-3/004.

[04] J J Pena, G Ovando and J Morales, D-dimensional Eckart+deformed Hylleraas potential:Bound state solutions, Journal of Physics: Conference Series 574 (2015) 012089, doi:10.1088/1742-6596/574/1/012089

[05] L. Buragohain and S. A. S .Ahmed, Exactly solvable quantum mechanical systems generated from the anharmonic potentials, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 4, No. 1, 79-83 (2010).

[06] A. Niknam, A. A. Rajab and M. Solaimani, Solutions of D-dimensional Schrödinger equation for Woods-Saxon potential with spin-orbit, coulomb and centrifugal terms through a new hybrid numerical fitting Nikiforov-Uvarov method, J Theor App Phys, (2015) DOI 10.1007/s40094-015-0201-9.

[07] Sameer M. Ikhdair1 and Ramazan Sever, Exact solutions of the radial Schrödinger equation for some physical potentials, CEJP. 5(4) (2007) 516–527.

[08] B. I. Ita, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Hellmann plus Mie-type potential using Nikiforov-Uvarov Method, International Journal of Recent advances in Physics (IJRAP), Vol. 2, No, 4, 2013.

[09] S. M. Ikhdair and R. Sever, Exact polynomial eigensolutions of the Schrödinger equation for the pseudoharmonic potential, J. Mol. Struc.-Theochem. Vol. 806, (2007), pp. 155–158.

[10] Ahmed, A. S. and Buragohain, L., Generation of new classes of exactly solvable potentials, Phys.Scr.80. (2009) 1-6.

[11] Bose, S. K., Exact solution of non-relativistic Schrödinger equation for certain central physical potentials, Nouvo Cimento B. 113 (1996) 299- 328.

[12] Flesses, G. P. and Watt, A., An exact solution of the Schrödinger equation for a multiterm potential, J. Phys. A: Math. Gen. 14, (1981) L315-L318.

[13] M. Ikhdair and R. Sever, Exact solution of the Klein–Gordon equation for the PT symmetri generalized Woods–Saxon potential by the Nikiforov–Uvarov method, Ann. Phys. (Leipzig), Vol. 16, (2007), pp. 218–232.

[14] S. H. Dong, Schrödinger equation with the potential V(r) =r*−4+r*−3+r*−2+r*−1, Physica Scripta. Vol. 64, no. 4 (2001) pp. 273–276.

[15] B. I. Ita and A. I. Ikeuda, Solutions of the Schrödinger equation with inversely quadratic Yukawa plus inversely quadratic Hellmann potential using Nikiforov-Uvarov Method, Journal of Atomic and Molecular Physics, Vol. 2013, Article ID 582610, 4 Pages http://dx.doi.org/10,1155/2013/582610

[16] B. I. Ita, A. I. Ikeuba and A. N. Ikot, Solutions of the Schrödinger Equation with Quantum Mechanical Gravitational Potential Plus Harmonic Oscillator Potential, Commun. Theor. Phys. 61 (2014) 149.

[17] H. Hassanabadi, M. Hamzavi, S. Zarrinkamar and A. A. Rajabi, Exact solutions of N-Dimensional Schrödinger equation for a potential containing coulomb and quadratic terms, International Journl of the Physical Sciences, Vol. 6(3), pp. 583-586, 2011.

[18] Shi-Hai Dong, Guo-Hua San, Quantum Spectrum of Some Anharmonic Central Potentials: Wave Functions Ansatz, Foundations of Physics Letters. 16, Issue 4 (2003) pp 357-367.

[19] D. Agboola, Complte Analytical Solutions of the Mie-Type Potentials in N-Dimensions, ACTA PHYSICA POLONICA A, Vol. 120 (2011) 371-377.

[20] Shi-Hai Dong, Zhoung-Qi Ma, and Giampieero Esposito, Exact solutions of the Schrödinger equation with inverse-power potential, Foundations' of Physics Letters. Vol, 12, N, 5, 1999.

[21] Tapas Das, Treatment of N-dimensional Schrödinger Equation for Anharmonic Potential via Laplace Transform, EJTP (Electronic Journal of Theoretical Physics)13, No. 35 (2016) 207–214.

[22] M. Abu-Shay, T. A. Abdel-karim and E. M. Khokha. Exact solutions of the N-dimensional Radial Schrodinger equation via Laplace Transformation method with the generalized Cornell potential. Scifed journal of quantum physics, 2(2) 2018.

[23] W. Heisenberg : "Letter to R. Peierls (1930), in 'Wolfgang Pauli, Scienti- fic Correspondence', Vol. III, p.15, Ed. K. von Meyenn", (Springer Verlag 1985)

[24] H. Snyder, The Quantization of space-time, Phys. Rev. 71 (1946) 38-41.

[25] R. J. Szabo, "Quantum field theory on noncommutative spaces", Phys. Rept. 378 207 (2003) hep-th/0109162.

[26] F. A. Schaposnik "Three lectures on noncommutative field theories", hep-th/0408132. [27] M. Chaichian, P. P. Kulish, K. Nishijima and A. Tureanu, "On a Lorentz-Invariant Interpretation of Noncommutative Space-Time and Its Implications on Noncommutative QFT," Phys. Lett. B 604 98 (2004) hep-th/0408069.

[28] J. Wess, "Deformed Coordinate Spaces: Derivatives," hep-th/0408080.

[29] A. Connes and M. A. Rieffel, "Yang-Mills for Noncommutative Two-Tori", Contemp. Math. 62 237 (1987).

[30] A. Connes and J. Lott, "Particle Models and Noncommutative Geometry", Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) 18 B 29 (1991).

[31] J. Gamboa, M. Loewe, F. Mendez and J. C. Rojas, Noncommutative Quantum Mechanics: The Twodimensional central Field, International Journal of Modern Physics A, Vol. 17 Issue: 19 Pages: 2555- 2565 (2002).

[32] Gamboa, J., Loewe, M., & Rojas, J. C. (2001). Noncommutative quantum mechanics. Physical Review D, 64(6). doi:10.1103/physrevd.64.067901

[33] Curtright, T., Fairlie, D., & Zachos, C. (1998). Features of time-independent Wigner functions. Physical Review D, 58(2). doi:10.1103/physrevd.58.025002

[34] Fritz Bopp. 1956, La mecanique quantique est-elle une mecanique statistique particuliere, Ann. Inst. H. Poincar´e 1581.

[35] A. E. F. Djemei and H. Smail, On Quantum Mechanics on Noncommutative Quantum Phase Space, Commun. Theor. Phys. (Beijinig, China). 41 (2004) pp.837-844.

[36] Justin Gabriel encadré par François Gieres, Diverses Approches de la Mécanique Quantique sur Espace Non-Commutatif, Master Science de la matière, Université Claude Bernard Lyon I (2013-2014).

[37] Jumakari-Mamat; Sayipjamal Dulat and Hekim Mamatabdulla, Landau-like Atomic Proplem on a Non-commutative Phase Space, Int J Theor Phys; DIO 10.1007/s10773-016-2922-1 (2016).

[38] Mémoire de master préparé par : Gharbi Noura et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, L'atome d'Hydrogène sous l'action d'un potentiel Coulombien dans l'espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[39] Mémoire de master préparé par : Elbahi Fatima et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, L'atome d'Hydrogène sous l'action d'un multi-potentiels dans l'espace non commutatif a deux dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[40] Mémoire de master préparé par : Zellagui Asma et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergies atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non commutatif à deux dimensions : 2014-2015, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[41] Mémoire de master préparé par : Delaldja HANANE et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergie atomique produit par le Mie-type potentiel dans l'espace non-commutatif à trois dimensions, promotion : 2013-2014, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[42] Mémoire de master préparé par : Khodja MERIEM et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Les niveaux d'énergies atomique produit par le inverse-carré potentiel dans l'espace-phase non commutatif à trois dimensions, promotion : 2015-2016, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[43] Mémoire de master préparé par : BENAZOUZ Wissame et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel anharmonique en l'espace phase non commutatif à trois dimensions dans les symétries de la mécanique quantique généralisée: 2017-2018, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[44] Mémoire de master préparé par : DJERIDA Rokaia et dirigé par Pr. : Maireche Abdelmadjid, Nouveau traitement de l'équation de Schrödinger modifiée pour le potentiel anharmonique en l'espace phase non commutatif à deux dimensions dans les symétries de la mécanique quantique généralisée : 2017-2018, département de physique, université de M'sila, Algérie.

[45] Abdelmadjid Maireche, Deformed Quantum Energy Spectra with Mixed Harmonic Potential for Nonrelativistic Schrödinger equation, J. Nano- Electron. Phys. 7 No 2, (2015) 02003.

[46] Abdelmadjid Maireche, A Study of Schrödinger Equation with Inverse Sextic Potential in 2-dimensional Non-commutative Space, The African Rev. Phys. 9:0025, (2014) 185-193.

[47] Abdelmadjid Maireche Deformed Bound States for Central Fraction Power Potential: Non Relativistic Schrödinger Equation, The African Rev. Phys. 10:0014, (2015) 97-103.

[48] Abdelmadjid. Maireche, Nonrelativistic Atomic Spectrum for Companied Harmonic Oscillator Potential and its Inverse in both NC-2D: RSP, International Letters of Chemistry, Physics and Astronomy, Vol. 56, pp. 1-9, Jul. 2015.

[49] Abdelmadjid Maireche, New exact bound states solutions for (C.F.P.S.) potential in the case of Non-commutative three dimensional non relativistic quantum mechanics, Med. J. Model. Simul. 04 (2015) 060-072.

[50] Maireche A (2017) New Exact Non-relativistic Energy Eigen Values for Modified Inversely Quadratic Hellmann Plus Inversely Quadratic Potential. J Nanosci Curr Res 2:115. DOI: 10.4172/2572-0813.1000115.

[51] Abdelmadjid Maireche, New Bound State Energies for Spherical Quantum Dots in Presence of a Confining Potential Model at Nano and Plank's Scales, NanoWorld J, 1(4): (2016) 120-127.

[52] I. S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, Table of Integrals, Series, and Products, ISBN-13: 978-0-12-373637-6, (2007) USA.

Abstract

In this work, of master memory, in theoretical physics, (2019/2020), we have studied the Schrödinger equation for generalized Cornell potential in noncommutative three-dimensional spaces-phase by applying the Bopp's shift method at first order in the noncommutative parameters (and), instead of using the star product method. We apply perturbation theory to obtain the corrections to the energy levels.

Keywords: Star product, noncommutative space and phase and generalized Cornell potential.

ملخص

في هذا العمل الخاص بمذكرة الماستر في الفيزياء النظرة (2020/2019). درسنا معادلة شرودينغر تحت تأثير كمون يسمي كورنل المعمم في الفضاء اللاتبادلي ثنائي البعد بتطبيق مبدأ الانزياح لـ : Bopp بدلا من الحل المباشر الناتج عن الجداء النجمي. إعتمدنا الناتج الموافقة للحدين $\bar{\theta}$ و Θ . وجدنا التصحيحات على مستويات الطاقة بتطبيق نظرية الاضطرابات.

الكلمات المفتاحية: **الجداء النجمي. الفضاء اللاتبادلي و كمون كورنل المعمم**